А. Г. СТОЛЕТОВ

СОБРАНИЕ СОЧИНЕНИЙ

ПОД РЕДАКЦИЕЙ И С ПРИМЕЧАНИЯМИ
проф. А. К. ТИМИРЯЗЕВА

ТОМ ПЕРВЫЙ

ОРИГИНАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
НАУЧНО-КРИТИЧЕСКИЕ СТАТЬИ
ПИСЬМА И ЗАМЕТКИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Москва 1939 Ленинград

Редактор Г. Н. Кольченко. Техн. редактор Е. Г. Шпак.

Индекс Т 41-5-4
Сдано в производство 11/VI 1939 г.
Подписано к печати 13/X 1939 г.
Тираж 4000 экз.
Печ. л. 29.
Уч. авт. л. 25,1.
Тип. зн. в 1 бум. л. 154880.

Прот. ТКК № 4
Формат 84×108 1/32.
Изд. № 231.
Учетный № 4922/р.
Уполном. Главлита № А-14994.
Заказ № 1779
Бумага Вишерской ф-ки.

4-я тип. ОГИЗа РСФСР треста „Полиграфкнига“ им. Евг. Соколовой
Ленинград, Пр. Кр. Командиров, 29.

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА

Настоящее первое издание трудов одного из крупнейших русских ученых Александра Григорьевича Столетова — одного из бесспорных основателей русской физики, выходит в связи с исполняющимся 10 августа 1939 года столетием со дня его рождения. В условиях царской России, не ценившей своих замечательных людей науки, друзьям и единомышленникам Столетова удалось, и то только при содействии издательства журнала „Русская мысль", выпустить в 1897 году томик его блестящих „Общедоступных лекций и речей" (они составят второй том настоящего собрания, где будет помещена и биография его, составленная покойным К. А. Тимирязевым), представляющих, помимо своего глубокого содержания, прекрасные образцы литературного языка и смело выдерживающих сравнение с творениями наших великих мастеров слова.

Об издании — тем паче академическом — собрания сочинений А. Г. Столетова тогда не могло быть и речи. Всего лучше это будет видно из следующего письма Столетова его другу, К. А. Тимирязеву. Вот это письмо:

«Письмо от Н. Н. Бекетова гласит:

„Дело об избрании Вашем в члены Академии не было допущено, по воле президента (великого князя Константина Константиновича — *А. Т.*), до окончания, и была назначена новая комиссия, то есть, собственно прежняя, за исключением меня, так как я отказался в ней участвовать. Эта новая комиссия уже предложила кандидата в адъюнкты — князя Голицына [1]. Я,

[1] Того самого кн. Голицына, магистерскую диссертацию которого Столетов признал неудовлетворительной.

конечно, имел несколько объяснений с самим президентом и, наконец, делал заявления открыто в заседании нашего отделения, но поддержки не оказалось. *Повидимому из Москвы шла агитация против Вас* (—подчеркнуто нами — *А. Т.*). Всю ответственность за ход этого дела принял на себя сам президент, разрешивший его своей властью".

Что это—во сне или на яву творится?

15/X—1893 г.

Ваш *А. Столетов*»

Это письмо ясно показывает, что в то время не могло быть и речи об издании собрания сочинений Столетова, раз „сам" „августейший" президент разгневался на него, как на вредного крамольника, а послушная его слову Академия не признала Столетова достойным быть в числе ее сочленов.

Вот почему сочинения этого замечательного ученого впервые выходят не в старой России, а в СССР.

Народы, населяющие наш великий Союз, являются подлинными и законнейшими наследниками всего лучшего, что дал гений русского народа в науке. Но вместе с тем наш долг сделать доступным всем и каждому труды и мысли великих основателей той науки, которая гигантскими шагами развивается у нас на наших глазах.

Вне всякого сомнения А. Г. Столетов был одним из тех, кто заложил солидный фундамент, на котором строится наша современная советская физика. Заслуги Столетова перед нашей физикой огромны. Его научные труды вне всякого сомнения опережали свой век. Возьмем только три примера. В своей докторской диссертации „О функции намагничения железа" Столетов впервые устанавливает тот факт, что коэфициент намагничения (Столетов называл его функцией намагничения) и связанная с ней величина так называемой магнитной проницаемости по мере увеличения намагничивающего поля сначала растет, достигает максимума и потом вновь убывает. Столетов не только первый открывает этот факт, не только первый разрабатывает один из наиболее совершенных методов измерения этой величины, но и, разбираясь в результатах, добытых его предшественниками, находит и у них подтверждения найденному им закону, которого те не видели. Теперь всякий знает, что с помощью измерений, которые впервые проделал в своей диссертационной работе Столетов, определяются магнитные проницаемости для различных сортов железа и стали и что на основе этих данных ведется проектирование всех генераторов и моторов в современной электротехнике. Вот почему *Столетова смело можно назвать одним из отцов современной электротехники*. Он отлично сознавал, какое огромное практическое значение имеют его исследования магнитных свойств железа. Вот что он пишет на последней странице упомянутой выше его диссертации:

„С другой стороны, изучение функции намагничения железа может иметь практическую важность при устройстве и употреблении как *электро-магнитных двигателей*, так и тех *магнито-электрических машин* нового рода, в которых временное намагничение железа играет главную роль... *Знание свойств железа относительно временного намагничения так же необходимо здесь, как необходимо знакомство со свойствами пара для теории паровых машин*". (Подчеркнуто нами — *А. Т.*).

В этой области Столетов вне всякого сомнения шел впереди науки того времени и не случайно, что он на международных конгрессах электриков выбирался в вице-президенты, как это увидит читатель во второй части настоящего тома, в статьях, где Столетов отчитывается в своей работе на международных конгрессах по установлению электрических единиц. Немногие, например, знают, что при установлении единицы сопротивления — ома — Столетов сыграл не малую роль.

Перейдем ко второму примеру. Немногим известно, что Столетовым был предложен один из наиболее совершенных методов определения отношения электростатических и электромагнитных единиц. Но ему так и не удалось довести до конца это исследование вследствие полного отсутствия возможности построить с тогдашними техническими средствами России необходимый ему прибор. Для нас важно, однако, выяснить, почему Столетов считал необходимым выполнить это исследование. Мы видим, что убедившись в полной невозможности *для него* в Москве преодолеть все трудности, он обращается к Международному конгрессу с предложением общими усилиями осуществить эту работу. Столетов ясно видел, что эта работа в ту пору должна была дать единственную по тому времени опору гениальному обобщению Максвелла, соединившему в одно целое учение о свете и электричестве. Не забудем, что Столетов уже в то время постоянно напоминал о значении работ Максвелла и это было тогда, когда по выражению Больцмана работы Максвелла были для подавляющего большинства физиков „книгой за семью печатями".

Наконец, последняя область, над которой работал Столетов — актино-электрические или, как их теперь называют, фотоэлектрические явления. Здесь Столетов первый вскрыл основные законы явлений и, как каждому физику сейчас известно, не найдется ни одной книги по теории явлений электрического разряда в газах — в каком уголке земного шара ни была издана эта книга, — в которой не излагались бы классические работы Столетова. Но, что особенно важно, разработанные им методы исследования были использованы теми физиками, работы которых привели к открытию радиоактивных процессов. Таким образом, в той области, которой Столетов занимался последние годы своей жизни, он своими работами указал пути, по которым могучим потоком двинулась физика в первые годы XX столетия.

Но значение Столетова в истории русской физики измеряется не только его замечательными по остроумию и изяществу исследованиями, вошедшими, так сказать, в плоть и кровь современной науки.

Не забудем, что Столетов бо́льшую часть своего таланта и сил потратил на то, чтобы создать в Москве, а косвенно, через своих учеников, и в других уголках России те необходимые условия, при которых стала бы возможной научная работа, что было исключительно трудным в отсталой стране, когда руководители этой отсталой страны не хотели азвивать свою технику, свою науку, а стремились в первую голову всю необходимую стране технику выписывать в готовом виде из-за границы. Заслуги Столетова в организации у нас физических лабораторий и строго продуманных лекционных опытов огромны, но на них сейчас мы не будем останавливаться.

Возвращаясь ближе к содержанию работ настоящего собрания сочинений мы должны отметить огромную работу, которую выполнил Столетов для создания необходимой обстановки, без которой немыслима научная работа. Здесь прежде всего необходимо иметь в виду обилие критических исследований. Этими работами Столетов создавал среди тогдашних физиков атмосферу строгой научной критической мысли, без которой немыслима серьезная научная деятельность. В этом отношении у Столетова есть чему поучиться многим из современных ученых, передающих на своих лекциих все, что появляется в научной литературе без строго научной критики. В этом отношении на первом месте стоят блестящие страницы, посвященные теории критического состояния вещества, и его большая статья, посвященная критике диссертации Б. Б. Голицына, который в последние годы своей жизни сделал ряд значительных работ по построению сейсмографов, но в свои молодые годы как раз не обладал тем даром научной критики, каким в совершенстве владел Столетов.

Наконец, последняя черта в деятельности Столетова, которая роднит его с нашей эпохой. Столетов чувствовал, что тогдашняя физика в России страшно отстала от западноевропейской, он с завистью говорил о том, какие могучие центры физической мысли созданы в Западной Европе и по опыту знал, как хорошо там работать. Но с *каким жаром он отстаивал все те хорошие ростки, которые начинали пробиваться тогда у нас, если только этим росткам что-либо угрожало*. В этом отношении для современного читателя будут вполне понятны и близки те чувства, которыми проникнуты статьи, в которых Столетов защищал нашу нарождавшуюся тогда науку от реакционной клеветы проф. Н. Любимова (см. статью „Г. Любимов как профессор и как ученый" во втором томе).

Вот почему даже эти статьи, которые сам автор относил к разряду учено-литературных трудов, несмотря на их почтенный возраст будут с интересом прочтены нашим современным читателем, и если это будет молодой научный работник, то он без сомнения скажет: Да! таким предшественником может и должна гордиться наша советская физика.

А. К. Тимирязев.

6 марта 1939 г.

I

ОРИГИНАЛЬНЫЕ НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

ОБЗОР ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСТВА

Вступительная лекция, читанная 17 сентября 1866 г.

Мм. гг. предметом предстоящего курса будет теория электричества, со включением магнитных явлений.

В сегодняшней лекции я намерен предложить вам краткий обзор различных отделов нашего предмета, еще недавно стоявших совсем отдельно друг от друга, да и теперь еще связанных не совсем прочной нитью. Я постараюсь указать на те главные, руководящие представления, которые лежат в основе современных электрических дисциплин, на главные моменты в историческом развитии этих представлений, преимущественно на последнее время. Подобный очерк кажется мне не лишним вступлением к сложному, разветвленному предмету, из которого только некоторые главы придется нам выбрать для более подробной обработки в ряде последующих лекций.

Обширный материал, лежащий перед нами, почти весь — создание последнего столетия. Математическая теория электричества начинается с закона Кулона, переданного ученому миру в Записках Парижской академии за 1785 г.

До 1800 г. явления так называемого статического электричества были единственными известными фактами нашей науки, не считая явлений магнитных, стоявших совсем особо. Уже первые исследователи электрических явлений искали им объяснения в особой, необыкновенно легкой или вовсе *невесомой* материи — электрической *жидкости* (fluidum). Дюфэ, открыв экспериментально различие между электричествами разных источников, вводит представление о *двух* жидкостях, притягивающих одна другую и отталкивающих каждая свои собственные частицы. Эта *дуалистическая* теория Дюфэ и Симмера взяла окончательно перевес над так называемой *унитарной* гипотезой Ватсона, Франклина и Эпинуса. Последняя, как известно, объясняла положительное и отрицательное электризование тела как накопление и как отнятие *одной* электрической материи, нормальное количество которой внутри тела соответствует естественному состоянию — средней смеси дуалистической гипотезы. Повидимому, более простая, унитарная гипотеза теряет свою соблазнительность при более подробной обработке. Притом, за исключение одного из электричеств, ей приходится платиться новыми гипотезами довольно сомнительного свойства. Позднейшие части электрической теории (учение о движущемся электричестве) разработаны почти исключительно с точки зрения дуализма.

Тела, в которых обнаруживаются электрические явления, различно относятся к этим гипотетическим жидкостям. В одних эти последние могут свободно перемещаться: частицы весомого вещества нисколько их не задерживают. В других — электричества, повидимому, так крепко пристают к весомым частицам, что могут двигаться не иначе, как увлекая и их с собою. Какого рода силы их удерживают, как действует весомая материя на материю электрическую, — эти вопросы до сих пор остаются весьма темными. Как в механике составляют себе понятие об идеально неупругом твердом теле, об идеальной жидкости или газе, не вдаваясь в молекулярный анализ этих свойств, так и в учении об электричестве установилось понятие о *совершенном изоляторе* и *совершенном проводнике*.

Изложенных принципов было достаточно, чтобы понять, каким образом одне и те же силы — *взаимодействия электрических масс* — дают начало явлениям двоякого рода. С одной стороны, от них зависит перемещение самого электричества внутри проводников — распределение его сообразно с внешними условиями; с другой — электричество может увлекать с собой весомые части, там где движение его иным способом невозможно, и производить видимые передвижения тел, его несущих.

Найти закон, по которому происходит взаимное притяжение и отталкивание двух элементов электричества, — вот что нужно было, чтобы построить математическую теорию известных электрических явлений. Этот закон открыт Кулоном. Этот закон есть тот же закон квадратов расстояний, который в руках Ньютона и его продолжателей истолковал с такой величественной простотой механику вселенной. Такое тожество исходных пунктов обеих теорий весьма ускорило разработку электростатики. Анализ, созданный творцами небесной механики, как раз пригодился для нового учения.

Общая задача электростатики сформулировалась таким образом. В изолирующем пространстве, где действуют данные электрические силы — *в поле электрического действия,* — помещено некоторое число проводников данной формы и данного положения, каждый с известным количеством свободного электричества (и с неисчерпаемым запасом среднего[1]. Определить размещение электричества в каждом проводнике.

Решение этого вопроса заключает почти всю теорию статического электричества. Электризация чрез сообщение и чрез влияние, разряжающее действие земли, свойство остриев, движения наэлектризованных тел, накопление электричества в лейденской банке и условия ее разряда (не говорим о самом процессе разряжения) — все это объясняется из условий электрического равновесия; всему этому закон Кулона дал неожиданно простую теоретическую основу.

Понятно, что решение электростатического вопроса во всей его общности, без всяких ограничений относительно формы и числа проводников, недоступно для современного анализа. До сих пор задача решена лишь для немногих частных случаев; но сделанного достаточно для физика, чтобы дать полный кредит этой главе электрической теории, вполне оправданной опытом во всех ее проверенных последствиях. Затем дальнейшее распространение задачи представляет уже более математический, чем физический интерес. Таковы изящные работы Ламе, которые разом, с одной общей точки зрения, расширяют круг доступных задач не только для теории теплоты и упругости, но и для электростатики.

Самым простым из частных случаев занимающего нас вопроса является задача о равновесии электричества на шаре, помещенном в данном поле электрического действия.

---

[1] Т. е. в одинаковых количествах положительного и отрицательного. *(Ред.)*

Весьма важный отдел небесной механики — учение о притяжении сфероидов — пришелся весьма кстати для сказанной задачи. Математически говоря, вопрос о форме жидкого сфероида под влиянием тяготеющих к нему масс и вопрос о распределении электричества на шаре — не более как видоизменения одной и той же аналитической проблемы. И вот 3-я книга „Небесной механики“ Лапласа, трактующая о притяжении сфероидов, заключает в себе все элементы для электростатики шара.

Пуассон в своих двух мемуарах (1811 г.) делает второй шаг, усложняя задачу. Анализом, в высшей степени оригинальным и остроумным, он решает вопрос о двух шарах, помещенных в поле их взаимного действия. Здесь электростатика уже не довольствуется готовыми приемами анализа. Здесь — как часто случалось в истории нашей науки — задача физики сама выдвигает новый математический вопрос. На этот раз это был вопрос о *функциональных уравнениях*. По данному соотношению между величинами функции для данных аргументов, найти вид функции. „Трудно указать работу, — говорит Араго, — где бы соединялось столько остроумия, столько приемов анализа, изобретательных уловок, сколько видим их на каждой странице пуассоновых мемуаров об электричестве“.

Позднее встречаем новое направление в развитии электростатики. В 1828 г. англичанин Джордж Грин, в Ноттингаме, издает небольшую книжку под скромным заглавием „Опыт приложения анализа к теориям электричества и магнитизма“. Книжка эта до сих пор служит предметом удивления для занимающихся теоретической физикой. Здесь, не расширяя круга тех частных приложений, какими были задачи Лапласа и Пуассона, автор останавливается на некоторых общих результатах, которые сумел он вычитать из уравнений, формулирующих электростатическую задачу. Он останавливается с особенным вниманием на той функции, которой он дал название *потенциальной*, и берет ее за исходную точку своих изысканий. Он указывает ее значение в различных вопросах электростатики и из некоторых очевидных свойств ее выводит следствия великой важности и общности. Он первый дает точные основы для трудной теории конденсатора.

В дополнение к трактату Грина, не вдруг приобретшему заслуженную им известность, является в 1840 г. мемуар

Гаусса о силах, действующих по закону квадратов расстояний. Знаменитый геометр доказывает здесь с своей обычной строгостью общие теоремы о потенциале, из которых многие уже даны в трактате Грина, и с помощью их доказывает *возможность и определенность* (Eindeutigkeit) *решения общей задачи электростатики.* Важное преимущество, которого лишены многие вопросы математической физики: им часто не достает именно этой санкции со стороны анализа — математического подтверждения, что постановка задачи, основанная на известных опытных законах, вполне достаточна и не заключает в себе никаких внутренних противоречий.

Здесь я позволю себе остановиться на некоторых понятиях, введенных преимущественно работами Грина и Гаусса.

Мы видели, в чем состоит общий вопрос электростатики. Есть одно простое положение, которое содержит в себе *implicite*[1] ответ на сказанный вопрос; оно понадобится нам в нашем дальнейшем рассказе.

Представим себе поле электрического действия и в нем — электрический полюс — точку, занятую положительным электричеством, количество которого примем равным единице. Вообразим себе, что эта точка передвигается, не изменяя своим влиянием (своею индукцией) того электрического распределения, какое существует в данном поле. Сначала унесем наш полюс на расстояние бесконечное — на расстояние, где данные силы не оказывают заметных действий. Из этого бесконечного удаления станем приближать его (с постоянной скоростью), и остановим в какой-нибудь данной точке A нашего поля.

При своем перемещении до этой точки наш полюс находился под влиянием электрических сил, которые то способствовали, то противились его движению. На языке механики говорят, что при этом совершена известная *работа* против действовавших сил и работа эта имеет определенное аналитическое выражение. Так в частном случае, когда данное поле производится одной массой, также равной $+1$, сказанная работа будет *обратная величина* расстояния двух масс, т. е. $\frac{1}{r}$, если r их расстояние.

[1] В неразвитом виде. *(Ред.)*

Эта-то величина — *работа, совершонная при перемещении электрической единицы из бесконечного расстояния в точку A*, — называется *потенциалом* электрического поля в этой последней точке. Ясно, что потенциал есть функция трех координат точки A (функция точки). Эта функция играет чрезвычайно важную роль в теоретической физике вообще и в теории электричества в особенности.

Введя такой термин, выразим условие электрического равновесия проводника в электрическом поле. Вот это условие: во всех внутренних точках проводника потенциал имеет одну и ту же величину.

В самом деле, в каждой точке, взятой внутри проводника, силы должны уничтожаться; ибо если они в какой-либо точке не приводятся к нулю, то, действуя по противоположным направлениям на разноименные электричества, сосредоточенные в этой точке в виде средней смеси, они будут разгонять их в разные стороны и изменять электрическое состояние тела. Но если силы повсюду равны нулю, то переход из одной точки A проводника в другую B не сопровождается никакой работой, а эта-то работа и составляла бы приращение потенциала на пути из A в B. Итак, потенциал в A и B один и тот же.

Повидимому, немногое выигрывается новой терминологией: не все ли равно сказать „силы уравновешиваются" или „потенциал постоянен". А между тем введение потенциала вместо других понятий, свойственных вопросу, необыкновенно облегчает задачу электростатики. Оно приводит все искомые к одной неизвестной функции. Задача ставится теперь следующим образом: данные проводники помещены в данном электрическом поле; найти потенциал для каждой точки поля. Знание потенциала даст нам все остальное.

Введение потенциала оказывает важные услуги и в других частях учения об электричестве, к которым мы обращаемся теперь.

В последние годы XVIII века область электрических явлений расширяется открытием гальванического тока. Уже главный виновник этого великого открытия, знаменитый Вольта, сводит новый круг явлений на процесс *движения* того самого электричества, которое, в спокойном состоянии, дает начало фактам до тех пор известным. Идею о движении электричества, как источнике явлений, отличных от электростатических, находим еще у Франклина: такое движение признает он в разряде лейденской банки, где оно является при соединении обкладок, как следствие изменившихся условий равновесия. Там это движение электричества представлялось как процесс мгновенный, переходный; но вот открывается случай как бы постоянного, неиссякающего разряда — движение *стационарное*.

Чем поддерживается, как происходит это движение? На эти вопросы долго не умели отвечать сколько-нибудь ясными представлениями. Участие известных электростатических сил в процессе тока было оставлено без точного анализа. Непосредственной причиной электрической циркуляции является *электродвижущая сила*. Это не *сила* в общепринятом смысле слова, но какая-то особая причина sui generis [своего рода *(Ред.)*], непонятным путем возникающая у спая двух разнородных тел *. Она мешает нормальному равновесию, поддерживая определенный избыток электричества по одну сторону спая — избыток, беспрерывно выравнивающийся чрез прочие спаи цепи и беспрерывно возобновляемый **. Недостаток ясного механического представления о том, что происходит на спаях, очевиден. Позднее на электродвижущую силу стали смотреть как на неравное притяжение соприкасающихся тел к электрическим жидкостям; здесь уже больше определенности. Но как именно и в какой мере такое притяжение изменяет нормальный электростатический порядок, и отчего оно не устанавливает в цепи нового статического распределения жидкостей, а делается источником непрерывного тока, это было не ясно. Чем определяется граница той особой деятельности, которая обнаруживается на электровозбудительном спае? Количество электрических жидкостей, ею разлагаемое, зависит ли и как зависит от величины и формы спаянных тел, от поверхности спая? В ответ на это прибегали к неясному эмпирическому термину *напряжения*, в котором смешивали различные понятия ***, лишь впоследствии строго

---

* Для краткости будем называть спаем поверхность соприкосновения каких бы то ни было двух тел, твердых или жидких.

** Удерживаю язык унитарной гипотезы, которой следовал Вольта.

*** Вот, например, как выражается Беккерель (Traité d'Electr. éd. 1855, t. 1, p. 19): „Nous emploierons... la dénomination de tension électrique, pour exprimer l'intensité de l'électricité ou du moins разобранные английскими и немецкими учеными. Точный ответ на вопросы получен, как увидим, лишь в последнее время.

Первый опыт математической постановки вопроса о стационарном токе делает Ом в своей знаменитой книжке „Die galvanische Kette mathematisch bearbeitet“ (1827 г.). Книга написана довольно темно, и взгляды Ома долго не находили себе оценки. У самих немцев Фехнер, несколько лет спустя, указал на важные результаты омова исследования и, как говорят, перевел книгу Ома на немецкий язык.

Основы, на которых построена теория Ома, в сущности не имеют ничего общего с тем, что было известно об электрических силах. Руководящей идеей служит представление об обмене электричества между двумя неравно наэлектризованными частицами. Прямо допущено, что этот обмен происходит по тому же закону, какой принят в теории теплопроводности; роль температуры играет *электроскопическая сила* частиц: термин, равносильный напряжению. Относительно электровозбудительных спаев цепи принято как факт, что здесь поддерживается постоянная разность электроскопических сил. Эта неточная аналогия между током тепла и током электричества ведет к тому заключению, что в проводнике, равномерно наполненном свободным электричеством, последнее останется в равновесии; между тем как опыт и электростатика говорят, что для равновесия оно должно перейти на поверхность тела. Самое движение электричества является (говоря языком унитарной гипотезы) как бы стоком свободного электричества от сильнее наэлектризованных частей проводника к менее наэлектризованным. Средняя жидкость цепи, как будто, вовсе не участвует в процессе, и все явления тока приписываются свободному электричеству, хотя оно даже при сильных токах довольно незначительно.

Подобная нить соображений навела Ома на много результатов, оправданных опытом и заключающихся в его

---

l'effort que fait celle-ci pour s'echapper de chaque point d'un conducteur“ [„Мы будем употреблять... обозначение электрического напряжения для выражения интенсивности электричества или, по крайней мере, для выражения усилия, которое делает последнее, с тем, чтобы ускользнуть с любой точки проводника“ *(Ред.)*].

известных законах. Но они более угадывались, чем выводились в его теории; принципы ее подлежали важным поправкам. Эти поправки предложил один из первоклассных физиков нашего времени, гейдельбергский профессор Г. Р. Кирхгоф (1849 г.). Он первый выразил ясным математическим языком, в духе дуалистической гипотезы, те условия, которые могут вести к постоянному току электричества в замкнутой системе проводников. Проследим ход его соображений.

Мы знаем, что при равновесии электричества на одном изолированном проводнике, потенциал содержащегося в нем свободного электричества должен быть одинаков во всех внутренних точках проводника. Когда свободного электричества нет, то средняя жидкость равномерно разместится внутри тела.

Что будет, если к такому проводнику приложим другой? Понятно, что если последний состоит из того же вещества, как предыдущий, то полученная система будет не что иное, как один проводник новой формы и большего размера. Но пусть новое тело отлично от прежнего по своей химической натуре или, общее, по своему молекулярному состоянию. В этом случае, как и прежде, в каждом проводнике, отдельно взятом, потенциал электричества всей системы будет постоянен; но не меняется ли он при переходе из одного тела в другое?

Главная догадка Кирхгофа, вполне оправданная верно понятым опытом, состоит в том, что действительно потенциал меняется при переходе через поверхность спая. Чтобы объяснить такое изменение, Кирхгоф обращается к тем неисследованным силам, с которыми весомые частицы тел действуют на электричество на неприметных расстояниях *. Делая об этих силах те простые допущения, которые послужили Лапласу для теории сил капиллярных: что они

---

* В своих печатных статьях Кирхгоф воздерживается от всякого определенного представления о причине разрывности (discontinuité) потенциала в цепи: он принимает ее как указание опыта. Я позволил себе выразиться определительнее, пользуясь изустными лекциями гейдельбергского профессора. Допущение тех сил, о которых идет речь в тексте, уясняет многие факты в области электричества; хотя для заметных расстояний взаимодействие между материей электрической и весомой в дуалистической гипотезе можно всегда считать равным нулю.

весьма быстро убывают с удалением от действующего центра и что они зависят от молекулярной натуры тела, мы убедимся, что действие их на частицы электричества, лежащие у границы двух проводников, должно именно вести к тому, чтобы потенциал при переходе чрез эту границу претерпевал внезапное (весьма быстрое) изменение — скачок. Величина этого изменения не зависит ни от формы тел, ни от величины пограничной поверхности: она единственно обусловливается молекулярными свойствами двух тел.

При таких условиях, распределение электричества на двух разнородных проводниках, понятно, будет отличаться от того, какое было бы на одном теле, имеющем форму данной пары. Среднее электричество разместится уже не в виде равномерной смеси: в одном теле окажется избыток $+E$, в другом избыток $-E$, и эти свободные жидкости займут внешнюю поверхность обоих тел и поверхность их спая.

Пойдем далее. К второму проводнику приставим третий, так что получится ряд трех различных тел. Опять те же причины произведут такое размещение электричества, при котором между двумя последними проводниками образуется разность потенциала, приличная их молекулярным свойствам. Мы получим в первом теле потенциал A, во втором B, в третьем C; причем $B-A=e$ и $C-B=e'$ вполне определяются молекулярным строением данных тел.

Что же произойдет, если соединим третий проводник с первым и таким образом составим замкнутую цепь?

Градация потенциала на прежних спаях *1—2* и *2—3* должна остаться та же, как и прежде: без этого равновесие невозможно. Но, сверх того, на вновь полученном спае *3—1* разность потенциалов e'' должна оказаться такой, какой требуют свойства тел *3* и *1*. Но эти три условия не всегда согласимы между собой. Для того чтобы они совместно выполнялись, нужно, чтобы между тремя электрическими разностями (разностями потенциалов) существовало известное соотношение. Необходимо, чтобы сумма $e+e'+e''$ равнялась нулю. Это — то соотношение, которое в менее точно выраженной форме известно было под именем *закона Вольты для проводников 1-го класса.*

Но не все проводники следуют закону Вольты. Если в нашей цепи есть хоть один проводник 2-го класса, то *равновесие электричества в системе невозможно* и будет *непрерывное движение.* Электрические силы внутри системы уже не приводятся к нулю; каждая частица электричества находится под влиянием этих сил, движущих $+E$ в одну, $-E$ в другую сторону и производящих разложение средней смеси цепи. Этот запас средней жидкости, который ничем не проявлял себя до замкнутия цепи, приходит в движение и становится, как увидим, источником *электродинамических явлений.* Вследствие *сопротивления* частей цепи (сущность его объяснена еще очень мало), это движение электричества поддерживается лишь до тех пор, пока действуют электрические силы. Количество жидкостей, протекающее через данную элементарную площадь, пропорционально силе, которая на ней действует. От влияния сопротивлений, ток, вскоре по замкнутии цепи, устанавливается (делается стационарным), и когда он установился, то количества той или другой жидкости, протекающие в единицу времени чрез поперечные сечения линейных частей цепи (проволок), будут везде и всегда одинаковы.

На этой точке зрения мы стоим совершенно независимо от знаменитых споров между электрохимиками и приверженцами контакта. Вам известны главные положения и главные доводы той и другой партии. Как самое общее и беспристрастное выражение фактов, мы допускаем электрическую разность на всякой границе двух неодинаковых тел; здесь она больше, там меньше или даже равна нулю. Но *ток электрический,* как свидетельствует опыт и как выходит из предложенных соображений, возможен лишь в том случае, когда в цепи есть хоть один проводник 2-го класса. И что такой проводник должен во время тока подвергаться некоторым существенным и остающимся изменениям — это следует из того великого закона природы, утверждение которого составляет самый славный подвиг естествоведения за последние 25 лет: я говорю о *законе сохранения энергии* *. Этот закон скажет нам, что если в системе масс, не имеющих заметного движения, развивается сама собой теплота (как бывает в цепи во время

* Удерживаю термин *энергия* в том смысле, как употребляет его Ранкейн. Слово *сила,* употребляемое Гельмгольцом как общее обозначение живых сил (actual energy) системы (в том числе и явной теплоты, измеренной в механических единицах) и *запасных* сил (Spannkräfte, potential energy), уже имеет в механике другое, общепринятое значение.

тока), то необходимо сопряжены с этим какие-либо внутренние, скрытые перемещения в системе — перемещения, вследствие которых состояние ее в конце рассматриваемого времени уже в сущности не то, что в начале. Такими скрытыми перемещениями являются химические процессы, всегда происходящие в гидроэлектрической цепи, как скоро в ней есть ток. Таким образом сохранение закона Вольты для тел, не подвергающихся под действием тока какому-либо остающемуся молекулярному изменению, есть необходимое следствие сохранения энергии.

Вот сжатый очерк новой теории тока, менее других частей нашего предмета вошедшей в общую известность. В ней есть пробелы, пополненные лишь с помощью гипотез; но эти гипотезы касаются пунктов, не решенных опытом, и не стоят в разладе с современной электростатикой. Уравнения тока, данные Кирхгофом, до сих пор подтверждались во всех своих приложениях не только к линейным частям цепи, но и к телам других форм. Я нарочно остановился несколько подробнее на первых двух отделах учения об электричестве — на электростатике и на теории стационарного тока. Именно эти отделы будут занимать нас наиболее в течение настоящего академического года. Сделаем краткий обзор остальных частей нашего предмета.

Параллельно с разработкой теории процессов, происходящих внутри гальванической цепи, новые крупные факты обогащают учение об электричестве: открыты действия тока на расстоянии (Fernwirkungen). В 1820 г. знаменитый опыт Эрстеда и сопровождающие его открытия Араго (намагничивание посредством тока) и Ампера (взаимодействие токов) связывают область электрических явлений с областью магнитизма; в 1832 г. Фарадей открывает индукцию токов.

Новые факты требуют новых усилий теории; но на этот раз известные доселе теоретические принципы оказались недостаточными для нового круга явлений. Созидая теорию последних, нужно вновь возводить и самый ее фундамент. И вот в несколько недель возникает гениальная теория Ампера, который из немногих, невзрачных и даже небрежно выполненных опытов угадывает элементарный закон электродинамических взаимодействий. Элементы проводников текущего электричества оказались центрами сил, отличных от взаимодействий наэлектризованных частиц. Особенность этих сил в том, что они зависимы от направления данных (линейных) элементов, определяющего собой направление токов. Мы видели, что взаимный потенциал двух электрических единиц есть обратная величина их расстояния. Потенциал элемента одного замкнутого линейного тока на элемент другого не только обратно пропорционален их расстоянию, но, кроме того, пропорционален косинусу взаимного наклонения двух элементов. На подобных началах * воздвигает Ампер стройную теорию взаимодействий токов и смелым обобщением опытных данных обращает учение о магнитизме в одну главу электродинамики.

История магнитных явлений, известных сперва в железе и стали, а потом признанных во всех телах — то как *пара-*, то как *диа*-магнитизм, — сначала шла отдельным путем. Для объяснения магнитных явлений приняты были два новые невесомые, вполне подобные двум электрическим жидкостям. Подобно последним, они притягиваются одно другим и отталкивают каждое свои собственные частицы. Что характеризовало этот круг явлений, это — отношение магнитизмов к несущему их веществу. Весомое магнитное тело относится к ним не как изолятор и не как проводник, но как нечто среднее: оно позволяет им перемещаться, выделяться из средней смеси в свободное состояние, но лишь в известных границах: каждая жидкость не переступает известных расстояний, она остается в одном и том же *магнитном элементе*. Закон магнитных взаимодействий — опять тот же закон Кулона или Ньютона: ряд строгих опытов Гаусса, выполненных с астрономической точностью, не оставил в том ни малейшего сомнения.

Необходимость обращаться, в вопросе о распределении магнитизма в телах, к представлению о магнитных элементах или атомах, неизвестной формы и неизвестной группировки, — это обстоятельство делает теорию магнитного равновесия — даже в простейшем случае, в случае мягкого железа — несравненно более трудной и менее надежной, чем теория электростатическая. Тем не менее Пуассон, введя несколько простых гипотез, дает опыт подобной теории, который можно считать первым приближением к

* Основная формула Ампера несколько сложнее; но для всех тех случаев, когда речь идет о замкнутых токах, она, как показал Нейман, может быть заменена более простой формулой, переданной в тексте.

решению этого трудного вопроса (1824 г.). Продолжателями Пуассона являются Грин, Нейман и Кирхгоф.

Открытия 1820 г., созидая *электромагнитизм*, дают другое направление теоретическим работам по магнитизму. Главная теорема Ампера, определяющая отношение электродинамики к магнитизму, состоит в следующем. Весьма малый замкнутый ток или, если угодно, весьма малый соленоид, во всех своих механических действиях на расстоянии вполне тожествен с магнитным элементом. Отсюда понятное стремление — упразднить гипотезу о магнитных невесомых и признать магнитные элементы тел элементарными соленоидами: стремление, не уничтожающее теоретических выводов Пуассона, а лишь обязывающее перевести их на новый язык. С этих пор электродинамика, электромагнитизм и магнитизм получают одно общее начало в основной формуле Ампера.

Теория индуктивных явлений создается значительно позднее. В 1845 г. Ф. Нейман, взяв в основание эмпирический закон Ленца о направлении индуктивного тока и доказанную на опыте пропорциональность его с током индуцирующим, дает элементарную формулу индукции. Построенная на ней теория в главных чертах вполне согласна с опытными фактами. Главная теорема ее такова: количество электричества, перемещенное в бесконечно малый промежуток времени в элементе индуцируемого проводника, пропорционально соответственному изменению потенциала данного поля на этот элемент* (и, сверх того, обратно пропорционально сопротивлению проводника). Теорема, почти в то же время указанная Гельмгольцом, как следствие принципа о сохранении энергии. В связи с амперовым толкованием магнитизма она приводит к следующему положению. Системы токов и магнитные распределения, если они тожественны между собой в своих механических взаимодействиях, вполне одинаковы и в своих индуктивных свойствах. Это положение вполне оправдано прямыми измерениями В. Вебера: новое торжество того взгляда, который связал магнитизм с электродинамикой.

И теория Ампера, и теория Неймана стоят отдельно от электростатики и учения о процессе тока. Каждая берет

---

* При вычислении этого потенциала воображают себе, что в элементе идет постоянный ток, сила которого равна единице.

за точку отправления новый, особый, почерпнутый из опыта закон. Та и другая, как будто, забывает об *электрической* природе изъясняемых явлений — о том, что имеет дело с тем же самым электричеством, которое, в других условиях, подчиняется теории Кулона, Пуассона и Грина. Та и другая не решаются итти до окончательного анализа явлений, свести их на взаимодействия электричеств между собою и с весомым веществом. Этим, правда, и выиграли многое обе теории: все их содержание, от начала до конца, не зависит от принятых представлений о сущности электричества. Тем не менее естественно было желание связать общей теоретической нитью область электродинамики с той гипотезой, которая удовлетворительно объясняла факты электростатические. Такую попытку сделал Вильгельм Вебер (1846 г.).

Убедившись, что закон Кулона, в применении к движущимся электрическим жидкостям, не дает амперовой формы, Вебер сумел обобщить его таким образом, что для покоящегося электричества новый закон совпадает с прежним, а для токов — приводит к формуле Ампера. Мало того, этот же закон, в применении к среднему электричеству проводника, движущегося в поле магнитных сил *, приводит к теореме Неймана об индукции.

Закон Вебера можно выразить так. Мы видели, как выражается взаимный потенциал двух электрических единиц, когда они в покое. Если одна или обе массы движутся, то их потенциал, в данный момент времени, является уменьшенным на известную долю своей величины — на долю, пропорциональную квадрату относительной скорости двух масс. К электростатическому потенциалу $\frac{1}{r}$ присоединяется фактор $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$, где v — относительная скорость, а c — постоянный коэфициент. Это c есть та относительная скорость, при которой потенциал двух масс обращается в нуль.

Две равные и разноименные массы электричества $+e$ и $-e$, сосредоточенные около одной точки проводника, не действуют на внешнее электричество, когда оно в покое.

* Или, общее, проводника, в котором электродинамический потенциал изменяется с течением времени.

Но если они движутся в разные стороны, как бывает в гальванической цепи, то действия их на третью массу e', тоже *движущуюся*, уже не уравновешиваются, а дают некоторую равнодействующую. Пусть эта третья масса принадлежит другой цепи, где навстречу ей идет равная и противоположная ей масса $-e'$. Равнодействующая сил, с какими система $(+e, -e)$ действует на систему $(+e', -e')$, стремится сблизить или отдалить две системы. Но, при невозможности вырвать электрические массы из их проводников, эта равнодействующая *передается весомой материи* последних и заставляет их или сближаться, или отталкиваться.

Другого рода процесс получит место, если электрические массы 2-го проводника движутся обе в одну сторону — когда мы передвигаем самый проводник, который представим себе замкнутым, но лишенным тока. Здесь, как покажет простое вычисление, силы, равные и противоположные, будут действовать на электрические массы в частице передвигаемой системы. Эти силы не изменяют непосредственно движения самой системы, но будут *разгонять в разные стороны ее электричества* — будут возбуждать в ней ток. Это — процесс индукции.

Основной электрический закон Вебера по своей оригинальной форме способен внушить некоторое недоверие: как-то не хочется подчинять ему такой простой закон, как кулонов. Кроме того — и это конечно важнее — не доказана *необходимость* веберова закона, хотя *достаточность* его для теории наиболее изученных явлений нельзя не признать. Как бы то ни было, это — единственное известное выражение, соединяющее в одном алгебраическом биноме всю сумму исследованных фактов электричества.

Королларием[1] этой связи между различными частями нашего предмета и этого приведения их к теории механических сил, исходящих из весомой и электрической материи, является общая система мер, установленная Гауссом и Вебером. В ней все единицы, какие нужны для измерения различных величин, встречающихся в этом отделе физики, выводятся из трех основных понятий механики — из понятий протяжения, времени и массы. Это — система *абсолютных* или *механических единиц*.

---

[1] Следствием. (*Ред.*)

Мм. гг., в этом беглом очерке я не касался многих пунктов, в особенности тех, которых теоретическая разработка, вследствие особенной трудности, достигла наименьшего совершенства. Я не останавливался на свойствах несовершенных изоляторов, на процессе возбуждения электричества трением и теплотой, на теории электролиза и нагревания цепи, на задерживающих силах тел магнитных, на явлениях магнетокристаллических и явлениях диамагнитизма. Все эти явления более, чем прочие, требуют от нас ближайшего знакомства с молекулярным строением материи и теми силами, которые действуют между частицами ее на неприметных расстояниях. Теория этих процессов покамест не может итти далее общих соображений и грубого приближения к действительности.

Мой обзор кончен. В нем я постоянно удерживал гипотезу об электрических жидкостях. Новая наука, упростив число невесомых исключением теплорода и магнитных материй, пытается пошатнуть и это положение, удержанное нами как основное. Происхождение центров электрических действий стараются вывести из некоторых динамических процессов той невесомой среды, которая с наибольшим правом утвердилась в теоретической физике, — светоносного эфира. В фактах, тесно связывающих обе сферы явлений — свет и теплоту с одной стороны, электричество с другой, — в таких фактах нет недостатка. Стоит только напомнить знаменитый опыт Фарадея, где магнитные силы изменяют поляризацию лучей света или тепла. Стоит заметить другой любопытный факт. Скорость электрической волны, пробегающей в замкнутой линейной цепи в моменты, предшествующие образованию стационарного тока, — скорость, вычисленная на основании закона Вебера и с его же числовыми данными, — ближе подходит к средней цифре скорости света, найденной Физо, чем отдельные результаты этого наблюдателя. Тем не менее мы не имеем еще теории, достаточно разработанной с этой новой точки зрения, — теории, которая бы в простоте и ясности основных представлений, в свободе от побочных гипотез и натяжек, не уступала общепринятому взгляду. С другой стороны, в истории электричества мы не натолкнулись еще на такие факты, которые прямо и решительно противоречили бы идее о двух жидкостях, как противоречил прежней теории света факт интерференции лучей. И если наступит время для новой теории, все существенное, что сделано доныне и с нынешней точки зрения, не потеряет своей цены. Основные законы электростатики и электродинамики, насколько они проверены в своих последствиях опытом, останутся попрежнему сводом существующих фактов, их простым и общим выражением. Изменится лишь язык, на котором они выражены, те механические представления, в которые они облечены.

Если теперь, припоминая еще раз все нами сказанное, мы спросим себя: какие идеи можно отметить как наиболее общие и характеристичные в новой истории этого отдела теоретической физики, какие стремления указывал и вырабатывал весь ход его судеб? — то это будут те же идеи, которые находим и в других частях нашей науки. Как на главнейшие из них, можно указать: во-первых, на это стремление освободиться от тех недоступных прямому опыту и мало понятных нам imponderabilia [невесомых (*Ред.*)], которыми еще недавно изобиловала физика и из которых, быть-может, только одна космическая среда удержится в физике позднейшей. В этом отношении физика невесомых счастливее современной химии. С другой стороны, такой же основной идеей является все сильнее возрастающая потребность проникнуть глубже в законы тех скрытых, тонких и изменчивых молекулярных сил, которые действуют между частицами материи на неприметных расстояниях. Эти силы все больше и больше напрашиваются на точный анализ, и незнание их все ощутительнее стесняет шаги науки. И наконец, всем этим руководит и всему этому служит источником то великое стремление физики, которое ищет свести все явления физического мира, в их объективном истолковании, на явления равновесия и движения, и сделать рациональную физику приложением и распространением рациональной механики [1]. Идея, так определенно

---

[1] Это положение, высказанное Столетовым, является по существу с философской точки зрения механистическим, что вполне понятно, принимая во внимание ту эпоху, когда эти мысли были высказаны Столетовым. Однако было бы ошибкой на основании одной этой высказанной им мысли зачислить Столетова в число последовательных механистов. Так, в речи „Гельмгольц и современная физика“ (см. II том сочинений Столетова) он определенно говорит, что само содержание механики изменяется (речь идет о механике Герца) и что под механикой он разумеет эту более расширенную механику: „При этом механику мы разумеем в общем смысле слова, как физическое учение о движении“. (*Ред.*)

завещанная Ньютоном в этих простых и глубоких словах предисловия к его „Principia“: Omnis enim philosophiae difficultas in eo versari videtur, ut a phaenomenis motuum investigemas vires naturae; deinde an his viribus demonstremus phaenomena reliqua. [1]

1866 г.

---

[1] „Ибо усматривается, что вся трудность философии заключается в том, чтобы на явлениях движения изучить силы природы; а потом на основе этих сил доказать прочие явления“. (*Ред*).

ОБЩАЯ ЗАДАЧА ЭЛЕКТРОСТАТИКИ И ЕЕ ПРИВЕДЕНИЕ К ПРОСТЕЙШЕМУ СЛУЧАЮ[1]

Читано 15 февраля 1869 г. в Московском математическом обществе

В предлагаемом труде рассматривается задача о равновесии электричества на проводниках в ее общем виде: берется произвольное число проводников, сплошных или полых, в присутствии произвольного комплекса неподвижных электрических полюсов.

Можно доказать, что и в этой общей форме задача об электрическом равновесии *допускает* решение, и притом только одно, так же, как это имеет место для случая одного проводника. Это обобщение знаменитой теоремы Гаусса, в несколько упрощенной форме, составляет начало нашей статьи.

Далее в ней показано, каким образом, с помощью некоторых синтетических соображений, решение общего вопроса приводится к решению бесчисленного ряда задач более простого типа. В каждой из таких элементарных задач дело идет лишь об *одной замкнутой* (*проводящей*) *поверхности*, притом в *изолированном* состоянии.

Повидимому, такая обработка вопроса принесет мало пользы, предлагая нам только неприложимую схему решения и не позволяя доводить вычислений до конца. Однако же эта общая схема 1) дает искомому решению известную наглядность; 2) может служить для приближенных вычислений там, где точное решение недостижимо; 3) в одном важном частном случае — в вопросе о сферических проводниках — действительно приводит к полному решению задачи.

[1] Напечатано в *Математическом Сборнике*, т. IV 1869 г.

Это приведение общей электростатической задачи к ряду простейших основано на двух теоремах, из которых одна первоначально предложена английским геометром Морфи, другая принадлежит современной знаменитости по части теоретической физики — Вилльяму Томсону.

Принципы Морфи и Томсона изложены у них для частных случаев, с намеками на дальнейшие приложения. Обобщая эти приемы и полагая их в основу при изложении целой электростатики, мы считали свой метод в известной степени оригинальным. Только при окончании труда пришлось нам познакомиться с мемуаром Липшица в *Crelle's Journal*, Bd. 61, где проводится та же основная мысль. Если и после того мы думали, что труд наш будет не лишним, особенно для русской математической литературы, то к этому побуждали следующие обстоятельства: 1) Статья Липшица изложена весьма сжато, предполагает близкое знакомство с предыдущей литературой предмета и не отличается простотой и естественностью доказательств. 2) Весьма существенный пункт вопроса, именно сходимость рядов, получаемых по приемам Морфи, затронут у Липшица лишь в виде намека и то не совсем точного. 3) Ближайшее и наиболее важное приложение метода к общей теории шарообразных проводников оставлено в стороне.

Эта последняя часть нашего труда — теория двух и более сферических проводников — составит особую статью. До сих пор, сколько нам известно, с такой точки зрения разобран только случай двух изолированных шаров: он изложен Томсоном в *Philos. Magazine* 1853 г., откуда перешел в Beer's „Einleitung in die Elektrostatik etc.“

Важнейшая литература предмета указана в подстрочных примечаниях.

§ 1. От чего бы ни зависело наэлектризованное состояние тела, электростатические явления сводятся к тому, что известные точки тела оказываются центрами взаимных сил, действующих по закону квадратов расстояний. Движущая сила, происходящая от взаимодействия двух наэлектризованных материальных точек A и B на расстоянии r есть $\frac{e \cdot f}{r^2}$, где один фактор e зависит только от электрического состояния точки A, другой f — только от состояния B. Эти факторы называем *электрическими массами* двух точек.

Если за единицу расстояний примем метр, за единицу движущих сил $\frac{\text{метр} \times \text{грамм}}{(\text{секунда})^2}$, то единица электрической массы будет $(\text{грамм})^{1/2} \times (\text{метр})^{3/2} \times (\text{секунда})^{-1}$. Силу считаем > 0, если она стремится увеличить r.

В теле конечных размеров мы можем представлять себе центры электрических сил (*электрические полюсы*) или в виде отдельных точек, или же в непрерывной последовательности — в виде электрических линий, поверхностей, объемов. В последнем случае называем плотностью электрической массы в данной точке M отношение элемента массы, лежащего при M, к занимаемому ее элементу пространства (линии, поверхности или объема: плотность *линейная, поверхностная*, *объемная*).

§ 2. Представим себе бесконечное пространство, в котором помещен произвольный комплекс C электрических полюсов; принимаем, что расстояние между каждыми двумя полюсами конечное и что масса, заключающаяся в каком-либо элементе пространства, нигде не обращается в бесконечность. Возьмем какую-нибудь точку M (x, y, z) пространства. Назовем e какую-либо массу нашего комплекса, r расстояние ее от M. Сумма $\mathrm{S}\,\frac{e}{r} = V$, простирающаяся на все массы, какие входят в C (и в известных случаях обращающаяся в интеграл — однократный, двойной или тройной), есть потенциал комплекса *C на точку M*. Отрицательными производными потенциала $-\frac{dV}{dx}$, $-\frac{dV}{dy}$, $-\frac{dV}{dz}$ выражаются составляющие той движущей силы, с какой C действует на массу $+1$, помещенную в M.

§ 3. Потенциал V есть действительная функция точки M и обладает следующими свойствами*:

I. Во всех точках, лежащих *вне электрической массы* (не совпадающих ни с одним из полюсов) потенциал V

---

* Мы только напомним эти свойства, не приводя доказательств: их можно найти во многих сочинениях, частью даже в учебниках; всего же обстоятельнее они изложены в

Gauss, Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die im verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung wirkenden Kräfte. (*Werke*, Bd. V, S. 197) § 1—18;

Clausius, Die potenzialfunction und das Potenzial;

Betti, Teoria delle forze che agiscono secondo la legge di Neuton (Pisa, 1865).

1) удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta_2 V = 0$, где

$$\Delta_2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2};$$

2) он и его производные $\frac{dV}{dx}$, $\frac{dV}{dy}$, $\frac{dV}{dz}$ остаются *конечными* и *однозначными* функциями точки M;

3) он и его производные обращаются в нуль с удалением точки M на бесконечное расстояние R от C, а RV и $R^2 \frac{dV}{dR}$ стремятся к *конечным* пределам.

Всякую действительную функцию точки, обладающую внутри какого-нибудь пространства Ω всеми исчисленными свойствами (из них 3-е необходимо только в том случае, если Ω простирается в бесконечность), мы будем называть, для краткости, функцией, *правильной внутри* Ω. Итак, *всякий потенциал есть правильная функция во всех точках, лежащих вне его массы.*

При этом $\lim RV = -\lim R^2 \frac{dV}{dR} = E$ (сумме всех масс).

II. В точках, лежащих *внутри* массы (т. е. совпадающих с полюсами), функция V имеет следующие свойства:

1) В каждом *отдельном полюсе* p она обращается в бесконечность, но так, что $\left|^{r=0} rV\right.$ (где r расстояние M от p) остается конечной величиной (равна массе полюса p).

2) На всякой электрической *линии* V бесконечна во всех точках, где плотность не равна 0. При этом во всех точках линии, имеющих определенную касательную и определенную линейную плотность массы $\left|^{r=0} \frac{V}{\log \operatorname{nat} r} = -2k\right.$ где r — бесконечно малое расстояние точки M от линии, k — плотность у подошвы r.

3) На всякой электрической *поверхности* функция V остается конечной и однозначной даже и при переходе точки M через поверхность (если только плотность в точке перехода конечная). Напротив, $\frac{dV}{dx}$, $\frac{dV}{dy}$, $\frac{dV}{dz}$ при таком переходе, хотя и не делаются бесконечными, но могут обнаруживать разрывность (двузначность). При этом во всякой точке M поверхности (предполагаем, что в M есть опре-

деленная касательная плоскость * и определенная поверхностная плотность k) соблюдается уравнение $\overline{\frac{dV}{dN}} + \overline{\frac{dV}{dN'}} = -4\pi k$.

Здесь N и N' — две противоположные нормали поверхности, идущие из точки M (чертой над функциями означаем, что они взяты для одной из точек поверхности).

4) Внутри всякого электрического *объема* V, $\frac{dV}{dx}$, $\frac{dV}{dy}$, $\frac{dV}{dz}$, сохраняют конечность и однозначность; но вторые производные представляют разрывность на переходе из объема во внешнее пространство или, общее, везде где объемная плотность k имеет разрывность. При этом во всякой точке, имеющей определенную объемную плотность массы k, $\Delta^2 V = -4\pi k$.

§ 4. Из предыдущего заключаем, что электрический комплекс будет вполне определен, если дан потенциал его как функция точки пространства. (*Не всякая* функция, впрочем, может быть дана в качестве потенциала.) Всякая точка, где потенциал или только его первые или вторые производные обнаружат разрывность, будет одним из полюсов комплекса: или отдельный полюс, или одна из точек электрической линии, поверхности, объема. Масса или плотность для такой точки определяются из потенциала на основании предыдущего параграфа.

Понятно, что электрическая *поверхность* может проходить внутри электрического *объема*, причем *объемная* плотность на ней становится бесконечной. Такие точки мы не причисляем к объему. Подобным образом электрическая *линия* может лежать внутри *объема* или на *поверхности*, отдельный полюс — в объеме, на линии или на поверхности. При такой терминологии мы будем разуметь под *плотностью* всегда *конечную* величину.

§ 5. Представим себе что, кроме C в пространстве помещен другой комплекс Г. Пусть будет e (x, y, z) одна из масс, составляющих C, $\varepsilon(\xi, \eta, \zeta)$ — одна из масс в Г и

$$D^2 = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2.$$

* Исключение составляет также случай, упомянутый у Гаусса в Allgemeine Lehrsätze etc., § 16 (*Gauss Werke*, Bd. V, p. 218).

Сумма $\mathrm{S}\frac{e}{D}=V$ будет потенциал C на точку (ξ, η, ζ), $\sum\frac{\varepsilon}{D}=\Phi$ — потенциал Γ на (x, y, z), причем первая сумма распространяется на все e, вторая на все ε (и каждая может обращаться в интеграл). Выражение

$$W=\sum eV=\mathrm{S}\, e\Phi=\mathrm{S}\sum\frac{e\varepsilon}{D}$$

называется *потенциалом комплекса C на комплекс* Γ (или Γ на C).

§ 6. Положим, что одна часть нашего комплекса представляет *неизменное* электрическое распределение, а другая часть сосредоточена в *проводниках*, окруженных *совершенно изолирующим* веществом. Проводником называем такое тело, которое может вмещать всевозможные электрические распределения, под одним только условием, чтобы *полная масса* проводника (сумма всех электрических масс, в нем лежащих) оставалась неизменной все время, пока он окружен изолятором. Под совершенным изолятором разумеем такое тело, внутри которого никогда не бывает никаких электрических полюсов. Те неизменные полюсы, о которых мы говорили, можем представлять себе лежащими или в материальных точках из проводящего вещества, разделенных изолятором, или же — в таких телах, которые, будучи раз наэлектризованы, сохраняют свое электрическое состояние без перемены (т. е. могут изменять его только при действии сил гораздо более значительных, чем те, какие мы рассматриваем).

Неизменную часть комплекса вместе с окружающим бесконечным пространством, мы будем называть *электрическим полем*. Поле вполне охарактеризовано, если знаем потенциал его на всякую точку (x, y, z). Мы означим через $P(x, y, z)$ этот потенциал, и самое поле будем называть *полем P*.

Итак, пусть *в поле P помещены n проводников $C_1, C_2, \ldots, C_n$, которых форма и положение даны, и пусть каждый из них содержит данную электрическую массу*. Массы означим через $E_1, E_2, \ldots, E_n$. Способ размещения, этих масс обусловливается влиянием (*наведением*) поля и взаимным влиянием проводников. *Определить это размещение*, предполагая, что оно сделалось постоянным (независимым от времени), или, как говорят, предполагая, что установилось электрическое *равновесие*: такова наша *общая электростатическая задача первого вида.*

§ 7. Опыт приводит к убеждению, что электрическое равновесие возможно лишь под тем условием, чтобы электрические силы взаимно уничтожались во всех точках, взятых внутри проводящего вещества *. Итак, если назовем через U потенциал того электричества, которое лежит внутри и на поверхности всех наших проводников, то в состоянии равновесия

$$\frac{dU_i}{dx} = -\frac{dP_i}{dx}, \quad \frac{dU_i}{dy} = -\frac{dP_i}{dy}, \quad \frac{dU_i}{dz} = -\frac{dP_i}{dz} \tag{1}$$

и, следовательно, и

$$\Delta_2 U_i = -\Delta_2 P_i = 0.$$

(Индекс i означает, что U и P берутся для точек *внутри проводящего вещества.*)

Отсюда уже ясно, что U должна быть *правильной функцией* точки внутри каждого проводника, ибо P имеет это свойство, как потенциал масс, лежащих вне проводника (§ 3). Такому условию может удовлетворить только один вид электрического размещения масс E_1, E_2, ..., E_n: они должны образовать *слой на поверхностях проводников*. (Называем *слоем* то, что прежде называли электрической *поверхностью*, не приписывая ему какой-либо конечной толщины.) При всяком другом способе размещения или U, или ее первые, или вторые производные, делались бы бесконечными или двузначными внутри проводников, что противоречило бы предыдущим уравнениям.

---

* Необходимость этого условия очевидна a priori, если смотреть на электрические полюсы как на особого рода вещественные точки, которые могут свободно перемещаться среди весомой массы проводника и совпадать одна с другой. Мы предпочитаем, подобно Томсону в одном из его мемуаров, прямо сослаться на опыт (On the mathematical Theory of Electricity in Equilibrium, *Cambridge and Dublin Mathematical Journal*, vol. III (2 ser), 1848, p. 136.)

Можно бы вывести нижеследующие уравнения и, не прибегая к гипотезе жидкостей, из понятия об устойчивости электрического размещения. Мы выбрали путь, который скорее приводит к цели.

Итак, U есть потенциал слоя, лежащего на поверхностях проводников и притом удовлетворяющего уравнениям (1) или условиям

$$(U_i + P_i)_h = K_h \qquad (h = 1, 2, .., n). \tag{2}$$

Здесь индекс h показывает, что величина берется для точек h-го проводника; K_h есть постоянная, которая может быть различна для различных проводников.

§ 8. Докажем прежде всего, что из масс E всегда *можно* составить, и притом только *одним* способом, такой слой, какого требуют условия (2).

Для этого мы сначала несколько изменим форму нашей задачи. Мы приняли, что даны *массы* E для каждого из n тел; тогда K не произвольны. Вместо этого положим, что даны $K_1, K_2, \ldots, K_n$, т. е. *внутренние потенциалы*, а массы E могут быть произвольно изменяемы согласно с требованиями задачи. Это будет задача *второго вида*. Мы впоследствии покажем, что *первый* вид задачи приводится ко *второму*, т. е. что, решив ее для случая данных K, мы можем перейти к случаю, когда K неизвестны, а E даны.

Если на каком-нибудь проводнике $K = 0$, то его можно рассматривать как *соединенный с землей* (или вообще с проводником бесконечно больших размеров) посредством бесконечно тонкой проводящей нити. В самом деле, в такой соединенной системе полный потенциал $U + P$ везде одинаков; но в центре земли он равен 0, по причине отдаления, следовательно, и в проводнике $K = 0$. Состояние последнего не изменится, если прервем или восстановим соединение.

§ 9. Для предполагаемого доказательства возможности и определенности решения нашей задачи нам понадобятся несколько лемм, к которым теперь и приступаем.

Под Ω мы будем разуметь какое-нибудь пространство или со всех сторон ограниченное, или же извне простирающееся в бесконечность, а изнутри ограниченное какими-нибудь замкнутыми поверхностями.

Совокупность всех замкнутых поверхностей, ограничивающих объем Ω, будем называть *контуром* и означать через S.

Бесконечное пространство можем представлять себе, как также со всех сторон ограниченное: стоит только дополнить контур бесконечно большой сферой (S), имеющей центр в конечном расстоянии от внутреннего контура S.

Пусть будет F какая-нибудь действительная функция точки (x, y, z), конечная и однозначная во всем пространстве Ω. Докажем, что

$$\int d\Omega \frac{dF}{du} = -\int dS \cdot F \cdot \cos(N, u), \qquad (3)$$

где u — одна из трех координат точки, N — нормаль контура S, направленная *внутрь* Ω; первый интеграл распространяется на весь объем Ω, второй — на весь контур S.

Положим сначала, что рассматриваемый объем Ω таков, что всякая бесконечно тонкая призма вырезывает из контура S только *два* элемента dS.

Рассмотрим бесконечно тонкую призму, параллельную оси x и имеющую основанием $dy\,dz$. Часть интеграла $\int d\Omega \frac{dF}{dx}$, относящаяся к этой призме, будет

$$dy\,dz \int_{x'}^{x''} dx \frac{dF}{dx},$$

где x' и x'' — координаты элементов dS' и dS'', вырезанных призмой из S и имеющих $dy\,dz$ общим проложением [проекция (*Ред.*)] на плоскость yz.

Так как F в пределах интеграции конечна и однозначна, то предыдущее выражение дает $dy\,dz \,|_{x'}^{x''} F$.

Для элемента dS', на котором призма *входит* в Ω, внутренняя нормаль N' имеет $\cos(N', x) > 0$; для элемента dS'', где призма *выходит* из Ω, $\cos(N'', x) < 0$. Поэтому

$$dy\,dz = +dS' \cos(N', x) = -dS'' \cos(N'', x);$$

следовательно,

$$dy\,dz \,|_{x'}^{x''} F = -[dS' \cos(N', x) F' + dS'' \cos(N'', x) F''].$$

Прилагая такое преобразование ко всем призмам $dy\,dz$, мы исчерпаем все элементы контура S, и сумма $\int\int\int dx\,dy\,dz \frac{dF}{dx}$ представится как

$$-\int dS \cos(N, x) F,$$

распространенный на весь S.

То же самое можем повторить, заменяя x чрез y или z. Этим и доказана наша лемма (3) для случая, когда S имеет принятый нами простой характер.

Если S имеет более сложную форму, то всегда можем разбить Ω посредством новых вспомогательных поверхностей S на части, из коих каждая будет иметь то свойство, какое имел в прежнем случае весь объем Ω, т. е. от всякой тонкой призмы даст два элемента поверхности. Наш интеграл $\int d\Omega \frac{dF}{du}$ заменится теперь чрез

$$-\int dS \cos(N, u) F - \sum \int dS \cos(n, u) F,$$

где вторая сумма распространяется на все вспомогательные поверхности, и притом на каждую по два раза. Но так как на всяком элементе dS вспомогательных поверхностей $\cos(n, u)$ оба раза будет одинаков и с разными знаками, а F (вследствие своей непрерывности) одна и та же, то добавочный интеграл равен 0, и мы опять получаем уравнение (3).

§ **10.** Пусть будут Φ и Ψ две функции точки, конечные и однозначные, вместе с их производными $\frac{d\Phi}{dx}$, $\frac{d\Phi}{dy}$, ..., $\frac{d\Psi}{dz}$ внутри всего пространства Ω. Возьмем следующий интеграл, распространенный на Ω:

$$I = \int d\Omega \left(\frac{d\Phi}{dx}\frac{d\Psi}{dx} + \frac{d\Phi}{dy}\frac{d\Psi}{dy} + \frac{d\Phi}{dz}\frac{d\Psi}{dz}\right). \tag{4}$$

Мы можем написать его в виде

$$I = \int d\Omega \left\{\frac{d}{dx}\left(\Phi\frac{d\Psi}{dx}\right) + \frac{d}{dy}\left(\Phi\frac{d\Psi}{dy}\right) + \frac{d}{dz}\left(\Phi\frac{d\Psi}{dz}\right)\right\} -$$

$$-\int d\Omega\, \Phi\, \Delta_2\Psi,$$

и так как, по свойству Φ и Ψ, произведения $\Phi\frac{d\Psi}{dx}$, $\Phi\frac{d\Psi}{dy}$, $\Phi\frac{d\Psi}{dz}$ удовлетворяют условиям, назначенным для F в теореме предыдущего параграфа, то последняя здесь может быть применена. Это даст нам

$$=-\int dS\cdot\Phi\left\{\frac{}{dx}\cos(N,x)+\frac{d\Psi}{dy}\cos(N,y)+\right.$$

$$\left.+\frac{d\Psi}{dz}\cos(N,z)\right\}-\int d\Omega\,\Delta_2\Psi,$$

или, так как

$$\cos(N,x)=\frac{dx}{dN},\quad \cos(N,y)=\frac{dy}{dN},\quad \cos(N,z)=\frac{dz}{dN},$$

$$I=-\int dS\cdot\Phi\frac{d\Psi}{dN}-\int d\Omega\,\Phi\cdot\Delta_2\Psi. \tag{5}$$

Вследствие симметрии I относительно Φ и Ψ, имеем также

$$I=-\int dS\,\Psi\frac{d\Phi}{dN}-\int d\Omega\,\Psi\,\Delta_2\Phi \tag{5'}$$

и, наконец, из (5) и (5′):

$$\int dS\left(\Phi\frac{d\Psi}{dN}-\Psi\frac{d\Phi}{dN}\right)=\int d\Omega\,(\Psi\,\Delta_2\Phi-\Phi\,\Delta_2\Psi). \tag{6}$$

§ 11. В частных случаях, когда

1) Φ и Ψ — *правильные функции внутри* Ω (§ 3) из (5) и (5′) имеем

$$=-\int dS\,\Phi\frac{d\Psi}{dN}=-\int dS\,\Psi\frac{d\Phi}{dN}. \tag{7}$$

В случае, когда Ω есть бесконечное пространство, мы должны брать интегралы не только для внутреннего контура, но и для бесконечной сферы (S); но легко показать, что для правильных функций части интегралов, относящиеся к этой сфере, исчезают. В самом деле, называя R радиус сферы и вводя полярные координаты R, θ, ω, имеем для сферы

$$-\int d(S)\,\Phi\frac{d\Psi}{dN}=R^2\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi}d\omega\,d\theta\sin\theta\,\Phi\frac{d\Psi}{dR}.$$

Так как по свойству Φ и Ψ (§ 3) $\lim R^3\Phi\frac{d\Psi}{dR}$ конечен, то с возрастанием R интеграл стремится к нулю, как $\frac{1}{R}$.

Итак, интегралы по S достаточно брать для действительного контура пространства Ω.

Если $\Phi = \Psi$, то, употребляя символ $\Delta = \left(\frac{d}{dx}\right)^2 + \left(\frac{d}{dy}\right)^2 + \left(\frac{d}{dz}\right)^2$, имеем

$$\int d\Omega\, \Delta\Phi = -\int dS\, \Phi \frac{d\Phi}{dN}. \tag{7'}$$

2) Если Φ — правильная функция, а $\Psi = \text{const}$, то, прилагая (5') или (6) к конечному пространству *внутри* контура S и называя N_i внутреннюю нормаль, имеем

$$0 = \int dS \frac{d\Phi}{dN_i}. \tag{8}$$

Прилагая те же выводы к случаю *бесконечного пространства*, изнутри ограниченного контуром S, мы уже не можем упускать из виду ту часть интеграла, которая относится к бесконечной сфере. Если $\lim R^2 \frac{d\Phi}{dR} = E$ (постоянной), то эта часть интеграла даст $4\pi E$, и мы получим

$$-4\pi E = \int dS \frac{d\Phi}{dN_e}. \tag{9}$$

Если Φ — потенциал масс, лежащих внутри контура S, то E будет сумма всех этих масс (§ 3).

§ 12. Докажем, что *всегда существует одна функция точки, правильная внутри данного пространства Ω и имеющая данную величину на его контуре S.*

Для этого рассмотрим выражение

$$I(\Phi) = \int d\Omega\, \Delta\Phi, \tag{10}$$

где Φ — какая бы то ни было действительная функция точки. Такой интеграл, распространенный на какое угодно пространство Ω, при всяком значении Φ, остается $\geqslant 0$, и ясно, что всегда есть одно или несколько значений Φ, при которых $I(\Phi)$ имеет наименьшую величину.

Ограничим выбор Φ условиями, чтобы 1) она и ее производные $\frac{d\Phi}{dx}$, $\frac{d\Phi}{dy}$, $\frac{d\Phi}{dz}$ оставались конечными и однозначными внутри Ω и 2) чтобы на контуре S функция Φ принимала данную величину $\overline{V}$. Отыщем, какая из функций Φ, имеющих эти свойства, дает *minimum* для $I(\Phi)$. Пусть будет V эта искомая функция и пусть общее значение $\Phi = V + \Psi$. Эта Ψ будет новая произвольная функция точки, удовлетворяющая первому из двух условий, данных для Φ, а на контуре дающая $\Psi = 0$. Ясно, что

$$I(V+\Psi) = \int d\Omega\, \Delta(V+\Psi) =$$

$$= \int d\Omega\, \Delta V + 2\int d\Omega\left(\frac{dV}{dx}\frac{d\Psi}{dx} + \frac{dV}{dy}\frac{d\Psi}{dy} + \frac{dV}{dz}\frac{d\Psi}{dz}\right) + \int d\Omega\, \Delta\Psi =$$

$$= I(V) + 2\int d\Omega\left(\frac{dV}{dx}\frac{d\Psi}{dx} + \frac{dV}{dy}\frac{d\Psi}{dy} + \frac{dV}{dz}\frac{d\Psi}{dz}\right) + I(\Psi).$$

По условию всегда

$$I(V+\Psi) > I(V);$$

но в случае бесконечно малых $\frac{d\Psi}{dx}$, $\frac{d\Psi}{dy}$, $\frac{d\Psi}{dz}$ средний член в выражении $I(V+\Psi)$, меняющий свой знак вместе с Ψ, берет перевес над последним членом, и предыдущее неравенство нарушается. Итак, необходимо, чтобы

$$\int d\Omega\left(\frac{dV}{dx}\frac{d\Psi}{dx} + \frac{dV}{dy}\frac{d\Psi}{dy} + \frac{dV}{dz}\frac{d\Psi}{dz}\right) = 0.$$

Преобразуем этот интеграл по § 10, получаем

$$\int \Psi \frac{dV}{dN} dS + \int \Psi\, \Delta_2 V\, d\Omega = 0.$$

Но $\overline{\Psi} = 0$, а внутри Ω Ψ произвольна; следовательно необходимо, чтобы

$$\Delta_2 V = 0.$$

Итак, та из функций Φ, имеющих свойства (1) и (2), которая делает $I(\Phi) = \min.$, есть *функция правильная внутри* Ω, ибо, кроме условия (1), удовлетворяет и уравнению Лапласа. Так как minimum для $I(\Phi)$ всегда возможен, то всегда возможна для Ω такая правильная функция, которая имеет данную величину на контуре S.

§ 13. Докажем, что возможна *только одна* такая функция. Пусть, кроме V, еще другая функция V' имеет те же свойства. Тогда $V - V' = v$ будет правильная функция, имеющая $\overline{v} = 0$. А следовательно, по § 11, уравнению (7'),

$$\int d\Omega\, \Delta v = -\int dS\, v \frac{dv}{dN} = 0.$$

Но первый интеграл состоит из элементов существенно положительных и может исчезать только при

$$\frac{dv}{dx} = 0, \quad \frac{dv}{dy} = 0, \quad \frac{dv}{dz} = 0,$$

т. е. при $v = \text{const}$. На контуре $\overline{v} = 0$, следовательно, $\text{const} = 0$, следовательно,

$$v = 0,$$

т. е. функции V и V' тожественны во всех точках Ω.

Таким образом, положение, высказанное в начале § 12, доказано вполне.

§ 14. В случае, когда величина на контуре постоянна $\overline{V} = K$, имеем, прилагая к V уравнение (7') § 11:

$$\int d\Omega\, \Delta V = -K \int dS \frac{dV}{dN}.$$

Но величина второго интеграла для правильной функции дана в (8) и (9), откуда заключаем, что

1) Если Ω — конечное пространство с контуром S, то при $\overline{V} = K$ будет $\int d\Omega\, \Delta V = 0$, а следовательно, и внутри $V_i = K$;

2) если Ω — бесконечное пространство, изнутри ограниченное контуром S, то при $\overline{V} = K$ и $E = 0$ необходимо $V_e = K$, и так как для бесконечно удаленных точек $V_e = 0$, то $K = 0$, $\overline{V} = V_e = 0$.

§ 15. Приложим эти выводы к нашей задаче. Назовем S совокупность всех замкнутых поверхностей, ограничивающих наши n проводников, Ω_i — пространство, занятое веществом последних, Ω_e — все внешнее пространство (в том числе и полости внутри проводников). Задача наша состояла в том, чтобы наложить на контур S такой электрический слой, которого потенциал U равнялся бы данному

$K_h - P_i$ в той части Ω_i, которая принадлежит h-му проводнику. Этим условием потенциал U_i искомого слоя для всех точек Ω_i уже назначен.

Из §§ 12 и 13 видим, что существует, и притом только *одна*, функция U_e, которая на контуре S переходит в $\overline{U} = K_h - \overline{P}$, т. е. совпадает с U_i.

Если докажем, что эти функции U_i и U_e *способны представлять потенциал некоторого слоя* в пространствах Ω_i и Ω_e, то такой слой удовлетворит требованию нашей задачи.

§ 16. Нетрудно убедиться, что слой, имеющий потенциалы U_i и U_e, действительно существует. В самом деле, мы можем составить слой плотности $k = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dU_i}{dN_i} + \frac{dU_e}{dN_e}\right)$ на контуре S. Пусть будет U' потенциал такого слоя. Тогда по § 3 имеем также

$$k = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dU'_i}{dN_i} + \frac{dU'_e}{dN_e}\right),$$

а следовательно, для $U - U' = u$ получаем

$$\frac{du_i}{dN_i} + \frac{du_e}{dN_e} = 0.$$

Так как U и U' — правильные функции, то и u правильна во всем пространстве. А следовательно, по § 11, уравнение (7′):

$$\int d\Omega_i \, \Delta u_i = -\int dS \, u_i \frac{du_i}{dN_i},$$

$$\int d\Omega_e \, \Delta u_e = -\int dS \, u_e \frac{du_e}{dN_e},$$

откуда, складывая,

$$\int d\Omega \, \Delta u = -\int dS \, u \left(\frac{du}{dN_i} + \frac{du}{dN_e}\right) = 0,$$

где первый интеграл обнимает все пространство $\Omega_i + \Omega_e$. Отсюда

$$u = \text{const},$$

и так как в бесконечном отдалении $u = 0$, то $\text{const} = 0$, $u = 0$, или

$$U = U'.$$

Итак, потенциал взятого нами слоя не что иное как U (т. е. U_i для Ω_i, U_e для Ω_e). То-есть этот слой удовлетворяет требованию задачи.

По общему замечанию § 4, другого слоя, удовлетворяющего этому требованию, быть не может.

§ 17. Теперь мы доказали и возможность и определенность решения для электростатической задачи *второго вида* (§ 8), т. е. для случая, когда даны K_h. Нетрудно распространить это доказательство и на задачу *первого вида*, в которой даны массы E_h для каждого проводника, а постоянные K_h неизвестны.

Для этого заметим, что наша задача первого вида приводится, в общем случае, к $n+1$ задачам второго вида. Представим себе для нашей системы проводников следующие частные случаи электрического равновесия, в которых потенциалы K каждый раз даны:

1) Случай, когда *все* проводники *отведены*, причем *поле P то же самое*, как и в общей задаче; так что все $K=0$. Означим через U^0 потенциал слоя, удовлетворяющего таким условиям, причем индекс h внизу будет показывать, что потенциал берется для точек h-го проводника. Тогда очевидно

$$U_h^0+P_h=0, \qquad h=1,\ 2, \ldots, n. \tag{11}$$

Пусть будет E_h^0 электрическая масса, лежащая на h-м проводнике, S_h — контур и N_h — внешняя нормаль последнего; тогда

$$E_h^0=-\frac{1}{4\pi}\int dS_h\,\frac{d\,(U^0+P)}{dN_h}, \qquad h=1,\ 2, \ldots, n. \tag{12}$$

2) n случаев, где поле $P=0$ (внешних наводящих полюсов нет), и притом попеременно *один* из проводников *изолирован* и имеет $K=1$, а все *прочие отведены* ($K=0$). Назовем U_i потенциал системы для того случая, когда i-й проводник изолирован, и пусть будут $E_1^i, E_2^i, \ldots, E_n^i$ электрические массы проводников в этом случае. Имеем n уравнений

$$\left\{\begin{array}{ll} U_h^i=0, & h\gtrless i \\ U_i^i=1 & \end{array}\right\} \qquad i=1,\ 2, \ldots, n. \tag{11'}$$

Притом

$$E_h^i = -\frac{1}{4\pi}\int \frac{dU^i}{dN_h} dS_h. \qquad (12')$$

§ **18.** Возьмем теперь

$$U = U^0 + K_1U^1 + K_2U^2 + \ldots + K_nU^n. \qquad (13)$$

Такое U, так же как и все отдельные U^i, будет правильной функцией внутри и вне контура проводников; кроме того, в силу уравнений (11) и (11'), оно обращается в $K_h - P_h$ для части S_h общего контура. Ясно, что U будет *решение общей задачи второго вида*, и другого решения для нее, как доказано, быть не может.

Масса, лежащая в общем случае на проводнике S_h, будет

$$E_h = -\frac{1}{4\pi}\int \frac{dU}{dN_h} dS_h =$$

$$= E_h^0 + K_1E_h^1 + K_2E_h^2 + \ldots + K_nE_h^n.$$

Таким образом имеем n линейных уравнений

$$E_h - E_h^0 =$$

$$= K_1E_h^1 + K_2E_h^2 + \ldots + K_nE_h^n, \qquad h = 1,\ 2,\ \ldots,\ n, \qquad (14)$$

которыми величины K_n определяются по E_h, и обратно. Коэфициенты E_h^i этих уравнений вычисляются по U^i на основании (12) и (12').

Когда даны E_h (задача первого вида), то выражение (13) будет опять решением задачи, если только постоянные K_h удовлетворяют уравнениям (14). Итак, решение общей задачи первого вида приводится к вычислению U^i, т. е. к решению $n+1$ задач второго вида, упомянутых в п. 1) и 2). Зная U^i, мы найдем все E_h^i, а следовательно, из уравнения (14), где E_h — данные, получим K_h. Вставляя найденные K_h и U^h в (13), имеем искомое решение U.

§ **19.** Величины K_h никогда не могут оставаться неопределенными, ибо детерминант системы уравнений (14) не может обращаться в нуль. В самом деле, допустим, что он равен 0; для этого необходимо и достаточно, чтобы существовали n соотношений:

$$\varkappa_1 E_h^1 + \varkappa_2 E_h^2 + \ldots + \varkappa_n E_h^n = 0, \qquad h = 1, 2, \ldots, n, \qquad (15)$$

где $\varkappa_1, \varkappa_2, \ldots, \varkappa_n$ — постоянные, из коих некоторые — *но не более как* $(n-1)$ — могут быть и нулями *.

Ясно, что левые части уравнений (15) изображают собой электрические массы e_h проводников S_h в том случае, когда они находятся в поле $P=0$ и потенциал u системы равен $\varkappa_h$ в проводнике S_h; уравнения (15) показывают, что все $e_h = 0$. Но по (7′), § 11, имеем для пространства Ω_e:

$$\int d\Omega\, \Delta u = -\sum_{h=1}^{n} \varkappa_h \int dS_h \frac{du}{dN_h} = 4\pi \sum_{h=1}^{n} \varkappa_h e_h = 0,$$

а отсюда во всем Ω_e

$$u = \text{const} = 0;$$

следовательно,

$$\varkappa_1 = \varkappa_2 = \ldots = \varkappa_n = 0.$$

Итак, соотношения (15), в которых хоть одна из $\varkappa_h$ должна бы отличаться от нуля, невозможны, детерминант уравнения (14) не может обращаться в нуль, и указанный путь всегда приведет нас к решению задачи первого вида.

§ 20. Нетрудно показать, что это решение есть единственное. В самом деле, если кроме U, есть другое решение U', соответствующее тем же E_h, то $U - U' = u$ будет решением для того случая, когда электрические массы для каждого проводника равны 0 и поле $P=0$. Но из этого следует, как показал предыдущий параграф, что $u=0$, т. е. $U = U'$.

Итак, доказательство *возможности* и *определенности* решения, данное нами для общей задачи второго вида, распространяется во всей силе и на задачу *первого вида* **.

---

* Bertrand, Traité du Calcul Differential, p. 61 (§ 69).

** Приемы §§ 10 и 11, ведущие к доказательству возможности и определенности решения задачи второго вида, даны Грином в его знаменитом Essay on the application of Mathematical Analysis to the theories of Electricity and Magnetism (*Crelle's Journal*, Bd. 44, S. 356). Грин не доказал, впрочем, определенности и возможности решения. Первое печатное изложение (1847 г.) того приема, которым возможность известного рода функций выво-

§ 21. Прибавим, наконец, что возможен и такой вид общей задачи, когда для некоторых проводников, например, для S_1, $S_2, \ldots, S_m$ даны массы E, для других S_{m+1}, $S_{m+2}, \ldots, S_n$ даны потенциалы K. (Таков, например, случай, когда некоторые проводники в системе отведены и, следовательно, имеют $K=0$.) Такого рода задачу можно привести к *первому* виду, определяя из первых m уравнений системы (14) m неизвестных $K_1, K_2, \ldots, K_m$ помощью данных E_1, $E_2, \ldots, E_m$, K_{m+1}, $K_{m+2}, \ldots, K_n$ и затем из остальных $n-m$ уравнений — неизвестные E_{m+1}, $E_{m+2}, \ldots$, E_n помощью известных $K_1, K_2, \ldots, K_n$. Подобным образом можно привести задачу ко *второму* виду. Ясно, что наше доказательство возможности и определенности решения распространяется и на такой смешанный вид задачи.

дится из очевидной возможности minimum'a для интеграла (10), § 12, принадлежит, сколько мне известно, Томсону, *Journal de Liouville*, t. 12, p. 493; оттуда в Thomson and Tait, Treatise on Natural Philosophy, vol. I. У него этот прием дан в более общей форме, приложимой и к другим вопросам математической физики. С другой стороны, тот же прием, по свидетельству Римана (1857 г.), Дирихле уже много лет употреблял на своих лекциях о силах, действующих по закону квадратов расстояний (Riemann, Bestimmung einer Function einer veränderlichen complexen Grösse durch Grenz-und Unstetigkeitsbedingungen, *Crelle's Journal*, Bd. 54, p. 111).

Теорема § 16 (потенциал слоя плотности k, наложенного на контур S, есть единственная правильная функция — по нашей терминологии — имеющая $\frac{d}{dN_i}+\frac{d}{dN_e}=-4\pi k$), принадлежит также Дирихле (Sur un moyen général de vérifier l'expression du potentiel rélatif à une masse quelconque, *Crelle's Journal*, Bd. 32, B. 80, 1846.) Прием Дирихле впервые показал, каким образом можно судить о возможности и определенности функций точки, заданных только помощью известного уравнения с частными производными и некоторых условий относительно непрерывности и относительно величин функций на данном контуре. Этот прием в руках Римана, который назвал его *принципом Дирихле*, послужил важным орудием при изучении функций мнимого переменного. Гаусс (Allgemeine Lehrsätze u. s. w., *Werke*, Bd. V., p. 197. Из „Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1839") дал другое доказательство задачи первого и второго вида для *одной* проводящей поверхности, замкнутой или незамкнутой. Невозможность двух решений для общей задачи первого вида замечена Лиувиллем. (Jullien, Problemes de Mécanique Rationelle, éd. 1855, t. 2, p. 336, из „Additions à la Connaissance des Temps pour 1845").

§ 22. При дальнейшем изложении мы, для простоты, будем рассматривать только задачу *второго* вида, зная, что к ней приводятся и остальные.

Доказательство *определенности* решения во всевозможных случаях дает нам право всякое решение, каким бы то ни было путем подысканное и удовлетворяющее требованиям, принимать как *единственное возможное*.

Требования, которым должен удовлетворять искомый потенциал U проводников, можно выразить так:

1) Он должен быть потенциалом некоторого *слоя, лежащего на контуре* S (S означает совокупность поверхностей S_h всех n проводников).

2) Он должен на каждой поверхности S_h обращаться в данную функцию $K_h - P$, где K_h — постоянная, P — потенциал поля на точку поверхности S_h.

Ясно, что если имеем какие-либо слои, лежащие на S, плотности которых в известной точке S суть $k_1, k_2, \ldots$, то потенциал всякой *суперпозиции* этих слоев (т. е. слоя, которого плотность в той точке $= \pm k_1 \pm k_2 \pm \ldots$) удовлетворяет требованию 1); или, общее, ему удовлетворяет также потенциал слоя, плотность которого $= a_1k_1 + a_2k_2 + \ldots$ (где $a_1, a_2, \ldots$ — постоянные), т. е. линейным образом составлена из плотностей $k_1, k_2, \ldots$

Иначе говоря: если U^1, U^2 удовлетворяют условию 1), то и $U = a_1U^1 + a_2U^2 + \ldots$ удовлетворит ему. (Ибо это U будет потенциалом слоя $a_1k_1 + a_2k_2 + \ldots$, если $k_1, k_2 \ldots$ суть плотности тех слоев, которым соответствуют потенциалы $U^1, U^2, \ldots$)

Если притом составленный таким образом потенциал U выполняет и требование 2), то он и будет решением задачи. Пример такого составления U мы уже имели в § 18.

§ 23. В последующих параграфах нашей статьи мы докажем, что решение общей электростатической задачи приводится к решению бесконечного числа других задач более простого типа — задач, из коих каждая рассматривает только *одну замкнутую* (*проводящую*) *поверхность*, и притом *при отсутствии наводящих полюсов* (в поле $P = 0$). Мы имеем в виду, следовательно, двоякое *приведение задачи*:

1) приведение *поля* P к *нулю* и

2) приведение *контура* S проводников к *одной замкнутой поверхности*.

Каждое из этих приведений может быть совершено независимо от другого.

Займемся сначала *первым* из них. Приведем вопрос о данной системе n проводников в поле P к ряду задач о системах, состоящих также из n проводников, в поле $P=0$.

§ 24. Прежде всего заметим, что приведение поля в такой вид, где оно состоит *не более* как из *одного полюса,* совершается весьма легко.

Мы уже имели случай в § 17 употребить прием, которым общая задача разлагается на две следующие:

1) на задачу о тех же проводниках в *том же поле* и в *отведенном* состоянии и

2) задачу о той же системе проводников в поле $P=0$ и с данными потенциалами $K_1, K_2, \ldots$ на каждом проводнике.

Первой соответствовал в § 17 потенциал U^0, второй — потенциал $K_1U^1+K_2U^2+\ldots+K_nU^n$.

Теперь прибавим, что задача 1) в свою очередь распадается на простейшие. Пусть будут $e_1, e_2, \ldots, e_s$ — массы полюсов, составляющих поле P. (В случае, когда в последнем есть непрерывные электрические распределения, в числе масс e должно разуметь и все элементы масс, расположенных в виде линий, поверхностей или объемов.) Означим через p_i потенциал на произвольную точку M от массы $+1$, помещенной на место e_i; так что $p_i=\frac{1}{r_i}$, если r_i — расстояние e_i от M.

Предположим, что мы знаем слой, наведенный на контуре S, когда последний помещен в *поле* p_i и притом *отведен.* Назовем u_i потенциал такого слоя. Прилагая это к каждому отдельному полюсу поля, получаем ряд условий

$$\overline{u}_i+\overline{p}_i=0 \quad \left(\text{или } \overline{u}_i+\frac{1}{r_i}=0\right) \quad i=1,\ 2, \ldots,\ s, \tag{16}$$

где чертой сверху означаем, что функции берутся для точек контура S.

Отсюда $\sum\limits_{i=1}^{s} e_i(\overline{u}_i+\overline{p}_i)=0$, и так как $\sum e_i p_i=P$, то, называя $\sum e_i u_i=U^0$, имеем

$$\overline{U}_0+\overline{P}=0.$$

Итак, это U^0 удовлетворяет условию на контуре для задачи 1), а следовательно, по § 22, составляет ее решение. В известных случаях сумма $\sum$ обращается в интеграл.

Таким образом задача 1) приводится к s задачам вида (16) — задачам об *отведенной* системе P в поле *каждого* отдельного *полюса* (или каждого элемента наводящего комплекса), взятого с массой, равной единице.

Означая U^1 потенциал для задачи 2), где также $P=0$, имеем

$$U = U^0 + U^1,$$

как решение нашей общей задачи.

§ 25. Чтобы докончить *приведение поля*, нам остается еще одно: случай поля $P=p$ (поля одного полюса) привести к случаю $P=0$.

Для этой цели нам послужит теорема, ведущая начало от В. Томсона, — *принцип электрических изображений*.

Чтобы ознакомиться с нею, нам необходимо сделать отступление чисто геометрического характера.

Вообразим себе произвольный геометрический комплекс C точек, линий, поверхностей и объемов, нигде не удаляющихся в бесконечность. Возьмем какую-нибудь точку O, *не совпадающую ни с одной из точек*, принадлежащих комплексу C, и произведем следующее построение. Около O радиусом R опишем сферу. Из всякой точки M комплекса C проведем радиус-вектор в O и на прямой MO возьмем такую точку M', чтобы $OM \times OM' = R^2$; другими словами, если примем R за единицу длины, радиус-вектор M' должен быть *обратной величиной* (valeur réciproque) радиуса-вектора M. Такую точку M' назовем *изображением* точки M *в сфере* R*. Ясно, что M будет в свою очередь изображением

---

* Этому чисто условному выражению, введенному Томсоном, не следует приписывать какого-либо *оптического* значения, как делает Липшиц „Legt man der inneren und der äusseren Seite einer Kugelfläche die Eigenschaft eines Spiegels bei, so befindet sich das Bild von jedem Punkte des Raumes in einem zweiten Punkte, etc.“. (*Crelle's Journal*, Bd. 61, S. 1). [Если мы припишем внутренней и внешней стороне шара свойства зеркала, то изображения каждой точки пространства будут находиться во вторых точках и т. д. (*Ред.*)]

Ясно, что точки M и M' не будут катоптрическими изображениями одна другой в сфере R. Повод употребить термин *изображение* в теореме Томсона объяснится впоследствии.

точки M'. Для всякой точки, лежащей внутри шара R, изображение будет вне его, и наоборот. Всякая точка поверхности шара R будет сама себе изображением.

Совокупность изображений всех точек нашего комплекса C даст нам новый комплекс C' — *изображение* данного. В нем всякой линии данного комплекса соответствует новая линия, всякой поверхности — новая поверхность, объему — объем. При том условии, что O не совпадает ни с одной из точек C, все точки нового комплекса будут в конечном расстоянии от O.

§ 26. Пусть будут $M(x, y, z)$ и $M'(x', y', z')$ две соответственные точки двух комплексов. Взяв O за начало координат, будем иметь следующие соотношения между координатами:

$$x' : x = y' : y = z' : z = r' : r = R^2 : r^2 = r'^2 : R^2, \quad (17)$$

или

$$x' = R^2 \frac{x}{r^2}, \quad y' = R^2 \frac{y}{r^2}, \quad z' = R^2 \frac{z^2}{r^2}$$

и

$$x = R^2 \frac{x'}{r'^2}, \quad y = R^2 \frac{y'}{r'^2}, \quad z = R^2 \frac{z'}{r'^2},$$

где

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2, \quad rr' = R^2.$$

Между соответственными частями двух комплексов существуют весьма простые соотношения; их можно обнаружить или геометрическим, или аналитическим путем. Выбираем последний.

Возьмем в C две точки $M(x, y, z)$ и М(ξ, η, ζ) и найдем, какая связь существует между их расстоянием D и расстоянием D' их изображений M' и М$'$. Имеем

$$D^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2;$$

$$D'^2 = (x' - \xi')^2 + (y' - \eta')^2 + (z' - \zeta')^2,$$

или

$$D'^2 = R^4 \left\{ \left(\frac{x}{r^2} - \frac{\xi}{\rho^2}\right)^2 + \left(\frac{y}{r^2} - \frac{\eta}{\rho^2}\right)^2 + \left(\frac{z}{r^2} - \frac{\zeta}{\rho^2}\right)^2 \right\},$$

где

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad \rho^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2.$$

Отсюда

$$D'^2 = R^4 \left\{\frac{1}{r^2} - \frac{2(x\xi + y\eta + z\zeta)^2}{r^2\rho^2} + \frac{1}{\rho^2}\right\} =$$

$$= R^4 \frac{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}{r^2\rho^2},$$

или

$$D' = R^2 \frac{D}{r\rho}. \tag{18}$$

Заметим, что *прямая* D' не будет изображением прямой; только *концы* одной служат изображениями для концов другой.

§ 27. Из найденного соотношения вытекают следующие результаты:

1) Если обе точки M и M бесконечно близки между собой, то r нечувствительно разнится от ρ, и изображение прямой можно принять за прямую. Итак, всякому линейному элементу dL в C соответствует в изображении линейный элемент $dL' = R^2 \frac{dL}{r^2}$. Иначе говоря, $dL' : dL = r' : r$.

2) Если около M описан бесконечно малый треугольник, то стороны его a, b, c будут иметь изображениями $R^2 \frac{a}{r^2}$, $R^2 \frac{b}{r^2}$, $R^2 \frac{c}{r^2}$. Итак, изображение треугольника (a, b, c) будет также треугольник, подобный данному, и площади их относятся, как $R^4 : r^4$. Отсюда заключаем, что всякому элементу поверхности dS соответствует в изображении элемент $dS' = R^4 \frac{dS}{r^4}$. Иначе:

$$dS' : dS = r'^2 : r^2.$$

3) Наконец, ясно, что всякому элементу объема $d\Omega$ будет соответствовать элемент $d\Omega' = R^6 \frac{d\Omega}{r^6}$ или $d\Omega' : d\Omega = r'^3 : r^3$.

Эти соотношения очевидны, впрочем, и помимо теоремы § 26.

§ 28. До сих пор наши соображения имели чисто геометрический характер; теперь, кроме геометрических величин, будем рассматривать и электрические массы. Пусть наш комплекс C в различных своих точках, линиях, поверхностях, объемах обложен какими-нибудь электрическими массами. В соответственных точках изображения C' комплекса C поместим соответственные массы — *изображения масс* данной системы в сфере R. Мы будем называть взаимными изображениями такие две массы e и e', которые 1) занимают элементы пространства, служащие друг другу изображениями, и 2) имеют между собой такое отношение:

$$e'^2 : e^2 = r' : r,$$

или

$$e' = \frac{R}{r} e \quad \text{и} \quad e = \frac{R}{r'} e', \tag{19}$$

где r и $r' = \frac{R^2}{r}$ суть радиусы-векторы e и e' относительно центра O.

Мы сказали, что соответственные массы занимают соответственные элементы пространства. Когда масса e есть отдельный полюс, то и e' лежит отдельно; если e есть элемент электрической линии, то e' будет соответственный элемент изображения этой линии, и т. д. Из соотношения масс и соотношения пространственных элементов (§ 27) находим соотношения между соответственными плотностями, или взаимными *изображениями плотностей* k и k'. Если масса расположена на *линейном* элементе dL, то имеем $k'dL' = \frac{R}{r} k\,dL$, а так как $dL' = R^2 \frac{dL}{r^2}$ (§ 27), то

$$k' = \frac{r}{R^2} k, \quad \text{или} \quad k' : k = r'^{-\frac{1}{2}} : r^{-\frac{1}{2}}.$$

Подобным образом для плотностей *поверхностных*

$$k' = \frac{r^3}{R^3} k \quad \text{или} \quad k' : k = r'^{-\frac{3}{2}} : r^{-\frac{3}{2}},$$

а для плотностей *объемных*

$$k' = \frac{r^5}{R^5} k, \quad \text{или} \quad k' : k = r'^{-\frac{5}{2}} : r^{-\frac{5}{2}}.$$

Совокупность изображений всех масс системы C составляет *электрическое изображение* этой системы.

§ 29. Электрические системы, служащие одна другой изображением, представляют следующее любопытное свойство.

Если имеем две электрические системы C и Γ и построим их изображения C' и Γ', то потенциал C на Γ (§ 5) *равен потенциалу C' на Γ'.*

В самом деле, означая первый потенциал через W, второй через W', имеем

$$W = \mathrm{S}\sum\frac{e\varepsilon}{D}, \quad W' = \mathrm{S}'\sum{}'\frac{e'\varepsilon'}{D'},$$

Здесь e и ε — массы систем C и Γ, D — расстояние этих масс; суммы S и $\sum$ распространяются одна на все e, другая на все ε, и в известных случаях заменяются интегралами. Подобным образом составлено W'. Но

$$e' = \frac{R}{r}e, \quad \varepsilon' = \frac{R}{\rho}\varepsilon \quad (\S\ 28), \quad D' = R^2\frac{D}{r\rho} \quad (\S\ 27),$$

и всякой паре $e'\varepsilon'$ в сумме $\mathrm{S}'\Sigma'$ соответствует пара $e\varepsilon$ в сумме $\mathrm{S}\Sigma$. Следовательно,

$$W' = W.$$

Если вместо системы C имеем *одну точку* M с массой $e=1$, то, означая через U потенциал Γ на точку M, чрез U' — потенциал Γ' на точку M' (тоже с массой равной 1), имеем

$$U = \frac{R}{r}U' \quad \text{и} \quad U' = \frac{R}{r'}U, \tag{20}$$

или

$$U' : U = r'^{\frac{1}{2}} : r^{\frac{1}{2}}.$$

Это-то важное *соотношение между потенциалами двух соответствующих комплексов на две соответствующие точки* и составляло главную цель последних параграфов. Возвратимся к нашей задаче.

§ 30. Пусть имеем произвольную прямую систему из n *отведенных* проводников в поле одного полюса O с массой, равной 1. Электростатическая задача приводится здесь к тому, чтобы обложить контур S проводников таким слоем электричества, которого потенциал U в точках поверхностей S давал бы $\overline{U} = -\frac{1}{\overline{r}}$, где $\overline{r}$ — расстояние точки контура от наводящего полюса O (§ 24).

Допустим, что этот слой известен. Примем полюс O за центр сферы с радиусом, равным 1, и изобразим наш слой в этой сфере. По § 29 потенциал U' такого изображения на все точки, принадлежащие изображению S' контура, будет $\overline{U'} = -1$. Наоборот, если найден для S' слой, дающий $U' = -1$ во всех точках S', то, взяв электрическое изображение этого слоя, получим решение нашего вопроса.

Таким образом задача *об отведенной системе S в поле полюса O* с массой, равной 1, приводится к задаче *о системе S'* (изображения проводников S в шаре радиуса 1, описанного около O) *без участия внешних полюсов* (в поле $P=0$). Найдя для S' слой k', дающий постоянный потенциал, равным -1 для точек контура, и наложив на S слой k'/r^3, получаем искомое электрическое распределение.

Этим приведением элементарных задач § 24 довершается приведение поля к нулю и для самого общего электростатического вопроса*. Переходим ко второй половине дела — к замене задачи о системе n проводников задачами об *одной замкнутой поверхности.*

§ 31. Заметим, во-первых, что число *отдельных замкнутых поверхностей* в контуре S может быть больше числа n *проводников*: в системе могут быть *полые* проводники, а также соединения двух или более проводящих тел, связанных тонкой проводящей нитью (которую можем оставлять без внимания); в том и другом случае имеем дело с проводником, ограниченным несколькими замкнутыми поверхностями. Пусть будет m число отдельных замкнутых поверхностей, входящих в состав контура $S (m > n)$, и оз-

---

* Первая мысль об электрических изображениях изложена Томсоном в кратком письме к Лиувиллю в 1845 г. (*Journal de Liouville,* **10**, p. 364); затем следуют еще два письма от 1846 г. (*ibid.*, **12**, p. 256) с прибавлением издателя (p. 265), где развивается подробнее идея томсонова преобразования (§ 25), названного Лиувиллем transformation par rayons vecteurs réciproques [преобразованием с помощью обратных радиусов-векторов (*Ред.*)].

Впоследствии принцип изложен у Ламе, (Leçons sur les coordonnées curvilignes, p. 238) и, как средство к приведению электростатической задачи, у Липшица (Lipschiz, Untersuchungen über die Anwendung eines Abbildungsprinzips etc., *Crelle's Journal* Bd. 61, S. 1), который доказывает положение § 30 с помощью приема Дирихле (§ 20, примечание). Наконец, принцип этот изложен в недавно вышедшем 2-м томе Thomson and Tait, Treatise on Natural Philosophy, p. 383. Общая теорема § 29 мне нигде не встречалась.

начим их через S', S'', ..., $S^{(m)}$ (под прежними S_1, S_2, ..., S_n мы разумели *полный контур* каждого проводника).

Ясно, что в нашей задаче можем, вместо n проводников, говорить об *m проводящих поверхностях* S^i, ибо условия электрического равновесия не изменяются, если только контуры проводников (т. е. бесконечно тонкие оболочки при контуре) станем считать проводящими, а вместо внутренней массы тел вообразим себе изолирующее вещество. Не забудем только, что вся совокупность поверхностей S^i, относящихся к контуру S_h одного и того же тела, должна иметь *один и тот же* потенциал K_h.

Следующая теорема покажет нам, каким образом задача о проводящих поверхностях приводится к ряду задач об m' и $m - m'$ поверхностях, где $m' < m$. При этом мы могли бы считать поле P первоначальной задачи уже приведенным к нулю; но так как через это доказательство теоремы упрощается весьма мало, то мы оставим P произвольным.

§ 32. Разделим наш контур S произвольным образом на две группы; назовем одну из них G, другую H. Пусть в первой содержатся m' из числа поверхностей S', во второй $m - m'$ остальные. При этом нет надобности, чтобы две поверхности, принадлежащие одному проводнику, оставались в одной и той же группе. Мы предположим только, что наши две группы G и H *нигде не соприкасаются* одна с другой: так что если в контуре S найдутся две поверхности, имеющие общую точку, то мы отнесем их к одной и той же группе. Потенциалы на контуре G означим через K^h, на контуре H через L'; причем индексами вверху намекаем на то, что величина той и другой постоянной меняется при переходе от одной поверхности контура к другой поверхности.

С этими двумя группами мы предпримем мысленно следующий двойной ряд операций.

I. Сперва 1) удаляем мысленно группу H, оставив группу G *одну* в поле P, и определяем слой, наводимый в этом случае действием P на контуре G; причем для точек контура принимаем ту же величину K^h потенциала, какая первоначально назначена для G.

После этого 2) воображаем, что слой, перед тем наведенный на G, сделался неизменным, так сказать окреп, как будто бы контур G вдруг сделался непроводящим (неспособным изменять раз полученное электрическое распределение). В поле этого неизменного слоя возвращаем группу H на ее прежнее место и *отводим* ее, а поле P при всех последующих операциях этого ряда считаем удаленным. Имеем случай $m - m'$ отведенных поверхностей H в поле слоя G.

3) Слой, наведенный на H, в свою очередь представляем себе неизменно окрепшим, а G опять считаем проводником, и притом отведенным. Имеем m' поверхностей G в поле слоя H.

4) Опять закрепляем слой, образовавшийся на G, а группу H делаем проводящею и отведенною. И т. д.

Этот ряд последовательных наведений, где попеременно то G играет роль проводника, а H — роль неизменного поля, то наоборот, — продолжаем мысленно до бесконечности.

II) Повторяем такой же ряд наведений, обменив роли групп G и H. Именно: 1) удаляя G, оставляем H в поле P, с потенциалом L для контура. Потом 2) делаем группу H непроводящею, G возвращаем и отводим, а поле P устраняем; 3) делаем группу G непроводником, H — отведенным проводником; 4) опять считаем G отведенным проводником, H — непроводящим контуром. И т. д. до бесконечности.

Для ясности приложим табличку этих последовательных наведений. В ней означаем через k_0, l_0 плотности слоев, наведенных полем P на G и на H; чрез k_h — плотность слоя получаемого на группе G, когда она подвергается в h-й раз наводящему действию группы H, и т. д. Самые слои называем $G(k)$ и $H(l)$.

1. Проводник G в поле P получает слой $G(k_0)$.	1. Проводник H в поле P получает слой $H(l_0)$.
2. Отведенный проводник G в поле неизменного слоя $H(l_1)$ получает слой $G(k_2)$ и т. д.	2. Отведенный проводник H в поле неизменного слоя $G(k_1)$ получает слой $H(l_2)$ и т. д.

§ 33. Представим себе теперь, что все слои, которые в таком ряде наведений последовательно получались на контурах G и H, теперь сообщены им одновременно. Другими словами, вообразим на контуре G слой $k_0 + k_1 + k_2 + \dots$ и на контуре H слой $l_0 + l_1 + l_2 + \dots$, составленные чрез *суперпозицию* всех отдельных слоев нашей таблицы.

Эти-то суперпозиции $\sum\limits_0^\infty k_h$ *и* $\sum\limits_0^\infty l_h$ *и дадут нам тот искомый слой, который соответствует нашей общей задаче.*

В самом деле, означим чрез U_h и V_i потенциалы слоев k_h и l_i нашей таблицы. Чертой сверху означаем, что потенциал берется для точек контура G, двумя чертами — что он относится к контуру H. По свойству последовательных наведений получаем

$$\begin{array}{llll} 1)\ \overline{U}_0+\overline{P}=K^h, & 1')\ \overline{\overline{V}}_0+\overline{\overline{P}}=L^i, \\ 2')\ \overline{U}_1+\overline{V}_0=0, & 2)\ \overline{\overline{V}}_1+\overline{\overline{U}}_0=0, \\ 3)\ \overline{U}_2+\overline{V}_1=0, & 3')\ \overline{\overline{V}}_2+\overline{\overline{U}}_1=0, \\ 4')\ \overline{U}_3+\overline{V}_2=0, & 4)\ \overline{\overline{V}}_3+\overline{\overline{U}}_2=0, \end{array} \qquad (21)$$

и т. д.

Суммы $U_0+U_1+U_2+\ldots=U$ и $V_0+V_1+V_2+\ldots=V$ будут потенциалы суперпозиций всех слоев, полученных на G и на H. Из (21) видим, что

$$\overline{U}+\overline{V}+\overline{P}=K^h, \quad \overline{\overline{U}}+\overline{\overline{V}}+\overline{\overline{P}}=L^i, \qquad (22)$$

т. е. что $U+V$ удовлетворяет на всем контуре условиям, которые требуются от потенциала в общей нашей задаче. Итак (§ 23), $U+V$ будет потенциал искомого слоя.

Но при этом необходимо устранить одно важное сомнение. Вопрос в том, имеет ли вообще наша *суперпозиция бесчисленных слоев* какое-либо определенное значение? Другими словами, имели ли мы право складывать левые части уравнений (21) без опасения притти к расходящимся рядам? И хотя несомненно, что каждый член этих рядов есть функция правильная, — сохраняет ли это свойство и сумма бесконечного числа членов? Только тогда найденное нами решение может быть принято, когда ответим утвердительно на эти вопросы.

Впоследствии будет доказано, что ряды U и V действительно сходятся и удовлетворяют условиям правильности.

Таким образом мы привели общий наш вопрос к ряду вопросов (21), где каждый раз дело идет не об m, а об m' или $m-m'$, т. е. о *меньшем числе* проводящих поверхностей. Это приведение, по примеру Морфи, который предложил его для частного случая двух поверхностей в поле

$P=0$ *, мы назовем *правилом последовательных наведений* (principle of successive influences).

Делая $m'=1$, мы выделим из контура S одну поверхность и приведем задачу к случаям *одной* и $n-1$ поверхностей; второй из них в свою очередь сведется на вопросы об одной и $n-2$ поверхностях, и т. д. Окончательно все сводится на вопрос об *одной проводящей поверхности в данном поле*.

§ 34. Прежде чем дополним предыдущий вывод доказательством сходимости и правильности рядов, получаемых по правилу Морфи, заметим, что это правило можно изложить в несколько иной форме. Из § 24 видно, что наше U_i (§ 33), т. е. потенциал слоя, наведенного на *отведенном* проводнике G слоем H (l_{i-1}), можно рассматривать как *изменение потенциала* слоя G, происходящее от того, что слой l_{i-2} на H заменился слоем l_{i-1}; причем, и G, и H могли быть *не отведены*. На этом основании правило § 33 можно изложить так.

Представляем себе сначала, что группы G и H *чувствительны* только к наводящему действию *поля*, взаимно же одна на другую не влияют, и что электрическое равновесие устанавливается с теми потенциалами K^h и L^i на контуре, какие назначены в задаче. Затем воображаем себе, что каждая из групп *поочередно* (начиная или с G, или с H) становится то *проводящей* (чувствительной ко всему внешнему электричеству), то *непроводящей* (удерживающей без изменения последний полученный ею слой) и что каждый раз величина потенциала на контуре проводящей группы есть та постоянная K^h или L^i, которая назначена для этой группы в первоначальной задаче. Продолжая ряд таких чередующихся наведений до бесконечности, мы придем к тому же самому решению, как и путем § 33.

---

* Murphy, Elementary principles of the theories of Electricity, Heat and Molecular Actions, Part 1, On Electricity, p. 93 (1833). В конце изложения замечено вскользь: «the same observations apply to any number of bodies» (p. 94). [Те же замечания приложимы к любому числу тел* (*Ред.*)] (*Crelle's Journal*, Bd. 61, p. 12). У Липшица (Untersuchungen etc.) прием распространен на произвольное число поверхностей, в предположении $P=0$. Томсон (*Philosophical Magazine*, 4 Ser., vol. V, p. 287) воспользовался правилом Морфи в связи с правилом электрических изображений, чтобы вычислить взаимное притяжение двух наэлектризованных шаров (при $P=0$).

В самом деле, в начале имеем

$$\overline{U}_0+\overline{P}=K^h,\quad \overline{\overline{V}}_0+\overline{\overline{P}}=L^i,$$

где U_0 и V_0 имеют то же значение, как и в § 33. Затем — если, например, на первый раз проводником сделана группа G

$$\overline{U}_0+\overline{U}_1+\overline{V}_0+\overline{P}=K^h.$$

Здесь U_1 есть изменение в потенциале U слоя G, происшедшее вследствие того, что контур G сделался чувствительным к наводящему действию слоя $H(l_0)$. Как выше замечено, это U_1 будет тождественно с U_1 в § 33.

После этого проводящей группой делается H, и мы имеем

$$\overline{\overline{U}}_0+\overline{\overline{U}}_1+\overline{\overline{V}}_0+\overline{\overline{V}}_1+\overline{\overline{V}}_2+\overline{\overline{P}}=L^i,$$

где V_1+V_2 есть изменение в потенциале слоя H, вызванное наводящим действием слоя $G(l_0+l_1)$. Ясно опять, что эти V_1 и V_2 те же самые, как и в § 33.

Продолжая далее, мы, очевидно, будем приближаться к тем же уравнениям

$$\overline{U}_0+\overline{U}_1+\overline{U}_2+\ldots+\overline{V}_0+\overline{V}_1+\overline{V}_2+\ldots+\overline{P}=K^h,$$
$$\overline{\overline{U}}_0+\overline{\overline{U}}_1+\overline{\overline{U}}_2+\ldots+\overline{\overline{V}}_0+\overline{\overline{V}}_1+\overline{\overline{V}}_2+\ldots+\overline{\overline{P}}=L^i,$$

или

$$\overline{U}+\overline{V}+\overline{P}=K^h,\quad \overline{\overline{U}}+\overline{\overline{V}}+\overline{\overline{P}}=L^i,$$

какие имели в § 33.

То же самое было бы, если бы первой проводящей группой была выбрана H *.

---

* Повидимому, в такой именно форме хотел сам Морфи изложить свое правило, но изложение его слишком сжато и делается понятным только из приводимых им примеров. Он говорит: Suppose two conducting bodies A and B to be electrised, but that the power by which they influence each other emanates *per saltum*, at finite and equal intervals of time (?) ... (Elementary Principles etc., p. 93) [Положим, что два проводящих тела A и B наэлектризованы, но пусть способность, с которой они влияют друг на друга, действует скачками через конечные и равные промежутки времени... *(Ред.)*] У Липшица прием Морфи изложен сжатым, абстрактно математическим языком.

Прибавим, что прием Морфи в форме § 34 прилагается прямо

§ 35. Нам остается только доказать сходимость и правильность того ряда $U+V=\sum_{n=0}^{\infty}(U_h+V_h)$, который составляет решение электростатической задачи по приему Морфи.

Для этой цели нам понадобятся несколько лемм, которые заимствуем из мемуара Гаусса.

Докажем, во-первых, что если имеем какие-нибудь электрические массы, произвольно размещенные вне данного сферического пространства, то *средняя величина потенциала этих внешних масс на точки поверхности сферы равняется потенциалу на центр сферы.*

То-есть если назовем R радиус сферы, dS — элемент ее поверхности, $\overline{V}$ — потенциал в какой-нибудь точке поверхности, V_0 — потенциал в центре, то

$$\frac{1}{4\pi R^2}\int \overline{V}\,dS=V_0. \tag{23}$$

В самом деле, пусть имеем какие-либо два электрические комплекса C и Γ; массы первого означим чрез e, массы второго чрез ε; потенциал C на точку, где лежит ε, чрез V; потенциал Γ на точку e чрез Φ. По § 5 имеем

$$\mathrm{S}\, e\Phi=\Sigma\,\varepsilon V. \tag{24}$$

Положим, что C означает данные массы, лежащие вне нашей сферы, а Γ пусть будет однородный слой плотности k, который мы мысленно налагаем на поверхность сферы. Такой слой, как известно, действует на все внешние точки так, как будто бы вся его масса $4\pi kR^2$ сосредоточивалась в центре сферы; следовательно, для внешних точек

$$\Phi=4\pi kR^2\frac{1}{r_0},$$

и к общей задаче *первого вида* (§ 6). Нужно только во всех отдельных наведениях условие *неизменности потенциалов* на контуре заменить тем условием, чтобы все проводники все время оставались изолированными (не меняли своих *электрических масс*). На доказательстве этого мы не будем останавливаться.

где r_0 — расстояние точки от центра сферы. Таким образом, уравнение (24), где теперь $\varepsilon = kdS$, дает

$$4\pi kR^2 \mathsf{S}\frac{e}{r_0} = k\int \overline{V}_r\, dS,$$

т. е. уравнение (23)*.

§ 36. Предыдущая теорема позволит нам доказать следующую.

Если потенциал масс, лежащих вне какого-нибудь объема Ω (конечного или во все стороны бесконечного, как в § 9), *равен постоянной* K *в какой-нибудь части* Ω_1 *этого объема, то и в остальной части* Ω_2 *он тоже равен* K.

Пусть в Ω_2 потенциал V не равен K. Мы всегда можем разбить Ω_2 на такие объемы ω, что во всех точках одного

---

* Так доказывается эта теорема у Гаусса (*l. c.* § 20, p. 222). Можно также вывести ее из уравнения (6), § 10. Приложим это уравнение к пространству между поверхностью S данного шара и поверхностью σ другого шара, концентричного с ним и имеющего радиус ρ. Сделаем $\Phi = V$, $\Psi = \frac{1}{r}$. Полный контур, означенный в § 10 общим именем S, будет состоять из двух поверхностей S и σ; внутренняя нормаль N_i идет на шаре σ по радиусу, а на S противоположно радиусу. Следовательно, из (6) получаем

$$\int\left(V\frac{d\frac{1}{r}}{dr} - \frac{1}{r}\frac{dV}{dr}\right)dS = \int\left(V\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dr} - \frac{1}{r}\frac{dV}{dr}\right)d\sigma,$$

где первый интеграл распространяется на поверхность S, второй на поверхность σ. Иначе

$$\frac{1}{R^2}\int VdS + \frac{1}{R}\int\frac{dV}{dr}dS = \frac{1}{\rho^2}\int Vd\sigma + \frac{1}{\rho}\int\frac{dV}{dr}d\sigma,$$

или, так как по уравнению (8)

$$\int\frac{dV}{dr}dS = 0, \quad \int\frac{dV}{dr}d\sigma = 0,$$

$$\frac{\int VdS}{4\pi R^2} = \frac{\int Vd\sigma}{4\pi\rho^2}.$$

Радиус шара σ здесь совершенно произволен: уменьшая его до бесконечности, мы получаем в пределе $\lim\frac{\int Vd\sigma}{4\pi\rho^2} = V_c$ (потенциалу в центре), и наша теорема доказана.

из них $V-K$ сохраняет один и тот же знак. Возьмем один из таких объемов ω_1, соседний с Ω_1, и пусть в ω_1 $V-K>0$. Построим сферу, которой центр лежал бы в Ω_1 а поверхность — частью в Ω_1, частью в ω_1. По § 35 средний потенциал на этой сфере должен равняться K, а между тем по принятому допущению он не может быть равен K, ибо, будучи равен K на одной части сферы, он постоянно больше K на всем протяжении остальной части. Итак, допущение, что $V>K$ в ω_1, невозможно. Подобным образом докажем, что не может быть $V<K$. Затем от объемов ω_1, ближайших к поверхности Ω_1, перейдем к дальнейшим, и наша теорема будет доказана.

§ 37. Из нее, далее, следует, что

Если потенциал V масс, лежащих внутри контура S, или в виде слоя на самом контуре, равен постоянной K во всех точках S, то во внешнем бесконечном пространстве Ω_e, окружающем контур S, потенциал заключается между K и нулем (следовательно, равен нулю, если $K=0$).

Чтобы доказать эту теорему, допустим сначала, что в какой-нибудь точке M внешнего пространства $V=K+D$, где D имеет тот же знак, как и K. Пусть будет θ какое-либо число >0 и <1. На каждом радиусе-векторе, выходящем из M, потенциал в некоторой точке, и при том принадлежащей к Ω_e, принимает величину $K+\theta D$. В самом деле, на тех радиусах-векторах, которые встречаются с контуром S, V непрерывно переходит из $K+D$ в K; а на тех, которые идут во внешнее пространство, V непрерывно переходит из $K+D$ в нуль. В том и другом случае одной из промежуточных величин V будет $K+\theta D$.

Совокупность точек, где $V=K+\theta D$, составит замкнутую поверхность, которая вся лежит в Ω_e, и следовательно, вне всех электрических масс. На всей этой поверхности V равно постоянной, следовательно, и внутри ее V равно той же постоянной $K+\theta D$ (см. § 14). То-есть предположение, что $V=K+D$ в точке M само себе противоречит.

Итак, в Ω_e V не может заключаться вне пределов 0 и K. Когда $K=0$, то наша теорема доказана; если же $K \gtrless 0$, то остается показать, что V в Ω не может быть ни равно 0, ни равно K.

Пусть в точке M $V=K$. Опишем около M как центра сферу, часть которой лежала бы внутри контура S. Средний потенциал на этой сфере должен быть равен K; следовательно, или он во всех точках сферической поверхности равен K, или же местами $> K$, местами $< K$. Последнее допущение невозможно: мы сейчас доказали, что V или везде $< K$ (если $K > 0$), или везде $> K$ (если $K < 0$). Первое предположение вело бы по § 14 к тому заключению, что и внутри сферы $V = K$, а следовательно, по § 36, и во всем пространстве Ω_e было бы $V = K$, что невозможно, ибо в бесконечном удалении $V = 0$. Итак, нельзя было принять $V = K$ в точке M. Этим дополняется доказательство нашей теоремы*.

§ 38. Пусть имеем проводящий *замкнутый контур* S *в поле одного полюса* O, массу которого назовем e, а потенциал p. Контур S делит пространство на $m + 1$ частей, если m — число замкнутых поверхностей в контуре. Докажем, что *потенциал* u *наведенного слоя* $S(k)$ 1) *заключается между нулем и* $-p$ *в той части пространства, где лежит* O, *и* 2), *равняется* $-p$ *в остальных частях и на самом контуре.*

Последняя половина теоремы очевидна: по свойству задачи

$$\overline{u} + \overline{p} = 0, \tag{25}$$

а отсюда по § 14, $u + p = 0$ во всякой части пространства, кроме той, где лежит полюс O.

Докажем первую половину предложения. Пусть будет M одна из точек пространства и $MO = r$. Опишем около O сферу радиуса, равного 1, и изобразим в ней, по правилу § 28, наш слой $S(k)$. Называя u' потенциал изображения $S'(k')$ на M' (изображение точки M), имеем по § 29

$$u = \frac{1}{r} u' \tag{26}$$

и, следовательно,

$$\overline{u'} = \overline{ru} = -\overline{rp} = -e,$$

где $\overline{u'}$ относится к точкам S', u — к точкам S.

Пусть точка M лежит в той же части пространства, где и O. Ясно, что эта часть пространства будет иметь своим изображением бесконечное пространство, извне окру-

---

* Gauss, *l. c.* § 21 и 26 (pp. 223 и 228).

жающее контур S' (точкам, бесконечно близким к O, соответствуют в изображении точки бесконечно удаленные). Следовательно u' предыдущей формулы всегда будет потенциал на точку бесконечного пространства, окружающего контур S'. На самом контуре этот потенциал равен $-e$; по § 36 отсюда следует, что вне контура он заключается между пределами 0 и $-e$. А следовательно u по (26) заключается между нулем и $-\frac{e}{r}=-p$.

Итак, наше предложение доказано вполне.

Плотность наведенного слоя будет $k=-\frac{1}{4\pi}\overline{\frac{d(u+p)}{dN}}$, где нормаль N идет в ту часть пространства, в которой лежит O (производная по другой нормали равна нулю). Так как в этой части $u+p$ имеет знак, одинаковый с p, а на контуре $u+p=0$, то k будет иметь везде знак, противоположный с p или с e; т. е.

Всякий положительный полюс наводит на (отведенном) проводящем контуре слой, плотность которого везде отрицательная, и наоборот.

§ 39. Представим себе теперь неизменный электрический слой $G(k)$ на некотором контуре G, и пусть другой, проводящий и отведенный контур H, находясь в поле этого слоя, получает слой $H(l)$. Предполагаем, как в § 32, что контуры G и H ни в одной точке *не соприкасаются* между собой. Из предыдущего параграфа ясно, что положительная часть слоя $G(k)$ наводит отрицательную часть слоя $H(l)$, отрицательная часть $G(k)$ — положительную часть $H(l)$. Означая потенциалы положительных частей слоев через $\overset{+}{U}$, $\overset{+}{V}$, отрицательных чрез $-\overset{-}{U}$, $-\overset{-}{V}$, имеем $U=\overset{+}{U}-\overset{-}{U}$, $V=\overset{+}{V}-\overset{-}{V}$.

Из § 38 заключаем, что $\overset{+}{V}\leqslant\overset{-}{U}$, $\overset{-}{V}\leqslant\overset{+}{U}$.

Чтобы отличить, где имеет место неравенство и где равенство, заметим, что контуры G и H делят пространство на $m+1$ частей, если m — число отдельных замкнутых поверхностей, входящих в состав G и H. Одни из этих частей ограничены лишь поверхностями, принадлежащими к контуру G, другие — только такими, которые входят в состав H, третьи — отчасти поверхностями G, отчасти поверхностями H. Бесконечное внешнее пространство принадлежит к одной из этих категорий, смотря по свойству контуров.

В тех частях пространства, которые ограничены только поверхностями наводимого контура H, $\overset{+}{V}=\overset{-}{U}$, $\overset{-}{V}=\overset{+}{U}$; *в остальных же частях пространства,* т. е. в тех, в контуре которых участвуют поверхности наводящего контура G, *имеем* $\overset{+}{V}<\overset{-}{U}$, $\overset{-}{V}<\overset{+}{U}$.

§ 40. В правиле Морфи (§ 33) мы имели два бесконечные ряда взаимных наведений между двумя контурами G и H, причем каждый наводимый слой становился в свою очередь наводящим, а наводящий контур делался отведенным проводником. Первым наводящим контуром служила в одном ряде наведений группа G, в другом — группа H.

Проследим наведения первого ряда, называя попрежнему потенциалы слоев для него чрез U_0, V_1, U_2, V_3, ... Назовем для каждого слоя U_h чрез $\overset{+}{U}_h$ потенциал положительной части слоя, чрез —$\overset{-}{U}_h$ потенциал отрицательной части слоя, так что $U_h=\overset{+}{U}_h-\overset{-}{U}_h$. Подобным образом делаем $V_h=\overset{+}{V}_h-\overset{-}{V}_h$. Все величины $\overset{+}{U}$, $\overset{-}{U}$, $\overset{+}{V}$, $\overset{-}{V}$ будут положительные; только в частном случае, когда $\overset{-}{U}_0=0$ (т. е. в слое U_0 весь контур G занят положительным электричеством), получим по § 38 $\overset{+}{V}_1=0$, $\overset{-}{U}_2=0, \ldots$, а в случае, когда $\overset{+}{U}=0$, будет и $\overset{-}{V}_1=\overset{+}{U}_2=\overset{-}{V}_3=\ldots=0$.

§ 41. Рассмотрим отдельно ряд наведений, вызванных *одной положительной* частью слоя U_0, т. е. слоем $\overset{+}{U}_0$ (вообще говоря, незамкнутым). Потенциалы этого ряда будут

$$\overset{+}{U}_0,\ -\overset{-}{V}_1,\ \overset{+}{U}_2,\ -\overset{-}{V}_3,\ \ldots$$

Алгебраическая сумма этих величин всегда составляет ряд сходящийся (он обращается в нуль, когда $\overset{+}{U}_0=0$).

В самом деле, по предыдущему параграфу видно, что 1) в тех частях пространства, которые ограничены отчасти с помощью контура G, отчасти с помощью H, будет

$$\overset{+}{U}_0 > \overset{-}{V}_1 > \overset{+}{U}_2 > \overset{-}{V}_3 > \ldots > 0;$$

2) в частях пространства, ограниченных одним контуром G без участия H, имеем

$$\overset{+}{U}_0 > \overset{-}{V}_1 = \overset{+}{U}_2 > \overset{-}{V}_3 = \ldots > 0$$

и, наконец, 3) в частях, ограниченных контуром H без помощи G,

$$\overset{+}{U}_0 = \overset{-}{V}_1 > \overset{+}{U}_2 = \overset{-}{V}_3 > \ldots > 0.$$

Во всех случаях, следовательно, ряд

$$\overset{+}{U}_0 - \overset{-}{V}_1 + \overset{+}{U}_2 - \overset{-}{V}_3 + \ldots \tag{27}$$

имеет совершенно определенную величину. В случае 2) он При [illegible] $\overset{+}{U}_0$, в случае 3) — к нулю.

§12 Подобные рассуждения мы можем приложить и к тому ряду наведений, который вызывается слоем $-\overset{-}{U}_0$, т. е. *отрицательной частью* слоя $G(k_0)$. Во всем пространстве ряд

$$-\overset{-}{U}_0 + \overset{+}{V}_1 - \overset{-}{U}_2 + \overset{+}{V}_3 - \ldots \tag{28}$$

окажется сходящимся; в частях пространства, обозначенных в 2) и 3), он приводится к $-\overset{-}{U}_0$ и к нулю.

Наконец, совершенно таким же образом мы можем исследовать ряды наведений, начинающиеся с $\overset{+}{V}_0$ и с $-\overset{-}{V}_0$, т. е. с положительной и с отрицательной частей слоя $H(l_0)$. Очевидно, что ряды

$$\overset{+}{V}_0 - \overset{-}{U}_1 + \overset{+}{V}_2 - \overset{-}{U}_3 + \ldots \tag{29}$$

$$-\overset{-}{V}_0 + \overset{+}{U}_1 - \overset{-}{V}_2 + \overset{+}{U}_3 - \ldots \tag{30}$$

будут сходящимися во всем пространстве, приводятся к одному первому члену для частей пространства, ограниченных только контуром G, и к нулю — для частей, ограниченных только контуром H.

Сумма четырех рядов (27), (28), (29) и (30) составляет полный потенциал $U+V$ для общей задачи, найденный по приему Морфи. Мы видим теперь, что этот потенциал ни в каком случае не может получиться в виде ряда расходящегося.

§ 43. Мы могли бы убедиться в сходимости ряда $U+V$ несколько иным способом, который имеет ту выгоду, что позволяет доказать сходимость и для отдельных рядов U и V, а также для их производных по x, y, z.

Докажем, во-первых, что *масса, наведенная слоем* $G(k)$ *на контуре* H, *равна и (по знаку) противоположна потенциалу* $G(k)$ *на такой слой* $H(l)$, *который дает в точках контура* H *постоянный потенциал, равный* 1.

Для этой цели мы должны воспользоваться уравнением (6) § 10. Приложим это уравнение к каждой из тех частей, на которые G и H делят пространство. Для ясности представлений мы примем, что контур состоит только из одной замкнутой поверхности и что они лежат вне один другого. Нетрудно применить последующие приемы и к более сложному случаю.

Назовем (V) потенциал слоя H, дающего $(\overline{V})=1$; U — потенциал наводящего слоя $G(k)$, V — потенциал наведенного слоя $H(l)$. Сделаем в уравнении (6) $\Phi=(V)$, $\Psi=U+V$. Прилагая его к пространству внутри H, получим только $0=0$, ибо на контуре H как $\overline{U}+\overline{V}=0$, так и $\overline{\dfrac{d(U+V)}{dN'_i}}=0$. Прилагая его к пространству внутри G, получаем

$$\int(\overline{V})\,\overline{\frac{d(U+V)}{dN_i}}\,dG-\int(\overline{U}+\overline{V})\,\overline{\frac{d(V)}{dN_i}}\,dG=0,$$

и, наконец, для бесконечного внешнего пространства

$$\int\overline{\frac{d(U+V)}{dN'_e}}\,dH+\int(\overline{V})\,\overline{\frac{d(U+V)}{dN_e}}\,dG-$$

$$-\int(\overline{U}+\overline{V})\,\overline{\frac{d(V)}{dN_e}}\,dG=0.$$

Складывая по частям эти уравнения и замечая, что

$$\frac{\overline{dU}}{dN_i}+\frac{\overline{dU}}{dN_e}=-4\pi k, \quad \frac{\overline{dV}}{dN_i}+\frac{\overline{dV}}{dN_e}=0,$$

$$\frac{d(\overline{V})}{dN_i}+\frac{(d\overline{V})}{dN_e}=0, \quad \frac{\overline{d(U+V)}}{dN'_e}=-4\pi l,$$

находим

$$\int l\,dH+\int(\overline{V})\,k\,dG=0, \tag{31}$$

что и требовалось вывести.

§ 44. Положим теперь, что наводящий слой $G(k)$ имеет везде положительную плотность. Назовем массу наводящего слоя E, массу наводимого F. Из уравнения (31), где k в пределах интеграции сохраняет один и тот же знак, видим, что

$$-F<vE, \tag{32}$$

если чрез v обозначим наибольшую величину между всеми значениями $(\overline{V})$. Из § 36 видно, что, вообще говоря, $v>0$ и <1.

Подобным образом заключаем, что масса слоя, наводимого на G слоем $H(l)$, будет

$$E'<-uF, \tag{33}$$

где u (>0 и <1) есть наибольшее из тех значений, какие принимает в точках H потенциал (U) слоя $G(k)$, дающего на G $(\overline{U})=1$.

Отсюда $E'<uv\cdot E$, где *всегда* $uv>0$ и <1*.

§ 45. Перейдем к ряду бесчисленных последовательных наведений. Назовем $\overset{+}{E}_h$, $-\overset{-}{E}_h$, $\overset{+}{F}_h$, $-\overset{-}{F}_h$ массы тех слоев, которых потенциалы мы означили в § 40 через $\overset{+}{U}_h-\overset{-}{U}_h$, $\overset{+}{V}_h-\overset{-}{V}_h$.

---

* Когда состав и расположение контуров произвольны, то одна из величин u и v может обращаться в *единицу* и одно из неравенств (32), и (33) — в равенство. Именно $(\overline{U})=u=1$, если все части контура H заключаются *внутри* частей контура G, и $(\overline{V})=v=1$, когда весь контур G лежит внутри H. Но произведение uv, очевидно, всегда останется <1, и неравенство $E'<uv\cdot E$ всегда имеет место.

По предыдущему сумма

$$\overset{+}{E}_0+\overset{+}{E}_2+\overset{+}{E}_4+\ldots<\overset{+}{E}_0(1+uv+u^2v^2+\ldots)=\overset{+}{E}_0\frac{1}{1-uv}$$

и, следовательно, несомненно есть ряд сходящийся *.

Таким же способом убедимся в сходимости рядов

$$-(\overset{-}{E}_0+\overset{-}{E}_2+\overset{-}{E}_4+\ldots),$$
$$(\overset{+}{F}_1+\overset{+}{F}_3+\overset{+}{F}_5+\ldots),$$
$$-(\overset{-}{F}_1+\overset{-}{F}_3+\overset{-}{F}_5+\ldots),$$

так что массы, полученные на G и H после первого из двух рядов наведений, указанных в § 32, будут иметь вполне определенное значение.

Точно то же окажется и для масс, полученных от второго ряда наведений.

Итак, ряды, выражающие E и F — массы, окончательно получаемые для G и H с помощью приема Морфи, — всегда сходятся, и притом сходимость их такова, что *не нарушается даже и в том случае, когда всем членам дадим один и тот же знак. Такие ряды, как известно, не изменяют своей величины и не теряют сходимости при перестановке членов* **.

§ 46. Доказав такую сходимость рядов, выражающих массы, нетрудно перейти к сходимости потенциалов, а также и их производных.

Рассмотрим ряд

$$\overset{+}{U}_0+\overset{+}{U}_1+\overset{+}{U}_2+\ldots, \tag{34}$$

т. е. потенциал положительной части слоя G. Общий член этого ряда

$$\overset{+}{U}_h=\int\frac{k_h dG}{r}, \tag{35}$$

* Но не точная геометрическая прогрессия, как можно заключить из слов Липшица (*l. c.* pp. 12—13).

** Bertrand, Traité du Calcul Differentiel, p. 249 (§ 246).

где r — расстояние dG от точки M, для которой составляем потенциал. Так как k_h под интегралом сохраняет постоянный знак, то

$$\overset{+}{U}_h = \frac{1}{r_m}\overset{+}{E}_h, \tag{36}$$

где r_m есть некоторая средняя величина между расстояниями M от самой близкой и от самой дальней точки контура G.

Таким образом ряд (34) составляется чрез помножение членов ряда

$$\overset{+}{E}_0 + \overset{+}{E}_1 + \overset{+}{E}_2 + \ldots \tag{37}$$

на множители, заключающиеся в известных пределах между наибольшим и наименьшим значением величины $\frac{1}{r}$*. Ясно поэтому, что ряд (34) будет сходящийся.

Точно так же доказывается сходимость рядов $-\overset{-}{U}$, $\overset{+}{V}$ и $-\overset{-}{V}$.

§ 47. Далее, тот же самый прием показывает, что если возьмем производные от всех членов которого-нибудь из этих рядов по какой-нибудь координате точки M, то сумма этих производных будет также рядом сходящимся. Так, например, ряд

$$\frac{d\overset{+}{U}_0}{dx} + \frac{d\overset{+}{U}_1}{dx} + \frac{d\overset{+}{U}_2}{dx} + \ldots \tag{38}$$

отличается от ряда (37) тем, что каждый член имеет фактором некоторую величину, заключающуюся между наибольшим и наименьшим значением $\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx}$ для точек контура G. Итак, ряд (38) несомненно, сходящийся.

---

* В случае, когда точка M бесконечно близка к контуру G, наибольшее $\frac{1}{r}$ бесконечно; но интеграл (35) не теряет конечного значения (§ 3) и равенство (36) сохраняется, причем r_m имеет конечную величину.

Таким же образом докажется сходимость тех рядов, которые получим, диференцируя почленно ряды $-\overset{-}{U}$, $\overset{+}{V}$ и $-\overset{-}{V}$.

§ 48. Из этой сходимости заключаем, во-первых, что ряд $U+V$ не только имеет конечную величину для всякой точки M, но и что он есть непрерывная функция точки *.

Далее, ясно, что ряды, составленные чрез диференцирование членов ряда $U+V$ по x, y, z, будут не что иное, как $\frac{d(U+V)}{dx}$, $\frac{d(U+V)}{dy}$, $\frac{d(U+V)}{dz}$ **.

Соображая все сказанное, мы видим, что потенциал, найденный нами по правилу Морфи как решение нашей общей задачи, удовлетворяет условиям конечности и одно-

---

* Bertrand, *l. c*, p. 272, § 3266.

** Вообще если ряды

$$T = t_0 + t_1 + t_2 + \ldots,$$

$$T' = \frac{dt_0}{dx} + \frac{dt_1}{dx} + \frac{dt_2}{dx} + \ldots,$$

$$T'' = \frac{d^2t_0}{dx^2} + \frac{d^2t_1}{dx^2} + \frac{d^2t_2}{dx^2} + \ldots.$$

и т. д. суть сходящиеся в данных пределах переменной x, и притом даже в том случае, когда всем t дадим общий знак, то, дав x приращение h, получаем

$$T(x+h) = t_0 + ht_0' + \frac{h^2}{2}t_0'' + \ldots$$
$$+ t_1 + ht_1' + \frac{h^2}{2}t_1'' + \ldots$$
$$+ t_2 + ht_2' + \ldots,$$

где $t_k^i = \frac{d^it_k}{dx^i}$. Отсюда, так как при сказанном условии величина ряда не изменяется от перестановки членов,

$$T(k+h) = T + hT' + \frac{h^2}{2}T'' + \ldots,$$

а следовательно,

$$\lim \frac{T(x+h) - T(x)}{h} = T' \text{ и т. д.}$$

значности во всем пространстве; такое же свойство имеют и производные этого потенциала. Далее, $U+V$, очевидно, удовлетворяет уравнению Лапласа, ибо каждый член его удовлетворяет этому уравнению. Наконец, с удалением точки M на бесконечное расстояние R, $R(U+V)$ и $R^2 \frac{d(U+V)}{dR}$ стремятся к конечным пределам, ибо каждый член U_h, V_h имеет такое свойство, и суммы пределов $R(U_h+V_h)$, $R^2 \frac{d(U_h+V_h)}{dR}$ всех членов суть сходящиеся ряды $E+F$ и $-(E+F)$.

Этим окончательно устраняется всякое сомнение относительно приема Морфи и мы убеждаемся, что он действительно всегда приводит нас к решению задачи (если только отделяемые группы G и H не имеют общих точек).

§ 49. Мы доказали, что общая электростатическая задача, с одной стороны, приводится к ряду задач с тем же числом проводящих поверхностей и с полем $P=0$; с другой стороны, число проводящих поверхностей можно привести к единице. Результатом того и другого является возможность привести нашу задачу, тем или другим путем, к бесчисленному ряду таких элементарных задач, в коих рассматривается только *одна замкнутая поверхность в поле, равном нулю.*

Так, например, прилагая к общей задаче с самого начала правило Морфи, мы получим ряд задач, рассматривающих одну поверхность в произвольном поле. Затем, приводя к нулю поле каждой из этих задач, мы докончим искомое приведение.

Такого рода приведение в большинстве случаев есть, конечно, только идеальная, невыполнимая схема решения задачи. Тем не менее оно может служить для приближенных вычислений. В частном же случае, когда проводящий контур составлен из двух сферических поверхностей, сказанное приведение выполнимо во всей точности и дает нам общее решение вопроса о двух шарах.

РЕЧЬ ПЕРЕД ДИСПУТОМ[1] ПРИ ЗАЩИТЕ ДИССЕРТАЦИИ НА ТЕМУ „ИССЛЕДОВАНИЕ О ФУНКЦИИ НАМАГНИЧЕНИЯ МЯГКОГО ЖЕЛЕЗА"

Мм. гг., предлагая на суд ваш исследование по одному из тех вопросов, где опытная физика сходится с теоретической, считаю не лишним сказать несколько слов о взаимном отношении этих двух отраслей или направлений физической науки. В ней слово „теория" понимается так различно, оно так дискредитовано в глазах многих исключительных экспериментаторов, что не мешает уяснить, что разумеет под этим именем строгая наука и насколько применимо оно к данной ее части.

В теоретической физике нового времени нельзя не признать одного характеристического и благотворного стремления. Анализируя материал, добытый из опыта, она ограничивает свою задачу тем, что сводит факты к ближайшим и возможно простым обобщениям, не покидая почвы, доступной контролю опыта, — не делая скачков во мрак, в область произвольных и часто праздных гипотез. Строже чем когда-либо относится наука к догадкам об окончательном механическом анализе явлений, о мистических атомах (в старинном смысле этого слова) и о тех невесомых, которые еще не вовсе изгнаны из физического лексикона. Там, где остались подобные гипотезы, они, так сказать, подчеркнуты, и им дается лишь тот вес, какого они заслуживают. Смелые дедукции, которые имеют целью из немногих ясных, но не подлежащих проверке представлений, построить сразу

---

[1] Оппонентами в диспуте были профессоры Н. А. Любимов и Ф. А. Слудский (*Ред.*).

a priori всю сложную механику природы, имеют свою цену как один из приемов научного мышления, как стимул к дальнейшему исследованию, как первый абрис будущей „великой карты, которая изобразит нам свою физическую науку, представляя всякое свойство вещества в динамическом отношении к целому“. (В. Томсон, Речь при открытии Эдинбургского съезда Британской ассоциации, 1871 г.). Но эти первые попытки нетерпеливого ума лежат вне пределов строгой науки и могут занять в ней место лишь после долгого процесса очищения и переработки.

Ближайшая и доступная цель нашей науки состоит в том, чтобы отвлечь сложные, наблюдаемые в действительности процессы от случайностей формы тел и от разнообразных побочных условий, привести факты, так сказать, к схематическим опытам, где субстраты явлений суть элементы объема тел (эти атомы современной физики), где продолжительность явления ограничена элементом времени и все второстепенные условия приведены к возможной простоте. Установив для таких упрощенных условий известный элементарный закон, наука идет обратным порядком: выводит из этого закона следствия для тел конечного размера, для конечных пределов времени и сложной обстановки действительного опыта. Эти следствия доступны опытной проверке и, умножая ряд таких проверок, мы можем дать нашему элементарному закону произвольную степень вероятности — возвести его, можно сказать, на степень достоверного общего факта. Из таких-то общих фактов и слагается строгая наука. На языке анализа они являются обыкновенно в виде уравнений с частными диференциалами — уравнений, которым удовлетворяет известная физическая величина (температура, электрический или магнитный потенциал, упругое перемещение и т. д.). Эти уравнения, по замечанию Римана (Partielle Differentialgleichungen, herausg. v. Hattendorff, Einleitung) „составляют настоящую фактическую основу наших физических теорий“, они служат границей между областью трансцендентных гипотез и областью положительного знания.

Такое критическое стремление физики в сущности не новость: ему был верен уже Ньютон; но с тех пор оно не раз терялось или маскировалось среди метафизических фантазий, бросавших тень на самые надежные выводы прикладного анализа. „Не было порешено, — говорит Гельмгольц, — что понимать как факт опыта, что — как простое словоопределение и что—как гипотезу. Неясную смесь из этих элементов, лежавшую в основе вычислений, старались выдать за аксиомы, метафизически необходимые, требуя, чтобы подобная необходимость была признана и за выведенными из них следствиями“ (Helmholtz, Rede zum Gedächtniss an G. Magnus). Отсюда недоверие многих замечательных исследователей к математическим приемам в деле физики; отсюда этот странный дуализм между физиками-экспериментаторами и физиками-теоретиками. „Теперь поняли, — продолжает Гельмгольц, — что и математическая физика есть наука чисто опытная“..., что она „имеет целью отыскивать чисто эмпирическим путем простые... законы действия элементов тел и совершенно так же подлежит контролю опыта, как и так называемая экспериментальная физика; что по принципам они нераздельны, и первая только продолжает дело второй, открывая все более и более простые и общие законы явлений“. Параллельно с этим „все сильнее — и с полным правом — укореняется убеждение, что при большей степени развития науки только тот может с пользой делать опыты, кто обладает глубоким знанием теории и сообразно ей умеет правильно ставить и разрабатывать свои задачи; только тот, с другой стороны, может с пользой теоретизировать, кто имеет широкую опытную практику“ (*Ibid.*).

Один из наиболее обработанных отделов такой положительной физики находим мы в учении о магнитных силах. Законы взаимодействий постоянных магнитов и равносильных им замкнутых проводников постоянного электрического тока так же прочно стоят в науке, как истины небесной механики. Обыкновенно при изложении магнитизма опираются на гипотезу о магнитных жидкостях с известными парадоксальными свойствами; но это — лишняя надстройка теории, антиципация необязательная, несущественная и потерявшая кредит. Все что доказано по этому предмету, все что, так сказать, окончательно ассимилировано наукой, это — факт частичной полярности магнитного тела и закон магнитных сил, обратно пропорциональных квадрату расстояния.

Эти основные факты или, что то же, равносильные им уравнения магнитного потенциала (величины вполне физической, в таком же смысле, как температура, давление и т. п.) сохранят свою силу независимо от переменчивых гипотез о сущности магнитизма.

Правда, в этом случае самая простота элементарного закона уже дает известное удовлетворение уму, даже при условии, что удержимся от дальнейших гипотез. Не везде свод наблюдений выражается в такой простой и удобной форме. Но тот же путь критического обобщения фактов, то же требование границы между фактическим и гадательным применимы и к более сложным, менее законченным статьям науки в такой же степени, как к приведенному нами примеру.

К таким менее благодарным вопросам физики принадлежит соседнее с предыдущим учение о переходе тел из обыкновенного в так называемое магнитное состояние — предмет моей диссертации. Самый факт намагничения приобрел великое значение в физике со времени открытий Фарадея, утвердивших всеобщность процесса намагничения, — восприимчивость всех тел природы, в большей или меньшей степени, к действию магнитных сил. И несмотря на то, теория явления до сих пор весьма мало разработана. Уже полвека тому назад в эпоху, когда железо и его соединения считались единственными представителями магнитных сил, явилась первая попытка теории намагничения железа. Эта теория, данная Пуассоном, на первый взгляд оттолкнет современного читателя своей верностью языку гипотезы о магнитных жидкостях; но в сущности она приводится к немногим положениям чисто фактического характера. Кроме вышеприведенных законов магнитизма, принимается: 1) что направление намагничения в данной точке железа совпадает с направлением намагничивающей силы и 2) что напряженность намагничения пропорциональна величине этой силы. На этом построена вся теория.

Из этих основных положений второе, при сверке с опытом, оказалось ложным. Пришлось изменить, обобщить теорию; это сделал Кирхгоф. Вместо постоянного фактора пропорциональности введена некоторая эмпирическая функция намагничивающей силы и формы железного тела — функция, знание которой необходимо и достаточно для того, чтобы дать общей задаче о намагничении железа вполне определенную аналитическую постановку.

Эта-то обобщенная теория, вполне верная духу современной науки, дала тему для моего труда. Упомянутая мною функция, которую предлагаю назвать функцией намагничения железа, составляет предмет моих исследований.

Уже из прежних опытов можно извлечь о ней некоторые сведения. Из них видно, что при значительных намагничивающих силах функция намагничения убывает по мере возрастания силы: чем дальше простираем намагничение, тем меньшим возрастанием магнетизма железа сопровождается данное увеличение намагничивающей силы.

О том, как изменяется функция намагничения при слабых силах, почти не найдем в литературе ясных указаний. Принималось обыкновенно, что здесь она удовлетворяет первоначальному допущению Пуассона — не зависит от величины силы. Развитая Вебером гипотеза о сущности процесса намагничения приводила к тому же заключению. Рассматривая железо как агрегат мелких готовых магнитиков, которые при обыкновенном состоянии тела размещены беспорядочно, а при намагничивании повертываются все в одну сторону и дают телу известную полярность, Вебер приходит к результату, в силу которого наша функция намагничения (при слабых силах) должна быть независима от величины силы.

Мне казалось не лишним подвергнуть вопрос новому исследованию, пользуясь новым методом, теоретическая идея которого принадлежит Кирхгофу. Сделанные мною опыты я считаю не лишенными интереса и в том отношении, что ими проверяется теория намагничения для одного из немногих случаев, доступных строгой теоретической обработке. Это — случай железного кольца, обвитого проволокой, несущей намагничивающий ток, — случай соленоида, сомкнутого в форму круга и наполненного железом. Прежние опыты делались исключительно с шарами, эллипсоидами и цилиндрами.

Цепь вычислений, которые ведут от непосредственных данных наблюдения к искомой величине, довольно длинна; но все члены ее частью имеют характер полной несомненности (например, законы разветвления токов, закон электромагнитных действий, закон индукции токов), частью же, где казалось нужным, проверены мною особыми предварительными опытами.

В самом начале исследования я был поражен результатами. Оказалось, что при слабых силах функция намагничения не только не убывает, не только не остается постоянной, но возрастает весьма быстро и при некоторой величине намагничивающей силы достигает maximum'a; около него функция намагничения представляет цифры, вчетверо, впятеро превышающие все найденные для нее до сих пор. Такой результат не мог не приковать к себе внимания, и работа мало-помалу разрасталась.

Познакомившись подробнее со всей литературой предмета, я нашел в ней некоторые указания на замеченный мною факт, преимущественно в работе Ф. Квинтуса-Ицилиуса. Но, к удивлению моему, ни этот известный физик, ни другой позднейший исследователь не сумели правильно истолковать своих опытов. Сообщаемый ими материал мне пришлось переработать, чтобы с ясностью указать в нем подтверждение того закона, который найден был мною другим путем. Эта критика чужих трудов составляет введение моей брошюры.

Так сложилась моя работа — результат нескольких месяцев прошлого года, проведенных мною в Гейдельберге, в лаборатории Кирхгофа. Стесненный временем, я не мог заняться некоторыми побочными вопросами, на которые наводила моя тема, и до сих пор не имел возможности осуществить здесь, в Москве, необходимых для того условий.

Как бы то ни было, частью собственные опыты, частью критика чужих позволяет мне, я думаю, утвердить в науке то положение, что „при малых намагничивающих силах функция намагничения железа имеет возрастающее течение и при некоторой цифре силы достигает наибольшей величины".

Вопрос, избранный мною, имеет важность, как мне кажется, в двух отношениях. С одной стороны, изучение его может уяснить нам механику того частичного процесса, который составляет сущность магнитного состояния тел. Я уже заметил, что гипотеза Вебера о процессе намагничения не согласуется с новыми опытами. С другой стороны, целый ряд новых магнито-электрических машин, в которых малым запасом постоянного магнитизма и тратой работы достигаются огромные электрические эффекты, — существенно основан на факте временного намагничения железа и прямо наводит нас на более обстоятельное изучение этого факта. При всем обилии литературы предмета, в ней почти нет исследований, удовлетворяющих тем условиям, о которых говорит Гельмгольц в приведенной выше фразе. Думаю, что предлагаемая работа, при всей ее неполноте, имеет право на некоторое внимание со стороны специалистов.

ИССЛЕДОВАНИЕ О ФУНКЦИИ НАМАГНИЧЕНИЯ МЯГКОГО ЖЕЛЕЗА

Читано 20 ноября 1871 г. в Московском математическом обществе

ВВЕДЕНИЕ. — Опыты с эллипсоидами

В каждом элементе магнитного тела мы различаем: 1) *направление намагничения*, или *магнитную ось* (линию, для которой магнитный момент элемента есть наибольший), и 2) *напряжение намагничения* или, проще, *магнитность*, — так назовем отношение (наибольшего) магнитного момента элемента к объему последнего *.

Направлением магнитной оси и величиной магнитности вполне определяется магнитное состояние в данной точке тела.

Представим себе какую-либо массу вполне изотропного мягкого железа в произвольном *магнитном поле, имеющем потенциал*, т. е. под действием данных магнитных полюсов или замкнутых электрических токов, лежащих вне железа. Каждый элемент железа находится под действием магнитных сил, происходящих частью от поля, частью от окружающей массы железа; равнодействующую их мы назовем *намагничивающей силой* в элементе.

Теория *Пуассона* **, решающая вопрос о намагничении железа в сказанных условиях, опирается на следующие два допущения:

---

* Весьма отчетливое определение понятий, относящихся к магнитизму, основанное на фактах и независимое от той или другой гипотезы о сущности явлений, дает В. Томсон в прекрасной статье своей „A mathematical Theory of Magnetism“ (*Philos. Trans.*, (85) p. 243).

** Poisson, *Mémoires de l'Acad. des Sciences*, t. V, pp. 248 et 488 (1824).

1) Магнитное состояние данной точки железа в данный момент времени обусловливается только той намагничивающей силой, которая *в самый этот момент* действует на точку. Другими словами, так называемая *задерживательная сила,* столь значительная в случае стали, в железе — предполагается — *совсем не существует.* Вследствие этого *магнитная ось в каждой точке железа необходимо будет совпадать с направлением намагничивающей силы.*

2) Величина магнитности пропорциональна величине намагничивающей силы. Другими словами: *отношение магнитности к намагничивающей силе есть постоянное число* *.

Та и другая гипотезы не оправдываются на опыте с полной строгостью. *Первой* из них противоречит явление так называемого *остаточного* (реманентного) магнитизма. Известной обработкой железа можно однако же в значительной мере приблизить его к тому идеалу, какой требуется первой гипотезой.

Явления остаточного магнитизма, так же как и аналогические с ними явления в теории упругости твердых тел, — остающиеся изменения формы и последействия (Nachwirkungen) — до сих пор не разработаны теоретически. При сравнении теории с опытом стараются по возможности устранять влияние остаточного магнитизма и для этого поступают двояким образом. Известно, что *прокаливание* железа уничтожает в нем следы предыдущего намагничения. С другой стороны, остаточный магнитизм можно уничтожить, употребляя магнитную силу, противоположную той, которая его вызвала, и (как показали опыты Видемана) гораздо более слабую, чем эта последняя **. Поэтому при опытах над *перемагничением* железа, т. е. там, где каждый раз меняется на 180° направление намагничивающей силы, прокаливание становится ненужным. Остаточный магнитизм устраняется здесь, так сказать, насчет намагничивающей силы, и так как лишь малая доля ее тратится на то, чтобы стряхнуть этот остаток, то явления будут почти таковы же,

---

* Нетрудно убедиться, что магнитность и магнитная сила суть величины одинаковых измерений (именно $\text{mgr.}^{\frac{1}{2}} \times \text{millim.}^{-\frac{1}{2}} \times \text{sec.}^{-1}$ по системе Гаусса), так что отношение между ними есть отвлеченное число.

** Wiedemann, Lehre vom Galvanismus etc., Bd. II, pp. 299, 317.

как если бы железо перед каждым перемагничением было прокалено.

Обратимся ко *второй* из указанных выше гипотез.

Опыты Джауля, Мюллера и Вебера убедительно показали ее несостоятельность. С этой точки зрения первоначальная теория намагничения оказалась недостаточной даже для того единственного тела, для которого она была создана, — для мягкого железа. Явилась потребность обобщить теорию: это сделано Кирхгофом*. Вместо простой пропорциональности между магнитностью и намагничивающей силой он принимает между ними самую общую форму зависимости и приходит к уравнениям более общим, чем пуассоновы уравнения намагничения.

Приложение уравнений Кирхгофа требует знания величин некоторой эмпирической функции для всех значений ее аргумента. Эту функцию мы назовем *функцией намагничения* данного железа; можно думать, что она неодинакова для различных сортов железа. Аргумент функции намагничения есть всегда некоторая *магнитная сила*, т. е. величина измерений $\text{mgr.}^{\frac{1}{2}} \times \text{millim.}^{-\frac{1}{2}} \times \text{sec.}^{-1}$; самая функция есть *отвлеченное число*.

Чтобы уяснить себе физическое значение функции намагничения, остановимся на следующем частном случае. Представим себе, что бесконечно тонкий и длинный железный цилиндр помещен в однородном магнитном поле по направлению силы. Можно доказать, что намагничение цилиндра будет *однородное*, т. е. магнитность во всякой точке будет одна и та же. *Отношение магнитности m цилиндра к намагничивающей силе R* поля и будет то, что мы называли функцией намагничения для аргумента R. Мы будем означать эту функцию через $F(R)$ или просто через k.

Знание функции k для всех величин аргумента R дает нам возможность вычислить намагничение произвольной железной массы в данном магнитном поле. Пусть будет $p(x, y, z)$ некоторая точка внутри железной массы. Означим через P потенциал магнитного поля, чрез U — потенциал самого железа в этой точке и чрез R величину

$$R = \Delta(U + P), \tag{1}$$

* Kirchhoff, *Crelle's Journal*, Bd. 48, S. 370.

где

$$\Delta = \sqrt{\left(\frac{d}{dx}\right)^2 + \left(\frac{d}{dy}\right)^2 + \left(\frac{d}{dz}\right)^2} \text{ (корень берется } > 0).$$

Соответственные величины для другой точки $p'(x', y', z')$ назовем U', P', R' и расстояние pp' (считая от p) означим чрез r.

Задача о намагничении, по обобщенной теории Кирхгофа, приводится к тому, чтобы найти функцию U по условию

$$U = -\int\int\int \frac{R'F(R)}{r^2} \cos(R', r)\, dx'\, dy'\, dz', \tag{2}$$

которое должно быть выполнено для всякой точки (x, y, z) железа. (Интеграл простирается на весь объем железа.)

Если такая функция U найдена, то магнитность m и направление магнитной оси a в точке (x, y, z) железа определяются уравнениями

$$\left.\begin{aligned} m &= R \cdot F(R) \\ R\cos(a, x) &= -\frac{d(U+P)}{dx} \text{ и т. д.} \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

при помощи (1)*.

Нахождение функции U, а следовательно, и решение вопроса о намагничении, удается лишь в немногих частных случаях; но причина тому не в недостаточности данных, не в неопределенности задачи, а только в аналитических трудностях решения. Постановка задачи вполне исчерпывается предыдущим условием (2), предполагая только, что железо изотропно и лишено задерживательной силы и что функция $F(k)$ для этого железа нам известна.

---

* Ср. Kirchhoff, *l. c.* p. 370 sqq. Величину R Томсон (*Phil. Trans.* 1851, p. 258) называет *магнитной равнодействующей* в точке p (the resultant force at a point within a magnetic substance), но ее не нужно смешивать с тем, что мы назвали *намагничивающей силой* в данном элементе железа. (Так, например, для элемента сферической формы намагничивающая сила равна $R + \frac{4\pi m}{3}$).

Если примем терминологию Томсона, то k или $F(R)$ будет просто *отношение магнитности к магнитной равнодействующей.* Это отношение по Пуассону постоянно, по Кирхгофу — изменяется вместе с R.

Одним из частных вопросов, разрешимых по теории Кирхгофа, оказывается случай *эллипсоида в однородном поле*. Намагничение здесь будет *однородное*. Ограничимся случаем *удлиненного эллипсоида вращения*, и пусть полярная (большая) ось его параллельна силе поля, которую назовем X. Магнитная ось в каждой точке эллипсоида будет направлена параллельно X, и величина магнитности будет

$$m = \frac{kX}{1 + kS}, \tag{4}$$

где k есть корень уравнения

$$k = F\left(\frac{X}{1 + kS}\right). \tag{5}$$

Буквой S для краткости означено число, зависящее от эксцентриситета ε эллипсоида, а именно:

$$S = 4\pi \frac{1 - \varepsilon^2}{\varepsilon^2}\left(\frac{1}{2\varepsilon} \log \text{ nat} \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} - 1\right)^*. \tag{6}$$

В случае бесконечно растянутого эллипсоида или, что то же, бесконечного цилиндра, $S = 0$ и $F(X)$ есть отношение $\frac{m}{X}$; на этом и основано наше предыдущее определение функции k.

Из сказанного понятно, как важно для теории намагничения железа знание величин функции k для различных значений ее аргумента R. Между тем до сих пор имеется весьма мало сведений о свойствах функции намагничения и о том, насколько она одинакова для различных сортов железа. Наблюдения над намагничением железных масс существуют в значительном числе. Но, во-первых, опыты делались большей частью над *цилиндрическими* полосами — случай, где строгая теория применима только под условием бесконечной длины и бесконечной тонкости цилиндра. Во-вторых, весьма немногие из наблюдателей измеряли в *абсолютных единицах* как намагничивающую силу поля, так и вызванную ею магнитность железа, а без таких измерений вычисление k для данных R невозможно. Сколько мне известно, абсолютные измерения обеих названных величин делали только В. Вебер и ф. Квинтус Ицилиус.

---

* Neumann, *Crelle's Journ.*, Bd. 37, p. 44 и Kirchhoff, *l. c.*, p. 373.

В опытах Вебера * наблюдалось перемагничение тонких *цилиндров*. Цилиндр помещался в восточно-западном направлении пред чувствительным магнитометром и был окружен длинной спиралью, протекаемой током, которая сообщала цилиндру продольное однородное намагничение. Из отклонений магнитометра при перемене направления тока вычислялся магнитный момент цилиндра; а зная абсолютную силу тока, размеры и число оборотов спирали, можно было определить намагничивающую силу поля. Способ Вебера применим только при довольно значительных намагничивающих силах.

Опыты Кв. Ицилиуса ** производились по большей части тем же путем, с той разницей, что железным полосам дана была по возможности форма *эллипсоидов вращения*. Кроме того, произведено было несколько наблюдений при *слабых* намагничивающих силах. С этой целью намагничивающая спираль окружена была второй спиралью, соединенной с гальванометром; при перемагничении железа во второй спирали являлся наведенный ток, величина которого измерялась и была более чувствительным критерием перемагничения, чем прямое магнитное действие железа на магнитометр ***.

Ни Вебер, ни Кв. Ицилиус не вычисляли величин k из своих опытов ****: оба они ограничиваются определением *магнитности* полос и *намагничивающей силы* спирали. Но мы

---

* Weber, Elektrodyn, Maassbest. III (1852), Art. 25.

** v. Quintus Icilius, *Pogg. Annalen*, Bd. 121, S. 125 (1864).

*** Такой способ измерять временное намагничение встречается (1839) уже у Ленца и Якоби (*Pogg. Ann.*, Bd. 47, S. 225), где, впрочем, не дано *абсолютных* чисел. Подобным же образом измерял Вебер (1855) магнитность, наводимую в железных и стальных цилиндрах силой земного магнитизма (Bestimmung d. erdmagnetisch. Kraft in Göttingen), S. 5—24. *Первой* намагничивающей спирали здесь не требовалось: перемагничение производилось простым переворачиванием вертикально стоящей *второй* спирали вместе с облекаемым ею железом. Наконец, при опытах Вебера над телами диамагнитными одним из измерительных способов был способ наведения (через движение). (Electrod. Maassbest. III .Art. 6—10).

**** При позднейших опытах Вебера (1885), упомянутых в предыдущем примечании, вычисления k сделаны; но здесь дано только *одно* число, относящееся к мягкому железу: $k = 35{,}64$; соответственная величина R приблизительно была $R = 0{,}74$ (Bestimmungen etc., pp. 19—21).

видели, что величина магнитности эллипсоида или цилиндра конечной длины зависит не от одной намагничивающей силы поля, но и от формы намагниченного тела, а следовательно, не может служить общим критерием намагничения, пригодным для тел произвольной формы. Чтобы получить такой критерий, необходимо исключить из результатов влияние формы — привести их к случаю тела определенной, раз навсегда избранной формы. Такой нормальной формой мы приняли бесконечно длинный и тонкий цилиндр.

Опыты Вебера не допускают строгой теоретической обработки, так как форма полос была цилиндрическая. Чтобы сделать, хотя приблизительно, указанное приведение, необходимо было подставить вместо цилиндра возможно близкий к нему эллипсоид *.

Вычислив по (6) величину S для такого эллипсоида, имеем из (4) и (5)

$$k = \frac{m}{X - mS}, \quad R = X - mS, \tag{7}$$

где m (отношение магнитного момента к объему тела) и X (намагничивающая сила спирали) суть величины, определяемые непосредственно измерением.

Вычисляя таким образом опыты Вебера, Кирхгоф ** впервые получил величины функции намагничения для нескольких значений ее аргумента. Результаты этого вычисления содержатся в приводимой табличке.

R	k	R	k
296	25,0	1512	8,4
301	23,5	1583	8,1
612	16,9	1773	7,4
823	13,5	1975	6,7
967	12,0	2080	6,4
1184	10,2	2397	5,7
1297	9,5	2484	5,6

За единицу для R принимается здесь по Гауссу

$$\text{mgr.}^{\frac{1}{2}} \times \text{millim.}^{-\frac{1}{2}} \times \text{sec}^{-1}.$$

Из этой таблички видим, что *с возрастанием R величина k постепенно убывает* — сперва быстрее, потом мед-

* Эллипсоид вращения, у которого отношение осей равно отношению длины и толщины цилиндра и объем равен объему цилиндра.

** *L. c.*, p. 374.

леннее — и приближается асимптотически к некоторому конечному пределу или нулю. На это указывали уже и прежде опыты Джауля и Мюллера.

С бо́льшим правом можно приложить вычисление к опытам Кв. Ицилиуса над полосами *эллипсоидальными*. Опыты эти имеют и тот интерес, что пополняют пробел предыдущей таблички относительно величин k *для малых* R.

Нетрудно, однако же, убедиться из рассматривания (7), что только опыты с *весьма растянутыми* эллипсоидами могут дать достаточно точные числа для k; ибо когда S не слишком мало, то малейшая ошибка в определении m и X сильно влияет на результат k, особенно в случае не слишком больших X. Так как при небольших R величина $\frac{1}{k}$ есть малая дробь, между тем как S может доходить до $\frac{4\pi}{3}\left(S=\frac{4}{3}\pi\text{ для шара}\right)$, то для тупых эллипсоидов величина

$$\frac{m}{X}=\frac{1}{\frac{1}{k}+S}$$

становится почти независимой от k и от X:

$$\frac{m}{X}=\frac{1}{S}.$$

Это число $\frac{1}{S}$ (для шара 0,239) есть высший предел отношения $\frac{m}{X}$. При некоторой величине X это отношение наиболее приближается к $\frac{1}{S}$, и при дальнейшем возрастании X снова убывает. Итак, при не слишком больших силах и малом эксцентрицитете магнитность эллипсоида зависит почти *единственно от формы* его. Напротив, при больших намагничивающих силах (когда k малое число) и при значительном эксцентрицитете магнитность почти *независима от формы* и равна k.

№	l	d	S
1	199	1,97	0,005305
2	200	20,41	0,2630
3	51	19,84	1,6440
4	350	2,12	0,002213
5	100,5	5,24	0,00908

Размеры эллипсоидов Кв. Ицилиуса представлены в табличке на стр. 88; l — длина полярной оси, d — длина экваториальной оси (обе в миллиметрах), S вычислено из l и d по формуле (6).

Выбирая для вычисления № 1 и 4, как наиболее растянутые *, получаем следующие две таблицы.

I

R	k	R	k	R	k
2,40	30,5	33,1	119,0	53,3	110,9
5,20	40,8	33,9	118,7	59,2	113,0
12,0	72,5	38,6	120,2	98,4	89,3
21,1	99,1	45,6	120,4	176,2	62,9
24,1	113,4	51,9	119,1	300,7	39,7

II

R	k	R	k	R	k
5,18	20,1	116,5	76,8	1722	7,11
8,71	22,6	148	64,9	2034	6,06
10,30	23,1	213	47,1	2044	6,05
14,5	28,4	240	41,9	2449	5,37
22,2	45,3	250	40,7	2981	4,28
26,9	54,3	379	27,9	3013	4,23
34,4	83,4	455	23,8	3464	3,73
38,5	94,5	495	21,9	3864	3,36
47,0	98,1	610	18,1	3971	3,25
49,2	107,5	749	14,9	4229	3,05
64,9	107,3	935	12,3	4541	2,86
97,2	87,0	1339	8,88		

Результаты этих таблиц представлены графически на черт. 13. Абсциссы изображают величины R, а ординаты — соответственные величины k. Кривая, проведенная пунктиром, дает $\frac{m}{X}$ как функцию X, для № 1, по непосредствен-

* v. Qu. Icilius, *l. c.*, pp. 134 и 137.

ным данным Кв. Ицилиуса (т. е. без приведения к случаю бесконечного цилиндра).

Мы видим, что числа двух таблиц довольно хорошо совпадают между собой, начиная от $R=50$, между тем как при меньших величинах R разницы весьма значительны. Но мы заметили, что именно при малых R влияние формы эллипсоида делается ощутительнее, так что всякая неточность формы или ошибка в определении S весьма влияет на результат. Несогласие результатов при малых R, без сомнения, в значительной степени объясняется такими причинами.

Обратимся к остальным, более тупым эллипсоидам № 2, 3 и 5; из них первые два были из одного куска железа с № 1. Мы видели, что, при небольшом эксцентриците, $\frac{m}{X}$ — почти постоянная величина и равна $\frac{1}{S}$. Поэтому приблизительно должно быть $\frac{m}{X}$ равно

3,80 для № 2,

0,608 для № 3.

Наблюдения Кв. Йцилиуса дают в среднем результате

4,34 для № 2,

0,596 для № 3.

Согласие между вычислением и опытом довольно близкое, особенно для более тупого эллипсоида № 3 *.

К эллипсоиду № 5 такой приблизительный способ вычисления уже неприложим. Чтобы посмотреть, насколько здесь наблюдение согласно с теорией, надобно поступить следующим образом. Сперва по приближению решаем уравнение (5), т. е. находим R для данного X: принимаем $k=0$, т. е. $R=X$, и отыскиваем величину k или $F(X)$ по таблицам I и II с помощью интерполяции, эту величину вставляем в $R=\frac{X}{1+kS}$, по нему находим вновь k из таблиц, и т. д.

* Оба числа еще ближе совпадают, если возьмем среднее из пяти последних наблюдений (где $\frac{1}{k}$ меньше и потому может быть отброшена с большим правом): тогда вместо 0,596 получим 0,615.

до тех пор, пока два последовательные решения R не совпадут. Тогда k найдено, и вычислив

$$\frac{m}{X}=\frac{R}{1+kS},$$

можем сравнить эту величину с наблюденной.

Прилагая такое вычисление к некоторым из тех значений X, для которых $\frac{m}{X}$ известно из опыта *, получаем (см. табл.).

При этом мы пользовались табличкой II, как более обширной, хотя, как видно, эллипсоиды № 4 и 5 были сделаны из различных кусков железа; интерполяция делалась посредством простой пропорции. При всем том можно сказать, что согласие теории с наблюдением удовлетворительно, по крайней мере для малых X. Бо́льшее разногласие при более значительных X происходит, повидимому, от различия в свойствах железа: мы знаем, что при сильном намагничении это различие становится особенно заметным.

X	$\frac{m}{X}$ выч.	$\frac{m}{X}$ набл.
48,2	7,6	7,09
275	10,0	9,67
553	10,0	9,99
1701	6,5	7,51
2851	4,5	5,00
4436	2,9	3,52

Соображая все сказанное, заключаем:

1) Зависимость намагничения от формы эллипсоидов согласна с теорией **.

---

* v. Qu. Icilius, *l. c.*, pp. 129 и 132.

** Кв. Ицилиус, как видно, не понял, что различие числовых величин $\frac{m}{X}$ или вида кривой $\frac{m}{X}=f(X)$ в зависимости от *формы* эллипсоида вполне оправдывается теорией. Приводя свои результаты, он как бы удивляется этому различию и думает, что „beim gegenwärtigen Stande unserer Kentnisse zu früh sein möchte, daraus ein bestimmtes Gesetz in dieser Beziehung ableiten zu wollen". [При современном состоянии наших сведений было бы слишком рано вывести отсюда какой-либо определенный закон в этом отношении (*Ред.*)]. В виду такого заявления одного из известных специалистов по магнитизму, я считал не лишними предыдущие весьма простые соображения о намагничении эллипсоидов; надеюсь, что они достаточно опровергают цитированную фразу.

2) Величины функции намагничения представляют, по-видимому, довольно значительную разницу для различных сортов железа.

3) Для определения функции намагничения пригодны только весьма растянутые эллипсоиды — и то лишь при довольно значительных R.

Как бы то ни было, рассматривая таблицы и чертежи, построенные по данным Кв. Ицилиуса, мы находим любопытный факт, до сих пор, как мне кажется, недостаточно признанный и оцененный. Оказывается, что *при малых величинах аргумента функция намагничения возрастает вместе с ним* и при известном R *имеет maximum*. Между некоторыми пределами R величина k растет пропорционально R (между $R = 14{,}5$ и $22{,}2$ в табл. II) или даже почти пропорционально квадрату R (там же между $R = 26{,}9$ и $34{,}4$). Таким образом *магнитность бесконечно тонкого цилиндра* [равная $k(R)$] возрастает в этих пределах пропорционально *квадрату* или *даже кубу намагничивающей силы* R, — а не первой ее степени, как обыкновенно принимается для небольших сил.

Факт возрастания k при малых R в некоторой мере явствует уже из опытов Джауля (1855) над перемагничением цилиндров *, но внимание экспериментатора сосредоточивалось исключительно на *ремапентном* магнитизме. Далее Видеман (1857), делая опыты с цилиндрами не очень тонкими, заметил, что магнитность растет вначале быстрее (*ein wenig schneller*), чем намагничивающая сила **. Из наблюдений над эллипсоидами № 1 и № 4 в статье Кв. Ицилиуса восходящее течение кривой $\frac{m}{X} = f(X)$ при малых X весьма заметно и было указано автором; но неуменье оценить влияние формы помешало ему отнестись к вопросу с правильной точки зрения.

Мне остается упомянуть здесь еще о недавней работе Рике ***, который делал опыты над перемагничиванием эллипсоидов с помощью вертикальной составляющей земного магнитизма по способу Вебера (см. примечание на стр. 93).

---

* Joule, *Philos. Trans.*, 1856, p. 287.

** Wiedemann, Galvanismus, Bd. II, p 297.

*** Riecke, Die Magnetisierungszahl des Eisens für schwache magnetisierende Kräfte, Göttingen, 1871 (Извлечение в *Pogg. Ann.*, Bd. 141, S. 453).

Эллипсоиды различной формы дали различные величины для k, хотя *внешняя намагничивающая сила*, или *сила поля* (то что мы называли X), была всегда одна и та же. Придя к таким результатам, Рике замечает: „Man kann diesen Umstand der verschiedenen Beschaffenheit der einzelnen Eisenstücke zuschreiben... andernfalls würde derselbe darauf hinweisen, dass für schwache magnetisierende Kräfte die Zahl k mit wachsender Kraft zunimmt* [иначе это указывало бы на то, что для слабых намагничивающих сил число k возрастало бы с увеличением силы" (*Ред.*)]. Автор впадает здесь в то же недоумение, как и Кв. Ицилиус, и только робко подозревает истину; о прежних опытах, доказывающих возрастание k, он, как видно, не знает. Дело в том, что хотя сила X при всех опытах была одинакова, но $R=\frac{X}{1+kS}$ различалось, смотря по форме эллипсоида. Рике не измерял силы X; принимая по Веберу**, что в средине 1870 г. величина вертикальной составляющей земного магнитизма в Геттингене была $X=4{,}228$, можем вычислить величины R для опытов Рике. Получаем приводимую табличку.

R	k
0,31	13,5
0,36	14,9
0,40	17,5
0,46	18,4
0,56	21,6
0,79	19,2
0,72	25,4

Отсюда видим, что величина R изменилась в течение опытов в 2½ раза. По мере возрастания ее возрастает и k (за исключением одного предпоследнего случая).

Имея в виду недостаточность данных относительно функции намагничения, в особенности для малых величин R, я считал не лишенным интереса предпринять ее определение по новому методу, в недавнее время предложенному Кирхгофом***. Железному телу дается форма круглого *кольца* с произвольным, везде одинаковым сечением; намагничивающий ток идет в проволоке, спирально обвивающей всю периферию кольца. Мы получим такую

* Riecke, Die Magnetisierungszahl, S. 23.

** Weber, Bestimmung d. erdmagnetischer Kraft in Göttingen, p. 30.

*** Kirchhoff, *Pogg. Ann.*, Ergänz. V, S. 1 (1870).

систему, если вообразим себе железную призму произвольного сечения с обматывающей ее спиралью и мысленно согнем ту и другую в форму полного круга. Теоретическое решение вопроса о намагничении в этом случае может быть найдено, как показал Кирхгоф, с той же строгостью, как и в случае эллипсоида, помещенного в однородном поле.

С практической точки зрения опыты с кольцом имеют, по моему мнению, два преимущества: 1) форма кольца может быть гораздо *правильнее выполнена* (точением на станке) и гораздо *точнее измерена* (особенно, если сечение кольца — прямоугольник), чем форма эллипсоида; 2) можно ожидать, что при обработке кольца *однородность* железной массы (по крайней мере в направлении осевого круга) сохранится строже, чем при выделке эллипсоида.

Помимо главной цели, которую я имел в виду, — определения функции k, — опыты, описанные ниже, имеют, как мне кажется, и другой интерес. До сих пор опытная проверка теории намагничения была возможна только для эллипсоидов и цилиндров в однородном поле; других случаев, доступных с теоретической стороны и осуществимых на практике, не было известно. В предлагаемых опытах теория впервые проверяется на теле другой формы — на кольце в известных условиях намагничения.

Большая часть исследования произведена мною с августа по ноябрь 1871 г. в лаборатории Г. Р. Кирхгофа, в Гейдельберге. Многими из методов, изложенных мною ниже, я обязан, прямо или косвенно, урокам и советам знаменитого ученого, которому считаю долгом принести мою глубокую признательность.

ОПЫТЫ С КОЛЬЦОМ

I

Результаты теории. План исследования

Представим себе железное *кольцо*, точнее говоря, тело вращения, у которого ось вращения проходит вне массы. Положим, что это кольцо по всей периферии обвито проволокой (*главной проволокой*) в виде оборотов, тесно один к другому прилегающих, из коих каждый можно считать замкнутым плоским контуром, перпендикулярным к осевой или центральной линии кольца. Концы главной проволоки, сходящиеся к одной точке, пусть будут соединены с полюсами гальванической цепи. Сквозь такой сомкнутый, железом наполненный соленоид перекинем в один или несколько оборотов или петель другую проволоку (назовем ее *вторичной*) и замкнем ее посредством гальванометра; эти вторичные, наружные, обороты могут иметь какую угодно форму, величину и расположение — могут быть одинаковы и различны.

Каждый раз, когда мы замыкаем цепь в главной проволоке, гальванометр, введенный во вторичную, обнаруживает присутствие мгновенного тока. Этот ток есть результат двойного *наведения* во вторичной проволоке: 1) прямого гальванического наведения (Volta-Induction) вследствие появления тока в главной проволоке; 2) магнитного наведения (Magneto-Induction) чрез посредство железного кольца, которое, намагничиваясь от действия главного тока, тем самым наводит ток в близь лежащем замкнутом проводнике. Оба наведения действуют в одном и том же направлении, но второе, т. е. магнитное, вообще говоря, гораздо сильнее, чем прямое.

При размыкании цепи исчезновение тока и возбужденного им магнитизма железной массы наводит во вторичной проволоке ток, противоположный прежнему.

По величине оба тока должны быть *равны*, если примем, что железо при размыкании цепи теряет свой магнитизм; вследствие остаточного магнитизма *первый* ток замыкания будет сильнее, чем следующий за ним ток размыкания*. Если повторять замыкание (с той же цепью), то все следующие токи (начиная со второго) будут приблизительно одинаковы.

Вместо замыкания и размыкания цепи мы можем употреблять *перемену направления тока*, причем железо каждый раз *перемагничивается*. Эта форма опыта дает более сильные наведенные токи и ведет к более постоянным результатам: мы знаем, что в этом случае влияние остаточного магнитизма в известной мере устраняется.

Если примем, что остаточный магнитизм незначителен, или по крайней мере сила, истрачиваемая на его уничто-

---

* Предполагаем, что перед началом опыта железо не было намагничено или имело только слабый магнитизм.

жение, составляет лишь малую долю полной намагничивающей силы, то ясно, что ток, наводимый при перемагничении (при обращении главного тока), будет *вдвое* сильнее, чем ток при замыкании или размыкании.

Дальнейший теоретический анализ явления привел Кирхгофа к следующим результатам.

1) Потенциал U железной массы на какую-либо точку, как внутри, так и вне ее взятую, равняется нулю. А следовательно, величина R в уравнении (1) есть ничто иное, как *намагничивающая сила главного тока* в данной точке железа.

2) Эта намагничивающая сила R для точки, лежащей на расстоянии ρ от оси вращения железа, выражается в абсолютных единицах следующим образом:

$$R = \frac{2ni}{\rho}, \tag{8}$$

где n — число оборотов главной проволоки, i — сила наводящего тока.

3) Полная (интегральная) электродвижущая сила наведенного тока при перемене направления тока цепи, выраженная в абсолютных единицах, равняется

$$E = 4nn'i\left\{4\pi\int\frac{k\cdot dS}{\rho} + \int\frac{dS'}{\rho'}\right\}. \tag{9}$$

Здесь обозначено через n' число оборотов вторичной проволоки; если она обматывает кольцо N_1 раз в одном направлении и N_2 раз в противоположном, то под n' надо разуметь разность $(N_1 - N_2)$; dS — элемент площади поперечного сечения железного кольца, ρ — расстояние dS от оси вращения; dS' — элемент плоскости, проходящей через контур одного из оборотов главной проволоки, ρ' — расстояние dS' от оси вращения кольца; k — функция намагничения железа для аргумента $R = \frac{2ni}{\rho}$. Первый интеграл простирается на всю площадь сечения железа, второй на площадь, ограниченную контуром главного оборота.

В случае если главная проволока навита не в один слой, а в *несколько*, вместо 2-го интеграла следует поставить $\frac{1}{n}\sum_i n_i\int\frac{dS'}{\rho'}$, где интеграл простирается на площадь оборота в i-м слое, n_i — число оборотов в i-м слое, и сумма $\sum$ распространяется на все слои.

Мы видим, что величины R и k, а следовательно, и магнитность m неодинаковы в различных точках кольца: намагничение не будет однородное, но зависит от координаты ρ рассматриваемой точки. Но если толщина кольца, считаемая по радиусу осевой линии, достаточно мала сравнительно с этим последним, то под k в интеграле $\int \frac{k\,dS}{\rho}$ можем разуметь величину функции $F(R)$ для *средней величины аргумента*, т. е. для

$$R = \frac{2niM}{S}, \tag{10}$$

где M есть интеграл $\int \frac{dS}{\rho}$, распространенный на площадь сечения железа, S — величина этой площади. Это значит, мы принимаем, что в пределах кольца величину k (при данном ni) можно считать *линейной функцией* ρ.

При таком допущении, решая уравнение (9) относительно k, получаем

$$k = \frac{\frac{1}{4nn'}\,\frac{E}{i} - P}{4\pi M}. \tag{11}$$

Здесь P означает интеграл такой же формы, как M, распространенный на площадь оборота главной проволоки; если же эта последняя обвита вокруг кольца в *несколько слоев*, то

$$P = \frac{1}{n}(n_1P_1 + n_2P_2 + \ldots) \tag{12}$$

где n_1, n_2, ... — числа оборотов в 1-м, 2-м, ... слое ($n = n_1 + n_2 + \ldots$); P_1, P_2, ... — величины $\int \frac{dS}{\rho}$ для каждого слоя.

Уравнения (10) и (11) могут служить нам к определению соответственных величин k и R.

Для такого определения, как видим, требуется:

1) Точное знание размеров и формы железного кольца и оборотов *главной* проволоки, необходимое для вычисления S, M и P; кроме того, знание чисел оборотов *обеих* проволок.

2) Измерение — в абсолютных единицах — *намагничивающего* тока i.

3) Измерение — также в абсолютных единицах — отношения $\frac{E}{i}$ электродвижущей силы *наведенного* тока к напряжению *главного*. Так как E есть произведение некоторого тока на некоторое сопротивление, то измерение $\frac{E}{i}$ требует: во-первых, *сравнения* двух *токов*, во-вторых, — абсолютного измерения гальванического *сопротивления*.

Смотря по силе намагничивающего тока, опыты были расположены двояким образом; сообразно с этим, сравниваемые *токи* и измеряемое *сопротивление* имели различное значение.

1) Когда намагничивающий ток был силен — несравненно сильнее наведенного, — то каждый из них измерялся *особым мультипликатором* (оба мультипликатора действовали на один и тот же магнит). В этом случае главная и вторичная проволоки составляли каждая отдельный, неразветвленный контур. Означая наведенный ток через I, сопротивление вторичного контура через W, имеем

$$\frac{E}{i} = \frac{I}{i} W\,^*. \tag{13}$$

Этот способ оказался бы неудобным для более слабых наводящих токов, ибо измерение их отдаленной бобиной было бы недостаточно чувствительно. Этому можно было помочь, вводя параллельно с главной проволокой кольца *отвод* так, чтобы ток был ослаблен (в известной пропорции) *только* в кольце, но не в бобине. Такой прием и действительно был употребляем. Но удобнее и чувствительнее оказался следующий метод.

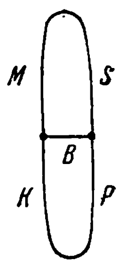
2) Оба тока — намагничивающий и наведенный — измерялись вторичным мультипликатором как более чувствительным. Так как, однако же, главный ток был все-таки гораздо сильнее наведенного, то необходимо было проводить через мультипликатор лишь малую и *определенную* долю тока i, между тем как ток I должен был проходить через него по

---

* Не должно забывать, что здесь I и i предполагаются выраженными в одних и тех же единицах, т. е. обращено внимание на сравнительную чувствительность двух гальванометров.

возможности *вполне*. С этой целью принято было такое же распределение токов, какое употреблял Кирхгоф при своем известном определении коэффициента электродинамического наведения (Inductionsconstante) *. Это распределение схематически представлено на черт. 1. Гальваническая пара K, главная проволока P кольца, вторичная проволока S и мультипликатор составляли один замкнутый контур, который разделялся на две части KP и MS помощью проволоки B с весьма малым сопротивлением. Эту проволоку B будем называть *мостиком* или *отводом*.

Понятно, что если сопротивление мостика весьма мало сравнительно с сопротивлением каждой из частей MS и KP контура, то главный ток будет итти почти исключительно в KBP, а наведенный — почти исключительно в MBS. Таким образом через мультипликатор пройдет *почти весь наведенный ток* и только *малая доля главного*. Выбирая надлежащей величины отвод, мы достигнем того, что действие обоих токов, идущих в M, можно будет измерять посредством одной и той же трубы со скалой; а зная отношение между введенными сопротивлениями, легко найти, с одной стороны, i, с другой стороны, отношение $\frac{E}{i}$.



Черт. 1.

Пусть будет i_m напряжение той доли главного тока, которая идет через мультипликатор; I_m — напряжение наведенного тока в мультипликаторе. Назовем w_1, w_2 сопротивления частей KP и MS контура, w_0 — сопротивление мостика. Прилагая законы разветвления токов, найдем, что

$$i = i_m\left(\frac{w_2}{w_0} + 1\right), \tag{14}$$

$$\frac{E}{i} = w_0 \frac{I_m}{i_m}, \tag{15}$$

предполагая, что w_0^2 можно пренебречь перед $w_1 w_2$ (что при опытах всегда имело место).

В этом случае, следовательно, то сопротивление, которое должно быть измерено в абсолютных единицах, есть

---

* Kirchhoff, *Pogg. Ann.*, Bd. 76, p. 412 (1849).

сопротивление мостика; между тем как при первом методе требовалось знать сопротивление *вторичного контура* (со включением мультипликатора).

II

Описание кольца. Предварительные опыты

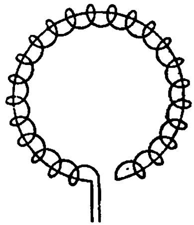
Прежде чем приступлю к подробному описанию измерений, к которым приводит наша задача, я опишу в общих чертах железное кольцо с его обвивкой и изложу несколько предварительных опытов, сделанных для того, чтобы познакомиться с общим характером явлений при *неизменной* намагничивающей силе и проверить результаты теории.

Железное кольцо было приготовлено в мастерской д-ра М. Мейерштейна в Гёттингене; по показанию его, оно, после первоначальной грубой обработки, подвергалось в течение 12 часов калильному жару, для того чтобы ослабить по возможности задерживательную силу железа, после чего было окончательно отделано на токарном станке. Поперечное сечение кольца было прямоугольник. Для более удобного наматывания проволоки, к железному кольцу приклеены были шеллаком два деревянных кольца, округленных наружу, так что поперечное сечение всей системы представляло род овала (черт. 3).

Обвивка кольца состояла из двух слоев тонкой медной проволоки, обмотанной хлопчатой бумагой и покрытой раствором шеллака. Первый, внутренний слой (*главная* проволока) состоял из непрерывной проволоки, выполнявшей всю периферию кольца рядом возможно тесно сближенных и возможно правильных оборотов, числом 800. Возвратясь к своему началу, главная проволока поворачивала назад, еще раз огибала кольцо в *обратном* направлении и опять сходилась с началом (черт. 2). Таким возвратным обводом уничтожалось действие *продольного* тока, представляемого замкнутым соленоидом, — тока, направленного вдоль осевой линии кольца, — и все действие соленоида приводилось как бы к действию отдельных замкнутых токов, перпендикулярных к осевой линии: а так именно и рассматривается главная проволока в теории явления. К концам главной проволоки были припаяны кусочки более толстой проволоки, которые были амальгамированы.

На этом первом слое лежал второй слой оборотов. Он также занимал всю окружность кольца; но здесь проволока была разделена на *пять отделов*, которые имели 50, 100, 150, 200 и 250 (всего 750) оборотов. В каждом отделе проволока, сделав последний оборот, шла назад к началу, так что продольный ток соленоида компенсировался током возвратным.

Каждый из пяти отделов мог быть соединен с мультипликатором независимо от других. Кроме того, можно было составлять различные комбинации отделов, *суммируя*, так сказать, *алгебраически* их действия: смотря по тому, в одном направлении или в различных шли обороты соединенных между собой отделов, действия их или складывались или вычитались одно из другого. Таким образом, во-первых, являлась возможность вводить во вторичный контур, смотря по надобности, большее или меньшее число оборотов, именно: 50, 100, 150, ... до 750 (каждый раз через 50 оборотов). Далее, можно было изменять число оборотов, не изменяя сопротивления вторичного контура: так, например, соединяя 100 и 50 оборотов то в одном направлении, то в противоположном, мы получаем 150 или 50 оборотов при одном и том же сопротивлении. Наконец, наоборот, можем изменять сопротивление вторичной проволоки, не изменяя числа оборотов (вводя, например, один раз 50, другой раз 250—200).



Черт. 2.

Когда имелось в виду получить значительную намагничивающую силу, то проволоки второго слоя получали новое назначение. Все пять отделов соединялись тогда в одном направлении между собой и с обвивкой первого слоя, и таким образом получалась одна *главная* проволока в 1550 оборотов. Для получения же вторичных оборотов в этом случае продевалась сквозь кольцо несколько раз (обыкновенно 10) проволока, идущая от мультипликатора: при сильном намагничении этих немногих оборотов было вполне достаточно. При этом, как сейчас увидим, о правильной форме оборотов нечего было заботиться.

Перехожу к описанию некоторых предварительных опытов; целью их было: во-первых, убедиться в постоянстве результатов, которые получаются в одних и тех же условиях; во-вторых, исследовать и сличить с теорией общий характер явления. При этом намагничивающий ток оставался один и тот же; наведенные токи измерялись просто в долях скалы гальванометра.

Уравнение (9) показывает, что при неизменном намагничивающем токе i наведенная электродвижущая сила

1) пропорциональна *эффективному числу оборотов* вторичного контура, разумея под этим разность между числами оборотов, идущих в том и другом направлении;

2) зависит *только* от числа вторичных оборотов, но не зависит от их формы, величины, положения и т. д.

Подобные законы найдены были экспериментально Ленцом (1835) из опытов с *цилиндрами**: он отрывал железный цилиндр от полюсов сильного магнита и исследовал токи, наводимые при этом в спирали, обвивавшей железо. Но теоретическим путем такие законы могут быть выведены только для случая бесконечно тонкого и бесконечно длинного цилиндра**.

Я соединил главную проволоку (первый слой) моего кольца с полюсами элемента Даниеля; на пути главного тока помещался коммутатор, позволявший менять его направление. Отделы 100, 150, 200 и 250 второго слоя были соединены один с другим и замкнуты помощью гальванометра с сильным демпфером. Соединение отделов делалось различным образом, так что эффективное число оборотов было последовательно равно 100, 200, 300, 400, 500 и 700 и затем в обратном порядке возвращалось к 100. Так как сопротивление вторичного контура при этом не изменялось, то электродвижущая сила, наводимая при перекладке коммутатора, была пропорциональна напряжению наведенного тока, а следовательно, и отклонению (первой элонгации) гальванометра. Наблюдение делалось посредством трубы и скалы. Средние величины отклонений (каждое число из 8 наблюдений) были (с поправкой для приведения к дугам***): при

$n'=$	100;	200;	300;	400;	500;	700;
	47,2;	94,4;	140,4;	189,0;	236,4;	329,9 долей скалы.

* Wiedemann, Galvanismus, Bd. II, p. 634.
** Kirchhoff, *Crelle's Journal*, Bd. 48, p. 368.
*** См. далее гл. V.

Если примем за исходную точку число 329,9, то остальные, предполагая пропорциональность E с n', должны быть 47,13, 94,26, 141,4, 188,5, 235,6.

Согласие этого ряда с наблюденным подтверждает первое положение стр. 102.

Соединяя отделы таким образом, что эффективное число оборотов было $100-150-200+250=0$, я получал при обращении коммутатора малые отклонения $\pm 1,6$. Вероятно, их следует приписать несовершенной однородности железной массы или не вполне строгой правильности оборотов первого слоя. Вводя во вторичный контур 150—100—50 оборотов, я не получал ни малейшего отклонения гальванометра.

Подобным образом легко было доказать, что форма, размеры и положение вторичных оборотов не имеют влияния на величину наводимой электродвижущей силы. Во вторичный контур вводился отдел 50, и другая более толстая проволока перекинута была сквозь кольцо 50-ю широкими неправильными оборотами, направленными противоположно предыдущим. Наведение было совершенно незаметно.

Менее удачен был следующий опыт. По теории, намагничение кольца токами главной проволоки должно быть таково, что не обнаружится никакими действиями на внешние магниты или на токи, не проходящие сквозь кольцо: мы видели, что потенциал железной массы, зависящий от такого намагничения, равен нулю (так же, как и потенциал замкнутого соленоида, представляемого главной проволокой). Итак, все действия, какие кольцо может оказывать на внешние точки, должны зависеть только от других намагничивающих сил: от земного магнитизма, от соседних магнитов, и действия эти не должны изменяться при замыкании или размыкании главного тока или при перемене его направления.

Но когда я поместил свое кольцо в непосредственном соседстве с гальванометром, то замыкание и размыкание цепи или перекладка коммутатора обнаруживались довольно значительными отклонениями гальванометра. Это следует приписать опять-таки той неизбежной неоднородности железа или неправильности главных оборотов, которые, как мы видели, отзываются малыми токами при $n'=0$, когда наведения не должно бы ожидать. При описываемом мною опыте малейшая такая неоднородность, в теории не предполагаемая, необходимо должна обнаружиться сильным действием на чувствительный гальванометр. Как бы то ни было, такое прямое магнитное действие было совершенно незаметно, когда кольцо лежало на своем обычном месте, не слишком близко от гальванометра.

Замечу в заключение, что вообще размахи гальванометра при последовательных перекладках коммутатора были очень постоянны, если только не считать нескольких первых размахов после замыкания или изменения главного тока: на эти первые размахи, очевидно, влиял еще реманентный магнитизм железа, но следующие за тем делались все более и более постоянными. Гораздо меньшее постоянство замечалось в случае наведения *размыканием* и *замыканием* тока. Это обстоятельство, объясняемое остаточным магнитизмом железа, а также и пример большинства прежних экспериментаторов побудили меня остановиться исключительно на методе обращения тока, или *перемагничения*. Числа, полученные мною таким путем, сравнимы поэтому с результатами Вебера и Кв. Ицилиуса. Замечу однако же, что остаточный магнитизм моего кольца был довольно заметен. Изучение его могло бы дать новую тему для опытов. Для этой цели следовало, кроме опытов с перемагничением, делать опыты с замыканием или размыканием тока. Называя наведенный ток в первом случае чрез I, во втором случае чрез I_1, можем принять $\frac{I-2I_1}{I}$ за меру остаточного магнитизма. До сих пор я не имел возможности заняться такими опытами. Притом, чтобы отнестись к ним критически, следовало бы изменить самую теорию намагничения введением, кроме k, еще одной или более функций, зависящих от остаточного магнитизма. Такая задача в настоящее время едва ли может быть разработана как следует.

Приступаю к описанию собственно измерительных опытов. Мы уже видели, что для вычисления k и R необходимы:

1) измерение кольца и обвивки для вычисления M и P;

2) измерение сопротивлений, составляющих вторичный контур, и отводов (мостиков);

3) измерение намагничивающего тока и сравнение его с наведенным.

Рассмотрим каждую из этих задач в отдельности.

III

Размеры кольца.—Вычисление S, M и P

Измерение внешнего и внутреннего диаметра кольца дало, в среднем выводе,

$$200{,}025 \text{ mm. и } 180{,}37 \text{ mm.},$$

откуда *средний радиус* (радиус осевого круга)

$$A = 95{,}098 \text{ mm.},$$

и *ширина* прямоугольного сечения

$$2b = 9{,}828 \text{ mm.}$$

Высота кольца была

$$2h = 14{,}75 \text{ mm.}$$

Отсюда интеграл, обозначенный нами чрез M,

$$M = \int\limits_{A-b}^{A+b} \frac{d\rho}{\rho} \int\limits_{-h}^{+h} dz = 2h \log\text{nat} \frac{A+b}{A-b}$$

будет равен

$$14{,}75 \log\text{nat} \frac{100.012}{90{,}183}$$

или

$$M = 1{,}5256 \text{ mm.} (\log = 0{,}18345).$$

Площадь поперечного сечения железа

$$S = 9{,}828 \cdot 14{,}75 \text{ mm.}^2 = 144{,}96 \text{ mm.}^2$$

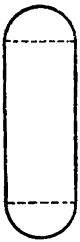
$$(\log \frac{M}{S} = 1{,}97779).$$

Относительно размеров и формы оборотов можно ограничиться менее точным определением.

Ширина деревянных колец, на которых лежит внутренний слой проволоки, равна 10,5 mm.; высота равна 10,0 mm. Внешняя периферия оборота в этом слое равна 86,6 mm.; ширина 11,8 mm., высота 36,3 mm. Число оборотов этого слоя равно 800.

Принимая во внимание толщину проволоки (с обмоткой, равной 0,67 mm.), находим, что средняя ширина оборота равна 11,1 mm., средняя высота равна 35,6 mm.

Контур оборота довольно точно представляет собой прямоугольник 11,1 mm. ширины и 24,5 mm высоты, к которому сверху и снизу приставлены полукруги 11,1 mm в диаметре (черт. 3).



Черт. 3.

Следовательно, интеграл $P=\int\frac{dS}{\rho}$ состоит из двух частей: одна простирается на прямоугольник высоты 24,5 mm. и ширины 11,1 mm. и потому равна

$$24{,}5\log\operatorname{nat}\frac{100{,}65}{89{,}55}=2{,}863\ \mathrm{mm.},$$

другая часть интеграла распространяется на два полукруга (или целый круг) радиуса $r=5{,}55$ mm. Для такого круга интеграл

$$\int\frac{dS}{\rho}=\int\limits_{A-r}^{A+r}\sqrt{r^2-(x-A)^2}\,\frac{dx}{x}=2\pi\left(A-\sqrt{A^2-r^2}\right).$$

В нашем случае получается

$$6{,}28\cdot 0{,}16=1{,}005\ \mathrm{mm.}$$

Итак, весь интеграл P будет *для первого слоя:*

$$P=3{,}87\ \mathrm{mm.}$$

Вычислим соответственный интеграл *для второго слоя* (число оборотов равно 750): он нужен для тех случаев, когда оба слоя соединенно употреблялись в качестве наводящей спирали.

Во 2-м слое средняя ширина оборота (принимая в расчет толщину проволоки с обмоткой, равной 0,83 mm.) была 11,75 mm., средняя вышина 37,75 mm. Принимая опять форму оборота за соединение прямоугольника 11,75 mm. ширины и 26,0 mm. вышины с двумя полукругами диаметра 11,75, имеем

$$\int\frac{dS}{\rho}=3{,}22\ \mathrm{mm.}+1{,}14\ \mathrm{mm.}=4{,}36\ \mathrm{mm.}$$

Следовательно, величина, которая здесь заменяет собой P, будет по уравнению (12)

$$P = \frac{800 \cdot 3{,}87 + 750 \cdot 4{,}36}{1550} = 4{,}11 \text{ mm}.$$

Итак, формулы для вычисления k и R будут:

1) когда главная проволока состоит из *одного* внутреннего слоя (800 оборотов),

$$\left.\begin{aligned} k &= N\left(\frac{1}{320\, n'}\,\frac{E}{i} - 3{,}87\right), \\ R &= 1600 \cdot i \cdot Q; \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

2) когда главная проволока состоит из *обоих* слоев (1550 оборотов),

$$\left.\begin{aligned} k &= N\left(\frac{1}{6200 n'}\,\frac{E}{i} - 4{,}11\right), \\ R &= 3100 \cdot i \cdot Q, \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

причем

$$\log N = 8{,}71734 - 10,$$
$$\log Q = 8{,}02221 - 10.$$

IV

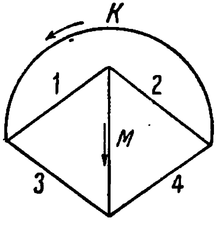
Измерение сопротивлений

Для измерения сопротивлений употреблены были способы Уитстона и В. Томсона — тот и другой с небольшими изменениями, которые считаю нелишним описать.

А. Способ Уитстона

Означим чрез w_1, w_2, w_3, w_4 сопротивления плеч *1, 2, 3, 4* (черт. 4) уитстонова четыреугольника (*электрических весов*, как называет его Томсон). Известно, что условие *отсутствия тока* в диагонали M, содержащей гальванометр, будет

$$w_1 w_4 - w_2 w_3 = 0. \qquad (18)$$



Черт. 4.

В общем случае, когда этот ток i не равен нулю, он пропорционален левой части уравнения (18), в чем легко убедиться, прилагая сюда кирхгофовы законы разветвления токов *.

Положим, что условие (18) выполнено *приблизительно*, а именно так, что плечи *1* и *2*, *3* и *4* попарно почти равны; или, точнее говоря:

$$\frac{w_1}{w_2} = 1 + \alpha, \quad \frac{w_3}{w_4} = 1 + \beta, \tag{19}$$

где α и β можно считать бесконечно малыми дробями единицы. Ток i в этом случае будет

$$i = C(\alpha - \beta), \tag{20}$$

где C есть произведение электродвижущей силы цепи K на функцию сопротивлений, которая остается конечной при $\alpha - \beta = 0$. Пусть этот ток i измерен. Переместим сопротивления w_1 и w_2 одно на место другого: отношение $\frac{w_1}{w_2}$ станет теперь *обратной* величиной прежнего, другими словами, α переменит знак.

Повторим теперь оба предыдущие наблюдения, изменив предварительно отношение $\frac{w_1}{w_2}$ на весьма малую и *известную* величину. Для этого к одному из двух проводников *1*, *2* (например, к *1*) присоединим весьма большое *параллельное сопротивление* (*отвод*) ρ, величина которого сравнительно с w_1 уже *приблизительно* измерена. Два проводника w_1 и ρ составят как бы один, сопротивление которого будет

$$(w_1) = \frac{\rho w_1}{\rho + w_1} = w_1(1 - \delta),$$

откуда $\frac{(w_1)}{w_2} = 1 + \alpha - \delta$, если назовем $\frac{w_1}{\rho} = \delta$ и ограничимся величинами первого порядка.

---

* Они дадут

$$i = \frac{E(w_1 w_4 - w_2 w_3)}{a + bw_0 + cw_5 + dw_0 w_5},$$

где

$$a = w_2 w_3 w_4 + w_3 w_4 w_1 + w_4 w_1 w_2 + w_1 w_2 w_3,$$
$$b = (w_1 + w_2)(w_3 + w_4),$$
$$c = (w_1 + w_3)(w_2 + w_4),$$
$$d = w_1 + w_2 + w_3 + w_4;$$

здесь w_0 и w_5 — сопротивления диагоналей M и K, E — электродвижущая сила цепи K.

Ток, который явится теперь в гальванометре (при *первом* положении проводников *1* и *2*), получится из (22) чрез перемену α на $\alpha - \delta$.

Итак, означая чрез i' и i'' токи при двух положениях *1* и *2 без отвода*, чрез i_1' и i_1'' — соответственные токи *с отводом* ρ, мы получим

$$\left.\begin{aligned} i' &= C(\alpha - \beta), & i_1' &= C(\alpha - \delta - \beta), \\ i'' &= C(-\alpha - \beta), & i_1'' &= C(-\alpha + \delta - \beta), \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

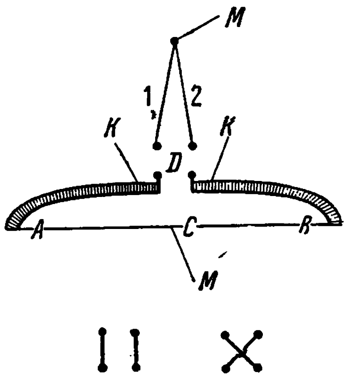
откуда, исключая C и β, находим

$$\alpha = \frac{(i' - i'')\,\delta}{(i' - i'') - (i_1' - i_1'')}, \qquad (22)$$

а следовательно, находим отношение $\frac{w_1}{w_2}$, если δ известно.

Величины токов при этом достаточно знать в произвольных единицах.

При моих измерениях плечами *3*, *4* уитстоновых весов служили две части нейзильберовой проволоки AB реохорда (черт. 5), разделенной приблизительно на середине подвижным нажимом C. От концов A, B проволоки шли широкие медные полоски к двум чашечкам D со ртутью; в двух других чашечках помещались концы сравниваемых сопротивлений *1*, *2*. Проволоки KK, припаянные к медным полоскам, вели к цепи (*1* даниель); в M помещался зеркальный гальванометр с сильным демпфером и малым временем качания (около 7 секунд).



Черт. 5.

С помощью толстых медных скобок, стоящих амальгамированными концами своими на амальгамированных же медных донышках чашек D, сопротивления *1*, *2*, *3*, *4* соединялись двумя способами, как показано внизу черт. 5; этим заменялась перекладка сопротивлений *1* и *2*.

Чтобы избежать нагревания проволок и влияния термоэлектрических токов, цепь замыкалась при каждом наблюдении лишь на 7 секунд (до конца первого размаха). Кроме того, в K был введен коммутатор и наблюдения делались при обоих направлениях тока. Наконец, во избежание индуктивных токов при замыкании цепи, гальванометр вводился в цепь немного (долю секунды) спустя после ее замыкания; это достигалось с помощью особого *двойного замыкателя*, вроде описанного Дженкином в отчетах Британского комитета об эталонах сопротивления*.

Чтобы иметь возможность к каждому *взвешиваемому* таким образом сопротивлению подобрать почти равный и в точности известный *противовес*, я пользовался рядом нейзильберовых эталонов, предварительно регулированных таким образом, что отношения их весьма близко выражались числами:

$$\frac{1}{2} : 1 : 1 : 2 : 4 : 6 : 10 : 16.$$

Более точные цифры этих отношений показаны ниже.

Отводами ρ служили несколько бобин тонкой латунной проволоки, коих сопротивления (в тех же единицах, как предыдущий ряд) выражались приблизительно числами 440, 890, 1816.

Привожу протокол одного из наблюдений, сделанных для сравнения почти равных эталонов *1* и *1* предыдущего ряда; для отличия называю их 1_a и 1_b.

Отводом при 1_b служила бобина 440. Получено

без отвода:	с отводом:
$\parallel\ i' = +\ 68{,}8$ sc[1],	$i_1' = +\ 139{,}7$ sc,
$\times\ i'' = -\ 119{,}5$,	$i_1'' = -\ 182{,}0$

(все токи даны в долях скалы).

Отсюда, так как $\delta = \dfrac{1}{440}$,

$$1_b = 1_a\left(1 - \frac{188{,}3}{133{,}4 \cdot 440}\right) = 1_a\,(1 - 0{,}0032).$$

---

* *Report of the British Association* for 1862, p. 162.

[1] sc у Столетова обозначает деление скалы (*Ред.*).

После этого сравнен эталон *2* с $1_a + 1_b$, и т. д. Результаты, в среднем выводе, были:

$$\frac{1}{2} = 1_a\left(\frac{1}{2} - 0{,}00313\right),$$

$$1_b = 1_a(1 - 0{,}00333),$$

$$2 = 1_a(2 + 0{,}02718),$$

$$4 = 1_a(4 + 0{,}04123),$$

$$6 = 1_a(6 + 0{,}06905),$$

$$10 = 1_a(10 + 0{,}0126),$$

$$16 = 1_a(16 - 0{,}0122).$$

Чтобы определить эти сопротивления в *абсолютных* единицах, из них была подобрана комбинация, приблизительно равная эталону Британского общества (*ому*, т. е. $10^{10}\frac{\text{millim.}}{\text{sec.}}$). Оказалось, что этой цели удовлетворяет соединение (один *за* другим) проводников *6* и *2*, из коих к последнему параллельно придан отвод *16*. (Это можем сокращенно означить: $6 + 2 \parallel 16$.) Сопротивление такой комбинации, по предыдущей табличке, равняется

$$6{,}069 + \frac{2{,}027 \cdot 15{,}988}{18{,}015} = 7{,}8681 \cdot 1_a = C.$$

При сравнении ее с единицей Британского общества (BA) оказалось

$$\text{BA} = C(1 - 0{,}0082),$$

откуда

$$1_a = 0{,}12815\ \text{BA};$$

или, сделав поправку от температуры (нормальная температура эталона $\text{BA} = 15{,}4°$ C, температура при опыте была равна $20{,}4°$):

$$1_a = 0{,}12835 \cdot 10^{10}\,\frac{\text{millim.}}{\text{sec.}} \text{ при } 20{,}4°$$

$$(\log = 9{,}10840).$$

После этого и все прочие члены таблички известны в абсолютных единицах.

Имея такую скалу точно выверенных сопротивлений, я измерил помощью ее все те сопротивления, которые потребуются при вычислении опытов (исключая *мостиков* или *отводов*, потребовавших другой метод). Сюда относятся: сопротивление *мультипликатора*, окружавшего магнитометр, и всех пяти отделов *вторичной проволоки* кольца. Определено также сопротивление главной проволоки, которой мы воспользуемся ниже для некоторой побочной цели. Называя первое из названных сопротивлений w_m, последнее w_p, остальные w_{50}, w_{100}, ... (по числу оборотов), получаем

$$\left.\begin{aligned} w_m &= 19{,}289 \cdot 1_a = 2{,}4758 \cdot 10^{10} \frac{\text{mm}}{\text{sec.}} \\ w_{50} &= 5{,}8046 \cdot 1_a = 0{,}74502 \cdot 10^{10} \quad " \\ w_{100} &= 11{,}0217 \cdot 1_a = 1{,}4046 \cdot 10^{10} \quad " \\ w_{150} &= 16{,}4775 \cdot 1_a = 2{,}1150 \cdot 10^{10} \quad " \\ w_{200} &= 20{,}9023 \cdot 1_a = 2{,}6829 \cdot 10^{10} \quad " \\ w_{250} &= 26{,}6866 \cdot 1_a = 3{,}4253 \cdot 10^{10} \quad " \\ w_p &= 76{,}601 \cdot 1_a = 9{,}832 \cdot 10^{10} \quad " \end{aligned}\right\} \text{при } 20{,}4^\circ.$$

Приведение сопротивлений от одной температуры к другой совершалось с помощью чисел Матиссена: называя сопротивление проводника w, температуру t, имеем $\frac{1}{w}\frac{dw}{dt}$:

0,00387 для меди,

0,00044 для нейзильбера,

0,00031 для эталонов ВА *.

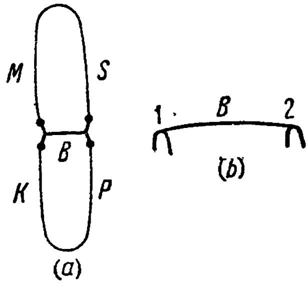
Описанный мною способ *взвешивания* сопротивлений (употребляемый Кирхгофом в его физическом семинарии) может быть доведен до значительной точности. Более употребительный способ пользоваться комбинацией Уитстона состоит, как известно, в том, что изменяют отношение $w_3 : w_4$, передвигая нажим C по масштабу, лежащему вдоль проволоки AB, до тех пор, пока замыкание гальванометра не перестанет сопровождаться током: тогда $w_1 = w_2 \frac{w_3}{w_4}$. Этот

---

* Matthiessen, *Philos. Trans.*, 1862, p. 10 и *Report of the British Association* for 1862, p. 139.

способ и был употреблен мною для *предварительного определения отводов* ρ, причем особой точности не требовалось. Но для более точных измерений таким путем необходимо *градуировать* реохорд, ибо проволока его никогда не бывает вполне однородна; да и то нельзя ручаться, что деление проволоки в *C* совершается вполне одинаковым образом всякий раз, когда нажим стоит на данном делении масштаба. Способ, основанный на *отклонениях* гальванометра и не требующий передвижения нажима, имеет поэтому важные преимущества.

Но и этот, описанный выше способ только тогда дает постоянные и надежные результаты, когда сравниваемые сопротивления *1* и *2* (черт. 5) *не слишком малы*. Иначе всякое перемещение проволок *1* и *2* во ртутных чашечках заметно изменяет результат измерения; ибо сопротивление слоя ртути, лежащего между концом проводника и дном чашечки, оказывается уже не совсем ничтожным сравнительно с сопротивлением целого проводника.



Черт. 6.

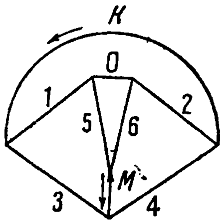
При моих опытах такой случай весьма малых сопротивлений представляли те *мостики*, которые употреблялись при измерении *k* по *второй методе* (стр. 99) и имели целью отвести в мультипликатор определенную малую долю главного тока.

Если бы такой мостик соединялся с прочими проводниками посредством двух ртутных чашек, как показано на черт. 1, то способ помещения его во ртути уже влиял бы на величину отвода. Поэтому гораздо лучше употреблять для мостика проволоку, *припаянную* к коротким и толстым медным вилочкам, ножки которых помещены во ртуть (черт. 6, *a* и *b*). Отводом служит здесь вполне определенное сопротивление *1B2*, от одного спая до другого; способ установки ножек во ртути (бо́льшая или меньшая толщина ртутного слоя) может иметь влияние только на сопротивления контуров *KBP* и *MBS*, но такое влияние совершенно ничтожно, так как это — сопротивления очень значительные.

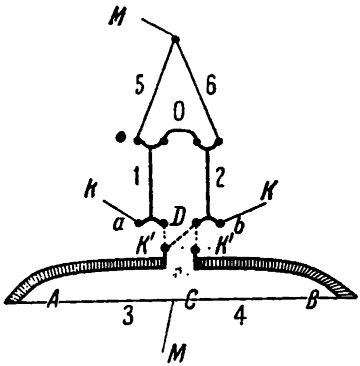
Я сделал четыре таких мостика из толстой (1,5 mm) медной проволоки, с еще более толстыми, внизу амальгамированными ножками. В двух меньших мостиках (почти равных) длина проволоки *1B2* была 440 mm., в двух других (тоже равных) 880 mm. Для более точного определения сопротивлений *от спая до спая* был употреблен

В. Способ Томсона

Комбинация Томсона* отличается от уитстоновых весов тем, что концы проводников *1* и *2* соединены с ветвью (диагональю), содержащей гальванометр, не прямо а с помощью двух новых, проводников *5* и *6* (черт. 7) которых сопротивления w_5, w_6 относятся между собой, как $w_3 : w_4$, и к которым при-



Черт. 7.



Черт. 8.

дан короткий отвод *O*. Если $w_1 : w_2 = w_3 : w_4 = w_5 : w_6$, то ток i в гальванометре равен 0.

Черт. 8 представляет прежде описанный реохорд с приспособлениями к методе Томсона. *1* и *2* суть два сравниваемые, почти равные проводника (мостика); проводники *3* и *4* суть равные части проволоки реохорда, *5* и *6* — две равные комбинации из ряда прежних нейзильберовых эталонов (например *10* + *6* и *16*). Проволоки *KK* ведут к цепи, *MM* — к гальванометру.

Легко применить и к томсоновой комбинации тот *способ отклонений,* какой мы употребили для уитстоновых весов.

---

* Thomson, *Philos. Mag.* (4 ser.), vol. XXIV, p. 149; Wiedemann, Galvanismus, Bd II, p. 1046.

Применяя законы Кирхгофа к томсоновой схеме, получим, как условие для $i = 0$:

$$(w_1 w_4 - w_2 w_3) + \frac{w_0}{w_0 + w_5 + w_6}(w_4 w_5 - w_3 w_6) = 0. \qquad (23)$$

Это условие будет выполнено, если сделаем

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{w_3}{w_4} = \frac{w_5}{w_6}. \qquad (24)$$

Пусть эти уравнения выполнены только *приблизительно*, а именно:

$$\left.\begin{aligned} w_1 &= w_2(1 + \alpha), \\ w_3 &= w_4(1 + \beta), \\ w_5 &= w_6(1 + \gamma), \end{aligned}\right\} \qquad (25)$$

где α, β, γ — бесконечно малые. Назовем, кроме того,

$$\frac{w_0}{w_0 + w_5 + w_6} = \varepsilon.$$

Ясно, что ток i в гальванометре будет *пропорционален* левой части уравнения (23), т. е.

$$i = C\{(\alpha - \beta) + \varepsilon(\gamma - \beta)\},$$

где C есть произведение электродвижущей силы элемента на функцию сопротивлений, которая остается конечной при соблюдении пропорций (24).

Если w_0 так мало сравнительно с $w_5 + w_6$, что ε можно считать величиной того же (или высшего) порядка, как α, β, γ, то

$$i = C(\alpha - \beta),$$

т. е. получается то же уравнение, как и при методе Уитстона.

Понятно, что, употребляя два различные способа соединения сравниваемых проводников *1*, *2* с плечами *3*, *4* реохорда и прибавляя потом к одному из первых известной величины *отвод*, мы получим, как и прежде, четыре наблюдения, из которых найдем α и β.

Заметим только следующую разницу от наблюдений по методе Уитстона. Если бы проволоки, ведущие к гальваническому элементу, были попрежнему припаяны к медным полоскам реохорда в $K'K'$, то роль сравниваемых проводников играли бы не одни только *главные проволоки* мостиков *1* и *2* [т. е. проволоки *1B2* (черт. 6,*b*), между спаем и спаем]: в состав сопротивлений w_1 и w_2 вошли бы, кроме того, и *ножки* мостиков, ртуть чашечек, проволоки D и части медных полос от D до K'. Между тем, как уже сказано выше, мы хотим знать сопротивления одних главных проволок *1* и *2*, от спая до спая. Для этого нужно было электроды батареи поместить в a и b (черт. 8). При таком расположении перемена способа соединения в D, очевидно, равносильна перекладке *плеч реохорда*, а не мостиков *1* и *2*. Итак, четыре тока, которые получатся при обоих способах соединения ($\|$ и $\times$), *без отвода* и *с отводом* равным $\frac{w_1}{\delta}$ при w_1 будут:

$$\left.\begin{array}{ll} \qquad\| & \qquad\times \\ i' = C(\alpha - \beta), & i'' = C(\alpha + \beta), \\ i_1' = C(\alpha - \delta - \beta), & i_1'' = C(\alpha - \delta + \beta), \end{array}\right\} \tag{26}$$

откуда

$$\alpha = \frac{(i' + i'')\delta}{(i' + i'') - (i_1' + i_1'')}. \tag{27}$$

Отводами служили нейзильберовые проволоки *16* или *10+16* из прежде описанной серии эталонов. Мы увидим после, каким образом эта серия была сравнена с нашими мостиками, так что величина каждого члена ее сравнительно с измеряемыми проводниками была приблизительно уже известна.

Для примера приведу один из опытов, сделанных для сравнения двух больших мостиков (назовем их II_a, II_b). Токи i (в долях скалы) были:

$$\begin{array}{ll} i' = 16{,}3, & i'' = 5{,}7, \\ i_1' = 14{,}9, & i_1'' = 3{,}9. \end{array}$$

Отвод был равен $26 \cdot 1_a$, или (так как $\mathrm{II}_a = 0{,}177 \cdot 1_a) = 147 \cdot \mathrm{II}_a$. Поэтому

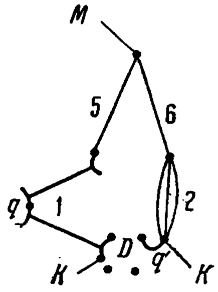
$$\mathrm{II}_b = \mathrm{II}_a\left(1 + \frac{31{,}2}{21{,}6 \cdot 147}\right) = \mathrm{II}_a(1 + 0{,}00982).$$

Подобным образом сравнены два малые мостика (I_a и I_b), а затем комбинация $II_a \parallel II_b$ с I_a. Средние результаты таких сравнений были:

$$I_b = I_a(1 + 0{,}00490),$$
$$II_a = I_a(2 - 0{,}0570),$$
$$II_b = I_a(2 - 0{,}03795).$$

Остается прибавить, каким образом ряд мостиков был сравнен с рядом нейзильберовых эталонов, а следовательно, и с единицей Британского общества.

Для этого составлена была (черт. 9) томсонова комбинация, в которой на место w_1 помещались два большие мостика *один за другим* ($II_a + II_b$); а на место w_2 — нейзильберовые эталоны $^1/_2$, *2* и *4 параллельно* ($^1/_2 \parallel 2 \parallel 4$, что дает, по таблице стр. 111, сопротивление, равное $0{,}36319 \cdot 1_a$).



Черт. 9.

При таком соединении мостиков две ножки и слой ртути при q (черт. 9) уже входят в состав сопротивлений w_1, а потому, для компенсации, и к другому сопротивлению w_2 придана была у q' лишняя чашечка со ртутью и медная вилочка такой же длины и диаметра, как пара ножек в w_1.

Таким путем было найдено, что

$$II_a + II_b = 0{,}35497 \cdot 1_a \text{ при } 21{,}3°,$$

откуда, на основании стр. 116,

$$1_a = 0{,}09090 \cdot 1_a \text{ при } 21{,}3°,$$

или, переходя к абсолютным единицам (стр. 112):

$$\left.\begin{array}{l} I_a = 0{,}090584 \cdot 1_a = 116\,258\,000 \frac{\text{mm}}{\text{sec.}} \\ I_a = 0{,}091027 \cdot 1_a = 116\,830\,000 \;\text{"} \\ II_a = 0{,}17600 \;\; \cdot 1_a = 225\,895\,000 \;\text{"} \\ II_b = 0{,}17773 \;\; \cdot 1_a = 228\,115\,000 \;\text{"} \end{array}\right\} \text{ при } 20{,}4°.$$

Заметим, что при сравнении медных мотков между собой и с нейзильберовыми эталонами нужно было позаботиться о равенстве температур обоих сопротивлений. Поэтому они были окружены со всех сторон ширмой из папки, защищавшей их от лучеиспускания окружающих предметов (особенно наблюдателя) и от воздушных течений.

V

Измерение токов

А. Основные формулы. Определение λ и T

Положим, что *постоянный* ток действует на гальванометр, у которого обороты мультипликатора параллельны магнитному меридиану. Если отклонения магнита ограничиваются малыми углами (как бывает в случае зеркальных гальванометров), то можно принять, что отношение силы тока к тангенсу отклонения есть постоянная величина для данного места и небольшого промежутка времени *. Вообще говоря, это отношение равно HC, где C — постоянная, зависящая от геометрических свойств гальванометра, H — *горизонтальная направляющая сила* (Directionskraft) магнита. Эта последняя зависит преимущественно от горизонтальной составляющей земного магнитизма и окружающих магнитных тел, частью также от кручения нити привеса магнита.

Итак, означая силу тока в абсолютных единицах через i, угол магнита с магнитным меридианом при действии этого тока через u, имеем

$$i = H \cdot C \cdot \operatorname{tg} u. \tag{28}$$

Таким образом для перевода показаний гальванометра в абсолютные меры надобно определить раз навсегда C — *абсолютный коэффициент* гальванометра, и, кроме того, знать величину H для времени и места наблюдений.

Если наблюдения производятся помощью зеркала и трубы со скалой, то непосредственно наблюдаемая величина есть видимое положение нити трубы на скале, отсчитанное

* Строго говоря, оно увеличивается с усилением тока, ибо магнит все более и более отступает от параллельности с оборотами мультипликатора.

в долях скалы. Называя s_1 отсчет при токе, s_0 — без тока, имеем *

$$\operatorname{tg} u = \frac{1}{2D}\left[(s_1 - s_0) - \frac{(s_1 - 500)^3}{4D^2}\right], \tag{29}$$

где D — горизонтальное расстояние от скалы до зеркала, выраженное в долях скалы**.

Величину

$$\sigma_1 = s_1 - \frac{(s_1 - 500)^3}{4D^2} \tag{30}$$

мы будем для краткости называть *приведенным к тангенсу отсчетом.*

Если наблюдаем действие тока, переменив его направление, то, означив новый приведенный отсчет через σ_2, имеем

$$\operatorname{tg} u = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{4D}. \tag{29'}$$

Если для сокращения времени (что особенно важно вследствие несовершенного постоянства токов) не дожидаемся совершенного успокоения магнита, а наблюдаем его качания около положения равновесия s, то это последнее определяется из двух последовательных отсчетов s', s'' по формуле

$$s = s' + (s'' - s)\frac{\gamma}{1+\gamma}. \tag{31}$$

Здесь γ есть отношение между двумя последовательными дугами, описанными магнитом, и, следовательно $\log \gamma = \lambda$ — так называемое *логарифмическое убывание* размахов (decrementum logarithmicum).

---

* Предполагая: 1) что скала установлена горизонтально и перпендикулярно к горизонтальной прямой, соединяющей ее середину (500 sc). с нитью магнита, 2) что середина скалы, центр объектива и пересечение нитей трубы лежат в одной вертикальной плоскости и 3) что s_0 — малая величина.

** Если зеркало стеклянное, с амальгамой на задней стороне, то под D надо разуметь расстояние от скалы до передней поверхности зеркала $+\frac{2}{3}$ толщины последнего.

Переходим к измерению токов *мгновенных*, каковы наведенные токи в нашем исследовании. В этом случае измеряется *интегральная величина* тока

$$I = \int i\,dt,$$

(где i — сила тока в момент t и интеграция распространяется на все время тока). Для измерения I в абсолютных единицах недостаточно знать коэффициент C гальванометра: кроме него, должны быть определены еще две постоянные гальванометра: 1) *логарифмическое убывание* λ, в этом случае существенно необходимое, и 2) *время качания* T *магнита при разомкнутом мультипликаторе* (и без демпфера). Величина I вычисляется по формуле*:

$$I = C\frac{T}{\pi} \cdot u\, e^{\frac{\lambda}{\pi\mu} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi\mu}{\lambda}}. \tag{32}$$

Здесь μ — модуль бригговых логарифмов; u есть угол, описанный магнитом, при первом размахе, от действия мгновенного тока, т. е.

$$u = \frac{\sigma - \sigma_0}{2D}, \tag{33}$$

где σ, σ_0 — *приведенные к дугам* отсчеты при конце размаха и при положении равновесия, т. е.

$$\sigma = s - \frac{(s-500)^3}{3D^2}, \quad \sigma_0 = s_0 - \frac{(s_0-500)^3}{3D^2}, \tag{34}$$

s, s_0 — непосредственные отсчеты. Если магнит в момент тока не был в покое, а совершал малые качания, то под s_0 надо разуметь то деление скалы, до которого он дошел бы, если бы не подействовал ток. Оно вычисляется из двух наблюдений s', s'' по формуле

$$s = s'' + (s' - s'')\frac{1}{\gamma}. \tag{35}$$

Для большей точности, вместо наблюдения одного первого размаха употребляется часто, как известно, метода *мультипликации*: действие мгновенного тока повторяют

---

* Kirchhoff, *Pogg. Ann.*, Bd. 76, p. 412; Weber, Elektrodyn. Maassbest., II (1850), Beilage C.

поочередно то в ту, то в другую сторону в те моменты, когда магнит проходит через положение равновесия. В этом случае величина $\sigma-\sigma_0=A$ в уравнении (33) вычисляется из каждых трех последовательных σ (σ_{n-1}, σ_n, σ_{n+1}) помощью соотношений

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\gamma}\sigma_{n-1}+\sigma_n=\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)\sigma_0\pm A, \\ \frac{1}{\gamma}\sigma_n+\sigma_{n+1}=\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)\sigma_0\mp A; \end{aligned}\right\} \qquad (36)$$

вычитая уравнения одно из другого, находим A; складывая — положение равновесия σ_0 *.

При моих наблюдениях я пользовался магнитометром, состоящим из фунтового магнита, привешенного к потолку комнаты помощью длинной и тонкой металлической нити. Магнит окружен был мультипликатором с овальными оборотами и медным демпфером. Наблюдения совершались помощью зеркала и трубы со скалой.

Для определения λ делался особый ряд наблюдений при замкнутом мультипликаторе, но без тока. Магнит раскачивался посредством вспомогательного магнита или посредством индуктивных токов. Каждый раз, когда приходилось изменять сопротивление проволоки, замыкающей гальванометр, определение λ предпринималось снова.

Нетрудно убедиться, что наивыгоднейшее число дуг качания, каким можно воспользоваться при определении λ, есть ближайшее целое к $\frac{0{,}4816}{\lambda}$ **. Называя его n, первую дугу a_1 (ее следует делать возможно больше), n-ю a_n, имеем

$$\lambda=\frac{1}{n}\log\frac{a_1}{a_n}.$$

Определение T — времени качания магнита при разомкнутом мультипликаторе и без демпфера — делалось по спо-

---

* Ср. Weber, *l. c.*

** Этим замечанием я обязан Кирхгофу. При выводе предполагается, что вероятная ошибка отсчитывания для больших и малых дуг одинакова.

собу Гаусса*: каждый момент поворота (Elongationszeit) вычислялся как среднее из шести моментов прохождения магнита через меридиан. Часы поверялись по хронометру Мангеймской обсерватории.

К непосредственно найденному T приходилось придавать две поправки: 1) поправку для приведения к бесконечно малым дугам, равную

$$-\frac{1}{16}\left(\frac{a}{2D}\right)^2 T,$$

где a — средняя амплитуда качаний в долях скалы; 2) поправку вследствие суточного хода часов, равную

$$\frac{\tau}{86400} T,$$

где τ — величина хода.

Так, например, при наблюдениях 24/12 сентября найдено, что время 30 качаний равно

$$\begin{array}{r} 10^m16{,}38^s \\ 35 \\ 33 \\ 20 \\ 20 \\ \hline \text{средн. } 10^m16{,}292^s, \end{array}$$

откуда непоправленное $T = 20{,}5431^s$.

При этом

$$a = 153{,}3 \text{ sc.}, \quad D = 2128{,}2 \text{ sc.},$$

$$\tau = -18{,}45^s$$

(часы шли *вперед*); отсюда

$$\begin{array}{lr} \text{1-я поправка} & = -0{,}0017^s \\ \text{2-я} \quad\;\; \text{»} & = -0{,}0044 \\ \hline & -0{,}0061 \end{array}$$

и окончательная величина

$$T = 20{,}537^s.$$

Остается показать, каким образом определялись величины C и H.

---

* Gauss, Anleitung zur Bestimmung der Schwingungsdauer einer Magnetnadel (*Werke*, Bd. V, p. 374.)

a) Круглая бобина

Абсолютным гальванометром для довольно сильных намагничивающих токов служила *цилиндрическая бобина*, помещенная в определенном положении на восточной стороне магнитометра. Ось бобины была направлена перпендикулярно к магнитному меридиану и продолжение ее проходило через центр магнита. Расстояние центра бобины от центра магнита обыкновенно отмеривалось в 1000 mm., или 1250 mm., смотря по требуемой чувствительности снаряда, т. е. по силе измеряемых токов.

Бобина имела толщину (по оси), равную 66 mm., и состояла из четырех слоев проволоки, каждый оборот которой можно считать правильным кругом. Радиусы кругов и числа оборотов в каждом слое были:

	радиус	число обор.
1-й слой	112,0	37
2-й „	113,8	37
3-й „	115,6	37
4-й „	117,4	36

По этим данным легко найти *сумму площадей, обтекаемых током* (Flächenraum); называя ее F, получим

$$F = 6{,}075\,500 \text{ mm}^2.$$

$$(\log = 6{,}78359).$$

Пусть будет i — напряжение тока в бобине, выраженное в абсолютных единицах; u — соответственный угол отклонения магнита из магнитного меридиана; e — расстояние центра бобины от нити магнитометра. Принимая размеры бобины и магнита весьма малыми сравнительно с e и рассматривая бобину с током как магнит, у которого ось перпендикулярна к меридиану и момент равен iF, мы имеем, в первом приближении

$$\frac{1}{C} = \frac{H \operatorname{tg} u}{i} = \frac{2F}{e^3}. \tag{37}$$

Отсюда для

$$e = 1000 \text{ mm.}, \quad C = 82{,}292,$$
$$e = 1250 \text{ mm.}, \quad C = 160{,}73.$$

Выражаясь точнее, мы должны считать правую часть уравнения рядом, расположенным по нисходящим степеням e. Если примем, что как магнит, так и бобина симметричны, в магнитном отношении, относительно их осей, то в означенном ряде могут быть только нечетные степени e. Ограничиваясь двумя первыми членами ряда, можем написать

$$\frac{1}{C}=\frac{H\operatorname{tg}u}{i}=\frac{2F}{e^3}\left(1+\frac{\beta}{e^2}\right). \tag{37}$$

Здесь β — коэффициент, который зависит не только от размеров бобины и магнита, но и от распределения магнитизма в последнем; поэтому величину β можно определить только из опыта *.

Для такого определения достаточно наблюдать отклонения магнита, производимые бобиной при одной и той же силе тока, но на *двух различных расстояниях* e_1 и e_2. Называя наблюденные отклонения u_1 и u_2, имеем

$$\frac{e_1^3\operatorname{tg}u_1}{1+\frac{\beta}{e_1^2}}=\frac{e_2^3\operatorname{tg}u_2}{1+\frac{\beta}{e_2^2}},$$

откуда

$$\beta=-e_1^2e_2^2\,\frac{e_1^3\operatorname{tg}u_1-e_2^3\operatorname{tg}u_2}{e_1^5\operatorname{tg}u_1-e_2^5\operatorname{tg}u_2}$$

или

$$\beta=-\frac{\frac{\operatorname{tg}u_1}{\operatorname{tg}u_2}-\left(\frac{e_2}{e_1}\right)^3}{\frac{\operatorname{tg}u_1}{\operatorname{tg}u_2}-\left(\frac{e_2}{e_1}\right)^5}\cdot e_2^2. \tag{38}$$

Так как $\frac{\beta}{e^2}$ — малая величина сравнительно с единицей, то для определения ее сказанным путем необходима довольно большая сила тока. Кроме того, полезно выбрать отношение $\frac{e_2}{e_1}$ двух расстояний таким образом, чтобы надежность определения β была возможно наибольшая, т. е. чтобы вероятная ошибка β была наименьшая. Вероятная

* Собственно говоря, β зависит также и от угла u магнита с магнитным меридианом; но в нашем случае на эту зависимость можно не обращать внимания.

ошибка в определении u_1 и u_2 (или, что почти одно и то же, величина $\operatorname{tg} u_1$ и $\operatorname{tg} u_2$) одинакова; называя ее ε и означая через E вероятную ошибку β, имеем по правилу теории вероятностей:

$$E^2 = \left\{\left(\frac{d\beta}{d\operatorname{tg} u_1}\right)^2 + \left(\frac{d\beta}{d\operatorname{tg} u_2}\right)^2\right\} \varepsilon^2.$$

Условие $E = \min.$ приводит к уравнению

$$\frac{\operatorname{tg}^2 u_1 + \operatorname{tg}^2 u_2}{(e_1^2 - e_2^2)^4} (e_1^7 e_2^5 - e_2^7 e_1^5)^2 = \min.$$

В этом уравнении позволительно принять $\operatorname{tg} u_1 = \frac{c}{e_1^3}$, $\operatorname{tg} u_2 = \frac{c}{e_2^3}$ (c — постоянная), пренебрегая членами высшего порядка. Это дает нам

$$\frac{(e_1^6 + e_2^6)(e_1^4 e_2^2 - e_2^4 e_1^2)^2}{(e_1^2 - e_2^2)^4} = \min.,$$

или, означая $\frac{e_2}{e_1} = x$

$$\frac{x^{10} + x^4}{(1 - x^2)^2} = \min.$$

Для этого необходимо

$$3x^8 - 5x^6 = 2,$$

или

$$x^2 = \frac{5}{3} + \frac{2}{3x}.$$

Мы примем, что $e_2 > e_1$, т. е. $x > 1$.

Решая это уравнение по приближению, находим $x^2 = 1{,}785$ и следовательно,

$$x = 1{,}336.$$

Итак, если наименьшее расстояние e_1 примем равным 1000 mm. [еще менее делать его неудобно, ибо тогда формула (37′) недостаточно точна], то e_2 можем принять равным 1335 mm.

С этими величинами $e_1 = 1000$, $e_2 = 1335$ были произведены нижеследующие наблюдения. Цепь состояла из 12 небольших элементов Даниеля. Логарифмическое убывание размахов было найдено:

$$\lambda = 0{,}2009.$$

Отсюда на основании (31) положение равновесия s магнита вычисляется из двух последовательных элонгаций s', s'' по формуле

$$s = s' + (s'' - s') \cdot 0{,}614.$$

Следующая таблица содержит один из рядов наблюдений, сделанных для определения $\frac{\operatorname{tg} u_1}{\operatorname{tg} u_2}$. Она делится на 4 отдела: при каждом из двух расстояний изменялось помощью коммутатора направление тока. Первый столбец каждого отдела дает непосредственные отсчеты, второй вычисленные положения равновесия.

$e = 1335$		$e = 1000$		$e = 1000$		$e = 1335$	
394,7		225,3		792,8		627,9	
	389,7		224,9		796,2		632,0
386,5		224,6		798,1		634,6	
	389,7		224,8		796,3		631,8
391,7		225,0		795,0		630,1	
Средн.	389,7		224,85		796,25		631,9

Итак, отклонения, производимые током бобины на расстояниях 1000 и 1250, будут в долях скалы:

$$\frac{796{,}25 - 224{,}85}{2} = 285{,}70 \text{ sc.}; \quad \frac{631{,}9 - 389{,}7}{2} = 121{,}10 \text{ sc.}$$

При этом было

$$D = 2128{,}2 \text{ sc.},$$

так что приведенные к тангенсу числа будут:

$$284{,}41 \text{ и } 121{,}0;$$

а следовательно,

$$\frac{\operatorname{tg} u_1}{\operatorname{tg} u_2} = 2{,}3505.$$

Из пяти подобных рядов наблюдений получено $\frac{\operatorname{tg} u_1}{\operatorname{tg} u_2} = 2,3497$; 2,3505; 2,3558; 2,3527; 2,3483; среднее равно 2,3514.

Пользуясь этой величиной для определения β по формуле (38), находим

$$\beta = -26301 \quad (\log = 4,41987).$$

Отсюда точная величина C будет

$$\text{для } 1000 \text{ mm. } C = 84,524 \quad (\log = 1,92698),$$
$$\text{„ } 1250 \text{ „ } C' = 163,48 \quad (\log = 2,21347).$$

Иначе говоря, ток i в абсолютной мере определяется из наблюдений с бобиной по формулам:

$$\left.\begin{aligned} i &= 84,524 \cdot H \operatorname{tg} u \quad \text{при } e = 1000, \\ i &= 163,48 \cdot H \operatorname{tg} u \quad \text{„ } e = 1250. \end{aligned}\right\} \tag{39}$$

b) *Овальный мультипликатор*

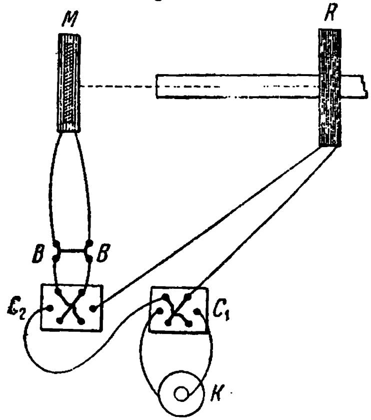
Для измерения слабых токов описанная нами бобина оказалась бы слишком нечувствительным снарядом. Поэтому токи *наведенные*, а при слабом намагничении и *наводящие* (см. метода 2-я, стр. 98) измерялись тем мультипликатором, который, как было уже замечено, прилажен был к магнитометру. Этот мультипликатор состоял из продолговатых, овальных оборотов, тесно облекающих магнит и снабженных медным демпфером.

Чтобы показания такого гальванометра переводить в абсолютные меры, необходимо было предварительно сравнить его с нашим абсолютным мультипликатором, т. е. с бобиной, установленной вышеописанным образом на данном расстоянии e от нити магнита.

Для этого бобина R (черт. 10) устанавливалась на расстоянии $e = 1000$ mm. Через нее проводился ток даниелевой цепи K (1—3 элементов). Часть того же тока отведена была, с помощью одного из известных нам *мостиков* B, в мультипликатор M. В C_1 и C_2 на пути токап омещались два коммутатора: посредством C_1 изменялось направление тока как в R, так и в M; посредством C_2 — только в M.

Смотря по установке коммутаторов, токи бобины и мультипликатора действуют на магнит то в одном и том же направлении, то противоположно один другому. Наблюдая четыре положения магнита, соответствующие четырем перестановкам C_1 и C_2, легко сравнить *чувствительность* мультипликатора и бобины, т. е. найти, во сколько раз действие первого сильнее, чем действие второй, при равной силе тока в обоих.

Означим через i_m ток, идущий в мультипликаторе M, через i_r — ток в бобине. Пусть вначале эти токи действуют на магнит в одинаковом направлении, и нить трубы при равновесии магнита соответствует s_1 долям скалы. Переложим коммутатор C_2, и пусть новое отсчитыванье будет s_2. Затем перекладываем C_1, получаем s_3. Наконец, вторично перекладываем C_2 и наблюдаем s_4. Пусть будет s_0 отсчитыванье *без* тока.



Черт. 10.

Назовем m отношение момента вращения, производимого на магнит мультипликатором, к моменту вращения, происходящему от бобины, — предполагая, что в обоих идут равные токи. Число m, вследствие малости измеряемых отклонений, можно считать постоянным.

Означая через σ_1, σ_2, σ_3, σ_4 *приведенные к тангенсу* отсчеты, имеем

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_1 - \sigma_0 &= K(+mi_m + i_r),\\
\sigma_2 - \sigma_0 &= K(-mi_m + i_r),\\
\sigma_3 - \sigma_0 &= K(+mi_m - i_r),\\
\sigma_4 - \sigma_0 &= K(-mi_m - i_r),
\end{aligned}\right\} \qquad (40)$$

где K — постоянная.

Из уравнений (40) имеем

$$m = \frac{i_r}{i_m}\,\frac{(\sigma_1 - \sigma_4) + (\sigma_3 - \sigma_2)}{(\sigma_1 - \sigma_4) - (\sigma_3 - \sigma_2)}. \qquad (41)$$

Отношение $\frac{i_r}{i_m}$ будет известно, если знаем сопротивления мостика B и ветви BMB; называя первое w_b, второе w_m, имеем

$$\frac{i_r}{i_m} = \frac{w_m + w_b}{w_b}\,. \tag{42}$$

При опытах, произведенных по этой схеме, мостиком B служила комбинация $\mathrm{I}_a \parallel \mathrm{I}_b$ (стр. 116), сопротивление которой равно $0{,}045401 \cdot \mathrm{I}_a$ при 20,4°. В состав ветви BMB, кроме мультипликатора, введены были главная проволока кольца и отдел 100 вторичной проволоки; эти добавочные сопротивления были нужны, чтобы ослабить ток i_m мультипликатора. Сопротивления эти умышленно были выбраны так, чтобы отклонения $\sigma_2 - \sigma_0$ и $\sigma_3 - \sigma_0$ были возможно малы: нетрудно убедиться, что точность определения m caeteris paribus будет наибольшая, когда $\sigma_2 - \sigma_3 = 0$.

Таким образом сопротивление BMB равнялось $106{,}91 \cdot \mathrm{I}_a$ (при 20,4°). А следовательно,

$$\frac{i_r}{i_m} = \frac{106{,}96}{0{,}045401} = 2355{,}7.$$

Привожу в пример один из опытов, сделанных с двумя элементами Даниеля. Первые столбцы каждой группы дают непосредственные отсчеты. Так как найдено $\lambda = 0{,}1340$, то положение равновесия вычисляется по формуле

$$s = s + (s'' - s') \cdot 0{,}577,$$

где s', s'' — два последовательные отсчитывания. Эти вычисленные положения равновесия помещены во вторых столбцах.

44,3		473,8		488,4		122,1	
	843,6		478,5		487,4		125,6
43,0		481,9		486,7		128,1	
	843,6		478,5		487,4		125,4
44,1		476,0		487,9		123,5	
	843,6		478,5		487,3		125,3
43,3		480,4		487,2		126,7	
редн.	843,6		478,5		487,4		125,4

Приводя числа нижней строки к тангенсам простых углов (расстояние скалы от зеркала $D = 2128,2$sc), получаем

$$\sigma_1 = 841{,}4, \qquad \sigma_3 = 487{,}4,$$
$$\sigma_2 = 478{,}5, \qquad \sigma_4 = 128{,}3,$$
$$\sigma_1 - \sigma_4 = 713{,}1, \quad \sigma_3 - \sigma_2 = \quad 8{,}9.$$

Следовательно, по (41) и (42):

$$m = 2355{,}7 \cdot \frac{722{,}0}{704{,}2} = 2415.$$

Подобные определения были сделаны по несколько раз с 1, 2 и 3 элементами Даниеля, чтобы убедиться, насколько m можно считать постоянным при различных напряжениях тока. Средние результаты суть

2412,5	при	1	дан.
2413,5	„	2	„
2415,7	„	3	„

Мы видим, что в тех пределах отклонений, какие дозволяет скала *, можно без большой ошибки принять m постоянным, что весьма облегчает вычисление токов. А именно:

$$\text{при } c = 1000 \text{ mm.}, \quad m = 2413{,}9 \quad (\log = 3{,}38272). \tag{43}$$

Припоминая формулы (39) бобины, видим, что *для мультипликатора* абсолютный коэффициент

$$C = \frac{84{,}524}{2413{,}9} = 0{,}35016 \quad (\log = 8{,}54426 - 10),$$

и соотношение между углом отклонения u магнита и силой тока есть

$$i = 0{,}35016 \cdot H \operatorname{tg} u. \tag{44}$$

Чтобы найти число, соответствующее m для того случая, когда бобина помещена на 1250 mm., стоит только

* При 3 даниелях отклонения доходили почти до концов скалы.

сравнить последнее уравнение со второй из формул (39), имеющей место для бобины при $c = 1250$. Очевидно, что искомое число равно $\frac{163,48}{0,035016}$, или

$$\text{при } c = 1250 \text{ mm.}, \quad m = 4669,1 \quad (\log = 3,66923). \quad (43')$$

При опытах, описанных в этой главе, не раз требовалось переводить висящий магнит *от одного положения равновесия к другому*: в одном случае это делалось приближением или удалением бобины с током, в другом — перекладкой одного из коммутаторов. При этом весьма выгодно, чтобы магнит по возможности *не раскачивался*, т. е. чтобы качания его около нового положения равновесия были малы. С этой целью употреблялся каждый раз прием, предложенный Гауссом*. С ударом маятника коммутатор перекладывался (или — бобина переносилась) из положения (*1*) в новое положение (*2*); чрез известный промежуток времени t после этого он возвращался в прежнее положение (*1*) и, наконец, через новый промежуток времени t' окончательно устанавливался в положении (*2*). Если бы не было демпфирования качаний, то, как известно, желаемая цель (предотвратить раскачивание магнита) была бы достигнута вполне при $t = t' = \frac{T}{3}$, где T — время качания магнита. Если же магнит, как было в нашем случае, снабжен демпфером, то выбор t и t' несколько изменяется в зависимости от λ. По таблице Гаусса** находим

λ	$\frac{t}{T}$	$\frac{t'}{T}$
0,134	0,390	0,278
0,201	0,412	0,351

---

* Gauss, Ueber ein Mittel die Beobachtungen von Ablenkungen zu erleichtern (*Werke*, Bd. V, p. 395).

** *l. c.*, p. 402.

Так как время качания было $20{,}6^s$, то времена 2-й и 3-й перекладок, считая от момента 1-ой, были

λ	t	t'
0,134	$8{,}0^s$	$13{,}7^s$
0,201	$8{,}6^s$	$13{,}8^s$

Благодаря такому приему, качания магнита около среднего положения всегда оставались весьма малыми (примеры на стр. 125, 127), полный опыт требовал немного времени и предположение о *неизменности* тока в течение опыта оправдывалось в удовлетворительной степени.

C. Направляющая сила магнитометра

Для окончательного перевода показаний наших гальванометров в абсолютные единицы необходимо знание величины H, т. е. горизонтальной направляющей силы висящего магнита. Эта сила главным образом обусловливается земным магнитизмом в данном месте, частью окружающими магнитными телами и, наконец, кручением длинной и тонкой металлической нити привеса. Определение H делалось по способу, указанному Гауссом в его знаменитом мемуаре „Intensitas vis magneticae terrestris"*. Определение это, как известно, слагается из двух опытов:

1) Наблюдают времена качания магнита (назовем его *главным* и означим чрез I) с привешенными к нему гирьками известного веса, помещая эти гирьки сперва на одном расстоянии от нити привеса, потом на другом.

2) На ту же нить привешивается другой (*вспомогательный*) магнит II, а прежний I помещается по направлению горизонтальной прямой, перпендикулярной к магнитному меридиану и проходящей чрез центр магнита II; наблюдаются положения магнита II при двух различных расстояниях между I и II.

Назовем

m — магнитный момент магнита I;

$2P$ — вес двух гирек, симметрично привешенных при опыте 1) к магниту I;

---

* Gauss, *Werke*, Bd. V, p. 81.

T_1 — время качания магнита I, когда расстояние гирек от нити равно l_1;

T_2 — время качания при другом расстоянии l_2.

Тогда из опыта 1) имеем

$$mH = \pi^2 2P \frac{(l_1 + l_2)(l_1 - l_2)}{(T_1 + T_2)(T_1 - T_2)}. \tag{45}$$

Пусть будет, далее,

v_1 — угол магнита II с магнитным меридианом при расстоянии e_1 между центрами I и II;

v_2 — соответственный угол при другом расстоянии e_2.

Опыт 2) дает нам:

$$\frac{m}{H} = \frac{1}{2} \frac{e_1^5 \operatorname{tg} v_1 - e_2^5 \operatorname{tg} v_2}{(e_1 + e_2)(e_1 - e_2)}. \tag{46}$$

Из уравнений (45) и (46) находим m и H.

Расстояния $2l_1$ и $2l_2$ между симметричными остриями, на которых висели гирьки, были раз навсегда измерены помощью катетометра с микроскопом. (Известно, что здесь требуется большая точность.) Точно так же раз навсегда взвешены гирьки. Оказалось

$$l_1 = 130{,}20 \text{ mm.}, \quad l_2 = 29{,}95 \text{ mm.}, \quad 2P = 199991 \text{ mgr.}$$

Привожу в пример сокращенный протокол одного из измерений H (22/10 октября 1871 г.)

При опытах с *качаниями* магнита получены по способу Гаусса следующие (поправленные) числа:

$$T_1 = 26{,}1039^s; \quad T_2 = 19{,}6409^s.$$

С помощью их находим по формуле (45):

$$\log mH = 8{,}03015.$$

При опытах *с отклонениями* было $e_1 = 1650$ mm., $e_2 = 1250$ mm. (известно, что напвыгоднейшая величина отношения $\frac{e_1}{e_2} = 1{,}319$), $D = 2125{,}3$ sc. Магнит I помещался то на восточной, то на западной стороне магнита II, и был обращен северным полюсом то к востоку, то к западу. Полученные при этом *восемь* положений равновесия были:

	1650 mm.	1250 mm.
I на В	444,08 547,30	377,75 613,81
II на З	546,34 444,25	613,41 377,36

Отсюда находим

$$\operatorname{tg} v_1 = \frac{51{,}445}{4250{,}6}, \quad \operatorname{tg} v_2 = \frac{117{,}98}{4250{,}6}$$

и по (46)

$$\log \frac{m}{H} = 7{,}43600.$$

Наконец, из mH и $\frac{m}{H}$

$$H = 1{,}9819,$$
$$m = 54084000.$$

Так как с течением времени величина H изменяется, то такое определение следовало бы повторять по возможности часто. К сожалению, это было бы неудобно для меня, так как каждый раз приходилось разбирать снаряды, установленные для главных опытов (вынимать демпфер, удалять доску с бобиной), и по окончании определения H устанавливать все сызнова, что требовало не мало времени. Поэтому определение H в течение опытов (сентябрь и октябрь н. ст. 1871 г.) было сделано только три раза; но для промежуточных дней изменения H контролировались следующим, более простым образом.

Тот самый магнит, который служил в качестве главного (I) при измерении H ежедневно накладывался на доску с бобиной, на расстоянии 1250 mm. от нити магнитометра (магнита II), сперва одним, потом другим полюсом к этому последнему. Отсюда находим отклонение v магнита от магнитного меридиана. Сравнивая его с соответственным отклонением, полученным при ближайшем определении H, мы можем судить об изменении, какое произошло в H: ибо v (или точнее $\operatorname{tg} v) = \text{пост.} \times \frac{m}{H}$, где m — магнитный момент магнита I. Если примем, что этот момент m не изменился, то изменение H найдется посредством простой пропорции. Но момент m также претерпевал заметные изменения; эти изменения происходили главным образом от понижения температуры комнаты, так что приблизительно можно было считать m пропорциональным температуре. Поэтому, означая соответственные изменения H, v и t чрез ΔH, Δv, Δt, имеем

$$\frac{\Delta H}{H} = -\left(\mu\,\Delta t + \frac{\Delta v}{v}\right),$$

где μ есть величина $\frac{\Delta m}{m}$, соответствующая понижению температуры на 1° C; в нашем случае было

$$\mu = 0{,}000667.$$

Три полные измерения величины H дали для

1-го сентября (н. ст.)	$H = 2{,}0018$,
22-го сентября	1,9883,
22-го октября	1,9819.

Разница между 1-м и 3-м числом так значительна (1%), что делает указанную интерполяцию нелишней.

VI

Измерения k и R

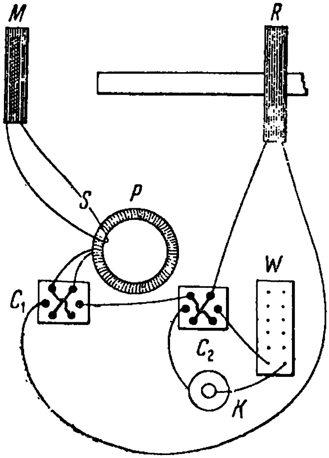
А. Первая метода

Расположение опытов при довольно сильных намагничивающих токах представлено схематически на чер. 11. Ток цепи K* проходит через два коммутатора C_1 и C_2, через главную проволоку P кольца и затем через известную нам круглую бобину R, установленную, как описано в главе V, на восточной стороне магнитометра M. Мультипликатор магнитометра соединен со вторичной проволокой S (с одним из отделов наружной обвивки кольца или

* Обыкновенно 4—12 пар Даниеля; для более сильных токов 12—14 Бунзена.

с комбинацией нескольких отделов); при более значительных намагничивающих силах эти отделы не вводились во вторичный контур: соединительная проволока мультипликатора прямо продевалась сквозь кольцо в несколько (обыкновенно 10) оборотов. Наконец, W есть сименсова скала сопротивлений, служащая для ослабления главного тока.

Главный ток бобины сообщает магниту постоянное отклонение от магнитного меридиана в ту или другую сторону, смотря по положению коммутатора C_2. Помощью перекладки другого коммутатора C_1 изменяется направление тока *только* в главной проволоке P. При этом происходит наведенный ток, сообщающий магниту некоторый размах. При вторичной перекладке коммутатора C_1 (после того как магнит был успокоен токами или вспомогательным магнитом) наблюдается подобный же размах в другую сторону. Наконец, оба наблюдения повторяются при другом положении коммутатора C_2, т. е. при новом направлении главного тока во всем главном контуре (в P и R). Отношение интегральной электродвижущей силы E наведенного тока I к напряжению i наводящего выразится здесь по уравнению (13).



Черт. 11.

Пусть будет

a — среднее отклонение магнита вследствие главного тока (в долях скалы, с приведением к тангенсу простого угла);

A — средняя из четырех элонгаций магнита из положения равновесия, при четырех перекладках коммутаторов (в долях скалы, с приведением к дугам).

Выражая токи I и i на основании (28) и (32), получим

$$\frac{E}{i} = \frac{Aw}{ma} \frac{T}{\pi} e^{\frac{\lambda}{\pi\mu} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi\mu}{\lambda}}, \tag{47}$$

где m, T, λ, w имеют прежние значения.

Если употребляем *мультипликацию*, то A и a вычисляются по формулам (36).

Сила наводящего тока получается из уравнения

$$i = CH\frac{a}{2D}. \tag{48}$$

Вставляя $\frac{E}{i}$ и i в уравнения (16) или (17), находим R и k.

Прежде чем приведу пример такого измерения, надобно сказать несколько слов об одном источнике ошибок, которые нетрудно исключить.

Если мы замкнем проволоку мультипликатора M таким образом, чтобы она не проходила сквозь кольцо (так что $n' = 0$), то при перекладке коммутатора C_1 заметны небольшие размахи магнита. Их и следует ожидать, вследствие двух причин: 1) *прерывания* главного тока на короткое, но не бесконечно малое время; 2) действия *экстратоков замыкания* (Schliessungsströme) главного контура, которые образуются частью в обвивке P кольца, частью в бобине R.

Нетрудно сообразить, что *перерыв тока* и *экстратоки бобины* действуют всегда *противоположно* главному току, т. е. уменьшают отклонения магнита; между тем как *экстратоки кольца* меняют направление при перекладке как того, так и другого коммутатора. Отсюда, в сумме, должны происходить малые размахи магнита, коих *направление* зависит от положения коммутатора C_2, а *величина* — от начального положения C_1. Такие токи и действительно были наблюдаемы. Так, например, при известной силе тока было отсчитано (см. табл.).

2′, 1′	2″, 1″	2″, 1′	2′, 1″
684,7 683,0	336,7 337,4	336,2 337,7	684,3 683,5
—1,7	+0,7	+1,5	—0,8

Здесь цифры 2′, 2″ означают два положения коммутатора C_2; цифры 1′, 1″ две перекладки C_1. Первая строка отсчетов дает (в долях скалы) положения равновесия магнита *до* перекладки C_1, вторая — пределы первого размаха *после* перекладки C_1. Мы видим, что размахи достигают почти 1% полного отклонения магнита от меридиана.

С изменением тока i (в умеренных пределах) и сопротивления w вторичного контура размахи изменялись почти пропорционально i и обратно пропорционально w, и потому, сделав несколько определений, подобных предыдущей табличке, легко интерполировать их для всякой данной силы тока и данного w.

Поправка, проистекающая из этого явления (назовем его просто экстратоком), состоит, как легко понять, в следующем. Когда наблюдаются *первые размахи* наведенных токов, то величина a наблюдается каждый раз *предварительно* и независимо от экстратоков. Величины же элонгаций A должны быть то увеличены, то уменьшены на малые величины δ (при перекладке $1'$) и δ' (при $1''$), так что среднюю элонгацию A надо *уменьшить* на $\frac{\delta-\delta'}{2}$. $\Big($Так из предыдущей таблички $\delta = 1{,}6c$, $\delta' = 0{,}7c$, где $c = \frac{a}{174} \cdot \frac{2{,}5 \cdot 10^{10}}{w}\Big)$.

В случае *мультипликации* экстратоки таким же образом влияют на вычисление A; но кроме того, и гораздо заметнее, влияют они здесь на a, если вычислять его из последовательных отсчитываний по формулам (36). Нетрудно понять, что от действия экстратоков к правым частям уравнений (36) прибавляются попеременно $\pm\delta$ и $\pm\delta'$, так что вычисленную из них величину $2\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)\sigma_0$ придется поправить на $\mp(\delta+\delta')$.

Замечу, наконец, что поправка A становится совсем ненужной, если повторим опыт, *переменив направление наведенных токов в мультипликаторе*, т. е. изменив направление оборотов вторичной проволоки около кольца, или проще — соединив ее в обратном порядке с мультипликатором. Через это, правда, замедляется опыт, и постоянство тока цепи в течение опыта соблюдается не так строго. Что касается a (при мультипликации), то здесь необходимость поправки не устраняется указанною мерой.

Привожу два примера измерений: в одном наблюдаются первые размахи, в другом делается мультипликация.

Пример I. (19/7 октября 1871 г.)

Цепь — 12 даниелей; кроме необходимых сопротивлений в главный контур введено 10 единиц Сименса. Бобина на 1000 mm.

Число главных оборотов $n = 800$, число вторичных $n' = 250 - 200 + 150 - 100 = 100$.

Температура оборотов $t_z = 10{,}7^\circ$ C. Температура близ мультипликатора $t_m = 9{,}7^\circ$. Следовательно,

$$w = (2{,}3743 + 9{,}4998) \cdot 10^{10} = 11{,}874 \cdot 10^{10}\,\frac{\text{mm.}}{\text{sec.}}\,.$$

Расстояние бобины от магнита

$$D = 2125{,}3\text{sc}.$$

Особым рядом наблюдений найдено логарифмическое убывание

$$\lambda\,(= \log\gamma) = 0{,}1410;$$

откуда

$$\frac{1}{\gamma} = 0{,}72,\ \frac{\gamma}{1+\gamma} = 0{,}58,$$

$$\log \pi\mu = 0{,}13493,$$

$$\log\lambda = \frac{9{,}14922 - 10}{0{,}98571 = \log\operatorname{tg} 84^\circ 6{,}00'}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{\pi}\operatorname{arctg} e^{\frac{\pi\mu}{\lambda}} &= \frac{84{,}1^\circ}{180^\circ}\\ &= 0{,}46722\\ \log &= 9{,}66952 - 10\\ \log\lambda &= 9{,}14922 - 10\\ \hline &\ 8{,}81874 - 10\end{aligned}$$

$$n \text{ и } m = 0{,}06588 = \log e^{\frac{\lambda}{\pi\mu}\operatorname{arctg}\frac{\pi\mu}{\lambda}}\,.$$

Время качания магнита (без демпфирования)

$$T = 20{,}419^{s}.$$

Направляющая сила магнита

$$H = 1{,}9820\,\frac{\text{mgr.}^{\frac{1}{2}}}{\text{mm.}^{\frac{1}{2}}\text{sec.}}\,.$$

Наблюдения токов дали следующие результаты (A — при *одном* способе соединения мультипликатора со вторичными оборотами, B — при *другом*):

A				B			
2″, 1′	2′, 1″	2′, 1′	2″, 1″	2″, 1′	2′, 1″	2′, 1′	2″, 1′
405,0 404,6	621,4 621,6	621,6 622,7	406,5 405,3	405,2 406,2	623,3 —	622,0 621,4	405,5 405,3
649,6	868,3	380,0	159,1	158,8	381,2	869,1	651,0

Цифры 1′, 2′, . . . попрежнему означают положения коммутаторов C_1, C_2. Верхние строки чисел дают отсчеты, предшествующие наведению; где *два* числа, там магнит совершал малые качания. Перекладка C_1 делалась приблизительно в тот момент, когда магнит проходил через положение равновесия. Третья строка дает числа, отсчитанные после этой перекладки.

Из этой таблички находим следующую:

405,0	621,3	621,8	406,5	406,1	623,2	621,7	205,6
649,4	864,7	380,1	162,0	161,7	381,3	865,4	651,2
244,4	243,4	241,7	244,5	244,4	241,9	243,7	244 4

Здесь 2-я строка дает числа последней строки предыдущей таблицы, приведенные к *дугам*; 1-я строка дает те числа, которые получились бы вместо этих последних, если бы не было наведенных токов; эти числа (s) найдены из чисел верхних двух строк прежней таблицы (s', s'') по формуле (35). 3-я строка дает элонгации, произведенные наведением; из них среднее будет

$$A = 243{,}46 \text{ sc.}$$

Положения равновесия магнита, вычисленные из s', s'' 1-й таблицы по формуле (31), суть:

621,5	404,8
622,2	406,2
623,3	405,9
621,7	405,4
622,17	405,57

Отсюда среднее отклонение, производимое главным током, приведенное к тангенсу:

$$a = 108{,}23 \text{ sc.}$$

Дальнейшее вычисление идет следующим образом:

$$\begin{array}{lr}
\log W = 11{,}07460 & \log m = 3{,}38272 \\
\log T = 1{,}31004 & \log \pi = 0{,}49715 \\
\log e''' = 0{,}06588 & \log a = 2{,}03435 \\
\log A = 2{,}38643 & \overline{} \\
\overline{14{,}83695} & \\
5{,}91422 & \\
\end{array}$$

$$\log \frac{E}{i} = 8{,}92273$$

$$\log 4nn' = 5{,}50515$$

$$3{,}41758 = \log 2615{,}6$$

$$-3{,}9$$

$$3{,}41692 = \log 2611{,}7$$

$$\log N = 8{,}71734 - 10$$

$$K = 136{,}22$$

$$\begin{array}{r}
\log C = 1{,}92698 \\
\log H = 0{,}29710 \\
\log a = 2{,}03435 \\
\hline
4{,}25843 \\
\log 2D = 3{,}62845 \\
\hline
\log i = 0{,}62998 \\
\log 2n = 3{,}20412 \\
\log Q = 8{,}02221 - 10 \\
\hline
\log R = 1{,}85631
\end{array}$$

$$R = 71{,}830 \frac{\text{mgr.}^{\frac{1}{2}}}{\text{mm.}^{\frac{1}{2}} \text{ sec.}}.$$

Пример II. (7 октября/25 сентября 1871 г.)

Цепь — 9 дан., $c = 1000$ mm., $n = 800$, $n' = 10$ (вторая обвивка не введена).

$$t_m = 12,8^\circ,$$

$$w = 2,4022 \cdot 10^{10} \frac{\text{mm.}}{\text{sec.}},$$

$$D = 2128,2 \text{ sc.},$$

$$\gamma = 0,2038, \quad \frac{1}{\gamma} = 0,625, \quad \log 2\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) = 0,51202,$$

$$\log e^{\frac{\lambda}{\pi\mu}\operatorname{arc\,tg}\frac{\pi\mu}{\lambda}} = 0,09228,$$

$$T = 20,537^s,$$

$$H = 1,9825.$$

Наблюдения с помощью мультипликации дали:

666,5	347,4	348,4	664,4
537,8	472,7	223,3	791,4
874,7	141,0	551,6	457,7
408,8	601,6	90,7	923,6
958,2	56,2	634,0	376,2
357,4	654,3	35,7	976,8

Верхняя строка каждого столбца дает положение равновесия магнита перед началом мультипликации, следующие строки — отсчеты во время мультипликации.

Эти непосредственно наблюденные числа обрабатываются следующим образом (для сокращения вычисляем только первый столбец):

σ	$\frac{1}{\gamma}\sigma$	$\frac{1}{\gamma}\sigma_1 + \sigma_2$	$2\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right)\sigma_0$	$2A$
666,2	416,7	954,5	2161,6	252,6
537,8	336,3	1207,1	2160,6	253,6
870,8	544,6	953,5	2160,4	253,4
408,9	255,8	1206,9	2159,3	254,5
951,1	294,8	952,4	—	—
357,6	—	—	—	—
		Среднее . .	2160,5	253,5
		поправка .	+ 2,1	−0,9
			2162,6	252,6

Под рубрикой σ содержатся отсчеты, приведенные к дугам; в следующем столбце они помножены на $\frac{1}{\gamma}$, далее каждое n-е число 2-го столбца сложено с $(n+1)$-м 1-го; наконец, числа 3-го столбца попарно складываются [что по формулам (36) даст $2\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)\sigma_0$] и вычитаются (что даст $\pm 2A$). Средние из этих чисел поправляются относительно экстратоков на $+(\delta+\delta')$ и $-(\delta-\delta')$ $(\delta=1{,}5,\ \delta'=0{,}6)$.

Таким образом из этого и из следующих трех рядов мультипликации получаем (см. табл.).

σ_0	$2A$
665,21	252,6
347,28	251,4
348,14	251,6
663,67	252,6

Отсюда

$$a=158{,}43 \text{ sc.}, \ A=126{,}02 \text{ sc.}$$

Далее вычисление идет попрежнему и дает:

$$k=102{,}16$$

$$R=105{,}03\,\frac{\text{mgr.}^{\frac{1}{2}}}{\text{mm.}^{\frac{1}{2}}\text{ sec.}}.$$

B. Вторая метода

При слабых наводящих токах опыт располагался, как показано на черт. 12. Бобины здесь нет, ток цепи K идет через коммутатор C_1 и главную проволоку P кольца, и помощью *мостика* B разветвляется, так что малая часть его идет через вторичные обороты и через мультипликатор M магнитометра. Коммутатор C_2 изменяет направление токов *только* в мультипликаторе.

В этом случае, как уже нам известно [ур. (15) стр. 99],

$$\frac{E}{i}=\frac{I_m}{i_m}w_0,$$

где I_m и i_m суть наведенный и наводящий ток в мультипликаторе, w_0 — сопротивление мостика.

Следовательно, употребляя прежние обозначения,

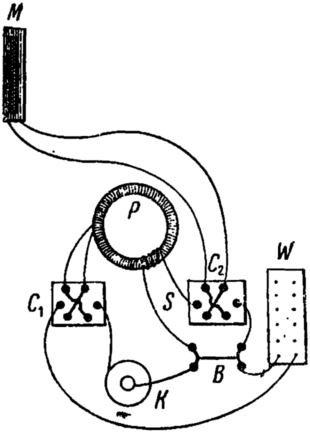
$$\frac{E}{i}=w_0\frac{T}{\pi}\cdot\frac{A}{a}\,e^{\frac{\lambda}{\mu\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{\mu\pi}{\lambda}}. \tag{49}$$

Для определения наводящего тока имеем по (14) и (28):

$$i = \frac{CH}{m} \cdot \frac{a}{2D} \frac{w_2 + w_0}{w_0},$$

где w_2 — сопротивление ветви $BMSB$ (черт. 12).

Как и прежде, экстратоки (в проволоке P) и перерыв главного тока слегка изменяют наблюдаемые числа; но здесь влияние их разнится от прежнего. Нетрудно убедиться, что обе названные причины должны действовать постоянно *навстречу главному току*. Следствием этого будет то, что величина главного тока или a (если она вычисляется помощью мультипликации) будет меньше истинной и требует поправки. При вычислении же A поправок не требуется, ибо ошибка в A меняет знак при каждой перекладке C_1 и в среднем выводе исключается.



Черт. 12.

Для определения поправки δ для a вторичные обороты выводятся, и на место их от C_1 к P (черт. 12) помещается (вне кольца) короткая проволока. Затем наблюдается положение магнита при перекладках C_1. Так как здесь направление экстратоков не зависит от того, в какую сторону перекладываем, то можно быстро повторять перекладку 2, 3, ... раза и наблюденное отклонение магнита делить на 2, на 3, ... Сделав несколько таких определений, можно находить величину поправки для всяких данных условий *.

---

* Я распространился о поправке от экстратоков: 1) потому что они, при всей своей малости, представляют *постоянный* источник ошибок; 2) потому что их легко исключить из результатов. Ошибку, о которой идет речь, не должно смешивать с теми малыми токами, которые, как замечено на стр. 103, происходят, вероятно, от неоднородности кольца или обивки. Влияние этой последней причины можно до некоторой степени устранять лишь различным выбором отделов вторичной проволоки или помещением эффективных оборотов в различных местах кольца.

Привожу вкратце одно из измерений, сделанных по второй методе.

Пример III. (3 сентября/22 августа).

Цепь — 1 даниель; $n = 800$. Во вторичной проволоке отдел 100, так что $\frac{w_2 + w_0}{w_0} = 668{,}30$.

Мостик — комбинация $I_a \| I_b$; температура близ него $= 21{,}2°$. Следовательно

$$w_0 = 5{,}8687 \cdot 10^7 \frac{\text{mm.}}{\text{sec.}},$$

$$T = 20{,}640^s$$

$$\lambda = 0{,}16571 \ (\log e^{\frac{\lambda}{\mu\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\mu\pi}{\lambda}} = 0{,}07648)$$

$$H = 2{,}0018,$$

$$D = 2261{,}0 \text{ sc.}$$

Мультипликация (каждый раз по 10 отсчетов) дала следующие числа для σ_0 и $2A$ при четырех комбинациях коммутаторов:

σ_0	$2A$
409,80	248,47
584,67	245,66
584,78	245,28
409,68	247,79

Отсюда находим (поправка от экстратоков равна 1,84 sc.):

$$a = 89{,}33 \text{ sc.},$$

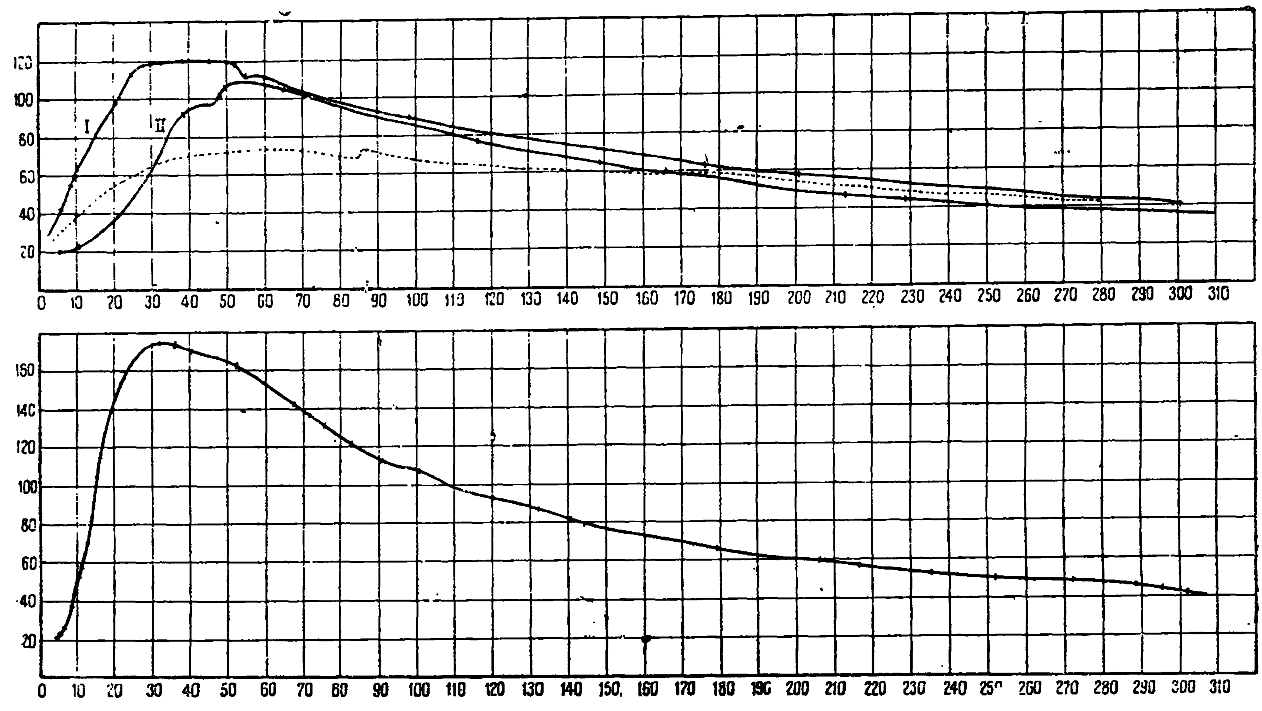
$$A = 123{,}40 \text{ sc.}$$

По этим данным находим окончательно

$$k = 103{,}33, \quad R = 15{,}57.$$

С. Результаты

В прилагаемой таблице помещены результаты описанных измерений. При увеличении намагничивающих сил



Черт. 13 и 14.

t дошел приблизительно до того предела, с которого на-
чинает Вебер (см. стр. 86).

n°	R	k	n°	R	k
1	4,302	21,54	21	83,26	120,0
2	5,497	23,78	22	91,40	112,2
3	7,017	26,44	23	100,35	108,1
4	9,22	40,95	24	105,03	104,2
5	10,53	51,10	25	111,18	97,12
6	11,515	59,76	26	119,6	93,97
7	12,60	68,70	27	132,6	87,70
8	13,67	76,53	28	140,1	82,08
9	14,94	84,53	29	156,05	75,43
10	15,60	104,48	30	179,3	66,87
11	16,47	113,5	31	195,7	61,93
12	23,21	157,0	32	205,9	59,22
13	32,12	174,2	33	217,0	56,47
14	35,62	172,3	34	228,0	53,92
15	38,14	170,7	35	235,8	52,88
16	40,38	168,9	36	252,2	49,68
17	52,47	161,6	37	272,7	47,29
18	67,89	141,7	38	288,2	44,04
19	71,83	136,2	39	296,1	43,65
20	75,55	132,1	40	307,3	42,13

Чертеж 14 представляет графически течение функции намагничения $k = F(R)$. Полученная кривая при довольно значительных R близко подходит к определениям Кв. Ицилиуса (черт. 13), тогда как в частях, ближайших к началу координат, представляет значительную разницу.

Описанные методы измерения допускают значительную точность*; но принимая во внимание некоторое непостоянство, существенно принадлежащее изучаемым нами явлениям, я оцениваю точность полученных результатов приблизительно в $^1/_2\,^0/_0$, в иных случаях только до $1\,^0/_0$**.

---

* Некоторая ненадежность была преимущественно в определении H и в поправке сопротивлений от температуры.

** Здесь можно проверить, насколько позволительно сделанное нами (стр. 97) предположение. Мы допустили, что в пределах ширины кольца число k можно считать *линейной* функцией R. В нашем кольце переходу от внутренней периферии кольца к наружной соответствует изменение R на $10\,^0/_0$. Нетрудно убедиться по таблице результатов, что линейность k в таких преде-

Известно, что временное намагничение железа зависит от его температуры.

При моих опытах температуру железа нельзя было определить с достаточною точностью (термометр, приложенный к кольцу, показывал температуру *наружного слоя оборотов*); но она большею частью колебалась между 15 и 20° С, хотя в конце исследования температура воздуха в лаборатории стала быстро падать (ср. примеры I и III), но это обстоятельство уравновешивалось тем, что я мало по малу увеличивал силу намагничивающих токов, причем кольцо нагревалось через соприкосновение с главной проволокой. При таких небольших колебаниях температуры, влиянием ее можно пренебречь*. Только тогда, когда я умышленно нагревал кольцо сильными токами, оставляя цепь на долгое время замкнутой, влияние температуры делалось заметным; результаты таких опытов не помещены в таблице. (Так, например, получено было при $R = 142{,}3$, $k = 88{,}6$, т. е. значительно более, чем следует ожидать по таблице; причем термометр, приложенный к наружной обвивке кольца, показывал 42°). Замечу, что та же метода наблюдений, с небольшими приспособлениями к более точной оценке температуры железа, могла бы, полагаю, быть употреблена с пользой для исследования зависимости функции k от температуры.

Чтобы получить понятие об аналитическом характере функции k, я старался представить результаты таблицы возможно простыми интерполяционными формулами, вычисленными по способу наименьших квадратов. Уже по чертежу кривой видно, что это — задача не легкая. Чтобы упростить ее и иметь возможность ограничиться немногими членами, я разделил 40 результатов таблицы на отдельные группы: 1) n°n° 1—10, 2) n°n° 10—21 и 3) n°n° 20—40. К каждой

лах, вообще говоря, удовлетворительно выполняется (исключая разве промежуток между n°n° 9 и 11), и, следовательно, сделанная нами гипотеза не вредит точности результатов.

Я имел в виду сделать ряд опытов с другим, более тонким кольцом, где сказанное допущение выполнялось бы еще строже; но это второе кольцо не удалось при обработке, вышло, очевидно, неоднородным, и я не имел времени заказать другое.

* Такое же замечание делает Вебер по поводу своих опытов (Elektrod. Maassbest III, Art. 25). Ср. также Wiedemann. *Pogg. Ann.* Bd. 122, p. 351.

из этих групп я прилагал способ П. Л. Чебышева*. Сообщу результаты вычислений.

1) Для *первой группы опытов*, т. е. между пределами $R = 4,3$ и $R = 15,6$, функция k довольно близко выражается формулой

$$k = 1,555 \cdot R^{3/3}$$

(средняя квадратичная ошибка равна 4,4). Несколько точнее изображается она более сложными формулами:

$$k = R^{3/3}(2,726 - 0,2186R + 0,009511R^2),$$

или

$$k = 18,85 - 1,520R + 0,4271R^2$$

(в первом случае средняя ошибка равна 3,3, во втором 3,1)

2) Для *второй группы* опытов (n°n° 10—21), т. е. между $R = 15,6$ и $R = 83$, k приблизительно выражается функцией

$$k = -\frac{3656}{R} + 395,0 - 3,807R + 0,01261R^2,$$

имеющею *максимум* при $R = 28,4$ (приблизительно); средняя квадратичная ошибка при этом равна 4,0.

3) Наконец для остальных 20 опытов (n° n° 21—40), между $R = 83$ и $R = 307$, где течение кривой менее круто, можно принять (с ошибкой, равною 2,5) выражение

$$k = 13,87 + \frac{9274,5}{R}.$$

Я не привожу более точных (но более сложных) формул, к которым приводит дальнейшее вычисление, так как имею в виду только наметить общий характер функции выражениями по возможности простого вида.

Предлагаемый этюд далеко не исчерпывает вопроса о функции намагничения мягкого железа. В нем я старался только указать на значение этой функции в теории намагничения, разъяснить некоторые неточности, встречаемые

---

* P. Tchébychef, Sur l'interpolation par la méthode des moindres carrés (*Mémoires de l'Acad. Imp. des Sciences de St. Petersbourg,* VII série; T. I, n° 15, 1859). Также Майевского, Курс внешней баллистики, p. 656.

у различных авторов по названному вопросу, и, наконец, дать образчик экспериментального исследования функции k. Время и обстоятельства не позволили сделать больше. Методами, изложенными здесь или им подобными, надлежало бы исследовать функцию намагничения у различных сортов железа, проследить зависимость ее от температуры, от повторений намагничения и т. д. Вопрос, как мне кажется, имеет достаточную важность. С одной стороны, изучение его может внести свет в наши догадки о сущности того молекулярного процесса, который мы называем магнитным состоянием тел. Уже теперь, на основании здесь изложенных данных, можно сказать, что гипотеза о вращении молекулярных магнитов железа, в той форме как она развита у Вебера *, не подтверждается опытом: восходящее течение k при слабых намагничивающих силах противоречит этой гипотезе. С другой стороны, изучение функции намагничения железа может иметь практическую важность при устройстве и употреблении как *электромагнитных двигателей*, так и тех *магнитоэлектрических машин* нового рода, в которых временное намагничение железа играет главную роль (снаряды Н. Уайльда, Сименса, Ладда и др.) Знание свойств железа относительно временного намагничения также необходимо здесь, как необходимо знакомство со свойствами пара для теории паровых машин. Только при таком знании мы получим возможность обсудить a priori наивыгоднейшую конструкцию подобного снаряда и наперед рассчитать его полезное действие.

Москва, 8-го марта 1872 г.

---

* Weber, Elektrodyn. Maassbest., III Art. 26.

ОБРАТНЫЙ ВЫВОД ОСНОВНОГО ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО ЗАКОНА [1]

Закон взаимодействия между двумя элементами постоянных электрических токов выводится обыкновенно из нескольких основных опытов Ампера над равновесием замкнутых токов. Этот путь, при всем его изяществе и важном историческом значении, представляет известные слабые стороны, не раз указанные позднейшими физиками:

1) Опыты, лежащие в основе рассуждений, по самому существу своему, не могут быть вполне убедительными *.

2) Амперово толкование этих основных опытов заключает в себе несколько пунктов весьма произвольных, несколько заключений более угаданных, нежели строго выведенных. Это фактически доказывается уже тем, что на основании тех же данных Грассман ** и Стефан *** выводят законы, отличные от формулы Ампера. Прибавим еще, что принимаемый всеми этими авторами принцип замены элемента тока тремя его проложениями нельзя назвать вполне очевидным.

Наконец, 3) теория Ампера и названные ее видоизменения имеют дело с элементами *замкнутых* токов. В пределах такого применения, искомый элементарный закон имеет, по самой сущности вопроса, известную неопределенность: к формуле можно прибавлять члены произвольной формы, лишь бы они исчезали при интеграции, распространенной на замкнутые контуры токов. Поэтому если мы

---

[1] *Математический сборник*, Том VI, 1872 год, стр. 181—192.

* См. критику этих опытов у Вебера (Weber, Elektrodyn. Maassbest. I).

** Grassmann, *Pogg. Ann.*, Bd. 64. (1845).

*** Stefan, *Sitzungsberichte d. Wiener. Akad.*, 2 Abth., Bd. 59, (1869).

ограничим свою задачу токами замкнутыми, то будем в праве выбрать ту из формул, которая проще; если же имеем в виду установить теорию, которая применялась бы и к действительным (а не воображаемым только) *элементам* тока, — к токам незамкнутым, — то придется искать дополнительных принципов вне сферы рассуждений Ампера. Но, с одной стороны, указанные элементарные законы не суть *простейшие* выражения фактов, относящихся к замкнутым токам; с другой сто оны, соображения Гельмгольца * побуждают принять для *действительных элементов тока* закон, отличный от тех, какие получаются чрез простое распространение формул Ампера, Грассмана или Стефана на токи незамкнутые.

Все сказанное побуждает нас искать другого пути для вывода основной электродинамической формулы. Ограничиваясь прежде всего токами замкнутыми, мы возьмем за исходную точку такой факт, который был бы вполне доказан опытом. Аналитическое выражение этого факта прямо и строго приведет нас, путем немногих простых преобразований, к наипростейшей формуле взаимодействия для элементов замкнутых токов. Дальнейшее обобщение формулы на *всякие* элементы тока можно сделать по Гельмгольцу

Такой метод имеет между прочим и ту выгоду, что с особенной ясностью показывает границу между строго исследованной сферой явлений, относящихся к замкнутым токам, и — пока еще гипотетическим — обобщением закона на токи незамкнутые.

Факт наиболее яркий и замечательный во всем электродинамическом учении, факт, поставленный вне всякого сомнения бесчисленными опытами, — есть *тожество замкнутых токов и магнитов* в известном отношении и при известных условиях. Этот-то факт, являющийся в теории Ампера *следствием* основного закона, мы примем за *исходную точку* при нашем выводе.

Самое простое выражение взаимодействий между замкнутыми токами, т. е. тот результат, который мы желаем вывести, представляет нам нейманова формула потенциала тока на ток **. Пусть будет dL элемент контура одного из

* Helmholtz, *Crelle's Journal*, Bd. 72 (1870).

** Neumann F., Ueber ein allgemeines Princip der math. Theorie inducirter el. Ströme (1847). Anmerkung.

токов, dL' — элемент контура другого, r — расстояние между dL и dL', (dL, dL') — угол между ними, i, i' — силы токов в том и другом проводнике. Тогда выражение

$$P = -ii' \int\int \frac{dL\, dL' \cos(dL, dL')}{r} \qquad (1)$$

(где первый интеграл распространяется на контур L, второй — на L') служит *взаимным потенциалом двух токов*. Он выражает ту работу, которую пришлось бы употребить, чтобы привести проводники L и L' из бесконечного отдаления друг от друга в данное относительное положение. Отрицательные производные P по трем линиям и трем углам дают нам силы и пары, действующие от одного тока на другой.

Задача наша состоит в том, чтобы вывести выражение P из факта тожества токов и магнитов.

Обозначим яснее смысл и условия этого тожества.

Известно, что действие отдаленного * магнита на другие магниты (или токи) определяется величиной его *магнитного момента* и направлением *магнитной оси*.

Отдаленный плоский замкнутый ток действует на магниты или токи так же, как магнит, у которого 1) *момент равен* ** *произведению силы тока на обтекаемую площадь* (это произведение назовем *моментом тока*); 2) *ось совпадает с нормалью* (*осью*) *тока* ***.

Вот тот основной факт, который мы берем за исходную точку. Он весьма удобно поддается опытной проверке (особенно если употреблять вместо отдельных токов соленоиды) и вполне доказан опытами Ампера, Вебера и др.

Из этого принципа прежде всего следует, что два плоские замкнутые тока, весьма малые сравнительно с их взаимным расстоянием, действуют друг на друга точно так же, как два магнита с теми же моментами и теми же осями.

---

* Словом *отдаленный* обозначаем, что расстояние предмета от каждой точки той системы, на которую он действует, можно считать бесконечно великим сравнительно с размерами предмета.

** Предполагаем, что сила тока выражена в абсолютных электромагнитных единицах (иначе вместо *равен* следует сказать *пропорционален*).

*** Магнитную ось считаем в направлении от отрицательного (южного) конца магнита к положительному (северному), а нормаль к плоскости тока — в том направлении, в каком надо смотреть на ток, чтобы он казался идущим по солнцу.

Распределение магнитизма в этих фиктивных *эквивалентных* магнитах в широкой степени произвольно: нужно только, чтобы ось магнита имела данное направление, а момент — данную величину.

Мы получим, например, магнит, эквивалентный данному току (силы i и площади S), если с обеих сторон площади тока поместим, на равных расстояниях $\frac{\delta}{2}$ от нея, две параллельные и равные ей площади, из коих одна (лежащая с той стороны, откуда ток кажется идущим *против* солнца) занята однородным слоем положительного магнитизма плотности, равной $\frac{i}{\delta}$, другая — таким же слоем отрицательного магнитизма (плотности $-\frac{i}{\delta}$). В самом деле, ясно, что магнитная ось двойного магнитного слоя будет нормальна к плоскости S, а момент его равняется моменту iS тока. Расстояние δ и плотность магнитизма можем менять по произволу, лишь бы их произведение оставалось постоянным ($= i$).

С помощью такой замены двух токов (i, S) и (i', S') находим, что взаимный потенциал их на расстоянии r * выразится чрез

$$iS \cdot i'S' \cdot \frac{d^2 \frac{1}{r}}{dN\, dN'},$$

если чрез dN и dN' означим расстояния двух магнитных слоев, соответствующих тому и другому току (расстояния бесконечно малые сравнительно с r) **.

---

* Расстояние r берем от произвольной точки одного тока до произвольной точки другого — всего лучше между *центрами тяжести* площадей токов.

** В самом деле, означим плотности магнитных слоев для токов S и S' чрез ε, ε'; потенциал обоих слоев первого на центр тяжести второго (занятый магнитной массой, равной $+1$) будет

$$-\varepsilon S\left\{\frac{1}{r} - \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dN} \cdot \frac{\delta}{2}\right\} + \varepsilon S\left\{\frac{1}{r} + \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dN}\,\frac{\delta}{2}\right\} = \varepsilon S\,\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dN}\,\delta,$$

Мы принимали оба тока плоскими и весьма малыми сравнительно с их расстоянием r. Легко обобщить наше положение на токи, не лежащие в одной плоскости и не бесконечно малые перед r. Для этого (по Амперу) проводим через контур тока S какую-нибудь поверхность (не имеющую особых точек и не проходящую через точки другого тока); на этой поверхности чертим сеть бесконечно малых клеток и по каждой из них мысленно проводим ток той же силы и того же направления, как данный ток на контуре. Такая система заменит собой ток (i, S), а каждая клетка ее может быть рассматриваема как плоский бесконечно малый ток, который легко заменить двумя магнитными слоями по предыдущему правилу. Такую же замену употребим и для другого тока (i', S'). Если для всех элементарных клеток данного тока расстояние между двумя слоями примем постоянным (а следовательно и плотность слоев — постоянной), то приходим к следующему результату:

„Замкнутый ток произвольной формы и величины равносилен двум однородным параллельным и бесконечно близким слоям магнитизма, проходящим как бы то ни было чрез контур тока. Один из двух слоев должен быть положительный, другой отрицательный, и нетрудно различить, на основании предыдущего, с которой стороны тока будет один, с которой — другой".

Таким образом, взаимный потенциал двух конечных и произвольно изогнутых токов представится чрез

$$P = ii' \mathrm{SS}' dS\, dS' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dN\, dN'}, \qquad (2)$$

где dS — элемент поверхности S, проведенной чрез контур одного тока, N — нормаль к dS (взятая в известную сторону) и т. д. Интегралы распространяются на целые сегменты S и S'.

а потенциал на оба слоя второго тока будет

$$-\varepsilon S \cdot \varepsilon' S' \cdot \delta \left\{ \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dN} - \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dN\, dN'} \frac{\delta'}{2} \right\},$$

$$+\varepsilon S \cdot \varepsilon' S' \cdot \delta \left\{ \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dN} + \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dN\, dN'} \frac{\delta'}{2} \right\}.$$

Это выражение P легко обратить в форму (1), данную Нейманом. Мы достигнем этого чрез двукратное приложение следующей леммы.

Пусть будут U, V, W три функции точки (x, y, z) пространства, остающиеся конечными и однозначными на данной поверхности S, ограниченной контуром L. Назовем N нормаль к элементу dS поверхности, (m, n, p) — косинусы направления линии N, (a, b, c) — косинусы направления элемента dS контура. Тогда имеет место следующее уравнение:

$$\mathrm{S}\, dS \left\{ m\left(\frac{dV}{dz} - \frac{dW}{dy}\right) + n\left(\frac{dW}{dx} - \frac{dU}{dz}\right) + p\left(\frac{dU}{dy} - \frac{dV}{dx}\right) \right\} =$$

$$= \int dL\,(aU + bV + cW). \tag{3}$$

Первый интеграл распространяется на весь рассматриваемый сегмент поверхности, второй — на весь его контур.

Эту лемму легко вывести как следствие другой более простой теоремы, имеющей место на плоскости и весьма важной для теории функций мнимого переменного, а именно, теоремы

$$\int\int dx\, dy \left(\frac{dP}{dy} - \frac{dQ}{dx}\right) = \int (P\,dx + Q\,dy),$$

где P и Q — функции точки (x, y) конечные и однозначные внутри данной плоской фигуры *.

В нашем выражении (2) имеем

$$\frac{d}{dN} = \frac{d}{dx}\cdot m + \frac{d}{dy}\cdot n + \frac{d}{dz}\cdot p,$$

$$\frac{d}{dN'} = \frac{d}{dx'}\cdot m' + \frac{d}{dy'}\cdot n' + \frac{d}{dz'}\cdot p' \text{ **}.$$

---

* Правая часть уравнения (3) приводится в форму $\int (P dx + Q\,dy)$, если будем рассматривать z как функцию x, y и означим $U + W\frac{dz}{dx} = P$, $V + W\frac{dz}{dy} = Q$. Составляя соответственный двойной интеграл $\int\int dx\,dy\left(\frac{dP}{dy} - \frac{dQ}{dx}\right)$, получим левую часть уравнения (3).

** (m', n', p') и (a', b', c') имеют то же значение для тока S' как (m, n, p) и (a, b, c) для S.

Так как притом для всякой функции $f(r)$ имеем $\frac{df}{dx'} = -\frac{df}{dx}$ и т. д., то получим

$$\frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dN\,dN'} = -\left\{ \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dx^2} mm' + \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dy^2} nn' + \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dz^2} pp' + \right.$$

$$+ \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dy\,dz}(np' + n'p) + \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dz\,dx}(pm' + p'm) +$$

$$\left. + \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dx\,dy}(mn' + m'n) \right\}.$$

Таким образом, выражение (2) дает нам

$$= - ii' \,\mathrm{S}' dS' \,\mathrm{S}\, ds \left\{ m\left(\frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dx^2} m' + \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dx\,dy} n' + \frac{d^2\frac{1}{r}}{dx\,dz} p' \right) + \right.$$

$$+ n\left(\frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dy\,dx} m' + \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dy^2} n' + \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dy\,dz} p' \right) +$$

$$\left. + p\left(\frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dz\,dx} m' + \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dz\,dy} n' + \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dz^2} p' \right) \right\}.$$

Заменим здесь каждую из производных

$$\frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dx^2},\quad \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dy^2},\quad \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dz^2}$$

отрицательной суммой двух прочих, на основании уравнений

$$\frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dx^2} + \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dy^2} + \frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{dz^2} = 0.$$

Получим

$$P = -ii' \mathrm{S}' dS' \mathrm{S}\, dS \left[m \left\{ \frac{d}{dz}\left(p' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx} - m' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dz}\right) - \right.\right.$$

$$\left. - \frac{d}{dy}\left(m' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dy} - n' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx}\right)\right\} +$$

$$+ n \left\{ \frac{d}{dx}\left(m' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dy} - n' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx}\right) - \frac{d}{dz}\left(n' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dz} - p' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dy}\right)\right\} +$$

$$\left. + p \left\{ \frac{d}{dy}\left(n' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dz} - p' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dy}\right) - \frac{d}{dx}\left(p' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx} - m' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dz}\right)\right\} \right].$$

Принимая здесь

$$n' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dz} - p' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dy} = U,$$

$$p' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx} - m' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dz} = V,$$

$$m' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dy} - n' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx} = W$$

и прилагая к интегралу S преобразование (3), находим:

$$P = -ii' \mathrm{S}' dS' \int dL \left\{ \left(n' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dz} - p' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dy}\right) a + \right.$$

$$\left. + \left(p' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dz} - m' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dz}\right) b + \left(m' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dy} - n' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx}\right) c \right\},$$

или, заменяя $\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx}$ чрез $-\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx}$, и т. д.,

$$P = -ii' \int dL\, \mathrm{S}' dS' \left\{ m' \left(b \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dz'} - c \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dy'}\right) + \right.$$

$$\left. + n' \left(c \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx'} - a \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dz'}\right) + p' \left(a \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dy'} - b \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx'}\right) \right\}.$$

В этом выражении опять делаем под интегралом S'

$$\frac{a}{r}=U, \quad \frac{b}{r}=V, \quad \frac{c}{r}=W$$

и опять прилагаем прежнюю теорию к этому интегралу Получаем выражение:

$$P=-ii'\int\int dL\,dL'\left(\frac{aa'+bb'+cc'}{r}\right),$$

т. е. потенциал двух токов по Нейману (1).

Допуская, что действие двух элементов тока имеет также потенциал и что последний получается из предыдущего выражения или из (1), чрез простое опущение знаков интеграции, имеем для этого элементарного потенциала формулу

$$-ii'\frac{dL\,dL'\cos(dL,dL')}{r}. \tag{4}$$

Для всех вопросов о замкнутых токах выражения (1) или (4) вполне достаточны. Но в нашем переходе от потенциала (1) целых контуров к потенциалу (4) элементов есть известный произвол. Чтобы получить самую общую форму элементарного закона, применимую и к незамкнутым токам, можем следовать Гельмгольцу (*l. c.*). Придя к заключению, что потенциал элементов действительно существует, Гельмгольц показывает, что самая общая форма его получается из (4) чрез прибавку выражения

$$\frac{d^2f(i,i',r)}{dL\,dL'}dL\,dL',$$

где f — знак произвольной функции. Принимая далее, что потенциал элементов пропорционален i, i' и $\frac{1}{r}$, находим, что $f(i,i',r)=Kii'r$. Наконец, делая постоянную $K=-\frac{1-k}{2}$, где k — новая постоянная, получаем элементарный потенциал Гельмгольца:

$$-\frac{1}{2}\frac{ii'}{r}dL\,dL'\{(1+k)\cos(dL,dL')+$$
$$+(1-k)\cos(r,dL)\cos(r,dL')\}.$$

ЗАМЕТКА О ФУНКЦИИ НАМАГНИЧЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ЖЕЛЕЗНЫХ ТЕЛ

Перевод с немецкого[1]

В моей работе о намагничении железа* я принял в качестве меры намагничения коэффициент Неймана $\varkappa$. Этот коэффициент, как известно, выражает отношение магнитного момента, рассчитанного на единицу объема, к величине намагничивающей силы, предполагая, что железо представляет собой *бесконечно длинный цилиндр*, равномерно намагниченный в продольном направлении. Этот коэффициент (в моей статье он обозначен через k) я назвал функцией намагничения железа, так как он зависит от величины намагничивающей силы.

Анализ опытов фон Квинта Ицилия (с эллипсоидами) и моих собственных (с кольцом) показал, что функция k при возрастании разделяющей силы сначала получает быстрый прирост, а после снова убывает. Этот ход явлений, повидимому, имеет место для всех сортов железа; однако абсолютные числовые значения функции k, при тех же значениях аргумента весьма различны, сообразно с качеством железа.

Эти результаты были недавно подтверждены основательным исследованием г-на Г. А. Роланда. Г-н Роланд** пока-

---

[1] Опубликовано в *Pogg. Ann.*, Bd. 151 (*Ред.*).

* *Pogg. Ann.*, Bd. 144, стр. 439; *Phil. Mag.* (4 серия), Vol. 45, стр. 40; более подробно в отдельной брошюре на русском языке, Москва, 1872.

** О магнитной проницаемости, и о максимуме магнитизма железа, стали и никеля, *Phil. Mag.* (4 серия), том 46, стр. 140, Август 1873. Под названием „магнитной проницаемости" по сэру В. Томсону обозначается величина ($\mu = 1 + 4\pi k$, которая, так как k здесь вообще значительно больше единицы, изменяется приблизительно пропорционально k.

вал, что и для стали и никеля ход функции k вполне сходен и может быть изображен одной и той же эмпирической формулой; но что постоянные этой формулы даже для двух разновидностей одного и того же металла оказываются весьма различными *.

Г-н проф. Рике в своей работе „К вопросу о намагничении мягкого железа" (*Poggendorffs Annalen*, том 149, стр. 433) вместо функции намагничения бесконечного цилиндра предлагает рассматривать другую функцию p, которая имеет то же значение по отношению к шару. Обе величины, отнесенные к той же разделяющей силе, связаны соотношением

$$p = \frac{1}{\frac{4\pi}{3} + \frac{1}{k}}.$$

Функция p потому заслуживает преимущества, что она „*в пределах очень большой области намагничивающей силы*

* Г-н проф. Видеман при изложении моей работы (Гальванизм, 2-е издание том. 2, стр. 518) рассматривает вычисленную на основе опытов с кольцом функцию, как некоторую другую функцию намагничения, которую не надо смешивать с той функцией, которая получается из опытов с „незамкнутыми системами". Это различие, мне кажется, недостаточно мотивированным. Остаточный магнитизм, о котором здесь идет речь, имеется и в стержнях. Рассмотрим очень тонкий и длинный стержень и кольцо, пусть и то и другое равномерно намагничено; тогда различие и в этих двух случаях по отношению к остаточному магнитизму едва ли будет заслуживающим внимания. Размагничивающая сила, которая обусловлена собственной массой железа для кольца, будет равна нулю; в стержне же она будет малой величиной порядка $\frac{w}{l^2}$, где w — поперечное сечение, а l — длина стержня (Максвелл, Трактат об электричестве и магнитизме, том 2, стр. 67). В обоих случаях требуется внешняя сила, чтобы освободиться от оставшегося магнитизма. Если мы будем рассматривать всегда перемагничивание железа, то вычисление k лишь постольку будет затронуто остаточным магнитизмом, поскольку часть обращенной разделяющей силы будет затрачена на уничтожение остаточного магнитизма. Однако собственные опыты г-на Видемана со стержнями и г-на Поггендорфа с замкнутыми системами (Видеман, см. указан. выше статью, 519), показывают, что эта часть мала. Рассмотрение полученных Роландом чисел, полученных частью со стержнями, частью с кольцами, приводит к тому, что различия в этих числах имеют свое существенное обоснование в *качестве* вещества, а не в той *форме*, какую придают этому веществу.

обладает для всех сортов железа почти постоянным значением“ (см. ссылку выше, стр. 435). И действительно, значения p, которые г-н Рике вычисляет как из своих, так и из остальных опытов, очень хорошо согласуются друг с другом; они дают (см. стр. 470) в качестве средней величины для умеренных значений разделяющей силы число 0,2372 и максимальное значение $p = 0{,}2382$.

Цель настоящей заметки указать, что эти результаты ясны сами по себе и приведенные числа имеют очень простой смысл.

Числа эти не более как довольно близкое приближение к числу $\frac{3}{4\pi} = 0{,}2387$, которое получается в качестве верхней границы для p, когда мы положим $k = \infty$, и, следовательно, они представляют идеальный максимум p. При умеренных значениях разделяющей силы $\frac{1}{k}$ всегда мало по сравнению с $\frac{4\pi}{3}$, так как k здесь лежит приблизительно между 20 и 200* и может быть в первом приближении отброшено. Поэтому p всегда остается приблизительно постоянным и *независимым от качества железа***. Да и для любого вида сильно магнитной материи по необходимости получилось бы приблизительно то же значение для p***. Отсюда мы видим, с одной стороны, что вычисленные г-ном Рике числа дают хорошее подтверждение теоретическому рассмотрению. В то же время мы видим, что величина p *очень мало подходит для характеристики специфического намагничения тела; для шара влияние особенностей вещества почти исчезает по сравнению с влиянием формы.*

---

* Для моего железного кольца максимум $k = 174$; для исследованных г-ном Роландом сортов железа он был еще больше и в одном случае достигал значения $k = 439$ ($\mu = 5515$).

** Краткое замечание, относящееся к этому вопросу, я нашел в видемановском „Гальванизме“, 2-е издание, том 2, стр. 403.

*** Для кольца из прокаленного никеля г-н Роланд нашел максимум для $k = 24$ ($\mu = 305$). Поэтому p может, даже для никеля (при максимуме намагничения), достигнуть значения 0,2364. Для стали приближение к абсолютному максимуму 0,2387 будет еще дальше и будет иметь место в более широких границах разделяющей силы.

Можно доказать, что это имеет место *для любого тела, размеры которого будут одного и того же порядка во всех направлениях**.

Для определения a priori с достаточной точностью намагничения для тел подобной формы достаточно грубого определения коэффициента k.

Функция намагничения для такого рода тел, определяемая из опыта, обнаруживает значительно меньшую изменяемость, по сравнению с функцией намагничения тонкого стержня или кольца, тонкой пластинки или чашки и может считаться приблизительно постоянной. Если же мы, исходя из подобного постоянного среднего значения, попытаемся подсчитать намагничение какого-либо тела из только что перечисленных категорий, то мы можем притти к очень неточным результатам.

Тангенциальная слагающая магнитного момента для тел, у которых одно или два измерения очень малы по сравнению с третьим, растет при одной и той же разделяющей силе пропорционально k**. Влияние специфических свойств вещества выступает здесь в полной силе. Если мы хотим тела и этой группы включить в область, подлежащую нашему рассмотрению, то нам необходимо обратить внимание на специфические качества вещества. Знание функции намагничения для тел этого рода является в этом случае безусловно необходимым. Функция k вполне удовлетворяет этой

* Сравни „Трактат" Максвелла, том 2, глава V, стр. 56—67; например, „Когда k — большая положительная величина, намагничение зависит в основном от формы тела и почти не зависит от точного значения k, кроме случая продольной силы, действующей на удлиненный овоид, и т. д." (стр. 66). Мы здесь все время предполагаем, что намагничение будет *равномерным*.

** Строго говоря, пропорционально $\frac{k}{1+k\varepsilon}$, где ε — число, исчезающее вместе с поперечным размером, а значение k относится не ко всей тангенциальной разделительной силе T, а лишь к $\frac{T}{1+k\varepsilon}$. Для замкнутого стержня $\varepsilon = 0$. Эти рассуждения объясняют, например, опыты г-на фон Валтенгофена над намагничением тонких пучков проволоки, тонкостенных трубок и т. д. („Гальванизм" Видемана, 2-е издание, том 2, стр. 430). Большая сила магнитов, сделаных из тонких стальных лент (rubans d'acier г-на Жамена, *Comptes rendus*, т. 76, стр. 789), повидимому, стоит также в связи с указанным выше (сравни особенно гл. X, стр. 794).

цели и имеет то преимущество, что для нее можно отвлечься от поперечных размеров тонкого вытянутого тела.

Тела, измерения которых имеют различный порядок величины, играют в различных частях физики особенную роль. В гидростатике их теория обусловлена в основном капиллярными силами; в теории упругости такие тела требуют особого исследования; в учении же о намагничении парамагнитных тел безусловно необходимым является точное знание функции намагничения.

Рождественские праздники, 1873.

О КОЛЬРАУШЕВОМ ИЗМЕРЕНИИ РТУТНОЙ ЕДИНИЦЫ СОПРОТИВЛЕНИЙ [1]

Известно, что кольраушево измерение ртутной единицы Сименса в абсолютной мере * привело к числу, значительно расходящемуся с результатом Британского комитета сопротивлений. По Кольраушу 1 siem. $= 0{,}9717 \cdot 10^{10} \frac{\text{mm.}}{\text{sec.}}$, полагая, на основании наблюдений Dehms'а и H. Siemens'а, что британский эталон (1 B. A.) $= 1{,}0493$ siem., получаем

$$1 \text{ B. A.} = 1{,}0196 \cdot 10^{10} \frac{\text{mm.}}{\text{sec.}},$$

между тем как при выпуске эталонов предполагалось, что 1 B. A. $= 10^{10} \frac{\text{mm.}}{\text{sec.}}$. Разница составляет около 2%. Эта разница между двумя весьма старательными измерениями до сих пор не была удовлетворительно объяснена.

Один недосмотр в исследовании Кольрауша заставил меня еще в прошлом году вычислить некоторую поправку к его результатам. Заметив в самом начале, что поправка эта несколько *уменьшит* кольраушеву величину 1 B. A., я надеялся примирить таким образом результаты двух исследований. Но, сделавши вычисление, я убедился, что моя поправка составляет только около $0{,}03\%$, т. е. не более $^1/_{60}$ существующего разногласия.

Убедившись в этом, я не считал нужным публиковать моего вычисления. Но в последней книжке *Philosophical Magazine* помещена заметка г. Роуланда **, который, указы-

[1] Опубликовано в Ж. Р. Ф.-Х. О. т. VII (*Ред.*).

* Kohlrausch, *Pogg. Ann.* Erg. Bd. 6, p. 1 (1873).

** Rowland, *Phil, Mag.* (4 ser.), vol. 50, p. 161 (Sept. 1875).

вая на ту же ошибку и не вычисляя ее величины, считает возможным приписать ей разницу между числами Кольрауша и Британского комитета. Ввиду этого, считаю не лишним привести мое вычисление, и притом со всеми нужными подробностями.

В опыте Кольрауша наблюдаются колебания горизонтально висящего магнита внутри неизменного замкнутого контура. Этот контур состоял из мультипликатора, тесно облегающего магнит, и из веберова земного индуктора, роль которого мы укажем ниже.

Точная теория движения магнита при сказанных условиях представлена у Максвелла *. Чтение его книги и навело меня на излагаемую поправку.

Назовем

V — потенциал магнита на контур (предполагая в последнем ток, коего сила равна 1),

L — собственный потенциал контура (при токе, равном 1), или коэффициент самонаведения (self-induction coefficient),

W — сопротивление контура в абсолютных единицах.

Сила наведенного тока J в контуре, по закону Ф. Неймана, выразится так:

$$WJ = -\frac{d}{dt}(V + JL).$$

Пусть будет φ угол отклонения магнита; $\frac{dV}{d\varphi}$ есть абсолютный коэффициент нашего гальванометра, т. е. пара, сообщаемая магниту током, равным 1, протекающим в контуре. Называя этот коэффициент через q, имеем $\frac{dV}{dt} = q\frac{d\varphi}{dt}$ и, следовательно,

$$J = -\frac{1}{W}\left(q\frac{d\varphi}{dt} + L\frac{dJ}{dt}\right). \tag{I}$$

Вместо этого уравнения Кольрауш принимает $J = -\frac{1}{W}q\frac{d\varphi}{dt}$, т. е. *опускает член, зависящий от самонаведения контура.*

Уравнение движения магнита будет

$$K\frac{d^2\varphi}{dt^2} + C\frac{d\varphi}{dt} + D\varphi - qJ = 0, \tag{II}$$

---

* Maxwell, Treatise on Electricity, vol. II, art. 762 (p. 361).

где K — момент инерции колеблющейся системы, C и L — постоянные, коих значение понятно.

Из (I) и (II) получаем

$$\left(W+L\frac{d}{dt}\right)\left(K\frac{d^2}{dt^2}+C\frac{d}{dt}+D\right)\varphi+q^2\frac{d\varphi}{dt}=0. \qquad \text{(III)}$$

Это уравнение дано у Максвелла (vol. II. p. 363); кольраушево уравнение получим, полагая $L=0$.

Наблюдаемое движение магнита следует закону

$$\varphi=Ae^{-\frac{\lambda}{T}}\cos\left(\frac{\pi}{T}t+\beta\right),$$

где λ — логарифмическая убыль качаний, T — время простого качания. Величины λ и T *при разомкнутом контуре* назовем λ_0 и T_0.

Уравнение (III) приводит к следующему соотношению между λ, λ_0, T и T_0:

$$\frac{\pi^2}{T^2}+\frac{\lambda^2}{T^2}=\frac{\pi^2}{T_0^2}+\frac{\lambda_0^2}{T_0^2}+\frac{LK}{q}\left\{\left(\frac{\lambda}{T}-\frac{\lambda_0}{T_0}\right)^4+\right.$$

$$\left.+2\left(\frac{\lambda}{T}-\frac{\lambda_0}{T_0}\right)^2\left(\frac{\pi^2}{T^2}+\frac{\pi^2}{T_0^2}\right)+\left(\frac{\pi^2}{T^2}-\frac{\pi^2}{T_0^2}\right)^2\right\}, \qquad \text{(IV)}$$

и дает следующее выражение для W:

$$W=\frac{q^2}{2K\left(\frac{\lambda}{T}-\frac{\lambda_0}{T_0}\right)}+\frac{1}{2}L\left\{3\frac{\lambda}{T}-\frac{\lambda_0}{T_0}+\frac{\frac{\pi^2}{T_0^2}-\frac{\pi^2}{T^2}}{\frac{\lambda}{T}-\frac{\lambda_0}{T_0}}\right\}^*. \qquad \text{(V)}$$

Величины λ, λ_0 и T_0 определяются непосредственным наблюдением. Момент инерции K находим известными способами. Коэффициент самонаведения L может быть вычислен из размеров и формы контура. Если знаем, кроме того, q, то из уравнения (IV) найдем T, и затем уравнение (V) даст нам искомое W — абсолютное сопротивление контура.

---

* Maxwell, *l. c.*, p. 363, уравнения (14) и (15).

Пренебрегая L, получим кольраушевы уравнения

$$\frac{\pi^2}{T_k^2}+\frac{\lambda^2}{T_k^2}=\frac{\pi^2}{T_0^2}+\frac{\lambda_0^2}{T_0^2}, \tag{IV$_k$}$$

$$W=\frac{q^2}{2K\left(\frac{\lambda}{T_k}-\frac{\lambda_0}{T_0}\right)}; \tag{V$_k$}$$

индексом k означаем величину T, вычисленную по Кольраушу, в отличие от истинной.

Чтобы исключить неизвестное q, Кольрауш делает особый опыт. Земной индуктор, составляющий часть замкнутого контура (и помещенный так, что обороты его перпендикулярны к магнитному меридиану), быстро поворачиваем на 180°. Наблюдая размах магнита от возникшего мгновенного тока в контуре и зная сумму площадей оборотов (Flächenraum) индуктора (S) и горизонтальную силу земного магнитизма (H), мы получим новое уравнение между q_0, K и W:

$$q^2=\frac{}{4}\,\frac{\gamma^2 W^2K^2}{S^2H^2}, \tag{VI}$$

где γ — угловая скорость, сообщенная магниту при повороте индуктора. В опыте с индуктором наблюдается действие *интегрального* наведенного тока, при оценке которого само наведение контура не играет никакой роли; таким образом уравнение (VI) имеет у нас тот же вид, как и у Кольрауша.

Соединяя (V) и (VI), получаем для W уравнение, свободное от q:

$$W^2-\frac{8\,S^2H^2}{\gamma^2K}\left(\frac{\lambda}{T}-\frac{\lambda_0}{T_0}\right)=\Delta=0,$$

где для краткости означаем чрез Δ член, содержащий L в уравнении (V).

Соединяя (V_k) с (VI), получим величину W так, как она вычислена у Кольрауша (назовем ее W_k):

$$W_k=\frac{8\,S^2H^2}{\gamma^2K}\left(\frac{\lambda}{T_k}-\frac{\lambda_0}{T_0}\right). \tag{VII$_k$}$$

Таким образом соотношение между результатом Кольрауша и результатом поправленным будет

$$W = W_k \frac{\frac{\lambda}{T} - \frac{\lambda_0}{T_0}}{\frac{\lambda}{T_k} - \frac{\lambda_0}{T_0}} - \Delta,$$

или

$$W = W_k (1 + \delta) - \Delta, \tag{VII}$$

где

$$\delta = \frac{\lambda (T_k - T)}{T_k^2 \left(\frac{\lambda}{T_k} - \frac{\lambda_0}{T_0}\right)}, \quad \Delta = \frac{1}{2} L \left\{ 3 \frac{\lambda}{T} - \frac{\lambda_0}{T_0} + \frac{\frac{\pi^2}{T_0^2} - \frac{\pi^2}{T^2}}{\frac{\lambda}{T} - \frac{\lambda_0}{T_0}} \right\}. \tag{VIII}$$

Для вычисления поправок δ и Δ необходимо знать L, коэффициент самонаведения контура. Допустим на время, что он уже известен. Величину T мы должны определить из уравнения (VI), т. е.

$$\frac{\pi^2}{T^2} + \frac{\lambda^2}{T^2} - \frac{\pi^2}{T_0^2} - \frac{\lambda_0^2}{T_0^2} = \varepsilon, \tag{VI$'$}$$

где через ε означаем малый член, содержащий $\frac{LK}{q}$ в уравнении (IV). Уравнение (IV) можем решить по приближению: сперва положим $\varepsilon = 0$, т. е. $T = T_k$, по этой величине T вычисляем ε, опять находим T или (IV$'$), и т. д. Уже 3-я приближенная величина нечувствительно разнится от 2-й. При вычислении ε надо знать $\frac{K}{q}$; эту величину можем найти из данных Кольрауша помощью уравнений (VI) и (VII$_k$), полагая на время $W = W_k$, что достаточно точно, когда дело идет о вычислении малой величины ε. В самом начале вычисления убеждаемся, что 1-й и 3-й члены в выражении ε ничтожны перед средним, так что

$$\varepsilon = \frac{L}{W_k}\left(\frac{\lambda}{T} - \frac{\lambda_0}{T_0}\right)\left(\frac{\pi^2}{T^2} + \frac{\pi^2}{T_0^2}\right).$$

Определив T, мы найдем δ и Δ, а следовательно, и W.

Перейдем к вопросу о том, каким образом вычислить необходимый для нас *коэффициент самонаведения* L, или *собственный потенциал* данного замкнутого контура.

Известно, что

$$L = \frac{1}{2} \int\int \frac{ds\, ds' \cos(ds, ds')}{r},$$

где ds и ds' — два элемента контура, r — их расстояние, и интеграл берется два раза по всему контуру.

Наш контур состоит из двух частей: мультипликатора и земного индуктора. Так как эти две части при опыте были достаточно удалены одна от другой на ($5^1/_2$ метров), и, следовательно, *взаимный* их потенциал ничтожен, то $L = L_1 + L_2$, где L_1 — собственный потенциал одного мультипликатора, L_2 — такой же коэффициент для одного индуктора.

Для *земного индуктора*, с которым работал Кольрауш, коэффициент L_1 можно вычислить с достаточной точностью, ибо все необходимые данные сообщены у Вебера по поводу некоторых прежних наблюдений с тем же самым снарядом.

Для *мультипликатора* Кольрауша такие данные, к сожалению, не сообщены; но из рисунка и описания можно составить понятие о форме и размерах бобины, достаточно верное для вычисления тех малых поправок, которые нас интересуют.

Метод приблизительного вычисления L, которым я пользовался, принадлежит Максвеллу (Treatise on Electricity, vol. II, chapt. XIII). Он имеет силу под условиями: 1) что поперечное (перпендикулярное к оборотам) сечение бобины всюду одинаково; 2) что оно имеет ось симметрии, параллельную оси бобины (обороты, проходящие через эту ось симметрии, мы назовем *средними*); 3) что размеры сечения малы сравнительно с радиусом кривизны оборотов и 4) что обороты проволоки бесконечно близки между собой (другими словами, ток одинаков во всех точках сечения).

Прием Максвелла состоит в следующем.

Прежде всего находим так называемое *геометрическое среднее расстояние* между оборотами бобины. Пусть будут ds, ds' два элемента сечения бобины (разрезы двух отдельных оборотов проволоки), r — их расстояние, s — площадь всего сечения. Величина R, удовлетворяющая уравнению

$$S^2 \log R = \int\int \log r\, ds \cdot s'$$

(интеграл берется оба раза на все сечение s), будет то, что Максвелл называет *геометрическим средним расстоянием* двух точек для сечения s.

Вообразим себе отдельно два из *средних* оборотов бобины на расстоянии R и вычислим для них *взаимный потенциал*, т. е. интеграл формы

$$M = \int\int \frac{ds\, ds' \cos(ds, ds')}{r},$$

где ds — элемент одного оборота, ds' — элемент другого, r — расстояние между ds и ds'; 1-й интеграл берется по контуру первого оборота, 2-й по контуру второго. Искомое L для нашей бобины будет

$$L = n^2 M,$$

где n — полное число ее оборотов *.

Нам придется рассматривать бобины, коих поперечное сечение представляет прямоугольник. Среднее геометрическое расстояние для прямоугольника, коего стороны a и b, вычисляется по формуле **

$$\log\operatorname{nat} R = \log\operatorname{nat}\sqrt{a^2+b^2} - \frac{1}{6}\frac{a^2}{b^2}\log\operatorname{nat}\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}} - \frac{1}{6}\frac{b^2}{a^2}\log\operatorname{nat}\sqrt{1+\frac{a^2}{b^2}} + \frac{2}{3}\frac{a}{b}\operatorname{arctg}\frac{b}{a} + \frac{2}{3}\frac{b}{a}\operatorname{arctg}\frac{a}{b} - \frac{25}{12}. \quad (1)$$

Когда обороты бобины имеют форму круга, то

$$L = 2n^2\pi\rho\left\{\left(c - \frac{2}{c}\right)F + \frac{2}{c}E\right\},\quad c = \frac{\rho}{\sqrt{4\rho^2+R^2}}, \quad (2)$$

где ρ — радиус среднего оборота, F и E — полные эллиптические интегралы 1-го и 2-го рода по модулю c. Для более грубого приближения можно принимать

$$L = 4n^2\pi\rho\left(\log\operatorname{nat}\frac{8\rho}{R} - 2\right). \quad (2')$$

---

* Предлагаемая Максвеллом поправка относительно толщины проволоки и изолирующего слоя для нашей цели несущественна.

** Maxwell, *l. c.*, p. 296.

Когда обороты имеют вид *прямоугольников*, то вычисление дает

$$L = 2n^2 a \log\operatorname{nat}\frac{(\alpha+a)(\gamma-a)}{(\alpha-a)(\gamma+a)} +$$

$$+ 2n^2 b \log\operatorname{nat}\frac{(\beta+b)(\gamma-b)}{(\beta-b)(\gamma+b)} - 8n^2(\alpha+\beta-\gamma-R), \quad (3)$$

где

$$\alpha = \sqrt{R^2+a^2}, \quad \beta = \sqrt{R^2+b^2}, \quad \gamma = \sqrt{R^2+a^2+b^2}$$

(a, b — стороны прямоугольника).

В опыте Кольрауша встречаем две бобины, обе с прямоугольным сечением. Земной индуктор представляет *круглую* бобину, так что L для него вычисляется по формулам (2) или (2'). Для этого индуктора, по описанию Вебера*, имеем:

внутренняя окружность бобины			. . . . . .	718,3 mm.
внешняя	„	„	. . . . . .	1078,6 „
высота	„	„	. . . . . .	120,05 „
число оборотов		„	. . . . . .	605

Вычисляя с этими данными R по формуле (1) и затем L по (2) (или (2') (причем $a = 120{,}05$, $b = 57{,}343$, $\rho = 142{,}99$ mm.), на одном $R = 39{,}664$ mm. и

$$L_1 = 9{,}170 \cdot 10^8 \text{ mm.}$$

Та часть L_2 коэффициента L, которая относится к мультипликатору, может быть оценена только с грубым приближением, ибо описание снаряда недостаточно подробно. К счастью, L_2, как увидим, гораздо меньше, чем L_1.

Мультипликатор Кольрауша** имел *около* 250 оборотов овальной формы, близкой к *прямоугольнику*. На основании рисунка при статье (табл. 1, фиг. 1), изображающего снаряд в $^1/_4$ натуральной величины, я оценил приблизительно размеры наименьших (внутренних) оборотов в 180×70, наибольших (внешних) — в 260×150 миллим., так что средние обороты имели 220×110 мм. Толщина бобины (по перпендикуляру к плоскости оборота), по показанию Кольрауша, была 100 mm. Считая притом $n = 250$, имеем все

* Weber, Ueber die Anwendung d. magn. Induction auf Messung der Inclination, Göttingen, 1853, p. 53.

** Kohlrausch, *l. c.*, p. 24.

нужное для приблизительного вычисления R и L_2; L_2 здесь вычисляется по формуле (3).

Оказывается, что здесь $R = 30{,}61$ mm. и

$$L_2 = 0{,}822 \cdot 10^8 \text{ mm.}$$

Итак, полная величина L для всего контура будет

$$L = 9{,}992 \cdot 10^8 \text{ mm.}$$

Так как L_2 составляет лишь малую долю L, то неточность данных о мультипликаторе не могла отозваться значительной ошибкой в L.

Имея L, можем вычислить поправки δ и Δ к числам W_k Кольрауша.

Для этого примем данные 2-го из трех его опытов. Было найдено:

$$\lambda = 0{,}49375, \quad \lambda_0 = 0{,}00196, \quad T_0 = 34{,}4255 \text{ sec.},$$

$$W_k = 3{,}9903 \cdot 10^{10} \frac{\text{mm.}}{\text{sec.}}.$$

Присоединяя к этим данным вышенайденную цифру L и вычисляя T путем приближений, находим $T_k' = 34{,}8479$ sec., $\varepsilon = 0{,}00000570$.

$$T = 34{,}8360 \text{ sec.}$$

Вычисляя затем δ и Δ, получаем

$$\delta = 0{,}00035 \ (\delta W_k = 0{,}00140 \cdot 10^{10}),$$

$$\Delta = 0{,}00281 \cdot 10^{10}.$$

Итак, поправленная величина сопротивления контура будет

$$W = 3{,}9889 \cdot 10^{10} \frac{\text{mm.}}{\text{sec.}}.$$

Величина того же сопротивления в единицах Сименса была найдена равной 4,1049 siem. Отсюда

$$1 \text{ siem.} = 0{,}97174 \cdot 10^{10} \frac{\text{mm.}}{\text{sec.}}.$$

Поправляя таким образом и остальные результаты Кольрауша (величина поправки для всех одна и та же), имеем

$$1 \text{ siem.} = 0{,}97000 \cdot 10^{10} \frac{\text{mm.}}{\text{sec.}} \text{ из опыта I,}$$

$$1 \text{ „} = 0{,}97174 \cdot 10^{10} \text{ „ „ „ II,}$$

$$1 \text{ „} = 0{,}97242 \cdot 10^{10} \text{ „ „ „ III.}$$

В среднем

$$1 \text{ siem.} = 0{,}97139 \cdot 10^{10} \frac{\text{mm.}}{\text{sec.}}$$

вместо $0{,}9717 \cdot 10^{10}$ (число Кольрауша).

Мы видим, что поправка от самонаведения весьма мала ввиду тех различий, какие находим между результатами отдельных опытов. Та значительная разница, какая существует между средним выводом Кольрауша и результатом Британского комитета, должна быть объяснена какими-либо другими причинами.

Метод Британского комитета, в его подробностях, подвергнут в статье Кольрауша обстоятельной критике. Но и метод Кольрауша не свободен от возражений. Не входя в подробности, укажем на следующие два пункта. Уравнение движения магнита в линейной форме (II) есть только приближенное и имеет силу для бесконечно малых углов φ. С другой стороны, коэффициент q, строго говоря, только при том же допущении можно считать постоянным, вообще же он есть функция φ. Между тем по самой сущности метода Кольрауша, основанного на измерении λ, приходится наблюдать довольно большие размахи магнита.

Впрочем, проследить влияние сказанных обстоятельств на результаты Кольрауша не легко, и я не утверждаю, что оно окажется более заметным, чем влияние самонаведения.

Москва, сентябрь 1875 г.

ИЗВЛЕЧЕНИЕ ИЗ „РЕЧЕЙ И ПРОТОКОЛОВ VI СЪЕЗДА РУССКИХ ЕСТЕСТВОИСПЫТАТЕЛЕЙ И ВРАЧЕЙ в С.-ПЕТЕРБУРГЕ“

ЧЕТВЕРТОЕ ЗАСЕДАНИЕ ФИЗИЧЕСКОЙ СЕКЦИИ

26 декабря 1879 года

Проф. А. Г. Столетов сообщает *о своих опытах, имеющих целью определить электромагнитную постоянную* (v Максвелла), отношение магнитной единицы электричества к электрической единице. Референт указывает на важное значение этой постоянной, которая, по Максвеллу, выражает собой скорость распространения электромагнитных дистурбаций в среде (воздухе) и по всей вероятности тожественна со скоростью световых волн для той же среды. Первоначальные опыты проф. Столетова произведены еще в 1876 г. и о них краткий реферат сделан на Варшавском съезде того года. Окончание работы замедлилось по недостатку в некоторых измерительных приборах. В прошлом году Эйртон и Перри дали определение v по способу, одинаковому в главных чертах с методой проф. Столетова. Последняя отличается от способа английских физиков тем, что вместо отдельного разряда воздушного конденсатора измеряется ток, слагающийся из быстро повторяемых разрядов. Для этого устроен особого рода вращательный коммутатор, время оборота которого отмечается автоматически хронографом. Благодаря такому приему, для опыта достаточно 1—2 элементов Даниеля; при такой слабой разнице потенциалов: 1) несовершенство изоляции менее вредит делу и 2) промежуток между малым кругом и охранным кольцом конденсатора может быть весьма узок (у референта $^1/_8$ миллиметра), вследствие чего поправка в измерении разряжаемой площади доступна вычислению и крайне мала. Площадь эта у проф. Столетова представляет круг около 80 миллим. радиуса. Наблюдения делаются при малых расстояниях между двумя плоскостями конденсатора (не более 1—2 миллим.). Установка плоскостей и измерение толщины воздушного слоя производятся помощью микрометрических винтов и микроскопов. Вертящийся коммутатор (ртутный) дает около 60 разрядов в 1 секунду.

В последние дни перед Съездом проф. Столетов испытывал свой снаряд в его новейшей форме и сделал несколько опытов; они дали для v числа, близкие к результатам других новейших наблюдателей (около 300 000 километров в секунду).

Референт не считает, однако, своих измерений законченными. Он убежден, что такой снаряд, особенно при большом совершенстве выполнения, может дать наиболее точное число для v. Кроме того, снаряд может заменять собой абсолютный электрометр, приводя абсолютное измерение электрических потенциалов (даже невысоких) к абсолютному измерению разрядных токов посредством гальванометра.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОТНОШЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ЕДИНИЦ (v МАКСВЕЛЛА)[1] *

Задачу настоящей работы составляет точное определение отношения единиц электромагнитных и электростатических, определение той скорости (v Максвелла), которая представляет скорость распространения электромагнитных действий в воздухе (или в пустоте) и которая, по всей вероятности, не отличается от скорости света в той же самой среде.

Среди различных методов, которые применялись для установления величины v, существует один, который, по моему мнению, может дать весьма точные результаты; это— метод *абсолютного конденсатора*, т. е. конденсатора с воздухом (или с вакуумом), емкость которого может быть точно вычислена по его форме и размерам.

Конденсатор с двумя плоскими параллельными поверхностями, снабженный охранным кольцом (guard ring), по обозначению В. Томсона, удовлетворяет этим условиям.

Строгая теория этого приспособления дана несколько лет назад г-ном профессором Кирхгофом **.

Этот конденсатор заряжается батареей Вольты, а потом сравнивают разрядный ток с постоянным током, который непосредственно вызывается той же батареей в цепи заданного сопротивления. Это есть видоизменение приема

---

[1] Перевод статьи А. Г. Столетова. Из *Journale de Physique théorique et appliquée,*, vol. 10, 1881 г., p. 468 (*Ред.*).

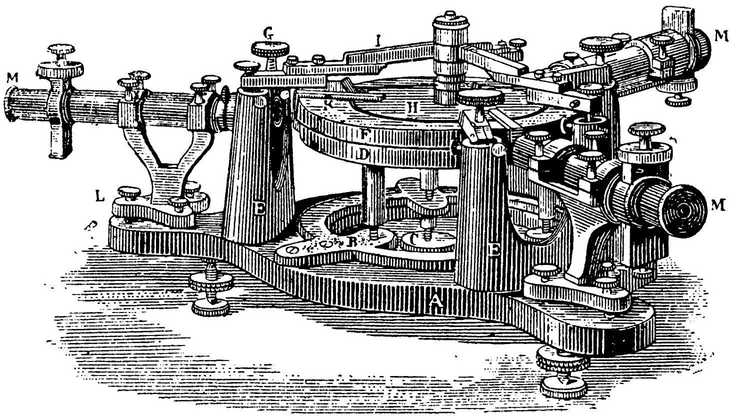
* Сообщение, сделанное во Французском физическом обществе 23 сентября 1881 г.

** *Monatsberichte der Berliner Akademie*, 1877.

гг. Вебера и Кольрауша: они выполнили первое измерение скорости, о которой идет речь.

Они также пользовались конденсатором, но это была лейденская банка, емкость которой нельзя *вычислить*, так что они были вынуждены измерять эту емкость обходным путем *.

После большого числа переделок согласно указаниям опыта, конденсатор, которым я пользовался, принял окончательную форму, изображенную на прилагаемом рисунке.

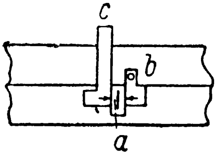


Фиг. 1.

На общем литом треножнике A укреплялось латунное кольцо B, несущее на себе три микрометрических винта. На этих винтах покоится нижний диск D конденсатора. Верхний диск H и окружающее его кольцо F (с зазором, который суживается к нижнему краю и доходит до $^1/_8$ мил-

* Изменение, о котором я говорю, указано в книге Максвелла (Treatise on Electricity and Magnetism, том II, параграф 174); но еще до появления в печати этого трактата мне пришла в голову мысль осуществить этот прием. Я работал тогда в Гейдельберге (это было в 1871 г.) и я обязан некоторыми полезными указаниями моему знаменитому учителю г-ну профессору Кирхгофу. Прибор был тотчас же спроектирован и заказан у д-ра Мейерштейна в Геттингене, но он был получен в Москве только через три года.

лиметра) снабжены тремя выдающимися частями (I и G) с поддерживающими их винтами, которые покоятся на трех массивных раздвоенных подставках, укрепленных на общем основном треножнике. Внутренние поверхности двух дисков D, H и кольца F отшлифованы на плоскость, никелированы и отполированы. В каждом из интервалов двух соответствующих частей I и G помещается микроскоп M с окулярным микрометром. Микроскоп установлен на треножнике L, позволяющем давать малые движения любого вида; их устанавливают, когда труба хорошо отрегулирована. На рисунке не указаны: 1) металлическая покрышка, помещаемая на кольцо, благодаря чему маленький диск F составляет часть почти замкнутого проводника, и 2) металлический чехол с окнами, который окружает части D, F, H и сквозь отверстия которого проходят трубы микроскопов. Индексы (горизонтальные черточки на серебре) приложены к краю диска D, к кольцу F и на концах маленьких плеч K, выступающих с диска H. Три соседних индекса отделяются очень тонкими интервалами и могут быть одновременно визированы с помощью соответствующего микроскопа. На фиг. 2 видно расположение индексов a, b и c; их нельзя было указать на общем рисунке всего прибора. Микроскопы снабжены параболическими рефлекторами, и освещение индексов производится сбоку с помощью ламп.



Фиг. 2.

Результаты моих первых опытов были даны, и то в весьма сжатой форме, только в 1876 г. на Съезде русских естествоиспытателей в Варшаве. Три года спустя гг. Эйртон и Перри *, не зная ничего о моих исследованиях, опубликовали работу, основанную на методе, почти совпадающем с моим. И в том, и в другом случае пользовались плоским конденсатором системы сэра В. Томсона. То, что отличает мое расположение от прибора двух английских физиков, это — степень чувствительности. Мой прибор не требует применения большой батареи.

Этот результат получен благодаря следующему расположению.

---

* *Phil. Mag.*, 5-я серия, т. VII, стр. 277, 1879.

1. Прежде всего слой воздуха между двумя плоскостями моего конденсатора гораздо более тонкий: слой этот от 1 до 2 миллиметров толщиной. Тем не менее установка и измерение этой толщины слоя могут быть осуществлены с большой точностью, благодаря трем микрометрам очень большой чувствительности и тщательно проградуированным.

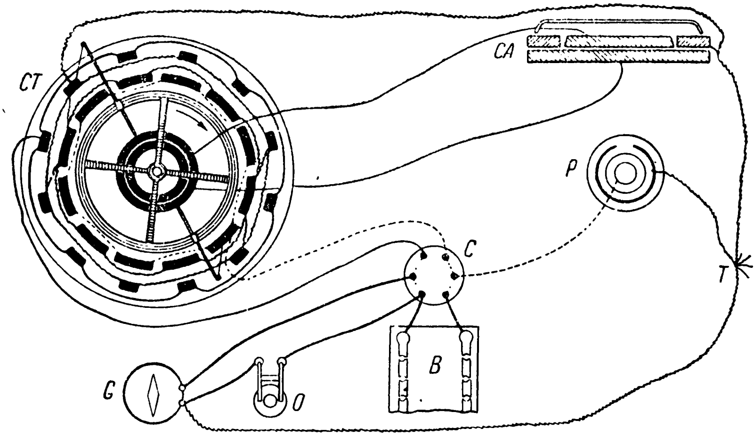
Измерение начинается с укладывания верхнего диска и кольца на нижний диск. При этом замечают начальные положения индексов, укрепленных на этих трех частях прибора,—это делается с помощью микрометров; далее, с помощью микрометрических винтов заставляют нижний диск отступать на одинаковые и заданные расстояния. После этого поднимают другой диск и кольцо в начальное положение. Тогда можно быть уверенным, что нижние части маленького диска и кольца находятся с большой точностью в одной плоскости, которая параллельна полированной поверхности нижнего диска.

2. Вместо измерения одного разряда с помощью баллистического гальванометра специальной конструкции для данного случая, как это делали гг. Эйртон и Перри, я пропускал через обыкновенный гальванометр Томсона целый ряд разрядов, около ста в секунду; они действуют на иглу гальванометра как постоянный ток. Этот результат достигается коммутатором, иначе, вращающимся распределителем, достаточно сходным с тем, какой имеется в телеграфе Бодо. Использование этого коммутатора составляет второе отличие обсуждаемых двух методов.

На прилагаемой диаграмме (фиг. 3) можно видеть общее расположение приборов.

CA изображает абсолютный конденсатор, *P* — батарея, *CT* — вращающийся коммутатор, *G* — астатический гальванометр сэра В. Томсона большого сопротивления, *B* — ящик сопротивлений (в общем=10 000 омов), *O* — шунт (=1 ому), *T* — соединение с землей. Коммутатор *C* позволяет переходить от одних измерений к другим. При положении коммутатора *1,1* измеряют разрядный ток; при положении *2, 2* измеряют небольшую долю постоянного тока батареи. На рисунке выпущены вспомогательные приборы, как-то: мотор, дающий вращение (это маленький электромотор г-на Гельмгольца), хронограф, регистрирующий обороты от сотни к сотне; коммутаторы, служащие для переключения полюсов батареи и гальванометра.

Вращающийся коммутатор обладает двумя рядами ванночек со ртутью, над которым вращается колесо, снабженное двумя наклонными иглами, касающимися ртути и соединенными с дисками конденсатора. Ванночки каждого ряда соединяются попарно и образуют соединение дисков с изолированным полюсом батареи, с землей и гальванометром. Легко заметить, что при каждом обороте колеса происходят шесть зарядений и шесть разрядов верхнего



Фиг. 3.

диска. Разряды происходят через гальванометр. Сверх того, необходимые условия для правильного использования конденсатора с кольцом оказываются выполненными: верхний диск заряжается в то время, как он имеет тот же потенциал (нуль), что и кольцо, в то время как другой диск находится при отличающемся потенциале; далее, верхний диск остается изолированным и разряжается только тогда, когда потенциал другого приведен к нулю.

Благодаря этому расположению, подробности которого я опускаю, вместо батареи в более чем 200 даниелей, как у Эйртона и Перри, я употребляю один или два даниеля; достаточно даже одного элемента г-на Латимера Кларка. В этом, по моему мнению, заключаются значительные преимущества. Маленькая батарея, подобная моей, может с большой легкостью поддерживаться в состоянии полного постоянства. Можно даже (чего я еще не испробовал) пользоваться термоэлектрической батареей с постоянной температурой, как это имеет место у Пулье. Можно, следовательно, быть более уверенным, что электродвижущая сила, которая служит для зарядки конденсатора, остается точно той же, как и тогда, когда батарея замыкается для пропускания тока. Кроме того, маленькое изменение в расположении приборов позволяет производить оба измерения (первое и второе), поддерживая батарею замкнутой. Таким способом мы в этих двух эффектах имеем одну и ту же разность потенциалов.

Добавлю к этому, что при экспериментировании с малой электродвижущей силой мы не бываем вынуждены принимать чрезмерно большие предосторожности для получения совершенной изоляции и что даже использование острия в распределителе (острие можно было бы заменить щеткой) не представляет никакой опасности в смысле снижения точности.

Формулы, служащие для вычисления v, очень просты. Пусть C — емкость конденсатора в электростатических единицах, т. е. $\frac{S}{4\pi\delta}$, S — поверхность разряжающегося диска (или еще лучше среднее между поверхностью диска и отверстием кольца), δ — расстояние между дисками; $\frac{C}{v^2}$ будет та же емкость в электромагнитном измерении.

Пусть n — число разрядов в секунду, F — электродвижущая сила, i — отклонение гальванометра квазипостоянным током разряда, A — постоянная гальванометра. Мы имеем

$$nF\frac{C}{v^2} = Ai.$$

С другой стороны, пусть r — сопротивление основного тока (замыкаемого коммутатором в положении $2, 2$), r_s — сопротивление шунта, r_g — гальванометра. Отклонение гальванометра

$$\frac{Fr_s}{rr_s + rr_g + r_g r_s} = Ai'.$$

Из этих двух уравнений мы извлекаем v; F и A исчезают и в формуле остается только время, длина и сопротивление в абсолютных единицах и, кроме того, отношение двух токов и двух сопротивлений.

Когда производят измерение емкости C, необходимо сделать две поправки. Прежде всего у нас будет добавочная емкость, происходящая от других кусков металла, связанных с верхним диском. Кроме того, мы имеем неизбежную ошибку при определении абсолютного расстояния, так как плоскости не являются геометрически совершенными. Емкость получится у нас в следующей форме: $C=\frac{S}{4\pi(\delta+x)}+y$. Эти две поправки находятся из опыта в отдельности. Для того чтобы лучше оценить y, разделяют два диска на значительное расстояние и берут немного более сильную батарею. Проделывая опыты с двумя расстояниями δ и δ_1, мы имеем (так как можно пренебречь x):

$$\frac{S}{4\pi\delta}+y:\frac{S}{4\pi\delta_1}+y=i:i_1,$$

откуда находим y.

С другой стороны, когда найдена y, то для определения x нам остается только сделать два ряда опытов с дисками, сильно сближенными друг к другу, и шунтированным гальванометром.

Я ничего не говорю о других поправках, вытекающих из строгой теории, так как для той степени точности, которую я был в состоянии достигнуть, они не имеют совсем никакого значения.

Мои опыты дали результаты, весьма близкие к тем, которые были получены гг. Эйртон и Перри, и в более недавнее время — г-ном Шида (298 000 км. и 300 000 км. в секунду); но я не могу остановиться на определенной цифре. Несчастие произошло с одним из моих дисков, и это помешало мне предпринять серию опытов с исправленными приборами, заново усовершенствованными. Эти опыты будут возобновлены, как только это будет возможно.

Но не определенные результаты, которые я в состоянии или буду в состоянии получить, не желание заявить о приоритете, вызывают во мне желание говорить об этой работе.

Мои приборы, в том виде, в каком они сейчас находятся или скоро будут находиться, далеки от совершенства; однако продолжительное изучение вопроса показало мне, что здесь дело не в несовершенстве метода. Я уверен, что ряд опытов, сделанных по плану, который я только что изложил, но выполненных с первоклассными инструментами, могут дать нам значение v с четырьмя точными цифрами. По этой причине мне бы хотелось видеть мою программу реализованной в цикле работ, связанных с международной комиссией по установлению ома.

Метод, о котором я говорю, требует точного знания эталона ома, которым я пользовался. Ошибка в 1 на 100 в предполагаемом значении этого эталона приводит к ошибке в $^1/_2$ на 100 в значении v. В этом, если хотите, несовершенство метода, но мы знаем, что, благодаря решению Международного конгресса электриков, новое определение ома поставлено в порядок дня и не заставит себя долго ждать.

ОБ ЭЛЕКТРИЧЕСТВЕ СОПРИКОСНОВЕНИЯ [1]

(По поводу статьи г. Экснера)

В последнее время профессор Франц Экснер в целом ряде статей возобновил старинные сомнения относительно так называемой теории контакта и описал опыты, которыми, по его мнению, вполне опровергается факт взаимной электризации двух разнородных металлов путем простого соприкосновения.

В своих прежних статьях* г. Экснер старался провести известную параллель между так называемыми „электрическими разностями" и „теплотами окисления" металлов. Находя, что электрическая разность (разность потенциалов при контакте) двух металлов, наблюдаемая по методам Р. Кольрауша и др., оказывается пропорциональной разности теплот окисления этих металлов, г. Экснер видел в этом ясное доказательство *химического* происхождения таких электрических разностей — через окисление металлов в воздухе.

Эта параллель была бы интересна и поучительна, если бы электрометрические результаты автора не разногласили со тщательными исследованиями Кольрауша, В. Томсона, Ганкеля, Клифтона, Эйртона и Перри, Пелла̀ и др. Что касается теоретических рассуждений, которыми г. Экснер старается мотивировать находимое им соответствие, — они неточны и одно другому противоречат. Так как указанный тезис венского профессора уже встретил возражения в литературе **, то я не буду на нем останавливаться.

---

[1] Опубликована в *Журн. Русск. Ф.-Х. Общ.* в 1881 г. (*Ред.*).

* *Wied. Ann.*, Bd. IX, p. 59; Bd. X, p. 265 (1880).

** Hoorweg в *Wied. Ann.*, Bd. XI, p. 133 (1880); Ayrton and Perry в *Phil. Mag.*, January 1881, p. 43.

Но в более поздней статье своей* г. Экснер пытается опровергнуть гипотезу Вольты прямым путем: он указывает ряд таких видоизменений „основного опыта“, результаты которых будто бы *необъяснимы* с точки зрения контакта. Об этой-то статье, еще не нашедшей себе критика, я намерен повести речь. Я хочу показать, что те 11 опытов, коими венский профессор думает уничтожить теорию контакта, вполне объясняются этой последней, не требуя ни натяжек, ни посторонних гипотез. Всякий, кто знаком с принципами электростатики и хорошо усвоил себе основные положения теории контакта, мог бы предсказать те именно результаты, какие оказались в опытах г. Экснера.

Основные положения теории контакта в ее современном виде достаточно известны. Но считаем не лишним сказать два слова о проводниках *отведенных* (соединенных с землей**). Земля в электростатике рассматривается как проводник металлический (1-го класса), т. е. подчиняющийся *закону Вольты.* Такое допущение одинаково необходимо, будем ли держаться гипотезы контакта или гипотезы химической. Две металлические массы, соединенные с землей, не составляют гальванического элемента — не дают тока, будучи замкнуты проволокой***. Такая роль земли представляется на первый взгляд парадоксальной, ибо земля состоит не из одних только проводников 1-го класса. На это указывает г. Экснер. Но трудность остается ровно та же, допустим ли мы, что земля *уравнивает* потенциалы в соединенных с нею массах Zn и Pt (химическая теория), или же — что она дает им такую же разность потенциалов, какая обнаруживается в Zn и Pt при металлическом соединении (теория контакта). Сам г. Экснер в конце концов довольно удачно мирится с ролью земли, как проводника****.

---

* *Sitz.-Ber. Wien. Ak.*, Bd. 81 (II Abth.), p. 1220 (Mai 1880).

** Слова *отводить, отведенный*, употребляем в этой статье исключительно в смысле *металлического соединения с землей*, никогда — в смысле *удаления* и т. п.

*** Влияние так называемых земных токов, при обыкновенных условиях опыта, ничтожно; во всяком случае эти токи зависят от особых причин, и их легко элиминировать.

**** „Концы металлических проводов погружаются, правда, в воду (если позволительно назвать просто водой влагу земли), Оговорившись относительно этого пункта, мы станем принимать электрический потенциал земли (как это обыкновенно делается) за нуль потенциала. Металл M, соединенный с землей, которую в ряду Вольты отметим буквой T *, принимает потенциал $M | T$, равный „электрической разности металла и земли“ **. Для двух металлов M и N имеем, по закону Вольты, $M | T + T | N$ (или, что то же, $M | T - N | T) = M | N$.

Обратимся к опытам г. Экснера. Они производились с помощью квадрант-электрометра Бранли: две пары квадрантов соединены были с полюсами замбониева столба, а стрелка (из алюминия) соединялась с испытуемым проводником ***. Перед каждым опытом стрелку отводили, причем она принимала свое нормальное положение равновесия (симметричное относительно квадрантов). Это нормальное положение соответствует нормальному потенциалу стрелки, равному $Al | T$; всякое изменение потенциала стрелки сопровождается отклонением ее, пропорциональным этому изменению. Отклонение считаем положительным, когда потенциал стрелки повысился.

Первые опыты г. Экснера так просты, что нужно только удивляться, как могли они ему казаться непонятными с общепринятой точки зрения.

Опыт I. Нельзя произвести отклонение электрометра, соединяя металлически стрелку с (предварительно отведенным) металлом.

но они не выходят из нее изолированными, а проходят еще смотря по обстоятельствам, больший или меньший ряд сухих с грунтом соединенных проводников, каковы, например, стены. Хотя и эти последние, конечно, соединены с металлом во многих местах водой же, но все-таки и немногих сухих соприкосновений уже достаточно, чтобы привести металлический проводник к потенциалу земли, или, по теории контакта, — к потенциалу, отличающемуся от земного на постоянную для каждого металла величину“ (Exner, *l. c.*, p. 1226).

* Г. Экснер употребляет букву E (Erde).

** Быть может, эта разность изменяется, смотря по месту и времени; для нас достаточно считать ее постоянной в течение опыта.

*** Стрелка имеет малую электрическую емкость. В электрометре Томсона она составляет часть проводника большой емкости (внутренней обкладки лейденской банки), а потому некоторые из опытов неудобно делать по способу, упоминаемому в тексте.

Кусок Zn отводится, потом разобщается от земли и соединяется со стрелкой. До прикосновения к Zn, стрелка имела потенциал Al | T, а Zn — потенциал Zn | T. По соединении, потенциалы на Al и Zn останутся statu quo, ибо условие электрического равновесия ими удовлетворено: разность Al | T — Zn | T = Al | Zn (той разности, какая требуется в месте контакта). Итак, потенциал стрелки не изменится, т. е. отклонения не будет.

Иное дело, если соединим стрелку с полюсом (незамкнутого) даниелева элемента (коего другой полюс отведен), вообще — с цепью проводников не исключительно 1-го класса. Пусть, например, Zn — полюс Даниеля — отведен; тогда его Cu имеет потенциал, равный Zn | T + F | Zn + + Cu | F = Cu | T + D, где F означает жидкость элемента и где D = Zn | Cu + F | Zn + Cu | F есть полная электродвижущая сила его *. Соединяя Cu-полюс со стрелкой электрометра, мы повысим ее потенциал на величину D и получим соответственное положительное отклонение.

Отклонение, хотя более слабое, получится и в том случае, если мы соединим стрелку не с полюсом нашего элемента, а с куском металла, который перед тем был в соединении с полюсом (а затем отнят и изолирован). Пластинка Cu, соединенная с Cu даниеля (коего Zn отведен), имеет потенциал Cu | T + D. Если ее изолируем и соединим со стрелкой, то потенциал в пластинке упадет, в стрелке поднимется, и окончательно установится между ними разность потенциалов, равная Cu | Al. *Насколько* повысится теперь потенциал Al, это будет зависеть от отношения между *емкостями* пластинки и стрелки. Если емкость стрелки сравнительно мала, то от соединения потенциал пластинки не понизится заметно, а потенциал стрелки увеличится почти на D. (В общем же случае — на $\frac{m}{m+1}D$, где m — упомянутое отношение двух емкостей.)

Тот же опыт сделаем с той разницей, что пластинка Cu заряжается от Zn-полюса, а полюс Cu отведен. Потенциал пластинки при заряжении будет теперь Cu | T — D, и, испытывая ее на электрометре, мы получим отклонение, равное и противоположное прежнему.

---

* Элемент можем брать в простейшей форме: цинк, вода, медь.

Так естественно объясняются эти простые факты, приводящие г. Экснера к смелому выводу, что $Zn \mid Cu = 0$ и т. п.

Опыт II. По мнению г. Экснера, самое *градуирование* электрометра ведет к противоречию с гипотезой контакта: отклонения стрелки, заряжаемой сперва одним, потом двумя даниелями, не должны относиться как $1:2$, если электрические разности металлов не равны нулю.

Здесь, как и прежде, г. Экснер, между прочим, забывает, что отклонение пропорционально не абсолютному потенциалу стрелки, а *повышению* (или понижению) потенциала сравнительно с нормальной величиной $Al \mid T$, при которой отклонения не было. Нетрудно видеть, что, соединяя стрелку с Cu-полюсом батареи из n даниелей (расположенных последовательно), коей Zn-полюс отведен, мы даем стрелке потенциал $Al \mid T + nD$, т. е. повышение потенциала, равное nD. Соединяя стрелку с Zn-полюсом и отводя Cu-полюс, получим в стрелке потенциал $Al \mid T - nD$, т. е. на nD ниже нормального. Отклонения будут пропорциональны $\pm nD$.

Для более точного объяснения следующих опытов считаем полезным привести некоторые простые, но недостаточно общеизвестные положения электростатики. Они позволяют нам заменить строго научным языком те туманные речи о „связанном“ и „освобожденном“ электричестве, какие до сих пор встречаются не только в учебниках, но и в статьях специалистов, как, например, у г. Экснера.

Представим себе два проводника *1* и *2*; пусть вблизи них или нет других, или есть только такие проводники, у которых либо потенциал равен 0, либо заряд равен 0. Назовем P_1 и P_2 потенциалы тел *1* и *2*, а Q_1 и Q_2 заряды. Эти четыре величины будут связаны между собой линейными однородными уравнениями:

$$P_1 = \alpha_{11} Q_1 + \alpha_{12} Q_2, \qquad P_2 = \alpha_{12} Q_1 + \alpha_2 Q_2,$$

или

$$Q_1 = \beta_1 P_1 - \beta_{12} P_2, \qquad Q_2 = -\beta_{12} P_1 + \beta_2 P_2.$$

Коэффициенты α и β зависят от формы, размеров и относительного положения всех имеющихся проводников. Понятно, что зная α_1, α_{12} и α_2, можно определить β_1, β_{12}

и β_2, и наоборот. Не делая такого определения, заметим только, что

$$\frac{\alpha_{12}}{\alpha_1} = \frac{\beta_{12}}{\beta_2} \; (= k) \quad \text{и} \quad \frac{\alpha_{12}}{\alpha_2} = \frac{\beta_{12}}{\beta_1} \; (= k').$$

Все коэффициенты α и β суть величины положительные, и притом

$$\alpha_{12} < \alpha_1 \text{ и } < \alpha_2, \quad \beta_{12} < \beta_1 \text{ и } < \beta_2,$$

так что отношения, означенные выше через k и k', оба > 0 и < 1.

β_1 и β_2 суть так называемые *емкости* двух проводников *1* и *2* в данных условиях; β_{12} есть *коэффициент взаимного влияния* тел *1* и *2* *.

Отсюда следствия:

a) Если повысим потенциал тела *1* на величину p — или, что то же, сообщим телу *1* положительный заряд, равный $\beta_1 p$, — оставляя тело *2* с неизменным зарядом (в изолированном состоянии), то тем самым мы повысим потенциал *2* на величину kp.

b) Если сообщим телу *1* положительный заряд q — или, что то же, повысим потенциал *1* на величину $\alpha_1 q$, — сохраняя тело *2* при неизменном потенциале (например, в отведенном состоянии), то тем самым мы придадим телу *2* отрицательный заряд, равный $k'q$.

Величины p и q могли бы быть и отрицательными: отрицательное p соответствует *понижению* потенциала, отрицательное q — сообщению *отрицательного* заряда.

В случае двух одинаковых и параллельных пластинок *1* и *2*, составляющих воздушный *конденсатор* в его обыкновенной форме, приблизительные величины коэффициентов α и β легко вычислить, если расстояние пластинок достаточно мало сравнительно с размерами их площади. Называя d это расстояние, S — площадь пластинки, имеем

$$\beta_{12} = \frac{S}{4\pi d}, \quad \beta_1 = \beta_2 = \frac{S}{4\pi d} + \frac{1}{2}\beta_0,$$

$$\alpha_{12} = \frac{1}{\beta_0} - \frac{\pi d}{S}, \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1}{\beta_0} + \frac{\pi d}{S},$$

* Maxwell. Electricity and Magnetism, I, art. 86—90; Cumming, Introduction to the theory of Electricity, 2 ed., 80—83; Clausius, Mechanische Behandlung d. Elektricität (Mech. Wärmetheorie, II, p. 52).

где β_0 — емкость отдельной пластинки, когда другая устранена. (Для *кружка* $\beta_0=\frac{2R}{\pi}$, где R — его радиус.) Чем меньше d, тем меньше разнится β_{12} от β_1 и β_2 и тем меньше разнится α_{12} от α_1 и α_2.

Для такого конденсатора, следовательно,

$$P_1=\frac{1}{\beta_0}(Q_1+Q_2)+\frac{\pi d}{S}(Q_1-Q_2),$$

$$P_2=\frac{1}{\beta_0}(Q_1+Q_2)+\frac{\pi d}{S}(Q_2-Q_1),$$

$$Q_1=\frac{S}{4\pi d}(P_1-P_2)+\frac{1}{2}\beta_0 P_1,$$

$$Q_2=\frac{S}{4\pi d}(P_2-P_1)+\frac{1}{2}\beta_0 P_2.$$

Заметим еще, что от присоединения к каждой пластинке постороннего проводника емкости β_0, β_1, β_2 увеличиваются, но коэффициент взаимного влияния β_{12} остается почти тот же (если только эти присоединенные проводники не составляют нового конденсатора, т. е. если не лежат они значительными частями своих поверхностей весьма близко один к другому).

Возвращаемся к опытам г. Экснера.

Опыты III и IV. Воздушный конденсатор, состоящий из пластинки Zn и пластинки Cu, в начале металлически замкнут и отведен. Затем, *не изменяя положения пластинок,* изолируем их и соединяем, — одну с полюсом даниеля (коего другой полюс отведен), другую — со стрелкой электрометра. Получается отклонение, которое 1) не меняет ни величины, ни знака, если переменим роли двух пластинок, и 2) меняет знак, не меняя величины, если переменим роль полюсов элемента.

В начале потенциалы пластинок суть Zn|T и Cu|T; такими они остаются и по изолировании. Соединяя одну из пластинок с электрометром, мы не получили бы отклонения, если бы другая осталась при этом изолированной (опыт I). Но другую пластинку мы соединяем с полюсом даниеля; от этого потенциал ее изменяется на величину $\pm D$ (знак $+$ в случае соединения с Cu-полюсом, знак $-$ в случае противоположном). Это изменение повлияет на соседний проводник (состоящий из другой пластинки и стрелки электрометра): потенциал во всех частях этого проводника изменится на $\pm kD$, где $k > 0$ и < 1 (см. выше, *a*). Величина k зависит от формы, размеров и относительного положения проводников, но не от вещества их. Результатом будет отклонение, пропорциональное с $\pm kD$. Оно не изменится, если переменим роли пластинок (предполагая, что они одинаковы по размерам). Отклонение переменит знак, если употребим обратное соединение полюсов элемента.

Заметим еще, что отклонение здесь *меньше*, чем при прямом соединении электрометра с даниелем. Так и было у г. Экснера.

Опыт V. Отличается только тем, что конденсатор был однородный, т. е. Zn и Zn или Cu и Cu. Результаты были такие же, что и понятно после только что сказанного: вещество конденсатора здесь безразлично (лишь бы только оно принадлежало к 1-му классу проводников).

Опыт VI. Электрическое взаимодействие пластинок Zn и Cu можно обнаружить одним *приближением* их друг к другу, без взаимного *контакта*. Опять — дело понятное; да и опыт не нов.

Берем пластинку Zn и пластинку Cu. Сперва отводим их, потом изолируем и сближаем (составляем конденсатор). Соединив Cu с электрометром, находим положительное отклонение. Опять отводим и Cu, и электрометр, и удаляем Cu от Zn; при испытании Cu получим отрицательное отклонение такой же величины, как прежде.

Подобный опыт давно уже был сделан Гассиотом. Описывая его, Маскар замечает, что он именно по химической теории объясняется труднее и весьма понятен с точки зрения контакта *.

В начале опыта у пластинок имеются потенциалы $Zn \mid T$, $Cu \mid T$ и соответственные заряды ($\beta_0 \cdot Zn \mid T$, $\beta_0 \cdot Cu \mid T$). Эти заряды остаются такими и по изолировании, пока пластинки не сближены. Но составляя конденсатор (сближая пластинки) и замечая, что $Zn \mid T - Cu \mid T = Zn \mid Cu > 0$, заключаем, что чем более они сближены, тем более понижается потенциал в Zn и повышается в Cu (см. формулы конденсатора). Электрометр, соединенный с Cu и отведенный при известном расстоянии пластинок, даст положитель-

* Mascart, Traité d'Électricité statique, II, p. 348.

ное отклонение, как скоро уменьшим это расстояние. Отведенный теперь снова (причем отклонение исчезнет), он даст равное отрицательное отклонение, как скоро раздвинем пластинки в первоначальное положение.

Заметим, что отклонение, вызванное сближением пластинок, опять исчезнет, если доведем их до *прикосновения*. Потенциалы стремятся сделаться равными при уменьшении расстояния; но прежняя разность Zn | Cu возобновляется в момент контакта. Разделяя пластинки вновь, получим временное противоположное отклонение, которое тоже исчезнет, когда расстояние сделается достаточно великим.

Опыты VII и VIII служат дополнением и следствием предыдущего.

Известно, что если из пластинок Zn и Cu составим конденсатор, замкнем проволокой и отведем его, то, по изолировании и разнятии пластинок, Zn сообщает электрометру положительное отклонение, Cu — отрицательное. Отклонения эти тем больше, чем тоньше был воздушный промежуток конденсатора: ибо при одной и той же разности потенциалов на пластинках Zn и Cu замкнутого конденсатора (она всегда равна Zn | Cu) заряды пластинок будут тем больше, чем меньше расстояние; а потому тем сильнее действие отнятой пластинки на электрометр.

В прежнем опыте (VI) г. Экснера мы помещали Zn и Cu на расстоянии *d без контакта*; затем отводили Cu, удаляли ее и испытывали. Теперь мы помещаем Zn и Cu на расстоянии *d с контактом*, прерываем контакт, удаляем Cu и испытываем. Нетрудно видеть, что действие во втором случае будет гораздо сильнее (при том же *d*), чем в первом.

Но если *повторять* операцию сближения и удаления пластинок, не прибегая к замыканию конденсатора, а только *поочередно отводя* то Cu, то Zn, то действие на электрометр растет вместе с числом операций и асимптотически, более или менее быстро, приближается к тому *полному* действию, какое занял конденсатор с контактом. В этом состоит опыт VII. Он объясняется так.

Мы видели, что когда Cu приближена к Zn (опыт VI), потенциал Cu повышается. Если отведем Cu (не изменяя ее места), потенциал ее должен опять спуститься до величины Cu | T; для этого Cu должна получить новый отрицательный заряд из земли (см. выше, *b*). С другой стороны, с приближением Cu понизился потенциал Zn; он понизился еще более от притока отрицательного электричества к Cu (см. *a*). Если теперь отведем Zn, потенциал его поднимется до Zn | T, что потребует притока положительного заряда из земли. Этот подъем потенциала в Zn опять поднимет потенциал в Cu; отводя Cu, мы дадим ей еще новый отрицательный заряд. И так далее. При каждом отводе пластинки, абсолютная величина ее заряда возрастет, т. е. в Zn накопляется все больше и больше +-электричество, в Cu — все больше и больше —-электричество.

Но это возрастание зарядов имеет свой предел. Мы знаем, что при каждом изменении потенциала в одной пластинке, потенциал другой (изолированной) изменится на (абсолютно) *меньшую* величину. Предел будет, практически говоря, достигнут, когда изменения потенциалов при отводе станут ничтожны, т. е. когда одновременно Zn получит свой первоначальный потенциал Zn | T, а Cu — потенциал Cu | T*. Но именно такие потенциалы имеются одновременно на Zn и Cu в случае прямого металлического соединения и отвода (конденсатор с контактом). Заряды, получаемые в этом последнем случае, суть предельные заряды нашего опыта.

Чем больше емкости проводников, при том же коэффициенте взаимного влияния, тем меньше каждое последующее изменение потенциала сравнительно с предыдущим, тем быстрее достигаются предельные заряды. Для двух проводников с бесконечными емкостями, но с конечным коэффициентом взаимного влияния, предельные заряды наступили бы уже при первых отводах. К такому заключению приходит и г. Экснер в опыте VIII: если одна или обе пластинки были соединены с посторонними проводниками большой емкости (причем коэффициент взаимного влияния не изменялся значительно), то предел зарядов наступал быстрее.

Три следующие затем опыта IX—XI имеют целью показать, что при некоторых условиях обнаруживается электризование при контакте *однородных* металлов и не обна-

---

* Теоретически говоря, это достигается только при бесконечно большом числе отводов.

руживается — при контакте *разнородных*. И здесь противоречие с теорией контакта только кажущееся.

Опыт IX. Берем две пластинки — одну Zn (назовем ее 2), другую из Cu (назовем ее 4). Пластинка 2 отведена во все время опыта; 4 — только в начале, а потом изолирована. Над 2 помещаем без металлического прикосновения (отделив кусочками парафина) пластинку Cu (1), над 4 — точно так же пластинку Cu (3). 1 и 3 предварительно отведены.

Мы имеем таким образом два конденсатора: один из Zn (2) и Cu (1); другой из Cu (3) и Cu (4). Если соединим проволокой 1 с 3, то, разняв их и сообщая порознь с электрометром, найдем отрицательное отклонение от 1 и положительное от 3. Две однородные пластинки наэлектризовались через взаимный контакт. Объяснить это однако же легко.

Сначала все Cu (1, 3, 4) имели потенциал Cu|T. При наложении 1 на 2 и 3 на 4 (при составлении конденсаторов), потенциал Cu (3) не изменится заметно, — ибо в соседстве тело Cu (4) с таким же потенциалом. Но Cu (1), поместившись возле Zn (2), повысит свой потенциал. Поэтому, когда соединим 1 с 3, в 1 потенциал понизится, а в 3 повысится: некоторый положительный заряд перейдет из 1 в 3. Понятно, что, отняв 1 и 3, мы найдем в 1 потенциал $<$ Cu|T, в 3 — потенциал $>$ Cu|T, т. е. 1 даст отрицательное отклонение, а 3 — положительное.

Опыт X отличается от IX тем, что пластинка 1 — цинковая. Имеем два конденсатора: Zn (1) и Zn (2) и Cu (3) и Cu (4). Делая опыт попрежнему, не получим отклонения, хотя теперь соединяемые пластинки 1 и 3 разнородны.

Все дело в том, что теперь, накладывая пластинки 1 и 3, мы не производим в них заметных и различных изменений потенциала; ибо для каждой пластинки соседняя с ней имеет тот же потенциал. Итак, Zn (1) сохранит потенциал Zn|T и Cu (3) — потенциал Cu|T. Соединение их не изменит этих величин, ибо условие электрического равновесия при контакте уже выполнено наперед: разность потенциалов равна Zn|Cu. И для 1, и для 3, электрометр останется так же нечувствительным, как в опыте I.

Опыт XI. Имеем три конденсатора: I) Zn, Zn, II) Zn, Cu, III) Cu, Cu. Составив каждый из них попрежнему (опыты

IX и X), соединяем Zn II-го с одним из Zn-ов I-го, а Cu II-го — с одной из Cu III-го. Разнородный конденсатор II заряжается, хотя не было разнородного контакта; Zn и Cu его, будучи поочередно сообщены с электрометром, дают равные отклонения $+$ и $-$.

В самом деле, при установке конденсаторов, во II-м из них потенциал Zn опустится ниже нормальной величины Zn|T (от влияния соседней Cu), а потенциал Cu поднимется выше Cu|T. Поэтому, когда сообщим этот Zn с одним из прочих Zn-ов (оставшихся при потенциале Zn|T), то он получит положительный заряд. Соответственная Cu II-го конденсатора, от соединения с другой Cu, зарядится отрицательно.

Совершенно такие же отклонения получатся, если обменим роли пластинок разнородного конденсатора II (т. е. соединим Cu с одним из Zn-ов I-го, Zn — с одной из Cu III-го). Теперь мы уже делаем разнородные контакты; но результат опыта не зависит от того, из каких металлов состоят однородные конденсаторы I и III: заряжение происходит от взаимного влияния пластинок в конденсаторе разнородном.

Вот опыты г. Экснера. Все они объясняются строго и просто из начал электростатики и из принятых положений теории контакта. Ничего не говоря против последней, они могут служить удобным путем для всестороннего ее усвоения.

Мы не говорим об опыте XII. В нем г. Экснер показывает, что действию разнородных металлов можно подражать, употребляя однородные, но покрывая их слоем лака и электризуя этот лак трением. Такая аналогия, не представляя ничего нового, была бы у места только в том случае, если бы все предыдущее статьи действительно опровергало теорию контакта.

Мы не говорим также о заметках в конце статьи г. Экснера, где указываются — к сожалению, слишком кратко — любопытные результаты опытов над пластинками, только что обделанными на станке, сильно нагретыми и т. п. Влияние воздуха на наблюдаемые электрические разности металлов не отрицается и беспристрастными защитниками контакта. С другой стороны, уже прежде замечали, что температура, способ обработки и другие физические условия значительно влияют на цифры электрических разностей

(Ганкель, Авенариус, Пелла *). Последние указания г. Экснера побуждают исследовать этот вопрос подробнее. Но видеть в них решительные аргументы против теории контакта покамест нет достаточных оснований **.

Москва, 3 февраля 1881 г.

---

* Относительно различия между свежими и полежавшими на воздухе металлами, результаты Ганкеля (Wiedemann, Galvanismus, I, p. 26—27) несогласны с экснеровыми.

Любопытны недавние опыты г. Пелла (Pellat, *Journal de Physique*, t. IX, 1880 г., p. 145). В конце статьи автор находит, что „два металла химически одинаковые, но взятые при разных температурах, представляют некоторую электрическую разность" (force électromotrice de contact). В литографированном протоколе Французского физического общества от 17 декабря 1880 г. тот же физик, говоря о результате слабых химических влияний на металлы, замечает, что „les altérations physiques ont une action au moins égale à celles des altérations chimiques" [„физические изменения имеют по меньшей мере действия, равные тем, которые производятся химическими изменениями". (*Ред.*)].

** Наша статья была уже сдана в печать, когда мы получили февральскую книжку *Wied. Annalen* с заметкой г. Шульце-Берге на ту же тему (p. 319). Автор, понятно, приходит к тому же результату, как и мы, т. е. обличает несостоятельность рассуждений г. Экснера. Но заметка г. Шульце-Берге слишком коротка (две страницы) и затрагивает только простейшие из разобранных нами опытов. (Примечание автора при корректуре.)

ЗАМЕТКИ О КРИТИЧЕСКОМ СОСТОЯНИИ ТЕЛ[1]

(СТАТЬЯ ПЕРВАЯ)

В немецком издании известной книги „О непрерывности газового и жидкого состояния“ ван дер Ваальс показывает, что его формула газа

$$\left(p+\frac{a}{v^2}\right)(v-b)=\frac{RT}{273}, \tag{1}$$

в соединении с законом Максвелла-Клаузиуса об упругости насыщенного пара, ведет к некоторому общему для всех тел соотношению между этой упругостью и температурой.

Назовем p_c, v_c, T_c аргументы критического состояния тела, причем, как известно,

$$p_c=\frac{a}{27b^2}, \quad v_c=3b, \quad T_c=\frac{8\cdot 273\cdot a}{27\cdot b\cdot R}.$$

Пусть будут π, ω_1, ω_2, τ — упругость насыщенного пара, объем жидкости, объем пара и температура, выраженные, соответственно, в частях p_c, v_c и T_c („приведенные“). Имеем по ван дер Ваальсу (р. 127)

$$8\tau=\left(\pi+\frac{3}{\omega_1^2}\right)(3\omega_1-1)=\left(\pi+\frac{3}{\omega_2^2}\right)(3\omega_2-1), \tag{2}$$

$$\left(\pi+\frac{3}{\omega_1\omega_2}\right)(\omega_2-\omega_1)=\frac{8}{3}\tau\log_e\frac{3\omega_2-1}{3\omega_1-1}. \tag{3}$$

Исключая ω_1 и ω_2 из этих трех уравнений, получаем соотношение

$$\pi=\varphi(\tau), \tag{4}$$

---

[1] Опубликовано в *Ж.Р.Ф.-Х. О.*, **14** (II), 167 (*Ред.*).

не содержащее в себе специфических коэффициентов (a, b, R) вещества и, следовательно, общее для всех тел.

Ван дер Ваальс не сравнивает этого соотношения с результатами опыта. Он говорит (p. 126):

„Не только сложность вычислений и запутанность окончательного уравнения удерживали меня от публикации моих результатов, но и следующее соображение. Наша формула (1) имеет силу лишь для объемов $> 2b$. Если приложим закон Максвелла-Клаузиуса, то результат будет верен только для малой части „пограничной кривой", а именно — вблизи кульминационной точки. Между тем точнейшие наблюдения над насыщенными парами делались при давлениях, далеко отстоящих от кульминационной точки. Следовательно, по моему мнению, недоставало материала для сравнений".

Но мы вправе ожидать, что в пределах применимости формулы (1) она поведет к следствиям, согласным с опытом. Это значит, в тех пределах температуры, где $\omega_1 > \frac{2}{3}$ (для пара ω_2 всегда $\geqslant 1$), теоретическая кривая $\pi = \varphi(\tau)$ должна совпадать с опытной. В особенности следует ожидать такого совпадения в смежности критической точки: производная $\frac{d\pi}{d\tau}$ при критической температуре $\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_c$ должна бы точно изображаться выводами ван дер Ваальса. Как ни мало наблюдений вблизи критических температур, они все-таки есть, и сам ван дер Ваальс ими пользуется в дальнейшем изложении.

С другой стороны, обнаружить из уравнений (2) и (3) соотношение (4) не так уже трудно, если прибегнем к вспомогательным переменным, помощью которых удобно выразились бы как τ, так и π. Такой прием применен Планком* к формуле Клаузиуса, представляющей теоретическую изотерму в несколько ином виде, чем (1).

Этому пути не следует ван дер Ваальс. Он ограничивается результатом, что общая зависимость между π и τ должна существовать, что и старается подтвердить из наблюдений, указывая, что одинаковым значениям τ соответствуют у различных тел приблизительно одинаковые π. Не пытаясь *вывести* из своих положений форму функции

* Planck, *Wied. Ann.*, XIII, 535.

$\pi = \varphi(\tau)$, он впоследствии (p. 147) прибегает — хотя и неохотно — к формуле эмпирической *.

П. А. Зилов, применяя прием Планка к закону ван дер Ваальса, убедился, что теоретическая кривая $\pi = \varphi(\tau)$ далеко не согласна с опытами даже вблизи критической температуры **. В то же время я сам, вычисляя значения $\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_c$ по формулам ван дер Ваальса и Клаузиуса, пришел к заключениям, которые особенно наглядно представляют преимущество последней.

Из (2) и (3) получаем

$$\left.\begin{aligned} \tau &= \frac{(3\omega_1 - 1)(3\omega_2 - 1)(\omega_1 + \omega_2)}{8\omega_1^2\omega_2^2}, \\ \pi &= \frac{(3\omega_1 - 1)(3\omega_2 - 1) - 1}{3\omega_1^2\omega_2^2}, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$$\log_e \frac{3\omega_2 - 1}{3\omega_1 - 1} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_2 + \omega_1}\left\{\frac{3\omega_1}{3\omega_1 - 1} + \frac{3\omega_2}{3\omega_2 - 1}\right\}. \tag{6}$$

Полагая здесь, как делал проф. Зилов,

$$3\omega_1 - 1 = r\sin^2\frac{\varphi}{2}, \quad 3\omega_2 - 1 = r\cos^2\frac{\varphi}{2},$$

получаем из (6) уравнение, определяющее r по φ:

$$r = \frac{}{\sin^2\varphi}\,\frac{\cos\varphi - \sin^2\varphi\log_e\operatorname{cotg}\frac{\varphi}{2}}{\log_e\operatorname{cotg}\frac{\varphi}{2} - \cos\varphi},$$

отличающееся от планковой формулы (12) (p. 540), только отсутствием фактора $(\alpha + \beta)$. Для всякого данного φ найдем r, потом ω_1 и ω_2, наконец из (5) сопряженные вели-

* „Wenn ich auch im Allgemeinen empirischen Formeln wenig Werth zuerkenne". [Хотя я и придаю в общем малое значение эмпирическим формулам. (*Ред.*).]

** Сообщение в Физическом отделении Общества любителей естествознания. Планк (p. 538) замечает только, что он избрал формулу Клаузиуса, ибо она „гораздо лучше согласуется с новейшими наблюдениями Андруса" (над CO_2).

чины τ и π. При $\varphi=0$ имеем $r=\infty$, $\omega_1=\frac{1}{3}$, $\omega_2=\infty$, $\tau=0$, $\pi=0$ (точка абсолютного холода); при $\varphi=90^\circ$, $r=4$, $\omega_1=\omega_2=1$, $\tau=1$, $\pi=1$ (критическая точка).

Можно также (и для некоторых целей даже удобнее) употреблять вместо предыдущих подстановок следующие:

$$3\omega_1-1=z\cdot\psi,\quad 3\omega_2-1=\frac{z}{\psi},$$

причем для z получается из (6)

$$z=-\frac{1}{2}\frac{4\log_e\psi+\left(\frac{1}{\psi}+\psi\right)\left(\frac{1}{\psi}-\psi\right)}{\left(\frac{1}{\psi}+\psi\right)\log_e\psi+\left(\frac{1}{\psi}-\psi\right)},$$

после чего найдем опять соответственные значения ω_1, ω_2, τ, π. При абсолютном нуле $\psi=0$, $z=\infty$ при критической температуре $\psi=1$, $z=2$.

Привожу результаты вычислений, начиная с такой величины τ, для которой ω_1 приблизительно равно $^2/_3$.

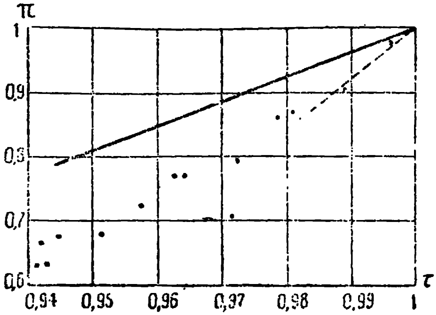
τ	ω_1	ω_2	π
0,9396	0,663	1,85	0,776
0,9549	0,696	1,67	0,829
0,9677	0,730	1,52	0,876
0,9780	0,767	1,40	0,914
0,9861	0,806	1,30	0,945
0,9960	0,882	1,13	0,984
1	1	1	1

На прилагаемом чертеже проведена кривая (почти прямая) $\pi=\varphi(\tau)$ по данным предыдущей таблички.

Из наблюдений г. Заиончевского* я получаю эмпирическую таблицу соответственных τ и π. Цифры последнего столбца означают, к какому веществу относится результат,

* *Киевские универс. известия*, 1878 г., апрель и август; *Wied. Beiblätter*, III, 741. Некоторые из чисел нашей таблички помещены у ван дер Ваальса, р. 132.

а именно: 1 — сернистый ангидрит, 2 — хлористый этил, 3 — сернистый углерод, 4 — бензол, 5 — эфир. (Наблюдения над ацетоном и алкоголем не дают чисел в достаточной близости к критической точке, т. е. между $\tau = 0{,}94$ и $\tau = 1$.)



Соответствующие этим данным точки нанесены на нашем чертеже; они группируются довольно близко к некоторой прямой, выходящей из точки ($\tau = 1$, $\pi = 1$), но эта прямая значительно круче наклонена к оси абсцисс, чем теоретическая.

Так как речь идет о давлении насыщенного пара лишь вблизи критической температуры, то достаточное понятие

τ	π		τ	π	
0,9967	0,977	3	0,9628	0,773	4
0,9874	0,906	1	0,9600	0,754	3
0,9809	0,875	4	0,9568	0,726	5
0,9783	0,862	3	0,9504	0,682	2
0,9782	0,865	5	0,9447	0,680	4
0,9721	0,799	2	0,9416	0,666	3
0,9640	0,778	1	0,9407	0,632	1

о ходе функции $\pi = \varphi(\tau)$ дается величиной $\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_c$; мы уже заметили, что в пределах нашего чертежа кривая близка к прямой. Меня интересовало прямо вычислить значения $\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_c$ по формулам ван дер Ваальса и Клаузиуса.

М. П. Авенариус в статье „О причинах, обусловливающих критическую температуру“ * выразил догадку, что

$$\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_c = 1.$$

* *Bull. de l'Acad. Imp. de St. Pétersb.*, t. XXII, p. 378.

Один взгляд на наш чертеж показывает, что эта догадка неверна. Наши формулы позволяют вычислить, какова должна быть $\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_c$ по ван дер Ваальсу; для этого следует найти $\left(\frac{d\omega_1}{d\varphi}\right)_c$ и $\left(\frac{d\omega_2}{d\varphi}\right)_c$, затем $\left(\frac{d\tau}{d\varphi}\right)_c$ и $\left(\frac{d\pi}{d\varphi}\right)_c$, наконец, $\left(\frac{d\pi}{d\varphi}\right)_c : \left(\frac{d\tau}{d\varphi}\right)_c$.

Сделав вычисление, находим

$$\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_c = 4.$$

Употребляя вместо уравнения (1) формулу Клаузиуса*

$$p = \frac{RT}{v-\alpha} - \frac{c}{T(v+\beta)^2},$$

получаем опять *общее для всех тел*, но уже иное число, а именно:

$$\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_c = 7.$$

(Вычисление не трудно сделать по тем формулам, которые имеются у Планка в цитированной статье.)

Обращаясь к наблюдениям, видим, что результат $\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_c = 7$, вытекающий из закона Клаузиуса, подтверждается довольно хорошо. На нашем чертеже проведена пунктиром та прямая, которая соответствует уравнению $1-\pi = 7(1-\tau)$. Точки, нанесенные по наблюдениям, наиболее близким к критическому состоянию, почти совпадают с этой прямой, и все прочие недалеко отступают от ее продолжения.

Много экспериментальных данных в пользу результата $\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_c = 7$ находим и в самой книге ван дер Ваальса; указывая на их взаимное согласие, он, повидимому, не замечает, что они свидетельствуют против его основной формулы (1).

Находя, что для многих тел соотношение между π и τ может быть представлено эмпирической формулой

$$-\log \pi = f\frac{1-\tau}{\tau},$$

* Впоследствии (*Wied. Ann.*, XIV, 279 и 692) Клаузиус усложнил свою формулу; мы будем говорить только о простейшей.

где f — постоянная (p. 147), ван дер Ваальс приводит ряд значений f, получаемых для различных тел, и находит, что все они сходны между собой. Но, очевидно, что

$$\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_c = f \log_e 10 = 2{,}3026\, f.$$

Следовательно, если бы закон ван дер Ваальса вел к следствиям верным, для f должна бы получаться величина около $\frac{4}{2{,}3026} = 1{,}74$. По формуле же Клаузиуса должно получаться

$$f = \frac{7}{2{,}3026} = 3{,}04.$$

В приводимых у ван дер Ваальса результатах вычислений, сделанных по таблицам Цейнера (для воды, хлороформа, ацетона, угольной кислоты, эфира) число f колеблется между 2,7 и 3,06. Мы берем только числа, полученные для *более высоких* температур; ибо в пригодности эмпирической формулы для всех случаев, а следовательно, и в постоянстве f для всех температур можно сомневаться. Заметим, что и высшие температуры, для коих f вычислено таким путем, часто все еще гораздо ниже критических. Там, где эмпирическая формула сравнена с наблюдениями, и вблизи критической точки (бензол, эфир) получаются числа, весьма близкие между собой и близкие к 3,04 (2,94 для бензола, 3,06 для эфира).

Эти данные очень хорошо подтверждают закон Клаузиуса, но ясно показывают неточность закона ван дер Ваальса.

Вместе с тем, и еще решительнее, опровергается мнение проф. Авенариуса, будто $\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_c = 1$.

Убедившись, что критическую температуру тела можно довольно точно вычислять посредством эмпирической формулы „внутренней скрытой теплоты испарения“ ρ, проф. Авенариус замечает, что по известному закону термодинамики

$$\rho = APu\left(\frac{T}{P}\,\frac{dP}{dT} - 1\right),$$

где A — тепловой эквивалент единицы работы, P — упругость насыщенного пара, $u = v_2 - v_1$ (разность удельных объемов пара и жидкости). Заключая из своих опытов, что при $T = T_c$ u не обращается в нуль, проф. Авенариус полагает, что в нуль обращается другой фактор выражения ρ.

Предположение, что u остается конечным при $T = T_c$, само по себе странно, но понятно почему оно, как будто, подтверждалось опытом. Дело в том, что вблизи критической точки v_1 и v_2 изменяются весьма быстро с изменением T. Примем ли мы закон ван дер Ваальса, или закон Клаузиуса, — из того и из другого следует, что

$$\left(\frac{dv_1}{dT}\right)_c = -\left(\frac{dv_2}{dT}\right)_c = \infty\,,$$

между тем как

$$(v_2 - v_1)_c = 0.$$

Наблюдения проф. Авенариуса и служат выражением этого обстоятельства. Переходы вещества из состояния v_1 в состояние v_2, или обратно, наблюдаются нами при температурах ниже критической, и как ни мала разность $T_c - T$, при которой мы можем замечать эти переходы, разность $(v_2 - v_1)$ еще имеет здесь заметную величину. Заключение проф. Авенариуса, что верхняя часть „пограничной кривой“ представляет горизонтальную прямую, убедительно лишь в том смысле, что между этой кривой и ее горизонтальной касательной есть соприкосновение высшего порядка (не ниже 2-го, как видно из соображений Планка, *l. c.*, p. 538).

Если так, то условие $u = 0$ точно так же может служить для вычисления критической температуры, как и условие $\rho = 0$. И действительно, составляя эмпирические формулы в виде $u = a + bt + ct^2$ для величин u, вычисленных у Цейнера, и полагая $u = 0$, мы большей частью довольно близко получаем критическую температуру, хотя приходится употреблять отдаленную экстраполяцию (наблюдения далеко не доходят до критических точек) *.

* Так, например, беглое вычисление (причем коэффиценты вычислялись только из трех наблюдений) дало мне: для ацетона (из u_0, u_{70}, u_{140}) 233,5° (по вычислениям Авенариуса 230,4°, по наблюдениям Заиончевского 232,8°), для эфира (из u_0, u_{60}, u_{120}) 198,6° (по вычислению Авенариуса 196,8°; по его наблюдениям 196,2°). Понятно, что вычисление будет надежнее, если воспользоваться не тремя наблюдениями, а всеми, и, может быть, полезно взять интерполяционную формулу иного вида.

Нельзя сомневаться, что из числа величин, табулированных у Цейнера, *все* нижеследующие:

$$r,\ Apu,\ \rho,\ u,$$

стремятся к нулю с приближением температуры к критической. Но, конечно, не все они равно удобны для вычисления T_c при помощи экстраполяции по формуле данного типа. Так, например, Apu благодаря быстро растущему фактору p сперва *увеличивается* с температурой и в некоторых случаях (для алкоголя, ацетона, хлороформа) продолжает увеличиваться до конца таблицы; в других случаях только в конце таблицы заметен поворот к уменьшению. Понятно, что числа Apu не могли бы служить для вычисления T_c по приему проф. Авенариуса, — но не потому, что Apu не стремится в конце концов к нулю, а лишь потому, что интерполяционная формула, точная в пределах таблицы, не дает нам правильного понятия об изменениях величины при более высоких температурах.

Москва, март 1882 г.

О СКОРОСТИ ЗВУКА В ТРУБАХ С РАЗРЕЖЕННЫМ ВОЗДУХОМ [1]

(По поводу опытов г. Краевича)

В конце 1884 г., прочитав предварительное сообщение об опытах г. Краевича над скоростью звука в разреженном воздухе, я старался разъяснить на страницах этого журнала (т. 16, стр. 407, физ. отд.), что подобные опыты могут быть весьма любопытны, но не в том направлении, как думает экспериментатор, и что едва ли они дадут какое-либо заключение о точности или неточности закона Бойля.

Ныне опыты г. Краевича опубликованы вполне (т. 17, стр. 335). Нельзя не пожалеть, что, относясь к ним с предвзятой мыслью — найти критерий для закона Бойля, — автор не позаботился сообщить некоторые существенные данные и что, с другой стороны, он экспериментировал при таких условиях, для которых теоретическое решение вопроса о скорости воздушных волн становится крайне трудным. Вследствие этого точное истолкование найденных результатов опыта невозможно; но, насколько можно ориентироваться в опубликованном материале, он, как мне кажется, подтверждает все ранее высказанные мною соображения.

Нельзя сомневаться, что наблюденные замедления в распространении воздушных толчков в трубах, наполненных разреженным воздухом, главным образом обусловлены *вязкостью* (внутренним трением) воздуха и отчасти его *теплопроводностью*. Оба эти свойства, — не подлежащие никакому сомнению, уже давно исследованные не только качественно, но и количественно, — не стоят в связи с уклонениями от

[1] Опубликовано в *Ж.Р.Ф.-Х.О.*, т. XIII (1886) (*Ред.*).

закона Бойля: кинетическая теория газов предсказывает коэффициенты вязкости и теплопроводности для газа *идеального,* т. е. вполне подчиняющегося названному закону. Оба коэффициента, по теории, зависят от *средней длины частичных путей,* между тем как причины отступлений от закона Бойля кроются в конечных размерах частиц газа и в тех силах, которые действуют между частицами.

Известно, что если пренебречь вязкостью воздуха и обменом теплоты, то, как отдельный воздушный толчок (малой амплитуды), сопровождающийся изменениями температуры, так и периодический ряд таких толчков должны распространяться с одинаковой скоростью, величина которой определяется формулой Лапласа:

$$a = \sqrt{k\frac{P}{d}(1 + \alpha t)}\,.$$

Эта скорость распространения получается как для сферических волн, расходящихся от центра сотрясения в открытом пространстве, так и для плоских волн, идущих в трубе.

Для *идеального газа* величины k, $\frac{P}{d}$ и α постоянны, и, следовательно, при означенной степени приближения, скорость a не зависит от давления или плотности газа.

Но идеальный газ имеет и вязкость и теплопроводность, и лапласова формула *даже для него* имеет значение приближенной. Если принять во внимание указанные свойства, точная теория воздушных волн (даже с малыми амплитудами) становится несравненно сложнее, и она далеко не разработана в общей форме. Вообще говоря, в газе, обладающем такими свойствами (а без них, по кинетической теории, газ немыслим), скорость распространения — и для отдельного воздушного толчка и для установившегося волнообразного движения (звука в тесном смысле слова) — будет *не* одинакова, даже при малых амплитудах. Теория воздушных волн в открытой среде и в трубе намечена для некоторых случаев и в приближенной форме у Стокса, Гельмгольца, Стефана, Релея — с принятием в расчет *вязкости*; у Кирхгофа вводится и влияние *теплопроводности* газа.

Оказывается, что влияния эти весьма слабо отзываются на скорости волн в открытом пространстве, — дают начало поправке „второго порядка". Она тем больше, чем выше тон и чем реже воздух; но только для крайне высоких тонов и в крайне разреженном газе может достигнуть заметного значения *.

Гораздо значительнее становится поправка, когда имеем дело с воздухом *в трубе*. Здесь благодаря тому, что частицы газа, лежащие у стенок, прилипают к ним, относительные движения частиц значительнее, а от этого увеличивается внутреннее трение **. Чем у́же труба, тем больше замедляются волны влиянием вязкости: *оно растет вместе с разрежением воздуха и с понижением тона.*

Влияние *разрежения* воздуха объясняется тем, что „коэффициенты вязкости и теплопроводности“ — по теории и опыту — независимы от давления (по крайней мере для давлений не слишком малых); понятно, что с уменьшением давления и, следовательно, упругости воздуха вязкость и теплопроводность приобретают относительно большее значение. В уравнениях движения газа вязкость и теплопроводность входят в виде отношений $\frac{\eta}{d}$ и $\frac{\varkappa}{cd}$, где η и $\varkappa$ — вышеупомянутые коэффициенты, c — удельная теплота газа при постоянном объеме, d — плотность газа. Эти отношения при обыкновенных давлениях суть малые величины, но при давлениях малых *растут пропорционально разрежению.*

Случай *трубы* теоретически исследован только для *звука собственно*, в тесном механическом значении этого слова. Принимается, что, дав замереть тем временным свободным волнам, которые вызываются в воздухе при начале звучания, мы исследуем те волны, какие останутся (установятся) при продолжающемся сотрясении звучащего тела. Для таких установившихся волн, в случае простого тона n колебаний в секунду, теория дает *в первом приближении* скорость

$$v = a\left(1 - \frac{\gamma}{D\sqrt{\pi n d}}\right),$$

---

* Любопытно, что здесь скорость *звука* в тесном смысле слова (принудительных воздушных волн, периодически поддерживаемых извне) *увеличивается* от вязкости, а скорость *свободных волн*, вызванных прекратившимся внешним толчком, *уменьшается* (См. Lamb, Treatise on the Motion of Fluids, pp. 225—226).

** Принимается, что частицы, лежащие у стенок, вовсе не скользят по ним. Для сильно разреженного газа пришлось бы ввести коэффициент скольжения.

где D — диаметр трубы, а

$$\gamma = \sqrt{\eta} + \left(\sqrt{k} - \frac{1}{\sqrt{k}}\right)\sqrt{\frac{\varkappa}{c}}^{\,*}.$$

Не трудно доказать, что *в первом приближении* скорость простой свободной волны с тем же периодом, вызванной каким-либо воздушным толчком, выражается той же самой формулой**.

---

* Г. Краевич (стр. 360) неверно комментирует эту формулу, написав ее так же, как она стоит у Кирхгофа (т. е. означая $\frac{\gamma}{\sqrt{d}}$ просто через γ), и говоря, что фактор при $\frac{1}{D\sqrt{\pi n}}$ есть „постоянный коэффициент, определяемый из опыта". При различных давлениях это не будет одна и та же величина, а величина, обратно пропорциональная $\sqrt{d}$. Это ясно видно из всей статьи Кирхгофа. Кроме *двух* законов, которые видит в формуле г. Краевич, является таким образом *третий* (влияние плотности), наиболее для него важный; на это я указал в моей прежней заметке, ради чего и изменил кирхгофово обозначение.

** Для этого, удерживая ту же форму для интегралов гидродинамических уравнений: $u = BRe^{ht+mx}$ и т. д., и пользуясь приближенным соотношением между h и m:

$$m^2 = \frac{h^2}{a^2}\left(1 + \frac{2\gamma}{r\sqrt{h}}\right)$$

(Kirchhoff, Wiss. Abh., p. 553; здесь γ значит то же, что $\frac{\gamma}{\sqrt{d}}$ в нашем тексте); изменим дальнейший ход решения: примем $h = -\alpha + 2\pi ni$, где α — бесконечно малое, $m = -qi$, и определим q и α по h, пренебрегая бесконечно малыми высшего порядка. Получим

$$\alpha = \frac{\gamma}{r}\sqrt{\pi n}, \quad q = \frac{2\pi n}{a}\left(1 + \frac{\gamma}{2r\sqrt{n\pi}}\right);$$

величины u, s, θ примут вид

$$Ce^{-\alpha t}\sin(2\pi nt - qx + \delta),$$

причем скорость волны будет $\frac{2\pi n}{q}$. Из суммы простых волн такого типа, с различными q (и соответственными n и α), составится общее решение, которое можно приноровить к любым начальным условиям.

Эта приближенная формула, в которой член, содержащий γ, имеет характер *поправки*, может быть прилагаема лишь в тех случаях, когда эта поправка не велика, т. е. когда D, n и d не слишком малы. Иначе пришлось бы развивать дальнейшие члены формулы.

Называя d_0 плотность газа при температуре опыта и при давлении 760 mm. ртути, через $\Delta = \frac{760}{p} = \frac{d_0}{d}$ — степень разрежения, можем написат

$$v = a(1 - \varepsilon),$$

где

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\gamma}{d_0}} \frac{1}{D} \sqrt{\frac{\Delta}{n}},$$

причем фактор $\sqrt{\frac{\gamma}{d_0}}$ зависит только от химической натуры газа.

Обращаясь к опытам г. Краевича, попытаемся сопоставить их с этой приближенной теоретической формулой. Это сопоставление, хотя бы далекое от точности, покажет нам нагляднее, каких уклонений от формулы Лапласа можно ожидать, экспериментируя в подобных условиях.

Быстрота воздушных колебаний, распространявшихся по трубам, нам не дана в точности, и мы можем судить о ней только гадательно. Г. Краевич дает указание только об одном из *верхних* тонов волны для случая *удара* в перепонку: для этого верхнего тона n равно около 25 (стр. 382). При ударе шаром в перепонку можно ожидать тонов в интервалах 1 : 2,3 : 3,6 (см. Rayleigh, Theory of Sound, I, p. 275): в числе первых 12 тонов перепонки, это — единственные, не имеющие узловых линий по диаметрам. Судя по черт. 10 статьи г. Краевича (стр. 382), можно думать, что мелкие зигзаги волны соответствовали либо 3-му верхнему тону (3,6), либо одному из гораздо более высоких. Полагая, что это был третий тон, и принимая для него $n_3 = 25$, получаем $n_1 = 7$, $n_2 = 16$ для остальных. Итак, основной волне соответствовало примерно $n = 7$, — может быть, еще меньшее n. Но так как волна была смешанная, то, приравнивая ее к *простому* тону, надо повысить n сообразно силе верхних тонов. Примем поэтому $n = 10$*.

* Вообще говоря, измеренную в опытах скорость нельзя относить прямо к *верхнему* тону, ибо замыкание тока происходи-

Для случая *впуска* газа, n вовсе не показано; но ясно, что процесс поворачивания крана не мог быть слишком быстрым. Наблюдения, сделанные тем и другим путем, повидимому, были согласны между собой. Ввиду этого мы едва ли сделаем слишком низкую оценку, если примем $n = 10$ для волн г. Краевича, кроме некоторых разве случаев. Имея в виду указать только *порядок* ожидаемых уклонений от формулы Лапласа, можем удовольствоваться этим гадательным числом.

Самый способ определения скорости этих низких „звуков" оставляет много сомнительного. Даже при точном описании тембра звуков оставалось бы еще неясным, для какой высоты тона мы определяем на опыте эту скорость. Употребление узких и „суженных" труб рядом с широкими (иногда до $^1/_2$ метра на 9 метров), причем скорость волны в узкой трубе „вычислялась" на основании предварительных опытов, — едва ли могло вести к точным результатам. Случалось, что скорость в широкой трубе получалась меньше, чем в узкой, что сам автор приписывает „погрешностям", хотя разница чисел (311 м. и 325 м.) превышает претендуемые пределы ошибок (стр. 390). Но не будем распространяться о деталях и *допустим,* что табл. 5 (стр. 391), которой г. Краевич особенно дорожит, верно изображает скорости низких тонов ($n = 10$) в трубе 3,4 см. диаметра с воздухом при 18° С. Спросим себя, каковы должны быть эти скорости по теории при неслишком больших разрежениях, когда еще можно пользоваться приближенной формулой.

Полагая скорость звука в открытом воздухе, согласно с наиболее точными опытами*, равной 332,5 m. при 0° и 760 mm., имеем для 18° С и 760 mm.

$$a = 343,5 \text{ m.}$$

ло уже тогда, когда и основная волна, более сильная, достигала известного развития: иначе не было бы тех перерывов в следах стилей, которые видны на черт. 7 (стр. 373). Чем чувствительнее замыкатель, тем выше следует считать тот простой тон, к которому относится наблюденная скорость волны.

* Перечисляя такие опыты, г. Краевич забывает об исследованиях Kayser'а (*Wied. Ann.*, Bd. 2 и 6). Что касается сомнений в поправке относительно влажности воздуха, они окончательно устраняются недавними опытами Neyreneuf'а над скоростью звука в парах *кипящей воды* (*Journ. de Phys.*, Decembre 1885).

Для вычисления γ, возьмем, по Meyer'y, в единицах CGS,

$$\eta = 0{,}000175\,(1 + 0{,}0027\,t);$$

далее, по Stefan'y и Winkelmann'y (близко к теоретическому числу Boltzmann'a)

$$\varkappa = 0{,}000054\,(1 + 0{,}0028\,t).$$

Полагая $t = 18^\circ$, $d_0 = \frac{1}{824}$, $c = 0{,}1690$, $k = 1{,}405$, находим

$$\frac{\gamma}{\sqrt{d_0}} = 0{,}569\,CGS^*.$$

Следовательно, для трубы $D = 3{,}4$ cm. получим, полагая $n = 10$, следующую табличку для давлений, употреблявшихся при опытах:

p (mm.)	ε	v выч. (m.)	v набл. (m.)
85,0	0,091	313	312
282,4	0,049	327	327
292,4	0,048	327	324
394,8	0,041	331	324
459,9	0,037	331	324
761,0	0,030	333	330

Мы видим, что уклонения от лапласовой скорости (343,5 m.), даваемые теорией, именно такого порядка, как наблюдавшиеся; вычисленные нами скорости звука довольно близки к найденным из опыта.

Мы не имеем права распространять такое сравнение на *верхнюю часть* таблицы г. Краевича, ибо 1) величина ε в формуле становится здесь уже настолько велика, что приближенная формула недостаточна, и 2) для вычисления

---

* Некоторые наблюдатели (Кундт, Кайзер) находили еще прежде, что теоретический коэффициент слишком мал. Мы останемся на точке зрения существующей теории; по той же причине не пользуемся новой формулой Кеттелера (Theoretische Optik, p. 110), которая имеет почти эмпирический характер.

крупных поправок нельзя удовлетвориться принятой нами гадательной величиной n*.

Для трубы 1,6 cm. в диаметре (нижняя часть табл. 4, стр. 390) подобное вычисление дает:

p (mm.)	ε	v выч. (m.)	v набл. (m.)
74,8	0,202	274	268
94,3	0,180	282	284
193,4	0,126	300	296
408,9	0,086	314	308
762,5	0,063	322	311**

К трубе 0,3 cm. формула уже неприменима: поправка ε слишком велика здесь даже для обыкновенных давлений. Нужно думать, что измере́нные здесь скорости относились к более высоким тонам.

На все эти соображения нельзя смотреть как на *вычисление* опытов г. Краевича: по многим вышеуказанным причинам такое вычисление *невозможно*. Мы хотели только указать, что факторы, забытые г. Краевичем и, несомненно, играющие важную роль в явлении, могут вести к весьма существенным уклонениям от элементарной теории в тех особенных условиях, в каких производились опыты.

Остается непонятным, почему труба 6,7 cm. диаметра дала, по показанию г. Краевича, такие же скорости, как и труба 3,4 cm. О сравнении этих двух труб говорится довольно кратко, и опыт усложнялся тем, что к одной из труб прибавлялось почти $\frac{1}{2}$ метра трубки в 0,3 cm., сужен-

---

* Курьезно, однако же, что если позволим себе прилагать формулу Кирхгофа и к малым давлениям (рассматривая ее уже как эмпирическую), то получим числа, не очень разнящиеся от наблюденных. Именно:

v выч.: 169, 181, 186, 234, 268, 273, 295;
v набл.: 171, 206, 212, 226, 252, 256, 284.

(Формула дает слишком большое v для более значительных давлений, слишком малое для малых).

** Последнее число г. Краевича считаем сомнительным (стр. 390).

ной на одном конце. При сложности опыта вообще трудно сказать, в чем тут дело; но можно заявить следующее подозрение. Волна в широкой трубе была слаба; если замыкатели, по этой причине, были сделаны особенно чувствительными, то может быть в узкой трубе замыкание производилось уже одним *верхним* тоном (ранее основного пришедшим), а в трубе 6,7 cm. — *основным*, как единственным сколько-нибудь сильным. Если при этом допустить, что верхний тон был в отношении 3,6 : 1 к основному, то разница диаметров труб будет приблизительно компенсирована разницей тонов.

Во всяком случае г. Краевич слишком поспешно заключил, что „скорость звука в трубах, коих диаметр не менее 34 mm., одна и та же и равна скорости звука на свободном воздухе". Это приводит его к выводу, что скорость звука при 0° и 760 mm. есть 320 (а не 332,5) метров, — выводу неправдоподобному, как потому что он противоречит всем прежним определениям, так и потому, что ведет к невозможной величине для k (1,3), а следовательно, и для механического эквивалента теплоты.

В конце концов мы не находим затруднения объяснять найденные результаты путем более законным и думаем, что выводить на сцену предполагаемые уклонения разреженных газов от закона Бойля по поводу опытов такого рода по меньшей мере преждевременно, пока не приняты в расчет более существенные обстоятельства.

Написав эти строки, мне захотелось прямым и простым опытом обнаружить, что в случае *высоких* музыкальных звуков замедление воздушных волн в трубе с разреженным воздухом далеко не так значительно, как было в условиях опытов г. Краевича. При некотором старании мне удалось получить довольно отчетливые кундтовы фигуры даже при 50 mm. давления (Кундт доводил разрежение только до $\frac{1}{2}$ атм.). Трубка, служившая резонатором, имела 3,3 cm. внутреннего диаметра и 154 cm. длины, звучащая трубка (также стеклянная) 216 cm. длины. Для образования фигур в редком воздухе всего удобнее оказались пробковые опилки. Воздух высушивался. Температура была около 19° C.

Для *второго* тона звучащей трубки (n = около 2300) расстояние между двумя узлами $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ оказалось в среднем:

$$\text{при } p = 70, \quad 150, \quad 772 \quad \text{mm.}$$
$$\frac{\lambda}{2} = 73{,}80, \quad 74{,}06, \quad 74{,}55 \text{ mm.}$$

Таким образом, с разрежением воздуха в 11 раз, скорость данного звука уменьшилась на 1%; по формуле, с принятой нами величиной γ, уменьшение должно быть около 0,7%.

Для *основного* тона той же трубки * (n = около 1600) найдено:

$$\text{при } p = 50, \quad 100, \quad 768 \quad \text{mm.}$$
$$\frac{\lambda}{2} = 145{,}3 \quad 145{,}8, \quad 147{,}3 \text{ mm.}$$

Т. е. между крайними давлениями длина волны изменилась на 1,3%; по теории получается 0,8%.

Итак, уменьшение скорости звуков с разрежением воздуха получилось вообще несколько большее, чем дает формула. (То же замечали и прежние наблюдатели, хотя разница между наблюденными и вычисленными скоростями у меня была меньше, чем, например, у Кайзера). Но, во всяком случае, уменьшение скорости при высоких тонах оказалось гораздо меньше (приблизительно в 10 раз меньше), чем в опытах г. Краевича при соответственных разрежениях.

Измерение скорости высоких звуков при весьма малых давлениях представляет серьезные затруднения; но я думаю, что простая и удобная метода Кундта, при некотором изменении снаряда, окажется достаточной для давлений, значительно меньших, чем 50 mm.

Москва, февраль 1886 г.

---

* Резонирующая трубка осталась та же; по Кундту, следовало бы взять более широкую.

АКТИНО-ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Повторяя в начале 1888 г. интересные опыты гг. Герца, Э. Видемана и Эберта, Галльвакса относительно действия лучей на электрические разряды высокого напряжения, я вздумал испытать, получится ли подобное действие при электричестве слабых потенциалов. Кроме прямого ответа на заданный вопрос, такое видоизменение опытов представляло, на мой взгляд, двоякий интерес: с одной стороны, оно позволило бы ярче выставить на вид загадочное действие лучей, не смешивая его с обыкновенным рассеиванием электрических зарядов (которое, в случае слабых потенциалов, бывает вообще ничтожно); с другой стороны, явилась бы возможность подвергнуть явление более точному измерительному изучению, чем это имело место в опытах названных ученых. Методы измерений вообще довольно несовершенны, когда речь идет о высоких потенциалах электрических машин и лейденских банок, и измерительные снаряды такого рода встречаются не везде, между тем как чувствительный гальванометр и обыкновенный квадрант-электрометр имеются во всяком физическом институте и употребление их удобно и надежно.

Моя попытка имела успех выше ожидания. Первые мои опыты начаты около 20 февраля 1888 г. и продолжались непрерывно, насколько позволяли другие занятия, по 21 июня 1888 г. В течение этого времени мне удалось, полагаю, осветить некоторые любопытные вопросы относительно „актино-электрических“ действий *. Некоторые

* Этот термин казался мне наиболее естественным для обозначения тех явлений, о которых идет речь; по моему почину он принят и некоторыми другими учеными, например, Бишá и Блондло, Боргманом и др.

дополнительные наблюдения произведены во второй половине 1888 г. и в текущем году, и я еще не считаю моего исследования законченным.

В течение моей работы я напечатал о ней лишь четыре краткие сообщения в Парижскую академию наук, представленные через любезное посредство г. Маскара: они помещены в *Comptes rendus* 1888 г. (16 avril, 4 juin, 9 juillet) и 1889 г. (17 juin).* Кроме того, мною сделано несколько устных сообщений в Физическом отделении Императорского общества любителей естествознания. Теперь я постараюсь стройнее и подробнее развить то, что по существу содержится в только что названных докладах, не заботясь о хронологическом порядке наблюдений и прибавляя то, что не нашло места в кратком изложении. В этой более поздней обработке полученного мною материала обращено внимание на новые работы других исследователей, вышедшие за последнее время **. Некоторые опыты гг. Аррениуса и Риги, сходные с моими, сделаны были еще раньше моих, но стали мне известны уже в течение моей работы. С другой стороны, опыты Биша и Блондло и некоторые другие являются прямым следствием и продолжением моих.

Все мое исследование производилось при неослабном сотрудничестве моего даровитого и искусного препаратора, И. Ф. Усагина, который во все время работы интересовался ею не менее, чем я сам. Ему принадлежат не только материальное выполнение снарядов и приспособлений, но и ценные практические советы относительно удобнейшей постановки опытов. Считаю долгом выразить И. Ф. Усагину вполне заслуженную им благодарность.

1. Основной опыт, который, после некоторых неудач, зависевших от выбора гальванометра, совершенно убедительно удался 26 февраля (ст. ст.) 1888 г., состоял в следующем.

Два металлические диска („арматуры", „электроды"), в 22 см. диаметра, были установлены вертикально и друг

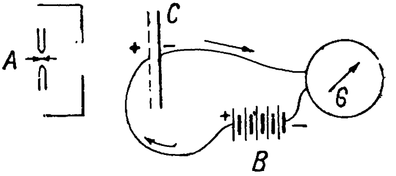
---

* *Comptes rendus*, CVI, 1149 и 1593; CVII, 91; CVIII, 1241.

** Настоящая статья закончена в начале июня 1889 г., но при последнем пересмотре ее к печати (август 1889 г.) вставлено несколько замечаний по поводу работ, появившихся истекшим летом. Окончание статьи (§ 3, 17 и 18) было предметом доклада на втором конгрессе электриков в Париже.

другу параллельно (фиг. 1, C) перед электрическим фонарем Дюбоска, из которого вынуты все стекла. В фонаре имелась лампа с вольтовой дугой A (регулятор Фуко-Дюбоска), питаемая динамо-машиной (обыкновенно около 70 вольт и 12 амперов). Один из дисков, ближайший к фонарю, сделан из тонкой металлической сетки (встречаемой в продаже), латунной или железной, иногда гальванопластически покрытой другим металлом, которая была натянута в круглом кольце; другой диск — сплошной (металлическая пластинка).

Диски соединены между собой проволокой, в которую введены гальваническая батарея B и чувствительный астатический гальванометр Томсона G с большим сопротивлением (5212 омов), который наблюдался по английской методе (с лампой и скалой). Чувствительность гальванометра, без верхнего астазирующего магнита, была такова, что 1 деление соответствовало $6{,}7 \cdot 10^{-10}$ амперов; при астазирующем же магните наивысшая



Фиг. 1.

чувствительность, какой я пользовался (время качания около 17 сек.), давала 1 дел. $= 2{,}7 \cdot 10^{-11}$ амперов. Батареи употреблялись различные (Вольты, Даниеля, Беетца, Гасснера, Л. Кларка) и с различным числом элементов (от 1 до 200); иногда, как увидим ниже, батарея исключалась.

Таким образом мои два диска представляли род воздушного конденсатора, заряжаемого сравнительно невысокой электродвижущей силой. Благодаря свойству передней, сетчатой арматуры, задняя арматура могла быть освещаема лучами вольтовой дуги с внутренней стороны, т. е. с той, где преимущественно накопляется электрический заряд. Другая арматура (сетка) освещалась лишь с невыгодной (слабо заряженной) стороны прямыми лучами, с внутренней же стороны — лишь отраженными от сплошного диска. Такая комбинация казалась мне наиболее удобной, чтобы обнаружить разряжающее действие лучей, что и оправдалось вполне. Размеры дисков были рассчитаны так, чтобы, при расстоянии их от вольтовой дуги около 20 см. (т. е. довольно малом, но не дающем еще слишком быстрого и большого нагревания) арматуры освещались на всем протяжении лучами, выходящими из отверстия фонаря (10 см. диаметра).

Этот „сетчатый конденсатор“ составляет главную и существенную принадлежность почти всех моих опытов. Уже в течение работы я узнал, что г. Риги употребляет такое же приспособление для опытов, аналогичных с моими, но производимых при помощи *элсктрометра*; думаю, что при моей (гальванометрической) методе оно имеет более существенное значение.

Я назвал пару дисков *конденсатором*. Мы можем, с другой стороны, назвать их парой *электродов*, погруженных в воздух, который, при известных условиях освещения, должен был обнаружить действительную или кажущуюся электропроводность — пропускать электрический ток, как бы замыкая собой „цепь“ (разорванную этим воздушным слоем, пока нет действия лучей). В последующем я называю мои диски то арматурами, то электродами.

Уже предварительные опыты с другим гальванометром, старой системы (Дюбуа-Реймона), убедили меня, что не только батарея в 100 элементов (Zn | Aq | Cu), но и гораздо меньшая, дает *во время освещения* дисков несомненный *ток* в гальванометре, если только цельный (задний) диск соединен с ее отрицательным полюсом, а сетчатый (передний) — с положительным. Слово *ток* употребляю в самом общем смысле, не решая пока, какого рода процесс здесь происходит — кондуктивный, электролитический или конвективный. С гальванометром Томсона явление стало еще ярче и могло быть прослежено даже при электродвижущих силах, составляющих небольшую долю 1 вольта (до $^1/_{20}$ и даже до $^1/_{100}$). Как увидим ниже, малые электродвижущие силы дают даже, при сближенных электродах, сравнительно более сильный ток; другими словами, кажущееся сопротивление освещенного конденсатора с тонким воздушным слоем становится тем меньше, чем меньше разность потенциалов двух арматур. (Впоследствии я подробнее формулирую это замечание). Со сравнительно высокими потенциалами (100 — 200 элементов) ток был заметен даже при расстоянии между арматурами свыше 10 см.

Если задний (изнутри освещаемый) диск конденсатора служит отрицательным полюсом батареи, а передний (сетка) — положительным, в цепи идет электрический ток всякий раз, когда лучи вольтовой дуги беспрепятственно падают на арматуру.

2. Если переместить полюсы батареи, т. е. сделать цельный диск положительным, а сетчатый отрицательным, то обыкновенно получается некоторый ток (в обратную сторону); но он сравнительно слаб; величина его зависит от свойства *сетки* и, при известной подготовке сетки, может быть уменьшена до нуля. Очевидно, что и здесь играет роль исключительно освещение *отрицательного* электрода — освещение *невыгодное* (прямые лучи падают лишь на наружную поверхность сетки, внутренняя освещена отраженными от цельного диска лучами), но все-таки существующее. Если сетка только что вытравлена азотной кислотой и совершенно суха, этот обратный ток еще довольно значителен; если сетка окислена, загрязнена, покрыта лаком — он становится ничтожным; если сетка, после очистки кислотой, погружена была в воду, так что вся ее поверхность влажна и петли застланы водяной пленкой, — обратный ток пропадает совершенно, хотя *прямой* ток (при сплошном диске отрицательном и сетке положительной) нисколько не изменился после такой обработки сетки. Объяснение этих последних фактов откроется из последующего.

В виду всего этого я с самого начала моих исследований категорически настаивал * на совершенной *униполярности* актино-электрического действия, т. е. на нечувствительности положительных зарядов к лучам. О такой униполярности еще ранее меня определительно высказались Э. Видеман и Эберт ** (при своих опытах с электричеством *высокого* потенциала); но их метода (наблюдение искр) не может считаться особенно чувствительной. С другой стороны, Галльвакс находил заметное разряжение и у положительно наэлектризованных тел ***. Риги, произведший несколько опытов, весьма схожих с моими (с электромет-

---

* В первой и второй заметке [*C. R.*, CVI, 1149 и 1593 (1888)].

** E. Wiedemann u. H. Ebert, *Wied. Ann.*, XXXIII, 248 и след. (1888).

*** Hallwachs, *Wied. Ann.*, XXXIII, 303 „bei positiver Ladung tritt ein Zusammenfallen (der Goldblättchen) auf den ersten Blick gar nicht, bei genauerer Untersuchung erst nach längerer Zeit in ром вместо гальванометра), находит полное между нами согласие во всем, *за исключением* утверждаемой мною нечувствительности положительного электрода *.

Меня крайне изумило, поэтому, что г. Риги — впоследствии переменивший свое мнение и пытающийся, повидимому, внушить, что он и всегда думал так, как теперь, ** — в одной из своих последних статей позволяет себе совершенно извратить истину, утверждая, будто *не он, а я* сомневался в нечувствительности положительного электрода ***. Более бесцеремонного способа сваливать свои грехи на чужую голову мне никогда еще не встречалось.

3. Актино-электрический ток мгновенно (говоря практически) прекращается, как скоро лучи задержаны экраном.

---

merklichem Betrag ein" [„При положительном заряде на первый взгляд спадания (золотых листочков) нет и только после более продолжительного промежутка времени наступает спадание листочков вполне заметного порядка" (*Ред.*).]

* Righi, *C. R.*, CVI, 1349: „Je suis heureux qu'en dehors d'une petite divergence (M. Stoletow ne trouve presque d'action lorsque le disque plein est positif, pendant que j'ai trouvé, même dans ce cas, un effet très sensible) mes resultats reçoivent de ceux de M. Stoletow une confirmation aussi complète". [„Я счастлив, что, кроме одного маленького расхождения (г-н Столетов не наблюдает почти никакого эффекта, когда сплошной диск заряжен положительно, тогда как я нашел даже в этом случае весьма ощутимое действие), мои результаты получают полное подтверждение в результатах, полученных г. Столетовым" (*Ред.*)].

** Righi, *C. R.*, CVII, стр. 559.

*** Righi, *N. Cimento*, 15 (1889): „In un'ulteriore comunicazione dopo avere riconosciuto la mia priorità sulle esperienze da lui fatte, il Sig. Stoletow riferisce altre esperienze dalle quali risulta, che *contrariamente a quanto egli aveva asserito nella sua prima comunicazione* (!), l'azione delle radiazioni ha luogo solo suò corpi elettrizzati negativamente, acordandosi cosi con me anche nel solo punto in cui esisteva divergenza fra i nostri resultati". [„В позднейшем сообщении после признания моего приоритета в выполненных им опытах г-н Столетов сообщает о дальнейших опытах, из которых следует, что *в противоположность тому, что он сам утверждал в своем первом сообщении* (?), действие излучения имеет место только на отрицател но заряженных телах и таким образом соглашается со мной в том единственном пункте, в котором между нами раньше было разногласие" (*Ред.*).]

Замечу также, что приоритет г. Риги я признал не по всем моим опытам („esperienze da lui fatte"), а лишь по некоторым результатам („pour certains résultats qui nous sont communs". Методы опыта у нас не вполне одинаковые, и в моей заметке было сообщено не мало таких опытов, о которых ничего не публиковал г. Риги.

Таким экраном может служить не только непрозрачная пластинка из металла, дерева, картона, но и всякое *стекло*. Даже весьма тонкая, тщательно оптически обработанная стеклянная пластинка вполне и мгновенно уничтожает действие лучей. Это вполне согласно с результатами прежних исследователей относительно разрядов при высоком потенциале.

Не вполне задерживают, довольно хорошо *пропускают* действие пластинки, даже довольно толстые, из кварца или селенита, а еще лучше слой воды или льда. Нельзя, впрочем, сказать, чтобы они пропускали действие без заметного ослабления, как можно заключить из некоторых указаний Герца и Галльвакса *. Так, в моих опытах пластинка селенита 9 мм. толщины (правда, с довольно грубой, истрескавшейся поверхностью) пропускала около 0,67 действия. Небольшая, вполне чистая пластинка кварца, 10 мм. толщины, пропускала в среднем 0,61; другая, большая (70 мм. диаметра) и во всех отношениях безупречная, 5 мм. толщины, была исследована подробнее и давала 0,60 — 0,85 пропускания. Коэффициент пропускания при разных условиях не одинаков, он видимо изменяется, смотря по характеру вольтовой дуги (при длинной дуге меньше, при дуге с алюминием между углями — больше). Этих потерь действия нельзя уже объяснить одним отражением лучей, как склонен думать Галльвакс. Ледяная пластинка (с довольно неправильной поверхностью) в 15 мм. толщины давала вначале 0,71, а когда обтаяла и имела в среднем не более 5 мм. — до 0,83.

Вода жидкая, в виде тонкого слоя (например, в виде пленки, застилающей металлическую или иную сетку), представляется абсолютно прозрачной для действующих лучей; Биша и Блондло нашли то же для водяного слоя, свободно вытекающего через соответственное отверстие **; Герц находил, что слой воды в 5 см. „едва ослаблял действие" ***. Тем не менее, когда я заключил между двумя кварцевыми линзами слой дистиллированной воды в 25 мм., оказалось, что такая коробка *с водой* пропускала лишь около 0,1 того действия, какое получалось сквозь линзы *без*

* Hertz, *Wied. Ann.*, XXI, 990: Hallwachs, *ibid.* XXXIII, 304.
** Bichat et Blondlot, *C. R.*, CVI, 1349.
*** *Wied. Ann.*, XXXI, 991.

воды. Мне не удалось еще сделать опыт со слоем воды между *ледяными* пластинками.

Отодвигая конденсатор на различные расстояния от фонаря (но так, чтобы весь выходящий пучок лучей падал на арматуры), я мог оценить коэффициент пропускания для *воздуха*; в двух опытах оказалось 0,989 и 0,988 (среднее 0,9885) на 1 см. воздушного слоя, но эти числа следует считать меньше истинных, так как лучи были не параллельны. Делая лучи параллельными помощью кварцевой линзы, я получил 0,996. При испытании *водорода* (в коробке с кварцевыми донышками) не оказалось заметного различия между ним и воздухом; углекислый газ пропускал заметно слабее (0,896, принимая пропускание через воздух за единицу). Пары эфира пропускали почти втрое хуже, чем воздух (0,32); светильный газ (0,10), пары аммиака (неосушенные, 0,07) и сернистого углерода (0,06) задерживали действие почти вполне.

Все эти результаты не новы: подобное, хотя большею частью без числовых данных и в других условиях (в разрядах с высоким потенциалом) находили ранее меня Герц, Галльвакс и др. Очевидно, что *деятельные* лучи суть лучи ультрафиолетовые, и притом особенно малой длины волн (не пропускаемые стеклом), — лучи, которых нет в солнечном спектре (благодаря, конечно, атмосферному поглощению).

Действительно, попытка получить какое-либо актиноэлектрическое действие от солнечных лучей привела к отрицательному результату. В ясный день конденсатор, заряженный свеже приготовленной батареей в 200 элементов Беетца (около 212 вольт), с возможно сближенными арматурами, был выставлен на открытом балконе нормально к солнечным лучам: гальванометр не дал ни малейшего отклонения. С той же батареей и при дисках, раздвинутых на 5 мм., вольтова дуга дала отклонение в 640 делений*.

* О недеятельности солнечных лучей говорят и другие наблюдатели (Герц, Риги). В недавнее время г. Гоор утверждает напротив, что солнечные лучи действуют разряжающим образом (Exner's Rep., XXV, 105; 1899), а гг. Эльстер и Гейтель находят действие даже от дневного света (*Wied. Ann.*, XXXVIII, 40). Опыты Нодона, производившиеся еще с 1885 г., т. е. ранее работы Герца, и сообщенные в Парижскую академию „sous pli cacheté" [в запечатанном конверте (*Ред.*)], но опубликованные вкратце лишь

4. С самого начала моих исследований я заподозрил, что в прямой связи с *поглощением* активных лучей той или другой пластинкой стоит ее *чувствительность* к актино-электрическому действию (конечно, при условии отрицательного заряда), подобно тому как такого же рода связь замечается в явлениях флуоресценции. Эта мысль оправдалась рядом любопытных опытов, ранее меня никем не произведенных, и повела к открытию особенно чувствительных электродов.

Уже самая униполярность действия доказывает, что *электроды* (точнее сказать, отрицательный электрод) играют в явлении существенную роль, что дело не в одном только „освещенном" или „фосфоресцирующем воздухе", как думал Аррениус. Лучи, которые освещают воздушный слой, не задевая поверхности (отрицательно) заряженного тела, не производят действия (Галльвакс); лучи должны падать на нее. Мало того, лучи должны *поглощаться* отрицательно заряженной поверхностью. Очевидно, важно при этом поглощение в тончайшем верхнем слое электрода, в том слое, где, так сказать, сидит электрический заряд. Вещество, не вполне прозрачное для активных лучей в виде достаточно толстого слоя, может казаться абсолютно прозрачным с точки зрения такого *поверхностного* поглощения.

Вода, мы видели, имеет такого рода прозрачность. Покроем цельный (отрицательный) диск нашего конденсатора бумагой, пропитанной водой; такой мокрый электрод становится совершенно нечувствительным к действию лучей. Достаточно подышать на холодный металлический диск, чтобы сделать его временно нечувствительным. Этим же объясняется, почему в конденсаторе, способном давать заметный *обратный* ток (при сетке отрицательно заряженной), этот последний совершенно исчезает, если смочим сетку, и появляется вновь, когда она высохнет.

Этот простой опыт вполне заменяет более сложное приспособление, употребленное у Биша и Блондло*, которые брали в качестве электрода стеклянную пластинку, облива-

---

недавно (*C. R.*, CIX, 219; 1889), говорят о заряжающем действии *солнечных* лучей. Но как бы то ни было, несомненно, что действие этих лучей, если оно и существует, весьма слабо сравнительно с тем, что дают лучи искусственных источников, более обильных лучами высокой преломляемости.

* E. Bichat et R. Blondlot, *C. R.*, CVI, 1349.

емую непрерывными струями воды. По поводу моих мокрых дисков названные авторы замечают*, что при такой форме опыта можно усмотреть (употребляя электрометр) еще заметное действие. Это понятно, если бумага не совсем гладка и плохо пропитана водой, причем бумажные волоски выдаются из воды и быстро высыхают; с другой стороны, вода, как мы знаем, все же несколько поглощает активные лучи.

Эта нечувствительность водяного слоя представляется на первый взгляд парадоксальной: можно бы ожидать, что испарение воды само по себе способствует разряжению электричества, и что некоторое нагревание поверхности лучами будет усиливать эту кажущуюся чувствительность. Приходится заключить, что пары, отделяющиеся от водяной поверхности, не уносят электрических зарядов. Этот довольно странный вывод находит подтверждение в прямых опытах Блека (в лаборатории Гельмгольца), при потенциалах до 480 Zn|Aq|Cu (что вполне подходит к условиям моих опытов)**.

После опытов с чистой водой, я хотел проследить подозреваемую связь между поглощением и чувствительностью на различных водных, а отчасти, спиртовых и аммиачных растворах. Я испытывал эти жидкости, с одной стороны, на поглощение (металлическая или тюлевая сетка, смоченная раствором, ставилась между фонарем и конденсатором), с другой стороны, — на чувствительность к разряду (смоченный бумажный кружок настилался на отрицательный диск конденсатора). Соответствие между двумя свойствами оправдалось совершенно убедительным образом***.

---

* *C. R.*, CVII, 30.

** Blake, *Wied. Ann.*, XIX, 524 (1883); также Sohncke, *ibid.*, XXXIV, 925.

*** При окончательном пересмотре рукописи (август 1889 г.) я встречаю новую статью Галльвакса (*Wied. Ann.*, XXXVII, 666) о связи между поглощением лучей и их разряжающим действием. Стараясь подробнее проследить эту связь, автор встречает затруднения, но в конце замечает: „Indess scheint mir dieser Zusammenhang doch hinlänglich wahrscheinlich gemacht, um bei weiteren Versuchen als Annahme mit Vortheil zu Grunde gelegt werden zu dürfen". [Тем не менее мне кажется, что эта связь сделана достаточно вероятной, чтобы ее можно было с выгодой положить в основу при дальнейших опытах (*Ред.*).]

При этом Галльвакс замечает, что моя метода испытывать поглощение и чувствительность посредством смоченных бумажек

У Герца (*l. c.*, p. 991) указано довольно много жидкостей более или менее непрозрачных для активных лучей; но в тонких слоях все они оказались у меня почти прозрачными, и соответственно этому их чувствительность была слаба. Таковы концентрированные растворы поваренной соли, медно-аммиачной соли, азотнокислой ртути, серноватистокислого натрия, иодистого калия: употребленные в качестве электрода по описанному способу они давали несомненное, но малое отклонение гальванометра (5—10 делений). Почти то же дал сернокислый хинин, хотя я рассчитывал на большее, ввиду его флуоресценции.

Но жидкости, густо окрашенные, оптически непрозрачные даже в тонких слоях, оказывались обыкновенно непрозрачными и в актино-электрическом отношении и соответственно тому обнаруживали значительную чувствительность; в числе их нашлись такие, у которых эта чувствительность замечательно высока. Уже аммиачный раствор эозина дал 30 делений, крепкий аммиачный же раствор флуоресцеина, когда несколько (но не вполне) подсох, — до 70 делений. Круг, окрашенный жидким концентрированным раствором фуксина в воде, вынес светлую полоску далеко за пределы скалы (больше 340 делений); подобным образом действовали аниловые краски, зеленая (Methylgrün) и фиолетовая (Methylviolet), слабее — нигрозин. Большая чувствительность сохранялась и по совершенном высыхании. Вместо бумажного кружка эти краски можно прямо наносить на металлический.

При первых опытах с этими телами я удовольствовался тем результатом, что нашлись жидкости, которые ведут себя *подобно металлам*, что жидкое состояние само по себе не есть препятствие для актино-электрической чувствительности. Этот факт казался мне замечательным еще в том отношении, что он не позволяет приписать актино-электрического действия тем слоям сгущенных газов,

и сеток не может считаться надежной, когда речь идет о малочувствительных жидкостях. Одно неудобство моей методы (выступающие наружу волоски бумаги) я сам сознаю и упоминал о нем выше. Но с другой стороны, думаю, что сравнивать поглощение и чувствительность следует на *очень тонких* слоях жидкости, а этому условию галльваксова метода (чашечка с жидкостью, толстый слой жидкости между гипсовыми стенками) удовлетворяет менее, чем моя.

которые покрывают поверхность твердых тел, в частности, металлов.

Но при внимательном сравнении оказалось, что некоторые из только что названных красок, по своей чувствительности, далеко *превосходят все металлы*, хотя бы только что очищенные. Так, при одинаковых условиях (100 Zn |Aq| Cu, 20 мм. между арматурами) концентрированный раствор фуксина (жидкий) давал отклонение в $1^1/_2$ раза с лишком большее, чем свеже вычищенная серебряная поверхность, нигрозин — в 2 раза с лишком, фиолетовая краска (Methylviolet) в $2^1/_2$, зеленая (Methylgrün) — в 3 раза с лишком. Итак, в этих красках мы имеем тела *особенно* чувствительные к актино-электрическим разрядам. Этот результат впоследствии подтвердился в опытах Видемана и Эберта с высокими потенциалами*.

Что касается самих металлов, между ними, повидимому, нет выдающихся специфических различий относительно чувствительности; если поверхность гладка и хорошо очищена, всякий металл оказывается почти одинаковым с этой стороны. Наиболее сильное и продолжительное действие оказывала, пожалуй, серебряная поверхность (латунный круг, густо посеребренный), но может быть потому только, что особенно тщательно отшлифована и мало окисляется; почти так же, в свеже вычищенном виде, действовали Al, Ni, Cu, Zn и при неодинаковой отделке поверхностей; оказавшиеся нередкие различия трудно отнести к свойству самого вещества. Утверждение Риги**, будто всего сильнее разряжаются наиболее электроположительные металлы ряда Вольты (Al, Zn), всего слабее электроотрицательные (Cu, Au), в моих опытах не находит ясного подтверждения.

Уже прежние наблюдатели заметили*** громадное влияние *чистки* на чувствительность металлической поверхности; то же, всегда без исключения, получалось и у меня. Для чистки я употреблял обыкновенно „венскую известь“. Даже

---

* E. Wiedemann u. H. Ebert., *Wied. Ann.*, XXXV, 212 и след. В недавней работе Ленарда и Вольфа (*Wied. Ann.*, XXXVII, 455) подтверждается чувствительность фуксина и метилфиолета, но оценка этой чувствительности не совпадает с моею, может быть от того, что опыты производились в иных условиях относительно электрической плотности.

** Righi, *C. R.*, CVII, 560.

*** Hallwachs, *Wied. Ann.*, XXXIII, 308.

мало окисляющиеся металлы, как Ni, Ag, Pt, недавно (например накануне) отчищенные и на взгляд сохранившиеся в полной чистоте, становятся в $1^1/_2$, в 2 раза чувствительнее тотчас после новой чистки; эта пропорция становится еще больше для залежавшихся поверхностей, для легко окисляющихся металлов (Zn): в этих условиях чувствительность может упасть весьма низко с течением времени. Повидимому, тончайший слой окиси (или же слой адсорбированного газа?) играет роль более или менее прозрачного (для активных лучей) вещества, вроде влаги, растворов солей и т. п. С другой стороны, латунный круг, будучи покрыт черной окисью меди, выиграл в чувствительности*. Покрытие копотью может усилить чувствительность старой, давно нечищенной металлической поверхности, но далеко не в той мере, как чистка (венской известью). О большой чувствительности анилиновых красок (и в сухом виде) я уже сказал выше.

Нужно заметить, что свежая чистка, всегда усиливая чувствительность металла, вместе с тем придает ей менее стойкий характер; только что вычищенный круг быстрее *утомляется,* особенно под действием лучей, т. е. быстрее теряет чувствительность. Поэтому при опытах, требующих постоянства эффекта в течение некоторого времени, я предпочитаю не употреблять только что чищенного диска, а делать чистку за несколько часов, еще лучше накануне.

Белый сухой картон обнаруживает слабую чувствительность того же порядка, как растворы бесцветных солей; цветная бумага вообще действует уже сильнее. Не дала значительного действия и сухая фотографическая пластинка — может быть вследствие непроводимости стекла.

5. В связи с этими указаниями относительно чувствительности твердых тел и, в частности, металлов упомяну несколько опытов, вызванных статьей Гоора**, которая сперва меня очень заинтересовала, но по проверке оказалась по всем пунктам легкомысленной.

---

* В новой своей статье (*Wied. Ann.*, XXXVII, 666) Галльвакс рекомендует вместо чистки прокаливание и замечает, что образующийся при этом слой окиси не мешает чувствительности. Я не делал таких опытов.

** Hoor, *Sitzungsberichte d. Wiener. Akad.*, XCVII, Abth. II, 719 (1888). Измененная позднейшая редакция: Exner's. Rep., XXV, 91 (1889).

Задавшись мыслью, что актино-электрическое действие следует приписать исключительно слоям газа, адсорбированным металлическими поверхностями, Гоор пытается различными путями удалить эти слои и находит ослабление чувствительности.

Такое удаление адсорбированного воздуха он мнит, например, произвести, нагревая цинковую пластинку... до 55° (!). Оказывается будто бы весьма сильный упадок чувствительности.

Я повторял такие опыты с кругом серебряным и с цинковым, нагревая их постепенно выше 100°, и находил обыкновенно некоторое *усиление* чувствительности. Но при нагревании необходимо соблюсти чистоту металлической поверхности; если, например, греть на газовой горелке с передней стороны (т. е. той, которая будет обращена к лучам), то ослабление произойдет, но оно объясняется налетом, оседающим из пламени.

Так как конвекция электрических зарядов материальными частицами во всяком случае играет важную роль в актино-электрических явлениях, то усиление чувствительности с температурой весьма понятно. Желая исследовать влияние температуры в более широких пределах и с более точным определением температур, я произвел потом особый ряд опытов над конденсатором с платиновыми арматурами. Он был заключен в латунную коробку, надетую на фонарь и игравшую роль воздушной ванны; от нее шла довольно длинная трубка, которую нагревали газом (прямое действие светильного газа вблизи арматур могло бы маскировать результаты). Нагревание доводилось до 300°; при этих высших температурах уже сказывались некоторая проводимость горячего воздуха и несовершенства изоляции, но до 250° этих посторонних влияний не замечалось. Результаты, вследствие некоторых недостатков в снаряде, не могут считаться окончательными: но, вообще говоря, чувствительность, несомненно, повышалась от нагревания; ничего подобного тому, что утверждает Гоор, никогда не наблюдалось.

Проверка другого не менее заманчивого опыта Гоора повела также к отрицательному результату. Этот ученик проф. Экснера утверждает, что цинковая пластинка почти вполне теряет чувствительность, если она полежала несколько часов под прессом, покрытая примастиченным к ней на краях стеклом. Я делал такой опыт дважды —

с Zn и с Ni: вычищенный металл покрывался чистым стеклом, которое примазывалось по краям парафином, и оставался в таком виде под прессом в течение целых суток. Никакого особенного упадка чувствительности по снятии стеклянного покрова не оказалось, а при дальнейшем наблюдении действие не восстановлялось (как находил Гоор), а напротив, несколько падало, как бывает и всегда. Следует думать, что эта потеря чувствительности в опыте Гоора произошла от влаги, сообщившейся от стекла металлу *.

Таким образом все попытки г. Гоора выдвинуть на первый план участие адсорбированных газов следует счесть неудачными **.

6. Единственным источником лучей, пригодным для моих опытов, могла служить *вольтова дуга*, и помощью ее произведены все мои исследования. Другие источники (пламя бунзеновой горелки, горящий магний, индуктивная искра) давали действие, но весьма слабое, солнечный же свет — никакого.

Для получения вольтовой дуги служила, как уже сказано, динамо-машина. Первоначально я пользовался своей машиной Victoria (Anglo-American Brush Company), приводимой в движение двухсильным газовым двигателем (Отто).

Необыкновенная чуткость актино-электрического тока ко всякому изменению дуги немало затрудняет количественные наблюдения. Всякий спуск регулятора, всякое дрожание и вращение дуги мгновенно отзываются на величине гальванометрического отклонения. Едва ли есть другой способ так зорко следить за постоянством электрического света (или, вернее, — за напряженностью известной категории радиаций), как эти актино-электрические наблюдения.

Эти изменения вольтовой дуги, иногда совершенно незаметные для глаза, могут зависеть частью от не вполне равномерного хода двигателя и динамо-машины, частью от регулировки лампы и, наконец, — от неоднородности углей. Было бы приятно при измерениях пользоваться, с одной

---

* Г. Гоора дивит, как новость, даже то, что пластинка при освещении сквозь *стекло* (3,5 мм. толщины) оказалась вполне недеятельной; ведь стекло, говорит, пропускает же ультрафиолетовые лучи!

** Совершенно такое же заключение нахожу в новейшей статье Галльвакса (*Wied. Ann.*, XXXVII, 667).

стороны, особенно старательно приготовленными углями, с другой — более постоянным генератором тока (гальванической батареей или аккумуляторами); но это последнее представляло бы большие неудобства и хлопоты, и я оставался при динамо-машинах.

Моя Victoria, при некоторых позднейших опытах, была не без успеха заменяема компаунд-машиною Сименса и Гальске, благодаря любезности представителя этой фирмы в Москве, М. О. Альберта. Тем не менее неровности в дуге сказывались более или менее сильно. Для большего постоянства действия приходилось, при количественных сравнениях, употреблять дугу некоторой определенной длины и заботиться о поддержании как силы тока в лампе, так и разности потенциалов углей: первое достигалось (хотя со скачками) самим регулятором; второе, не будучи вполне обеспечено смешанной обмоткой машины, требовало дополнительной регулировки посредством реостата.

Чем длиннее вольтова дуга, тем сильнее ее действие, но наиболее постоянное действие в моем регуляторе оказывала дуга в 6—7 мм., и при опытах, требовавших постоянства, употреблялась эта длина. Я пытался проследить количественно, каким образом актино-электрический ток, ceteris paribus, зависит от электрических условий вольтовой дуги, сделал ряд опытов, умышленно изменяя в возможно широких пределах силу тока в лампе и разность потенциалов в дуге (частью посредством перестановки пружины в регуляторе, частью посредством реостата и перемен в ходе двигателя). Этот ток и эта разность потенциалов измерялись посредством градуированных гальванометров Томсона (на амперметре 1 деление = 1,17 ампера, на вольтметре 1 деление = 4,22 вольта). Оказалось, что когда показание вольтметра оставалось почти постоянным (около 64 вольт), актино-электрический ток был довольно близко пропорционален числу амперов (от 9,8 до 17,5 ампера), а следовательно, и числу уаттов в дуге. Но в тех случаях, когда изменялось число вольт в дуге, пропорциональности актино-электрического тока с числом вольт далеко не наблюдалось: первый убывал гораздо быстрее, чем второе.

При особенной важности постоянной разности потенциалов в дуге понятно, что очень существенным улучшением условий было соединение (в начале 1889 г.) моей лаборатории с городской сетью электрических проводов, где ток дается при постоянной разности потенциалов, 100—110 вольт. (Так как соединение рабочей комнаты с центральной станцией было пока не непосредственное, а через дополнительные проводы между двумя зданиями Университета, то я получал не более 85 вольт.)

7. За невозможностью добиться вполне постоянного действия вольтовой дуги при оценке гальванометрических отклонений приходилось делать некоторый компромисс и прибегать к способам контроля. Оценивалось некоторое среднее положение гальванометра, пережидались резкие скачки (например, в момент спуска регулятора); иногда наблюдались, несколько раз сряду, первые элонгации (отнимая экран от фонаря); иногда предпочиталось уменьшить чувствительность гальванометра. Кроме того, сравнительные измерения делались обыкновенно в виде небольших рядов (попарных сравнений), симметрично расположенных, и затем, при сопоставлении в общую таблицу, редуцировались. При позднейших опытах употреблялся иногда, рядом с *главным* конденсатором, еще другой, *контрольный*, который оставался все время *statu quo* (при неизменном расстоянии дисков и неизменной электродвижущей силе), в том же пучке лучей, как и главный, и наблюдался *поочередно* с главным, с целью более точной редукции результатов.

Но и этого иногда оказывалось мало: там, где исследуемое влияние не резко, оно не выясняется даже при указанных предосторожностях. Явилась потребность иметь *одновременный* контроль, т. е. наблюдать оба конденсатора (главный и контрольный) в один и тот же момент: только таким путем можно исключить мгновенные и резкие колебания в действии лучей.

Контрольный конденсатор имел вид узкой крестообразной пластинки (каждая перекладина 12 см. длины, 1 см. ширины) из посеребренной латуни, с сеткой такой же формы, укрепленной эбонитом на неизменном расстоянии (2 мм.). Этот крест помещался коаксиально с дисками главного снаряда; в том же пучке лучей, но ближе к фонарю (вследствие чего мог, несмотря на малую поверхность, достигать значительной чувствительности, при заряжении тем или другим, тоже неизменным числом элементов Кларка). Актино-электрическая цепь контрольного конденсатора замыкалась особым, вспомогательным гальванометром, время качания которого было подравнено ко времени качания главного гальванометра. Таким образом, открывая экран фонаря, два наблюдателя (И. Ф. Усагин и я) делали совершенно *одновременные* наблюдения первых элонгаций, и редукция главных отсчетов по контрольным уже освобождала их от влияния перемен в состоянии дуги.

Придумав такой контроль, как единственное прибежище на случай более тонких и надежных количественных сравнений, я счел долгом прежде всего убедиться, что он действительно достигает цели. Для этого был проделан ряд одновременных наблюдений, при которых оба конденсатора оставались statu quo (главный заряжен 25 элементами Кларка, а контрольный — 100 кларк), но умышленно изменялась вольтова дуга; по среднему отношению соответственных отсчетов (равному 2,239) отклонения в главном гальванометре вычислены из контрольных отклонений, что привело к числам, весьма удовлетворительно согласующимся с действительно наблюденными:

Контр.	Главн.		Контр.	Главн.	
	Наблюд.	Выч.		Наблюд.	Выч.
321	144.5	143,4	333	147,3	148,8
244	109,0	108,6	345	151,5	154,1
183	81,0	81,8	311	139,0	139,0
305	137,5	136,2	341	152,0	152,4
305	136,5	136,2	118	53,5	52,7

Отсюда заключаем, что точное измерение актино-электрических токов не есть нечто невозможное и что принятый способ контроля достаточно гарантирует от неизбежных случайных влияний *.

Нужно, однако же, заметить, что пропорциональность между действиями в двух различных конденсаторах соблюдается лишь под тем условием, чтобы ряд наблюдений продолжался не слишком долго; иначе оба они заметно, и притом в различной мере, *утомляются*, причем ближайший к фонарю (контрольный) обыкновенно утомляется в более

* Контроль этого был бы еще надежнее, если бы оба гальванометра имели не только одинаковый период, но и одинаковое демпфирование. Мои два гальванометра были разных типов (один Томсона, другой Дюбуа-Реймона), и это условие не выполнялось.

сильной степени; вследствие этого отношение показаний двух гальванометров исподволь изменяется и должно быть проверяемо время от времени.

Понятно, что такой контроль делает наблюдения значительно более сложными и хлопотливыми, а потому он употреблялся лишь в тех случаях, когда казалось особенно важным иметь более точные числа.

8. Пропорциональность актино-электрических действий в двух совершенно различных и различно заряженных конденсаторах имеет и другое важное значение. Чтобы объяснить себе эту пропорциональность, необходимо допустить, что, при равных прочих условиях, *действие* (сила тока) *пропорционально напряженности освещения* или, лучше сказать, количеству активных лучей.

Чтобы проверить этот вывод другим путем, я употреблял способ прерывистого освещения. Большой картонный круг с 7 окошками по секторам (причем окошки и промежутки все одинаковой ширины) помещался вертикально между фонарем и конденсатором и приводился во вращение с различными скоростями, — начиная от весьма медленной (1 оборот в 1 сек., причем гальванометр еще показывал постоянное отклонение) до самой большой, какую удобно было получить (11 оборотов в 1 сек.). Попеременно делались наблюдения актино-электрического тока — при покое (постоянном освещении) и при вращении с определенной скоростью; оказалось, что в последнем случае ток весьма точно равняется *половине* полного. Так, в одном ряде наблюдений с возрастанием скорости получились отношения: 0,501, 0,493, 0,503; в другом: 0,511, 0,498, 0,501. (Большего согласия нельзя и ожидать, тем более, что особого контрольного аппарата не было, а просто чередовались наблюдения при покое и при вращении.) Значит, действительно эффект пропорционален энергии активных лучей.

Этот опыт с прерывистым действием доказывает и еще нечто: доказывает, что лучи производят свое полное действие даже в том случае, когда падают на диск в течение малой доли секунды (около $^1/_{150}$ сек. при моей наибольшей скорости вращения). Но такой опыт не решает еще вопроса о том, состоит ли это действие из ряда отдельных электрических толчков, современных с освещением и разделенных промежутками электрического покоя, или же происходит более или менее непрерывный, быть может, даже постоянный ток, сила которого соответствует средней силе освещения.

Прежде чем опишу попытки решить иным путем эту последнюю дилемму, прибавлю несколько слов по вопросу о пропорциональности между действием и силой освещения. Еще раньше описанных опытов (с двумя конденсаторами и с вращающимся кругом), я думал испытать эту пропорциональность, *наклоняя* арматуры конденсатора к направлению лучей (от 90 до 45°). Лучи сводились в параллельный пучок помощью кварцевой линзы. Если деятельные лучи сполна поглощаются одной из арматур, то такой наклон, повидимому, не должен изменять действия (при условии, конечно, что пучок лучей никогда не выходит за пределы поверхности арматуры). От полированных металлов такого полного поглощения нельзя ожидать, а вследствие отражения, которое возрастает с углом падения, количество, поглощенное, должно уменьшаться при наклоне дисков: соответственно этому уменьшался разрядный ток. Когда же я покрыл цельную арматуру копотью, чтобы обеспечить отсутствие отражения, оказалось, что наклон дисков заметно (на 5—10%) *увеличивает* силу тока. Результат этот остался для меня непонятным: заметное поглощение активных лучей воздухом может вести к подобному (говоря качественно) следствию, но не в таком размере.

Наконец, можно еще иначе исследовать зависимость тока от полного количества лучей, меняя не яркость освещения, а величину освещенной части площади конденсатора. Известная доля (сектор) площади сетки ($^1/_4$, $^2/_4$, $^3/_4$) закрывалась почти прилегающим экраном (непрозрачным или стеклянным), так что лучи проходили только через непокрытую часть. Ток в гальванометре уменьшался при этом приблизительно пропорционально величине освещенного сектора. (Вследствие неполной симметрии распределения света, следует покрывать то одну, то другую половину, и т. д.) Так, например, в двух рядах наблюдений получались отклонения (для двух половин или четырех четвертей взяты средние):

Освещено:	$^4/_4$	$^2/_4$	$^1/_4$
	112,0	58,3	—
	—	52,7	25,0

9. Я уже упомянул, что опыты с прерывистым освещением невольно подсказывают новый вопрос. Мгновенно ли (говоря практически) устанавливается актино-электрический ток, и соответствует ли его величина наличной (современной) силе освещения? Другими словами, быстро прерывистое освещение дает ли начало прерывистому току или же току без резких изменений, быть может, даже току совсем постоянному?

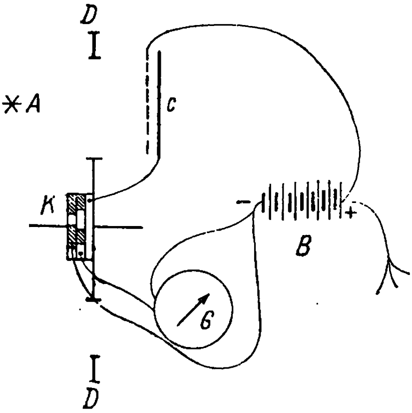
К последнему мнению, повидимому, склоняется профессор Боргман, и его в ту пору появившаяся статья * окончательно побудила меня остановиться на этом вопросе. Употребляя, как и я, картонный круг с вырезами и вводя в актино-электрическую цепь телефон вместо гальванометра, И. И. Боргман не слышал звука в телефоне при вращении круга; из этого он заключает, что „ток постепенно достигает своей предельной величины и также по прекращении освещения непрерывно и постепенно ослабевает“. В момент замыкания цепи, замечает автор, в телефонах слышался довольно резкий удар, которого не было, когда лучи проходили через слюду; значит, чувствительность телефонов была достаточна.

Эти опыты я повторил с полным успехом; но, мне кажется, они не дают ответа на предложенный вопрос. Крайне любопытно то, что тот слабый поток электричества, который появлялся в момент замыкания цепи, чтобы пополнить из батареи произведенное лучами разряжение, все-таки обличался телефоном: но удивительно ли, если токи еще гораздо слабейшего напряжения уже не будут слышны. Замыкая цепь после того как она оставалась разомкнутой (положим хоть 1 секунду), мы мгновенным электрическим толчком вновь заряжаем арматуры, успевшие разрядиться значительно, быть может вполне (т. е. дойти до равных потенциалов), и этот зарядный ток еще сравнительно велик. При быстро прерывающемся освещении каждый отдельный „световой удар“ производит, конечно, лишь слабое разряжение (уносит с дисков малые заряды) и соответственно тому сопровождается слабым восполняющим током от батареи через проводы телефона; тот заряд, который в первом опыте проходил сразу, теперь распределяется на множество приемов в течение долгого времени.

* *Журнал Русск. Ф.-Х. Общ.*, XXI, 2 отд., 23 (1889).

Рабочая сила (средняя энергия тока) в последнем случае будет гораздо меньше, а потому и звук должен быть менее заметен.

Действительно, если, вместо одного удара замыкания, будем возможно быстро производить поочередные замыкания и размыкания, звук в телефоне слабеет. Если ввести прерыватель электромагнитного камертона (удалившись с телефоном настолько, чтобы слабое гудение камертона не было слышно), звук телефона, можно сказать, исчезает вполне.

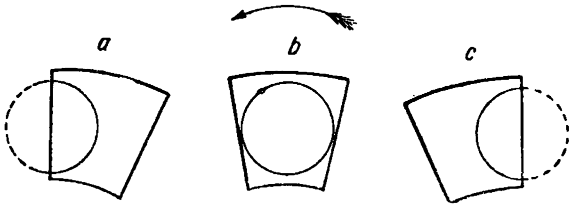


Фиг. 2.

Нижеследующая, придуманная мною метода представила не мало затруднений, но в конце концов приводит, полагаю, к тому выводу, что время, в течение которого актино-электрический ток достигает своей окончательной величины, весьма ничтожно, другими словами, — действие лучей можно считать, практически говоря, мгновенным.

На оси картонного круга DD с 8-ю вырезами по секторам, подобного вышеупомянутому, был насажен особый прерыватель или коммутатор K (фиг. 2). Он состоял из эбонитового кружка с 8 металлическими, никелированными накладками по окружности, к которым прилегали металлические, тоже никелированные кисточки; две из них соединены с отрицательным полюсом батареи, притом одна, через гальванометр, другая — особой проволокой, и так, что когда одна кисточка лежит на металле, другая прикасается к эбонитовому промежутку; третья кисточка постоянно упиралась в металл прерывателя и соединялась с диском, а положительный полюс батареи — с сеткой конденсатора C (и с землей). Таким образом, при вращении картона с прерывателем, актино-электрическая цепь замыкалась попеременно то через гальванометр, то мимо него.

При вращении картона диски конденсатора C претерпевают по очереди различные фазы освещения, которые будем обозначать терминами астрономии. Картон и конденсатор стояли в таких расстояниях от лампы, что *полное затмение* последнего продолжалось одно мгновение; в этот момент тень непрозрачного сектора своими боковыми границами (радиусами) как раз касалась окружности отрицательного диска; мгновенно же совершалось и полное освещение (*полнолуние*). Благодаря коммутатору, вращающемуся вместе с картоном, гальванометр собирает только часть актино-электрических токов (другая часть проходит через побочное сопротивление); но эта часть уже не будет половина полного тока (т. е. того, какой соответствовал бы



Фиг. 3.

непрерывному полнолунию), а меньше $1/2$, и притом различна, смотря по тому, в какие фазы совершаются коммутации.

Допустим, что коммутатор установлен на оси вращения таким образом, что включение гальванометра в цепь происходит в момент *первой четверти* (фиг. 3,*a*), выключение — в момент *последней четверти* (фиг. 3,*c*). (Побочное сопротивление выключается непосредственно перед включением гальванометра и выключается вслед за выключением последнего.) Гальванометр будет давать ток, соответствующий сумме разрядов, совершающихся в промежутке времени от первой до последней четверти; этот ток, как показывает вычисление, равняется 0,394 полного тока (maximum). На опыте естественно ожидать несколько большего числа вследствие того, что разряжаемый диск остается (хотя краткое время) изолированным и в это время несколько изменяет свой потенциал, который затем пополняется. Сдвинув коммутатор настолько, чтобы моменты коммутации совпадали с моментами полнолуния и новолуния, теоретически получим 0,250 полного тока. Сдвинув его еще, так чтобы включение гальванометра совершалось в момент последней четверти, получим 0,106 (minimum)*.

Но этот расчет должен оправдываться лишь в том случае, если сила тока в каждый момент в точности соответствует наличному освещению; если это не так, теоретические числа получатся на опыте лишь при достаточно медленном вращении, а при возрастающих скоростях должны постепенно меняться в указанных пределах (между 0,106 и 0,394). Пусть, например, коммутатор установлен на maximum (0,394); если ток *опаздывает*, и в каждый момент сила его соответствует не современной фазе освещения, а несколько более ранней, мы получим в гальванометре менее чем 0,394 полного тока; с увеличением скорости вращения пропорция будет понижаться до 0,106, потом опять возрастать и т. д. Запаздывание тока отзовется на наблюдениях так же, как отозвалось бы постепенное поворачивание коммутатора на оси — из наиболее *выгодного* (максимального) расположения в менее и менее выгодные и т. д. Если, напротив, при всех доступных скоростях пропорция тока в гальванометре останется одна и та же, это будет значить, что запаздывание тока незаметно, что он, говоря практически, устанавливается мгновенно и в каждый момент соответствует существующей силе освещения.

При первых опытах мне показалось, что опаздывание есть и иногда довольно значительное, и я заключил было, что в таком-то случае оно доходит до $^1/_{400}$ секунды, в другом около $^1/_{200}$, иногда же еще больше. Но при внимательном пересмотре дела оказалось, что здесь участвуют некоторые посторонние влияния, также увеличивающиеся вместе со скоростью вращения, и потому могущие вводить в ошибку. Дело в том, что коммутатор, благодаря, конечно, трениям, есть сам по себе источник маленьких токов, которые являются даже в темноте, даже по выключении батареи; токи эти слабы, но иногда такого же порядка, как и ток актино-электрический. Очевидно, коммутатор представляет нечто вроде самозаряжающейся электрофорной машинки. Были испытаны несколько различных коммутаторов, но все они в большей

---

* Если в сетке оставим пропускающую площадь в виде сектора, соответственно вырезкам картона, заклеив остальное непрозрачным слоем, и когда, следовательно, освещается не весь диск, а только секторовидная часть его, то вместо чисел 0,394 и 0,106 придется поставить 0,375 и 0,125.

или меньшей мере давали это нежеланное действие. Его можно уменьшить, смазывая трущиеся части тонким слоем масла, который, не прибавляя заметной величины к громадному сопротивлению актино-электрической цепи, ослабляет трение и делает его более однородным; но полное устранение вредных влияний удается не всегда и не надолго, так что при каждом наблюдении пришлось отдельно определять и вводить в расчет величину постороннего действия.

Для того чтобы вращение картона, производя ветер вблизи вольтовой дуги, не оказывало на нее влияния, полезно защищать отверстие фонаря пластинкой, прозрачной для активных лучей (селенитом).

Тщательно принимая в расчет источники ошибок, я пришел к заключению, что, помимо их, *никакого заметного влияния скорости на величину тока в гальванометре не замечается* и что запаздывание тока, если оно и есть, не превышает $^1/_{1000}$ доли секунды. То-есть, практически говоря, ток появляется и исчезает одновременно с освещением, и, следовательно, при прерывистом освещении ток — также прерывистый, с тем же периодом.

10. Уже Герц при своих опытах заметил, что разряжающее действие лучей вольтовой дуги зависит не от света углей, а от *дуги* в тесном смысле слова*. Интересно было испытать, не усилится ли оно от присутствия между углями тех или других металлических паров. В этом отношении я преимущественно рассчитывал на алюминий, который, еще со времени наблюдений Корню, известен богатством и длиной своего ультрафиолетового спектра.

Результат опыта превзошел мои ожидания. Проволока или зерна алюминия, введенные в дугу (всего удобнее делать проволочный фитиль в положительном угле), давали усиление действия в 1,5—19 раз. Пропорция эта менялась, как видим, в очень широких пределах; ясно, что влияние металлических паров весьма сложное. С одной стороны, несомненно, что присутствие Al удлиняет ультрафиолетовый спектр дуги и делает его обильнее активными лучами особенно высокой преломляемости. С другой стороны, при этом могут изменяться и электрические условия дуги, вследствие уменьшенного сопротивления ее. В этом отношении была заметная разница, смотря по тому, употреблялась ли

* *Wied. Ann.*, XXXI, 1000.

компаунд-машина (Сименса) или же шёнт-машина (Victoria). В первом случае машина, стремясь поддержать прежнюю разность потенциалов, давала более сильный ток, и эффект алюминия обнаруживался в *преувеличенном* виде. Во втором случае, напротив, уменьшение сопротивления в дуге влекло за собой упадок индукции в машине, которая при слишком малом сопротивлении в главной цепи может даже разрядиться; таким образом здесь влияние алюминия *ослаблено* побочным обстоятельством. Действительно, самые большие пропорции усиления (до 19) получались с компаунд-машиной, меньшие (не выше 6 или 7) с шёнт-машиной.

Но помимо этого, несомненно, что коэффициент усиления не одинаков, смотря по условиям самого конденсатора: при одной и той же электродвижущей силе коэффициент оказывался больше при сближенных арматурах, при раздвинутых он понижался (почти до 1); при одинаковом расстоянии арматур коэффициент, повидимому, возрастает вместе с электродвижущей силой. Вероятно, величина усиления — как и самая величина тока без Al (что увидим впоследствии) — обусловливается плотностью заряда арматур.

При крайнем непостоянстве дуги с Al и при безуспешности попыток регулировать горение, проследить подробнее ход явлений и дать какие-либо числа оказалось невозможным; здесь не помогал уже и одновременный контроль (конечно, вследствие указанного недостатка в нем). При всех количественных сравнениях я употреблял вольтову дугу с одними углями, о дуге же с металлами могу дать лишь самые общие указания.

Кроме Al, я вводил в дугу некоторые другие металлы. Сильно действовали (хотя уступая алюминию) Zn и Pb (спектр их также богат лучами высокой преломляемости); слабее Cd, Fe, Sn. Оказалось, далее, что Mg в дуге вовсе не усиливал ее действия, а Na даже почти уничтожал его, изменяя характер дуги (дуга получалась от шёнт-машины). Сделать какие-либо количественные сравнения оказалось и тут невозможным; при равных количествах введенного в дугу металла дело, очевидно, зависит от быстроты и характера горения, от электропроводности паров и т. д. Но вышеуказанная изменчивость коэффициента усиления в зависимости от условий конденсатора была весьма заметна и при всех этих металлах.

Любопытно, что металлы, наиболее усиливавшие действие вольтовой дуги (Al, Zn, Pb, Cd), суть наиболее электроположительные металлы в ряду Вольты. Случайность это, или между тем и другим свойством есть существенная связь?

11. Нижеследующие опыты посвящены исследованию того, каким образом актино-электрический ток зависит, с одной стороны, от расстояния δ арматур, с другой, — от электродвижущей силы E, которая их заряжает. Трудность количественных сравнений сказалась здесь особенно сильно, и, долго проработав над задачей, я успел получить сколько-нибудь полный и надежный ряд чисел только тогда, когда обратился к приему одновременного контроля. В конце концов, получен результат в известном отношении простой и естественный, но он не был угадан мною ранее, а обнаружился уже из сопоставления наблюдений.

Арматуры конденсатора были латунные, покрытые серебром. Ножки, служившие им опорой, были надеты на горизонтальную линейку с делениями и закреплены винтами; для перемены расстояния арматур передвигали *сетку*, а расстояние отрицательного диска от фонаря оставалось неизменным. Батарея (свеже приготовленная и исследованная) состояла из 100 элементов Латимера Кларка, причем вводилось в цепь то или другое число элементов. (Контрольный конденсатор заряжался от той же батареи, но, конечно, всегда одинаковым числом элементов.)

Ток для дуги получался от городской сети; в нем амперметр Томсона показал от 10,2 до 11,7 ампера; вольтметр — от 76,0 до 86,5 вольта. Чтобы избежать индуктивных действий регулятора на гальванометр, употреблялась особая компенсирующая катушка, электростатическая же индукция достаточно устраняется соединением сетки с землей.

Для того чтобы отдельные ряды наблюдений (исследование заняло много дней) можно было свести в общую таблицу, не полагаясь ни на постоянство вольтовой дуги, ни на постоянство контрольного конденсатора (который даже и в *одном* длинном ряде обнаруживал признаки *утомления*), каждый раз повторялось наблюдение тока при определенном расстоянии арматур (11,5 мм.) и определенной электродвижущей силе (100 кларк), и помощью этих образцов редуцировались (всегда с принятием в расчет показаний контрольного снаряда) все остальные наблюдения. Это образцовое отклонение гальванометра для $\delta = 11{,}5$, $E = 100$ кларк мы будем выражать цифрой 100. В действительности, это образцовое отклонение в отдельных рядах изменялось, смотря по вольтовой дуге и по чувствительности арматуры, между пределами 133 и 183 делений скалы, а в среднем оказалось равным 155,3. Чувствительность гальванометра при этих опытах была: 1 дел. $= 5{,}584 \times 10^{-11}$ ампер. (Наблюдались *первые элонгации*, сообщаемые током; в этом смысле, конечно, определена и чувствительность гальванометра, посредством включения определенной малой доли 1 даниеля, сравненного с кларком.)

Таким образом, чтобы перевести нижепоказанные числа в *амперы*, надо их помножить на $1{,}553 \cdot 5{,}584 \cdot 10^{-11} = 8{,}67 \cdot 10^{-11}$.

По трудности оценить абсолютную величину δ отсчитывались (в миллиметрах) *изменения* ее, и в протоколах записывались числа: $x+1$, $x+2, \ldots$, причем x означало неизвестный в точности прибавок. Сначала предполагалось, что x приблизительно равно 1 мм., но впоследствии выяснилось, что надо считать $x = 1{,}5$ мм. (При образцовом наблюдении собственно было $\delta = x + 10$.)

Электродвижущие силы E даны в элементах Кларка (1 кларк $= 1{,}43$ вольта).

На результаты нельзя смотреть очень строго: в постановке опытов были несомненные недостатки, которыми я сознательно не смущался, озабоченный прежде всего другим. Меня занимал главным образом вопрос о том, каким образом освободиться от наиболее характерного затруднения — от непостоянства действий, обусловленного непрестанными колебаниями действующей причины (вольтовой дуги). На этих измерениях я учился получать согласные результаты при одних и тех же остальных условиях и удовлетворился, когда, помощью описанных приемов контроля, это стало удаваться. Чтобы дать результатам более надежное значение, следовало бы позаботиться о других сравнительно легко устранимых несовершенствах.

Так, особенно слабым пунктом было измерение расстояний (δ). Малые расстояния оценены, без сомнения, грубо, и при некотором нагревании снаряда от вольтовой дуги (причем сетка слегка прогибается) могли, в течение продолжительного ряда наблюдений, изменяться на заметную долю своей величины. В этом отношении новый снаряд, построенный мною для исследований с различными газами и при различных давлениях* (в нем арматуры сближаются микрометрическим винтом, и сетка начерчена на посеребренной кварцевой пластинке), представит большое преимущество.

Далее при малой электродвижущей силе (1 кларк) могла быть заметная и изменчивая ошибка в ее оценке, происходящая от несовершенной однородности двух арматур (в смысле вольтова ряда). Об этом обстоятельстве буду говорить далее.

Наконец, довольно быстрое утомление контрольного конденсатора по сравнению с главным выяснилось уже в течение ряда опытов и не во всех наблюдениях было принято в расчет.

Вообще слишком долгий срок, на который по необходимости пришлось распределить измерения, служил, конечно, в ущерб точности; при изменчивости чувствительности разряжающейся поверхности следовало бы всю совокупность наблюдений сосредоточить на возможно короткое время.

При всех этих недостатках первой попытки рассмотреть явление в довольно широких пределах я привожу мой свод результатов, не успев еще заменить его более удовлетворительным. Обзор его приводит к некоторым общим выводам, которые подтверждаются дополнительными и проверочными сравнениями, выполненными более быстро. В конце концов выяснился некоторый общий закон, который также был проверен более прямым путем и который позволит впредь решить сложную задачу гораздо проще и быстрее.

Следуют самые результаты:

E (кларк)	$\delta = x + 1$	$x + 2$	$x + 5$	$x + 10$	$x + 25$	$x + 50$	$x + 95$ мм.
100	$i = 152{,}5$	135,8	116,3	100	73,5	46,4	22,3
50	125,4	114,2	97,3	76,9	48,2	21,7	8,3
25	102,4	94,8	75,0	53,8	24,9	6,9	2,9
10	75,9	62,7	42,6	24,7	6,7	1,4	
5	51,7	41,6	23,4	10,5	2,1		
2	25,7	19,7	8,3	2,8			
1	13,9	10,3	4,0				

* *C. R.*, CVII, 91 [настоящий том стр. 267 (*Ред.*)].

На фиг. 4 эти числа представлены кривыми (E — абсцисса, i — ордината).

12. Из сопоставления этих чисел находим:

a) Когда расстояние δ не велико, ток приблизительно пропорционален электродвижущей силе лишь при наименьших величинах этой последней, а затем, по мере ее возрастания, хотя и растет также, но *все медленнее*. Так, при $\delta = x + 1$ (т. е. 2,5 мм.), увеличение E в 100 раз усиливает i не более как в 11 раз.

Чем больше расстояние δ, тем далее вверх отодвигаются те пределы электродвижущей силы, между которыми ток остается приблизительно ей пропорциональным. Так, при $\delta = 6{,}5$ эта пропорциональность видна между $E = 5$ и $E = 10$; при $\delta = 26{,}5$ — между $E = 25$ и $E = 50$. *Ниже* этих пределов (т. е. при меньших значениях E) открывается область, которой не замечается в первых двух столбцах: в ней ток растет *быстрее,* чем электродвижущая сила (так, при $\delta = 6{,}5$ — между $E = 2$ и $E = 5$, при $\delta = 11{,}5$ — до $E = 10$, при $\delta = 26{,}5$ — до $E = 25$ и т. д.).

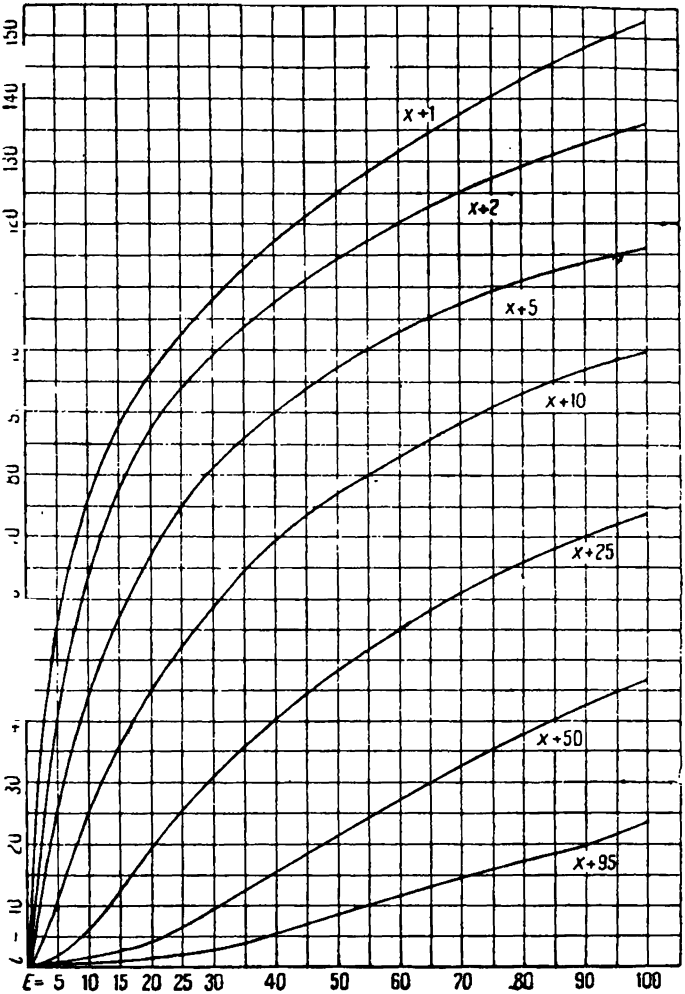
Другими словами, в кривых (фиг. 4), выражающих силу тока i как функцию электродвижущей силы E для $\delta = 6{,}5$, 11,5 и пр., замечается *перегиб*, который соответствует тем большей E, чем больше δ.

b) Естественно ожидать, что такой же перегиб обнаружится и при малых δ (2—3 мм.), если понизим электродвижущую силу. При этом сперва должна установиться более точная пропорциональность между i и E, а при дальнейшем уменьшении E ток будет ослабевать быстрее, чем E.

Действительно, употребляя элементы Даниеля при $\delta = 2 - 3$ мм. я получал почти точное удвоение тока между $E = 1$ дан. и $E = 2$ дан. Например (чувствительность гальванометра здесь гораздо больше), 1 дан. давал 42,7 дел., 2 дан. 84,3 дел. Для дальнейшего полезно запомнить, что в пределах 1 — 2 вольт и при малом δ ток можно считать пропорциональным с E.

Употребляя *доли* даниеля (посредством ответвления), можно было усмотреть и другую часть кривой (до перегиба) для малых δ. Так, например, (с еще большей чувствительностью гальванометра) было найдено:

$E =$	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0 дан.
$i =$	3,7	7,2	14,8	26,9	47,8	74,4	96,0	110,9	125,7 дел.



150
140
130
30
20
10
ε= 5 10 15 20 25 30 40 50 60 70 80 90 100
x+1
x+2
x+5
x+10
x+25
x+50
x+95

Фиг. 4.

Эти последние наблюдения, понятно, не могут претендовать на точность: но, кроме проверки соображения о характере кривой, они любопытны и тем, что показывают заметный ток даже при $^1/_{20}$ дан., можно сказать до $^1/_{100}$ дан. Замечу, что влияние *неоднородности* арматур (о котором будет речь ниже) из этих цифр уже исключено.

Таким образом, существование перегиба в кривой $i = f(E)$ представляется общим законом, но при малых δ перегиб не так заметен, ибо лежит вблизи начала координат, где кривая имеет крутой подъем.

c) Вычисляя $\frac{E}{\delta \cdot i}$ получим, в произвольных единицах, величину ρ кажущегося *сопротивления* воздушного слоя между освещенными арматурами, отнесенную к 1 мм. толщины слоя; чтобы найти это сопротивление в омах, следует результат помножить на $\frac{1{,}43}{8{,}67} \cdot 10^{11} = 1{,}65 \cdot 10^{10}$. Это сопротивление ρ уменьшается с уменьшением расстояния δ, уменьшается также с уменьшением электродвижущей силы, но за некоторым пределом E начинает, повидимому, опять возрастать. В приведенных опытах ρ заключалось приблизительно между 4400 и 470 мегомами. При моих первых исследованиях я заключил *, что ρ не зависит от E и может быть представлено в виде $\rho = \frac{a}{\delta} + b$, другими словами, что полное сопротивление всего воздушного слоя выражается через $a + b\delta$; но эти формулы оправдываются только в тесных пределах наблюдений.

При других отдельных опытах, с малыми E и малыми δ, мне случалось получать для ρ величины меньше указанного нижнего предела, приблизительно до 200 мегомов на 1 мм., а при дуге с алюминием ρ падало до нескольких десятков мегомов. Эта оценка кажущихся сопротивлений воздушного слоя подтверждается, как увидим далее, другими способами измерения **.

d) Сопоставление кривых, выражающих $i = f(E)$ для различных величин δ, подсказывает, что между ними есть

---

* *C. R.*, CVI, 1150.

** Диаметр воздушной пластинки, для которой даны эт цифры сопротивлений, был всегда 22 см. Так как ток пропорционален освещенной площади арматур, то легко найти сопротивления для 1 см.^{2} площади.

весьма простая зависимость: точки равных ординат i в большинстве случаев довольно хорошо удовлетворяют соотношению $\delta : \delta' = E : E'$. Значительные уклонения встречаются почти исключительно либо там, где наблюдения, по описанным причинам, следует считать особенно ненадежными, или же при больших величинах δ (51,5 и 96,5 мм.).

Итак, следует заключить, что ток i есть функция *отношения* $\frac{E}{\delta}$, т. е. что величина i не меняется, если E и δ увеличены в одинаковое число раз.

Этот простой вывод вполне оправдался, когда я произвел несколько попарных сравнений, изменяя E и δ в одинаковом отношении. Такая проверка имеет бóльшую убедительность, так как происходила весьма быстро и, расстояния были измерены тщательнее.

Так, например, при трех таких сравнениях найдено:

	δ (мм.)	E (кларк)	i (дел.)
I	13	100	156,4
	6,5	50	155,8
II	18	100	134,4
	9	50	135,7
III	21	99	126,2
	7	33	126,1

Итак, действительно, $i = \varphi\left(\frac{E}{\delta}\right)$. Но отношение $\frac{E}{\delta}$, при не слишком широко раздвинутых арматурах, дает меру *плотности заряда*, а также меру той *электрической силы*, которая существует у поверхностей арматур и внутри воздушного слоя и действует на отрицательные электрические массы в направлении от цельного диска к сетчатому. При значительных величинах δ эту плотность (или эту электрическую силу) уже нельзя считать обратно пропорциональной величине δ (чем, вероятно, и объясняются уклонения соответственных кривых от указанного мною соотношения).

Если это так, то, вычисляя для наших опытов величины $\frac{E}{\delta} = \sigma$, мы можем построить *одну* кривую $i = \varphi(\sigma)$, которая будет совмещать все результаты. Действительно, отдельные точки с координатами σ, i довольно хорошо приходятся на некоторой кривой, которая имеет тот же общий характер, как и предыдущие; она должна совпадать с кривой $i = f(E)$, взятой для $\delta = 1$. (Прямого определения этой последней я не делал, ибо за расстояние в 1 мм. нельзя было поручиться при моей грубой оценке δ.) Значительные уклонения отдельных точек от непрерывной кривой заметны вблизи начала координат и легко объясняются вышеуказанными причинами.

13. Итак, окончательный результат этих измерительных попыток представляется в следующем виде:

Электрический ток, который является между арматурами конденсатора вследствие действия лучей на отрицательную арматуру, или же ток из батареи к арматурам, восстановляющий между ними разность потенциалов, которую стремится понизить освещение, определяется *плотностью* заряда на поверхностях арматур; другими словами, величиной *электрической силы* при этих поверхностях. С возрастанием плотности σ ток i сперва растет быстрее, чем σ, потом все медленнее и медленнее, стремясь, так сказать, к некоторому насыщению (которое однако же никогда при опытах не достигалось вполне).

Общий вид кривой $i = \varphi(\sigma)$ невольно напоминает те кривые, какими изображается временный магнитный момент длинного железного стержня или кольца в зависимости от намагничивающей силы: тот же быстрый рост функции при малых величинах аргумента, тот же перегиб кривой, то же стремление к насыщению.

Если этот вывод верен, то он дает возможность определить гораздо проще, быстрее (что, как было замечено, весьма важно) и точнее ход функции $i = \varphi(\sigma)$. Вместо того чтобы менять оба аргумента E и δ, следует оставить δ постоянным (достаточно малым, чтобы емкость конденсатора была пропорциональна с $\frac{1}{\delta}$, и достаточно большим, чтобы можно было ручаться за абсолютную величину δ и за то, что она не претерпевает значительных изменений) и менять только E, т. е. вводить различные числа элементов батареи. Я не имел времени проделать такой новый ряд определений.

Если $i = \varphi\left(\frac{E}{\delta}\right)$, то величина $p = \frac{E}{\delta \cdot i}$ (сопротивление на 1 мм. толщины воздушного слоя) представляется тоже как функция от σ, ибо $\rho = \frac{\sigma}{\varphi(\sigma)}$. О том, как изменяется ρ

в зависимости от σ, легко составить себе понятие, и это уже было указано выше.

Я пытался проверить, выполняется ли закон $i = \varphi(\sigma)$, когда вольтова дуга снабжена алюминием, но, при непостоянстве действия, это не привело к ясным результатам. Повидимому, надо ответить утвердительно, причем самая функция φ делается иной, сохраняя тот же общий характер; кривая еще круче поднимается с возрастанием абсцисс.

14. Мне казалось не лишним испытать, действительно ли распределение потенциала между арматурами при освещении следует тому же закону, как и в темноте, т. е. совершается по *линейной* функции. Если бы это оказалось не так, если бы лучи производили нарушение в самом ходе падения потенциала в воздушном промежутке от диска до диска, то нельзя было бы сказать (как я это делал выше), что величина $\frac{E}{\delta}$ дает меру плотности заряда и меру электрической силы в воздушном слое.

Для этой цели пришлось употребить квадрант-электрометр Томсона. Диски конденсатора были раздвинуты на 20 мм. и заряжались батареей 100 Zn|Aq|Cu. В таких условиях электрометру приходилось давать слабую чувствительность: квадранты его заряжались, по приему Маскара, батареей в 25 кларк, и от стрелки шел испытующий электрод, то прилегавший к той или другой арматуре, то зондировавший на известном расстоянии от них величину потенциала в воздушном слое. Для такого зондирования я употреблял то маленькое пламя, то тонкую струйку воды (причем и то и другое представляло свои неудобства), а окончательно остановился на следующем приеме. На электрод надевался маленький кусочек металлической сетки, параллельный арматурам; он освещался вместе с последними и, при *надлежащей чувствительности* сеточки сравнительно с чувствительностью диска, принимал, очевидно, потенциал соответственного места воздуха; это обнаруживалось именно тем, что электрод, при этих условиях, будучи помещен на середину воздушного промежутка, давал среднее из потенциалов той и другой арматуры. Раз это было достигнуто, перемещение электрода в воздушном слое показывало, что потенциал в воздухе распределен по обыкновенному закону (как и в темноте), т. е. $= V_0 + (V_1 - V_0)\frac{x}{\delta}$, где V_0 — потенциал на сетке конденсатора (она при этом соединялась с землей), V_1 — на отрицательном диске, x — расстояние электрода от сетки.

Если сеточка на электроде разряжается слабо от действия лучей (например, нечиста или слишком редка), то, будучи помещена по середине воздушного промежутка и зарядившись через влияние, она теряет отрицательное электричество медленнее, чем получает его от цельного диска; поэтому она принимает потенциал более низкий, чем имеется здесь в воздухе. Если сеточка густа и чиста, она более теряет отрицательного заряда, чем получает (тем более, что противолежащее место диска ею несколько затенено) и заряжается более высоким потенциалом, чем воздух. Но если чувствительность сеточки приноровить к условиям, то она будет держаться при потенциале окружающего воздуха; в этом случае показание электрометра не изменяется по прекращении света.

Опыт с электрометром показал также, что разность потенциалов между арматурами (около 250 дел. электрометра) нисколько не изменялась от действия лучей; благодаря громадному (хотя и ослабленному лучами) сопротивлению воздушного слоя, актино-электрическая убыль достаточно быстро восстановляется батареей.

15. Во всем предыдущем изложении мы принимали, что электродвижущая сила, или разность потенциалов между арматурами конденсатора, определяется исключительно той батареей, которая его заряжает. Из того факта, что ток является даже при $^1/_{100}$ вольта и что, очевидно, только нечувствительность гальванометра мешает усмотреть его при еще меньших E, следует заключить, что никакой заметной *поляризации* в нашем снаряде не происходит, что его электроды (если обозначить их этим именем) суть электроды неполяризующиеся. С другой стороны, мы видели (14), что действие лучей не убавляет заметным образом разности потенциалов арматур, которая остается равной E.

Но разность потенциалов в воздушном конденсаторе в точности определяется электродвижущей силой заряжающей батареи лишь при том условии, чтобы обе арматуры были из *одинакового металла*; иначе эта разность была бы равна $E \pm \mathrm{M}|\mathrm{M}'$, где $\mathrm{M}|\mathrm{M}'$ — электрическая разность двух металлов.

Играет ли роль при актино-электрических явлениях этот прибавок (или убавок) $\pm M|M'$ и может ли он сам по себе, без введения батареи, дать начало некоторому току при освещении электродов?

Этот вопрос занял меня в самом начале моих исследований, как только я убедился, что чувствительность гальванометра позволяет обнаруживать актино-электрическое действие даже при $E = 1$ вольту и менее. Результаты моих опытов* совпадают в общих чертах с одновременно полученными (но позже мною прочтенными) результатами Риги ** (который работал с электрометром) и согласны с работой Аррениуса, который почти одновременно опубликовал опыты подобного рода, сделанные в весьма разреженном воздухе***.

Мы видели, что при арматурах однородных (например, Ag и Ag) ток i можно считать пропорциональным электродвижущей силе батареи (E), если E не превышает, примерно 2 дан. и если расстояние арматур малое (2—3 мм.). Но когда я взял сетку из латуни (L), а цельный диск из Zn и соединял первую с положительным полюсом маленькой батареи (1—3 дан.), второй — с отрицательным, то получались токи следующего рода (три ряда наблюдений сделаны при различной силе вольтовой дуги):

	1	2	3 дан.
I	$i = 17{,}2$	58,0	93,5
II	27,0	95,0	146,0
III	23,2	77,0	114,5

То-есть, действие одного элемента было менее, чем половина действия двух; иначе говоря, второй элемент прибавлял неожиданно много к силе тока.

Это станет вполне понятным, если допустим, что за электродвижущую силу в цепи при этих опытах следует считать не 1, 2, 3 дан., а (1 дан. — Zn | L), (2 дан. — Zn | L), (3 дан. — Zn | L).

---

* *C. R.*, CVI, 1149.

** Righi, *Journal de Physique*, Avril, 1888.

*** Arrhenius, *Wied. Ann.*, XXXIII, 638.

Если так, то, принимая в пределах двух вольт силу тока пропорциональной *полной* электродвижущей силе, можем вычислить из приведенных результатов величину разности Zn | L помощью отношений:

$$\frac{\mathrm{Zn}\,|\,\mathrm{L}}{1\ \text{дан.}} = \frac{58{,}0 - 2\cdot 17{,}2}{58{,}0 - 17{,}2} \quad \text{и т. п.,}$$

что даст нам из опытов I, II, III:

Zn | L = 0,58, 0,60, 0, 57; среднее = 0,58 дан. = 0,64 вольта.

Эти числа близки между собой и довольно близки к существующим определениям разности Zn | L (по Эйртону и Перри) * 0,679 вольта; по Пелла**, смотря по состоянию поверхностей, — между 0,48 и 0,79; следовательно, в среднем 0,635 вольта.

Подобный же опыт с диском из Al и сеткой из Ag (посеребренная латунь) дал мне электрическую разность Al | Ag, равную 0,834 дан. (равна 0,92 вольта) в случае, когда диск полежал на воздухе, и 0,916 дан. (1,01 вольта), когда диск был только что вычищен.

Если электрическая разность двух арматур идет в счет той электродвижущей силы, которая дает актино-электрический ток, то естественно ожидать, что такой ток может быть получен и без батареи — от одной только этой разности двух металлов. Но если мы в только что описанном опыте устраним батарею, тока не получается. Причина этому понятна: так как сетка состоит здесь из более электроотрицательного металла (L, Ag), чем диск (Zn, Al), то без батареи сплошной диск у нас заряжен положительным электричеством, а следовательно, нечувствителен к действию лучей.

Чтобы опыт получения тока без батареи удался, нужно, следовательно, сделать сетку из металла, более электроположительного, чем диск. Желая воспользоваться для сетки цинком, я, ввиду трудности цинкования латунной сетки, сперва употребил вместо сетки диск из Zn, продырявленный частыми круглыми отверстиями; другой диск (отрицательная арматура) был из серебренной латуни Ag. Соединяя их проволокой через гальванометр без всякой батареи, я

---

* Wiedemann, Elektricität, I, 202.

** Pellat, Thèse de doctorat (1881), p. 82 и след.

действительно получал заметный ток, всякий раз, когда конденсатор был освещен вольтовой дугой. Система: Zn, Ag и воздух, при условии освещения Ag активными лучами, временно обращается в настоящий гальванический элемент, где роль жидкости играет газовая среда. Принимая в расчет, что при этом лучи *должны поглощаться* серебром, мы можем сказать (в чем бы ни состоял механизм явления), что энергия тока в этом воздушном элементе возникает за счет энергии освещающих лучей.

По сравнении полученного тока с тем, какой происходит, когда включим в ту же цепь 1 элемент Даниеля, можно было, подобно предыдущему, судить о величине разности Zn | Ag. Именно, при двух таких опытах получено:

	$E = \mathrm{Zn} \mid \mathrm{Ag}$	$\mathrm{Zn} \mid \mathrm{Ag} + 1$ дан.
I	$i = 23{,}5$	50,0
II	18,5	37,5

Из I находим $\mathrm{Zn} \mid \mathrm{Ag} = 0{,}89$ дан., из II: $\mathrm{Zn} \mid \mathrm{Ag} = 0{,}97$ дан. среднее $0{,}98 = 1{,}02$ V. По Пеллà (*l. c.*) эта разность лежит между 0,81 V и 1,14 V, смотря по состоянию металлических поверхностей; для сильно чищенных металлов (écrouis) она равна 1,04 V.

Впоследствии я повторял такие опыты с *цинкованной* (электролитически) латунной сеткой, причем для Zn|Ag получалось 0,815 и 0,88 дан. Подобный опыт сделан с цинкованной сеткой и никелированным кругом, с железной сеткой и серебренным кругом и т. п. Всегда числа электрических разностей получались сходные с общепринятыми, представляя при этом такое же непостоянство, смотря по чистоте поверхностей, какое оказывается при всех контактных определениях. Можно заключить, что наша *гальванометрическая* метода определять эти разности ведет к тем же результатам, как методы Кольрауша, Пеллà и др., в тех же условиях относительно состояния поверхностей металлов, и что действие лучей при этом не оказывает заметного (или по крайней мере значительного) влияния на величину этих разностей.

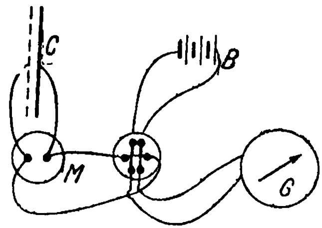
Понятно, что для определения электрических разностей подобным путем можно употреблять способ компенсации: взяв электроположительную сетку и электроотрицательный диск, вводить в цепь в возрастающем порядке определенные доли 1 дан. (соединяя цинковый полюс с сеткой, медный — с диском) до тех пор, пока актино-электрический ток не дойдет до нуля. Но это не будет в собственном смысле *нулевая метода*: если увеличим ту долю 1 дан., при которой ток стал незаметен, то он не восстановится, а останется попрежнему нулем.

Из сказанного понятно, что при оценке малых электродвижущих сил в конденсаторе следует, даже при однородных, повидимому, арматурах испытывать их собственную электрическую разность; если сетка несколько положительнее, чем сплошной диск, получится при освещении ток без батареи; если сетка отрицательнее, из отсутствия тока нельзя заключить об отсутствии электрической разности арматур, и надо вводить гальванические элементы, чтобы ее обнаружить. Такой способ чрезвычайно чувствителен.

Когда дело идет о малых электродвижущих силах, — каковы контактные электрические разности, — более чувствительным, чем гальванометр, снарядом является, без сомнения, квадрант-электрометр Томсона. Тем не менее я и здесь предпочитал употребление гальванометра, которое не представляет тех особых затруднений, какие представляются часто при электрометрических измерениях. С другой стороны, приведенные опыты имеют, между прочим, именно тот интерес, что в них, сколько я знаю, впервые контактные разности определяются посредством гальванометра.

Интересно было, при этих опытах с „воздушным элементом", следить за током, возможно параллельно сближая арматуры до соприкосновения. Актино-электрический ток возрастал с уменьшением расстояния, потом вдруг магнит гальванометра резко возвращался к нулю и переходил на другую сторону: это — *термоэлектрический* ток от неравного нагревания спаев лучами, который при расположении опыта (с конденсатором Zn и Ag) должен был иметь направление, противоположное актино-электрическому. Ток термоэлектрический был обыкновенно меньше актино-электрического, но такого же порядка величины: малая величина термоэлектродвижущей силы (сравнительно с контактной электрической разностью, которая при соприкосновении арматур исключалась) наверстывалась громадным уменьшением сопротивления цепи.

16. Желая разнообразить методы исследования и проверять один прием другим, я произвел несколько опытов по другой схеме *. Наблюдался не *постоянный* ток под действием лучей, а *мгновенный* разрядный ток от конденсатора, в течение определенного времени стоявшего в лучах вольтовой дуги. Чтобы замедлить разряд, нужно было увеличить емкость моего конденсатора (который иначе разряжался бы мгновенно); я присоединял к нему арматуры большого слюдяного конденсатора (эталона) M (фиг. 5), который дает от 0,05 до 1 микрофарады; емкость, таким образом, была известна (сетчатый конденсатор прибавлял к ней ничтожную величину). Эта емкость заряжалась батареей B; посредством гальванометра G оценивался разрядный ток. Потом тот же конденсатор, по заряжении той же батареей, оставлялся (отомкнутый от нее) на 10, 20, ... секунд под лучами и затем, закрыв фонарь, опять измеряли разрядный ток, замыкая конденсатор гальванометром.



Фиг. 5.

Эти разрядные токи до и после освещения измеряют собой разность потенциалов арматур. Зная отношение $\frac{V_0}{V_1}$ этих потенциалов, зная время освещения t и емкость C, найдем сопротивление изолирующего слоя, в котором происходила „течь“, т. е. сопротивление сетчатого конденсатора. Формула, употребляемая при измерении путем значительных сопротивлений,

$$R = \frac{t \cdot 0{,}4343}{C \log_{10} \frac{V_0}{V_1}},$$

дает сопротивление R в мегомах, если t выражено в секундах, а C — в микрофарадах.

Опыт показал, что разряжение действительно идет таким порядком, что логарифм отношения $V_0 : V_1$ приблизительно пропорционален времени освещения. Вычисленное сопротивление можно было сравнить с тем числом, которое получалось *в тех же условиях* (то же расстояние арматур,

* О них прибавлено несколько слов в конце моей первой заметки (*C. R.*, CVI, 1149).

та же электродвижущая сила) прямо из наблюдения постоянного актино-электрического тока, т. е. с $\frac{E}{i}$, где E выражено в вольтах и i — в микроамперах. Оба способа давали близкие между собой числа.

Так, в одном опыте с конденсатором серебряным Ag и Ag, к которому придано 0,05 микрофарады и который заряжался 1 даниелем, оказалось:

начальный разряд	239,0	дел.
разряд после 10 сек.	193,0	„
„ „ 20 „	155,5	„

откуда для R находим от 934 до 936 мегомов.

С другой стороны, постоянный ток в лучах оказался равным 36,70 дел.; тот же элемент Даниеля, при ответвлении от него $\frac{1}{12\,000}$ в цепь гальванометра (снабженную добавочным сопротивлением 11 000 омов, а всего имевшую 16 212 омов), дал 175 дел., т. е. элемент дает 175 дел. через сопротивление, равное 194,5 мегома. Отсюда $R = 194{,}5 \cdot \frac{175}{36{,}7} = 927$, что весьма близко к предыдущим числам.

В других условиях опыта получилось: из мгновенного разряда (101 s. и 20 s.) в среднем 387, из постоянного тока 395 мегомов, и т. п.

Итак, действительно, мы и при этом способе наблюдений имеем право представлять себе воздушный слой сетчатого конденсатора как проводник с большим сопротивлением, прилагая вышеприведенную формулу убывания потенциала.

Небезынтересно было применить тот же метод измерения к сетчатому конденсатору без батареи, но с разнородными арматурами. Здесь еще нагляднее, чем в факте существования постоянного актино-электрического тока между такими арматурами, обнаружилось, что *действие лучей стремится выравнивать потенциалы арматур*, уничтожая контактную электрическую разность двух металлов.

Допустим, что сетка состоит из Zn, сплошной диск — из Ag. Присоединим к этому конденсатору эталон-конденсатор большой емкости (например, 0,05 микрофарады) и соединим обе арматуры через гальванометр. Если они перед тем не были заряжены извне, а, например, были соединены с землей, то в гальванометре не будет никакого разрядного тока; хотя потенциалы арматур, в силу электрической разности металлов, различны, но, по закону Вольты, эта разница не изменится от введения третьего металлического проводника. Но представим себе, что после этого, отомкнув гальванометр, мы подвергли конденсатор разряжающему действию лучей (которое, благодаря большой емкости, будет действовать медленно); если, спустя несколько секунд, устраним лучи и вновь замкнем арматуры гальванометром, то в последнем окажется мгновенный ток: частью разрядившиеся арматуры вновь заряжаются до первоначальной электрической разности. Чем больше времени стоял изолированный конденсатор в лучах, тем значительнее будет зарядный ток в конденсаторе. После достаточного времени освещения (это время тем меньше, чем меньше емкость), арматуры дойдут до *равных* потенциалов, и теперь наблюденный зарядный ток даст меру полной их электрической разности; если определим разряд того же конденсатора после заряжения его, например, 1 даниелем, то упомянутую разность выразим в долях даниеля.

Действительно, это так и бывает; но при этом обнаружилось новое загадочное обстоятельство. Если, так сказать, пропустим время, когда потенциалы арматур сравнялись, и произведем замыкание через гальванометр слишком поздно, повидимому, это не должно влиять на результат. Между тем оказывается, что тогда зарядный ток бывает сильнее и явно не соответствует уже электрической разности. Приходится допустить, что исподволь сплошной диск не только освободился от отрицательного заряда (уравнял свой потенциал с сеткой), но и *зарядился положительно*. Первоначально я приписал этот результат влиянию тока в лампе и пытался устранить это усложнение; но это не достигалось вполне. Остается заключить, что самое действие лучей *заряжает* проводник положительным электричеством. То же обнаруживается и на арматурах *однородных* (например, Ag и Ag).

Это *заряжение* лучами мною подробнее не исследовано, хотя некоторые опыты такого рода я повторил с квадрант-электрометром. Оно было предметом опытов Галльвакса *,

* *Wied. Ann.*, XXXIV, 731, со ссылкой на довольно неопределенно высказанное замечание в конце предыдущей статьи автора (*ibid.*, XXXIII, 311).

опубликованных ранее, чем я выяснил себе дело, а потом опытов Биша и Блондло *, а также Риги **. Думаю, что здесь мы имеем дело не с особым новым фактом, — что это актино-электрическое *заряжение положительным* электричеством следует объяснять себе как результат актино-электрического *разряжения отрицательно* заряженных тел; на это намекают и названные французские авторы.

17. Не касаясь в этой статье опытов, произведенных мною, пока еще в предварительном виде, над актино-электрическими разрядами в различных газах и парах и под различными давлениями, постараюсь вкратце сопоставить результаты, найденные для воздуха при обыкновенном давлении.

1. Лучи вольтовой дуги, падая на поверхность отрицательно-заряженного тела, уносят с него заряд. Смотря по тому, пополняется ли заряд и насколько быстро, это удаление заряда может сопровождаться заметным падением потенциала или нет.

2. Это действие лучей есть строго униполярное; положительный заряд лучами не уносится.

3. По всей вероятности, кажущееся заряжение нейтральных тел лучами объясняется той же причиной.

4. Разряжающим действием обладают — если не исключительно, то с громадным превосходством перед прочими — лучи самой высокой преломляемости, недостающие в солнечном спектре ($\lambda < 295 \cdot 10^{-6}$ мм.). Чем спектр обильнее такими лучами, тем сильнее действие.

5. Для разряда лучами необходимо, чтобы лучи поглощались поверхностью тела. Чем больше поглощение активных лучей, тем поверхность чувствительнее к их разряжающему действию.

6. Такой чувствительностью, без значительных различий, обладают все металлы, но особенно высока она у некоторых красящих веществ (анилиновых красок). Вода, хорошо пропускающая активные лучи, лишена чувствительности.

7. Разряжающее действие лучей обнаруживается даже при весьма кратковременном освещении, причем между

* *C. R.*, CVII, 29.
** *C. R.*, CVII, 559.

моментом освещения и моментом соответственного разряда не протекает заметного времени.

8. Разряжающее действие, ceteris paribus, пропорционально энергии активных лучей, падающих на разряжаемую поверхность.

9. Действие обнаруживается даже при ничтожных отрицательных плотностях заряда; величина его зависит от этой плотности; с возрастанием плотности до некоторого предела оно растет быстрее, чем плотность, а потом медленнее и медленнее.

10. Две пластинки разнородных в ряду Вольты металлов, помещенные в воздухе, представляют род гальванического элемента, как скоро электроотрицательная пластинка освещена активными лучами.

11. Каков бы ни был механизм актино-электрического разряда, мы вправе рассматривать его как некоторый ток электричества, причем воздух (сам ли по себе или благодаря присутствию в нем посторонних частиц) играет роль дурного проводника. Кажущееся сопротивление этому току не подчиняется закону Ома, но в определенных условиях имеет определенную величину.

12. Актино-электрическое действие усиливается с повышением температуры.

18. Несмотря на значительное число исследований по рассматриваемому классу явлений за последнее время, полного объяснения явлений до сих пор не найдено. Не претендуя с своей стороны дать такое объяснение, я ограничусь несколькими критическими замечаниями о предложенных гипотезах.

Актино-электрические явления, в том виде как они описаны, совершаются исключительно в газах или парах. Мои попытки получить что-либо подобное в твердых и жидких изоляторах повели к отрицательным результатам. Я подвергал, например, действию лучей род сетчатого конденсатора, в котором воздушный слой заменен пластинкой кварца или слюды; пластинка была посеребрена с о[...] сторон и с одной стороны исчерчена по сер[...] не диффракционной сетки. При заряжении сп[...] отрицательным и исчерченного — положителы[...] чеством (от батареи) и при освещении воль[...] с исчерченной стороны ничего подобного том[...] конденсатор с воздухом, не наблюдалось; следы ских течений можно, правда, заметить, но они иного характера, появляются и исчезают не мгновенно вместе с освещением, а исподволь, и, вероятно, происходят просто от изменений диэлектрического коэффициента вследствие нагревания снаряда лучами. То же получается и с сетчатым конденсатором, где вместо воздуха — изолирующая жидкость: алкоголь, сернистый углерод, керосин и т. д. Наконец, в жидких электролитах хотя и давно уже замечено влияние освещения на поляризацию и на электропроводность (опыты Беккереля, Ганкеля и новейшие опыты Аррениуса), но эти действия происходят по другим законам и не представляют прямой аналогии с нашими актино-электрическими явлениями.

Итак, для последних нужна газовая среда, т. е. нужен простор и полная удобоподвижность частиц. Одно это уже внушает мысль, что в разрядах, происходящих под действием лучей, необходимую роль играет механическая *конвекция* электричества. Некоторые опыты Биша* и Риги** относительно вращения удобоподвижных тел при разряжении их лучами показывают, что процесс рассеивания электричества здесь по существу такой же, как и в обыкновенных условиях (например, при опыте с франклиновым колесом), что здесь есть нечто вроде электрического ветра. Опыты Биша и Блондло***, показывающие, что актино-электрическое действие усиливается при вдувании воздуха, также наглядно говорят в пользу этой мысли. Повторяя такие опыты, Риги попытался даже смерить скорость движущихся частиц и находил ее от 55 до 146 метров в секунду****. Наконец, недавние опыты Ленарда и Вольфа *****, обнаруживая, что лучи производят распыление поверхности катода,

---

* *C. R.*, CVII, 557.

** *Ibid.*, 559.

*** *C. R.*, CVII, 29.

**** *N. Cimento*, XXV, 207 (1889).

***** Lenard u. Wolf, *Wied. Ann.* XXXIII, 443. Я не считаю этих опытов вполне убедительными: прямые доказательства отрывания твердых частиц (§ 3 статьи) слишком неопределенны (как признают и авторы), и здесь о роли электрического заряда ничего не сказано: косвенный же аргумент (реакция на паровую струю) допускает и другое объяснение (ср. R. v. Helmholtz, *Wied. Ann.*, XXXII, 1—19). Тем не менее я говорю о выводах Ленарда и Вольфа, *на случай, если* они будут подтверждены. Следовало бы для этой цели попытать спектральный анализ.

дают новое доказательство конвективного характера разрядов и вместе с тем новый взгляд на характер этой конвекции.

Итак, на актино-электрические токи следует смотреть как на токи конвективные; так и смотрит на них в настоящее время большинство исследователей. Служат ли орудиями конвекции, переносителями зарядов, самые частицы газа (Риги, Биша и Блондло) или же пылинки катода, подобно тому, как это бывает, по мнению Пулуя, при разрядах в круксовых трубках (Ленард и Вольф), это — другой вопрос. Любопытные опыты только что названных исследователей подсказывают второе из двух толкований, хотя оно плохо мирится с фактором убывания тока при сильном разряжении воздуха *.

Но как бы то ни было, мысль о конвекции зарядов тем или другим путем — т. е. частицами ли газа или пылинками катода — еще не есть полное объяснение всего явления, как, повидимому, склонны думать некоторые. Эта мысль объясняет нам, как *продолжается* удаление заряда через газ, объясняет, почему только в газовой среде явление может обнаружиться; но мы еще не поняли вполне, почему и как *начинается* процесс. Почему те или другие частицы отделяются от поверхности электрода, почему действие униполярно, почему оно стимулируется лишь лучами известной категории и стоит в тесной связи с поглощением этих лучей поверхностью катода? Эти-то пункты и составляют главный нерв загадки. Опыты относительно „распыления“ составляют важный шаг вперед, но в свою очередь вызывают целый ряд вопросов.

В предыдущем я говорил о *разряжении* тел лучами; но есть опыты, доказывающие, что лучи *заряжают* нейтральное тело. Мне кажется, *первый* из этих фактов следует признать фундаментальным, второй же объяснять как следствие первого. По поводу так называемых контактных электродвижущих сил (электрических разностей металлов) уже давно высказывалась мысль, что здесь играет роль особого рода заряжение воздуха у поверхности металла — электрическая разность между металлом и воздухом. Допуская, что на поверхности раздела металла с воздухом имеется такая разность, причем металл положительнее воздуха, а следо-

* Arrhenius, *Wied. Ann.*, XXXIII, 460; Столетов, *C. R.*, CVII, 91.

вательно, имеется двойной слой электричества (положительный слой на металле, отрицательный на воздухе), можно развить мысль, кратко и недостаточно высказанную у Бишa и Блондло *, и объяснить себе до некоторой степени как процесс разряжения отрицательно наэлектризованных металлов, так и процесс заряжения нейтральных или положительных — если только примем как факт, что известного рода лучи стремятся уносить отрицательные заряды **.

Кроме вышеизложенных воззрений, по которым актино-электрические токи суть токи конвективные, существуют и другие попытки объяснить эти во многих отношениях загадочные явления.

Так, существует мнение, что газы могут иметь *электролитическую* проводимость. Оно было высказано Шустером *** по поводу обыкновенных разрядов (гейслеровы трубки и т. п.) и развивается в последнее время Аррениусом **** по поводу разрядов актино-электрических. Но некоторые из вышеуказанных фактов убедительно показывают, что в этом последнем классе явлений (да и в первом!) во всяком случае происходят заметные поступательные движения частиц. Таким образом признать здесь конвекцию необходимо, а осложнять ее электролизом газа нет достаточных поводов. Впрочем, для решения вопроса, происходит ли такой „электролиз“, т. е. расщепление частиц и обмен ионов, полезно будет испытать актино-электрические явления в одноатомных парах ртути.

Наконец, совсем особый принцип принимается Э. Видеманом *****. Не отрицая участия конвекции, но сосредоточивая внимание именно на первоначальном стимуле к разряду, Видеман допускает особого рода действие активных лучей, отчасти аналогичное возбуждению флуоресценции. Гипотеза составилась еще раньше, по поводу обыкновенных разрядов в разреженном газе, и в актино-электрическом процессе автор видит ей подтверждение.

---

* *C. R.*, CVII, 31.

** С другой стороны, Ленард и Вольф находят распыление поверхности лучами даже у некоторых ненаэлектризованных металлов (Cu, Fe, Au, Ag), причем отделяющаяся пыль обнаруживает отрицательный заряд.

*** Schuster, *Proc. R. Soc.*, XXXVII, 317 (1884); XLII, 371 (1887).

**** *Wied. Ann.*, XXXII, 565; XXXIII, 638.

***** *Wied. Ann.*, XXXIII, 262; XXXV, 255.

По Э. Видеману „катодные лучи“, замечаемые при светящих разрядах в разреженном газе, соответствуют эфирным колебаниям весьма малой длины волны, и подобные же лучи происходят или стремятся произойти даже при разрядах темных. Действие лучей подобной категории, падающих извне на катод (на поверхность отрицательно наэлектризованного тела), вызывает в частицах последнего синхронные колебания и тем обусловливает или облегчает испускание катодных лучей.

С этой точки зрения становится понятным важное значение свойств поверхности катода, понятна необходимость поглощения лучей, которое здесь так же требуется, как и при возбуждении флуоресценции. Гипотеза представляется заманчивой и, так сказать, современной — в том смысле, что говорит об „электрических лучах“ и о том единстве по существу, какое все более и более усматривается между явлениями света и электричества. В существовании „электрических лучей“ мы недавно воочию убедились из блестящих опытов Герца, того самого исследователя, которому принадлежит и первое открытие фактов, названных мной „актино-электрическими“. Но электрические лучи Герца и катодные лучи Видемана суть лучи совершенно противоположных категорий по длине волны; между теми и другими остается пока огромный пробел. Почему лучи промежуточные, лучи световые, не производят действий подобных тем, которые составляют предмет этой статьи, или если и производят, то в сравнительно крайне слабой степени? Оттого ли, что в числе „катодных лучей“ они вовсе не находят соответственных (синхронных) зачатков, оттого ли, что недостаточно поглощаются поверхностью катода или прилегающим газом? И то и другое трудно допустить. Мысль Видемана, повторяю, очень заманчива, но ей недостает надлежащего развития и твердых фактических опор — в особенности по отношению к разрядам слабого потенциала. С другой стороны, видеть в катодных эманациях просто эфирные волны во всяком случае преждевременно, пока не изучены ближе те движения весомых частиц, какие здесь, несомненно, происходят.

Закончу одним замечанием. Как бы ни пришлось окончательно сформулировать объяснение актино-электрических разрядов, нельзя не признать некоторой своеобразной аналогии между этими явлениями и давно знакомыми, но до сих пор мало понятными, разрядами гейслеровых и круксовых трубок. Желая при моих первых опытах ориентироваться среди явлений, представляемых моим сетчатым конденсатором, я невольно говорил себе (понимая всю странность этих слов), что предо мною — гейслерова трубка, могущая действовать и без разрежения воздуха, трубка не с собственным, а с посторонним светом. Там и здесь явления электрические тесно связаны со световыми, там и здесь катод играет особенную роль и, повидимому, распыляется. Изучение актино-электрических разрядов обещает пролить свет на процессы распространения электричества в газах вообще.

ПРОДОЛЖЕНИЕ АКТИНО-ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ[1]

Для того чтобы иметь возможность изучать актино-электрические токи в различных газах и парах и при разных давлениях, по моему заказу был построен следующий прибор, который сходен с сеточным конденсатором, служившим мне в моих прежних опытах*, но который был изменен в связи с поставленной задачей.

Этот прибор представляет собой цилиндрическую коробку, высотой в 46 мм., диаметром в 87 мм. Стенки цилиндра стеклянные, покрытые лаком; основание с одной стороны состояло из металлического кольца, на которое накладывалась прекрасная кварцевая пластинка (69 мм. диаметром и 5 мм. толщиной), с другой стороны основанием цилиндра служил кусок металла, в котором вращался микрометрический винт (шаг = 0,36 мм.) с разделенным барабаном. На внутреннем конце винта помещался выверенный плоский диск, состоявший из посеребренной латуни, почти такого же диаметра, как и у кварцевой пластинки, это — отрицательная арматура конденсатора. Внутренняя поверхность кварца посеребрена; на серебряном слое проведены черточки наподобие диффракционной решетки — это положительная арматура.

Так как мы пользовались кварцевой пластинкой, то мы вынуждены были уменьшить поверхность арматур; но зато мы получаем выигрыш, так как таким путем можно получить более совершенные сетки и можно приближать друг

[1] Перевод статьи, напечатанной в *Comptes rendus* Парижской Академии 9 июля 1888 г., том 107. *(Прим. ред.)*

* *Comptes rendus*, 16 апреля 1888, стр. 1149 и 4 июня 1888 г. стр. 1593.

к другу арматуры на очень короткие расстояния, которые возможно точно измерять. Через посредство двух отверстий, сделанных в коробке, можно было пополнять ее каким угодно газом при желаемом давлении.

Несколько предварительных опытов было выполнено с этим прибором. Расстояние между арматурами (0,72 мм.) и электродвижущая сила (100 элементов цинк — вода — медь) оставались все время без изменения. С помощью насоса с поршнями, соединенного с насосом Шпренгеля, можно было наполнять коробку различными высушенными газами. Актино-электрические токи измерялись при поднятии заслонки, закрывавшей фонарь. Изоляция была сделана весьма старательно, и обыкновенные электрические потери (при спущенной заслонке) были незначительны даже при самых больших разрежениях. Так как интенсивность вольтовой дуги от времени до времени изменялась, то был установлен перед той же лампой контрольный конденсатор (диск и сетка в воздухе); батарея и гальванометр попеременно соединялись с новым аппаратом и с контрольным конденсатором; измерения с новым аппаратом приводились к показанию контрольного конденсатора.

В условиях моих опытов я не нашел заслуживающих внимания различий между сухим воздухом, влажным воздухом и водородом при обычном давлении, тогда как для угольной кислоты ток был почти в два раза больше.

Наблюдая влияние лучей на искровой разряд, г. Э. Видеман уже констатировал, что это влияние значительно более выражено в углекислоте, чем в воздухе *.

Я изучал более подробно сухой воздух и сухую углекислоту, уменьшая при этом давление до крайнего предела. Общий характер явления остается одинаковым для обоих газов: актино-электрический ток сначала растет, достигает максимума при 3 или 4 мм. давления, а потом убывает. Это хорошо согласуется с тем, что было получено г. Аррениусом, производившим опыты с разреженным газом при обстоятельствах, в достаточной мере сходных с теми, в каких производились наши опыты **.

---

* *Wiedemanns' Annalen*, т. XXXIII, стр. 259 (1888).

** *Там же*, стр. 640. Для некоторого разряда в воздухе, актинический эффект наиболее сильный получается между 300 и 400 мм. давления, согласно г. Э. Видеману (*там же*, стр. 251).

Максимальное значение тока в 4—6 раз большее, чем то, которое соответствует обычному давлению; изменение тока значительно менее быстрое в моих опытах по сравнению с опытами г. Аррениуса.

Даже при самых крайних разрежениях, которых я мог достигнуть, актинический ток был далеко не равен нулю; я не смогу сказать сейчас, зависит ли это от недостаточного вакуума или от чувствительности моего прибора.

Я предполагаю продолжить мои исследования.

9 июля 1888 г.

ОБ АКТИНО-ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ТОКАХ В РАЗРЕЖЕННЫХ ГАЗАХ[1]

Со времени, когда я приступил к моим актино-электрическим исследованиям, я сделал несколько предварительных опытов с разряжением моего сеточного конденсатора в разреженных газах*. Аппарат, который я построил для этого, состоял из цилиндрической коробки из стекла, покрытого лаком (высотой 46 мм. и с внешним диаметром в 87 мм.); коробка закрыта с одной стороны пластинкой кварца (диаметр 69 мм., толщина 5 мм.), с другой — куском металла, в котором вращается микрометрический винт (шаг = 0,36 мм.) с разделенным барабаном. Посеребренный латунный диск находится внутри коробки; он перемещается с помощью указанного винта; при движении диск остается параллельным самому себе и поверхности кварца, — он составляет отрицательную арматуру конденсатора. Внутренняя поверхность кварца посеребрена; на этой посеребренной поверхности нанесены черточки наподобие диффракционной решетки (десять линий на миллиметр); это — положительная арматура.

Так как я был долгое время занят изучением деталей явления, наблюдаемого в воздухе при обычном давлении, то я только совсем недавно смог вновь приняться за изучение высушенного разреженного воздуха.

Коробка соединялась с насосом Шпренгеля, измененного моим препаратором г. Усагиным так, что этот насос мог

[1] Перевод статьи, помещенной в *Journal de Physique* (2), 9, 1890. *(Прим. ред.)*

* *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences,* CVII, стр. 91 (1888) [настоящий том, стр. 267 (*Ред*).].

работать очень быстро и с малым количеством ртути*. Насос был снабжен манометром Мак-Леода. Вследствие наличия запаянных частей и вследствие наличия винта в коробке, разрежение можно было доводить только до 0,005 мм. и только иногда до 0,002 мм. (0,0000027 атм.). Чтобы исключить влияние непрерывных изменений вольтовой дуги, рядом с основным конденсатором была поставлена другая коробка такого же рода (диск и платиновая сетка на неизмененном расстоянии в 3 мм. в сухом воздухе при 1 мм. давления, заряженные 60—100 элементами Кларка).

Этот прибор служит для одновременного контроля**. Два гальванометра одинакового периода и затухания были соединены с этими двумя конденсаторами так, что они представляли собой актино-электрические цепи, освещаемые одним и тем же пучком лучей. Отклонения основного гальванометра приводились на основании одновременных показаний контрольного гальванометра.

На основе изменения условий для основного конденсатора (электродвижущая сила E, расстояние между арматурами l, давление воздуха p) я прихожу к следующим результатам:

1. Когда уменьшается давление без изменения в чем-либо другом, актино-электрический ток i возрастает сначала очень медленно, потом все более и более быстро, достигает максимума при определенном давлении (которое я называю критическим давлением) и потом убывает, приближаясь к конечному пределу***. Кривая $i = \varphi(p)$, которая дает силу тока, как функцию давления, изменяет свою форму, когда изменяют E или l; есть случаи, когда она, повидимому, теряет свой максимум (смотри ниже).

2. Известно, что в воздухе при обычном давлении сила тока вообще растет медленнее, чем электродвижущая сила; увеличивая последнюю, мы понемногу приближаемся к некоторого рода насыщению****. Это более не имеет места для промежуточных давлений и в особенности в областях критических давлений. Но насыщение проявляется снова, и оно делается еще более быстрым и более выраженным, когда

* Описание этого прибора будет опубликовано в *Журнале Русского физико-химического общества*.

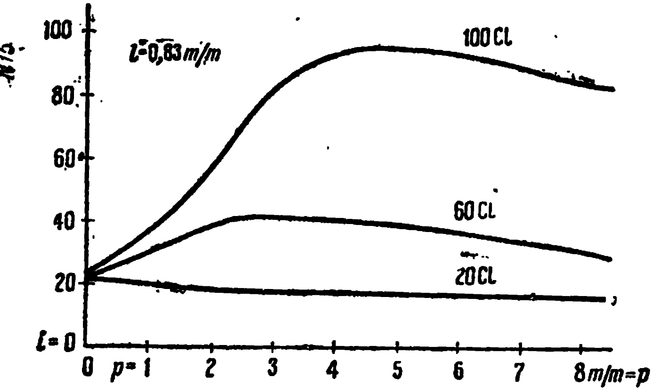
** *Comptes rendus*, т. CVIII, стр. 1241 (1889).

*** *Там же*, т. CVII, стр. 91 (1888).

**** *Там же*, т. CVI, 1179 (1888); т. CVIII, стр. 1241 (1889).

мы переходим к значительным разрежениям; ординаты всех кривых $i = \varphi(p)$, которые мы получаем, изменяя E и l, сходятся к одному и тому же пределу по мере того, как p стремится к нулю.

Один взгляд на прилагаемую диаграмму, начерченную для $l = 0{,}83$ мм., лучше всего выяснит эти соотношения;



чтобы дополнить диаграмму, я добавлю несколько цифр относящихся к этому случаю ($l = 0{,}83$ мм.).

E (кларк)	i
1	11,1 14,2
5	15,8 21,7
20	21,5 23,3
60	22,9 23,2
100	23,3 23,2

Первая из цифр каждой скобки относится к $p = 0{,}02$ мм., вторая — к $p = 0{,}002$ мм. Мы видим, что для $p = 0{,}002$ мм. i становится практически постоянным, начиная с $E = 20$ элементов Кларка; при 100 кларках мы не получаем заметной разницы при понижении давления с 0,02 мм. до 0,002 мм.*.

* Значения i получены в делениях гальванометра, причем

3. В одной из предыдущих заметок* я показал, что в воздухе при обыкновенном давлении ток является *функцией электрического заряда* конденсатора, т. е. $i = f\left(\frac{E}{l}\right)$. Этот закон остается приблизительно точным, пока давление значительно, но он все более и более оказывается неверным по мере того, как воздух становится более разреженным. Например, при одном и том же значении $\frac{E}{l}$, я нахожу:

$\frac{E}{l}$	165 кл. 1,08 мм.	100 кл. 0,655 мм.	60 кл. 0,393 мм.	40 кл. 0,262 мм.
750	$i = 7{,}62$	7,41	7,39	7,33
246	12,64	12,20	11,50	11,45
69	18,37	17,99	17,82	16,76
36	37,8	26,8	22,6	20,8
7,7	491	112,7	48,2	32,7
1,0	64,5	39,9	31,6	28,7

Мы видим, что сближение арматур совсем не компенсирует уменьшения электродвижущей силы, хотя заряды становятся одинаковыми. Различия в числах, находящихся в одной и той же горизонтальной строке, становятся тем более выраженными, чем ближе мы подходим к критическому давлению (которое в данном случае будет около 6 мм.).

4. Хотя одна только величина заряда, т. е. $\frac{E}{l}$ недостаточна для определения кривой $i = \varphi(p)$, ее вполне достаточно, чтобы определить ординату максимума, т. е. критическое давление p_m. Замечательный и вместе с тем простой закон связывает обе величины p_m и $\frac{E}{l}$.

отклонение контрольного гальванометра положено равным 100. Числа, данные в различных сериях, о которых речь впереди, нельзя сравнивать между собой непосредственно; каждую серию надо рассматривать независимо.

* *C. R.*, т. CVIII, стр. 1241 (1889).

Критическое давление пропорционально заряду конденсатора, иначе говоря, $\frac{p_m l}{E} = \text{const}$. Я проверил этот закон в достаточно широких пределах (от 40 до 165 кларков и от 0,25 мм. до 3,7 мм., как показывает следующая таблица:

E(клар.)	l (мм.)	p_m (мм.)	$\frac{p_m l}{E} \cdot 10^4$
165	0,25	25,3	383
165	0,47	13,5	384
65	0,47	5,3	383
100	0,83	4,7	389
65	0,83	3,0	383
60	0,83	2,8	386
65	1,91	1,3	382
65	3,71	0,67	382
40	3,60	0,43	387

Надо добавить, что вид кривых $i = \varphi(p)$, полученных в одних и тех же условиях по отношению к E и l, с течением времени обнаруживал изменения достаточно значительного порядка (без сомнения вследствие неодинакового *утомления* двух конденсаторов)*; тем не менее положение максимума (т. е. величина p_m) оставалось неизменным и могло быть заранее предсказано на основе величины $\frac{E}{l}$.

5. Во всяком случае, если заряд достаточно мал, кривая $i = \varphi(p)$ не имеет максимума. Мы не находим никакого критического давления, кривая непрерывно поднимается по мере разрежения с тем, чтобы перейти к тому же пределу, к которому сходятся, спускаясь, кривые, имеющие максимум. Чтобы показать расположение кривых $i = \varphi(p)$ в области максимума, я даю диаграмму, полученную для $l = 0{,}83$ мм. при $E = 100$, 60 и 20 кларкам; кривая, соответствующая 20 кларкам, не имеет максимума.

---

* *С. R.*, т. CVIII, стр. 1241 (1889).

Чтобы дать представление о функции $i = \varphi(p)$ во всей скале давлений, я приведу здесь серию наблюдений, проведенную при $E = 65$ кларкам и $l = 3{,}71$ мм.

p (мм.)	i	p (мм.)	i
754	8,46	0,64	108,2
152	13,6	0,52	102,4
21	26,4	0,275	82,6
8,8	32,2	0,105	65,8
3,3	48,9	0,0147	53,8
2,48	74,7	0,0047	50,7
1,01	106,8	0,0031	49,5

Закон (4), определяющий критическое давление, повидимому, доказывает, что воздух принимает непосредственное участие в актино-электрической конвекции; трудно представить себе, что такое простое соотношение могло бы осуществляться, если бы дело обстояло иначе. С другой стороны, существование определенного и конечного предела, к которому стремится ток по мере того как p стремится к нулю, подсказывает предположение, что существуют другие причины, которые способствуют этой конвекции. В числе таковых причин может быть прежде всего присутствие паров ртути; далее, это может быть актиническое распыление арматуры, которое становится вероятным после опытов гг. Ленарда и Вольфа.

Я надеюсь дополнить эти исследования, произведя исследования с некоторыми другими газами и парами.

О КРИТИЧЕСКОМ СОСТОЯНИИ ТЕЛ *

(СТАТЬЯ ВТОРАЯ)

(С 2-мя таблицами чертежей)

Простая и глубокая мысль Андрюса о критическом состоянии тела, разработанная с теоретической стороны ван дер Ваальсом, Клаузиусом и Максвеллом, а с опытной — прежде всего и более всего трудами М. П. Авенариуса и его учеников (Зайончевского, Надеждина, Страуса), затуманивается в последнее время целым рядом „возражений“ и „новых фактов“, будто бы побуждающих пересмотреть вопрос в его основах и изменить руководящие положения.

Внимательно читая статьи Жамена, Кайльете, Вроблевского и др. на эту тему, я прихожу к тому выводу, что все высказанные ими возражения теоретического свойства основываются на недоразумениях (иногда весьма наивных), а новые факты либо отлично укладываются в прежнюю схему и служат ей новыми опорами, либо, по меньшей мере, никак не могут подорвать ее, хотя бы, по сложности своей, и не могли быть теперь же разъяснены во всех деталях.

Так как самое существование такой литературы доказывает, что упомянутые идеи (буду просто называть их идеями Андрюса) не всеми физиками ясно поняты и прослежены, то нижеследующие заметки могут оказаться небесполезными и не лишенными интереса.

---

* Читано в Отделении физических наук Имп. общества любителей естествознания 10 января 1892 г.

§ 1. По идеям Андрюса, при постепенном нагревании какой-либо жидкости встречается такая предельная (*критическая*) температура, начиная с которой *жидкость отождествляется со своим насыщенным паром*; за этим пределом, вместо *двух* существенно различных агрегатных состояний, соответствующих одному и тому же давлению и одной и той же температуре, существует уже только *одно* состояние. Эти одиночные, непарные состояния могут по своим физическим свойствам (по плотности, преломлению света и пр.) напоминать либо пар, либо жидкость, смотря по величине давления; но от обыкновенных паров они отличаются *невозможностью сжижения при постоянной температуре* (без охлаждения), а от жидкостей — *невозможностью испарения при постоянной температуре*. Определеннее говоря, тело, находящееся в одном из таких состояний, неспособно, без охлаждения до критической температуры (точнее сказать, до температуры, лежащей хотя бы на бесконечно малую величину ниже критической), распадаться на две физически различные части.

§ 2. *При* критической температуре (будем называть ее t_c — по Цельсию, T_c — по абсолютной шкале) вещество может быть взято под таким давлением, что будет, так сказать, бесконечно близко стоять к собственно жидкому состоянию и в то же время бесконечно близко к состоянию насыщенного пара. Это будет тогда, когда давление равно тому пределу, к которому стремится давление насыщенного пара с повышением температуры до t_c. Тело при критической температуре *и при этом давлении* называется телом *в критическом состоянии*; его плотность и удельный объем по предыдущему вполне определенные и не представляют той двузначности, какая явится при бесконечно малом понижении температуры. Давление и объем тела, находящегося в критическом состоянии, называются *критическим давлением*, *критическим объемом*. Обозначим их через P_c, V_c.

Отсюда видно (и это следует помнить), что *тело, взятое при критической температуре, не всегда бывает в критическом состоянии*: нужно еще для этого, чтобы давление было вполне определенное. При той же температуре t_c, но при давлениях более высоких, чем P_c, тело стоит ближе к жидкому состоянию — в том смысле, что с понижением температуры (без изменения объема) оно обратится в жидкость. Напротив, при температуре t_c и при давлении более низком, чем P_c, тело ближе к пару — в том смысле, что с охлаждением при постоянном объеме обращается в пар (сухой, насыщенный или же перегретый). Из *критического состояния* (T_c, P_c, V_c) тело, при охлаждении при неизменном объеме, распадается на две части — на жидкость и насыщенный пар, в пропорции, вполне определенной для каждой температуры.

§ 3. Андрюс, на основании своих опытов над угольным ангидридом CO_2, представил диаграмму изотерм этого тела, выясняющую все эти, вкратце повторенные здесь отношения. Ван дер Ваальс первый вывел из теоретических соображений такое „уравнение состояния" тела (зависимость между p, v и t), которое дает изотермы того же характера, как найденные Андрюсом из опытов. Существенная разница оказалась только в том, что теоретическая изотерма указывает на возможность однородных состояний вещества даже и при тех условиях, где на практике мы обыкновенно встречаем разнородность (часть в жидком виде, часть в виде пара). Теоретическая изотерма, для температуры $t < t_c$, вместо части прямолинейной (параллельной оси объемов) представляет волнистый изгиб, существование которого еще ранее было предположено Джемсом Томсоном; точки этого изгиба соответствуют, однако, состояниям мало устойчивым, которые поэтому мало исследованы, хотя по указаниям опыта, несомненно, существуют, или даже — состояниям вполне неустойчивым.

Убедившись, что уравнение ван дер Ваальса не передает всех подробностей опытов Андрюса, Клаузиус дал несколько измененное уравнение — сначала в специальной, потом в более общей форме *. Первое уравнение Клаузиуса имеет вид

$$p = \frac{RT}{v - \alpha} - \frac{c}{T(v + \beta)^2},$$

где T — абсолютная температура, R, α, β и c — постоянные. Это уравнение, как и ван дер Ваальсово, для $T < T_c$ дает, при данном p, три величины для v; выше же T_c — только одну. Критическая температура T_c, критический

* Wied. Ann., 9, 337 (1880); 14, 279, 692 (1881); Mechanische Wärmetheorie, 2 Aufl., Bd. III, 184, 215, 227.

объем V_c и критическое давление P_c определяются по постоянным R, α, β и c следующим образом:

$$T_c = \sqrt{\frac{8c}{27R(\alpha+\beta)}}, \quad V = 3\alpha + 2\beta, \quad P_c = \frac{RT_c}{8(\alpha+\beta)}.$$

Из самого уравнения видно, что R есть коэффициент термического расширения тела при $T=\infty$ и $p=1$, что α есть *minimum* объема, достигаемый при $p=\infty$ (прямая $v=\alpha$ есть общая асимптота всех изотерм). Остальные постоянные c и β не имеют столь простого физического значения.

Для CO_2, стараясь возможно ближе удовлетворить опытным данным Андрюса, Клаузиус принял

$$R=0{,}003688, \quad c=2{,}0935, \quad \alpha=0{,}000843, \quad \beta=0{,}000977,$$

предполагая, что p измеряется в атмосферах, а за единицу v принят объем углекислого газа при 1 атм. и 0° С. Отсюда находим

$$T_c=303{,}996° \ (t_c=30{,}996°), \quad P_c=77{,}001°, \quad V_c=0{,}004483.$$

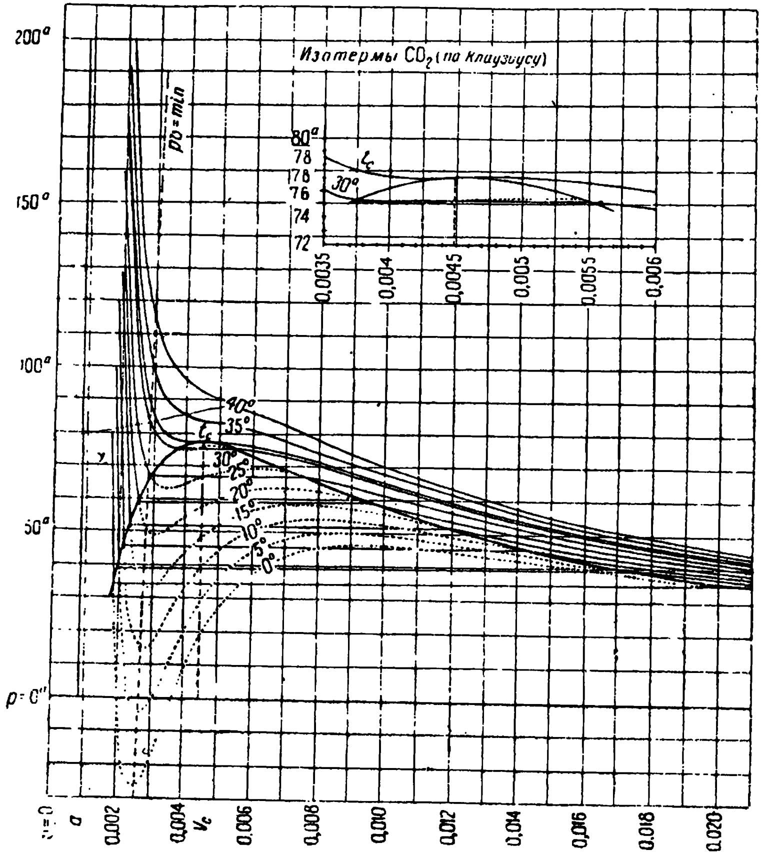
Недавно опубликованные опыты Амагà* побуждали бы вновь перевычислить постоянные для CO_2 и даже, может быть, обратиться к формуле более сложной (ко второму уравнению Клаузиуса), подобно тому как это сделал Сарро́ после первой серии опытов Амагà; но существенные черты явлений передаются и прежней формулой, с прежними постоянными. Мы остановимся поэтому на ней. Те соображения, которые сделаем по поводу CO_2, мы вправе распространить и на другие вещества, так как и для них оказались пригодными формулы подобного типа**.

В прилагаемой таблице (стр. 281) даны соответственные величины v и p для температур от 0 до 40° С, через

* *C. R.* **113**, 446 (1891).

** Например для эфира [Clausius, *Wied. Ann.* **14**, 692 и Battelli, Sulle proprietà termiche dei vapori, parte I (1889)]; для воды [Clausius, *l. c.* и Cailletet et Colardeau, *Journ. d. Ph.* (2), **10**, 333 (1891)]. Против формулы Клаузиуса, даже в ее общем виде, возражал Тизен [*Wied. Ann.*, **24**, 467 (1885)], в частности, по поводу эфира; но этим возражениям нельзя приписать того решительного значения, какое признает за ними автор (особенно после только что упомянутой новой работы Баттелли). Неполное согласие с опытом по некоторым пунктам указывает лишь на то, что наилучшая форма уравнения и наилучшие числовые значения постоянных не были отысканы.

каждые 5°, а также для критической температуры (t_c) *; по этим данным составлен черт. 1. Этот чертеж полезно иметь в виду при обсуждении нижеследующих пунктов. На нем, кроме изотерм, намечены и некоторые другие линии.



Черт. 1.

---

* Такие вычисления делал Blümcke, *Zeit. der Ver. deutscher Ingen.* **30** (1886), 110; но в его таблицах есть пробелы, а также ошибки или опечатки (например 84,575 вместо 85,40; 15,7 вместо 9,34; 60,74 вместо 60,69 и пр.). Наиболее важные для моих чертежей цифры я вычислил вновь.

§ 4. Та прямолинейная (параллельная оси v) часть, которая на практике заменяет известную (пунктиром обозначенную) долю теоретической изотермы (имеющей значение для *однородного* вещества) и относится к *смеси* жидкости и пара, не дается непосредственно уравнением состояния.

$v =$	$t =$									
	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	t_c	35°	40° C
0,020	35,18	36,40	37,67	38,92	40,17	41,40	42,63	**42,87**	43,85	45,16
0,017	38,59	40,15	41,71	43,30	44,77	46,28	47,78	**48,08**	49,27	50,75
0,015	41,08	42,92	44,74	46,55	48,34	50,11	51,87	**52,21**	53,61	55,34
0,012	44,70	47,17	49,62	52,03	54,42	56,79	59,13	**59,35**	61,45	63,75
0,010	46,31	49,47	52,59	55,67	58,71	61,72	64,69	**65,27**	67,64	70,56
0,009	46,39	50,04	53,64	57,18	60,69	64,16	67,58	**68,25**	70,97	74,17
0,008	45,52	49,80	54,03	58,21	62,32	66,38	70,40	**71,19**	74,37	78,29
0,007	43,01	48,15	53,27	58,28	63,22	68,10	72,91	**73,86**	77,67	82,37
0,006	37,70	44,10	50,43	56,63	62,76	68,80	74,75	**75,92**	80,63	86,44
0,0055	33,39	40,64	47,78	54,80	61,71	68,53	75,26	**76,58**	81,80	88,43
0,005	27,54	35,83	44,00	52,03	59,94	67,73	75,41	**76,98**	82,99	90,46
V_c	19,87	**29,06**	**38,59**	**47,96**	**57,19**	**66,28**	**75,23**	**77,00**	**84,06**	**92,77**
0,004	9,34	20,74	31,98	42,99	53,83	64,53	75,03	**77,11**	85,40	95,46
0,0035	— 3,66	10,16	23,74	37,09	50,22	63,14	75,86	**78,87**	88,40	100,76
0,008	—18,06	— 0,80	16,16	32,83	49,22	65,37	81,24	**84,86**	96,87	112,27
0,00275	—24,10	— 4,51	14,74	33,66	52,26	70,56	88,57	**92,18**	106,32	123,80
0,0025	—26,72	4,17	17,99	39,71	61,13	82,17	102,88	**106,97**	123,28	143,40
0,00225	—20,82	5,53	31,42	56,86	81,86	106,49	130,73	**135,52**	154,61	178,14
0,002	4,94	36,44	67,40	97,82	127,76	157,23	186,22	**191,96**	214,82	243,01
0,00175	78,87	117,74	155,97	193,56	230,58	267,03	302,95	**304,87**	338,36	373,29

Чтобы найти для температуры T давление насыщенного пара P, и, следовательно, назначить прямолинейную часть $p = P$ изотермы, нужно, как показали Максвелл и Клаузиус, рассечь теоретическую изотерму в области ее волнистого изгиба, таким образом, чтобы по обе стороны секущей прямой (на чертеже горизонтальной) образовались равные криволинейные площади. Аналитически эта задача решается через исключение s и σ из трех уравнений:

$$P = \frac{RT}{\sigma - \alpha} - \frac{c}{T(\sigma + \beta)^2} = \frac{RT}{s - \alpha} - \frac{c}{T(s + \beta)^2},$$

$$\frac{P}{RT}(s - \sigma) = \log_e \frac{s - \alpha}{\sigma - \alpha} - \frac{c}{RT^2}\left(\frac{1}{\sigma + \beta} - \frac{1}{s + \beta}\right).$$

Здесь σ, s суть объемы жидкости и насыщенного пара, которые в свою очередь будут найдены, когда определится P.

Вычисление P, s и σ для всякой температуры может быть сделано при помощи особой таблицы, составленной Клаузиусом. В нашем случае находим:

t	σ	s	P
0°	0,001870	0,02097	34,11
5	0,001985	0,01749	39,51
10	0,002121	0,01455	45,45
15	0,002301	0,01203	51,97
20	0,002540	0,009812	59,10
25	0,002903	0,007764	66,85
30	0,003714	0,005513	75,25

С приближением к критической температуре объемы σ и s стремятся к равенству; но не далее как за 1° до t_c они остаются еще, как видим, весьма различными (в отношении 1 : 1,485). Соединяя на диаграмме точки σ и точки s, получаем одну непрерывную кривую (*пограничную кривую*); у своей вершины она имеет соприкосновение 2-го порядка с горизонтальной прямой, а также и с критической изотермой (имеющей здесь точку перегиба *).

Ни точки σ, ни точки s, как видим, не лежат на прямой параллельной оси p, т. е. не соответствуют равным объемам. Чем ближе температура к t_c, тем больше становится σ, тем меньше становится s. В непосредственной близости к критической температуре, при $T = T_c - \tau$ (где τ — бесконечно малая), имеем $\sigma = V_c - \varepsilon$ и $s = V_c + \varepsilon$, где ε — бесконечно малая низшего порядка, так что $\frac{\varepsilon}{\tau} = \infty$ **.

* Это последнее обстоятельство и побуждало некоторых экспериментаторов думать, что при t_c объемы s и σ остаются неравными. Об этом см. в моей прежней статье, *Журн. ф.-х. общ.*, **14** (II), 167 [Настоящий том стр. 198 (*Ред.*)]

** Это всего яснее видно из клаузиусовых разложений величин $W = s - a$ и $w = \sigma - a$ по степеням некоторой $\lambda = f(T)$, обращающейся в нуль при $T = T_c$, и из замечания в конце статьи (*Wied. Ann.*, **14**, 287, 289 или Mech. Wärmetheorie, 2 Aufl., **3**, 229, 224).

§ 5. При весьма высоких температурах изотермы принимают вид равносторонних гипербол, имеющих асимптоты $v = \alpha$ и $p = 0$. Но, вообще говоря, даже и выше t_c изотермы отличаются как от гипербол $pv = \text{const}$, так и от гипербол $p(v - \alpha) = \text{const}$. Произведение pv, вместо того чтобы оставаться постоянным на всем протяжении изотермы или всегда убывать при убывающем p, имеет при некоторой величине p_m свой *minimum*. Существование такого minimum'а для всех газов (отступающих от закона Мариотта) впервые ясно обнаружено опытами Амага̀. В своих новейших исследованиях* он дает для CO_2 следующие величины p_m, при которых $pv = \text{min}$:

$t = 0°$	10°	20°	30°	40°	50° и т. д.
$p_m = 854$	45	57	76	101	124 атм.
$P = 34{,}4$	44,4	56,4	70,7 атм.		

Нижняя строка содержит оказавшиеся из опытов давления насыщенного пара. Мы видим, что хотя при низших температурах p_m и P, повидимому, совпадают, но при более высоких (30°), несомненно, $p_m > P$, и разница лежит вне ошибок наблюдения.

Такое же свойство можно обнаружить и для теоретических изотерм Клаузиуса. Каждая из них представляет $pv = \text{min.}$ при объеме v_m, соответствующем действительному корню уравнения

$$\frac{(v-\alpha)^2 (v-\beta)}{(v+\beta)^3} - \frac{\alpha R T^2}{c} = 0.$$

Разыскивая эти корни для некоторых величин T, находим

t	v_m	p_m	$p_m v_m$
0°	(0,002612	—26,20)	
15	(0,002736	+33,82)	
30	0,002867	84,49	0,24226
45	0,0030055	127,25	0,38245

* *C. R.*, **113**, 450.

По этим точкам на черт. 1 нанесена кривая (почти прямая) линия. Для тех температур, где $p_m < P$, полученную точку придется заменить на практической изотерме левой точкой (σ) пограничной кривой. Таким образом, практическая кривая $pv = \min.$ в нижней части чертежа будет сливаться с пограничной кривой, но потом (около 24°) ответвляется от нее и поднимается круче ее в область верхних изотерм.

Итак, каков бы ни был физический смысл условия $pv = \min.$, несомненно, что и по опытным данным, и по формулам Клаузиуса это условие не стоит в связи с процессом сжижения и выполняется даже при тех высоких температурах, где о сжижении не может быть речи.

Амагà проследил кривую $pv = \min.$ до $t = 258°$, причем находит, что самая величина $p_m v_m$ сперва возрастает вместе с p_m, а потом (около 200°) начинает уменьшаться. Подобное же течение имеет кривая вычисленная, она дает:

для $t = 200°$,	$v_m = 0{,}005091$,	$p_m = 846{,}5$,	$p_m v_m = 4{,}309$
300°	0,007767	392,5	3,049,

т. е. также при высоких p (вне пределов нашего чертежа) заворачивает вниз. Кривая вычисленная далеко не совпадает с опытной кривой Амагà, но общий характер их один и тот же.

§ 6. В 1886 г. появилась статья С. Вроблевского*, в которой будто бы доказывается несостоятельность (Unhaltbarkeit) взглядов Андрюса (der gewönlichen, seit Andrews populär gewordenen Auffassung). Та известность, какую приобрел покойный краковский физик своими блестящими опытами по сжижению газов, предрасполагает читателя в пользу его статьи; между тем легко обнаружить, что приводимые в ней аргументы проистекают из весьма странных недоразумений и не выдерживают критики.

Вроблевский строит для CO_2 особого рода диаграмму, взяв за координаты T и p и проводя *изопикны* (кривые равной плотности)**. Он пользуется при этом формулой Сарро́ (несколько измененной формой уравнения Клаузиуса),

* *Wied. Ann.*, **29**, 428.

** Такие же кривые, под именем изохор, вычертил впоследствии Баттелли для паров эфира, на основании собственных наблюдений (*Memorie della Reale Academia delle Scienze di Torino* (2), 60 (1889), tav. IV) близко представлявшей все дотоле известные свойства CO_2. Но кроме того, Вроблевский независимо наносит на тот же чертеж кривую упругостей насыщенного пара („кривую сжижения“, Verflüssigungscurve), по опытам Реньо и Пикте́, и кривую минимальных pv, т. е. $p_m = f(T)$, по опытам (прежней серии) Амага̀, хотя обе эти кривые могли бы быть вычислены по той же формуле Сарро̀.

В самом начале статьи Вроблевский делает странную ошибку, утверждая, будто две изопикны никогда не могут пересекаться; между тем как несомненный и независимый от какой-либо теории факт существования тела в двух состояниях, при одинаковых P и T, прямо говорит противное. Далее, автор почему-то думает, что ни одна изопикна не должна пересекать „кривой сжижения“. Находя, что построенные им изопикны пересекаются одна с другой и пересекают кривую сжижения, Вроблевский ставит это в вину формуле Клаузиуса-Сарро́. Он полагает, что на самом деле изопикны должны, подходя к кривой сжижения, расстилаться вдоль нее (sich dicht an die Verflüssigungscurve anschliessen). Самая кривая сжижения попадает таким образом в число изопикн, и автор именует ее *критической изопикной*. Между тем кому же неизвестно, что *жидкость под давлением насыщенного пара* тем плотнее, чем ниже это давление (т. е. чем ниже температура), а *насыщенный пар* — наоборот?

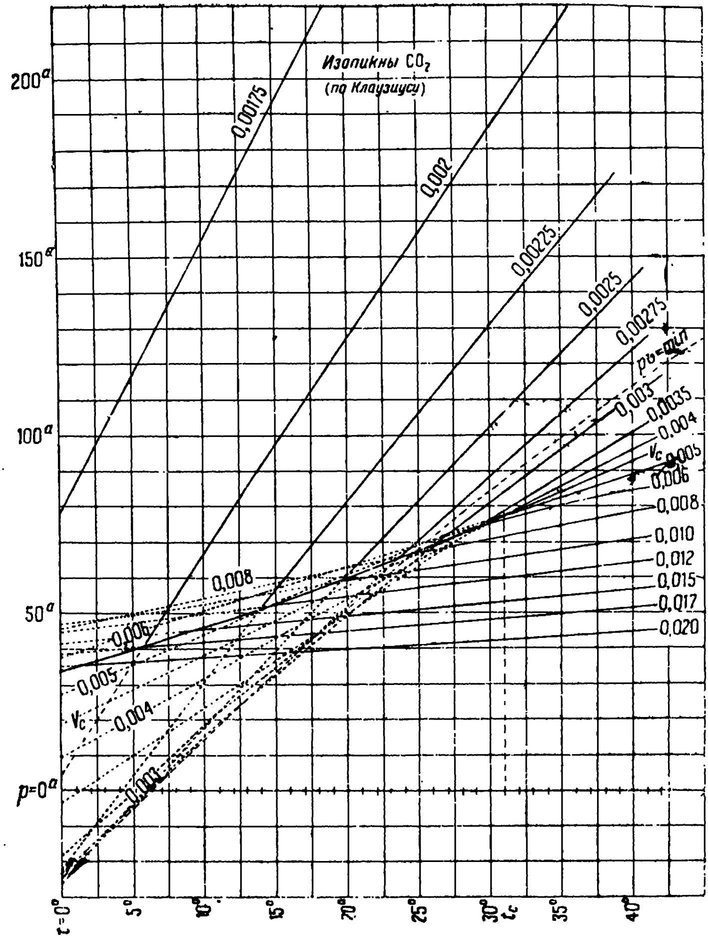
Кривую Реньо-Пикте (доходящую до 30°) и кривую Амага̀ (начинающуюся с 35°) Вроблевский считает за части *одной* кривой, „так как и кривая сжижения есть не что иное, как кривая наименьших значений произведения vp“. Здесь опять странное недоразумение. Несомненно, что для смеси жидкости и пара, *остающейся под постоянным давлением P*, произведение pv получит наименьшую величину ($= P\sigma$), когда все вещество будет в виде жидкости; но это не значит, что $P\sigma$ есть наименьшее из значений, какие может иметь pv *при данной температуре*. Между тем Амага̀ дает именно *minima pv при постоянной температуре*. Если *в этом* смысле разыскивать *minima* для температур ниже t_c, то, как мы видели, и по формуле Клаузиуса, и по опытным данным Амага̀ (новой серии, где даны результаты и для 0—30°), совершенно ясным становится, что, начиная примерно с 20 или 25°, точка $p_m v_m$ соответствует более высокому давлению, чем P. Чем выше температура, тем резче расходятся кривая сжижения и кривая minimum'ов, и нет никакой возможности считать вторую за продолжение первой.

Между тем Вроблевский, ошибочно принимая кривую сжижения за изопикну и кривую Амагà — за продолжение той же изопикны, приходит к отрицанию критической точки Андрюса и думает, что какое-то, хотя бы и незаметное, сжижение происходит и при более высоких температурах. Так как критическую температуру определяли, между прочим, как такую, при которой скрытая теплота испарения обращается в нуль, то Вроблевский пытается убедить нас, что и это неверно; к несчастию, опыт, приводимый им в доказательство, доказывает только, что при обыкновенном испарении жидкость охлаждается! По мнению нашего автора, всякая точка его мнимой „критической изопикны", продолжающейся без конца, играет одинаковую роль. Вместо учения о критической температуре мы приглашаемся принять новое понятие о „критической плотности", как о наименьшей плотности, какую тело может иметь как жидкость, — die kleinste Dichtigkeit, welche der Körper als Flüssigkeit haben kann(?).

Вся эта поистине жалкая аргументация сплетается из весьма странных ошибок суждения и не заслуживала бы ни малейшего внимания, если бы не была подписана именем выдающегося экспериментатора. Автор просто запутался в своем чертеже изопикн. Попробуем в нем разобраться.

На нашем черт. 2 проведены изопикны, построенные по уравнению Клаузиуса (с вышепринятыми постоянными), и тут же обозначены, вычисленные по тому же уравнению, „кривая сжижения" (кривая упругости насыщенного пара) и кривая минимальных pv, причем координатами служат p и t.

Мы видим, что изопикны мало отличаются от прямых линий. В каждой точке кривой сжижения встречаются под углом две изопикны: идущая сверху относится к жидкости, идущая снизу — к пару. Пересекая кривую сжижения, они продолжаются и по другую ее сторону; но эти продолжения (обозначенные пунктиром) относятся к тем неустойчивым состояниям, которые соответствуют волнообразным изгибам изотерм. При этом изопикны жидкого состояния пересекают кривую сжижения в двух точках (в пределах чертежа это прямо видно для изопикны $v = 0{,}005$), изопикны пара — только в одной. Границей тех и других служит *изопикна* *критического объема*, для которой две точки пересечения сливаются в одну и которая таким образом касается кривой сжижения по верхней точке (t_c, P_c) последней.



Черт. 2.

Такова система изопикн для *однородного* вещества. Если бы мы хотели иметь в виду и те *разнородные* состояния (смеси жидкости с паром), которые изображаются прямо-линейными частями изотерм, — пришлось бы прибавить, что в каждой точке кривой сжижения объем может иметь не только те два значения, которые соответствуют двум сходящимся здесь изопикнам, но и все промежуточные значения, т. е. что объем становится здесь в широких пределах неопределенным. На основании этого можно, пожалуй, воображать себе, что всякая изопикна, дойдя до кривой сжижения, имеет затем эту последнюю (вниз от точки встречи) как бы своим продолжением. Если *это* смутно имел в виду Вроблевский, то напрасно он жалуется, что формула Клаузиуса не дает такого результата: *непосредственно* она не дает его, так как вообще не говорит ни о смесях, ни о кривой сжижения; но при той обработке, которая, как мы видели, требуется этими вопросами, из формулы Клаузиуса все это извлекается. Заметим, однако же, что несмотря на это кажущееся слияние всех изопикн с частями кривой сжижения, назвать эту последнюю изопикной в собственном смысле слова невозможно, ибо переход вещества по ней может совершаться как с неизменной плотностью, так и с плотностью, изменяющейся в широких пределах. Притом указанное слияние изопикн есть действительное, математическое совмещение, а видеть вместо того какой-то тонкий пучок близких, но не совпадающих кривых („Sämmtliche Isopyknen... vereinigen sich... zu einem Bündel dicht aneinander sich anschliessender Curven, ohne jedoch zu einer Curve zusammenzufallen“). [„Все изопикны соединяются в пучок плотно прилегающих друг к другу кривых, но однако они не сливаются в одну кривую“. (*Ред.*)], как воображает себе Вроблевский, не представляется никакого — ни теоретического, ни экспериментального — повода.

Все эти неудобные усложнения, проистекающие из желания рассматривать *смеси* жидкости с паром, становятся весьма естественными, если только вспомним, что для таких смесей *объем не определяется координатами* (p, t), а следовательно, чертеж изопикн для таких разнородных состояний не имеет смысла. Этого-то странным образом не доглядел Вроблевский. Дело станет особенно ясным, если будем не только говорить о плоских чертежах, но воображать себе ту „поверхность состояний“ ($f(p, v, t) = 0$), коей проложениями они являются. Поверхность для однородного вещества, выражаемая формулой Клаузиуса, обладает свойством, что данным значениям p, t соответствует либо одно значение, v, либо три таковых. Но вводя практические изотермы, т. е. говоря о смесях, мы срезываем часть поверхности, заменяя ее сегментом цилиндра, ось которого идет параллельно оси v, а поперечное сечение соответствует кривой $P=F(t)$. Этот сегмент ограничен в пространстве кривой, которой проложением на плоскость (p, v) служит „пограничная кривая", а проложением на плоскость (p, t) — „кривая сжижения" (кривая упругости насыщенного пара) $P=F(t)$. В этом последнем проложении вся поверхность цилиндрического сегмента сливается в одну кривую линию; обе части контура сегмента (часть σ и часть s) и все линии, какие можно провести по сегменту, либо перпендикулярно к образующим (изопикны), либо иначе, — на плоскости (p, t), изображаются одной линией.

Кривая минимальных pv (т. е. проложение соответственной кривой, идущей в пространстве, на плоскость p, t) также построена на нашем новом чертеже. Мы видим, что она пересекает кривую сжижения ниже точки (P_c, t_c) и пересекает, в одной или в двух точках, изопикны однородного вещества. Это уже не случайность, которую можно было бы приписать тому, что мы пользуемся на одном и том же чертеже результатами различных, плохо гармонирующих между собой наблюдений: у нас все кривые вычислены по одной и той же основной формуле. Имея в виду смеси жидкости и пара, мы могли бы опять сказать, что кривая $pv=\min.$, дойдя сверху до кривой сжижения, продолжается далее вниз по этой последней; но опять-таки выразиться таким образом будет неловко, ибо, так как точки кривой сжижения в этом случае соответствуют неопределенным объемам, то при переходе по ней условие $pv=\min.$ может удовлетворяться, но может и не удовлетворяться. Построением в пространстве дело опять выясняется: заменяя часть „поверхности состояний" цилиндрическим сегментом, мы отрезали нижнюю часть минимальной кривой, и роль устраненной части переходит к тем точкам сегмента, которые для каждой данной образующей дают наименьшую величину v, т. е. к точкам σ. Эти-то точки, т. е. внутренний (по отношению к началу координат) край цилиндрического сегмента, и составят продолжение линии $pv=\min.$

Таким образом рассуждения Вроблевского сводятся к тому, что вытекающие из сущности дела неудобства им же избранного чертежа он пытается устранить произвольными и ошибочными „поправками“ самих явлений.

В заключение статьи Вроблевский говорит о трудности обычного определения критической температуры (по исчезанию и появлению раздела между жидкостью и паром), видя в этом новый аргумент против точки зрения Андрюса. Об этом вопросе мы будем говорить далее.

§ 7. Еще ранее Вроблевского другой известный физик Жамен предлагал несколько сходные и не менее неосновательные рассуждения по поводу диаграмм Андрюса *. Он пытался извлечь новые следствия простой переделкой чертежа: чертятся те же изотермы, только вместо p и v координатами берутся p и $1/v$. Понятно, что новая диаграмма могла передать только то, что было в прежней; она могла, правда, ярче выставить тот или другой пункт, но могла и затемнить дело. Последнее, к сожалению, и случилось. На прежнем чертеже обе части пограничной кривой (часть σ и часть s) имеют заметную кривизну; на новом они изобразились почти прямыми линиями. Жамен смело продолжает эти две прямые до их пересечения, которое оказалось около $t = 35°$: следовательно, говорит он, сжижение бывает и при 35°, хотя оно здесь совершается незаметно. Таким образом, на основании грубой экстраполяции отрицаются результаты аккуратного и всестороннего исследования. В „подтверждение“ своих мыслей Жамен рассматривает, как изменяется плотность CO_2 в зависимости от t и p. Всякий раз, когда коэффициент термического расширения сильно увеличивается, автор заключает: значит, тут происходит обращение жидкости в пар; там, где плотность быстро увеличивается с повышением p, подозревается процесс сжижения. По этой логике пришлось бы воду между 0 и 4° вычеркнуть из списка жидкостей за то, что ее коэффициент термического расширения здесь отрицательный, и признать здесь какое-то новое состояние агрегации. Самого Жамена его „идеи“ доводят до такого открытия, что „на водород при обыкновенных температурах и 3—4 атм. давления следует смотреть как на жидкость“ (!). Этим все сказано, далее этого трудно итти в игре словами.

---

* *Comptes rendus* **97**, 10; *Journ. de Phys.* (2), 2, 393 (1883). Мысли, напоминающие отчасти Жамена, отчасти Кайльете, развивал еще прежде Рамсей; в моем очерке я разбираю только наиболее типические статьи.

В другой своей статье * Жамен высказывается еще решительнее. Он не довольствуется произвольным повышением цифры критической температуры на несколько градусов, но прямо говорит, что сжижение происходит при *всевозможных* температурах; только, начиная с критической температуры Андрюса, оно происходит без скрытой теплоты, причем жидкость смешивается (mêlé et confondu) с своим насыщенным паром **. То-есть—одно из двух: либо одна фраза уничтожает другую; либо приходится принять мистическое представление о двух различных, но неразличимых состояниях, переходящих одно в другое без затраты энергии, что противно всякой физике и слишком смахивает на древние qualitates occultae [скрытые качества (*Ред.*)].

В подтверждение своей теории, будто бы позволяющей предвидеть новые факты, Жамен указывает на опыты Кайльете (1880 г.) с газовыми смесями. Подобные опыты были повторены в различной форме и после, а в сущности впервые деланы еще ранее самим Андрюсом (1876 г.); сами по себе они очень интересны, но здесь совершенно незаконно приводятся в опровержение андрюсовой теории.

§ 8. Французские экспериментаторы, рассуждавшие по поводу опытов над смесями, считали как бы несомненным, что критическая температура газа легче сжижаемого (например, CO_2) не должна изменяться от примеси газа, труднее сжижаемого (например, воздуха), — если только идея

---

* *C. R.* **96**, 1448; *Journ. de Phys.* (2), **2**, 391 (1883).

** „La pression de liquefaction augmente rapidement avec la température sans limites connues, mais sans cesser d'exister et sans changer de caractère à un point critique quelconque.

„A partir du point critique et au delà, le liquide est mêlé et confondu avec sa vapeur saturée;

„à partir du point critique et au delà, il n'y a plus de chaleur latente;

„à partir du point critique et au delà l'état liquide est confondu avec l'etat gazeux“.

[„Давление, при котором происходит сжижение, быстро увеличивается с температурой, не приближаясь к какому-нибудь пределу, не прекращая своего существования и не меняя своего характера при какой бы то ни было критической точке.

„Начиная с критической точки и выше, жидкость смешивается и сливается со своим насыщенным паром;

„начиная с критической точки и выше, не существует больше скрытой теплоты;

„начиная с критической точки и выше, жидкое состояние сливается с газообразным. (*Ред.*)].

о критической температуре вообще состоятельна. Другими словами, имея перед собой смесь двух тел, забывали, что это смесь. Сам Андрюс * относился к делу иначе. Он совершенно правильно рассуждает, что ожидать независимости критических условий одного газа от примеси другого газа — значило бы признавать безо всяких ограничений закон Долтона. И опытные данные, и указания кинетической теории убедительно говорят нам, что мысль о полной независимости одного газа от присутствия другого не может быть принята, — что знаменитый закон Долтона имеет силу только для газов, достаточно разреженных и далеких от сжижения.

Из своих опытов над смесями CO_2 с воздухом Андрюс нашел, что присутствие воздуха понижает критическую температуру: с 31° она может спуститься до 0° и ниже, смотря по процентному содержанию двух газов. Русский физик, г. Страус, занимаясь у проф. Авенариуса определением смесей двух жидкостей, предложил весьма простую эмпирическую формулу, по которой критическая температура смеси вычисляется по объемному содержанию составных частей и по их критическим температурам **. Если эта формула и не имеет общего значения ***, то весьма замечательно, что она дала возможность г. Страусу, ранее прямых опытов, предсказать критическую температуру воды по наблюдениям над водными растворами алкоголя и эфира ****: выведенная им цифра (370°) близко подходит к найденной впоследствии Надеждиным (358°) и к полученным в недавнее время цифрам Баттелли (364,3°) и Кайльете́-Коларду́ (365°). Свою формулу г. Страус распространяет и на смеси двух газов, пытаясь объяснить результаты Андрюса и Кайльете́ (эти последние — едва ли удовлетворительно). В последнее время тот же вопрос, и с опытной, и с теоретической стороны, трактуется в обширном исследовании кн. Голицына *****; его выводы с опытами Андрюса согласуются довольно хорошо.

---

* *Phil. Mag.*, (5), **1**, 78; подробнее в посмертном мемуаре, *Phil. Trans.*, **178**, 45 (1887).

** *Журн. Ф.-Х.-Общ.*, **12** (II) 207 (1880). Формулу называют иногда именем Павлевского, но первенство, как кажется, принадлежит г. Страусу.

*** Golitzine, *Wied. Ann.*, **41**, 601 и сл.

**** *Журн. Ф.-Х. О.*, **13** (II), 270 (1881); **14** (II), 510 (1882).

***** Ueber das Dalton'sche Gesetz, Strassburg, 1890; *Wied. Ann.* **41**, 588, 770 (1890).

Один этот факт, что смесь двух газов, рассматриваемая как однородное тело, имеет свою особую критическую температуру, объясняет уже многое, но, повидимому, не все. Опыты Кайльете́, ван дер Ваальса и др. показывают, что в такой смеси видимая граница между жидкостью и паром может исчезнуть от одного повышения давления при температуре ниже нормальной критической температуры смеси. Андрюс — который, как оказалось из его посмертного мемуара *, также делал подобные наблюдения, пришел к убеждению, что смесь не всегда сохраняет во всей своей массе однородный состав. При сжижении воздуха Вроблевский получал два жидких слоя, в которых анализ показал различное процентное содержание кислорода и которые лишь исподволь утрачивали заметный раздел **.

Эти то явления ставились в упрек андрюсовым идеям. Сознаваясь, что вопрос о смесях нельзя считать исчерпанным, мы не видим повода, чтобы те усложнения, которые здесь представляются и возможность которых видна a priori, можно было распространять и на более простой случай несомненно однородного вещества ***.

§ 9. Интересным, но неубедительным приемом, Кайльете́ в сообществе с Готфейлем, а потом с Колардо **** старался показать возможность сжижения при температурах выше критической.

В стеклянной трубке известного аппарата Кайльете́ заключен, над ртутью, углекислый газ; вверху трубки помещено некоторое количество иода, а ртуть, для предохранения от J, смочена серной кислотой. Иод — говорят исследователи — растворяется в *жидкости* CO_2, образуя особого рода окраску и особый характерный спектр поглощения, отличный от спектра J; в *газе* же CO_2 иод не растворяется. Присутствие этой окраски и этого спектра считалось непогрешимым признаком, что в данной части снаряда CO_2 находится в жидком состоянии.

В сущности мы и здесь имеем смесь, да еще не двух, а трех тел — CO_2, J и H_2SO_4. Можно, однако, думать, судя

* *Phil. Trans.*, **178**, 45 (1887); *Ann. de Chimie* (6), **13**, 411.

** *Wied. Ann.*, **26**, 141 (§ 3), 1885 г.

*** Заметное влияние даже малых примесей особенно побуждает нас выбирать для исследования по возможности химические вещества.

**** *Journ. de Phys.* (2), 8, 389 (1889).

по описанным явлениям, что присутствие небольшого количества паров J и H_2SO_4 мало изменяло критическую температуру.

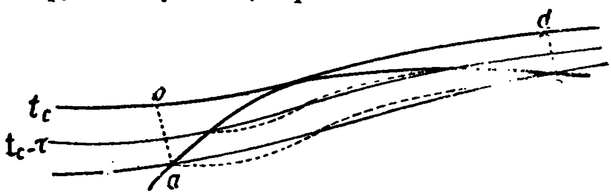
Нагрев трубку выше 31°, причем раздельный мениск исчез, исследователи замечают, что окраска внизу не исчезла, верх же трубки не окрашен. Итак, говорят они, критическая температура перейдена, а между тем мы очевидно имеем внизу жидкость, вверху газ. Но что же в этом удивительного? Однородности вещества можно было бы ожидать только при совершенно одинаковой везде температуре. В условиях опыта соседство ртути непременно охлаждало низ трубки, и здесь могла остаться жидкость; вверху же температура была выше, и здесь был газ. Исчезновение мениска могло указать лишь на то, что *на месте бывшего мениска* температура дошла до критической и что *здесь*, а не повсюду произошло отождествление жидкости с паром. С длинной стеклянной трубкой, содержащей жидкую CO_2, весьма легко сделать опыт исчезновения мениска, подогревая вверху, а внизу поддерживая, например, — 20°; здесь мы, несомненно, имеем внизу жидкость, вверху газ, а на бывшем разделе — непрерывный переход из одного состояния в другое.

В другом опыте трубку подогревали до 40° и затем производили давление 80—100 атм. Сжатая масса оказалась окрашенной и давала спектр, свойственный раствору J в CO_2. Факт интересен; но что же он доказывает? По большей мере внушает мысль, что достаточно сгущенный ангидрит растворяет J даже и при температурах выше своей критической. При 40 и 100° CO_2 плотнее воды и по всем свойствам ближе к жидкости, чем к обыкновенному газу: почему бы в данном случае он не мог действовать, как настоящая жидкость? Разве есть повод думать, что способность распадаться на собственно жидкость и пар необходима для того, чтобы могло образоваться окрашенное соединение? Спектроскоп только и может показать нам, что здесь имеется *соединение*, а не смесь двух газов; но присутствует ли это соединение в виде жидкости или в виде газа, этого мы решить не можем. Полагаясь на спектр, как на критерий газового или жидкого состояния, мы ведь должны были бы признать, что всякий раскаленный газ при достаточном сгущении есть жидкость, если не твердое тело! Допуская, что окрашенное соединение может существовать, не разлагаясь, и выше своей критической температуры, мы не говорим ничего парадоксального. Вообразим себе, что мы образовали раствор J в несомненно жидкой углекислоте и затем нагрели его выше критической температуры; разве следует непременно ожидать, что он разложится при этом? Разве вода при ее критической температуре (365°) уже не есть H_2O, а смесь H и O? Разве газы ни при каких условиях не могут соединяться химически, и видя, например, что H и Cl от инсоляции обращаются в HCl, мы обязаны признать, что действие лучей обратило Cl или H в жидкое состояние?

§ 10. Те же авторы приводят, далее, факты, которые также кажутся им непонятными, но которые уже прямо следовало предвидеть наперед. Имеем в трубке пар и жидкость, разделенные мениском; нагреваем постепенно трубку, измеряя температуру и давление: находим известную кривую упругости насыщенного пара в зависимости от температуры, $P = F(t)$. Каково бы ни было количество вещества в трубке, те же давления будут получаться при тех же температурах, пока мениск не исчез. Но вот мы перешли критическую температуру. Будет ли и теперь давление независимо от количества вещества? Конечно, *не* будет, — говорит теория, — ибо теперь уже нет *насыщенного пара*, и давление будет функцией не только температуры, но и плотности вещества, следовательно, — количества вещества в данном объеме. Между тем Кайльете и Колардо́, видя, что вблизи t_c кривые упругости, находимые при различных количествах вещества, начинают расходиться в виде пучка, считают, что сделали какое-то открытие, обличающее несостоятельность андрюсовой теории! Они думают, что, по Андрюсу, и выше t_c должна бы получаться одна и та же кривая, так как, сколько бы ни было взято вещества, оно наполняет весь объем в виде газа *при критическом давлении* *.

* Cette nouvelle courbe doit être la même quelle que soit la quantité de liquide contennue dans le tube au moment de la vaporisation totale, puisqu'à le moment le liquide, se réduisant en vapeur dans l'espace qu'il occupait, produit, sur toute la longueur du tube une matière homogène jouissant toujours de toutes les propriétés d'un gaz renfermé dans le volume total sous la pression critique“ (*l. c.*, 390) [„Эта новая кривая должна быть той же самой, каково бы ни было количество жидкости, заключенной в трубку в момент полного испарения, так как в этот момент жид-

Авторы не замечают, что если бы термин *pression critique* был здесь употреблен правильно, т. е. в смысле вполне определенном, то отсюда следовало бы, что в одинаковом объеме могут помещаться два различные количества одного и того же газа, имея одну и ту же температуру и одно и то же давление. Конечно, теория Андрюса не утверждает подобного абсурда. Дело же в том, что проходя через *критическую температуру*, вещество в трубке, вообще говоря, *не проходит через критическое давление* (§ 2), исключая тот случай, когда взято вполне определенное количество вещества. Давление при t_c будет уже *различное*: при большем количестве оно больше, — тело идет, например, по пути ab; при меньшем оно меньше (тело



Черт. 3.

идет по cd). Благодаря перегибу критической изотермы имеем здесь на ней $\frac{dp}{dv} = 0$, и при t_c давления еще нечувствительно разнятся, если количества вещества не слишком различны; но этого достаточно, чтобы на высших изотермах разница давлений становилась все больше и больше. Понятно, что чертеж кривых, дающих p как функцию t, по существующей теории и должен иметь тот вид, какой получился у Кайльете́ и Коларду́. Если взятое количество вещества всегда бесконечно близко подходит к тому, какое потребно, чтобы при t_c получить тело в *критическом состоянии*, то при $t = t_c - \tau$ (где τ — бесконечно малое) мы будем получать *одну и ту же* ординату (P), при $t = t_c + \tau$ — две, бесконечно мало разнящиеся, а далее разница будет становиться больше и больше. Если количество вещества будем изменять в более широких пределах, то расхождение кривых начинается еще ранее t_c, ибо мы, минуя

кость превращается в пар в занимаемом ею пространстве; на всем протяжении трубки получается однородное вещество, обладающее всегда всеми свойствами газа, заключенного в объеме, целиком находящегося при критическом давлении“ (*Ред.*)].

некоторые разнородные состояния, будем переходит к t_c либо через жидкие состояния без примеси пара, либо через состояния перегретого пара.

Справедливость требует заметить, что в своей недавней рабсте * Кайльете́ и Колардо́ иначе и совершенно правильно относятся к этому последнему пункту. В определении давлений по своему прежнему способу они видят хороший способ установить цифру критической температуры вещества; прилагая свой способ к воде, дают ценный ряд результатов и, сопоставляя их с теорией Клаузиуса, получают одно из лучших подтверждений этой теории. К сожалению, в этом новом труде авторы нигде прямо не отрекаются от своих прежних заключений, хотя ссылаются на фактическую сторону предыдущей статьи; читатель может подумать, что прежние взгляды уживаются с новыми результатами. Поэтому, возвращаясь на минуту к прежней работе тех же экспериментаторов, посмотрим, на какой точке стояли они два года назад.

Размышлениями Жамена они уже не удовлетворены. Критическая температура, по их словам (1889 г.), не есть та температура, при которой жидкость сполна и внезапно (d'une façon brusque) испаряется (да кто же это утверждал?). Это не есть температура, где плотности жидкости и пара становятся равными (как признавал Жамен). Это — температура, при которой „жидкость" и лежащая над ней атмосфера *становятся способными взаимно растворять друг друга во всякой пропорции*, образуя по перемешивании однородную смесь.

Много ли физической ясности в этой последней фразе, и законно ли вообще, для уяснения сравнительно простого явления, прибегать к явлениям гораздо более сложным и менее изученным (каковы явления растворения), — это, полагаю, не требует дальнейших комментариев. Поток „новых идей" достиг наибольшего разлива, и сами новаторы, вероятно, почувствовали, что не мешает получше усвоить себе старые идеи, прежде чем отрицать их.

§ 11. В своей статье „О критической температуре" ** кн. Б. Б. Голицын говорит, что „при критической темпера-

* *Journ. de Phys.* (2), **10**, 333 (1891). Согласие с формулой Бертрана ничего не доказывает, так как это — формула чисто эмпирическая.

** *Журн. Ф.-Х. О.*, **22** (II), 265 (1890).

туре“, т. е. в момент исчезновения или, вернее, появления мениска и характерного облака в запаянной трубке, плотность жидкости, вообще говоря, должна отличаться от плотности пара, *а следовательно, и прежнюю теорию надо признать вместе с Cailletet несостоятельной*“. Развивая ту же мысль в позднейшей статье *, автор полагает, что „определять так критическую температуру из наблюдений над появлением мениска в запаяных трубках, как это обыкновенно делается, в сущности нельзя“. Далее читаем: „Температура исчезновения или, вернее, появления мениска есть, повидимому, некоторая вполне характерная для данной жидкости температура“, но „эта температура не есть вообще критическая в прежнем смысле этого слова“ (т. е. не есть температура отождествления жидкости и пара). Из последних слов можно заключить, что, наблюдая обычным оптическим способом, мы имеем перед собой явление, не имеющее прямой и ясной связи с переходом через критическую температуру, и что близость цифр последней, полученных этим и другими способами, есть непонятная случайность, которая может и не оказаться при исследовании того или другого тела.

Здесь опять встречаем недоразумение, отчасти родственное вышеуказанным. Нет спора, что появление мениска (или предшествующей ему мути) при охлаждении происходит *ниже* критической температуры; *при* этой температуре оно невозможно по самому ее определению. Исчезновение мениска при подогревании, без сомнения, также представляется нам раньше, чем достигнута критическая температура, т. е. опять *ниже* ее (если только мы внимательно следим за явлением): мы перестаем видеть последние следы бывшего раздела, как скоро разница показателей преломления жидкости и пара, обусловленная разницей плотностей **, сделалась достаточно мала, хотя еще не обратилась в нуль. Но из этого не следует, что оптическая метода не годится. Прибегая к ней, мы делаем ошибку, совершенно подобную той, какая происходит при гигрометрических наблюдениях, когда мы *точку росы* считаем за *точку насыщения пара*.

---

* *Труды физ. отд. Общ. люб. ест.*, т. 4 (вып. 2), 5 (1891).

** Нельзя, кажется, сомневаться, что изменения показателя преломления n при этом вполне определяются изменениями плотности d вещества, а именно по закону $(n-1)/d = \text{const}$. Эта формула, как известно, имеет весьма широкое применение.

Там и здесь мы, *принципиально говоря*, осуждены делать ошибку с минусом; там и здесь от нас зависит довести эту ошибку до возможного *minimum'а*, совершенствуя способы наблюдения. Быть может, оптический способ, в его обыкновенной форме, дает иногда слишком грубое приближение и требовал бы усовершенствований (особого освещения, применения теплеровой Schlierenmethode [метод сдвига (*Ред.*)] и т. под.)*. Но едва ли позволительно сомневаться в том, что мы руководствуемся здесь признаком, прямо и ясно связанным с интересующим нас моментом, а не просто гадаем впотьмах.

§ 12. Кн. Голицын пытается доказать несостоятельность оптической методы, выводя, что „при гипотезе равенства плотностей мениск может появляться и исчезать только вверху и внизу трубки", между тем как на практике это может происходить выше или ниже, смотря по количеству вещества. Это рассуждение неправильно. С одной стороны, в моменты математического равенства плотностей не может быть речи ни о появлении, ни даже об исчезании мениска: то и другое, как мы видели, происходит при температуре $t_c - \tau$, причем τ — произвольно малая величина, тем меньшая, чем совершеннее наш способ наблюдения. Но раз мы признали это, нетрудно показать, что по идеям Андрюса мениск может появляться и исчезать в любом месте трубки, смотря по количеству заключенного вещества, и что это обстоятельство нисколько не будет влиять на оценку *критической температуры* (т. е. мы всегда будем считать ее равной $t_c - \tau$), хотя может заметно влиять на оценку *критического объема*.

Возвращаясь к последнему чертежу (§ 10), допустим, что средняя изотерма соответствует именно $t = t_c - \tau$, т. е. что именно на ней разница между плотностями жидкости и пара перестает быть заметной при употребляемой нами оптической методе. Допустим, что мы берем 1 gr. CO_2 и что для этого количества и сделан наш чертеж (где, следовательно, все объемы суть *удельные объемы*, причем за единицу взят объем 1 gr. CO_2 при 0 и 1°, т. е. 1/0,00197 см³.). Последовательно помещаем 1 gr. CO_2 в трубки различной вмести-

* Указание на то, как влияет освещение, находим, например, у Вроблевского (*Wied. Ann.*, 25, 393).

мости V*, и подогреваем до t. Если $V < \sigma_t$ или $V > s_t$ (где σ_t — удельный объем жидкости, s_t — удельный объем пара, тот и другой для $t = t_c - \tau$), мы не увидим исчезания мениска: переход снизу на изотерму $t_c - \tau$ совершится вне пределов ab и cd; в первом случае жидкость, расширяясь, заполнит всю трубку, во втором — жидкость испарится сполна, — то и другое ранее, чем достигнем t_c. Но если $\sigma_t < V < s_t$, переход совершится между a и c, масса достигнет изотермы t в виде двух незаметно разнородных частей, и мы наблюдаем исчезающий мениск. Смотря по величине V, в этот момент будут различные относительные количества пара (m) и жидкости (μ), именно так, что $\mu\sigma_t + ms_t = V$ и $\mu + m = 1$; другими словами, мениск исчезнет на той или другой высоте, но температура при этом исчезании будет всякий раз та же самая.

Допустим, например, что $\tau = 1°$, т. е., что температура, при которой показатели преломления жидкости и насыщенного пара CO_2 становятся неразличимыми для нашего глаза, есть 30°, тогда как истинная критическая температура (как мы принимали) равна 31°. Так как из приведенной нами таблицы, выражая s_t и σ_t в куб. сантиметрах, находим $s_t = {}^{0,005513}/_{0,00197}$, $\sigma_t = {}^{0,003714}/_{0,00197}$, то объем нашей трубки с одним граммом CO_2 должен заключаться между 2,799 и 1,886 см.^{3}, если хотим видеть исчезание мениска. Другими словами, на 1 см.^{3} объема следует брать вещества не меньше 0,3574 gr. и не больше 0,5304 gr. (Отношение между этими числами, как уже было замечено, есть 1 : 1,485.)

Допустим, что это условие выполнено, что введено M граммов, и в момент исчезания мениска жидкость занимает объем $v = \mu\sigma_t$, а пар — объем $v' = ms_t$. Если *критический объем* 1 gr. есть V_c, то (§ 4)

$$v = \mu(V_c - \varepsilon), \quad v' = m(V_c + \varepsilon).$$

Имеем

$$\mu(V_c - \varepsilon) + m(V_c + \varepsilon) = V, \quad \mu + m = M,$$

откуда

$$V_c = \frac{V}{M} + \varepsilon\frac{\mu - m}{M}.$$

---

* Строго говоря, под V следует разуметь объем трубки при температуре t и давлении P_t.

Мы знаем, что, по свойству изотерм вблизи t_c, бесконечно малому τ соответствует конечная разница ε; следовательно, *принимая объем трубки в момент исчезновения мениска за критический объем MV_c введенного количества вещества, мы можем, вообще говоря, делать значительную ошибку.* Мы избавимся от нее, если количество вещества таково, что в момент исчезновения мениска половина массы находится в жидком и половина в парообразном состоянии ($\mu = m$).

Это значит, *нужно чтобы мениск исчезал по возможности на том месте, где он делил трубку на два равные объема.* В самом деле, имеем

$$\mu = \frac{v}{s_t} = \frac{v}{V_c - \varepsilon}, \quad m = \frac{v'}{s_t} = \frac{v'}{V_c + \varepsilon},$$

и пренебрегая бесконечно малыми перед конечными,

$$\mu - m = \frac{v - v'}{V_c};$$

следовательно, приблизительно

$$V_c = \frac{V}{M} + \frac{\varepsilon(v - v')}{MV_c}.$$

Ошибка 1-го порядка будет устранена, если $v = v'$.

Из некоторых слов Надеждина можно заключить, что он сознавал выгоду соблюдения такого условия *.

Вместо того чтобы подбирать количество M до тех пор, пока не получится $v = v'$, можно сделать два опыта с различными количествами M и M_1 и заметить каждый раз разницу объемов $v - v'$. Пусть в 1-м наблюдении она была равна Δ, во 2-м Δ_1. Имеем

$$V_c = \frac{V}{M} + \frac{\varepsilon\Delta}{MV_c} = \frac{V}{M_1} + \frac{\varepsilon\Delta_1}{M_1 V_c},$$

откуда

$$\frac{\varepsilon}{V_c} = \frac{M - M_1}{M_1\Delta - M\Delta_1}$$

и, следовательно,

$$V_c = \frac{V}{M} + \frac{\Delta}{M} \cdot \frac{M - M_1}{M_1\Delta - M\Delta_1}.$$

---

* „Объемы 1-й и 2-й трубок близки к критическому, причем объем 1-й ближе 2-го. (Раздел исчезает не вблизи нижнего края, а посредине)“. (Надеждин, Этюды по сравнительной физике, Киев, 1886 г., стр. 72).

Если M соответствует тому случаю, когда мениск исчез под самым верхом трубки, M_1 — тому случаю, когда он исчез над самым низом (но не уходя, так сказать, из пределов трубки), то $\Delta = -\Delta_1 = V$ и, следовательно, приблизительно

$$V_c = \frac{V}{M}\left[1 + \frac{M - M_1}{V(M + M_1)}\right].$$

Для точности определения выгоднее, однако же, чтобы объемы v и v' не слишком отличались от $\frac{1}{2}V$.

Эти поправки полезно иметь в виду при определении критического обьема по оптическому способу.

§ 13. Само собой разумеется, что другие способы определения критической температуры (как, например, способы Надеждина и Кайльете-Колардо́ для воды) весьма желательны, и в этом отношении замечания кн. Голицына (в конце его последней статьи) заслуживают полного внимания. Сопоставление результатов, полученных с одним и тем же веществом различными способами, и может выяснить размеры той ошибки, которую мы делаем, прибегая к оптической методе. Таких сопоставлений в настоящее время, кажется, немного *.

С другой стороны, для тела хорошо изученного, как например, CO_2, можно a priori составить себе понятие об этой ошибке, если знаем, при каком относительном показателе преломления двух веществ мы начинаем отличать их одно от другого в данных условиях освещения.

Пусть будут ν_t и n показатели преломления жидкости и пара в момент появления первой мути, предшествующей

---

* Приступая к своему весовому способу для воды и пр., Надеждин сравнивает его с оптическим на эфире и муравьином этиле и находит разницу около 0,5° (*Киевские унив. изв.*, 1885 г.). Сравнение чисел, полученных различными наблюдателями, не убедительно; крупные разногласия цифр, сообщенных различными авторами (например, для эфира 190° по Зайончевскому, 197° — по Баттели), без сомнения следует приписать не различию методов исследования, а неполной тождественности исследованных веществ. Уже Андрюс заметил, что весьма малая примесь воздуха к CO_2 чувствительно изменяет цифру критической температуры.

образованию мениска*. Так как плотность CO_2 при 0 и 1° (принятая нами прежде за единицу) есть 0,00197, а преломляющая способность этого вещества равна 0,2306**, то

$$(\nu_t - 1)\,\sigma_t = (n_t - 1)\,s_t = 0{,}00197 \cdot 0{,}2306 = \varDelta.$$

Полагая, попрежнему, $s_t = V_c + \varepsilon$, $\sigma_t = V_c - \varepsilon$ и называя $\frac{\nu_t}{n_t} = a$, находим, как первое приближение:

$$\varepsilon = \frac{a-1}{a+1} \cdot V_c \left(\frac{V_c}{\varDelta} + 1\right).$$

Таким образом найдем σ_t и s_t, после чего, пользуясь соотношением, указанным у Клаузиуса***, получим для наблюдаемой температуры $T = t + 273°$:

$$T^2 = \frac{c}{R} \, \frac{(\sigma - \alpha)(s - \alpha)(\sigma + s + 2\beta)}{(\sigma + \beta)^2 (s + \beta)^2}.$$

Судя по заметной мути, наблюдаемой в момент смешения спирта с водой, можно думать, что мы легко, даже при невыгодном освещении, улавливаем разницу двух прозрачных веществ, коих средние показатели преломления относятся как 1,370 : 1,336 = 1,0225 : 1. Если примем $a = 1{,}0255$ и воспользуемся известными нам (§ 3) значениями α, β, R, c и $V_c (= 3\alpha + 2\beta)$, то получим

$$\varepsilon = 0{,}000613, \quad s_t = 0{,}005096, \quad \sigma_t = 0{,}003870$$

и, наконец,

$$T = 303{,}48°,$$

вместо принятой за точную цифры 304,0°. То-есть ошибка составляет — 0,52°. Нет сомнения, что в выгодных условиях освещения она будет значительно ниже****.

---

* По всей вероятности, глаз неодинаково чувствителен к наблюдению того и другого процесса; но, за недостатком данных, приходится отвлекаться от этого обстоятельства.

** См. например, у Канонникова, О светопреломляющей способности химических соединений (Казань, 1884 г.), стр. 139.

*** Mech, Wärmetheorie, 2. Aufl., Bd. 3, 218—221 или *Wied. Ann.*, **14**, 282—286.

**** Напомним, что по методе Теплера удавалось видеть звуковые волны в воздухе и воздушные струйки вблизи слабо нагретого тела. В недавнее время Тамман пользовался той же методой для оценки слабых различий (до 1%) в концентрации растворов [*Wied. Ann.*, **38**, 299 (1888)].

§ 14. Глубокий знаток занимающего нас вопроса, покойный Надеждин, следующими словами обрисовывает явления, наблюдаемые в запаянных трубках вблизи критической температуры *.

„Уничтожение раздела между паром и жидкостью где-нибудь посредине трубки сопровождается следующими явлениями: за несколько времени до исчезновения мениска жидкость начинает сильно кипеть, но скоро густая муть от пузырьков заменяется родом тумана, в жидкости и вне ее появляются быстро двигающиеся струйки, и, наконец, раздел делается незаметным. Но если трубочка с жидкостью не нагревается равномерно по всей своей длине, то появление тумана и струек не сопровождается немедленным исчезновением раздела; последний продолжает подниматься в более холодную часть трубки, где и исчезает иногда у самого края. Потому особенно важным является наблюдение обратного перехода пара в жидкость при медленном охлаждении.

„Как можно было заметить из наблюдений над несколькими десятками веществ, при объеме жидкости, близком к нормальному, переход совершается таким образом. Вначале посредине трубки появляется легкая муть (голубоватая в отраженном свете и желтоватая в пропущенном); муть эта темнеет, делается опаловой, затем молочно-белой; трубка становится непрозрачной, и, наконец, появляется сильно кипящая жидкость.

„Когда жидкости взято больше, обратный переход также начинается голубоватой мутью, которая понемногу темнеет, но мы не замечаем непрозрачной мути по всей длине трубки. Густая муть показывается сверху, где тотчас же виднеется опускающаяся жидкость, с уровнем которой муть и понижается, пока не достигнет конца трубки.

„При малом начальном объеме, мы опять-таки не замечаем появления густой непрозрачной мути; здесь, после легкого тумана, жидкость является в форме дождя, сыплющегося сверху, от более холодных частей трубки.

„Таким образом, как видим, нормальному критическому объему будут соответствовать появление и исчезновение мениска где-нибудь посредине трубки, а не вблизи ее концов,

---

* *L. c.*, 69—70.

и густая интенсивная муть по всей длине трубки, сопровождающая обратный переход.

„Этими признаками можно воспользоваться для определения критического объема" *.

Мне думается, что физик, никогда не наблюдавший этих явлений, но вполне усвоивший себе идеи Андрюса, ван-дер Ваальса и Клаузиуса, мог бы a priori воспроизвести все существенные черты приведенного описания.

Появление первой легкой, голубоватой мути свидетельствует о возникшей оптически заметной разнородности, причем, вследствие малой разницы плотностей, мелкие доли одного вещества остаются некоторое время суспендированными среди другого. Оговоримся, что именно эту первую муть мы имели в виду, когда говорили о „появлении раздела, или мениска", в смысле признака критической температуры. Точно так же, говоря об „исчезновении мениска", мы разумели, что он стушевывается прежде чем достигнет того или другого конца трубки. Если вещества слишком много, то при охлаждении рано или поздно (но уже значительно ниже t_c) мы увидим, конечно, в отдельности пар и жидкость; но они сразу явятся с большой разницей плотностей — жидкость вся внизу, пар — вверху; нерешительной мути, свидетельствующей о длящемся суспендировании — о необходимости некоторого времени для того, чтобы жидкость отстоялась, — здесь не будет; раздел не „появится" на наших глазах, в том смысле, как мы разумели это „появление", а, так сказать, выдвинется уже готовый из-за верхнего края трубки, за которым он как бы скрывался. При слишком малом количестве вещества и совершенно одинаковой повсюду температуре, готовый раздел должен, так сказать, выходить из-под нижнего края.

Рассуждая об оптических признаках, мы постоянно принимали, что имеем перед собой собственно пар и собственно жидкость. Трудно, конечно, сказать, какую роль может играть при наблюдениях образование тех мало устойчивых переходных состояний, которые соответствуют волнистым изгибам теоретических изотерм; но можно, кажется, думать, что длительность этих переходных состояний во всяком

* „Если при этом замечать температуры исчезновения раздела и появления мути, то легко видеть, что для нормального объема эти последние будут наибольшими". (*Прим. Надеждина*).

случае должна составлять слишком малую долю наблюдаемого (и то уже быстрого) процесса и что мы *видим* действительно только окончательные, устойчивые состояния.

§ 15. Из всего сказанного можно, мне кажется, заключить, что идеи Андрюса вполне согласуются со всеми известными нам фактами. Дело дальнейших исследований должно состоять главным образом в том, чтобы выработать такие „уравнения состояний", которыми возможно точно изображались бы результаты опытов, а с другой стороны, формулировать теоретическое обоснование таких уравнений. Формула Клаузиуса, которой мы пользовались, без сомнения, представляет еще не более как приближенный тип подобного уравнения, а те теоретические соображения, из которых она вытекает, как вариант более грубого приближения ван дер Ваальса, даны только в намеках. Тем не менее формула Клаузиуса, даже в ее первоначальном, простейшем виде, будучи рассматриваема как эмпирическое изображение связи между p, v и t, удовлетворительно разъясняет все те сомнения, которые возникали у цитированных мною авторов. Что касается экспериментальной стороны дела, для определения критических условий весьма важно: с одной стороны, выбирать возможно чистые вещества без примесей, с возможной постепенностью изменять температуру и точно оценивать ее, хотя бы для данной части объема (если нельзя вполне ручаться за ее одинаковость во всем объеме); с другой, — усовершенствовать оптический способ наблюдения малейшей неоднородности вещества. Наконец, следует сопоставлять различные методы (исследуя их параллельно *на одном и том же во всех отношениях* веществе) и выяснить их относительные выгоды и неудобства.

Москва, декабрь, 1891 г.

О КРИТИЧЕСКОМ СОСТОЯНИИ ТЕЛ

(СТАТЬЯ ТРЕТЬЯ) *

1. После предыдущей (2-й) моей статьи о критическом состоянии появилось несколько новых работ и заметок по этому предмету; одна из них прямо вызвана моей статьей. Это побуждает меня еще раз возвратиться к вопросу, который, как увидим, и до сего времени продолжает служить складочным местом всяческих недоразумений.

В статье 2-й я старался показать, что некоторые возражения, выставленные различными учеными против учения Андрюса, основаны на недоразумениях и падают при ближайшем исследовании предмета.

При моих соображениях я принял, что рассматриваемое тело находится в состоянии равновесия и что это состояние вполне определяется „уравнением состояния" в его обычной форме — с двумя независимыми переменными. Чтобы фиксировать представления, я принял простейшую (первую) формулу Клаузиуса:

$$p = \frac{RT}{v - \alpha} - \frac{c}{T(v + \beta)^2}\,. \tag{1}$$

Понятно, что, становясь на эту точку зрения, я с самого начала отказываюсь объяснять такие явления, которые исходной формулой заведомо не обнимаются. Таковы те особенности, которые могут представляться, когда тело еще не достигло состояния равновесия или когда оно находится в процессе химического или физического распадения.

---

* 1-я статья в *Журн. Русск. Физ.-Хим. Общ.*, **14** (2), стр. 167; 2-я — в *Трудах отд. физ. наук Общ. люб. ест.*, **5**, стр. 1 (последняя помечена: „декабрь 1891 г.; читана в Обществе 10 января 1892 г.").

При суждении об оптических признаках критической температуры я опирался, кроме того, на некоторые простые соображения, заимствованные из элементарной оптики.

Мои дедуктивные заключения получены из этих посылок путем, полагаю, правильным, и никто не указал мне какой-либо логической ошибки; так что, признавая верными посылки, следует признать и выводы. Но ясно, с одной стороны, что условие точного или приблизительного равновесия и условие неизменности (устойчивости) вещества не всегда соблюдаются при опыте; с другой стороны, принятое уравнение состояния есть только приближение к истине. Поэтому естественно, что при сравнении выводов с данными опыта могут обнаруживаться некоторые аномалии. Эти аномалии следует однако же считать обстоятельствами вторичными и приписывать несовершенству условий опыта — буде не хотим отречься от основных положений и продолжаем считать их приблизительно верными.

2. Г. Баттелли, автор обширных и обстоятельных исследований „о термических свойствах паров“ (Sulle proprietá termiche dei vapori, — доныне вышло 5 мемуаров), летом 1892 г. напечатал особую заметку*, где касается тех же вопросов, какие затронуты в моей вышеупомянутой статье. Недавно, познакомившись с этой последней (по немецкому переводу в *Physikalische Revue* Гретца, т. 2), Баттелли выпустил вторую заметку под прежним заглавием**, значительная часть которой посвящена моей работе.

Баттелли в сущности признает верными большинство моих заключений и даже указывает местами, что и он говорил то же самое или почти то же, еще до знакомства с моей статьей (причем, однако же, хронологическое первенство бесспорно на моей стороне). Но по некоторым пунктам Баттелли находит, что мои мысли не мирятся с самоновейшими наблюдениями (преимущественно с его собственными) или же что моя критика черезчур строга (eccessivamente severa).

Баттелли, так же как и я, отрицает правильность выводов Вроблевского и затрудняется указать физическое

---

* A. Battelli, Sullo stato della materia nel punto critico, *Atti de R. Istituto Veneto* (7), 3, p. 1615 (июнь 1892 г.).

** Battelli, Sullo stato..., nota seconda (*Atti. Ist. Ven.*, 4, p. 685, 1893).

значение кривой Амагá ($pv = \text{min.}$), которую Вроблевский считал продолжением „кривой сжижения"*. Он так же не согласен с первой статьей Жамена, так же не признает правильной гипотезу Кайльете́-Колардо́. Во всем этом мы сходимся.

При всех своих исследованиях (над эфиром, сернистым углеродом, водой, алкоголем) Баттелли находил возможным составлять диаграммы обычной формы (изотерм, изохор или изопикн, изобар), где за координаты берутся две из величин p, v, T. Он пользовался уравнением состояния, формулируя его по типу Клаузиуса, несколько осложненному, а именно:

$$p = \frac{RT}{(v-\alpha)} - \frac{mT^{-\mu} - nT^{\nu}}{(v+\beta)^2}\,. \qquad (2)$$

Эта формула, по Баттелли, оказалась вполне удовлетворительной для всех исследованных им веществ. И в этом мы опять-таки вполне согласны. Кладя в основу моих соображений формулу (1), я оговорился, что делаю это ради упрощения и ввиду того, что выводы в существенных чертах останутся одни и те же — возьмем ли первоначальный тип или усложненный.

Но рядом с этим Баттелли употребляет соображения, которые или не вытекают из формулы (2), или даже ей противоречат; придает вес таким фактам, которые должны рассматриваться как второстепенные аномалии; наконец, формулирует догадки о происходящих в теле молекулярных процессах (распадения и сложения молекулярных групп) — догадки весьма любопытные и даже правдоподобные, но во всяком случае гипотетические и необязательные.

3. Так, например, самое определение критической температуры T_c Баттелли формулирует не так, как оно прямо вытекает из уравнения состояния. Он уже не считает правильным определять T_c (как это делают большинство физиков), как такую температуру, при которой плотность жидкости (ρ) и плотность насыщенного пара (δ), бывшие различными ниже T_c, становятся одинаковыми. По новому определению Баттелли „критическая температура есть та, при которой сцепление между жидкими частицами настолько

* Это развито у Баттелли в статье „Sulle isobari dei vapori, *Rendicont. della R. Accad. dei Lincei*", 2 (1 sem.), fasc. 4, p. 176 (февраль 1893 г.).

уменьшено, что они уже не сдерживаются вместе (non si tengono più collegate insieme), но распространяются по всему занимаемому пространству" *.

Едва ли можно отрицать, что такая дефиниция страдает и неопределенностью, и гипотетичностью. Раз мы имеем точные диаграммы тела, имеем вполне удовлетворительное уравнение состояния, мы можем и должны ясно и просто сказать, какую именно точку поверхности $f(p, v, T) = 0$ мы желаем назвать критической точкой, независимо от всяких догадок молекулярного характера.

В сущности и Баттелли, когда желает установить цифру T_c для данного вещества, почерпает ее не из приведенной фразы, а из сети изотерм. Разница с приемом Клаузиуса следующая. По Клаузиусу, для нахождения T_c пользуются всей совокупностью опытных данных: вычислив по ним наивероятнейшие значения коэффициентов для формулы (1) или для формулы (2) — вообще для принятого уравнения $f(p, v, T) = 0$, — находят T_c, исключая p и v из уравнений

$$f(p, v, T) = 0, \quad \frac{dp}{dv} = 0, \quad \frac{d^2p}{dv^2} = 0.$$

Это и будет температура той изотермы, на которой происходит отождествление плотностей ρ и δ; эта изотерма отличается, как видим, точкой перегиба, где касательная параллельна оси объемов. Баттелли, напротив, находит T_c, рассматривая только изотермы ближайших к ней температур; прием, конечно, позволительный, но едва ли более точный ввиду того, что мы здесь пользуемся не всем фактическим материалом и что именно наблюдения при температурах, близких к T_c, особенно трудны и особенно подвержены аномалиям.

Впрочем, оба способа вычисления дают близкие между собой числа, как признает и Баттелли. „По формуле Клаузиуса, говорит он, — можно приблизительно вычислять величины критических элементов". (Примеры вычислений тем и другим путем приводятся в его работах.) Но странным образом, соглашаясь признать за критическую изотерму ту, которая обладает точкой перегиба $\left(\frac{dp}{dv} = 0, \frac{d^2p}{dv^2} = 0\right)$, он

* Sullo stato..., nota, 1, p. 1645.

не признает равенства плотностей жидкости и пара ($\rho = \delta$) на этой изотерме*, хотя это равенство прямо вытекает из предыдущего свойства.

4. Мне кажется, нельзя отрицать здесь некоторую двойственность суждения, некоторое внутреннее противоречие. То строим мы формулы и чертежи и считаем их достаточными, т. е. верно передающими главные черты явлений; то, сосредоточивая внимание на таких особенностях или уклонениях, которые не передаются формулой и чертежами, мы готовы совсем отречься от этих последних и пытаемся непосредственно заглянуть внутрь молекулярных процессов.

Составляя уравнения состояния в виде $f(p, v, T) = 0$, строя диаграммы изотерм, изохор и изобар, мы отвлекаемся от вопроса: *почему*? — и только описываем, *как* происходит дело. Если наше описание верно, то рассуждения о *почему* не могут пошатнуть его, а должны, напротив, руководиться этим описанием. Если оно недостаточно, нужно изменить описательную методу, быть может, ввести в уравнение большее число независимых переменных и соответственно усложнить графические приемы. Во всяком случае *описание* явлений имеет силу независимо от того, желаем ли мы *объяснять* эти *факты* с молекулярной точки зрения, и какие именно гипотезы мы при этом делаем.

5. Было уже выше замечено, что Баттелли, так же как и я, отрицает мысль Вроблевского, будто кривая $pv = \min.$ продолжает собой „кривую сжижения". Но взамен этой несостоятельной догадки Баттелли приводит другие аналогичные соображения, которые ему, как и Вроблевскому, дают повод говорить о своего рода сжижении при температурах выше T_c**.

Так, например, строя изобары для CO_2, по новейшим данным Амагà, Баттелли замечает следующее. Изобары более низких давлений (до 70 атм.) имеют почти прямолинейную часть (соответственную процессу сжижения), что весьма понятно. Изобары же высоких давлений, теряя эту прямолинейную часть, сохраняют, однако же, точку перегиба, которая приходится выше T_c, и в ней-то можно видеть как бы воспоминание о сжижении, как бы намек на моле-

---

* Sulle proprietà termiche dei vapori, parte V, pp. 31, 32.
** Sulle isobari dei vapori, *l. c.*, p. 173.

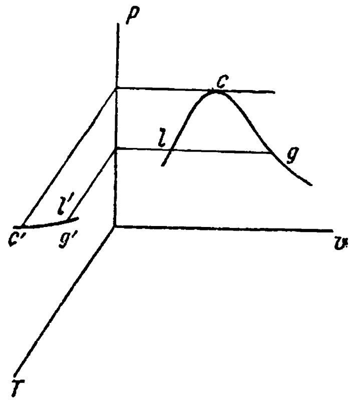
кулярный процесс, аналогичный настоящему сжижению. Наносл такие точки перегиба на плоскость (p, T), Баттелли строит по ним кривую, и она составляет плавное продолжение „кривой сжижения“, т. е. играет ту роль, какую Вроблевский неудачно приписал кривой $pv = \min$.

Но особые точки кривых, лежащих на „поверхности состояний“ $f(p, v, T) = 0$, прежде всего имеют, так сказать, геометрическую необходимость. При непрерывном характере поверхности, переход дважды перегнутой изобары в прямолинейную (какая получается для весьма высоких давлений) и не может иначе произойти, как через промежуточные формы. С своей стороны прибавлю, что и на чертеже изотерм можно найти нечто подобное: изотермы выше T_c не имеют прямолинейной (или *волнистой*) части; но некоторым воспоминанием о ней является точка наибольшей кривизны, которая не теряется и тогда, когда тело уже стало совершенным газом, а изотерма приняла вид гиперболы. Видеть во всех подобных свойствах диаграммы намеки на особенности молекулярного состояния тела, быть может, и дозволительно, но не обязательно и рискованно. Во всяком случае *точка перегиба* и *прямолинейная часть* — не одно и то же.

Стоит только взглянуть на кривую сжижения $l'c'g'$ (черт. 1), в другой проекции — на „пограничную кривую“ lcg плоскости (p, v), и станет ясно, что о каком-либо „продолжении“ ее в собственном смысле слова не может быть и речи. Кривая на плоскости (p, v), т. е. на чертеже изотерм, не обрывается: правая (газовая) ветвь ее cg служит продолжением левой (жидкой) lc; обрыв представляется в проекции (p, T), ибо здесь обе ветви совпадают. Только при виде этого кажущего обрыва у c' и может зародиться мысль о возможном „продолжении“, но она теряет ясность, как скоро представим себе кривую в пространстве или в трех проекциях. Нанося точки перегиба изобар, указанные у Баттелли, на плоскость (p, v), мы увидим, что они дадут не продолжение, а разве *ответвление* пограничной кривой.

Наконец, если даже органичимся плоскостью (p, T), то для полного убеждения, что кривая точек перегиба изобар действительно имеет приписанное ей расположение (т. е. как бы продолжает собою кривую $l'c'$) и что мы не повторяем в новой форме ошибку Вроблевского, прием Баттелли недостаточен. Отмечая прямо на эмпирической диаграмме нерезко выраженную точку перегиба, мы имеем некоторый произвол и можем сделать значительную погрешность*. Необходимо, мне кажется, вычислять координаты этих точек по уравнению состояния (как делал я для кривой $pv = \min.$). Кроме того, нужно проследить подозреваемое свойство для *нескольких* хорошо исследованных тел.

6. Поговорим о фактах, которые Баттелли считает прямо противоречащими теории Андрюса, что побуждает его считать эту теорию недостаточной и изменить самое определение T_c.



Черт. 1.

Это, во-первых, те струйки или жилки (strie), которые наблюдаются и выше критической температуры и свидетельствуют о разнородности вещества, т. е. о различии плотностей**. Раз мы сказали, что при T_c и выше T_c вещество может являться только в одном, а не в двух состояниях, такая разнородность будто бы непонятна. Это верно, но — под условием совершенного равенства давлений и температур во всех частях вещества; а такого полного равенства мы никогда пред собой не имеем. Наблюдаемое нами состояние равновесия не есть абсолютное равновесие каждой малейшей порции жидкости, но, так сказать, статистически стационарное распределение. В сущности перед нами постоянная циркуляция, о которой прямо и свидетельствуют движения тех струек. Некоторое различие давлений, а следовательно, и плотностей, происходит уже вследствие тяжести. Как бы мы ни заботились о равен-

* Баттелли рассматривает (*l. c.*, p. 174) еще некоторые кривые, обнаруживающие сгиб (piega), т. е. место особенно значительной кривизны; он находит, что „начала" этих сгибов как раз соответствуют точкам перегиба изобар. Здесь особенно заметен произвол: что принять за „начало" сгиба? (Речь идет не о самых вершинах сгибов, т. е. не о точках наибольшей кривизны.)

** Sullo stato..., nota 1, p. 1630.

стве температур во всех частях снаряда, всегда одни части нагреваются раньше, другие — позже, одни несколько теплее, другие — холоднее. Ведь и в массе воздуха, повидимому, уравновешенной и однородной (и *далеко* удаленной от своего критического состояния), всегда в большей или меньшей мере существуют и различия плотности, и бегающие струйки, которые и можно обнаружить известным оптическим способом (Schlierenmethode). Что же удивительного, если то же самое наблюдается в теле, лишь немного перегретом выше T_c и не особенно далеко от своей критической точки? Именно в этих условиях, как видно из диаграмм, малейшая разница давлений или температур ведет к сравнительно большому различию плотностей.

7. Далее описывается такой опыт *. Два шарика, соединенные узкой (assai stretto) трубкой в виде опрокинутой буквы U, наполнены прокипяченным эфиром: в одном шарике A жидкий эфир, в другом B — только пар. Снаряд, имеющий форму гигрометра Даниеля, нагревается в ванне до температуры выше T_c (до 202°), причем раздел жидкости и пара исчез уже около 196°. При охлаждении муть и жидкость появляются *только* в A. Лишь после нагревания до 222° сжижение при охлаждении замечалось одновременно в обоих коленах. Баттелли думает, что, по Андрюсу, однородность состояния вещества должна достигаться уже при T_c, и объяснение парадокса почерпает только в идее о распадении молекулярных групп.

В сущности же дело довольно понятно и без таких соображений. Ясно, что однородность вещества в двух коленах достигнется не иначе, как путем переноса части вещества из A (где плотность первоначально была бо́льшая) в B (где она была меньше). Этот перенос постепенно производится теплотой при нагревании, производится вопреки тяжести, вопреки прилипанию жидкости к стенкам, через посредство капиллярного канала с расширениями на концах (как известно, мало способствующего выравниванию давлений). Перенос может быть затруднен в какой угодно степени; при очень тонком канале со многими утолщениями он бы потребовал, быть может, недель или месяцев. В этом последнем случае мы, при нагревании не слишком медленном, будем иметь перед собой как бы два несообщенные

* Sullo stato..., nota 1, p. 1630.

сосуда, каждый со своим неизменным количеством эфира, и, дойдя в обоих коленах до T_c, получим в A вещество с большей плотностью и большим давлением, в B — меньшую плотность и меньшее давление. Состояния вещества в A и в B будут соответствовать не одной и той же, а *двум различным точкам изотермы* T_c, и однородность (предполагая, что температура затем поддерживается постоянной) установится лишь долгое время спустя после того, как была достигнута температура T_c. Подобное, в большей или меньшей степени, представляется и в опыте Баттелли.

Теория Андрюса не говорит нам, что однородность должна установиться сейчас же, как только мы достигли T_c, как бы ни был затруднен перенос вещества. Теория Андрюса говорит нам только, что *когда равновесие установится*, в обоих коленах будут не только равные температуры, но также равные давления и равные плотности (помимо малых изменений, вследствие веса). Пока равновесие не установилось, однородности нет; когда именно оно установится — через минуты, дни или месяцы — это зависит от особенностей снаряда.

Понятно, что чем выше перегреваем эфир, тем активнее идет при равных прочих условиях этот перенос вещества, тем скорее мы получим то распределение эфира, какое соответствует окончательному равновесию. Нисколько поэтому неудивительно, что в опыте Баттелли это окончательное распределение могло с достаточной быстротой (в пределах не слишком долгого наблюдения) установиться лишь при перегревании до 222°. Будь канал еще уже и неудобнее, потребовалась бы температура еще более высокая.

Мне кажется поэтому, что и здесь нет еще повода говорить о молекулах и их распадении. Дело объясняется тем, что мы имеем перед собой не равновесие, а затрудненное и медленное приближение к равновесию и не дожидаемся конца процесса, а потому не имеет права прилагать сюда те заключения, которые войдут в силу только по достижении равновесия. Парадоксальной представляется та медленность, с какой устанавливалось равновесие при канале, повидимому, не особенно тонком; но, не зная деталей опыта, трудно судить, насколько необходимо здесь видеть влияние других причин, кроме указанной.

8. Рядом с фактами, которые свидетельствуют только о несовершенном или не наступившем равновесии, наблю-

даются при опытах аномалии, которые следует приписать отчасти другим обстоятельствам. С особенной резкостью они выставляются в недавней статье кн. Голицына*. Экспериментатор описывает, что наблюдаемый им эфир, в одинаковых последовательных опытах, давал различные результаты; что „плотность жидкости и плотность насыщенного пара *не* определялись вполне одной температурой (p. 540), но при той же температуре изменялись *с течением времени* и при повторении нагревания (p. 554); что „при температурах гораздо выше критической... и при почти одинаковом давлении, вещество может иметь две (или быть может несколько) различных плотности“ (p. 543) и т. п.

И при всем том экспериментатор считает возможным говорить об истинной критической температуре наблюдаемого им вещества, признавая только, что „определение (Definition) критической температуры ($\rho = \delta$) затрудняется“ указанными обстоятельствами (p. 540)! Мне казалось бы, что при *таких* условиях, или для *такого* тела, *не может и не должно быть речи* о критической температуре с притязанием на сколько-нибудь определенную и точную цифру.

Между прочим, автор описывает следующий опыт (p. 540). Трубочка в виде буквы U наполнена внизу ртутью; над ртутью, в двух разделенных ею коленах, помещены неравные количества эфира, после чего концы запаяны. Снаряд нагревается, причем ртуть изменяет свое положение, движение ртути не прекращается и выше T_c, а плотности эфира в двух коленах остаются различными и и только исподволь стремятся к равенству, каковое не было достигнуто даже при 209,5°.

С *качественной* стороны опыт еще не представляет ничего парадоксального. Напрасно автор полагает, что движение ртути должно совершенно прекратиться, как скоро мы перешли T_c, что таково „необходимое и неизбежное следствие обыкновенной андрюсовой теории“ (p. 541). Разница уровней ртути *должна* изменяться и выше T_c, стремясь с повышением температуры к некоторому пределу**,

* B. Galitzine, *Wied. Ann.* **50**, p. 521 (1893).

** Предполагаю, что пренебрегаем расширением ртути и сосуда, впрочем, почти одинаковым для обоих колен. То же самое, теоретически говоря, получается и для газа, повинующегося закону Бойля, при обыкновенных температурах (задача здесь решается весьма просто), но перемещения ртути здесь ничтожны.

и вблизи критического состояния (в районе которого термическое расширение особенно велико) перемещения ртути еще могут быть заметны. Но с *количественной* стороны опыт вполне непонятен: громадная разница плотностей (например до 25% при $205{,}9^\circ$) при ничтожной разнице давлений* далеко не соответствует той, какая получится при вычислении по данным Баттелли для эфира**. Необходимо было бы повторить подобные опыты с тщательным наблюдением всех деталей. Автор, повидимому, думает, что все это объяснимо с точки зрения разложимости молекулярных комплексов (р. 544); недоумеваем, *как* именно?

9. Указания на таинственные аномалии особого, так сказать, молекулярного характера, встречаемые при подобных наблюдениях, собственно далеко не новы. Их приписывают, с одной стороны, действию стенок сосуда (прилипание, адсорбция), с другой — несовершенной чистоте вещества (малейшие неизбежные примеси иногда заметно влияют на явления), наконец — химической или физической неустойчивости вещества (диссоциация, распадение молекулярных групп), в особенности при высоких температурах.

Более 30 лет тому назад, Реньо, при своих исследованиях над парами, жаловался, что выбор веществ для точного изучения весьма ограничен, что большинство органических веществ приходится отвергнуть — или по трудности получить их в совершенно чистом виде, или вследствие тех изменений (altération spontanée), каким они подвергаются при высоких температурах***. По поводу двух метод измерения упругости паров (статической и динамической методы) Реньо приходит к заключению, что обе они дают почти тождественные результаты *при абсолютной чистоте жидкости* (этого, например, ему удавалось достигнуть для воды); но что малейшая примесь другого летучего

---

* Насколько можно судить о разнице давлений по высотам ртути. В одном из трех опытов (II, р. 542) избыток давления оставался на стороне колена с бо́льшим количеством эфира (?).

** Battelli, Sulle proprietà termiche dei vapori, parte 1. Так например, вычисляя по этим данным давления для одного из опытов кн. Голицына ($T = 209{,}5^\circ$, $\rho_2 = 0.32$, $\rho_1 = 26$), получаем около 46 и 40 атм., т. е. разница давлений равна 6 атм., разница же уровней ртути была 3,21 мм. (вероятно, опечатка — вместо 32,1).

*** Regnault, Relation des expériences... t. 2 (*Mémoires de l'Acad. des Sciences de Paris*, **26**), pp. 347, 348, 504.

вещества ведет к разногласию, которое и может служить чрезвычайно чувствительным критерием для суждения об однородности вещества (*l. c.*, pp. 341, 643). По поводу измерения удельной теплоты паров он опять замечает, что малое согласие результатов должно быть приписано нечистоте веществ или изменению их при продолжительном кипении под высокими давлениями (p. 873). Специально об *эфире* Реньо говорит, что „встречал большие затруднения получать жидкость всегда вполне тождественную — по крайней мере по ее физическим свойствам" *. Эфир подвергался „настоящему изменению в своем физическом строении" (une véritable altération dans sa constitution physique) даже при кипении под слабыми давлениями, между —18 и +15° (p. 376). Особым исследованием Реньо убеждался в „молекулярном видоизменении (modification moléculaire) эфира, вероятно, частном (partielle), но достаточном, чтобы заметно изменять упругие силы" (p. 389) **. Подобные замечания высказаны об алкоголе ***, о терпентинной эссенции (pp. 492, 866) и пр.

10. Такие же сетования высказываются вторично, много позже, в целом ряде работ 80-х годов. Вюлльнер и Гротриан для целого ряда органических жидкостей (между прочим и для эфира) не получали вообще вполне определенной величины давления насыщенного пара. Длинный спор между Кальбаумом, с одной стороны, Рамсеем и Йонгом, с другой, о равноправности статической и динамиче-

* J'ai rencontré pour l'éther de grandes difficultés à obtenir un liquide toujours parfaitement identique, au moins dans ses propriétés physiques" [„Для эфира я встретился с большими трудностями при получении этой жидкости, всегда и точно себе тождественной по крайней мере в отношении ее физических свойств" (*Ред.*)] (*l. c.*, p. 375).

** Примечание к p. 389 оканчивается следующим выводом: „L'éther nouvellement préparé et renfermé dans des ballons scellés à la lampe subit avec le temps des modifications moléculaire, encore inconnues, qui se manifestent par une diminution notable de la force élastique de la vapeur" (p. 391). [„Эфир, только что приготовленный и помещенный в запаянных на лампе баллонах, претерпевает со временем молекулярные изменения, которые проявляются в заметном уменьшении упругой силы его пара" (*Ред.*).]

*** „Ce liquide m'a présenté des anomalies dans toute les expériences de physique aux quelles je l'ai soumis" (p. 819). [„Эта жидкость обнаруживала аномалии во всех физических опытах, которым я ее подвергал" (*Ред.*).]

ской методы, хотя и привел к заключению, что обе методы для совершенно чистой жидкости дадут одно и то же, но вместе с тем выяснил, что такая чистота почти недостижима на практике. Тамман прямо обнаружил, что примесь к воде (весьма чистой и дававшей согласные результаты) 0,0001 доли бензола вела к заметным аномалиям. Все попытки достаточно очистить эфир, сернистый углерод, бензол, этиловый и метиловый алкоголь, хлороформ — оказывались недостаточными *.

Наконец, в области исследований собственно о критическом состоянии, влияние малых примесей заметил уже Андрюс, а Надеждин весьма ярко указывает на неустойчивость многих исследованных им веществ. В своих „Этюдах по сравнительной физике", в главе об определении критического давления и температуры (по оптической методе), Надеждин говорит: „Наблюдать большее число переходов жидкости в пар и обратно (т. е. больше 4—6) будет совершенно лишним, так как от долговременного нагревания может произойти разложение вещества. В иных случаях разложение настолько значительно, что после 2—3 переходов мы замечаем сильное изменение критической температуры и давления" **. Приводя затем свои результаты для 18 веществ (стр. 76), Надеждин относительно шести указывает примечаниями, что тело „разлагалось"; об одном веществе (хлористом этилене) сказано: „Сильное разложение, в особенности при соприкосновении со ртутью". Обыкновенно критическая температура при этом постепенно повышалась (4 случая), иногда же она падала (муравьиный изобутил, где в трех последовательных наблюдениях температура упала на 2,5°).

11. Все эти факты, повидимому, свидетельствуют, с одной стороны, о диссоциации наблюдаемого вещества, с другой — быть может, о том „распадении молекулярных групп", о котором говорят теперь де Геен, Баттелли и др. Опыты над многими доступными исследованию веществами, несомненно, уклоняются от тех схем, которые выработаны для известных условий, редко выполняющихся во всей

* Краткий обзор этих работ см. Ostwald, Lehrbuch d. allgem. Chemie (2 Aufl.), 1, pp. 305—309.

** Надеждин, Этюды по сравнительной физике, Киев, 1886 г., стр. 74.

точности. Но мы не видим причины, почему бы все эти недочеты опыта обрушивались исключительно на андрюсову теорию. Ведь мы видели, что здесь в равной мере затрагиваются и другие, более простые, ранее дознанные и до сих пор общепринятые положения, как, например, о постоянстве упругости насыщенных паров при данной температуре, о постоянстве плотности при неизменных температуре и давлении, и т. п. Как эти простые законы продолжают считаться верными, вопреки тем или другим аномалиям, так и примыкающее к ним построение Андрюса нисколько не разрушается от того, что там вещество недостаточно чисто, здесь оно недостаточно стойко. Для новой поверки этого построения — буде таковая еще нужна после классических исследований самого Андрюса и нескольких последующих работ — необходимо выбирать вещество стойкое, самым тщательным образом очищенное от примесей, и, исследуя его отдельные порции различными способами, придерживаться возможно рационального плана и избегать как излишней торопливости, так и излишнего промедления. Одно, тщательно обдуманное в этом смысле, исследование, даст нам больше, чем многие ряды наблюдений над многими телами, недостаточно очищенными или мало пригодными для данной цели. Изучение же аномалий и их причин имеет свой бесспорный интерес, но должно составлять отдельную задачу; и на сей раз, напротив, чем ярче выражены аномалии, тем они поучительнее.

12. Обращаюсь собственно к „оптической методе".

Исходя из уравнения состояния (1) и из определения T_c как температуры, при которой жидкость и пар получают одинаковую плотность, я принимал в расчет те простые оптические условия, какие представляются при оценке равенства или неравенства плотностей, и пытался доказать, что „оптическая метода" определения T_c есть законная и, при известных условиях, достаточно точная метода. Правда, принципиально говоря, она должна давать температуру T_c несколько ниже истинной; но с усовершенствованием способа наблюдения ошибка должна постепенно уменьшаться, и в пределе она, вероятно, ничтожна.

Та температура, при которой, в случае медленного и равномерного охлаждения вещества, появляются первые следы фиксированной разнородности (не говорю о бегающих „струйках"), и та температура, при которой, в случае нагревания, исчезают последние следы разнородности, должны быть одинаковы между собой, если чувствительность наблюдения одинакова в обоих случаях. Это — *оптическая* или *видимая* критическая температура, $T_c - \tau$. Насколько она ниже истинной, это должно зависеть и от вещества, и от способа наблюдения. Я старался показать, что в случае CO_2 погрешность оптической оценки может только при довольно грубом наблюдении доходить до 0,5°.

Конечно, при этом схематическом рассуждении были опущены некоторые обстоятельства (например, влияние веса на давление, влияние капиллярных сил, и пр.), отчасти трудно поддающиеся оценке, но, несомненно, и всегда существующие (помимо собственно аномалий). Но в первом приближении этими второстепенными факторами можно пренебречь.

В обстоятельных исследованиях Надеждина я находил отчасти опытное подтверждение моих выводов. При известных предосторожностях этот наблюдатель находил, для появления первой мути и исчезания мениска, температуры, разнящиеся между собой лишь в немногих десятых градуса (см. *l. c.*, пример на р. 74). У того же экспериментатора указано, что критическая температура *видимая* мало отличается от *истинной*, определенной по признаку равенства плотностей ($\rho = \delta$) весовым способом (помощью „денсиметра“, придуманного Надеждиным для воды, брома и пр.). Именно, при исследовании *эфира* и муравьиного этила тем и другим способом, эта разница (τ) оказалась около 0,5°*.

Надеждин замечает, однако („Этюды“, стр. 70, примечание), что „температуры появления мути“ оказывались наибольшими, когда в трубочке заключено было *нормальное* количество вещества (т. е. такое, которое дает для T_c переход через „критическую точку“); но он не указывает, насколько влияло невыполнение этого условия. Имея в виду при своих опытах определить все элементы критического состояния (T_c, v_c, p_c), он делал свои наблюдения с количеством, близким к нормальному. Притом же наблюдение в этих условиях особенно удобно, ибо оптический признак появляется около середины трубки, а не вблизи концов.

---

* Надеждин, *Киевские Унив. Известия*, июнь 1885 г. (отд. III, стр. 25).

13. У позднейших наблюдателей получались результаты, не всегда столь стройные и не у всех одинаковые. Рассмотрим по порядку результаты Баттелли, Цамбиази и кн. Голицына.

Баттелли находит, что последние следы разнородности при нагревании исчезают несколько выше T_c, если наблюдать с особыми приспособлениями*; тогда как появление разнородности при охлаждении замечается значительно ниже T_c (особых приспособлений на этот раз, повидимому, не было). Так как для эфира *исчезание* разнородности показано при 196,7° — 198,7° С.; средним числом Баттелли считает $T_2 = 197°$**. *Появление* мути наблюдалось при 193,0° — 193,6°; температура „появления" T_1 оказывалась при этом тем ниже, чем больше вещества заключено в трубке (результат, не вполне согласный с Надеждиным), и самое явление представлялось в различном виде. Но эта температура (около 193°) давала уже не первые, чуть-чуть заметные начатки разнородности: муть, очевидно, наступала сразу, ибо говорится прямо о *сильном* или *весьма явственном* помутнении (un forte intorbidamento, int. visibilissimo)***. Истинной критической температурой (в *своем* смысле слова) Баттелли и тут, повидимому, считает 197°, хотя бы эта цифра была получена при другом исследовании и, вероятно, для другой порции эфира.

Наблюдатель заключает из этих данных, что 1) исчезание замечается выше T_c; 2) появление — много ниже T_c (на 3—4°); 3) T_1 зависит от количества вещества в трубке.

Но, всматриваясь беспристрастно в показания опытов Баттелли, следует, мне кажется, заключить, что: 1) значительная разница между T_2 и T_1 объясняется неодинаковой чувствительностью того и другого наблюдения: то, что отмечалось как исчезание и как появление, не соответствовало *одной и той же степени* разнородности; 2) температура исчезания (T_2), наблюдавшегося весьма — быть может даже слишком — старательным и, так сказать, мнительным обра-

---

* Толстая медная проволока наблюдалась сквозь трубочку косвенно, против светлого фона; она казалась еще слегка согнутой даже после того, как поверхность раздела совершенно исчезала.

** Впредь, для краткости, будем просто говорить о появлении и исчезании; температуру появления обозначать T_1, исчезания T_2.

*** Sullo stato..., nota 1, pp. 1621, 1623, 1628, 1633, 1634.

вом, была близка к T_c (насколько позволительно считать $T_c = 197°$) и только иногда превышала ее (вероятно вследствие упомянутой мнительности); 3) различия в T_1 в зависимости от количества вещества ограничивались немногими десятыми градуса, и, может быть, зависели оттого, что в разных случаях явление имело различный характер (р. 1621), а потому не с одинаковым удобством улавливалось глазом. (Я уже заметил, что эти различия в T_1 у Баттелли следовали иному закону, чем у Надеждина, см. **12.**)

А если так, то я не нахожу в опытах Баттелли явного противоречия с моими дедукциями, и вижу только трудность и условность наблюдений T_1 и T_2, для которых необходимо держаться определенного и тщательно выработанного плана.

14. В исследовании Дж. Цамбиази* наблюдалось уже несколько иное. Температуры T_1 и T_2 у Цамбиази (как и у Надеждина) оказывались совпадающими для *данного* количества вещества (именно, та и другая около 193°), но они несколько повышались (в пределах до 0,5°) с уменьшением этого количества**. (В последнем пункте опять несогласие с Надеждиным.)

Цамбиази замечает, что исчезание мениска может быть уловлено с большой точностью, но из описания видно, что наблюдатель не дожидался исчезания последних намеков на разнородность, как это делал Баттелли. Цамбиази определяет точку исчезания так: „Мениск становится плоским и представляет на нижней стороне полное отражение, благодаря которому кажется сияющим (splendente), а при исчезании темнеет, заменяясь непрозрачным сечением, у которого образующие линии трубки кажутся как бы перетянутыми (l'apparenza d'una strozzatura), представляясь уже не ломаными, а искривленными выпуклой стороной к оси трубки; очевидно, что показатели преломления изменяются непрерывно“ (р. 431). По Баттелли следовало бы подождать, пока не исчезнут и эти остатки разнородности.

---

* G. Zambiasi, *Rendiconti della R. Ac. dei Lincei*, 1, 2 Sem., p. 423 (декабрь 1892 г.).

** В отдельном ряде опытов, сделанных для удостоверения последнего пункта, наблюдались собственно температуры 189,8°—190,3°; но значительную разницу с прежней цифрой (193°) автор объясняет тем, что на этот раз был взят другой эфир и другой термометр.

Благодаря тому, что Цамбиази наблюдал появление и исчезание с меньшей разницей в чувствительности оценок, чем это было у Баттелли, первый и находил T_1 и T_2 почти одинаковыми. Эта температура $T_1 = T_2$ несколько колебалась, смотря по количеству эфира; не потому ли опять, что самый вид явлений и удобство оценки при этом изменялись? Истинную температуру T_c (в смысле $\rho = \delta$) Цамбиази — особенным путем, о котором поговорим ниже (15), — оценивает для своего эфира в 196°, т. е. много выше, чем $T_1 = T_2$; особенно удивляться этому разногласию нельзя, ибо оптическая оценка была на этот раз не из самых тонких. В позднейшей своей статье* Цамбиази находит возможным признать (путем рассуждения), что наивысшая из оптически наблюденных температур ($T_1 = T_2$) совпадает с истинной (T_c); это согласно с мнением Надеждина, но не согласно с предыдущими указаниями самого Цамбиази.

Любопытно, что Баттелли, говоря об этих наблюдениях Цамбиази**, считает их согласными со своими собственными, за исключением только (!) того „маленького разногласия" (piccola divergenza), что температуры T_1 и T_2 у Цамбиази совпадали. Но ведь эта „piccola divergenza" простирается на те именно 3—4°, из-за которых и идет весь спор. Баттелли приписывает это разногласие большей точности своих приемов наблюдения; я думаю, что Баттелли точнее наблюдал только T_2 (оттого у него и выходило $T_2 > T_1$).

15. Особый опыт, впервые предложенный Кайльете и Колардо, может служить хорошим контролем оптической методы. Этот опыт повторяли с эфиром как Баттелли, так и Цамбиази; их заключения и здесь не вполне согласны.

Берется замкнутая трубка, в виде буквы О. Низ трубки наполнен ртутью (у Баттелли — глицерином), а над нею в двух ветвях помещены неравные количества жидкого эфира (черт. 2). Весь снаряд поддерживается при одинаковой температуре, которую постепенно повышают. Формулируя условия гидростатического равновесия, легко найдем

$$(h - h')(\rho - \delta) = \Delta (D - \delta), \qquad (3)$$

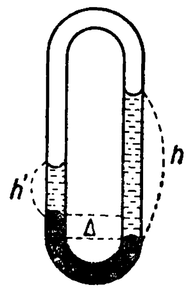
где h, h' — высоты эфирных столбиков; Δ — разность уров-

---

* *Rendic. Ac. Lincei*, 2, 1 Sem., p. 23 (январь 1893 г.).
** Sullo stato..., nota, 2, p. 692.

ней ртути (или глицерина); ρ, δ, D — плотности жидкого эфира, эфирного пара и ртути (глицерина). С приближением к T_c, разность $(\rho - \delta)$ стремится к нулю, а следовательно, и Δ уменьшается до нуля, так что признаком T_c будет одинаковый уровень ртути в обеих ветвях снаряда. С другой стороны, h и h' стремятся к (неодинаковым) пределам, и при T_c должны исчезнуть оба эфирные мениска; исчезание должно, однако же, произойти несколько раньше (при $T_2 < T_c$), чем вполне выравнялась ртуть, если нивеллировку ртути наблюдаем очень точно, а „исчезание" — не особенно тонким способом.

Баттелли наблюдал выравнивание нижней жидкости при 196,9° — 198,3° почти одновременно с „исчезанием", но большей частью немного позже (т. е. $T_c > T_2$) *. Цамбиази, напротив, наблюдал выравнивание ртути (при 196°) значительно позже, чем исчезал мениск (193°) **; это не мешает ему, однако же, думать, что при определенном количестве эфира в снаряде (когда эфир при нагревании до T_c подходит к „критической точке") оба явления в точности совпадут и дадут истинную цифру T_c ***. На этот раз особенно ясно, что два наблюдателя не одну и ту же фазу явления считали за момент „исчезания", и что чем чувствительнее оптическая оценка, тем меньше становится разность $(T_c - T_2)$ (вообще говоря, положительная). Мне кажется, что этот опыт (именно в исполнении Баттелли) и оправдывает оптическую методу, и дает средство определять T_c по двум признакам сразу.



Черт. 2.

16. В статье, о которой я уже имел случай говорить, кн. Голицын находит для эфира следующее ****. Температура исчезания T_2 *не* зависит от количества вещества; она была 193,8°—194,2°. Температура *появления мениска* почти не зависит от количества эфира в трубочке и лежит немного

---

* Sullo stato..., nota, 1, p. 1642. Разница $(T_c - T_2)$ в 4 опытах была 0, 0,6°; 0,7°; 0,2°.

** *Rendic. Acc. Lincei*, **1**, 2 sem.; p. 429.

*** *Rendic Acc. Lincei*, **2**, 1 sem., pp. 26, 27.

**** B. Golitzine, *Wied. Ann.*, **50**, p. 521.

ниже предыдущей (193,2°—193,5°); но если наблюдать *первые признаки начинающейся разнородности* (что мы и разумеем под „появлением“), то получается цифра, совпадающая с T_2. Экспериментатор пользовался для нагревания ванной из паров нафталина, кипевшего под уменьшенным по произволу давлением. Постоянство температур, повидимому, достигалось очень хорошее. Относительно появления мениска автор прямо замечает, что оно, при очень медленном и равномерном охлаждении, происходило не внезапно, а подготовлялось — особой окраской трубки, еще без тумана (p. 532); это подготовление наблюдал при известных условиях и Надеждин („Этюды“, стр. 69), но оно не наблюдалось, повидимому, ни у Баттелли, ни у Цамбиази, у которых появление раздела описывается как происходящее сразу, в резкой форме.

Мы видим, что у кн. Голицына, даже в большей мере, чем у Надеждина, все детали оптического наблюдения буквально соответствовали моему дедуктивному построению. В частности, то влияние количества вещества на оценку T_1 и T_2, о котором еще говорил Надеждин и на котором настаивают Баттелли и Цамбиази, у кн. Голицына прямо признается ничтожным.

Кн. Голицын думает, что эта оптически определенная температура ниже истинной T_c; но с его стороны такое заключение ничем не мотивировано: он не определял T_c для своего эфира, а просто верит, что надо считать $T_c = 197°$, как находил Баттелли. Между тем эфир эфиру рознь, другие наблюдатели получали для эфира и гораздо более низкие цифры (и не только оптическим путем). Очень жаль, что автор не сделал прямого определения T_c по признаку $\rho = \delta$. Правда, в некоторых опытах его эфир представлял поразительную изменчивость (8); но, судя по стройности оптических результатов, так было не всегда или не со всеми порциями вещества. Мне думается, что в описании оптических примет можно видеть прямой намек на то, что эфир кн. Голицына имел более низкую T_c, чем эфир Баттелли или Цамбиази: ведь то, что у Баттелли наблюдалось около 197°, у кн. Голицына происходило около 194°; между тем как Баттелли иногда при 193,6° видел уже *сильную муть*, у кн. Голицына, как следует заключить из приводимых им цифр и пояснений, при 193,8° появлялись иногда лишь „первые признаки неоднородности“.

Любопытно, что говоря о некоторых моих возражениях на прежнюю статью кн. Голицына, Баттелли защищает его ссылкой на те именно два пункта, которые ныне отрицаются самим кн. Голицыным. А именно, в защиту последнего Баттелли приводит: 1) что T_1 зависит от количества вещества; 2) что T и T_2 иногда расходятся на несколько градусов *. Но этого-то именно и не оказалось при наблюдениях самого кн. Голицына.

17. Из сопоставления всех новейших показаний относительно оптической методы (**13—16**), мне кажется позволительным заключить, что:

1) Уклонения от защищаемой мною схемы у различных наблюдателей получались различные, но при правильной постановке наблюдений вообще бывают незначительны и входят в разряд второстепенных аномалий или же просто объясняются трудностью наблюдений и некоторой шаткостью в применении оптической методы.

2) Большие разногласия между T_1 и T_2, там где таковые наблюдались, зависели от того, что не одна и та же ступень явления (не одна и та же степень разнородности вещества) служила признаком для T_1 и для T_2.

3) Значительное разногласие между T_1 (или T_2) и T_c далеко не доказано, а напротив, есть полная надежда, что при правильном способе наблюдений будет получаться $T_1 = T_2 = T_c$, в пределах небольших долей градуса.

Мне остается коснуться тех теоретических рассуждений, которые приводились в защиту той мысли, что оптическая метода ненадежна или неправильна.

18. Г. Пелля ** исходит из мысли, что по диаграмме Андрюса исчезание разнородности вещества, нагреваемого при постоянном объеме, должно бы замечаться только при известном вполне определенном количестве вещества. Наблюдение показывает, напротив, что количество это, для данного объема трубочки, может колебаться в довольно широких пределах — и все-таки исчезание мениска наблюдается в пределах трубки. Отсюда автор заключает, что „фигуративная прямая“ процесса нагревания (прямая, параллельная оси p на чертеже изотерм), прежде чем достигнет „пограничной кривой“, встречает другую кривую,

---

* Sullo stato..., nota 2, p. 691.

** Pellat, *Journ. de Phys.* (3), 1, p. 228 (июнь 1892 г.).

ниже первой лежащую, — кривую тех состояний вещества, где происходят „исчезания“.

В моей предыдущей статье (она еще не могла быть известна г. Целля, когда он писал свою заметку) я достаточно подробно развил те соображения, которыми отрицается такой взгляд на дело. Мнение, будто, по Андрюсу, „исчезание“ могло бы наблюдаться при одном, строго определенном количестве вещества (другими словами, не могло бы вовсе наблюдаться), основано на недоразумении. Надо помнить, что оптическая разнородность, заметная для глаза, исчезает немного ниже T_c при $T_2 = T_c - \tau$, где τ можно считать произвольно малым, но не нулем. Благодаря особой форме изотерм в районе около критической точки, ρ и δ имеют при T_2 еще конечную разницу для τ бесконечно малого. Если наше количество вещества таково, что „фигуративная прямая“ встретит прямолинейную часть изотермы T_2 не в начальной и не в конечной точке, а в какой-либо промежуточной, то мы и увидим феномен „исчезания“. Происходить он должен, говоря теоретически, при одной и той же температуре T_2, каково бы ни было взятое количество, ибо определяется тем, какую разницу плотностей ($\rho - \delta$) мы перестаем замечать, а эта разница плотностей (если не иметь в виду аномалий) зависит только от температуры. На существование особой „кривой исчезаний мениска“ ничто определительно не указывает, как видно из предыдущих параграфов (12—17); этой кривой и служит прямолинейная часть изотермы T_2. Баттелли совершенно правильно замечает, что мысль Целля нельзя оправдать какой-либо физической причиной, если держаться взглядов Андрюса*.

19. Из особого ряда опытов с эфиром Баттелли строит непосредственно изохоры (или изопикны) этого вещества для области вблизи критической точки**. Подобный чертеж он составляет для CO_2 по данным Амага***. (У меня соот-

---

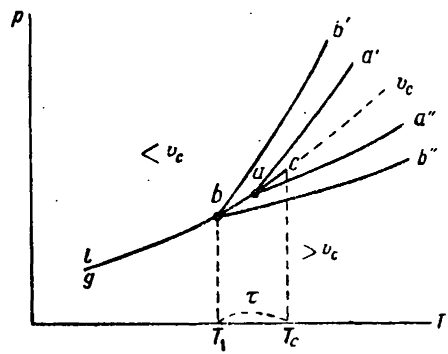
* Sullo stato..., nota 2, p. 691. Другое замечание Баттелли менее убедительно: он опирается на ту форму зависимости T_2 от количества вещества, какая наблюдалась у него самого и у Цамбиази. Мы знаем, что у Надеждина наблюдалось иное, а у кн. Голицына зависимость от количества вовсе отрицается.

** Sullo stato..., nota 1, p. 1639.

*** *Rendic. Acc. Lincei*, 2, 1 sem., pp. 175, 177.

ветственный чертеж дан на табл. II предыдущей моей статьи.) На том же чертеже проведена „кривая сжижения“ и та кривая, которую Баттелли считает ее „продолжением“ (5). Схематически такой чертеж (только без последнего „продолжения“) прилагается здесь (черт. 3): c — критическая точка, clg — кривая сжижения, прочие линии — изохоры (кривые равного удельного объема).

При охлаждении перегретого вещества при постоянном объеме, рассуждает Баттелли, оно идет сверху вниз по некоторой изохоре ($a'a$), которая встретит кривую сжижения в некоторой точке (a). Чем больше вещества заключено в данном объеме (т. е. чем меньше удельный объем), тем ниже будет эта точка встречи, тем ниже соответственная ей температура; эта-то температура и есть температура появления разнородности (T_1).



Черт. 3.

Но если даже и допустим последнее положение (что точка встречи изохоры с кривой сжижения определяет T_1), то и тогда только что сказанное будет верно лишь для тех изохор, которые соответствуют удельным объемам $< v_c$. Изохоры удельных объемов $> v_c$ встречают кривую сжижения *снизу*, и для них чем больше удельный объем (т. е. чем меньше количество вещества), тем *ниже* будет точка встречи. То-есть это рассуждение ведет не к той зависимости T_1 от количества, какую наблюдали Баттелли и Цамбиази, а к той, какую видел Надеждин (12): видимая критическая температура должна быть всего выше, когда тело идет по изохоре v_c (проходит через критическую точку c).

Но мало того. Нельзя сказать, что точка встречи a изохоры $a'a$ с кривой сжижения определяет свою температуру T_1. Если a лежит слишком близко к c, то возникающей в a разнородности мы еще *не заметим*, ибо сходящиеся здесь изохоры жидкости ($a'a$) и пара ($a''a$) соответствуют еще слишком малому (оптически неуловимому) различию плотностей. Для того чтобы разнородность *появилась*, нужно телу, дошедшему до a, охладиться еще несколько, причем оно, уже в разнородном (но еще незаметно разнородном) виде, в виде смеси, идет на диаграмме по кривой сжижения, от a к b (на эту кривую пролагаются продолжения нисходящих изохор, после того как они встретились с кривой clg)*. Если b есть та точка, где сходятся изохоры ($b'b$, $b''b$) с только что заметным различием плотностей, она и определит собой момент „появления", а соответственная температура будет T_1. (Отрезок T_1T_c на оси абсцисс есть то, что мы называли τ.) В какой бы точке (между c и b) ни произошла *действительная* „встреча", *кажущаяся* будет всегда в b.

То же (и даже лучше) видно и на диаграмме изотерм, в плоскости (p, v), где изохоры представляются прямыми, параллельными оси p. Встретив сверху „пограничную кривую" и пересекши ее, изохора (или „фигуративная прямая") встречает ниже прямолинейную часть изотермы $T_1 = T_c - \tau$, где разница плотностей только что заметна, и *здесь-то* наблюдается первый признак разнородности**.

20. Цамбиази, в статье теоретического содержания, на которую я уже имел случай ссылаться***, отрицает „кривую исчезаний" Пелля, полагая, что она совпадает с кривой сжижения. Рассуждения Цамбиази приводят его к тому выводу, что „исчезание" должно происходить в точности при T_c, если количество вещества соответствует критическому объему, иначе — исчезание произойдет при $T_2 < T_c$. (Эти заключения собственно не вполне согласны с опытами самого автора.) А потому определять T_c оптическим путем — законно, но с контролем относительно количества вещества; автор предлагает именно опыт с трубкой в виде O (**15**), снабженный особым регулятором объемов.

Этот последний прием, как уже было выше замечено, представляет действительную выгоду, но не в том отношении, что здесь можно усовершенствовать собственно оптическую методу, а в том, что она контролируется другим

* См. мою предыдущую (2) статью, р. 286.
** См. предыдущую статью, р. 289.
*** *Rendic. Accad. Lincei*, **2**, 1 sem., p. 21.

признаком (выравниванием ртути). Что касается теоретических рассуждений Цамбиази, я опять вижу в них некоторое недоразумение.

Обозначая v и v' объемы жидкости и пара, m — массу вещества в снаряде и полагая $v+v'=V$, находим

$$\frac{v}{v'}=\frac{m-V\delta}{V\rho-m}. \tag{4}$$

Если M есть та масса, для которой V есть критический объем (так что $V/M=v_c$ — критический удельный объем), то, при нагревании с постоянным объемом, мы пройдем, несомненно, через критическую точку (T_c, v_c, p_c), причем, как было показано в другом месте*, получится исчезание мениска посредине трубки.

Если $m=M-\varepsilon$, рассуждает далее Цамбиази, то числитель в правой части (4) обратится в нуль ниже T_c; если $m=M+\varepsilon$, знаменатель обратится в нуль ниже T_c. Это верно, но не этими моментами (т. е. моментами, когда $v=0$ или когда $v'=0$) определяется замечаемое нами исчезание мениска, и предыдущее рассуждение не решает даже вопроса: произойдет оно или нет? Ведь при достаточно большом ε мы получим только, так сказать, вытеснение пара жидкостью или вытеснение жидкости паром (смотря по знаку ε), а слияния двух разнородных слоев в один так и не увидим. Решить вопрос, в каких пределах можно менять ε и все-таки получать это слияние, можно не иначе, как установив, какую степень разнородности мы перестаем замечать, т. е. какую изотерму (ниже T_c) мы должны пересечь, чтобы оба слоя показались нам уже одинаково плотными. А тогда температура исчезания (T_2) и определяется этой изотермой; переход же через кривую сжижения произойдет несколько позже, действительно при различных температурах (между пределами T_1 и T_c), правее или левее критической точки, но он ничем *видимым* не ознаменуется. — Мне пришлось здесь снова повторить то, что я уже развивал в предыдущей статье.

---

* См. предыдущую статью, р. 299.

Таким образом, при всем желании внимательно и беспристрастно отнестись к новым наблюдениям и к новым мыслям, я не вижу в них достаточного повода отказаться в каком-либо пункте от моих прежних рассуждений и продолжаю считать эти последние правильно представляющими ход дела, конечно, отвлекаясь от тех аномалий еще неразъясненного характера, при наличности которых всякое определенное суждение о предмете становится неполным или даже невозможным.

Москва, ноябрь 1893 г.

О КРИТИЧЕСКОМ СОСТОЯНИИ ТЕЛ[1]

(СТАТЬЯ ЧЕТВЕРТАЯ)

1. Уже после составления моей последней статьи *, я познакомился с двумя интересными заметками г. Гуи (Gouy). Не вдаваясь в молекулярные догадки и не помышляя об упразднении теории Андрюса, Гуи сообщает меткие мысли и тонкие наблюдения; жаль только, что его опыты описаны слишком кратко и оставляют место некоторым сомнениям.

В первой заметке ** Гуи развивает ту мысль, что, вследствие чрезвычайной сжимаемости вещества вблизи критической точки, оптически заметная разнородность может здесь существовать и при отсутствии двух различных агрегатных состояний: она вызывается сжатием тела от собственного веса. Представим себе вертикальную трубку с CO_2, и пусть она вся находится при критической температуре T_c. Отвлекаясь от действия тяжести, мы имели бы, при известном количестве вещества, повсюду однородное тело в критическом состоянии. Но благодаря тяжести, критическое состояние в строгом смысле будет только в тонком слое, на одном уровне. Вычисляя, как будет изменяться плотность CO_2 вверх и вниз от этого „критического уровня", Гуи находит изменение в 1% на протяжении 0,5 mm., в $^1/_5\%$ — на протяжении 0,004 mm. „Таким образом критический уровень образует своего рода раздел между верхней и нижней частями жидкости, имеющими неодинаковую среднюю плотность, — раздел, который, по производимой

[1] Напечатано в *Ж.Р.Ф.-Х.О.*, т. XXIX. *(Ред.)*.

* *Журнал Ф.-х. о.*, 25, р. 303.

** *Comptes rendus*, 115, р. 720 (7 novembre 1892).

им игре света, должен представлять подобие жидкой поверхности, несколько неопределенной (un peu indécise)".

Если это так, если глаз действительно замечает подобное изменение плотности — в таком случае та схема для оценки чувствительности „оптической методы", какую я давал, отвлекаясь от эффекта тяжести, должна будет подвергнуться некоторому изменению. Изложенные соображения еще не дают возможности точнее сформулировать эту оценку, но вообще можно думать, что: 1) видимая критическая температура (T_1 или T_2) должна лежать еще ближе к истинной (T_c), чем можно было думать, отвлекаясь от влияния тяжести; 2) наблюдая появление или исчезание разнородности слишком „мнительно" (как выражался я по поводу некоторых наблюдений Баттелли), мы можем получить для T_c слишком высокую цифру.

2. Вторая заметка Гуи * имеет еще больший интерес. В начале автор замечает, что наблюдения вблизи критической точки весьма затрудняются большой изменчивостью явлений с температурой: „изменения на несколько тысячных долей градуса в час уже совершенно препятствуют наблюдениям; последние начинают делаться удовлетворительными лишь в том случае, когда эти изменения не превышают 0,0001°".

Действительно ли автору удавалось достигнуть столь беспримерного постоянства температуры, трудно судить по немногим словам сжатого реферата. Крайне жаль, что Гуи не воспользовался этими исключительно благоприятными условиями, чтобы сделать более законченный этюд. Описывая, как представлялось исчезание мениска при столь медленном нагревании, Гуи замечает, что окончательная стадия явления (замена резкого раздела непрерывным переходным слоем и затем исчезание последнего) совершается в пределах 0,001°. Если это верно, то приходится заключить: 1) что глаз необыкновенно чувствителен к малым оттенкам оптической плотности (светопреломляемости) и 2) что оптическая метода определения T_c, при условии весьма постепенного изменения температуры, должна оказаться *наиболее чувствительной и наиболее точной.*

Первому заключению, повидимому, противоречит тот факт, что исчезание и появление раздела можно наблюдать,

---

* *C. R.*, **116**, p. 1289 (5 juin 1893).

изменяя в довольно широких пределах количество введенного в трубку вещества. В этом, так сказать, „просторе“ явления я видел именно указание на то, что оно наблюдается заметно ниже T_c. По мнению Гуи, этот простор обусловлен не разницей $(T_c - T_1)$, а неодинаковостью плотности вследствие сжатия вещества собственным весом.

3. Описывая весьма резко те симптомы „неустановившегося равновесия“, о которых я говорил в моей статье (7), Гуи дает простой способ от них освободиться. Совершенная правильность результатов достигалась под тем условием, что при каждой температуре трубку много раз переворачивали низом вверх и затем оставляли в покое; этим поощряется наступление окончательного равновесия (état final). В этом случае уровень жидкости для данной температуры устанавливается всегда одинаково, и трубка может служить необыкновенно чувствительным термометром, способным давать десятитысячные доли градуса. Без указанной предосторожности, уровень при данной температуре перемещается с течением времени (états variables); „это перемещение не оканчивается даже по истечении недели и, повидимому, должно привести к тому окончательному состоянию, какое соответствует данной температуре“. Здесь почти буквально подтверждаются мои замечания о возможности крайне медленного водворения равновесия в области критической точки; но, признаюсь, для меня остается совершенно непонятным, каким образом экспериментатор мог следить за подобным опытом „в течение недели“.

К подобным же заключениям приходит г. Кюнен*: он независимо от Гуи, убедился, что взбалтывание жидкости (особой электромагнитной мешалкой) устраняло уклонения от правильного или теоретического хода явлений.

Оба наблюдателя, Гуи и Кюнен, находят, что вышеупомянутый „простор“ наблюдений с различными количествами вещества стесняется в значительной мере, если употреблять переворачивание или взбалтывание.

„Надо исследовать, — замечает Гуи, — не зависят ли эти разницы между окончательным и переменными состоя-

---

* J. P. Kuenen, сообщение в Амстерд. акад. наук, 29 октября 1893 г. (цитирую по любезно доставленной мне брошюре: Communications from the Laboratory of Physics at the Univ. of Leiden, by Prof. Dr H. Kamerlingh Onnes, n°8).

ниями от примеси небольшого количества воздуха к углекислому газу". Также думает и Кюнен, который смотрит на эти аномалии как на явления, аналогичные так называемым „запаздываниям". „По отношению к чистым веществам, — говорит он, — какие-либо новые теории для объяснения критических явлений представляются мне в настоящее время излишними".

Но и помимо влияния примесей, самый характер зависимости между плотностью и давлением вблизи критической точки ведет, мне кажется, именно к тому, что динамически ничтожные (и поэтому весьма медленно выравнивающиеся) отступления от равновесия могут, тем не менее, оставаться физически заметными.

4. Дописывая эти несколько запоздалые замечания по поводу статей Гуи, я встречаю, в только что вышедшей книжке *Phil. Mag.*, в форме письма к издателям, заявление двух специалистов по данному вопросу, профессоров В. Рамсея и С. Йонга *. Содержание этого документа и по общему характеру и по подробностям, как нельзя более соответствует тем идеям, которые я проводил в предыдущих моих статьях.

„В последние годы, так начинают Рамсей и Йонг, по вопросу о термических свойствах газов и жидкостей появилось несколько работ, в которых содержатся, по нашему мнению, неправильные заключения. В интересе точного знания мы считаем долгом сделать по поводу их несколько замечаний и указать, в каких пунктах они ошибочны".

Далее сообщаются о статьях Баттелли, кн. Голицына, Цамбиази и де Геена замечания, которых мы не будем приводить, ибо почти все они, и притом с бо́льшим развитием, содержатся в нашей предыдущей статье.

Относя странные и противоречивые результаты этих наблюдателей главным образом к несовершенству нагревательных аппаратов (ванн), авторы далее говорят:

„Как раз те самые заключения, какие находим в этих работах, были даны одним из нас ** в его прежней статье (*Proc. R. Society*, 1880, **30**, p. 323 и **31**, p. 194), где приводились подобные же аргументы в пользу „жидких ча-

* W. Ramsay and S. Young, On the Thermal Behaviour of Liquids, *Phil. Mag.* (5), **37**, p. 215 (February 1894).

** В. Рамсеем. — *А. С.*

стиц* и в пользу неодинаковости жидкого и газового состояния *при* и *выше* критической температуры. Автор той статьи, пользуясь этим случаем, снова заявляет, что он уже не верит более в свои тогдашние заключения. Он пожалел бы о напечатании той статьи, если бы не утешался надеждой, что она может служить маяком, способным предостеречь новых экспериментаторов по той же области от тех многочисленных скал и мелей, коими она усеяна".

Далее, авторы указывают на свои позднейшие успешные работы по определению критических постоянных и настаивают на важности постоянства и равномерности температуры, на необходимости употреблять жидкости совершенно чистые и освобожденные от воздуха.

„В некоторых случаях, как, например, у алкоголей и кислот, может быть, и есть при критической точке молекулярные комплексы; но мы нисколько не сомневаемся, что вещество физически однородно на столько же, как хорошая смесь кислородного и водородного газа, и что единственное различие плотности в разных областях есть то, которое обусловливается собственным весом вещества"... (см. вышеуказанное замечание Гуи).

„Эти соображения достаточны, полагаем, чтоб объяснить ошибочные выводы цитированных авторов".

Выпишем, наконец, заключительные слова письма.

„Подобная работа требует крайней тщательности, в особенности чтобы обеспечить равномерные и известные температуры. Следует сожалеть, что публикуются наблюдения и делаются выводы, зараженные такими ошибками, которых легко было бы избежать, если бы для получения постоянных и известных температур обращались к чистым парам жидкостей, кипящих при постоянных и известных давлениях. Небольшой труд, потраченный в начале исследования на очистку жидкостей, употребляемых в качестве ванн, сполна вознаграждается при дальнейшем ходе работы устранением ошибочных наблюдений. В то время как представители математической физики стараются найти выражение, которое лучше подходило бы к фактам, чем простая, но довольно близкая формула ван дер Ваальса, достойно сожаления,

* Разумеется „molécules liquidogènes" де-Геена, и вообще мысли о присутствии жидкости среди газа выше T_c. — *А. С.*

что в основу их анализа предлагаются наблюдения, не заслуживающие доверия" *.

От души присоединяясь к этому вескому заявлению двух компетентных исследователей, многие годы работающих по данному вопросу, пожелаем еще раз, чтобы простая и ясная схема, установленная их знаменитым соотечественником Андрюсом, не затемнялась впредь наплывом скороспелых экспериментов и недодуманных идей.

Москва, 28 января 1894 г.

---

* В примере того, каковы бывают иные наблюдения, приводится определение критической температуры уксусного метила у де-Геена: от чисел, полученных одним из авторов и Надеждиным, оно отличается не менее как на... 46°!

II

УЧЕНО-ЛИТЕРАТУРНЫЕ ТРУДЫ

ИЗ КЕМБРИДЖА [1]

16 (28) июня 1874 г.

Сегодня великий день в классическом Кембридже. Люди, кебы, колокола — все в необычайном движении.

Заключение академического года перед летней вакацией (the long) — заключение, довольно оригинально называемое здесь „началом“ (commencement), давно не праздновалось с такой торжественностью, как в настоящем году.

Это был не простой годичный акт университета, это было нечто особенное. Праздновалось открытие одного из учреждений, еще редких в Европе, но размножающихся с каждым годом. Ныне день открытия физической лаборатории, которую жертвует Кембриджскому университету его настоящий канцлер, Вилльям Кавендиш, герцог Девонширский. Едва ли не самая роскошная и комфортабельная из существующих, кембриджская физическая лаборатория (the Cavendish Laboratory), вверенная одному из первоклассных физиков нашего времени, профессору Джемсу Кларку Максвеллу, без сомнения будет играть видную роль и в истории физики, и в истории английских университетов.

Идея физической лаборатории, то-есть помещения, где учащиеся могут заниматься физическими опытами, измерениями и исследованиями, есть дело нового времени. Первым и долгое время единственным примером такого учреждения была, с сороковых годов, домашняя лаборатория Магнуса в Берлине. Только в последнее время физическая лаборатория признана столь же необходимой принадлежностью высшей школы, как и химическая. Возникли лаборатории

---

[1] Напечатано в „Московских ведомостях“ 21 июня 1874 г. (*Ред.*).

(или „институты") в Гейдельберге (1863 г.), Вене, Париже (Сорбоннская лаборатория Жамена, 1867 г.) и т. д.

В Англии изучение физики долго сливалось с математическими курсами, и существование особой кафедры для Physics так же ново, как и самый термин (до сих пор употребительно название Natural Philosophy). До 1871 г. в Кембридже преподавались только оптика как часть математики и некоторые главы из теплоты как часть химии; обширная наука об электричестве и магнитизме не преподавалась вовсе.

Оксфордская лаборатория (начатая в 1868 г., окончена в 1872) была первой в Англии (разумеем собственно Англию, ибо в шотландских университетах физика ранее получила право гражданства). Эта лаборатория (the Clarendon Laboratory), весьма удобно устроенная по указаниям профессора Клифтона, послужила в значительной мере образцом для Кембриджской. Устройство лекционной залы, обилие независимых от пола постаментов для инструментов, требующих полной неподвижности, отверстия в полах, позволяющие продевать через все этажи здания нити, проволоки и пр., — все это общие черты двух лабораторий.

В Кембридже кафедра Experimental Physics основана в 1871 г., а настоящий профессор Кларк Максвелл есть первый ее представитель. Первой задачей профессора по новой кафедре поставлено преподавание и разработка законов теплоты, электричества и магнитизма *. Автор образцовой книжки о теплоте („Theory of Heat") и глубокого трактата об электричестве и магнитизме, профессор Кларк Максвелл, как нельзя более удовлетворяет этой программе.

Я уже заметил, что здание лаборатории по новооткрытой кафедре есть роскошный подарок, подносимый университету его нынешним канцлером. Здание, начатое назад тому два года и теперь в главных чертах оконченное, стоило 11 000 ф.

* „It shall be the principal duty of the Professor to teach and illustrate the laws of Heat, Electricity and Magnetism, to apply himself to the knowledge of such subjects and to promote their study in the university". [„Основной задачей профессора будет: излагать и демонстрировать законы тепла, электричества и магнетизма, направлять собственную деятельность на изучение этих вопросов и распространять их изучение в университете" (*Ред.*)].

ст. Оно сделано по рисункам здешнего архитектора Фосета (W. M. Fawcett, M. A.). Кларендонская лаборатория в Оксфорде служила в значительной мере прототипом для Кембриджской. План дома представляет вид наугольника, то-есть двух удлиненных частей, смыкающихся под прямым углом. Такая форма, отчасти обусловленная участком земли и соседними зданиями, имеет ту выгоду, что позволяет пользоваться, где нужно, значительными линейными расстояниями при сравнительно небольшом квадратном содержании дома. По направлению одного из главных фасадов дома представляется открытая прямая линия в 120 фут. длиной.

Нижний этаж лаборатории содержит в себе ряд комнат для работ, требующих полной неподвижности снарядов, каковы измерения длины, времени и массы, а также некоторые измерения из области электричества, магнитизма и теплоты. Магнитная комната составляет северо-западный конец наугольника, и на значительное расстояние от нее во все стороны вполне устранены железо и сталь. Комната для весов освещается двумя широкими окнами; смежная комната, назначенная для теплоты, сообщается с нею помощью подъемного окошка, позволяющего издали наблюдать в трубу термометры и другие снаряды, которым мешало бы близкое присутствие наблюдателя. Обширная кладовая (store-room), мастерская и комната для большой гальванической батареи составляют остальную часть нижнего этажа.

Второй этаж (first floor) содержит обширную аудиторию, комнату для приготовления лекционных опытов (preparation room), большое помещение для аппаратов, огромную рабочую комнату и комнату профессора. Лекционный стол, разделяющий аудиторию во всю ширину ее на две части, покоится на каменной стене, идущей от грунта, и представляет совершенно неподвижное помещение, где можно пользоваться даже самыми чувствительными к малейшим сотрясениям снарядами. Все рабочие столы в доме почти в такой же мере удовлетворяют этому условию неподвижности, столь необходимому для многих физических снарядов. Столы покоятся не на полу, а на особых балках, независимых от пола и укрепленных в капитальных стенах здания. Самое сильное сотрясение пола не имеет ни малейшего влияния на инструменты, помещенные на таких столах.

Другое важное удобство представляет обилие подъемных дверок (trap doors) во всех полах; с помощью их можно делать сообщение между всеми этажами дома, проводить из одного этажа в другой проволоки батарей, нити привеса маятников, акустические трубы и т. п. С помощью такой системы дверок предполагается с самого верха здания продеть в нижний этаж маятник Фуко, длиной около 60 фут. Кроме того, через все этажи дома будет проходить железная труба ртутного манометра, для измерения больших давлений.

Верхний этаж вмещает комнаты для акустики, лучистой теплоты, оптики и электричества. Особая зала назначена для вычисления и графической редукции наблюдений; имеется также темная комната для фотографических работ. В комнате для электричества необходимая сухость воздуха будет искусственно восстановляться, по мысли Кларка, особым снарядом, состоящим из фланелевой простыни, нагреваемой с одной стороны и вращающейся наподобие телеграфной ленты. Электричество большой машины, помещенной в этой комнате, проводится системой проволок в аудиторию и рабочую залу.

Наконец, электрическая комната, а равно и аудитория металлически сообщены с металлическим шестом, водруженным на кровле здания, — коллектором атмосферного электричества. Наблюдатель, помещенный в электрической комнате или в аудитории, может в любое время измерять напряжение (потенциал) атмосферного электричества.

Здание отопляется горячей водой помощью системы чугунных (в магнитном отделении — медных) труб. Нечего и говорить, что все комнаты обильно и удобно снабжены водой и газом. Аудитория освещена двумя газовыми люстрами, помещенными на самом верху комнаты; газ регулируется с лекционного стола и может быть мгновенно зажжен помощью небольшого гальванического снаряда. Окна аудитории закрываются черными ставнями посредством системы зубчаток, управляемой рукояткой. В одну минуту можно погрузить аудиторию в абсолютную темноту, в одну секунду — осветить ее газом или электричеством.

Осматривая это прелестное, только что возникшее здание, невольно удивляешься и могуществу частной инициативы и быстроте прогресса в „консервативной“ нации. Три-четыре года назад самое существование науки физики не было признано в официальном языке университета; теперь имеются уже роскошные лаборатории для новой кафедры. А в Оксфорде поговаривают, что для успешного преподавания физики надлежало бы разделить ее между четырьмя профессорами!...

Открытие Кавендишской лаборатории было главной причиной, почему нынешний commencement отличался особой торжественностью. Лорд-канцлер, власть которого вообще только номинальная и фактически передается ежегодно избираемому вице-канцлеру, редко посещает свой университет. На сей раз он приехал, и сам председал в церемонии. При подобных торжественных случаях университет обыкновенно дает почетные докторские степени некоторым достойным лицам Англии и чужих краев, в особенности таким, которые были некогда его питомцами или членами. В настоящем году степень doctor of laws (доктор прав) поднесена семнадцати лицам, из коих назовем: знаменитого геолога Лайеля, парижского астронома Леверрье (имеющего в здешнем профессоре Адамсе соперника в открытии Нептуна) и дублинского математика Салмона — как ученых, сэра Бартля Фрера и сэра Гарнета Вулзли — как общественных деятелей. Последний особенно популярен в Англии и одновременно получает почетную степень в Оксфорде. В 12 часов дня в залу сената, наполненную многочисленной публикой, вошла торжественная процессия. Его милость герцог-канцлер, в своей черной с золотом мантии, предшествуемый двумя жезлоносцами (esquire bedells) и сопровождаемый шлейфоносцем (train-bearer), занял президентское место на пурпурной эстраде; за ним члены университета и новые кандидаты на почетное докторство, первые — в черных мантиях (gowns), последние — в докторских пурпурных. Когда все разместились, произошла передача ключей и плана нового здания от канцлера университету, и вслед затем „публичный оратор“ (public orator) — один из членов университета, избираемый для подобных случаев и несущий на себе всю тяготу дня — прочел латинский адрес, подносимый университетом Illustrissimo Principi Wilelmo Cavendish, Duci Devoniae, — знак благодарности за щедрое пожертвование. Адрес припоминает ученые заслуги одного из членов фамилии Кавендишей (известного физика, впервые доказавшего на опыте Ньютоново тяготение между земными телами и изучавшего законы сил электрических) и замечает, что из такого дома всего естественнее является такая щедрая субсидия *.

На этот адрес герцог-канцлер отвечал латинскою же речью. Затем началось поднесение почетных докторских степеней вышеупомянутым лицам, из коих все, кроме одного, присутствовали налицо. Каждого поочередно выводит публичный оратор на середину эстрады, читает о нем латинский панегирик и затем подводит к канцлеру, который пожатием руки и словами: Auctoritate mea admitto te honoris causa ad gradum doctoris in jure civili [1], санкционирует определение сената. Смотря по известности кандидата или внушаемой им симпатии, его приветствовали более или менее энергическими аплодисментами. Всего более досталось их на долю сэра Гарнета Вулзли и Леверрье. Кандидатура последнего, без сомнения, выдвинута его беспристрастным соперником, директором здешней обсерватории Адамсом.

Затем чтение некоторых увенчанных наградами за стихотворения на греческом, латинском и английском языках, после чего процессия тем же порядком оставляет залу при громких кликах и звоне колоколов.

В 3 часа пополудня герцог-канцлер, в сопровождении других членов университета и гостей, подробно осматривал здание лаборатории; вечером — торжественный обед в Trinity College.

---

* Unde vero convenientius poterat illis artibus succurri quam e tua domo, quae in ipsis jam pridem inclaruerat? Notum est Henricum Cavendish, quem secutus est Coulombius, primum ita docuisse, quae sit vis electrica ut eam numerorum modulis illustraret, adhibitis rationibus quas hodie esse constat.

[Откуда же, на самом деле, всего естественнее могла притти помощь тем искусствам, как не из твоего дома, давно уже прославленного этими искусствами. Известно, что Генри Кавендиш, по стопам которого следовал Кулон, первый учил тому, какова есть электрическая сила, для того чтобы математическими вычислениями объяснить ее, применяя те методы, которые, как известно, сегодня прочно установлены. (*Ред.*)]

[1] „Моей властью допускаю тебя к степени почетного доктора гражданского права" (*Ред.*).

„КОМИССИЯ ЕДИНИЦ“ НА ПАРИЖСКОМ КОНГРЕССЕ[1]

Статья о „Комиссии единиц“, помещенная в № 19 „Электричества“, вызывает меня сделать некоторые прибавки и исправления. Как член этой комиссии, участвовавший во всех ее заседаниях и даже в прениях между заседаниями, я хорошо знаком с ходом дел; как единственный русский, говоривший в комиссии, считаю долгом воспользоваться случаем, чтобы точно представить на страницах русского журнала то, что мне пришлось сделать.

Мое заявление в первом заседании комиссии (16/4 сентября) было одним из первых по порядку. Из предыдущих ораторов только проф. Клаузиус высказался определенно по поводу специальных вопросов: он рекомендовал систему электростатических единиц и советовал удержать ртутную единицу Сименса в качестве практической единицы сопротивления. (Впоследствии проф. Клаузиус взял назад свои предложения.)

Мои предложения резюмированы в протоколах комиссии так (перевожу по возможности буквально).

„Проф. Столетов (Россия) замечает, что с точки зрения простоты обе системы (электростатическая и электромагнитная) имеют равные права: каждая из них оказывается более удобною, пока речь идет о явлениях данного рода. Притом следует сохранить обе системы и ради напоминания о той связи, какая существует, повидимому, между электричеством и светом. Но можно дать некоторое преимущество электромагнитной системе, — чтобы не порывать связи с трудами Британской Ассоциации и чтобы удовлетворить потребностям

---

[1] Напечатано в журнале *Электричество*, № 21, 1881 г. (*Ред.*).

практики. Но, может быть, следует, удерживая теоретический ом, как единицу сопротивления, воспроизводить с помощью ртути наиболее точные эталоны. Если же примем Сименсову единицу, то покинем научный базис системы, а это не желательно".

В этих словах (не мною редактированных) сжато изложена сущность моей речи. Мне приятно заявить, что все части моей программы осуществлены в окончательных решениях комиссии (положения 1—4). Узаконивая систему *C. G. S.*, конгресс признает как электрические, так и электромагнитные единицы, выраженные по этой системе; только *наименования* (ом, вольт и пр.) и *эталоны* приноровлены к электромагнитным, как более удобным для практики. Практическую единицу сопротивления принято возможно точно сообразовать с теоретическим омом и выразить размерами ртутного столба (при 0° С), ради возможности более точного воспроизведения единицы помощью ртути.

Тот компромисс относительно единицы сопротивления, который был мною формулирован, представлялся естественным для всех, кто не считал желательным удержать единицу Сименса и, таким образом, отказаться от рационального цикла единиц. Вслед за мной говорили в том же смысле гг. Эйртон, Мультон, сэр У. Томсон. Гельмгольц (во 2-м заседании) особенно развил ту оговорку, что для обиходных эталонов ртуть неудобна и что ртутный эталон, раз сделанный, будет современем так же ненадежен, как и проволочный, — что, следовательно, ртуть может служить лишь для *дефиниции* ома и для точного *воспроизведения* нормального эталона, всякий раз когда такой потребуется. (В этом смысле, конечно, и я понимал дело.)

Правда, мысль о ртутном эталоне, *возможно равном ому*, сделала было шаг назад: была минута, когда предлагалось *теперь же* дать эталон приблизительный (104 или 105 сантим. ртути, при сечении 1 кв. милл.) — во-первых, чтобы не ждать результата будущих работ, во-вторых, ввиду того, что и этот новый результат не будет *абсолютно* точен (Томсон, Маскар). Но эта мысль — остановиться теперь же на грубом приближении — была вскоре оставлена Будущий эталон не будет математическим омом; но удобно и желательно, чтобы он также близко подходил к теоретическому определению, как например „килограмм архивов" к массе кубич: дециметра воды.

Относительно 5 и 6 пункта постановлений (выбора единиц тока и количества) было не мало колебаний (только частью отразившихся на печатных протоколах). Сперва предлагали (Томсон, Мультон и Споттисвуд) дать имя (ампер) единице *C. G. S.* тока; после думали усвоить это имя *C. G. S.* единице количества, оставляя имя *вебер* для тока $= \frac{\text{вольту}}{\text{ом}}$. Против этого восставали Гельмгольц, Эверет и я, находя полезным, чтобы практические единицы (отмеченные именами) были связаны одна с другой простыми соотношениями, без числовых факторов*. Окончательно так и сделано; только, во избежание недоразумений, имя *вебер* заменили *ампером*, а для единицы количества ввели новое имя — *кулон*.

Возвращаюсь к первому пункту моего первоначального заявления, — касательно равноправности двух систем единиц. Дополнительное предложение, уже по окончании работ комиссии, сделано было мною в 1-м отделении Конгресса (22/10 сентября). Вот как оно занесено в протоколы.

„Г. Столетов (Россия) желает, чтобы Международная комиссия, коей поручается установить „электромагнитные единицы“, занялась также точным определением, со всеми средствами современной науки, того отношения, которое существует между электромагнитными единицами и электростатическими. Научная важность этого вопроса вполне оправдывает ту работу, какой потребует такое определение“.

Это предположение, поддержанное проф. Маскаром, было принято собранием.

Делая такое заявление, я имел в виду два обстоятельства. Во-первых, при большой практичности электромагнитной системы вообще, есть однако случаи, когда другая система проще ведет к цели, даже и с практической стороны. Так например, емкость проводника простой геометрической формы непосредственно определяется в электростатической системе по его размерам; при точном знании переводного фактора, связующего две системы, можно будет выразить

---

* Следы пререканий остались в моей записной книжке: рукою Томсона написано: „1 *C. G. S.* quantity. irrespectfully of time, = 1 ampère; „1 *C. G. S.* flowing per 10 seconds = 1 weber“, и рядом мною: „$^1/_{10}$ *C. G. S.* qu. = ampère = volt × farad = weber × × seconde“. На другое утро сэр У. Томсон встретил меня словами „you are satisfied“ (вы удовлетворены).

эту емкость a priori и в электромагнитных единицах, не прибегая к опыту и эталонам. Знание переводного фактора (v Максвелла) имеет, следовательно, и практическую важность.

С другой стороны, известно, что этот фактор найден близко к *скорости света,* и весьма важно окончательно убедиться в тождестве двух величин, чтобы утвердиться на том новом пути, который указан Максвеллом и который связывает теорию электричества с теорией света.

Окончательные положения, выработанные комиссией единиц и принятые Конгрессом, указаны в № 17—18 „Электричества". Но полагаю нелишним повторить их в буквальном переводе с официального текста.

„1. Для электрических измерений принимаются основные единицы: сантиметр, грамм-масса, секунда (*C. G. S*).

2. Практические единицы *ом* и *вольт* сохраняют свои настоящие определения: 10^9 для ома и 10^8 для вольта.

3. Единица сопротивления (*ом*) будет представлена колонною ртути в один квадратный миллиметр сечения, при температуре нуля по стоградусному термометру.

4. Международной комиссии поручено будет определить, посредством новых опытов, для практики, длину той колонны ртути, — при сечении в один квадр. миллиметр и температуре стоградусного нуля, — которая представит собою величину ома.

5. *Ампером* называется ток, производимый одним вольтом в одном оме.

6. *Кулоном* называется количество электричества, определяемое из условия, что один ампер дает один кулон в одну секунду.

7. *Фарадом* называется емкость, определяемая из условия, что один кулон в одном фараде дает один вольт".

В виду пункта 4-го и в ответ на § 4 (часть 1) предварительной программы Конгресса („не следует ли учредить международную комиссию единиц?"), единогласно принято Конгрессом предложение (Видемана):

„Конгресс электриков заявляет желание (émet le voeu), чтобы Французское правительство снеслось с другими державами о назначении исполнительного комитета, коему поручаются исследования, необходимые для установления единиц".

По поводу § 5 (часть 1) предварительной программы („нельзя ли связать организацию исполнительного комитета с Международным бюро мер и весов?“) принято предложение (Ферстера):

„Признавая великую пользу, какую Международное бюро мер и весов могло бы оказать исследованиям Международной комиссии электрических единиц и сохранению эталонов, — Конгресс считает однако ж уместным — решение относительно § 5 первой части программы предоставить усмотрению самой этой комиссии, назначенной дипломатическим путем“.

КОНГРЕСС ЭЛЕКТРИКОВ В ПАРИЖЕ[1]

Международный конгресс электриков открыл свои заседания в Париже 3 (15) сентября и окончил их 19 сентября (1 октября) истекшего года. Происходил он под председательством г. министра почт и телеграфов Франции и имел 6 общих заседаний. Специальные вопросы обсуждались секциями и затем переносимы были в общие заседания.

Секций было три: 1) научная, 2) телеграфная и железнодорожная и 3) секция прочих приложений электричества.

Записавшись в члены 1-й и 3-й секций, я должен был, однако, сосредоточить свое внимание на 1-й, частью потому, что в ней рассматривались вопросы, наиболее для меня интересные и знакомые, частью по оказавшейся трудности непрерывно следить за работами двух секций, заседания коих иногда совпадали по времени.

Прибавлю, что 1-я секция представляла, так сказать, ядро конгресса, как по важности предстоявших задач, так и по своему составу (в ней участвовало наибольшее число французских и приезжих знаменитостей). Деятельность ее была особенно успешна и повела к важным для науки и техники соглашениям.

Самым жгучим вопросом по 1-й секции, собиравшейся под председательством академика Дюма̀, был вопрос „об электрических единицах". Ради него преимущественно стеклись в Париж самые крупные представители немецкой и английской науки. Вопрос этот вызвал учреждение при сек-

---

[1] Опубликовано в „Журнале министерства народного просвещения" (*Ред.*).

ции особой комиссии, в которой нижеподписавшийся состоял членом *.

В начале занятий комиссия без споров решила — основывать электрические меры на системе метрической. Самым удобным оказалось санкционировать уже принятые Британской ассоциацией „основные единицы": сантиметр (длина), грамм (масса), секунда (время) **. Все производные единицы, основанные на этой системе, будут обозначаться буквами „C.G.S.".

Касательно выбора для практики между „электростатической" и „электромагнитной" системами электрических единиц, были голоса в пользу первой (Клаузиуса); но окончательно предпочли вторую, как более удобную и уже вошедшую в техническое употребление (в технике телеграфов и освещения), не исключая, впрочем, и систему электростатическую (основанную на тех же основных единицах C.G.S.), как имеющую свои права в научном отношении.

Затем главным и наиболее спорным пунктом явился выбор практической единицы сопротивления. Известно, что в последнее время и в науке, и в технике употреблялись две единицы электрического сопротивления: 1) ртутная единица Сименса (сопротивление ртутного столба в 1 метр длины и 1 кв. миллиметр сечения, при 0° C) и 2) британская единица (B. A.) или ом (Ohm), представляющая десятичное кратное от абсолютной электромагнитной единицы

---

*) Состав „Комиссии единиц" (Commission des unités électriques):

Австро-Венгрия — г. Этвеш.

Великобритания — гг. Абель, Адамс, Гопкинсон, Мультон, Прис, лорд Рэйли, К. В. Сименс, Споттисвуд, сэр В. Томсон, Эверетт, Эйртон.

Германия — гг. Видеман, Гельмгольц, Кирхгоф, Клаузиус, Верн, Сименс, Ферстер.

Испания — г. Арантаве.

Италия — гг. Гови, Россети.

Нидерланды — г. Боска.

Норвегия — г. Брох.

Россия — гг. Ленц, Столетов.

Франция — гг. Беккероль, Блавье, Дюма, Жамен, Жубер, М. Леви, Липпман, Маскар, Рейно.

Швейцария — г. Вартман.

** Употребление в одной системе метра и грамма имеет то неудобство, что плотность воды (при 4° C) не выражается цифрой 1.

сопротивления, введенной В. Вебером и тождественной с единицей скорости (именно: ом $= 10^9 \frac{\text{сантим.}}{\text{секунд.}}$). Эта вторая единица приблизительно на $5^0/_0$ более первой.

Такая двойственность в мерах представляла очевидное неудобство, которое следовало устранить. Каждая из принятых доселе единиц сопротивления представляла свои выгоды: ртутная единица — выгоду совершенной определенности и удобовоспроизводимости, абсолютная единица (ом) — выгоду рациональной основы и упрощения вычислений. Кредиту английской единицы помешала открывшаяся неточность в первоначальной ее реализации: и до сих пор отношение между „омом“ и „сименсом“ принимается различными авторами различно — частью потому, что британские эталоны, сделанные из проволок (платина с серебром), нельзя считать вполне неизменными с течением времени.

В первом же заседании комиссии о единицах, после нескольких общих замечаний со стороны различных членов, нижеподписавшийся первый предложил следующий компромисс относительно единиц и особенно единицы сопротивления, который и лег в основу окончательного решения. Предложение мое резюмировано в протоколе следующим образом:

„M. le professeur Stoletow (Russie) fait remerquer qu'au point de vue de la simplicité, les deux systèmes (électrostatique et électromagnétique) se valent, car chacun d'eux est plus commode que l'autre, quand on s'occupe de phénomènes de même nature. D'ailleurs ils devraient être gardés tous deux pour rappeler le lien qui semble exister entre l'electricité et la lumière. Encore pourrait-on accorder une certaine préference au système électromagnétique pour ne pas rompre avec les travaux de l'Association Britannique et pour tenir compte des besoins de la pratique. Mais peut être serait-il bon, tout en conservant comme unité l'Ohm théorique, de faire avec le mercure les étalons les plus précis. Mais si l'on adoptait l'unité Siemens, on abandonerait la base scientifique du système, et ce n'est pas désirable“[1].

[1] „Г. профессор Столетов (Россия) обращает внимание, что с точки зрения простоты обе системы (электростатическая и электромагнитная) имеют равные права, так как каждая из них оказывается более удобной, пока речь идет о явлениях данного рода. Притом, обе должны быть сохранены, чтобы напо-

Это предложение было поддержано и развито в первом и следующем заседании гг. Эйртоном, Мультоном, сэром В. Томсоном, К. В. Сименсом, Гельмгольцом. При дальнейшем течении дел возникла было мысль выбрать теперь же за эталон определенную длину ртутного столба (при 1 кв. миллиметре сечения и температуре 0° С), которая достаточно близко подходила бы к теоретическому ому, именно 104 или 105 сантиметров. Но перевес взяло то мнение, по которому эталон должен быть возможно близок к ому — ближе, чем существующие британские эталоны. Для этого потребуется новое воспроизведение ома, который на сей раз будет выражен длиной ртутного столба данного сечения и данной температуры. Для исполнения этой работы предложено организовать международную комиссию (см. пункты 3-й и 4-й окончательных решений).

Рядом с омом, как практической единицей сопротивления, комиссия о единицах, решила без прений удержать „вольт", как практическую единицу электродвижущей силы, оставив за этим термином прежнее его значение (именно: 10^8 единиц С. G. S.) Более споров вызвал выбор единицы тока. У немецких и английских авторов вошло в обычай употреблять для этого так называемый „вебер"; но при этом одни дают одно определение этой единицы, другие — другое, и лишь одно из них совпадает с первоначальной единицей самого Вильгельма Вебера. Это обстоятельство побудило комиссию, после некоторых колебаний, принять новое имя для практической единицы тока — „ампер". По первоначальному проекту (сэра В. Томсона, Споттисвуда и Мультона) ампер равен единице тока С. G. S., без всякого десятичного фактора. Против этого — частью во время заседаний комиссии — высказались несколько голосов (преимущественно проф. Гельмгольц, Эверетт и нижеподписавшийся), что понудило сэра В. Томсона и др. изменить первоначальное предложение и назвать „ампером" величину

минать о связи, которая, повидимому, существует между электричеством и светом. Однако можно дать некоторое преимущество электромагнитной системе, чтобы не порвать связи с трудами Британской ассоциации и в то же время учитывать нужды практики. Но может быть было бы хорошо, сохраняя в качестве единицы теоретической ом, в то же время сделать ртутные эталоны возможно более точными. Но если мы примем единицу Сименса, то покинем научный базис системы, а это нежелательно". (*Ред.*).

в десять раз меньшую ($^1/_{10}$ C. G. S. единицы тока). Это новое и окончательное решение представляет то удобство, что практическая единица тока находится в более простой и естественной связи с вольтом и омом (именно: ампер $= \frac{\text{вольт}}{\text{ом}}$)*.

Оставался еще один вопрос. В первом заседании 1-й секции конгресса сэр В. Томсон указал на недостаток в практической единице количества (заряда) электричества. В комиссии о единицах Томсон предложил принять для этого единицу C. G. S. количества, которой и дать название. Те же члены, которые восставали против первоначального проекта об „ампере“, заметили, что более естественным представляется выбрать практическую единицу количества, равную $^1/_{10}$ C. G. S. единиц. Это изменение было окончательно принято, и новая единица получила имя „кулон“ (Coulomb). Она связана с ампером, вольтом и фарадом (вошедшей в практику единицей электрической емкости) простыми соотношениями:

Кулон = ампер $\times$ секунда = вольт $\times$ фарад.

Окончательно выработанные комиссией положения формулированы 7/19 сентября следующим образом:

1) On adoptera pour les mesures électriques les unités fondamentales: centimètre, gramme-masse, seconde (C. G. S.)

2) Les unités pratiques, l'Ohm et le Volt, conserveront leurs définitions actuelles: 10^9 pour l'Ohm et 10^8 pour le Volt.

3) L'unité de résistance (Ohm), sera représentée par une colonne de mercure d'un millimètre carré de section à la température de zéro degré centigrade.

4) Une commission internationale sera chargée de déterminer, par de nouvelles expériences, pour la pratique, la longueur de la colonne de mercure d'un millimètre carré de section à la température de zéro degré centigrade, qui représentera la valeur de l'Ohm.

5) On appelle Ampère le courant produit par un Volt dans un Ohm.

6) On appelle Coulomb la quantité d'électricité définie par la condition qu'un Ampère donne un Coulomb par seconde.

---

* Таким образом ампером назван английский „вебер в секунду“ Эверетта (Units and physical constants, p. 139).

7) On appelle Farad la capacité définie par la condition qu'un Coulomb dans un Farad donne un Volt[1].

Эти решения приняты были секцией и конгрессом.

Предполагаемая международная комиссия, будучи снабжена всеми средствами для самых абсолютных измерений, могла бы, по мнению нижеподписавшегося, заняться, помимо главной своей задачи, еще другой, близко соприкасающейся, и через то полнее исчерпать вопрос об электрических единицах. Она могла бы определить с точностью отношение между электромагнитными и электростатическими единицами. Известно, что это отношение выражается помощью некоторой скорости, которая по существующим данным, весьма близка к скорости света. В последнее время сделано несколько попыток определить сказанное отношение, и тождество его со скоростью света становится все более и более вероятным*. Понятно, что вопрос не только имеет значение для точного перевода одной системы электрических единиц в другую, но и имеет особенную важность по отношению к открывающейся связи между теорией электричества и теорией света — связи, впервые намеченной в классических трудах Максвелла. Но точное измерение

---

[1] „1. Для электрических измерений принимаются основные единицы: сантиметр, грамм-масса, секунда (C. G. S.).

2. Практические единицы, ом и вольт, сохраняют наст я определения: 10^9 для ома и 10^8 для вольта.

3. Единица сопротивления (ом) будет представлена колонной ртути в квадратный миллиметр сечения при температуре нуль стоградусного термометра.

4. Международной комиссии поручено определить с помощью новых опытов, для практики, длину колонны ртути в квадратный сантиметр сечения и при температуре нуль по стоградуснику, которая представляет собой ом.

5. Ток, произведенный вольтом в оме, называется *ампером*.

6. Количество электричества называется кулоном, если оно определено условием: ампер дает кулон в секунду.

7. Емкость называется фарадом, если она определена условием: кулон в одном фараде дает вольт. (*Ред.*).

* Одна из простейших метод, ведущих к цели, уже много лет занимает нижеподписавшегося. О ней сделаны мною сообщения на съездах русских естествоиспытателей 1876 г. в Варшаве и 1879 г. в С.-Петербурге, а в 1881 году (11/23 сентября), в заседании Французского физического общества, коего состою членом. Диаграммы, чертежи и фотографии снарядов, относящиеся к моей методе, помещены мною в русском отделе электрической выставки (n° 1697), но под условием изъятия от экспертизы, так как работа не окончена и самые снаряды на выставке не помещены.

столь важной постоянной, со всеми средствами, доступными при настоящем состоянии науки, требует исключительных условий: оно не по силам отдельного ученого, не по бюджету обыкновенной физической лаборатории и должно быть передано комиссии, подобной тому Британскому комитету 1860-х годов, которому мы так обязаны разработкой вопросов об электрических мерах и эталонах.

В силу изложенных соображений, нижеподписавшийся в 6-м заседании 1-й секции конгресса (10/22 сентября) сделал предложение, которое в протоколах резюмировано так:

„M. Stoletow (Russie) demande que la comission internationale chargée de l'établissement des unités électromagnetiques s'occupe aussi de déterminer, avec toutes ressources de la science actuelle, le rapport exact entre ces unités et les unités électrostatiques. L'importance scientifique de cette question justifierait complement les travaux nécessités par cette détermination". [1] *

Упомянутое предложение было поддержано г. Маскаром и принято собранием.

С 14/26 сентября открыло свои действия международное жюри для обсуждения наград по электрической выставке. Так как в силу моих заявлений о характере предметов, выставленных мною в русском отделе под n°1697, я не считаюсь экспонентом, подлежащим обсуждению жюри, то я был назначен в число пяти его членов, полагающихся со стороны России. Жюри было разделено на пять групп, из коих я записался в четвертую (Electricité statique — Appareils servant aux mesures électriques [Статическое электричество — Аппараты, служащие для электрических измерений (*Ред.*)], где и избран вице-президентом.

Президентом жюри назначен был сенатор г. Тейсеран-де-Бор, а вице-президентами — пять иностранцев, по одному

---

* Подробный текст предложения будет напечатан в отчетах конгресса.

[1] [Г-н Столетов (Россия) предлагает, чтобы Международная комиссия, которой поручено установление электромагнитных единиц, занялась бы также определением отношения электромагнитных и электростатических единиц, использовав для этого все ресурсы современной науки. Важность этого вопроса для науки широчайшим образом оправдает труды, сопряженные с этим измерением". (*Ред.*)]

из пяти наций, имевших наибольшее число экспонентов: гг. Баркер (Соединенные Штаты), Бельпер (Бельгия), Видеман (Германия), В. де ла Рю (Англия) и Россети (Италия) Общим докладчиком был проф. Маскар.

Число всех членов жюри простиралось до 150, из них 75 французов и столько же иностранцев (Бельгия имела 11 членов, Англия и Германия — по 10, Соединенные Штаты — 7, Италия — 6, Австрия, Россия и Швеция — по 5, Швейцария — 4, Испания, Нидерланды и Норвегия — по 3, Дания, Венгрия и Япония — по 1. Со стороны России вошли в состав жюри гг. Вальберг, Егоров, Окшевский, Чикалев и я (г. Чикалев вскоре вышел и был замещен г. Родивановским).

Группы, на которые было разделено жюри, составились сообразно с официальным каталогом выставки, по следующей програме:

Группа I (классы 3, 8, 9 и 14 каталога): Электрический свет. Динамо- и магнито-электрические машины. Электрические двигатели и передача силы. Общая механика (генераторы, двигатели и приводы, употребляемые в электротехнике).

Группа II (классы 4, 6 и 7): Телеграфы и сигнальные аппараты. Телефония, микрофония и фотофония. Проводники, кабели и принадлежности их; громоотводы.

Группа III (классы 2, 10 и 11): Гальванические батареи и их принадлежности. Электрохимия. Врачебное электричество.

Группа IV (классы 1 и 5): Статическое электричество. Измерительные снаряды (электрометры, гальванометры, электродинамометры, эталоны сопротивлений и емкостей, и пр.).

Группа V (классы 12 и 13): Электромагниты и магниты; буссоли, точные инструменты с электрическими приспособлениями (часы, хронографы, пишущие аппараты и пр.). Аппараты смешанного характера.

Как ни интересно было ознакомиться подробнее с прикладными отделами выставки, представлявшими наиболее новое, но ввиду ограниченного времени, отведенного для занятий жюри, я счел за лучшее, как уже упомянуто выше, записаться в группу IV, предметы которой представляли прямой интерес для меня, как ученого и профессора.

Группа IV составилась из 16 членов — 8 французов и 8 иностранцев. Председателем избран был председатель международного бюро мер и весов, профессор Брох (Норвегия), вице-президентами — г. Кет (Франция) и нижеподписавшийся, докладчиком — г. Мультон (Англия). Прочие члены группы: гг. Вюльнер и Паальцов (Германия); Монтиньи и Перар (Бельгия); Дезен, Фридель, Анго, Биша, Липман, Мутье и Пелла́ (Франция): В. де ла Рю (Англия); Ронти (Италия).

Как вице-президент одной из групп, я стал eo ipso [тем самым (*Ред.*)] членом бюро жюри — единственным со стороны России. (Бюро составляли президенты, вице-президенты и докладчики полного жюри и отдельных групп.)

Группа наша собиралась ежедневно по утрам и после полудня. Сперва подводились итоги предыдущих занятий, а потом приступали к новым.

При краткости времени для экспертизы (с 15/27 сентября по 3/15 октября) приходилось довольствоваться несколько поверхностным осмотром большинства предметов и с наиболее замечательными делать опыты. Между тем, по самому характеру предметов экспертизы, желательно было несколько более точное и продолжительное испытание некоторых из них (измерительных снарядов) в удобных условиях.

Ввиду этого, из группы выделилась особая подкомиссия, с целью заняться более обстоятельным исследованием некоторых аппаратов, участвуя притом и в общих занятиях группы. Эту подкомиссию составили гг. Вюльнер, Паальцов, Биша, Липман и нижеподписавшийся; к нам присоединялись иногда г. Варрен де ла Рю и другие (к концу занятий в подкомиссии оставались только г. Липман и я, так как прочие уже уехали из Парижа).

Для работ подкомиссии была испрошена особая комната в палате промышленности; в ней сделаны полки в стенах (для снарядов, требующих прочной установки) и темная занавеска к окнам. В помощь при работах был командирован генеральным комиссаром один из воспитанников высшей телеграфной школы. Гг. Броге, Л. Кларк и К°, бр. Эллиот, Вернер Сименс и некоторые другие экспоненты охотно предоставили нам те снаряды, которые особенно нас интересовали. Это были электрометры, гальванометры, электродинамометры, ящики сопротивлений, конденсаторы (микрофарады) и т. п.

Занятия в группе и в подкомиссии поглощали почти все мое время; о работах других групп приходилось узнавать случайно и немногое. Общим знакомством с выставкой в ее целом я обязан преимущественно своему раннему приезду в Париж (к самому открытию выставки), так как в последний период внимание сосредоточивалось главным образом на занятиях конгресса и специальной группы жюри.

Приведу краткий обзор предметов, подлежавших рассмотрению группы IV, присоединяя и те заключения, которые составили сущность ее доклада полному собранию жюри.

I. По классу статического электричества пришлось рассмотреть 28 экспонатов. В этом отделе выставка не представила особенно выдающихся новостей, хотя богатство коллекции и громадность некоторых экземпляров замечательны. Машина, выставленная у Дюкрете (старого типа), легко пробивала 25 миллиметров стекла. Господствующим типом является машина Гольца, с некоторыми приспособлениями для самозаряжения и для уменьшения чувствительности снаряда ко влаге и пыли. Этот тип был представлен в большом числе экземпляров, у разных экспонентов. Особенное внимание обращали на себя машины проф. г. Пеплера с 20 и с 60 кругами работы Лейнера, для получения больших количеств электричества; они снабжены разборным цилиндрическим конденсатором, печью для подогревания воздуха и пр. Любопытны также машины Карре, Фосса (из Берлина) и др.

В класс статического электричества отнесена по каталогу и так называемая „реостатическая машина“ г. Планте, составляющая существенное дополнение к его „вторичным (поляризационным) батареям“, которые, в измененной форме аккумулятора Фора, обратили на себя теперь внимание практиков. Реостатическая машина (сложный слюдяной конденсатор, который заряжается по количеству и разряжается по напряжению) дозволяет, помощью небольшой гальванической батареи и при посредстве батареи вторичной, получать такие явления, какие свойственны электрическим источникам с высоким потенциалом. В своей прекрасной домашней лаборатории г. Планте показывал нам многие из опытов по той специальной части учения об электричестве, которая занимает его более двадцати лет.

Наконец, в тот же класс каталога не совсем точно отнесена гигантская индуктивная бобина, устроенная в

Лондоне механиком Аппсом для г. Споттисвуда. Вторичная проволока имеет около 450 километров длины и представляет 341 580 оборотов, с сопротивлением в 110 200 омов. В опытах, произведенных на выставке, бобина (возбужденная машинкой Грамма) давала искру в 3 фута длины; в Лондоне доходили до 3½ футов.

II. По классу 5-му каталога (измерительные инструменты) мы имели 62 экспонента.

1) В области электрометров господствует тон, выработанный сэром В. Томсоном. Известно, что знаменитый английский физик вполне преобразовал этот отдел электрических измерений и довел его до неслыханной прежде чувствительности и точности. Самим Томсоном выставлены его квадрант-электрометр и абсолютный электрометр (оба работы Уайта); первый тип в настоящее время весьма распространен, второй существует лишь в небольшом числе экземпляров. Из видоизменений томсонова квадрант-электрометра следует указать на снаряд проф. Маскара, выставленный у Карпантье (преемника Румкорфа), с приспособлением к фотографической регистрации атмосферного электричества. Снаряды Делльмана и Кольрауша, некогда представлявшие большой успех в электрометрии, теперь принадлежат уже истории науки, хотя делаются и в настоящее время (Шубарт, в Бельгии).

Совершенно особый тип представляет собой электрометр г. Липмана, весьма чувствительный и удобный для многих целей (экспоненты — Бреге и Дюкрете); здесь электрический потенциал оценивается на основании того изменения, которое вызывается электризацией в капиллярном коэффициенте ртути.

2) Относительно гальванометров и электродинамометров следует прежде всего указать на великое разнообразие снарядов, с весьма различными степенями чувствительности, соответственно назначению. Мы находим здесь, с одной стороны, деликатные аппараты, способные ясно обнаружить тысячемиллионную $\left(\text{даже } \frac{1}{10}\right)$ долю ампера при измерении постоянных токов (и кулона) при опытах с разрядами*;

---

* Ампер и кулон — новые единицы тока и заряда, установленные Парижским конгрессом. Чувствительный астатический гальванометр системы Томсона дает отклонение в 1 — 2 делений

с другой стороны, видим снаряды для практиков, имеющих дело с токами в несколько десятков ампер. Масштаб измеряемых величин представляет, таким образом, относительные числа от единицы до биллиона.

В числе чувствительных гальванометров следует дать первое место типу Томсона (экспоненты — бр. Эллиот, Л. Кларк и К°, Вернер Сименс, К. В. Сименс, Бреге). Характеристикой этого типа, как известно, являются весьма короткая нить привеса, крайняя легкость вращающейся магнитной системы и возможно выгодное расположение оборотов мультипликатора. Несмотря на предубеждения против некоторых особенностей томсонова гальванометра, встречаемые иногда у немецких физиков, снаряд незаменим в некоторых случаях, особенно при так называемых баллистических опытах (с мгновенными токами). Некоторые неудобства томсоновской (объективной) скалы устраняются боковым помещением лампы и прибавкой рефлекторов; нижняя часть скалы делается из матового стекла (на котором светлая полоска видна насквозь), так что наблюдатель смотрит со стороны, противоположной источнику света: такие приспособления осуществлены у К. В. Сименса и Вернера Сименса; последний делает также снаряды с плоским зеркальцем (вместо вогнутого), для наблюдений с трубой.

В числе новостей интересен гальванометр гг. Марселя Депре и д'Арсонваля (работы Карпантье); его также можно причислить к весьма чувствительным. Легкая бобина, обтекаемая испытуемым током, вращается между полюсами весьма сильного неподвижного магнита; для большого сосредоточения линий силы, внутри бобины помещена (неподвижная) железная трубка. Снаряд основан на принципах, уже ранее примененных Томсоном в его известном сифонном пишущем телеграфе (siphon recorder). Это — гальванометр с быстрыми показаниями, апериодический (dead-beat), как и некоторые видоизменения томсоновского типа *.

скалы от одного даниеля через сопротивление 10 000 мегомов, и около 1 деления при разряде $^1/_{1000}$ доли микрофарада, заряженной одним даниелем.

* Гальванометр Депре и д'Арсонваля, испытанный в подкомиссии, с бобиною в 145 омов сопротивления, давал (при скале, отстоящей на $1^1/_2$ метра) 1 деление на $\frac{1}{10^7}$ ампера, что весьма замечательно для снаряда не особенно деликатной конструкции.

Гальванометр Вернера Сименса, с томсоновским расположением бобин, но с более длинной нитью, более тяжелыми колоколовидными магнитами и медным демпфером представляет собой также замечательный тип; у немцев он нередко предпочитается томсоновскому. Снаряд — с малым временем качания и различными степенями приближения к апериодичности, он, по самой сущности конструкции, мало удобен для мгновенных токов*.

Из числа чувствительных электродинамометров интересен снаряд Вернера Сименса, обнаруживающий слабые альтернативные токи телефона: подвижная бобина — сферическая, и в нее вкладывается железное ядро.

Эллипсоидальный гальванометр профессора Рике и сферический астатический электродинамометр г. Фрелиха (из Пешта) имеют особое расположение оборотов, ввиду упрощения „мультипликаторской функции". Оба снаряда имеют преимущественно теоретическое значение.

Переходом от кабинетных снарядов для измерения тока к техническим служит „универсальный гальванометр" Вернера Сименса, весьма удобно приноровленный ко всякого рода гальванометрическим работам, не требующим крайней точности.

Практические снаряды для измерения сильных токов как постоянных, так и альтернативных, получили в последнее время особенное развитие, благодаря успехам электротехники.

Из гальванометров здесь находим удобный снаряд г. Марселя Депре: легкая железная стрелка (в виде рыбьей кости), окруженная бобиной для тока, вращается в поле сильного магнита и почти мгновенно устанавливается в положение равновесия (тип dead beat). Показания снаряда почти независимы от земного магнитизма и от присутствия железа в соседстве, так что гальванометр прямо градуируется на веберы (по новой терминологии — амперы). Конечно, такая градуировка надежна лишь настолько, насколько можно положиться на неизменность магнитного поля, представляемого снарядом: уверяют, что употребляемая для магнита сталь (acier Alvard) весьма удовлетворительна в этом отношении.

---

* При средней чувствительности (время качания около $1^1/_2$ сек.) и со скалой на 2 метра расстояния, снаряд давал 1 деление на $\frac{1}{350 \cdot 10^6}$ ампера; можно значительно повысить чувствительность.

Гальванометр гг. Эйртона и Перри весьма сходен с предыдущим, но отличается удобством градуировки, не требующей сильных батарей: поворотом коммутатора (соединяющего обороты то параллельно, то последовательно) делают снаряд ровно в 10 раз чувствительнее и градуируют с помощью небольшой батареи.

Буссоль Обаха (косинус-буссоль) — род тангенс-буссоли Пулье, но с той разницей, что рамка оборотов может быть наклонена под любым углом к горизонту, — представляет снаряд, коего чувствительность можно ослаблять по произволу. (Экспоненты — оба Сименса и Дюкрете.)

Для измерения сильных альтернативных токов, употребляемых в технике, очень удобен простой крутительный электродинамометр бр. Сименс.

3) Мы говорили о гальванометрах как измерителях тока. Для быстрого измерения электродвижущих сил (разностей потенциалов), особенно в технике (для динамо-электрических машин), прибегают всего практичнее также к гальванометру, который в этом случае называется „потенциальным". Таким может служить всякий гальванометр с весьма большим сопротивлением, помещаемый (в виде деривации) между двумя точками цепи, коих разность потенциалов нужно определить. Подобный гальванометр, если он независим от действия земного магнитизма и окружающих тел, может быть прямо градуирован на вольты. В упомянутом мною гальванометре г. Депре, кроме бобины (с толстой проволокой), служащей для измерения тока в амперах, имеется другая (с тонкой проволокой и большим числом оборотов), для измерения электродвижущей силы в вольтах. (О степени надежности показаний замечено выше.) Подобным же потенциальным гальванометром для практики служит крутительный гальванометр Вернера Сименса (с сильным кручением). Для альтернативных электродвижущих сил можно на таких же началах устроить потенциальный электродинамометр.

Не говорю о других снарядах для определения электродвижущих сил, частью потому, что они представляют мало нового, частью потому, что они входят implicite под другие рубрики *.

---

* Например, электрометры и, в частности, электрометр с квадрантами, который, как показал г. Жубер, может служить и для альтернативных машин.

По части материальных эталонов электродвижущей силы также нечего указать. Удовлетворительным остается лишь известный элемент Л. Кларка (1,457 вольта), и то только для электрометрических опытов (с незамкнутой цепью).

4) Эталоны и ящики (скалы) сопротивлений, реостаты и реохорды всякого рода были представлены в огромном числе экземпляров (Сименсы, Л. Кларк и К°, бр. Эллиотт, Бреге, мастерские разных телеграфных ведомств и компаний). В большинстве случаев — формы, выработанные уже давно: ящики с втулками, реохорды со скользящими контактами. Реостат Томсона и Варлея составляет как бы переходную форму. Снаряд имеет два циферблата с указателями, туго скользящими по шпенькам, которые соединены бобинами сопротивлений. Под 1-м циферблатом 101 бобина, по 100 омов каждая, под 2-м — 100 бобин, по два ома. Эти последние вводятся, посредством 1-го указателя, как деривация к любой паре смежных бобин первого рода; 2-й указатель позволяет любое подразделение этой деривации соединить с некоторой клеммой. Таким образом полное сопротивление аппарата (10 000 омов) можно разделить на две произвольные части (в целых числах омов). Снаряд можно употреблять вместо реохорда со скользящим контактом, и он особенно удобен как скала потенциалов (потенциометр).

Много любопытного находим у Вернера Сименса. Отметим аппарат для воспроизведения ртутной единицы; реохорд (Уитстона-Кирхгофа) с проволокой из платин-иридия, приспособлением для вентиляции проволоки и пр.; снаряд для измерения малых сопротивлений $\left(\text{до } \frac{1}{10^6}\right)$, основанный на двойном мостике Томсона; реостат для больших сопротивлений (от 1 до 100 миллионов единиц) — эбонитовый цилиндр со спиральной полоской, натертой графитом.

Упомянем, наконец, о весьма старательно приспособленном реохорде г. Лермантова, в русском отделе, и об аппарате для измерения сопротивления жидкостей (индуктивная бобинка, реостат, вольтаметр и телефон) по методе проф. Кольрауша (экспонент — Гартман, в Вюрцбурге).

5) Эталонов емкости (конденсаторов) также очень много, у тех же экспонентов: слюдяные конденсаторы для небольших емкостей (до 1 или 2 микрофарадов) и парафиновые (с парафиновой бумагой) для техники — до 20 микрофара-

дов, те и другие часто с подразделениями. Как слюда, так и парафиновая бумага — материал, конечно, не вполне безупречный в данном случае, и не все конденсаторы одинаково свободны от остаточного заряда, от некоторой проводимости или течи (leakage) и от изменений с течением времени. Любопытный факт обнаружился при исследовании микрофарадов в нашей подкомиссии: французские эталоны (Бреге), — так же тщательно выверенные между собой, как и английские микрофарады Л. Кларка и братьев Эллиотт, — постоянно оказывались на 4—5% менее этих последних по емкости и, следовательно, были копированы со слишком малого образца. Нормальным эталоном для копирования продажных должен был бы служить конденсатор воздушный (или лучше — с пустотой); к сожалению, на выставке не было видно попытки осуществить такой конденсатор с большой емкостью*. Абсолютное определение емкости гораздо хлопотливее, при равной точности, чем простое копирование.

Для телеграфной практики Л. Кларк выработал особый тип снаряда, представляющий как бы искусственный кабель: он соединяет в одном ящике скалу сопротивлений и скалу емкостей.

6). Магнитометров на выставке было немного. Кроме известных снарядов Мейерштейна и модели, употребляемой в Кью, следует отметить видоизменение, предложенное проф. Маскаром (работа Карпантье).

В этом кратком обзоре снарядов, подлежавших обсуждению IV группы жюри, я не касался снарядов исторических, которых было не мало. Обзор дает понятие об инвентаре современной измерительной лаборатории по части электричества. Инвентарь этот весьма обширен. Прибавлю, что некоторые снаряды весьма ценны: так, абсолютный электрометр, хорошая скала сопротивлений, проволочной мегом и т. п. стоят от 50 до 80 фунт. стерл. каждый. Приобретение таких вещей для наших университетских лабораторий, желательное при современном уровне науки, встречает препятствия по своей дороговизне.

---

* Из газеты *Electrician* (Sept. 10, 1881) видно, что д-р Мьюрэд (в фирме L. Clark and C°) осуществил эту мысль. Конденсатор с малой емкостью (вроде того, который устроен мною) может тоже служить для данной цели, но с меньшим удобством.

Доклады групп поступили в полное собрание жюри 2/14 октября, а 9/21 состоялось провозглашение наград в зале консерватории музыки, в присутствии г. министра почт и телеграфов.

Результаты присуждения известны*. Упомяну здесь, что, отказавшись от личной конкуренции по выставке, я вошел в категорию лишь экспонентов, по поводу которых было принято сделать особый род дипломов (diplômes de coopération), поставленный в списке наград между почетными дипломами (diplômes d'honneur) и золотой медалью. Такой диплом присужден для России один — на имя Физической лаборатории Московского университета.

---

* На долю России присуждена 21 награда:

1) Почетных дипломов 5: морское министерство, главный штаб (топографическое отделение), телеграфный департамент, экспедиция заготовления государственных бумаг, Императорское русское техническое общество.

2) Диплом сотрудничества 1: Московский университет (физическая лаборатория).

3) Золотая медаль 1 (Гравье, Кушт и Ко в Варшаве).

4) Серебряных медалей 3 (гг. Авеиариус, Доброхотов-Майков, Лермантов).

5) Бронзовых медалей 11 (гг. Боргман, Гейслер, Деревянкин, кн. Долгорукий, Ковако, Лачинов, Рагозин, Скривако, Слугинов, Тагайчинов, Тихомиров).

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ВЫСТАВКА И КОНГРЕСС ЭЛЕКТРИКОВ В ПАРИЖЕ[1] *

I

Пробыв в Париже три месяца, пройдя через все функции выставки и конгресса, я обязан поделиться с публикой моими впечатлениями; но задача не легка — и по массе материала, и по невозможности показать хотя бы кое-что из виденного.

Описать выставку — значит прочесть курс электрической науки со всеми ее приложениями. Даже если ограничимся приложениями и притом более новыми, оставляя в стороне чисто научные и исторически важные снаряды, — и тогда потребуется несколько рефератов.

При всех недостатках организации, довольно естественных в новом деле, парижское предприятие вышло грандиозным. Успех выставки замечателен: с 11 августа н. ст. (день открытия) по 20 ноября (закрытие) ее посетили более 880 000 человек (в среднем около 8400 человек, однодневный maximum слишком 20 000). Сбор составил слишком миллион франков; за покрытием расходов (более 700 тыс. фр.)

---

[1] Напечатано в *„Трудах отделения физических наук Общества любителей естествознания"*, том II, вып. 2-й, 1884 г. (*Ред*).

* Два публичные реферата, из которых один имел целью общий обзор Выставки à vol d'oiseau, другой знакомил вкратце с главными задачами Конгресса, конечно, потеряли интерес при столь позднем напечатании. Пересматривая их, мы дополнили и исправили некоторые цифры по официальным отчетам, появившимся в 1883 г. Некоторые специальные пункты были предметом других рефератов (в комиссиях Отделения), а также особых статей автора, появившихся в свое время в *„Журнале минист. нар. пр."* (февраль 1882 г.) и в „Электричестве" (1881 г. № 21). *А. С.*

из него отчислено 325 тыс. фр. на устройство центральной электрической лаборатории в Париже.

Посетитель, впервые попавший на Выставку, не может сначала остановиться на чем-либо одном: он успокоится не прежде, как обегавши все. Это первое знакомство поверхностно и неясно, но оно — психологическая потребность.

Сделаем так и мы. Садимся у площади Согласия в электрический вагон Сименса и въезжаем (лучше вечером) в восточные ворота огромного Дворца Промышленности (250×108 метров площади и 35 метров вышины; всего квадратного содержания, с верхним этажем, более 29 000 кв. метров). Он вмещал всемирную выставку 1867 г., а теперь весь наполнен электричеством.

Добежим до центра здания, где стоит высокий маяк, окруженный бассейном и каскадом. Став спиной к главному входу (с Елисейских полей), попытаемся ориентироваться *. Направо от нас выставка французская; всего ближе к нам роскошные гальванопластики Кристофля и павильон Société Iablochkoff; в западном конце, к буфету — большой павильон Министерства почт и телеграфов, инициатора Выставки. Налево от маяка — иностранные отделы; Англия, Соединенные Штаты, Германия, Бельгия занимают большую часть пространства; Россия в левом переднем углу, недалеко от восточного входа. Перед нами пестрая картина. Ряды павильонов всевозможных архитектур, витрины с самым разнообразным содержанием, телефонные будки, вагоны, мачты, статуи, флаги различных наций, сети проволок, неумолкающий звон сигнальных аппаратов и море электрических огней — вот элементы первого смутного впечатления. Вдоль южной стены — тяжелые двигатели, машины для тока, вагоны, вообще все громоздкое. Большая лестница направо ведет наверх; там ряд отдельных зал по окружности здания: маленькая роскошная квартира с электрическими приспособлениями, театр и галерея картин, освещенные — как и все — электричеством, ряд зал с аппаратами, залы телефонов, исторический музей, зала Конгресса и две комнаты Эдисона.

---

* Реферат пояснялся фотографическими видами и планами в проложении.

Я не буду подробно водить вас по зданию. Обзор топографический удобнее заменить другим, основанным на внутренней связи предметов.

С этой точки зрения Выставка представляет колоссальную иллюстрацию учения о сохранении и превращении энергии. Вся южная сторона Дворца внизу занята рядом *двигателей* — паровых и газовых машин. Это — те 1500 паровых лошадей, которые дают жизнь Выставке, превращая химическую энергию угля в теплоту и рабочую силу. За время Выставки они израсходовали 1170 тонн каменного угля и 13 600 куб. метров светильного газа, причем потребовалось 74 000 куб. метров воды. Каждый двигатель вертит машину для тока, которая дает этой энергии дальнейшее преобразование — превращает ее в электрический ток и разносит по металлическим артериям во все концы здания. Там эта электрическая энергия разрешится — где светом и теплом, где обратным переходом в химическую или механическую энергию.

Машины для тока двух родов: либо магнито-электрические, либо динамо-электрические. В первой — ток получается через движение замкнутой проволоки вблизи магнита или электро-магнита; во-второй — магнит заменен куском железа, который сама машина при своем вращении делает магнитом, более сильным, при том же объеме, чем намагниченная сталь. Первый тип явился еще в 50-х годах, но получил практическую форму недавно, особенно благодаря Грамму и Сименсу. Сюда относятся машины де-Меритенса и М. Депре. Второй тип (динамо-машины) изобретен лишь в 1867 г. Сименсом и Уитстоном; таковы машины Сименса, Грамма и производные от них — Бреша, Бюргина, Уэстона, Эдисона и пр.

Эти-то машины играют главную роль в общем хозяйстве Выставки, превращая работу в электрический ток. Их развитие в последнее десятилетие, особенно развитие динамо-электрических машин, составляет тот капитальный шаг в электротехнике, без которого немыслимы были бы многие дальнейшие. Пока ток добывали химическим путем посредством гальванических батарей, он был дорогим продуктом и стоил много хлопот. Лишь развитие *машин* для тока, заменив дорогой химический процесс батареи тем дешевым процессом (сгоранием угля), которым мы нагреваем наши дома, дало возможность добывать ток en grand и поставить на очередь два вопроса минуты — электрическое освещение и электрическую передачу работы.

Передачей работы путем электричества мы уже воспользовались, приехав сюда в вагоне Сименса. Стоит отметить основной принцип этой передачи.

Динамо-электрическая машина имеет свойство *оборотности* действия. Вертя ее двигателем, мы получили ток; пуская ток в неподвижную машину, мы заставим ее вертеться. Соединим две машины концами их проволок — первую (назовем ее возбудитель) начнем вертеть, вторая (приемник) будет вертеться от тока, сообщаемого из первой по соединительным проволокам. Таков принцип электрической передачи работы на любое расстояние.

Паровой двигатель вертит во Дворце динамо-машину (возбудитель тока), ток посылается по двум телеграфным проводам в другую (приемник), внутри вагона, которая и вертится вместе с колесами вагона. Вместо того чтобы возить с собой паровик и топливо, мы везем только машинку-приемник, а сила ей передается издалека.

С помощью проволок работа паровых коней передается во все концы Дворца. Здесь она управляет снарядами Феликса для электрического пахания; способ уже примененный им с успехом на ферме, где двигатель иногда в полуверсте и более от рабочего поля. Дальше — водокачка производит род искусственного водопада; здесь прибор для сверления подземной галереи. Вот целый ряд швейных машин, машина для вышивания по тюлю; там *мелограф* Карпантье — фортепиано, записывающее в виде особого рода нот импровизацию пианиста и затем могущее повторить сыгранную пьесу.

Идея воспользоваться электричеством для движения не нова, но она, так сказать, переменила физиономию. Прежний способ добывать ток посредством гальванических батарей годился там, где требуется работа небольшая. Для *одной* швейной машины удобнее и дешевле батарея; для целой мастерской лучше завести газовый двигатель, электричество поможет нам *провести, распределить* его работу во все швейные машинки. Батарея как источник движения удобна также там, где требуется возможно *легкий* двигатель: так — в маленьком аэростате Тиссандье, который несет на себе только батарею и приемник; так — в лодке Труве, в бассейне, окружающем маяк.

Везде, где потребна большая работа и где вес аппарата не есть затруднение, выгоднее двигатель паровой или газовый, а электричеством пользуются для *передачи* и *распределения* работы. И здесь электричеству суждена, несомненно, важная экономическая роль.

Электрический ток можно *разветвлять*: можно построить целую сеть проволок, и ток машины распределить по ней, — где сильнее, где слабее, — по желанию. Вводя в каждое звено цепи свой приемник, мы распределим и самую работу удобнее, чем помощью ремней, веревок или давления воды и воздуха. Таким образом один центральный двигатель может питать механическую деятельность многих аппаратов, размещенных вдалеке друг от друга. Получается *канализация* работы, так же как мы канализуем воду или газ: роль труб играют проволоки.

Такова очередная задача электротехники с тех пор, как (1873 г.) обратили внимание на оборотность динамо-электрических машин. На практике требуются при этом известные условия, как и в случае воды или газа: нужно, чтобы расход работы в центральном заведении и у каждого потребителя был соразмерен с потребностью, чтобы каждый потребитель был независим от других и чтобы можно было рассчитать, сколько кто потребляет. Над этими-то вопросами трудятся теперь многие, и есть уже обещающие результаты: такова система Марселя Депре, реализованная на Выставке.

Но не одну грубую или однообразную работу может производить электрический ток: он совершает по нашему желанию самые тонкие и сложные механические операции. Мы видели это в мелографе; мы находим это в *в телеграфе, телефоне, метеорографе, электрических часах*. Здесь ценна не величина передаваемой работы, а ее сложная форма и мгновенность передачи. Здесь довольно небольшой батареи, и потому-то некоторые из этих приложений могли быть разработаны уже давно.

Телеграфия весьма богато представлена на выставке, начиная от Зёммеринга (1809 г.), Шиллинга, Гаусса и Вебера, Уитстона, и кончая современными формами. Эти последние стремятся всячески увеличить быстроту телеграфной работы и достигают чудес.

Теперь можно посылать до 8 депеш в одну сторону и столько же в другую — одновременно по одной проволоке.

Из массы недавних аппаратов укажем гармонический телеграф Грея и многократный печатающий — Бодо. Первый изящен по идее, здесь легко понять возможность многократной передачи. На каждой станции два ряда камертонов, настроенных попарно на известные тоны: один ряд для передачи, другой — для приема. Один из передаточных, замыкая и размыкая ток в телеграфной линии, дает в ней ряд электрических толчков, которые приведут в вибрацию *соответственный* камертон-приемник, не действуя на прочие. Все камертоны можно пустить разом, каждый для сигналов особой депеши; сигналы сообщатся, не перепутываясь, соответственным приемникам.

В телеграфе Бодо, одном из чудес механики по тонкости и сложности операций, 6 телеграфистов могут работать одновременно по одной линии; сигналы каждого *печатаются* в виде букв на станциях приема, в итоге 400 букв в минуту (в 10 раз больше, чем у Морза).

Особую трудность представляло осуществление трансатлантического телеграфа. История его исполнена высокого интереса; она пояснена на выставке особой коллекцией. Известно, что когда удалось устроить первую линию, обычный способ передачи оказался непригодным по медленности и неверности сигналов. Знаменитый физик сэр В. Томсон разрешил задачу—сперва своим *говорящим гальванометром*, необыкновенно чутким к самым слабым и мгновенным переменам тока, — потом посредством *пишущего сифона*, одного из остроумнейших аппаратов. Оба представлены на Выставке.

Перейдем к *телефону*, этому новорожденному чуду электрической практики. Обыкновенный телефон — это чисто магнито-электрическая машинка, приводимая в движение не паром, а звуком, и передающая свою работу в возможной *тожественности*. Два соединенные телефона — это те же возбудитель и приемник, как и в железной дороге Сименса; принцип оборотности нигде так ясно не высказался, как в телефоне.

Телефонные сети уже стелются по большим городам. Такую сеть находим и во Дворце Промышленности. Вверху центральное бюро Главного общества телефонов, оттуда проводы к будочкам в разных углах Дворца, где теснятся посетители, жаждущие поговорить через проволоку. Кроме того, несколько разных систем действуют особняком. Упомянем об американском телефоне Дольбера, где вместо магнита — конденсатор из двух пластинок и маленький снаряд Румкорфа; о пантелефоне Лок-Лаби с пробковой пластинкой; об электромотографе Эдисона, передающем звуки вслух, и пр.

Но главной новостью по телефонии и одной из главных приманок для публики была впервые осуществленная попытка слушать оперу за две версты (телефоны и микрофоны системы Адера). В дни оперных спектаклей длинный хвост жаждующих тянулся в верхнем этаже Дворца к двум залам, увешанным коврами ради акустического уединения. По 20 человек одновременно пускались в каждую залу. Вы дождались очереди, приложили к ушам пару телефонов — и в них вливаются звуки Роберта или Фауста, — отчетливо и музыкально, даже громко, хотя с каким-то отпечатком дали и таинственности. Не знаешь, где назначить *местность* этим тонам, но чувствуешь, когда певец переместился в этом *где-то*: особого рода приспособление, вроде стереоскопного, устроено ради музыкальной перспективы. Впечатление действительно магическое; остается сделать еще шаг — и он, конечно, не замедлит: надо чтобы телефон, при той же верности передачи, пел *вслух*, а не на ухо.

Еще снаряд для передачи и преобразования тонкой работы: это — *метеорограф*, машина, где движущей силой является погода, помощниками ее — часовой аппарат и гальваническая батарея. Перемена температуры, влажности, давления воздуха дают толчок известной части машины, и он путем электромагнитизма преобразуется в *отметку* наблюдения. С такими аппаратами Москва познакомилась на Политехнической Выставке (они потом остались в нашем Музее); на Парижской Выставке видим два особенно любопытные универсальные снаряда. В одном (Теореля) снаряд сам *печатает* цифровые *таблицы* погоды; в другом (Риссельберга) гравируются, в виде кривых линий, элементы погоды *отдаленного* места; снаряд соединен проводником с Брюсселем и чертит то, что делается в атмосфере за 200 верст.

Упомяну, наконец, об электрической передаче времени, или автоматической выверке часов. Задача не нова, но кажется вступает на более практический путь. Центральные часы не управляют постоянно ходом прочих, а только поправляют их каждый час, доводя или ворочая назад погрешившую стрелку и не давая накопиться ошибке. Такова систем Коллена.

Возвратимся к нашим динамо-машинам — машинам с сильными токами. Только часть электрической энергии, посылаемой ими в разные концы Дворца, превратилась опять в механическую работу. Другая часть оказывает иные услуги.

Здесь, в гальванопластическом павильоне Кристофля, мы присутствуем при *химической* работе, совершаемой тем же током. Золочение, покрытие разными металлами, копирование медалей, статуй через осаждение металла на данной форме — все это фабрикуется перед нашими глазами. Рядом — результаты: коллекция художественных работ высокой цены; статуи, украшающие разные части Дворца, сделаны тем же путем. Кроме Кристофля большое внимание обращают на себя изящные работы нашей Экспедиции заготовления государственных бумаг, особенно нежные гальванопластики из железа; их нигде не умеют так готовить.

Но вот еще химическая работа, производимая с *особой* целью: приготовляется как бы *консерв* электрического тока. Это — вторичная батарея Планте или (что почти то же) аккумулятор Фора. Два свинцовых листа в подкисленной воде — таков весь снаряд. Пустим в него ток: начнется разложение воды, один лист будет окисляться от действия кислорода, другой — раскисляться от водорода. Но не материальными продуктами химического процесса интересуемся мы теперь, а *возможностью обратного процесса* — перехода сделанной химической работы в электрический ток. У нас опять род оборотной машины. Отнимем внешний ток: пока снаряд не замкнут, он хранится целые недели почти без изменения: но стоит соединить два свинцовых листа проволокой, и сделанная когда-то работа будет *разделываться,* снаряд приходит в прежнее состояние и при этом даст нам электрический ток. Из таких свинцовых пар можем сделать батарею и в нее отложить на запас часть работы наших машин, чтобы израсходовать ее, где, как и когда нам угодно. Нет машины — можно обойтись двумя элементами Бунзена, только заряжение идет не так быстро.

Вопрос не нов, но только что вступает на практическую почву. Как рядом с водопроводными трубами свою пользу приносят баки и сосуды с водой, рядом с газопроводами —

сжатый переносный газ, так рядом с канализацией работы изобретается консерв работы. Правда, такой же консерв, и гораздо энергичнее, имеем во всяком топливе; но уголь сгорает, и обратно мы его не соберем из атмосферы, а в нашем аккумуляторе вещество заперто и не пропадает; все изменение в том, что роли двух свинцовых листов меняются, и снаряд можно заряжать и разряжать сколько угодно раз.

От химической работы тока перейдем к теплу и свету. Остановимся на выставке В. Сименса: здесь электрическим током тех же машин плавят в $^1/_4$ часа значительную массу стали и выливают ее из тигля в виде огненной жидкости. В конце концов цикл замкнулся: теплота очага, греющего паровик, пройдя промежуточные стадии, побывав работой и током, явилась снова как теплота; но она *перенесена* в другое место и *сконцентрирована* до высокой температуры.

В иной форме видим то же невдалеке, в гигантской румкорфовской бобине Споттисвуда: приводимая в действие небольшой машинкой Грамма, она мечет искры — молния в $1^1/_2$ аршина длины, или дает прелестные сияния в разреженном газе.

Наконец, такое же превращение электрической энергии в тепло и *свет* совершается кругом нас, в бесчисленном множестве снарядов. Это — электрические регуляторы, свечи и лампы; на них, наряду с вопросом о передаче работы, сосредоточивается очередная задача практических электриков.

Никогда ни одно здание на земле не блистало в ночную пору таким обилием света. Более тысячи (1383) источников, больших и малых, всякого типа, рассеяно по Дворцу. Они дают в сумме свет, равный около 50 000 карсельских ламп (470 000 свечей). Любопытно, что во Дворце сосредоточивалось больше света, чем во всем остальном Париже. Снаружи четыре солнца бросают длинную струю света по верхам деревьев Елисейских полей и дают вид снежной иглы обелиску площади Согласия. Внутри, в центре здания, электрический маяк вращает свои разноцветные лучи. Вверху и внизу, по карнизам, внутри павильонов — ряды, гирлянды, люстры огней. Все это — работа опять тех же машин, продукт того же тока.

Вопрос об электрическом освещении нам близок особенно. Когда усовершенствование машин для тока дало возможность получать сильные токи для практики — два русских деятеля дали во-время толчок задаче об освещении. Это — гг. Лодыгин и Яблочков, представители двух главных типов электрического света. Странно, что в Русском отделе (вообще составленном довольно слабо) не позаботились выставить эти лампы; их нужно искать во Французском отделе.

Эти два типа освещения — свет углей, горящих в воздухе (лампа с вольтовой дугой), и свет углей, раскаленных в безвоздушном пространстве (lampe incandescente). Первый тип всем знаком: Яблочков, Сименс, новые системы Бреша, Жаспара — все они схожи по результату, отличаются по механизму. Переходом ко второму типу служат лампы с горением и накаливанием (Вердерман-Ренье, lampe-soleil).

Второй тип явился теперь впервые на континенте Европы в форме, практически удобной и составляет одну из важнейших новостей Выставки. Таковы лампы Эдисона, Свона, Максима и др., где светит угольная проволока, раскаленная в пустоте.

Тот и другой тип имеют свои выгоды и неудобства, и каждый получит свою область приложений. Лампы со сгоранием тратят меньше рабочей силы: чем выше температура раскаленного тела, тем выгоднее ею пользоваться для освещения. Угольный волосок новых ламп рвется при слишком сильном токе. Но, с другой стороны, эти лампы весьма просто решают задачу о канализации или распределении света — задачу, которая повторяется в деле освещения, как и в деле передачи работы. Дробление света на мелкие источники — по 10—15 свечей каждый — совершается здесь так же легко, как со светильным газом, и система становится более пригодной для домашнего освещения. Этот умеренный, неподвижный и безшумный свет маленьких лампочек, размещаемых как и где угодно, — то отдельно, то в виде люстр, гирлянд и пр., — произвел сильное впечатление. Уже принимаются меры к освещению таким способом парижской Большой Оперы, и, конечно, скоро многие дома Парижа последуют этому примеру.

Из этих маленьких ламп эдисонова оказалась наиболее экономичной, притом система его представлена в такой законченной форме, что здесь впервые задача о канализации света решена вполне: все, начиная с громадной динамо-электрической машины, способной питать до 1000 ламп, до регуляторов тока, предохранительных аппаратов, счетчиков расхода, — все предусмотрено, остается пользоваться, —

если не ждать улучшений и удешевления. Некоторые лампочки этого типа, например (Максима), дают свет в сотни свечей, не разрываясь. Конечно дальнейшие успехи дела не замедлят.

Но вопрос об электрическом освещении так широк и важен, что следует сделать его предметом особого реферата. А теперь кончим наш поверхностный и неполный обзор приложений электричества. Одно убеждение укрепит он в нас: убеждение, что в электричестве человек нашел путь к решению самых разнообразных, самых фантастических задач своего ума. Круг этих задач растет не по дням, а по часам, и бог весть, что еще увидим в ближайшем будущем.

II

Одним из выдающихся научных событий истекшего года представляется первый Международный электрический конгресс, собравшийся в Париже в эпоху Выставки, которой краткий очерк я имел честь дать в предыдущем заседании.

С 15 сентября по 5 октября н. ст. одна из зал Дворца Промышленности вмещала такое стечение знаменитых людей науки, которому равное трудно найти. В числе около 250 членов, соединенных под председательством министра почт и телеграфов Франции, встречаем имена, составляющие гордость нашего времени. Не одна Франция выставила свои научные силы: она даже осталась в тени в виду таких гостей, как Гельмгольц, Кирхгоф, Клаузиус, Сименс из Германии, как сэр В. Томсон из Англии. Называю лишь первоклассных корифеев.

Что же заставило этих ученых, что побудило правительства цивилизованных стран откликнуться на этот международный съезд, созванный во имя столь новой науки — науки об электричестве. Приспело ли время для торжественного собора, есть ли потребность, есть ли элементы для международного соглашения. Позволю себе несколько вводных слов.

Физика, наука о законах неорганической природы, имела на каждой ступени своей очередную задачу, идя от простого к более трудному. После того как явления *механические* в тесном смысле слова были как бы исчерпаны, наступает черед более таинственных явлений. После теории тяготения, которая дала образец, нашему веку удалось построить эскиз механической теории света и теплоты. Об этих процессах мы имеем отчетливые представления, в главных чертах, несомненно, правильные.

Но затем мы видим перед собою обширный остаток необъясненного, который напрашивается на очередь. Научившись на прежнем материале методам исследования, мы шевелим этот остаток во всех направлениях, мы овладели его отдельными частями и извлекаем большую пользу из этого знакомства. Но мы еще не проникли в секрет загадки, мы только чувствуем, что эта минута недалека. Этот нераспутанный остаток механики природы — весь или почти весь — мы называем областью электрических и магнитных явлений. Не только сам по себе он нас интересует, но обещает окончательно выяснить и то, с чем мы уже несколько освоились. Все заставляет думать, что теории света и теплоты были только подготовительной работой для будущей механики электромагнитных процессов, и войдут в нее как часть. Свет есть одно из электромагнитных явлений. Тайна химических сил, повидимому, не разъяснится, пока не поймем тайну электричества.

С самого начала XIX века идет упорная борьба исследователей с этой загадкой, о самом существовании которой едва подозревали прежние века. Вольта, Пуассон, Эрстед, Ампер, Араго, Фарадей, Ом, Гаусс, Максвелл, и современные нам — Вебер, Кирхгоф, Гельмгольц, Томсон — вот главные работники в этой борьбе за последние 80 лет. Окончательного прояснения вопроса еще нет, но сделано многое: из ничего возникла стройная наука, найдены законы явлений, выработаны методы измерения, которым позавидует любая часть физики. Мало по малу открылся новый и удивительный мир явлений, долго бывший как бы под спудом. Мы назвали его остатком физики; вернее сказать, что это — вся физика будущего в ее окончательном объединении.

Эта борьба изучения не оставалась кабинетным делом одних ученых. Она выдвинула нам такие ресурсы для практического приложения, которые показались бы немыслимыми людям прошлого века. Люди практики вовлечены в общую работу, и все претендующие на образование не могут ею не интересоваться.

Уже в 30-х годах возникает электрический телеграф; в 60-х, после упорных попыток, решена задача трансатлантического телеграфа — она требовала уже глубокого знания электрических законов, — и земля опоясалась кругом телеграфными линиями. Телеграф наряду с паровыми машинами, железными дорогами, фотографией был одним из тех изобретений, которые произвели такой переворот в формах и условиях жизни, что, по мнению английского историка McCarthy, „современный человек, внезапно перенесенный за 50 лет назад, почувствовал бы себя почти так же дико и неловко, как бы в эпоху покорения Британии римлянами“.

К этому изобретению последние годы прибавили новое — *телефонию* — это (по выражению докладчика на Конгрессе) „как бы новое чувство, данное гением Греэма Белла человечеству“.

Рядом с этими орудиями взаимного общения развивается другая задача, решение которой будет не меньшим переворотом в будущем. Это — задача о раздаче и запасе работы или энергии всякого рода и, в частности, работы освещения. Говоря об успехе электрического освещения за последние два года, рецензент журнала „Quarterly Review“ рисует картину недалекого будущего, когда настоящий „век тьмы“ останется едва понятным историческим воспоминанием. И хотя мечта Билльяма Сименса о распределении и утилизации тех (по малой мере) *семнадцати миллионов паровых лошадей*, какие заключаются в водопадах Ниагары, остается пока еще мечтой, — кто знает, надолго ли это будет так.

Так росла и растет задача о свойствах янтаря и магнезийского камня, захватывая и область науки, и практическую жизнь, открывая новые горизонты для той и другой. 82-летний химик Дюма́, переживший почти всю историю электричества, поэтическим языком выразил эту мысль при закрытии Конгресса. „Греческая мифология“, говорил он, „олицетворяя силы природы, подчинила ветер, волну и огонь второстепенным божествам: свет отдала богу поэзии и искусств, а молнию сберегла для властителя богов Зевса. Наука и промышленность давно овладели силой воздуха и вод; пар, одушевляемый огнем, позволяет нам преодолевать все препятствия, господствовать над морями. Свет не имеет более тайн для науки, и искусства ежедневно множат его удивительные применения. Оставалось сделать последнее усилие — исторгнуть самую молнию из рук Зевса и подчинить ее потребностям человечества. Это усилие останется памятной эпохой в истории; среди политических движений и волнений человеческого ума оно будет характеристическим выражением нашего времени. XIX век будет веком электричества".

Эта мысль наглядно закрепляется самым фактом Конгресса. Время действительно *созрело* для такого съезда. Не один телеграф, главное орудие международной жизни, но вся совокупность электрической науки и практики требовали международного соглашения об общем техническом языке и общей дальнейшей работе.

Первым предметом соглашения явился вопрос об *электрических мерах,* занявший самую видную и благодарную роль.

В учении об электричестве мы имеем дело с целым рядом понятий о различных величинах, характеризующих явления. Таковы: электрический заряд, напряжение (потенциал), ток, магнитное поле, сопротивление, емкость, и т. д. Это — величины, которых внутренний, механический смысл нам еще не ясен, но которые связаны хорошо изученными законами и доступны точнейшему измерению.

Как обыкновенное движение характеризуется *массой* движущейся, *скорость* движения — *силой,* его производящей, так сложный электрический процесс, для своего точного определения, требует точной меры названных электрических величин.

Эти меры, да и самые понятия, были долго весьма несовершенны. Читая сочинения прошлого века (да частью и нынешнего), иногда так же затрудняешься понять и воспроизвести описанное, как если бы речь шла об ассирийских локтях или древнемексиканских монетах.

Не только *определенность* меры необходима, но и ее логическая и возможно простая связь с прочими. Взяв за единицу длины метр, а для единицы площади удерживая десятину, мы ввели бы источник неудобств и затруднений. Единицей площади естественно взять квадратный метр.

Для одной и той же величины (например, длины) нам полезны многие единицы: неудобно выражать в метрах и длину инфузорий, и расстояние Солнца от Земли. Но мы много выигрываем, приноравливая эти однородные меры к нашей *десятичной* системе счисления, т. е. составляя их в десятичных отношениях. Таковы метр, миллиметр, километр и пр.

Французская метрическая система для пространства и веса, введенная в эпоху Конвента, обладает этой логичностью и потому входит более и более в общее употребление. Слабый пункт ее лишь в том, что метр и грамм не соответствуют друг другу: естественнее было бы взять либо сантиметр за основную единицу длины (оставляя грамм единицей массы), либо тысячу килограммов за единицу массы (удерживая метр единицей длины): в обоих случаях была бы та выгода, что единица объема воды представляла бы единицу массы.

Система единиц для времени, унаследованная издревле и частью предписанная природой (*год* и *день*), менее удовлетворительна; усовершенствовать ее хотя бы отчасти до сих пор не удалось.

Для мер длины и массы мы имеем вещественные образцы, для времени — хронометры, поверяемые астрономическим путем.

Имея меры *длины*, *массы* и *времени*, мы получаем естественные меры для всех величин, рассматриваемых в механике. Так, мера *скорости* дана, когда даны мера длины и мера времени. Меры силы, веса, давления, работы — все они сами собой вытекают из этих *трех основных мер*. Это — рациональная система мер.

По мере того как механика электричества получала большую отчетливость, явилась возможность и все электрические величины подвести под эту же рациональную систему. Вместо хаоса независимых, эмпирических и не вполне определенных мер возникла система, логически правильная и удобная. А это здесь тем важнее, что число разнородных величин особенно велико; непосредственные образцы для них (какие имеем для длины и веса) или нельзя сделать, или трудно уберечь от изменений.

Этой рациональной системе электрических мер положено начало еще в 30-х и 40-х годах Гауссом и его еще живущим сподвижником Вебером. Но лет 20 назад система эта еще многим казалась каким-то излишним баловством ума, и ею не владели даже специалисты. Лишь мало помалу открывалась вся та польза и то упрощение, какие вносит эти система в сложную область электричества.

Развитие телеграфии и других приложений электричества, сближая науку и технику, вызвало окончательно потребность в общих и рациональных электрических мерах. В 60-х годах Британская Ассоциация взялась дополнить дело Гаусса и Вебера. Основными мерами она выбрала *грамм, сантиметр* и *секунду* (система C.G.S.). Из них вытекают все электрические меры. Но так как иные были бы неудобно мелки, другие — неудобно крупны для практики, то известные *десятичные кратные* от них приняты для практики и отмечены особыми именами. Так возник *ом*, мера сопротивления — тысяча миллионов единиц системы C.G.S. Имя дано ей в память знаменитого физика, который ввел в науку идею о сопротивлении электрическому току.

Рядом с разработкой системы была и другая задача — реализовать эти рациональные меры в вещественных образцах (эталонах) для практического употребления. Измерить электрическое сопротивление *прямо* в рациональных единицах — труд значительный; он облегчается, если есть измеренный образец единицы и требуется лишь *сравнение* с ним.

Не все электрические меры или единицы допускают такую реализацию в виде постоянного образца. По счастию, она возможна для величины, играющей особенно важную роль в практике, — для сопротивления. Труднее, но тоже возможны, образцы *напряжения, емкости*.

Британский комитет, повторяя работу Вебера, пустил в ход образцы сопротивлений, возможно равные теоретическому *ому*. Затем стали появляться образцы напряжения и емкости, приноровленные к рациональным мерам и названные именами *Вольты* и *Фарадея*. Копии этих образцов размножаются и служат для целого света, как копии метров и граммов.

Но поверочные измерения британского образца обнаружили в нем неточность. Неточность отчасти могла возникнуть со временем. Нельзя уберечь проволоку так, чтобы сопротивление ее не изменялось. Потому Сименс предложил новый образец — сопротивление ртутного столбика определенных размеров. Из химически чистой ртути мы можем всегда воспроизвести этот образец по данным размерам. Размерами столбика он предложил: 1 метр длины и 1 кв. миллиметр поперечного сечения. Этот образец близок к ому, но несколько меньше его (на 5—6%).

В таком положении было дело об электрических мерах до Конгресса. Рациональная система мер, хотя и подготовленная, не была еще принята всеми. В терминах мер встречалось разногласие: так различные меры тока назывались именем „вебер“. Наконец, образцы — и именно важнейшие (сопротивления) — не соответствовали рациональным мерам.

Самым важным и успешным делом Конгресса было — пополнить систему и устранить из нее все неопределенности. Это отчасти достигнуто непосредственным соглашением, отчасти завершится — особой комиссией, которая имеет быть снаряжена для новых исследований.

Результатом были следующие положения:

1) Для электрических измерений приняты основными мерами: сантиметр, масса грамма и секунда.

2) *Ом* и *вольт* сохраняют свои прежние значения: тысяча миллионов единиц сопротивления для ома и сто миллионов единиц напряжения для вольта.

3) Ом будет определяться колонной ртути в один кв. миллиметр сечения при температуре 0° С.

4) Международной комиссии поручается определить в точности длину этой колонны, соответствующей 1 ому.

5) Ток, производимый 1 вольтом в сопротивлении 1 ома, называется *ампером.*

6) Заряд, переносимый 1 ампером в 1 секунду, называется *кулоном.*

7) Емкость проводника, заряжаемого 1 вольтом до 1 кулона, называется *фарадом.*

Последние имена даны тоже в память деятелей по электричеству.

После такого манифеста, выработанного собранием самых компетентных людей всех образованных стран, всякие недоразумения в электрических мерах покончены. В области электрической науки и техники создано то всесветное единство мер, какого нет еще ни в монетных единицах, ни в других мерах практической жизни. Выбранная общая система такова, что она с особенной простотой и логичностью связывает учение об электричестве с остальными частями механики и физики.

Постараюсь дать наглядное представление об этих практических единицах — оме, вольте, ампере, кулоне и фараде, к которым сводятся все электрические измерения.

Всякому знаком даниелев гальванический элемент — пластинка цинка в слабой серной кислоте и пластинка меди в растворе медного купороса, разделенные пористой перегородкой. Пусть этот элемент не замкнут, но один его полюс соединен с землей. Напряжение электричества на другом полюсе есть приблизительно *1 вольт.* Пусть пластинки элемента очень велики и очень сближены (элемент с ничтожным внутренним сопротивлением). Замкнем его полюсы, поместив между ними столбик ртути в 1 кв. миллиметр сечения и 106 сантиметров длины. Этот ртутный столбик — близкое подобие *ома*. Ток, который пойдет в цепи, будет *1 ампер*. Заряд, проносимый этим током в каждую секунду, есть *1 кулон*.

Мы могли бы удержать такой заряд в металлической массе, прикасаясь ею к полюсу незамкнутого элемента. Но для этого нужна или батарея из громадного числа элементов, или проводник громадного размера. Пусть этот проводник — шар 18 километров в диаметре: он извлечет из элемента 1 миллионную долю кулона. Такой шар представит собой *микрофарад* — миллионную долю *фарада*.

Повидимому, не только фарад, но и микрофарад, — меры неудобно крупные. Но, выбирая вместо шара проводники иной формы (конденсаторы), мы можем осуществить в небольшом объеме несколько микрофарадов.

Кабель атлантического телеграфа представляет собой сопротивление около 7500 омов. Земной шар имеет емкость около 700 микрофарадов. Величайшая гальваническая батарея в свете имеет напряжение 15 000 вольт.

Динамоэлектрические машины дают на каждую лошадиную силу работы — около 27 ампер в 1 оме сопротивления, или 1 ампер в 746 омах. Это — количество энергии, поддерживающее горение одного большего регулятора или 10 лампочек Свона.

Такова была главная задача Конгресса. Упомяну вкратце о других.

Рядом с теми электрическими явлениями, какие мы вызываем в наших лабораториях, в естественной лаборатории земной атмосферы идет непрерывный электрический процесс: порою он появляется с громадными напряжениями (миллионы вольт) в грозе. Об атмосферном электричестве мы мало знаем, оно — предмет наблюдений, а не опытов. И научный интерес, и интерес самозащиты, давно уже заставили обратить на него внимание. Здесь, как и вообще при изучении метеорологических явлений, необходимы повсеместные и частные наблюдения.

С другой стороны, земной шар постоянно протекается электрическими токами (действующими на телеграфные линии) и имеет свойства магнита — магнита, весьма изменчивого, имеющего, так сказать, свою магнитную *погоду*.

Эти земные токи и проявления земного магнитизма имеют не вполне выясненную связь с полярными сияниями и находятся в зависимости от солнца и луны. Изучение этих явлений представляет новую тему для исследования, не лишенную и практической важности.

Защита зданий от грозы основана на знании законов электричества. Самым лучшим громоотводом была бы металлическая оболочка, вполне окружающая здание. За неудобством такого, употребляют громоотводы различных систем, которых сравнительная пригодность еще не вполне выяснена.

Вопрос о защите от грозы получил новый интерес с тех пор, как по крышам домов стали проводить сети телефонных проволок. Явилась мысль: не увеличивается ли этим опасность, вполне ли устраняют ее предохранительные аппараты телефонов. Вопрос требует изучения.

С 60-х годов телеграфные сети употребляются для передачи точных известий о погоде между метеорологическими станциями, и возникли попытки предсказания погоды на основании таких данных. Учащáя эти сообщения, делая их, если можно, непрерывными, посвящая этой цели особую телеграфную сеть, мы будем в состоянии точнее судить о настоящих и грядущих процессах атмосферы, если только не пугаться издержек предприятия.

Все эти вопросы, поднятые на Конгрессе, повели к ходатайству перед правительствами об учреждении *второй* Международной комиссии (о первой я говорил), с целью:

1) Обсудить способы наблюдений атмосферного электричества для возможно широкого их распространения.

2) Собрать статистические данные о действии громоотводов различных систем и об отношении телеграфных и телефонных линий к грозе.

3) Организовать систематическое наблюдение земных токов, пользуясь телеграфными линиями, в известные периоды, и в особенности во время полярных экспедиций.

4) Изучить наилучшие условия международной телеграфной сети для обмена метеорологических данных.

Электрическое распределение работы и, в частности, работы освещения было предметом многих сообщений. Оценка электрического освещения требует сравнения силы разных источников света. Выбор *образца,* или нормального источника, здесь крайне труден, и методы сравнения далеки от совершенства. Употребляя свечу или определенную лампу и прибегая к обычным приемам, мы встречаем многие источники ошибок и неудобств. Странно, что мерить свет несравненно труднее, чем мерить любую из электрических величин.

Эта задача вызывает *третью* Международную комиссию, целью которой будет:

Определить нормальный источник света и выработать методы фотометрического сравнения.

Таковы главные вопросы, занимавшие Конгресс, — вопросы, частью поконченные, частью только поставленные на очередь. Будем надеяться, что назначение трех комиссий не замедлит и что их работы принесут новые данные этой очередной и быстро развивающейся науке XIX века — науке об электричестве.

После конгресса 1881 г. состоялись, также в Париже, две Международные конференции: первая 16—26 октября (н. ст.) 1882 г., вторая 28 апреля — 3 мая 1884 г. Эта последняя пришла к определенным постановлениям относительно „законного ома" и единицы света.

Среднее из 22 определений, имевшихся ко времени конференции, дало для длины ртутного столба (1 кв. мм. сечения и при 0° C), соответствующей теоретическому ому, цифру 106,02 см. „Законный ом" (ohm légal) для практики принято считать в 106 см. Эта цифра на 1,1% больше той, какая принималась на основании измерений Британского комитета (104,83). Ампер и кулон оставлены точные ($^1/_{10}$ электромагнитных единиц C. G. S. тока и заряда), а „законный вольт" и „законный микрофарад" определяются по „законному ому" (и амперу или кулону).

Единицей света признан свет, испускаемый в нормальном направлении одним кв. сантиметром поверхности расплавленной платины при температуре отвердения. Нормальная карсельская лампа (по Дюма и Реньо), употреблявшаяся до сих пор во Франции в качестве фотометрического эталона, представляет около половины $\left(\frac{1}{2{,}08}\right)$ этой новой единицы.

Обе конференции высказали, кроме того, несколько соображений и приняли некоторые меры касательно изучения атмосферного электричества и земных токов.

ВТОРОЙ КОНГРЕСС ЭЛЕКТРИКОВ В ПАРИЖЕ [1]

Второй международный конгресс электриков, собиравшийся в Париже 24—31 августа (н. ст.) 1889 г., не может, конечно, итти в сравнение с первым конгрессом (1881 г.) ни по обилию блестящих имен в списке членов, ни по важности намеченных и решенных вопросов. Тем не менее, среди множества разнородных съездов, состоявшихся в Париже в связи с Всемирной выставкой, электрический конгресс был, кажется, одним из наиболее удачных и оживленных.

Главным организатором конгресса (председателем организационного комитета) был академик Маскар. На приглашения, рассылавшиеся с весны, откликнулось более 500 лиц. Из числа известных ученых и техников фактически приняли участие в работах конгресса: французы — Маскар, Липпман, Потье, Меркадье, Виолль, Жубер, Крова́, Бенуа, Гариель, Бодо̀, Фонтэнь, Госпиталье, Карпантье; англичане — сэр У. Томсон, С. Томсон, Форбс, Юз, Прис, Кромптон; итальянцы Ронти, Феррарис; швейцарцы — Гагенбах, Г. Ф. Вебер; шведы, норвежцы — Аррениус, Бьеркнес. Из русских присутствовали профессора Зилов и Столетов; приват-доценты Гольдгаммер, Михельсон, Пильчиков; г.г. Мерчинг, Окшевский и др. Со стороны американцев явился „сам“ Эдисон, но, по глухоте и незнанию французского языка, в конгрессе не участвовал (хотя и был зачислен в состав бюро). Немцы вполне отсутствовали, хотя главные представители их были особо приглашены (Гельмгольц, Дюбуа-Реймон, Видеман).

Во вступительном общем собрании 24 августа, в Трокадеро, бюро конгресса было составлено в следующем виде:

---

[1] Опубликовано в журнале *Электричество* № 13-14, 1889 г. (*Прим. ред.*).

Президент — Маскар.

Почетные президенты — сэр У. Томсон (président honoraire), Берже и Кошери* (president d'honneur).

Вицепрезиденты — Карейс (Австрия), Прис (Англия), Руссó (Бельгия), Феррарис (Италия), Столетов (Россия), Потьé (Франция), Вебер (Швейцария). В последнем заседании сопричислили сюда и Эдисона.

Общий докладчик — Жубер.

Конгресс разделился на 4 секции (вместо шести, предположенных в начале): 1) научная или измерительная (unités, mesures); 2) промышленная (applications industrielles); 3) телеграфная (telegraphes, telephones, signaux) и 4) электрофизиологическая.

Бюро секций составились так:

1-я секция: президент Липпман; вице-президенты — Бьеркнес и Столетов; секретарь Виолль.

2-я секция: президент Потье; вице-президенты: Феррарис, Фонтэнь, Форбс; секретарь Госпиталье.

3-я секция: президент Фрибур, вице-президенты Юз и Банне.

4-я секция: президент Гариель, вице-президент Трипье.

Заседания секций начались с 26-го августа. Так как они большей частью совпадали по времени, то мне пришлось следить непосредственно лишь за занятиями первой секции.

Здесь, как и на конгрессе 1881 г., на первый план стали вопросы о выборе и наименовании единиц и вообще о терминологии, — вопросы, наиболее нуждающиеся в международном соглашении и наиболее назревшие. Для более удобного обсуждения внесенных предложений составилась, как и в то время, особая „комиссия единиц“ (из нескольких членов, избранных от 1-й и 2-й секций, и из членов бюро). Предложений поступило не мало; большинство их было отклонено — либо как выходящие из рамок собственно электрической программы (например, предложение Гильома о практической единице давления), либо, как недостаточно мотивированные и недостаточно удобные новшества (предложение Приса о единице освещения, с именем *lux*; пред-

---

* Организаторы первого конгресса: Берже — тогдашний генеральный комиссар электрической выставки, ныне директор эксплоатации выставки 1889 г.; Кошери — прежний министр почт и телеграфов, президент 1-го конгресса.

ложение Мовера о единице энтропии, с именем *trop*[1]; Сарвади — о единицах магнитного поля и силового потока). Окончательно конгрессу рекомендованы и им (в заключительном заседании 31-го августа) единогласно приняты следующие решения:

„Практическая единица работы есть *джоуль*. Он равен 10^7 — единицам *C.G.S.* работы. Это — энергия, расходуемая одним ампером в одном оме в течение одной секунды“.

„Практическая единица рабочей силы (puissance) есть *уатт*. Он равен 10^7 единицам *C.G.S.* рабочей силы. Уатт равняется одному джоулю в секунду“.

„В промышленной практике рабочая сила машины будет выражаться в кило-уаттах вместо „паровых лошадей“.

„При оценке яркости лампы в свечах за практическую единицу, под именем *десятичной свечи* (bougie décimal) будет приниматься 1/20 доля абсолютного эталона света, определенного международною конференциею 1884 г.“

Первыми двумя из этих постановлений (в особенности — вторым) конгресс санкционировал обще уже распространенную терминологию: *уатт* давно в ходу у электротехников, а в последнее время и *уатт* и *джоуль* приняты Британской ассоциацией. Третье постановление является естественным следствием второго, хотя традиционные *лошади*, вероятно не вдруг выйдут из употребления. Наконец, четвертое постановление является следствием решения конференции 1884 г., представляющего известные практические трудности, и имеет характер компромисса. *Десятичная свеча* весьма близка к 1/10 карсели и к английской свече (standard candle); будем ждать, что такие свечи появятся в практике.

Немало было толков в первой секции об удобнейшем способе измерять абсолютно силу тока или воспроизводить образцовый ток, по поводу предложения, внесенного профессором Пелла̀. Пелла̀, построив особого рода абсолютный весовой электро-динамометр (electrodynamomètre-balance) и, убедившись в его точности и удобстве, желал рекомендации этого снаряда конгрессом. Сэр У. Томсон, в последнее время также выпустивший целый ряд подобных измерителей, но, повидимому, несколько в них разочарованный,

---

[1] Об этих двух терминах французы острили, что „il y aura une unité de luxe (lux) et une unité de trop“.

заявил мнение, что метода электрическая, при известных предосторожностях, проще и точнее достигает цели: посредством нее нетрудно эталонировать токи от 0,01 до 500 амперов с точностью $^1/_{20}\%$. Этого веского отзыва было достаточно, чтобы отклонить предложение Пеллà: выражено только желание, чтобы он продолжал свои исследования и построил новый аппарат на поверку первого.

Кроме дебатов, приведших к указанным соглашениям, в программу первой секции вошло довольно большое число научных сообщений, из которых упомяну следующее: Bjerknes — новые исследования об аналогии между гидродинамическими и электро-динамическими явлениями (опыты на выставке); Van Aubel — снаряды для измерения магнитного поля, основанные на изменении электропроводности висмута; Wuillemier — новое определение ома, сделанное по методе Липпмана (результат 106,27); Zenger — биполярная индукция во вращающемся шаре и аппарат, подражающий движению планет; Гольдгаммер — влияние магнитного поля на электропроводность никеля; Пильчиков — о теориях электролиза; Столетов — результаты актино-электрических исследований, и проч.

Во *второй секции* явились также вопросы терминологического характера. Указывая на возрастающее распространение машин переменного тока, Госпиталье настаивал на необходимости точно дефинировать и обозначать некоторые количества, встречающиеся в теории этих машин, а именно

$$T, \frac{1}{T}, J_{cp}, E_{cp}, \sqrt{(J^2)_{cp}}, \sqrt{(E^2)_{cp}}, \sqrt{R^2+\left(\frac{2nL}{T}\right)^2},$$

а также установить практическую единицу для коэффициентов индукции (L). Так как по электромагнитной системе единиц коэффициент L есть *длина*, то, в связи с омом, естественною практическою единицею для него представляется 10^9 сантим. ($=$ ом $\times$ секунда), т. е. (приблизительно) $^1/_4$ земного меридиана.

С другой стороны по почину Потьé зашла речь о разногласии в обозначении двух пластинок аккумулятора. Прения были жаркие: одни требовали удержать названия *положительная*, *отрицательная* пластинка, условившись в употреблении этих слов; другие настаивали на терминах *красная* и *белая*; к соглашению пришли не вдруг.

Наконец, предметом обсуждения были способы характеризовать свет ламп накаливания, предложенные Крова̀. Кроме общей силы освещения, необходимо указывать степень или высоту каления лампы в данных электрических условиях, — иными словами степень белизны света. Производя фотометрические сравнения различных источников света по отдельным областям спектра (спектрофотометрические измерения), Крова̀ пришел к выводу, что общую силу освещения удобно характеризовать силою (a) желтого света, соответствующего длине волны $\lambda = 582 \cdot 10^{-6}$ мм. Чтобы выделить этот сорт лучей, следует пропускать свет сквозь слой раствора двойной хлористой соли никеля и железа, 5 мм. толщиной*. Степень же белизны света достаточно определится, если, кроме того, измерить силу освещения (b) для красных лучей ($\lambda = 657$), выделенных красным стеклом (окрашенным медью). Отношение $\frac{b}{a}$ служит мерою степени каления.

Результатом суждений во 2-й секции по указанным вопросам явились следующие постановления, единогласно принятые конгрессом:

„Практическая единица коэффициента индукции есть *квадрант*. 1 квадрант $= 10^9$ сантиметрам".

„*Период* альтернативного тока есть продолжительность одного полного колебания".

„*Учащение* (fréquence) есть число периодов в секунду".

„*Средняя сила тока* определяется соотношением:

$$J_{cp} = \frac{1}{T}\int_0^T J dt\text{“}.$$

„*Деятельная сила тока* (intensité efficace) есть квадратный корень из среднего квадрата силы тока".

„*Деятельная электродвижущая сила* (force électromotorice efficace) есть квадратный корень из среднего квадрата электродвижущей силы".

---

* 22,321 грамма хлорного железа и 27,191 гр. хлористого никеля (чистого кристаллизованного) растворяются в дистиллированной воде при 15° С. Для лучшего сохранения жидкости не фильтровать ее и насытить хлором.

„*Кажущееся сопротивление* есть тот множитель, на который нужно помножить деятельную силу тока, чтобы получить деятельную электродвижущую силу".

„В аккумуляторе положительная пластинка есть та, которая соединяется с положительным полюсом машины во время заряжения и которая служит положительным полюсом при разряде".

Конгресс рекомендует, как средство к определению „степени каления лампы, методу, предложенную г. Кровá и принятую второй секцией".

Из рефератов, читанных во 2-й секции, укажу: S. Thompson — о трансформаторах прямого тока; Faure, Crompton и др. — об аккумуляторах; Arnoux — экспериментальное исследование динамомашин; Leblanc — о двигателях с переменным током; Raverot — о компаунд-машинах с переменной скоростью; Laffargue — о канализациях; Jacquin — о способе измерения изолировки сетей из центральной станции, о потерях в кабелях, о характеристике трансформаторов; Potier — о реакции якоря; Forbes — счетчик для прямых и переменных токов; Trouvé — универсальный динамометр; Bède — утилизация двигателей для топки в связи с освещением; Worth — электролитический способ Webster'а очищать сточные воды, и пр.

В *третьей секции* занялись вопросом об ограждении телефонных сетей от влияния со стороны других канализаций; единственным надежным способом признано употребление двойной проволоки, уже принятое в Бельгии и в Америке. Результатом явилось следующее постановление, утвержденное конгрессом:

„Для городских и междугородных телефонных сетей принимается двойная проволока".

„Именем *междугородного* (interurbaine) обозначается всякое телефонное сообщение между двумя абонентами или двумя публичными станциями (cabines publiques), принадлежащими к различным группам*.

Из числа рефератов по 3-й секции укажем на любопытные сообщения Mercadier — о характере и силе телефонных

---

* Второе постановление вызвано соображениями о тарифе; в то время как городское телефонирование оплачивается путем абонемента, междугородное таксируется по времени разговора. Предложение принять за единицу разговора трехминутный срок было отменено конгрессом.

действий, о монотелефоне или электромагнитном резонаторе (опыты на Выставке в павильоне почт и телеграфов). Далее — Мерчинг — о новой системе дальнего телефонирования, испытанной в России; Samuel — о системе телефонных станций van Rysselberghe'а и о многократном печатающем телеграфе Munier; Picard — о применении динамо-машин к телеграфии; Chaye — о применении телефона на море для указания приближающихся судов, и др.

Четвертая секция была бедна и по числу членов, и по числу заседаний, и не внесла на утверждение конгресса никаких проектов.

В заключительном общем собрании конгресса (31-го августа), где и были утверждены вышеприведенные постановления, президент Маскар сказал блестящую речь. Поблагодарив лиц, откликнувшихся на призыв организационного комитета, он в горячих выражениях воздал особую честь маститому сэру У. Томсону, участие которого было столь важно для компетентности и блеска конгресса и который стал предметом заслуженных оваций. Очертив затем в нескольких словах новые успехи электротехники и отношение второго конгресса к первому, обратив внимание на сдержанность в выборе вновь утвержденных постановлений, Маскар заключил указанием на новый, третий международный съезд электриков, организуемый американцами к Ньюиоркской выставке 1892 года.

В тот же день, 31 августа, в Hôtel Continental состоялся роскошный обед, данный французскими членами Конгресса членам приезжим, 2-го сентября бюро конгресса, в числе 11 человек, было приглашено президентом республики к завтраку в Фонтенблосском дворце.

Экстренные заседания, демонстрации, экскурсии, прогулки по Выставке — организованы были в большом числе в течение недели конгресса. Прежде всего накануне открытия конгресса — соединенное заседание электрических обществ Лондонского (Institution of Electrical Engineers) и Парижского (Société Internationale des Electriciens), с Эдисоном, выставкой снарядов, телефонным слушанием оперы и несколькими демонстративными рефератами (Carpentier — мелограф, Chardonnet — фабрикация искусственного шелка). Далее — повторение опытов Герца (Жубер — в Центральной Электрической Лаборатории, и проф. Егоров, с помощью гейсслеровской трубки — в помещении Société d'Encouragement, к сожалению не особенно удобном для этой цели). Весьма любопытные опыты электродинамических действий с машинами переменного тока E. Thomson'а (американского) и его же способ электрического сваривания* в американском отделе Выставки. На выставке же — изящные опыты Бьеркнеса, обратившие на себя внимание еще в 1881 г. и теперь значительно пополненные, а также новый фонограф Эдисона и графофон Тентера. Организован был специальный осмотр некоторых отделов Выставки — отдела измерительных инструментов, павильона почт и телеграфов (опыты Меркадье), павильона телефонов, и наконец подъем на башню Эйфеля (где на этот раз можно было дойти до верхнего флага). Вне Выставки — осмотр Центральной Электрической Лаборатории, завода Sautter-Lemonnier, электрических установок Оперы и Пале-Рояля, Центральной Метеорологической Обсерватории, завода телефонного общества. Таким образом неделя прошла очень деятельно и дала возможность с особенным удобством рассмотреть известные части Выставки и познакомиться с некоторыми замечательными учреждениями.

Если спросим себя в заключение, что нового представило нам электричество 1889 г. по сравнению с электричеством 1881 г. (помимо небывалого скопления и колоссальных размеров машин), — то ответ представляется мне в таком виде. Со стороны научной главной новостью являются знаменитые опыты Герца, осязательно подтверждающие теорию Максвелла о единстве явлений света и электричества. Опыты эти не могли быть предметом выставки, но они у всех на устах, всеми повторяются и варьируются, и в течение конгресса их показывали нам два раза. Со стороны технической следует отметить некоторый возврат к машинам переменного тока и возрастающее распространение трансформаторов. „Мы присутствуем, — говорил Маскар в своей заключительной речи, — при странной и весьма неожиданной эволюции прикладного электричества. Альтернативные токи, которые естественно рождались в руках Фарадея при первом открытии индукции, сперва казались неудобными для прямого пользования. Сорок лет старались крайне остроумными способами выпрямлять их

* Ток в 26 000 амперов сваривал, в минуту с небольшим, два железные стержня, 5 сантиметров диаметра.

поочередно и превращать в ток непрерывный, пока достопамятное открытие Паччинотти и Грамма не дало способа, так сказать, перехитрить природу и непосредственно получать все действия токов неизменного направления. В последнее время альтернативные токи вдруг опять вошли в почет, и их применения все размножаются". На стороне переменных токов важным аргументом является удобство их трансформации, с целью либо получать громадный ток при слабой электродвижущей силе (Э. Томсон), либо экономично осуществлять канализацию на значительном районе. Канализации с помощью трансформаторов, как известно, весьма распространены в Лондоне, в Австрии, Италии, Соединенных Штатах и проч.; они начинают распространяться и в Париже и в настоящее время дворец президента (Palais de l'Elysée) освещается именно таким путем (из Пале-Рояля, на расстоянии около 2 километров)*.

---

* Невольно вспоминается та травля, которой подвергались трансформаторы в нашем отечестве, по поводу недавнего проекта фирмы Ганц и К° осветить часть Москвы. И в ученых (!) докладах, и в газетных статьях система обличалась, как нечто еретическое, ненациональное и безусловно гибельное; доказывалось (!), что трансформаторы начисто запрещены во всех порядочных государствах Запада, и терпятся разве в какой-нибудь Италии, падкой на дешевизну. — Защитники „национальности в электричестве" забывали, что первую идею о трансформации тока в технике сами иностранцы приписывают Яблочкову (см. напр. Fontaine, Eclairage à l'Electricité, 3 éd. 1888, p. 463), — и что на Всероссийской выставке 1882 г. в Москве, ранее Голара-Джиббса и др., весьма определенно демонстрировал такую систему г. Усагин, за что награжден медалью. Знатоки западных порядков проглядели или замолчали, что в это самое время „гибельная" система питала десятки тысяч ламп в лучших частях Лондона (не говорим уже об Америке), а французы не задумывались применить ее к освещению жилища главы государства. *А. С.*

ПО ПОВОДУ „ИССЛЕДОВАНИЙ“ КН. Б. ГОЛИЦЫНА [1]

(Кн. Б. Голицын, Исследования по математической физике. — Часть I. Общие свойства диэлектриков с точки зрения механической теории теплоты. — Часть II. О лучистой энергии, М. 1893. — Ученые записки И. М. У., отд. физ.-мат., вып. 10).

I

Сочинение кн. Голицына состоит из двух совершенно независимых статей. Мы займемся сначала первой — рассуждением о диэлектриках.

Известно, что диэлектрики, под действием электрических сил, претерпевают различные механические изменения, как-то: изменения объема, формы, давления и пр. Этот обширный класс явлений, — которому, пользуясь довольно употребительным термином, мы дадим название *электрострикции*, — со времен Фарадея не переставал обращать на себя внимание физиков — как первоклассных теоретиков (Максвелл, Гельмгольц, Кирхгоф, Больцман), так и выдающихся экспериментаторов (Больцман, Квинке, Риги, Рентген и др.). Благодаря работам тех и других, мы можем теперь считать существенные факты электрострикции достаточно установленными, а теоретическое объяснение их — покоящимся на достаточно прочных и общих основаниях.

Кн. Голицын не согласен с этим заключением. Он думает, что „мнения различных ученых о причине подобных изменений“ (т. е. явлений электрострикции) „часто значи-

[1] Критический очерк, составленный А. Г. Столетовым совместно с А. П. Соколовым (*Ред.*).

тельно расходятся между собой, и на основании всей этой совокупности исследований трудно приискать для этих явлений одно какое-нибудь строго определенное и вполне удовлетворительное объяснение“ (p. 27). Поэтому он находит, что вопрос требует дальнейшей разработки, и такую разработку ставит задачей своего исследования. Особенность этого последнего должна состоять в том, чтобы, освободившись от предвзятых идей и гипотез, исследовать, хоть частью (в первом приближении), общие свойства диэлектриков, кладя в основание исследования оба основные принципа термодинамики“ (p. 9).

Свой труд автор делит на четыре части. В главе I он дает краткий обзор литературы вопроса и критику некоторых теоретических и опытных исследований. Этот обзор и привел его к тому неутешительному выводу о современном состоянии теории, который мы сообщили выше. Главы II и III составляют ядро исследования: по мысли автора, они должны представлять собой приложение двух основных законов термодинамики к вопросу об электрострикции. Впрочем, автор весьма ограничил свою задачу, изучая только случай однородного электрического поля, и притом только для жидкостей и газов, так что твердые тела совсем не рассматриваются. Наконец, глава IV посвящена „применению полученных результатов“ к вопросу о зависимости диэлектрической постоянной вещества от его плотности: для выражения этой зависимости предлагаются две теоретические формулы, которые автор пытается оправдать согласием с опытными данными.

---

1. Первая из четырех глав, как уже было замечено, содержит „обзор литературы“ предмета, с критическими дигрессиями по некоторым отдельным пунктам.

По существу дела, эта глава должна была иметь важное значение. С одной стороны, при трудности вопроса и обширности литературы, верное и обстоятельное изложение современного состояния задачи, с правильным критическим освещением существующих исследований, было как нельзя более желательно. Выполнение одной этой программы, основанное на внимательном и полном изучении источников, представляло бы само по себе полезный труд и немалую заслугу *. С другой стороны, только такая предварительная ориентировка могла бы показать автору, что в данном вопросе следует считать прочно установленным и что остается неясным, — в каком направлении должен работать новый исследователь, чтобы подвинуть дело вперед.

К сожалению, этим требованиям далеко не удовлетворяет „обзор“, предлагаемый кн. Голицыным. В сущности это — довольно бесцветный перечень теоретических и экспериментальных работ по электрострикции, в порядке их появления. Заглавий и имен приведено здесь очень много, с видимым желанием показать обширное знакомство с литературой предмета; но при этом работам существенным, классическим, отводится столько же места, как и заметкам третьестепенного значения. Так, изложению важнейших теоретических исследований Гельмгольца и Кирхгофа посвящено лишь по нескольку строк (pp. 15, 25), — столько же, как, например, небольшой заметке Оддоне (р. 26). Таким образом этот „обзор литературы“ не руководит ни читателя, ни самого автора.

Дело в том, что, разбрасываясь по „литературе“ вообще, автор недостаточно ознакомился именно с капитальнейшими теоретическими работами: он их не изучал, а скорее бегло просматривал. Как иначе объяснить себе, например, следующее: кн. Голицын зачем-то приводит (р. 24) формулу электрострикции Больцмана, не упоминая даже, что Лорберг и Кирхгоф доказали ее ошибочность и что с этим приговором безмолвно согласился сам Больцман **. Другие доказательства той же мысли мы еще встретим в скором времени. Наконец, при внимательном и истинно критическом изучении главных источников автор и не мог бы притти к тому пессимистическому выводу, который мы цитировали выше. Он не стал бы смотреть на вопрос, как на какую-то tabula rasa, где будто бы не найдешь ничего, кроме неяс-

---

* Такое, например, значение имеет недавно (почти одновременно с рассматриваемым сочинением) появившаяся работа Поккельса (Pockels, Ueber die durch diel. u. magn. Polarisation hervorgerufenen Volum-u. Formänderungen, *Grunert's Archiv*, (2), 12, 1).

** Перепечатка последних работ Кирхгофа (Nachtrag zu Abhandl.) вышла именно под редакцией Больцмана, который и здесь не делает попытки оправдать свою ошибку.

ностей и противоречий. Он понял бы, напротив, что теоретические исследования Гельмгольца, Лорберга, Кирхгофа, взаимно дополняясь, нисколько не противоречат одно другому, но представляют прочно построенное здание, с надежными основами, вполне согласное с фактами и потому вовсе не нуждающееся в перестройке.

Не находя в „обзоре“ кн. Голицына того, что он должен был дать, и имея в виду, что для правильной оценки собственных исследований этого автора необходимо ознакомить нашего читателя с истинным положением вопроса в настоящее время, мы считаем уместным предложить здесь краткий очерк современного учения об электрострикции, руководясь преимущественно прекрасной статьей Поккельса.

2. Фарадею первому принадлежит мысль, что поляризованный диэлектрик (так же, как и тело намагниченное) должен находиться в особом состоянии натяжения, стремясь сократиться по направлению силовых линий и расшириться перпендикулярно к этим линиям. Видимые нами притяжения и отталкивания заряженных тел Фарадей объяснял как результат описанного натяжения, существующего в промежуточной среде. Максвелл, в своем знаменитом „Treatise on Electricity and Magnetism“ прецизировал мысль Фарадея и дал ей математическое выражение. Он доказал, что пондеромоторные силы, проявляющиеся в каком-либо электрическом поле, действительно могут быть вполне заменены фарадеевской системой натяжений и давлений в среде, наполняющей поле. Для этой цели поперечные (относительно силовых линий) давления и продольные натяжения (отрицательные давления) должны быть приняты численно равными между собой и равными величине $\frac{kR^2}{8\pi}$, где k — диэлектрическая постоянная среды, R — электрическая сила, действующая в данной точке поля (местное „напряжение поля“).

Обозначим через φ электрический потенциал в точке (x, y, z) поля, так что

$$R^2 = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2,$$

через A_x, B_y, C_z — нормальные, а через A_y, A_z, B_z, ... — тангенциальные слагающие фарадеевских давлений в той же точке *. По Максвеллу эти слагающие выражаются следующим образом:

$$\left.\begin{aligned}
A_x &= -\frac{k}{8\pi}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right\},\\
B_y &= -\frac{k}{8\pi}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2\right\},\\
C_z &= -\frac{k}{8\pi}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2\right\},\\
B_z &= C_y = -\frac{k}{4\pi}\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial\varphi}{\partial z},\\
C_x &= A_z = -\frac{k}{4\pi}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\frac{\partial\varphi}{\partial x},\\
A_y &= B_x = -\frac{k}{4\pi}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial y}.
\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Максвелл оставил открытым вопрос о том, каким путем и в какой среде первоначально возникают эти фарадеевские давления. Но мы не можем считать их результатом линейных деформаций весомого вещества рассматриваемого диэлектрика — тех деформаций, какие рассматриваются, например, в теории упругости. В самом деле, в этом случае элементы деформации ** легко было бы определить по давлениям помощью известных линейных соотношений между теми и другими; а эти соотношения, в связи с уравнениями равновесия, привели бы, как нетрудно убедиться, к несовместимым между собой уравнениям для φ. Кроме того, возможность электрического поля в „пустоте“ заставляет нас и на свободный эфир смотреть как на диэлектрик, находящийся в состоянии натяжения; естественно и в общем случае видеть первый источник таких давлений в эфире, проникающем весомую среду.

Таким образом, обсуждая равновесие наэлектризованного диэлектрика, мы должны воспользоваться обыкновенными уравнениями теории упругости (или гидростатики), введя в них, в качестве *внешних сил* (наряду с тяжестью

---

* Буквы A, B, C указывают направление слагающей (по осям x, y, z), а индекс — направление нормали к той площади, к которой сила приложена.

** Т. е. величины $\frac{\partial\xi}{\partial x}$, $\frac{\partial\eta}{\partial y}$, $\frac{\partial\zeta}{\partial z}$, $\frac{\partial\eta}{\partial z}+\frac{\partial\zeta}{\partial y}$ и пр. (ξ, η, ζ — перемещения).

и т. п.), то пондеромоторные силы, какие получаются из максвелловских (фарадеевских) давлений $A_x, \ldots$, приложенных к элементу объема и к элементу поверхности тела. Равнодействующая ($A\,dv$, $B\,dv$, $C\,dv$) давлений, действующих на грани элемента объема dv, выразится с помощью уравнений:

$$\left.\begin{aligned} A &= -\frac{\partial A_x}{\partial x} - \frac{\partial A_y}{\partial y} - \frac{\partial A_z}{\partial z}, \\ B &= -\frac{\partial B_x}{\partial x} - \frac{\partial B_y}{\partial y} - \frac{\partial B_z}{\partial z}, \\ C &= -\frac{\partial C_x}{\partial x} - \frac{\partial C_y}{\partial y} - \frac{\partial C_z}{\partial z}. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Равнодействующая ($A_n\,ds$, $B_n\,ds$, $C_n\,ds$) на элемент поверхности ds выразится посредством

$$\left.\begin{aligned} A_n &= -A_x\cos(n,x) - A_y\cos(n,y) - A_z\cos(n,z), \\ B_n &= -B_x\cos(n,x) - B_y\cos(n,y) - B_z\cos(n,z), \\ C_n &= -C_x\cos(n,x) - C_y\cos(n,y) - C_z\cos(n,z), \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

где n — внутренняя нормаль к поверхности диэлектрика на элементе ds.

Но, составляя выражения (A, B, C) помощью (1) и помня, что $\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0$ для всякой точки, где нет свободных зарядов, мы увидим, что в такой точке

$$A = 0, \quad B = 0, \quad C = 0.$$

Т. е. внутри диэлектрика максвелловские давления *сами собой уравновешиваются* в точках, не имеющих заряда, и, следовательно, здесь не оказывается пондеромоторных сил электрического происхождения.

На поверхности, отделяющей диэлектрик 1 от другого диэлектрика 2, — где, вследствие различия k и k' уже будут свободные заряды, — мы получим, как результат давлений, действующих на обе стороны поверхности, силу ($\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}$):

$$\overline{A} = A_n - A'_{n'}, \quad \overline{B} = B_n - B'_{n'}, \quad \overline{C} = C_n - C'_{n'}.$$

причем $A'_{n'}$, и т. д. выражаются аналогично (3), n' — нормаль, направленная внутрь тела 2.

Эта сила $(\overline{A}, \overline{B}, \overline{C})$ есть давление, нормальное к поверхности раздела, имеющее величину

$$\frac{k'-k}{8\pi}\left\{R^2+\frac{k-k'}{k'}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right)^2\right\} \tag{4}$$

и направленное внутрь тела с меньшей диэлектрическою постоянной.

[Этот результат (4) нетрудно получить из предыдущих уравнений, обращая внимание на пограничные условия:

$$k\frac{\partial\varphi}{\partial x}=k'\frac{\partial\varphi'}{\partial x} \text{ и пр.]}$$

Если диэлектрик 1 граничит с проводником, то, рассматривая последний как диэлектрик, для которого $k'=\infty$, и замечая, что теперь $\left(\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right)^2=R^2$, получим нормальное давление, равное

$$\frac{k}{8\pi}R^2 \tag{4'}$$

и направленное внутрь диэлектрика.

Эти-то поверхностные силы, и только они, будут пондеромоторными силами для диэлектрика, не имеющего внутри свободных зарядов. Внеся силы $(\overline{A}, \overline{B}, \overline{C})$, в качестве внешних давлений на поверхность, в пограничные уравнения равновесия данного вещества (твердого или жидкого), мы и найдем обычным путем ту деформацию тела, которая вызывается электрическим состоянием.

Таким образом максвелловские натяжения, как он сам замечает *, не противоречат условиям равновесия, налагаемым теорией упругости или гидростатикой: для всякой части тела, где нет зарядов, новые силы приводятся к нулю; там, где есть заряды, получаются новые силы, которые и действительно обнаруживает опыт.

3. Дальнейший важный шаг в изучении вопроса был сделан Гельмгольцем (1881 г.). В своем капитальном исследовании ** он ставит себе задачей: с одной стороны, показать, что раскрытая Максвеллом при помощи матема-

* Maxwell, Treatise on Electricity, p. 131, art. 110 (1 ed.).

** H. v. Helmholtz, Ueber die auf das Innere magnetisch oder dielektrisch polarisierter Körper wirkenden Kräfte, *Wied. Ann.*, 13, стр. 385; Ges. Abh., I, стр. 798.

тического анализа система давлений в поляризованном диэлектрике может быть выведена из старой теории взаимодействия на расстоянии, если диэлектрик будет поляризоваться по законам, установленным Пуассоном для магнитной поляризации; с другой стороны, Гельмгольц, затрагивая вопрос об электрострикции, указывает на общий метод его решения для жидкостей *. При этом постановка задачи расширена сравнительно с максвелловой: приняты во внимание те изменения, какие диэлектрическая постоянная может претерпевать в зависимости от изменения плотности тела при электризации. Влияние изменений формы не принято в расчет, так что теория относится непосредственно только к телам жидким и газообразным.

Первая поставленная Гельмгольцем задача приводится именно к тому, чтобы отыскать пондеромоторные силы, действующие на элемент объема диэлектрика, исходя из основных уравнений диэлектрической поляризации. Задача решается при помощи следующей теоремы о пондеромоторных силах, выводимой Гельмгольцом из закона сохранения энергии:

Каким бы изменениям формы и объема ни подвергалась система наэлектризованных тел, всегда пондеромоторная работа электрических сил для данного изменения конфигурации системы выражается полной убылью потенциальной энергии системы, т. е. убылью, зависящей не только от перемещений тел, но и от происходящих при этом изменений в величинах k в зависимости от уплотнений и разрежений вещества.

(Здесь разумеется потенциальная энергия истинных зарядов, сообщенных системе извне, а сами заряды считаются неизменно связанными с материальными массами).

Таким образом, если W есть потенциальная электрическая энергия системы, (ξ, η, ζ) — бесконечно малое перемещение центра тяжести элемента dv объема, $(A\,dv, B\,dv, C\,dv)$ — пондеромоторная сила в этом элементе объема, то

$$\delta W + \int (A\xi + B\eta + C\zeta)\, dv = 0.$$

Это уравнение и послужит для вычисления (A, B, C), как скоро вариация δW будет найдена.

* Первая попытка приложить теорию диэлектрической поляризации к объяснению электрострикции принадлежит Кортевегу (*Wied. Ann.*, **9**, p. 48), но здесь рассмотрен частный случай.

Называя ε объемную плотность истинного заряда в точке (x, y, z) и полагая

$$\rho \frac{\partial k}{\partial \rho} = -\sigma \frac{\partial k}{\partial \sigma} = \theta$$

(ρ — плотность, $\sigma = 1/\rho$ — удельный объем вещества), находим по Гельмгольцу

$$A = -\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{1}{8\pi} \frac{\partial k}{\partial x} R^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\theta R^2),$$

$$B = -\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{1}{8\pi} \frac{\partial k}{\partial y} R^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} (\theta R^2),$$

$$C = -\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{1}{8\pi} \frac{\partial k}{\partial z} R^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (\theta R^2).$$

Эти силы, при помощи уравнений (2), легко приводятся к следующим давлениям:

$$\left.\begin{aligned}
A_x &= -\frac{k}{8\pi}\left\{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)^2\right\} - \frac{1}{2}\theta R^2,\\
B_y &= -\frac{k}{8\pi}\left\{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2\right\} - \frac{1}{2}\theta R^2,\\
C_z &= -\frac{k}{8\pi}\left\{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2\right\} - \frac{1}{2}\theta R^2,\\
B_z &= C_y = -\frac{k}{4\pi}\frac{\partial \varphi}{\partial y}\cdot\frac{\partial \varphi}{\partial z},\\
C_x &= A_z = -\frac{k}{4\pi}\frac{\partial \varphi}{\partial z}\frac{\partial \varphi}{\partial x},\\
A_y &= B_x = -\frac{k}{4\pi}\frac{\partial \varphi}{\partial x}\frac{\partial \varphi}{\partial y}.
\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Т. е. гельмгольцовы давления разнятся от максвелловых (1) только прибавкой члена $-\frac{1}{2}\theta R^2$ в нормальных слагающих (тангенциальные остались без перемены).

Будем, вместе с Поккельсом, максвелловские давления (1) называть *силами 1-го рода*, а добавочные к ним члены уравнений (5) Гельмгольца — *силами 2-го рода*. Эти силы 2-го рода, очевидно, суть нормальные натяжения гидростатического характера (одинаковые во все стороны), равные $^1/_2\,\theta R^2$. Благодаря им, максвелловские продольные натяжения (по линиям сил) увеличены на $^1/_2\,\theta R^2$, а поперечные давления настолько же ослаблены. Силы 2-го рода, в отличие от сил 1-го рода, дают внутри тела равнодействующие не равные нулю, а именно:

$$A = \frac{\rho}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\theta R^2}{\rho}\right), \quad B = \frac{\rho}{2}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\theta R^2}{\rho}\right), \quad C = \frac{\rho}{2}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\theta R^2}{\rho}\right).$$

Кроме того, от сил 2-го рода получаем и на границах диэлектрика новые нормальные давления, направленные внутрь его и равные $^1/_2\,\theta R^2$.

В случае поля *однородного*, силы на внутренние элементы приводятся к нулю ($A = B = C = 0$), и остается только нормальное равномерное давление равное $^1/_2\,\theta R^2$ на поверхности. *Так будет, например, в случае обыкновенного конденсатора.*

В общем случае, под действием силы (A, B, C) каждый элемент объема диэлектрика претерпит изменения плотности и давления, которые определяются из уравнений гидростатики:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\rho}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\theta R^2}{\rho}\right), \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\rho}{2}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\theta R^2}{\rho}\right), \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\rho}{2}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\theta R^2}{\rho}\right). \tag{6}$$

Если диэлектрик есть жидкость несжимаемая, эти уравнения дадут:

$$p = p_0 + \frac{\theta}{2} R^2, \tag{7}$$

где p_0 — давление *вне* электрического поля ($R = 0$), p — давление в данной точке поля. Таким образом внутри несжимаемой жидкости давление в электрическом поле всегда должно *возрасти на величину* $^1/_2\,\theta R^2$, так как θ, и по опытным данным, и по теоретическим соображениям, всегда больше 0. Однакож это добавочное давление не может передаваться за пределы диэлектрика, ибо на пограничной поверхности оно будет направлено *наружу* и будет уничтожаться действующим здесь таким же поверхностным электрическим давлением, направленным *внутрь*. Этого и следовало ожидать от несжимаемой жидкости*.

Но можно показать, что вывод (7) о распределении давления позволительно распространить и на *всякую* вообще жидкость. Действительно, интегрируя уравнения (6), мы получим

$$\int \frac{dp}{\rho} = \text{const} + \frac{\theta}{2\rho} R^2.$$

---

* Helmholtz, *l. c.*, стр. 404 (818).

Но так как изменения p и ρ от электрического поля обыкновенно весьма незначительны, то всегда можно положить $dp = a\, d\rho$ (где a — постоянная); поэтому

$$a \log \rho = \frac{\theta}{2\rho} R^2 + \text{const},$$

или, обозначая чрез ρ_0 плотность вне поля (где $R = 0$),

$$a \log \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\theta}{2\rho} R^2.$$

Так как ρ весьма мало разнится от ρ_0, и притом $p - p_0 = a(\rho - \rho_0)$, то опять получаем

$$p = p_0 + \frac{\theta}{2} R^2, \tag{8}$$

а также

$$\rho = \rho_0 + \frac{\theta}{2a} R^2. \tag{8'}$$

Таким образом и в общем случае распределение давления в электрическом поле подчиняется тому же закону, как для жидкости несжимаемой.

Если жидкость находится под постоянным внешним давлением, то p_0 и есть это давление. Отсюда приходим к заключению, что во всяком жидком диэлектрике, *при постоянном внешнем давлении*, действие сил 2-го рода не может передаваться за его границы: на этих границах все силы приводятся только к максвелловским давлениям.

4. Исследование Гельмгольца послужило исходной точкой для новых работ, как теоретических, так и экспериментальных. Из теоретических прежде всего следует указать на работы Лорберга * и Кирхгофа **, которые почти одновременно распространили гельмгольцову теорию на твердые изотропные диэлектрики; результаты их вполне согласны.

Пусть в данной точке диэлектрика произошло удлинение (единицы длины) равное λ_1 вдоль линии силы, и удлинения λ_2 и λ_3 — в двух перпендикулярных между собою поперечных направлениях. Можно принять

$$k = k_0 - 4\pi(\alpha + \beta)\lambda_1 - 4\pi\alpha(\lambda_2 + \lambda_3),$$

---

* Lorberg, *Wied. Ann.*, 21, p. 300.

** Kirchhoff, *Wied. Ann.*, 24, p. 52; 25, p. 601 (Nachtrag zu Abhandl., pp. 91, 114).

или

$$k = k_0 - 4\pi\beta\lambda_1 - 4\pi\alpha(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3), \tag{9}$$

где α и β — две постоянные.

Анализ Лорберга и Кирхгофа, ни в чем существенно не отличающийся от гельмгольцова, приводит их к следующим заключениям.

Электрические давления, возникающие внутри твердого диэлектрика, как и для жидкости, приводятся к силам двоякого рода: 1) максвелловским давлениям (1) и 2) давлениям 2-го рода:

$$\left.\begin{aligned}
A'_x &= -\frac{\beta}{2}R^2 - \frac{(\alpha-\beta)}{2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2, \\
B'_y &= -\frac{\beta}{2}R^2 - \frac{(\alpha-\beta)}{2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2, \\
C'_z &= -\frac{\beta}{2}R^2 - \frac{(\alpha-\beta)}{2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2, \\
B'_z &= C'_y = -\frac{\alpha-\beta}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial\varphi}{\partial z}, \\
C'_x &= A'_z = -\frac{\alpha-\beta}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \\
A'_y &= B'_z = -\frac{\alpha-\beta}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial y}.
\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Эта система давлений равносильна натяжению $^1/_2\,\alpha R^2$ вдоль силовой линии и натяжениям $^1/_2\,\beta R^2$ поперечным.

Силы 1-го рода и здесь приводятся к давлениям только на пограничные поверхности, внутри же исчезают. Давление на поверхности выражается и здесь формулой (4).

Давления 2-го рода приводятся внутри тела к силе (A', B', C'), где

$$A' = \frac{\alpha+\beta}{4}\frac{\partial}{\partial x}(R^2),\quad B' = \frac{\alpha+\beta}{4}\frac{\partial}{\partial y}(R^2),\quad C' = \frac{\alpha+\beta}{4}\frac{\partial}{\partial z}(R^2),$$

т. е. они произведены как бы возникшим в среде гидростатическим натяжением, равным $^1/_2(\alpha+\beta)R^2$.

В поле однородном силы 2-го рода приводятся внутри к нулю, и из них остается только нормальное давление на поверхности, равное

$$R\left(\frac{\beta}{2} - R\frac{\alpha-\beta}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right). \tag{11}$$

На границе с проводником это давление обращается в $^1/_2 \alpha R^2$; слагаясь с действующим здесь давлением 1-го рода, оно дает полную пондеромоторную силу, равную $\left(\frac{k}{8\pi}+\frac{\alpha}{2}\right)R^2$, направленную внутрь диэлектрика.

Формулы твердого диэлектрика обращаются в гельмгольцовы формулы для жидкости, если положим $\alpha=\beta=0$.

Лорберг и Кирхгоф не ограничились развитием общей теории электрострикции, но и применили ее к различным частным случаям, экспериментально исследованным Квинке. Так, Лорберг рассмотрел задачи о расширении сферического и цилиндрического конденсаторов; Кирхгоф решил задачу о сферическом конденсаторе и, кроме того, дал теорию тех опытов Квинке, где наблюдалось изменение давления и формы газового пузыря, заключенного внутри жидкости между обкладками конденсатора.

5. Относительно степени согласия теории с опытом следует вообще заметить следующее. Там, где по теории должны иметь место максвелловские давления и натяжения, они и действительно всегда наблюдались в полном согласии с теорией. При всех этих опытах наблюдается *расширение тела, имеющего бо́льшую величину* k, в сторону тела с меньшим k — расширение в зависимости от разности величин k. Такие опыты могли даже служить для определения диэлектрических постоянных. Так, например, из своих опытов с газовым пузырем Квинке находил величины k, близкие к тем, какие получаются другими путями. Во всех же тех случаях, где наблюдению подлежали величины θ (для жидкостей) или α и β (для твердых тел), результаты получались сомнительные: нельзя было судить не только о величине, но даже иногда и о знаке этих коэффициентов.

По выходе в свет работы Гельмгольца, Квинке первоначально* думал усмотреть влияние сил 2-го рода в той разнице, которая получалась при измерении k посредством электрических весов и посредством воздушного пузыря. В первом случае измерялось на весах притяжение между (горизонтальными) обкладками конденсатора — продольное относительно силовых линий. Во втором случае внутри жидкого слоя конденсатора оставлялся воздушный пузырь, простиравшийся до обеих обкладок; пузырь сообщался

---

* Quincke, *Wied. Ann.*, **19**, p. 705 (1883).

с манометром и измерялось изменение давления при заряжении конденсатора вследствие боковых (поперечных) электрических сил. Но впоследствии, устранив некоторые погрешности в экспериментальных методах, он пришел к заключению, что „для изолирующих жидкостей диэлектрическая постоянная получается одна и та же, будем ли ее определять из емкости конденсатора или посредством электрических весов, или из повышения давления заключенного внутри жидкости пузыря“ *. Это значит, влияние добавочных сил 2-го рода настолько ничтожно, что не поддается измерению. (Единственным исключением Квинке считает сурепичное масло, Rapsöl).

Бóльшего успеха можно бы, повидимому, ожидать от таких опытов, где влияние сил 1-го рода исключено. Мы видели, что при постоянном внешнем давлении давление и плотность жидкости в электрическом поле должны возрасти пропорционально $^1/_2\,\theta R^2$:

$$p = p_0 + \frac{\theta}{2} R^2, \quad \rho = \rho_0 + \frac{\theta}{2a} R^2,$$

а следовательно, объем жидкости должен сократиться на величину, пропорциональную $^1/_2\,\theta R^2$. (Мы уже заметили, что есть основания считать θ величиною положительной.) Между тем опыты Квинке, произведенные в *этих* условиях (прямое наблюдение электрического расширения жидкости, наполняющей некоторый сосуд наподобие вольтаметра), только в немногих случаях обнаруживали действительно сокращение объема, чаще же — расширение (то и другое весьма незначительное). Для газов не было замечено никаких изменений **: ничтожное сокращение (на $5 \cdot 10^{-10}$ первоначального объема), правда, замечалось в случае CO_2, но Квинке не считает этот результат убедительным ***.

Ненадежность опытных результатов, *относящихся к действиям 2-го рода*, вполне понятна в виду незначительности

* Quincke, *Wied. Ann.*, **32**, p. 529 (1887); см. p. 544, Resultate, I.

** Quincke, *Wied. Ann.*, **10**, p. 529.

*** *l. c.*, p. 531. „Bei der geringen Grösse der Volumenänderung und der Schwierigkeit, zufällige Fehler auszuschliessen, möchte ich auf das Resultat dieser einen Versuchsreihe kein zu grosses Gewicht legen“. [„При незначительности изменения объема и при трудности исключить случайные ошибки, я не хотел бы придавать этому ряду опытов очень большой вес“. (*Ред.*).]

измеряемых величин и трудности устранить маскирующие их побочные причины. Главную роль в числе последних следует приписать тепловым действиям: большинство диэлектрических жидкостей — несовершенные изоляторы и при электризации дают место электрическим токам, нагревающее действие которых может далеко превосходить действие электрострикции. На основании работ Оддоне и Боса можно думать, что в тех случаях, где вместо сжатия от сил 2-го рода наблюдалось расширение, или где θ оказывалось больше 0, этот результат следует приписать именно термическим влияниям.

Таким образом, во всем, что касается действий 1-го рода (зависящих от k), опыт дает ясные результаты, достаточно согласные с теорией; действия же 2-го рода, по своей мелкости, ускользали от точного экспериментального исследования, хотя и есть определенные намеки на существование этих действий.

6. Изложенного нами о современном состоянии вопроса об электрострикции будет достаточно для нашей цели. Мы возвращаемся к разбору сочинения кн. Голицына, и прежде всего — его первой, историко-критической главы.

В начале ее автор говорит об изменениях давления и объема однородного диэлектрика в электрическом поле (§§ 1 и 3), а также о влиянии электризации на упругость насыщенного пара (§ 2). В § 4 делается отступление по поводу липпманова „принципа сохранения электричества". Далее (§ 5), автор касается некоторых действий электризации, не входящих в §§ 1—3. Наконец, говорит о зависимости диэлектрической постоянной от разных условий (§ 6).

В §§ 1 и 3 неудобно разделены между собой явления, стоящие в неразрывной связи одно с другим (изменения давления и объема). С другой стороны, нигде не указано на те два рода или порядка изменений, которые мы отметили выше как действия 1-го и 2-го рода, хотя после теоретического освещения вопроса это различие необходимо было выставить на вид. Автор, повидимому, даже не замечает, что, например, между опытами Квинке с весами или пузырем (р. 13) и опытами его же с вольтаметрами (р. 22) — существенное различие не в том, что в одном случае непосредственно наблюдалось давление, а в другом объем: важно то, что в одних опытах изучались более крупные действия, зависящие от k, в других же — явления 2-го порядка, зависящие от θ.

Это смешение различных вещей всего яснее становится из тех упреков, какие кн. Голицын делает одной из метод Квинке. По поводу опытов с воздушным пузырем он говорит: „Способ определения поперечного давления мне кажется далеко не безупречным, так как Квинке вводит для этого в жидкость небольшой пузырек воздуха. В этом случае на поверхности пузырька могли появиться новые электрические заряды, могущие повлиять на верность результата" (p. 13).

Автор, очевидно, совершенно не понимает сущности этого опыта и незнаком с его теорией, данной Кирхгофом*. В нашем изложении теории электрострикции было указано, что если принимать во внимание одни максвелловские силы (силы 1-го рода), — как и делает Квинке — то они приводятся к давлениям, действующим только на поверхности диэлектриков. Только благодаря тому, что внутри электрического поля имеются такие раздельные поверхности (между жидкостью и воздухом пузыря), происходит то боковое давление (на поверхность пузыря), которое сказывается на манометре. Величина этого давления найдется по формуле (4). Если боковую поверхность пузыря примем цилиндрической (причем зарядов на ней не будет), то $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$ и давление приводится к $(k' - k)\frac{R^2}{8\pi}$ (k' относится к жидкости, k — к газу); оно направлено внутрь пузыря. Измерение этого давления и послужило Квинке методой для нахождения $(k' - k)$.

Сущность второго упрека (pp. 13 — 14), если представить его должным образом, сводится к тому, что Квинке не обратил внимания на зависимость k от плотности, т. е. не принял в расчет действий 2-го рода. Кн. Голицын забывает, что эти действия крайне ничтожны и не могли заметно влиять на результаты измерений**. Мы уже заметили, что сам Квинке сначала искал таких влияний, но впоследствии отказался от этой мысли: различие величин k, найденных первоначально по различным методам, объяснялось другими

---

* *Wied. Ann.*, 25, pp. 605, 608 (Nachtrag zu Abh., pp. 118, 121).

** Потому то Кирхгоф в своей теории опыта прямо ими пренебрегает.

побочными причинами, и при устранении последних почти исчезло.

7. В § 4 кн. Голицын пытается дискредитировать введенный в науку Липпманом „принцип сохранения электричества“ и обличить неточности, будто бы допущенные Липпманом в приложении этого принципа к различным вопросам.

Кн. Голицын, повидимому, полагает, что принцип сохранения электричества есть бесполезная тавтология. Написав (p. 29) для конденсатора уравнение

$$M = \frac{S}{4\pi e} x$$

(M — заряд, S — поверхность одной обкладки, x — разность потенциалов, e — расстояние обкладок), наш автор замечает, что оно уже заключает в себе липпманов принцип, ибо „нет никаких сомнений, что, при постоянном S (?), M есть функция двух независимых переменных x и e и что, следовательно, M есть полный дифференциал. Мы пишем выражение для dM, не думая совсем о принципе сохранения электричества“ (p. 29).

Если бы все задачи были так просты, как задача о конденсаторе, которой кн. Голицын посвящает свое исследование, то Липпман, вероятно, и не стал бы выдвигать на сцену какой-то безполезный „принцип“. Но дело не всегда так просто, как думает кн. Голицын. Электрические явления могут обнаруживаться нам в сложных, запутанных соотношениях, и мы не всегда бываем в состоянии установить определенную связь между зарядом M и данными параметрами задачи. В таких случаях принцип Липпмана и может оказать несомненную услугу, доставляя нам наперед одно дифференциальное соотношение между этими параметрами (dM равно полному дифференциалу). Так, например, рассуждая об опыте Больцмана (изменение емкости воздушного конденсатора в зависимости от давления воздуха), Липпман берет за независимые переменные x (разность потенциалов) и p (давление газа). Зависимость заряда M от этих переменных не предполагается заранее известной; тем не менее принцип Липпмана позволяет ему решить задачу, что иначе не было бы возможно. Польза принципа выступает еще нагляднее в других задачах, решаемых в известной статье Липпмана, например, о пиэзоэлектричестве, пироэлектричестве и пр.

В частности, Липпману ставится в упрек, будто бы, прилагая свой принцип к задаче о сокращении объема газа в электрическим поле, он сделал „две существенные ошибки, которые, однако, по счастливой случайности (!) взаимно уравновешиваются“, так что окончательная формула верна (р. 30, также р. 34 и р. 50, прим. 1). Но при внимательном рассмотрении дела оказывается, что кн. Голицын берется решать совсем иную задачу. Липпман имел в виду из факта (установленного Больцманом) зависимости диэлектрической постоянной газа от давления вывести, помощью своего принципа, что газ в электрическом поле должен сокращаться (заключение, непосредственно вытекающее из гельмгольцовой теории электрострикции). С этой целью Липпман берет схему опыта Больцмана (неподвижный конденсатор под колоколом, снабженным поршнем); он заставляет систему совершить изотермический круговой процесс и, прилагая сюда принцип сохранения энергии и свой принцип сохранения электричества, совершенно строго и законно выводит свое заключение. Кн. Голицын, — как видно, не разучивший хорошенько работы Липпмана, — видоизменяет постановку задачи: он уничтожает колокол с поршнем и заставляет перемещаться одну из обкладок конденсатора, ограничив его в то же время неизменными боковыми стенками. Понятно, что после этого различные величины у нашего автора получают иное значение, чем у Липпмана, и свои собственные ошибки кн. Голицын относит на счет французского ученого. Заметим в заключение, что схема решения вопроса, предлагаемая кн. Голицыным, не только не соответствует опытам Больцмана, но вообще не может вести к намеченной Липпманом цели, как это будет видно из последующего.

8. Обращаемся к § 6, трактующему о зависимости диэлектрической постоянной k от объема, давления и температуры.

Автор строго относится к гипотезе Моссотти-Клаузиуса, которая, рассматривая диэлектрик как агрегат мелких проводников в непроводящей среде, приводит к следующему соотношению между диэлектрическим коэффициентом k и плотностью ρ вещества:

$$k = \frac{D + 2\rho}{D - \rho} \quad \text{или} \quad \frac{k-1}{k+2}\,\frac{1}{\rho} = \frac{1}{D}, \tag{12}$$

где D — постоянная.

По мнению кн. Голицына, теоретические основания этого вывода неубедительны; но возражения, которые он приводит, еще более неубедительны и, так сказать, неуловимы. Так, например, приведя аргументы Пуанкаре, почему можно пренебрегать взаимным электрическим влиянием молекул, кн. Голицын говорит: „Как бы то ни было, но опыт, несомненно, свидетельствует о существовании взаимодействий“ (p. 46). О каком опыте здесь говорится — неизвестно; мы с своей стороны таких опытов не знаем.

Обращаясь к опытным данным, наш автор полагает, что они несогласны с гипотезой Клаузиуса, как скоро будем рассматривать изменения плотности в широких пределах. Такое заключение он выносит из опытов П. Н. Лебедева, который, сравнивая величины k для одного и того же вещества, взятого в жидком и газообразном виде, высказался в пользу Клаузиуса. Кн. Голицын, находя, что прием Лебедева „несколько произволен и маскирует... недостатки самой формулы“ (p. 55), делает сравнение иным путем: он вычисляет, по k и ρ, величины D для жидкого и газообразного состояний; оказывается, что они иногда грубо неравны. Автор думает, что выбрал „самый правильный и вместе с тем беспристрастный путь для проверки теории“ (p. 56). На самом деле это не так: вычисляя по формуле (12) величину D по значениям k (весьма близким к 1) для газов, мы имеем случай, где малая неточность в измерении k отзывается громадной разницей на величине D.

Вообще к формуле Клаузиуса наш автор относится, как видим, незаслуженно строго, между тем как она имеет за себя различные и независимые соображения (правда, гипотетические) и в сущности довольно хорошо согласуется с диэлектрическими данными (Лебедев, Cohn); в оптических же данных* формула находит, для весьма многих случаев, еще более веское подтверждение (H. Lorentz, L. Lorenz, Bleekrode, Prytz).

Мы видим, что и по вопросу об изменениях диэлектрического коэффициента кн. Голицын слишком низко ценит то, что сделано до сих пор, — слишком спешит уверить нас, будто все надо начинать с начала. Мы увидим, что

---

* Известно, что по теории Максвелла $k = n^2$ и что это соотношение оправдывается на опыте для многих случаев, так что по показателю преломления n можно судить о k.

и здесь собственная постройка автора (в главе IV) оказалась гораздо более шаткой, чем осуждаемые им прежние работы.

9. В том же § 6 мы находим отступление (pp. 47—50) о диэлектрической постоянной металлов. Автор, пользуясь неудачным рассуждением Кона *, проводит странную мысль, будто для получения уравнений электрического равновесия *проводника* из соответственных уравнений *изолятора* нет надобности полагать $k = \infty$ (как это делалось до сих пор всеми физиками **). По кн. Голицыну „совершенно безразлично, какое именно число мы возьмем для [диэ]лектрической постоянной k" проводника (p. 49). Автор не видит, что уравнения (I) и (II) (p. 48):

$$k\Delta V = -4\pi\rho,$$

$$K\frac{\partial V}{\partial n} + k_1\frac{\partial V}{\partial n_1} = -4\pi\mu,$$

с обычными дополнительными условиями, *вполне определяют потенциал* V для всех точек пространства; полагать затем $V = \text{const}$ для проводников, при данных величинах k, уже *нельзя*, результат же $V = \text{const}$ получается только при допущении $k = \infty$. В этом наш автор мог бы убедиться хотя бы на том частном случае (конденсатора), которому посвящена его работа: для диэлектрического слоя в конденсаторе получается

$$V = \frac{4\pi M}{kS}\, y$$

(где y — расстояние точки от обкладки, имеющей потенциал, равный 0), и, следовательно, постоянство V внутри слоя достигнется *не иначе*, как при $k = \infty$. У Кона подобное рассуждение при всей его неточности не дает повода к недоразумению, если иметь в виду и начало статьи, и дальнейший ход изложения: там и здесь говорится о необходимости вводить *две* постоянные, λ (проводимость) и k. (Притом здесь имеются в виду проводники жидкие, для которых Кону и др. действительно удалось измерить величину k). Выхвачен-

---

* Cohn. *Wied. Ann.*, 28, p. 454.

** См., например, Kirchhoff, Vorlesungen über Elektricität, p. 175; v. Helmholtz, *l. c.* p. 392 (806).

ное же в отдельности и изложенное словами кн. Голицына (pp. 48—49) такое рассуждение становится прямым парадоксом.

Мы рассмотрели подробно, шаг за шагом, первую главу исследования кн. Голицына. Полагаем, непредубежденный читатель согласится с нами, что вся она свидетельствует о малом знакомстве автора с современным состоянием того вопроса, который он выбрал своею темой. Классических работ Гельмгольца и Кирхгофа он не разучил (отчего и пришел к ложному представлению об отсутствии основательной теории электрострикции); нападки его на опыты Квинке и на исследование Липпмана совершенно неправильны, а неточные и неверно понятые рассуждения выдаются за последнее слово науки.

Перейдем к оценке того, что сделано самим автором.

---

10. В главе II кн. Голицын задается целью восполнить замеченный им пробел в науке, — „отсутствие строго определенного и вполне удовлетворительного объяснения“ (p. 27 явлений электрострикции. Он предлагает свою теорию) особенность которой должна состоять в том, что в основу, полагаются только два закона термодинамики и исключаются „какие бы то ни было априорные гипотезы, которые неизбежным образом должны бы были сузить задачу и придать ей бо̀льшую или меньшую степень условности (p. 57). Впрочем, автор весьма суживает постановку вопроса, ограничивая свое исследование частным случаем идеального конденсатора с неподвижными стенками, наполненного *жидким* диэлектриком.

В основу всех известных теорий электрострикции, начиная с Кортевега и кончая Кирхгофом, положены: с одной стороны, закон сохранения энергии, с другой — теория диэлектрической поляризации, в той или другой ее форме (в форме Моссотти-Клаузиуса у Кортевега, в форме Пуассона — у Гельмгольца, и пр.). Имея это в виду, мы должны заключить, что кн. Голицын именно эти последние теории не считал удовлетворительными, что их-то помощи он хотел избегнуть при своем исследовании, обращаясь вместо того к более прочному началу — ко второму закону термодинамики. Но нетрудно видеть, что эта надежда на второй закон должна была оказаться призрачной, ибо ничего нового второй закон в данном случае дать не может.

При выводе своей „первой основной формулы" (p. 64) однородного диэлектрика, — которой и должен решаться вопрос об электрострикции, — автор рассматривает исключительно *изотермические* изменения своего конденсатора. Напишем два основные уравнения термодинамики в их обычной форме:

$$J\,dQ = dU + dL,$$

$$\frac{dQ}{T} = dE$$

(dQ — сообщенная системе теплота, dL — совершенная системой внешняя работа, U и E — энергия и энтропия системы, T — абсолютная температура ее, J — механический эквивалент теплоты). Если $T = \mathrm{const}$, то единственное заключение, какое мы можем извлечь из этих уравнений относительно внешней работы dL, будет:

$$-dL = dU - J\,dQ = d\,(U - JTE) = dF,$$

т. е. работа внешних сил есть полный дифференциал от некоторой функции F (эту функцию Гельмгольц назвал „свободной энергией" системы. Но именно этим свойством обладает внешняя работа в *чисто-механических* системах (т. е. в таких, где тепловые изменения вовсе не рассматриваются) уже на основании закона сохранения энергии:

$$-dL = dW,$$

где W есть потенциальная энергия системы. Другими словами, при изотермических процессах свободная энергия совпадает с потенциальной энергией*.

У Гельмгольца и др. диэлектрики рассматриваются именно *как механические системы,* а потому привлекать к делу второй закон термодинамики не представляется никакой надобности. Кн. Голицын, при выводе своей „первой основной формулы", в сущности также рассматривает свой конденсатор как механическую систему, и второй закон лишь без пользы усложняет ему решение задачи; надежда

---

* v. Helmholtz, Die Thermodynamik chemischer Vorgänge, Wiss. Abh. II, pp. 968, 971.

же обойтись одной только термодинамикой, без помощи специальных гипотез, оказывается призрачною.

Действительно, посмотрим, что мог бы извлечь автор своим методом исследования из одного только закона сохранения энергии. Вообразим себе конденсатор кн. Голицына и, приняв за независимые переменные v (объем диэлектрика) и M (заряд), изменим весьма мало состояние системы, изменяя эти параметры на dv и dM. Изменение объема произведем, как у кн. Голицына, поднимая верхнюю обкладку. Изменение заряда пусть происходит через соединение верхней обкладки с источником постоянного потенциала (равного x), тогда как нижняя все время отведена в землю. Температура системы пусть остается постоянной.

Совершенная при этом системой внешняя работа будет

$$dL = Pdv - x\,dM,$$

где P — внешнее давление, приложенное к верхней обкладке для удержания ее в равновесии. Отсюда, по закону сохранения энергии,

$$\frac{\partial P}{\partial M} = -\frac{\partial x}{\partial v}. \tag{13}$$

Если p' есть давление диэлектрика на верхнюю обкладку, а p электрическое притяжение на верхнюю обкладку (от нижней), то

$$P = p' - p$$

и уравнение (13) дает

$$\frac{\partial (p' - p)}{\partial M} = -\frac{\partial x}{\partial v}. \tag{13'}$$

Вот единственное соотношение, какое мы получаем из обоих законов термодинамики в применении к данному случаю; ничего иного они нам не дадут. Если, тем не менее, кн. Голицын получил отсюда свою „первую основную формулу“ [уравнение (I′), p. 64]:

$$p' = p'_0 + \frac{1}{8\pi} v \frac{dk}{dv} R^2 = p'_0 - \frac{\theta}{2} R^2, \tag{14}$$

то это значит, что он пользовался еще и другими соотношениями между входящими в задачу величинами. Такими соотношениями являются именно четыре уравнения (1′) — (4′), p. 60*:

$$\left.\begin{aligned} M &= \frac{k}{2av}\,x, \quad R^2 = 8\pi a \frac{M^2}{k^2}, \\ W &= \frac{1}{k}\,avM^2, \quad p = \frac{1}{k}\,aM^2 = \frac{k}{8\pi}R^2 \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

$\left(\text{причем } a = \frac{2\pi}{S^2}\right)$. Из этих уравнений автор пользуется для своего вывода только 1-м и 4-м.

11. Относительно уравнений (15) следует заметить, что смотреть на них, как на непосредственно данные опытом соотношения, мы можем лишь для случая k постоянного. Когда же k — величина переменная (в нашем случае она зависит от плотности диэлектрика), то ничто не свидетельствует нам, чтобы те же уравнения сохранили и теперь свое значение. Опыт не дает нам здесь никаких указаний уже потому, что, как мы знаем, изменения плотности в электрическом поле до сих пор не могли быть констатированы с достаточной точностью.

Сам автор следующим образом поясняет нам происхождение уравнений (15). Написав предварительно соответственные уравнения для конденсатора с пустотой (причем вместо k входит 1), он замечает: „когда между обкладками конденсатора помещается некоторый диэлектрик, то, при той же *постоянной электрической массе* M, давление p, *согласно определению* диэлектрической постоянной, должно быть в k раз меньше. Соответственно этому изменятся и прочие выражения..." (p. 60).

Прежде всего заметим, что здесь мы встречаемся с таким определением диэлектрической постоянной, какого до сих пор никто не давал. Оно не согласуется даже и с тем определением, какое дает этой величине наш автор в своем „введении". Там (p. 7) под k разумелось отношение электрических сил R_0, R (на единицу заряда) в данной точке поля в случаях, когда пространство пустое и когда оно наполнено данной средой:

$$k = \frac{R_0}{R}.$$

---

* У кн. Голицына величина R^2 (квадрат силы поля) обозначается через $\mathfrak{H}$).

Теперь же (p. 60) принимается, что k выражает отношение пондеромоторных сил, действующих на некоторый проводник (обкладку конденсатора) в пустоте и в диэлектрике:

$$k = \frac{p_0}{p}.$$

В лучших сочинениях по электростатике мы не встречаем ни первого, ни второго из этих определений k, принадлежащих кн. Голицыну. Обыкновенно же определение k основывается на одном из следующих положений (ограничимся случаем жидкого или изотропно-твердого тела):

1. Емкость конденсатора, наполненного данным веществом, становится в k раз больше, чем для конденсатора с пустотой (Фарадей). Наш автор упоминает (p. 8) об этом определении, но почему-то заменил его своим, которое не равносильно фарадеевскому.

2. „Диэлектрический момент“ (понятие, аналогичное „магнитному моменту“), отнесенный к единице объема, для данной точки поляризованного диэлектрика представляется через $\frac{(k-1)R}{4\pi}$.

Другими словами, развивая теорию диэлектрической поляризации по образцу магнитной поляризации, мы принимаем, что коэффициент k аналогичен магнитной *проницаемости* (permeability) вещества, а $(k-1)/4\pi$ — магнитной *восприимчивости* (susceptibility)*.

3. Электрическая энергия в какой-либо точке поля, отнесенная к единице объема, равняется $\frac{kR^2}{8\pi}$**.

Эти три равносильные определения обладают тем свойством, что они сохраняют свое значение как для k постоянного, так и для k переменного; нетрудно обобщить те же определения и на случай среды неизотропной.

Ни то, ни другое из определений, принятых кн. Голицыным, не обладает такой широтой: они годятся вообще только для k постоянного. В частном случае конденсатора *первое* определение $\left(\text{p. } 7, \quad k = \frac{R_0}{R}\right)$ еще сохраняет силу и при зависимости k от плотности; но *второе* определение

* См. например, Kirchhoff, Vorlesungen über Elektricität, p. 175; v. Helmholtz, Wiss. Abh., I, p. 801.

** Maxwell, Treatise on Electricity, vol. I, p. 134 (1 ed.).

$\left(k=\frac{p_0}{p}\right)$, на котором построены все заключения автора, как увидим, не оправдывается и в этом случае.

В самом деле, по Гельмгольцу, мы должны, для вычисления пондеромоторной силы p (электрического давления) на верхнюю обкладку конденсатора, взять полную производную от электрической энергии W по v, считая при этом заряд M постоянным. Величина W будет *правильно* представлена одним из двух выражений:

$$W=\frac{1}{k}\,avM^2=\frac{kv}{8\pi}R^2.$$

Таким образом мы получим

$$p=\frac{\partial W}{\partial v}=\frac{aM^2}{k}-\frac{aM^2}{k^2}v\frac{dk}{dv}=\frac{k}{8\pi}R^2+\frac{\theta}{2}R^2, \qquad (16)$$

где первый член выражает давление, происходящее от сил 1-го рода, а второй — давление от сил 2-го рода.

12. Мы видим теперь, что в основу вывода кн. Голицына положено, кроме двух законов термодинамики, еще совершенно произвольное допущение, будто

$$p=\frac{aM^2}{k}$$

даже и при k переменном. Это допущение стоит в противоречии с теорией диэлектрической поляризации и привело автора к неверным заключениям.

В самом деле, подставляя свою величину p в уравнение (13′), автор находит, что для закрытого со всех сторон конденсатора, при постоянном его объеме, давление жидкости от электризации должно уменьшаться, именно:

$$p'=p_0'-\frac{\theta}{2}R^2.$$

В действительности же мы должны в уравнение (13′) внести величину p, определяемую уравнением (16), и тогда получим

$$p'=p_0',$$

т. е. давление жидкости при этих условиях совсем не изменится, что, как мы видели, согласно с выводами из теории Гельмгольца.

Ошибка кн. Голицына состоит, как видим, в том, что, вычисляя электрическое давление, он принял во внимание только силы 1-го рода, тогда как действие сил 2-го рода произвольно приписал изменению упругости жидкости. Такой взгляд на дело мог бы иметь оправдание, если бы нам было доказано, что сила $-{}^1/_2\,\theta R^2$ выражает собой действительно давление в диэлектрике, т. е. что она существует не только на обкладках, но и во всякой точке диэлектрического слоя. Такого доказательства кн. Голицин нам не дает, и мы не видим возможности пополнить этот недостаток, не отказавшись от установившихся представлений о диэлектрической поляризации.

Но что всего удивительнее — наш автор вовсе не замечает, что выведенная им „основная формула" стоит в противоречии с существующей теорией: напротив, он говорит о „согласии с выводами Гельмгольца" (p. 64). Между тем на цитируемой им странице гельмгольцова мемуара (*Wied. Ann.*, **13**, p. 404, или Wiss. Abh., I, p. 817) мы находим только формулу

$$p_e = \frac{\theta}{2} R^2$$

для несжимаемой жидкости — формулу, которая указывает на *прибыль* (а не на убыль) давления жидкости в электрическом поле. Притом формула эта неприменима непосредственно к закрытому конденсатору, ибо здесь несжимаемая жидкость будет выдерживать все производимое на обкладку электрическое давление, т. е.

$$p' = p = \frac{k}{8\pi} R^2 + \frac{\theta}{2} R^2.$$

Мы убеждаемся еще раз, что наш автор, в погоне за *новой* теорией, не дал себе труда разучить *старую*, и находит между ними согласие там, где на самом деле — полное противоречие.

13. В заключение считаем нужным обратить внимание на одно обстоятельство, указанное нам проф. Н. Н. Шиллером. Именно, если мы приложим закон сохранения энергии к задаче о конденсаторе в той форме, какая рассматривается у Липпмана, то получим результат, который на первый взгляд может показаться согласным с результатом кн. Голицына. В действительности же это согласие, конечно, только кажущееся, и мы получаем здесь еще новое подтверждение выводов, вытекающих из теории Гельмгольца.

Покажем это. Вообразим себе конденсатор с *неподвижными* обкладками; они помещены среди газа, наполняющего колокол, который находится в сообщении с насосом; посредством насоса давление газа может быть изменяемо по произволу. Пусть для равновесия системы в ненаэлектризованном состоянии на поршень насоса должно действовать внешнее давление P; когда же конденсатору сообщен заряд M, давление на поршень должно быть равно P. Те же величины P_0 и P дадут нам давление газа у поршня (*вне* электрического поля).

Сообщим конденсатору новый заряд dM и, выдвигая поршень, изменим полный объем v газа на dv. Объем же между обкладками, т. е. внутри поля, который мы обозначим чрез v_0, остается при этом неизменным. Назовем попрежнему чрез x потенциал обкладки, имеющей заряд M (другая обкладка — при потенциале, равном 0). Работа внешних сил при описанном изменении состояния системы будет

$$x\,dM - P\,dv = dF$$

(полный дифференциал); отсюда

$$\frac{\partial P}{\partial M} = -\frac{\partial x}{\partial v}.$$

Так как $x = \frac{2av_0M}{k}$, то $\frac{\partial x}{\partial v} = -\frac{2av_0}{k^2}\frac{dk}{dv}M$ и, следовательно,

$$\frac{\partial P}{\partial M} = \frac{2aM}{k^2}v_0\frac{dk}{dv};$$

откуда

$$P = P_0 + \frac{aM^2}{k^2}v_0\frac{dk}{dv} = P_0 + \frac{1}{8\pi}v_0\frac{dk}{dv}R^2.$$

Таким образом оказывается, что давление газа у поршня при электризации уменьшается $\left(\frac{dk}{dv} < 0\right)$. Но надо помнить, что P не есть давление *внутри* электрического поля, а напротив, — вне поля. Если вне поля давление убыло, то это значит, что отсюда часть газа стекла внутрь поля, и здесь давление должно возрасти. Таким образом, непосредственного заключения о том, как изменится давление внутри поля (p') способ Липпмана не дает; следующим рассуждением можно решить и этот вопрос.

Назовем w объем газа вне поля (вне пространства между обкладками), так что

$$v = v_0 + w.$$

До электризации мы имели объем v газа под давлением $p_0' = P_0$, *после* электризации — объем v_0 под давлением p' (искомым) и объем w под давлением P*. Так как, по закону Бойля, Σpv для полной массы газа не могла измениться, то

$$p'v_0 + Pw = P_0(v_0 + w),$$

откуда

$$p' = p_0' + (P_0 - P)\frac{w}{v_0} = p_0' - \frac{1}{8\pi} w \frac{dk}{dv} R^2.$$

Если w весьма мало сравнительно с v_0, то $p' = p_0'$ (случай кн. Голицына). В другом же предельном случае, где v_0 весьма мало перед w, имеем $v = w$ и

$$p' = p_0' - \frac{1}{8\pi} v \frac{dk}{dv} R^2 = p_0' + \frac{\theta}{2} R^2.$$

Это — случай, когда газ находится под постоянным давлением; здесь упругость его при электризации увеличивается. Эти выводы, как видим, вполне согласны с теорией Гельмгольца **.

14. В § 4 (p. 74) кн. Голицын из своей неверной „основной формулы“ (I'), p. 64, выводит заключение о том, как изменяется объем поляризованного диэлектрика, если давление его (p') будем сохранять неизменным. Автор думает, что предлагаемая им формула (2), p. 75:

$$\left(\frac{\partial v}{\partial (R^2)}\right)_{p'} = -\frac{\frac{1}{8\pi} v \frac{dk}{dv}}{\frac{\partial p_0'}{\partial v} + \frac{1}{8\pi}\frac{\partial}{\partial v}\left(v\frac{\partial k}{\partial v}\right) R^2}$$

---

* Собственно говоря, некоторая часть газа находится под давлениями промежуточными, но эта часть может быть сделана как угодно малой.

** При просмотре корректур (в декабре 1893 г.) нам приятно прибавить, что в статье проф. Н. Е. Жуковского: „К вопросу о давлении диэлектрического газа в электрическом поле“ (печатается способна давать как уменьшение объема, так и увеличение, смотря по знаку знаменателя. Между тем второй член этого знаменателя, практически говоря, равен 0, и, следовательно, всегда должно наблюдаться *уменьшение* объема; это и само по себе очевидно, так как, по кн. Голицыну, давление газа при постоянном объеме уменьшается.

Этот результат, понятно, также стоит в противоречии с теорией Гельмгольца. В самом деле, так как при постоянном внешнем давлении p_0', давление p' внутри поля возрастает, то для поддержания его постоянным (равным p_0') надо объем диэлектрика соответственно увеличить, иначе говоря, надо *уменьшить* внешнее давление на величину $^1/_2\, \theta R^2$, причем диэлектрик *расширится*. Таково правильное заключение. По мнению кн. Голицына, напротив, для той же цели надо *увеличить* внешнее давление p_0' на величину $^1/_2\, \theta R^2$, причем диэлектрик *сократится*. Если автор думает, что его выводы относительно изменения объема согласуются с выводами Липпмана (p. 77), то это опять недоразумение: формула Липпмана имеет место при постоянном *внешнем* давлении (p_0'), а не при постоянном внутреннем (по отношению к полю) давлении (p'), и результат Липпмана согласен с теорией Гельмгольца.

15. Обратимся теперь к рассмотрению „второй основной формулы" главы II, т. е. формулы (II), p. 74. Она должна изобразить полную энергию U заряженного конденсатора и имеет вид

$$U = U_0 + \frac{kv}{8\pi} R^2 + \frac{1}{8\pi} vT \frac{dk}{dT} R^2 \tag{17}$$

(U_0 — энергия конденсатора незаряженного).

Основанием для вывода этой формулы послужили следующие соображения. Замечая, что U_0 есть „тепловая", а $kv\frac{R^2}{8\pi}$ — электрическая энергия системы, автор находит (p. 61), что мы не в праве принять $U = U_0 + W$, ибо таким образом мы не приняли бы в расчет возможного взаимодействия между материальными и электрическими массами.

в „*Трудах отд. физ. наук и Общ. люб. ест.*", т. 6, вып. 2) высказываются мысли, совершенно согласные с тем, что изложено нами в § 11—13.

Поэтому он пишет

$$U = U_0 + W + \Omega,$$

где добавочный член Ω и должен изображать собою ту часть энергии, которая зависит от сказанных взаимодействий (р. 69).

Чтобы отыскать Ω, делается далее допущение, что в первом приближении Ω пропорционально с R^2:

$$\Omega = f \cdot R^2,$$

и фактор f определяется путем приложения к системе двух законов термодинамики, причем на сей раз изменяется уже и температура T. Таким образом получается

$$\Omega = \frac{1}{8\pi} vT \frac{dk}{dT} R^2.$$

Мы видим, что 1) это выражение Ω кн. Голицын считает лишь первым приближением искомой величины; 2) существование члена Ω он приписывает таинственным силам взаимодействия между материей и электричеством.

Все это — опять недоразумение, происходящее от недостаточного знакомства автора с основами термодинамики. Между тем при знакомстве с гельмгольцовым учением о „свободной энергии", изложенным в знаменитом мемуаре о „Термодинамике химических процессов" (1882 г.) *, точный вывод формулы (II) делается одним почерком пера.

На основании этого мемуара нетрудно видеть, что потенциальная электрическая энергия W представляет собой не изменение *полной* энергии U системы вследствие электризации, а изменение *свободной энергии* F, т. е. той части энергии, которая непосредственно превратима во внешнюю работу:

$$F = F_0 + W = F_0 + \frac{kv}{8\pi} R^2.$$

Чтобы отсюда найти полную энергию U системы, надо воспользоваться формулою ($1h$) гельмгольцова мемуара (*l. c.*, р. 969):

$$U = F - T\frac{\partial F}{\partial T}, \tag{18}$$

---

* v. Helmholtz, Die Thermodynamik chemischer Vorgänge, Wiss. Abh., II, p. 958.

и тогда прямо находим формулу (17), т. е. „вторую основную формулу“ кн. Голицына. Последний член этой формулы получается у нас *точно* (а не приближенно, как у кн. Голицына) и обусловливается он не „взаимодействиями электрических и материальных масс“ (p. 69), а просто изменчивостью k в зависимости от температуры. При такой зависимости, полная энергия U, как видно из (18), не равняется просто F, но слагается из F и из „связанной энергии“ (gebundene Energie):

$$G = -T\frac{\partial F}{\partial T};$$

эта-то связанная энергия и выражается членом Ω. Если бы k не зависело от температуры, этого члена Ω не оказалось бы, хотя бы взаимодействия электричества и материи были как угодно сильны.

Таким образом, хотя „вторая основная формула“ главы II верна (даже без того ограничения, какое казалось нужным кн. Голицыну), но толкование его у нашего автора ошибочно, а самый вывод формулы сводится к простой подстановке в известную формулу (18) Гельмгольца специальной величины F.

Нам остается сказать несколько слов о различных следствиях, которые кн. Голицын выводит из своих „основных формул“ и которым посвящен конец II главы (pp. 74—102). Выше мы коснулись только одного из этих следствий, именно — рассуждения об изменении объема диэлектрика (14).

Если принять во внимание, что формула (I) неверна, а формула (II) имеет дело с весьма малыми изменениями k в зависимости от температуры, то мы будем вправе уволить себя от детального разбора всех тех многочисленных формул, которые предлагаются автором частью в тексте сочинения, частью на особо приложенной к нему таблице. Одни из этих формул ошибочны, ибо исходят из ложного начала; другие, хотя и не заражены ошибкой, но в настоящее время не представляют интереса для экспериментальной науки, ибо касаются крайне мелких, практически неуловимых, влияний электризации на различные коэффициенты тел. Формальная же сторона всех этих выводов сводится к неизящным вычислениям по определенному шаблону, а следовательно, также интереса возбудить не может.

Весь этот крайне утомительный ряд скучных и неблагодарных вычислений, занимающих почти 30 страниц, автор мог бы значительно сократить и оживить, еслиб он был знаком с методой свободной энергии Гельмгольца или с теми характеристическими функциями, которые введены в термодинамику Массье и Дюгемом. Большинство тех величин, которые кн. Голицын вычисляет с таким трудом по своему устарелому и неповоротливому методу, могут быть написаны сразу как частные производные по тем или другим параметрам от свободной энергии F. Таковы, например, удельные теплоты диэлектрика при различных условиях, коэффициенты термического расширения, изменения температуры при адиабатных процессах, и пр.

16. В главе III кн. Голицын прилагает свой quasi-новый метод исследования к задаче о разнородном диэлектрике — о смеси жидкости и ее пара. Получаются опять две „основные формулы", из которых одна [уравнение (I) или (I′), p. 116] выражает зависимость упругости насыщенного пара от силы поля, а другая [формула (III), p. 121] дает выражение полной энергии системы. После того делаются приложения этих двух формул к исследованию тех изменений, каким подвергаются различные свойства пара под действием электризации.

Что касается вывода формулы (II) и различных приложений, то здесь повторяются те же недостатки, какие мы встретили в предыдущей главе сочинения. Мы поэтому исключительно остановимся на выводе формулы (I), которая во всех отношениях представляет наибольший интерес.

Блондло первый, в 1884 г., пытался теоретически обнаружить, что упругость насыщенного пара должна изменяться в электрическом поле; причем он руководился соображениями, подобными тем, из которых исходил лорд Кельвин (сэр В. Томсон) при выводе зависимости упругости пара от кривизны поверхности жидкости. Формула Блондло вскоре после того, на основании совсем других соображений, была выведена Варбургом. В 1888 г. Дж. Дж. Томсон, в своей известной книге „Applications of Dynamics to Physics and Chemistry" *, показал, что тот же результат достигается

* Странным образом, существование этого исследования осталось, повидимому, неизвестным нашему автору. Остальные работы указаны в § 2 главы I (pp. 15—18).

чисто динамическим методом. Он обнаружил, кроме того, что величина изменения упругости насыщенного пара зависит не только от величины электрической силы, но и от других условий. (Так, например, оказывается, что упругость пара изменяется различно, смотря по тому, будет ли капля жидкости сама заряжена или же помещена в электрическом поле) *. Наконец, В. фон Ланг в небольшой заметке (1890 г.) указал, что выводы Дж. Томсона легко могут быть получены из рассмотрения свободной энергии системы, состоящей из капли жидкости и ее пара.

Все названные ученые в своих выводах считают жидкость проводником; кн. Голицын не делает этого ограничения: жидкость у него считается диэлектриком, и формула получает большую общность. В этом обобщении нельзя, впрочем, видеть особой заслуги, так как оно безо всякого труда достигается, если следовать пути Дж. Томсона или фон Ланга. Вывод кн. Голицына мог бы иметь значение, если бы обладал большей строгостью, чем прочие, или еслиб автор позаботился устранить те затруднения, какие возникают при внимательном изучении этого вопроса. Ни того, ни другого мы не находим однакож в труде кн. Голицына.

Метод автора, как мы указывали при критике II главы, без надобности осложнен привлечением второго закона термодинамики. В задаче о паре вывод, кроме того, растянут бесполезными рассуждениями и излишними обобщениями: первоначально для вывода „строгого (?), хотя и чрезвычайно сложного выражения“ (р. 115), принимаются в расчет изменения, претерпеваемые диэлектрическими постоянными k' и k'' жидкости и ее пара в зависимости от силы поля, хотя потом эти изменения пренебрегаются. Между тем, с другой стороны, вывод страдает существенными неточностями и неправильными соображениями (укажем, например, на рр. 106, 107), которые могут подорвать в читателе доверие к окончательному результату.

Если освободить вывод кн. Голицына от особенно бросающихся в глаза сомнительных пунктов и ненужных усложнений, то он приводится к следующему.

Имеем конденсатор с горизонтальными обкладками и боковыми неподвижными стенками. Нижнюю часть его

* J. J. Thomson, Applications of Dynamics, pp. 164—168 (§§ 86, 87).

занимает слой жидкости (толщины e'); верхнюю — ее пар (толщина слоя e''). Нижняя обкладка сообщена с землей, а верхней может быть сообщен электрический заряд, равный M; эта верхняя обкладка уровновешена при помощи внешнего давления и может быть перемещаема параллельно себе, причем изменяется объем, занятый смесью. Температура системы поддерживается постоянной и предполагается, что состояние системы в этих условиях вполне определяется двумя параметрами: объемом $v = v' + v''$ (иначе говоря, толщиной $e = e' + e''$ изолирующего слоя) и зарядом M. Величины k' и k'' считаем постоянными (т. е. пренебрегаем силами 2-го рода).

Работа внешних сил при бесконечно малом изменении состояния системы будет

$$x\,dM + (p'' - p)\,dv. \tag{19}$$

Здесь первый член выражает работу, затрачиваемую для сообщения верхней обкладке заряда dM при потенциале x; второй член $(p'' - p)\,dv$ есть внешняя работа, совершаемая при поднятии верхней обкладки на высоту de (иначе говоря, при изменении объема v на dv); p'' есть электрическое притяжение верхней обкладки нижней; p — искомое давление пара в электрическом поле; $(p'' - p)$ — внешнее натяжение на обкладку, необходимое для равновесия.

Так как внешняя работа должна представлять полный дифференциал, то

$$\frac{\partial x}{\partial v} = \frac{\partial (p'' - p)}{\partial M}.$$

Но

$$x = 2aM\left(\frac{v'}{k'} + \frac{v''}{k''}\right), \tag{19'}$$

$$v' + v'' = v, \quad \frac{v'}{\sigma} + \frac{v''}{s} = \text{const} \tag{20}$$

(σ — удельный объем жидкости, s — пара), так что

$$\frac{dv'}{dv} = -\frac{\sigma}{s - \sigma}, \quad \frac{dv''}{dv} = 1 + \frac{\sigma}{s - \sigma} \tag{20'}$$

и, следовательно,

$$\frac{dx}{dv} = \frac{2aM}{k''} + 2aM\,\frac{\sigma}{s - \sigma}\left(\frac{1}{k''} - \frac{1}{k'}\right).$$

Далее, *если примем вместе с кн. Голицыным*, что

$$p'' = \frac{aM^2}{k''},$$

то, вставляя $\frac{\partial k}{\partial v}$ и p'' в (19'), найдем:

$$\frac{\partial p}{\partial M} = -2aM\frac{\sigma}{s-\sigma}\left(\frac{1}{k''}-\frac{1}{k'}\right)$$

и затем, интегрируя — причем фактор $\frac{\sigma}{s-\sigma}$ позволяем себе рассматривать как независящий от M, — получим формулу кн. Голицына:

$$p = p_0 - aM^2\frac{\sigma}{s-\sigma}\left(\frac{1}{k''}-\frac{1}{k'}\right), \tag{21}$$

или

$$p = p_0 - \frac{1}{8\pi}\frac{\sigma}{s-\sigma}(k''R''^2 - k'R'^2). \tag{21'}$$

17. В этой форме вывод не вызывает тех недоразумений, какие возбуждаются при чтении статьи кн. Голицына. Но, внимательно всматриваясь в дело, мы и тут встречаемся с сомнениями, которые могут быть устранены только более глубоким изучением вопроса.

Действительно, величину пондеромоторной электрической силы кн. Голицын принимает такой, какой она дается непосредственно на основании взаимодействий по закону Кулона:

$$p'' = \frac{aM^2}{k''}.$$

Между тем мы видели, что в случае однородного диэлектрика такое допущение приводит к ложным следствиям: для вычисления истинной величины пондеромоторной силы мы должны были взять, по Гельмгольцу, полную производную от электрической энергии W системы по объему v, причем заряд M считался постоянным.

Сделаем так и в настоящем случае. Электрическая энергия системы теперь есть

$$W = aM^2\left(\frac{v'}{k'}+\frac{v''}{k''}\right).$$

Если бы при поднятии верхней обкладки v' оставалось неизменным, то, составляя производную $\frac{\partial W}{\partial v}$, мы получили бы предыдущее выражение p''. Но так как изменяются и v' и v'', причем соблюдаются условия (20) и (20′), то находим

$$\frac{\partial W}{\partial v}=\frac{aM^2}{k''}+aM^2\frac{\sigma}{s-\sigma}\left(\frac{1}{k''}-\frac{1}{k'}\right)=p''+\frac{\sigma}{s-\sigma}\bar{p}, \quad (22)$$

полагая

$$\bar{p}=aM^2\left(\frac{1}{k''}-\frac{1}{k'}\right).$$

Таким образом пондеромоторная сила $\frac{\partial W}{\partial v}$, вычисленная по правилу Гельмгольца, вовсе не равна p'', а отличается от p'' некоторым добавочным членом, подобно тому, как получался добавочный член $^1/_2\theta R^2$ при вычислении пондеромоторной силы в случае однородного диэлектрика *.

Если бы теперь, не вдаваясь в дальнейшее рассмотрение дела, мы найденную величину $\frac{\partial W}{\partial v}$ подставили вместо p'' в уравнение (19′), то получили бы в результате:

$$p=p_0,$$

т. е. пришли бы к заключению, что давление пара в электрическом поле совсем не изменяется.

Но в данном случае такое заключение, может быть, было бы неправильно.

Действительно, $\left(-\frac{\partial W}{\partial v}\right)dv$ изображает собой прежде всего сумму всех электрических пондеромоторных работ, совершающихся в нашей системе при перемещении верхней обкладки. Если бы здесь все дело ограничивалось одним этим перемещением обкладки, то $\frac{\partial W}{\partial v}$ изображала бы пондеромоторную силу, которая действует на эту обкладку.

---

* Происхождение этого добавочного члена в настоящем случае понятно. Хотя мы и условились теперь считать k' и k'' постоянными, но, благодаря тому, что с увеличением объема часть жидкости обращается в пар, тонкий слой нашего вещества претерпевает изменение диэлектрического коэффициента на конечную величину (скачком); так что изменение плотности, происходящее и здесь (хотя не во всей массе), отзывается на величине $\frac{\partial W}{\partial v}$ заметным образом.

Но можно думать, что на самом деле это не так. При поднятии обкладки на высоту dc поверхность раздела жидкости и пара опускается на $de' = de \frac{\sigma}{s - \sigma}$, обкладка и поверхность раздела являются как бы кинематически связанной системой. А потому, если на поверхности раздела действуют электрические силы, то и их работа должна была также войти в состав $\left(-\frac{\partial W}{\partial v}\right) dv$.

Допустим, что известное нам выражение максвелловских пондеромоторных сил [формула (4) в § 2] приложимо к нашему случаю. Тогда у верхней обкладки мы получим давление

$$p'' = \frac{aM^2}{k''}$$

(как принимает кн. Голицын), и, кроме того, на поверхности раздела — давление (направленное вверх)

$$\bar{p} = aM^2 \left(\frac{1}{k''} - \frac{1}{k'}\right).$$

Составляя работу этих сил для перемещения обкладки, мы как раз находим выражение $\left(-\frac{\partial W}{\partial v}\right) dv$, согласное с выше найденным значением $\frac{\partial W}{\partial v}$ (22). Отсюда можем заключить, что сделанное нами допущение (о величине давлений p'' и $\bar{p}$ на обкладке и на разделе) правильно.

Но отсюда еще не следует, что мы необходимо придем к результату кн. Голицына относительно упругости пара. Возникает еще вопрос: чем уравновешивается электрическое давление $\bar{p}$ на границе жидкости с паром? Данные нашей задачи не дают нам никакого ответа на этот вопрос; на него мы можем отвечать различными гипотезами и сообразно с этим будем получать разные решения нашей задачи.

Мы можем, во-первых, предположить, что для удержания пограничной поверхности в равновесии необходимо к ней приложить внешнее давление, равное и противоположное электрическому давлению $\bar{p}$. В таком случае к работе внешних сил на обкладке присоединится работа этой новой силы на поверхности раздела; полная работа внешних сил будет не $(p''-p)\,dv$, как принято в (19), а

$$\left(p''+\bar{p}\frac{\sigma}{s-\sigma}-p\right)dv,$$

а потому вместо (19) мы будем иметь

$$x\,dM+\left(p''+\bar{p}\frac{\sigma}{s-\sigma}-p\right)dv,$$

и тогда для давления пара найдем

$$p=p_0,$$

т. е. оно в электрическом поле не изменяется.

Но мы можем сделать и другую гипотезу: можем допустить, что и при существовании электрического давления $\bar{p}$ равновесие на границе устанавливается само собой внутренними силами, без помощи внешних *. В таком случае надо принять, что действующие на эту границу силы: давление пара p, давление жидкости p_l и электрическое давление $\bar{p}$ в сумме дают нуль, т. е. что

$$\bar{p}=aM^2\left(\frac{1}{k''}-\frac{1}{k'}\right)=p-p_l.$$

Это значит, давление, при переходе из пара в жидкость, изменяется скачком, подобно тому как в явлениях капиллярных. При сделанном теперь допущении работа трех сил $\bar{p}$, p, p_l для перемещения раздельной поверхности будет равна 0, и дело будет происходит так, как если бы перемещалась только обкладка. Мы получим результат кн. Голицына:

$$p=p_0-aM^2\frac{\sigma}{s-\sigma}\left(\frac{1}{k''}-\frac{1}{k'}\right)$$

и вместе с тем

$$p_l=p_0-aM^2\frac{s}{s-\sigma}\left(\frac{1}{k''}-\frac{1}{k'}\right),$$

т. е. изменится не только давление пара, но и давление жидкости, и притом это последнее изменится, вообще говоря, гораздо больше (ибо $s>\sigma$).

---

* При просмотре корректур (в декабре 1893 г.). Прибавим, что на такой точке зрения по вопросу о давлении пара стоит проф. Н. Е. Жуковский в своей уже упомянутой нами статье: „К вопросу о давлении...".

Но этим задача далеко не исчерпывается: требуется еще убедиться в законности сделанного нами предположения, а до тех пор результат кн. Голицына все еще остается сомнительным. Кроме того, возникает еще ряд других вопросов, решение которых представляется весьма интересным и важным.

Так, например, можно спросить себя, как будет происходит дело, если отделим пар от жидкости непроницаемой для него пленкой? Оказывается, что в этом случае изменения упругости совсем не будет (если по прежнему считать k' и k'' постоянными) *.

Далее возникает вопрос: полученная нами, при известных допущениях, формула (21) для убыли упругости пара имеет ли общее значение, т. е. сохраняет ли силу для всякого электрического поля и для всякой формы жидкой поверхности? Ответ, по всей вероятности, придется дать отрицательный. Это прямо следует уже из сопоставления результатов, полученных Дж. Томсоном для пара проводящей жидкости, о чем уже мы упоминали **.

Все эти вопросы и сомнения не затрагиваются кн. Голицыным: повидимому, он даже не подозревает их существования. Задача об упругости пара нуждается в разработке более, чем какая-либо из задач, рассматриваемых нашим автором, и могла бы дать прекрасную тему для исследования. К сожалению, и эта область не получила нового освещения в разбираемом нами труде.

В заключение заметим следующее. Если допустить, что электрическое давление p на границе жидкости с паром уравновешивается внутренними силами системы, то вывод формулы (21) получим проще и короче, придерживаясь схемы Липпмана, употребленной этим автором для выводов об однородном диэлектрике (**13**).

Вообразим себе, что обкладки конденсатора неподвижны и что его верхняя часть v'' соединена каналом с насосом, имеющим подвижной поршень. Объем под поршнем насоса (наполненный насыщенным паром) назовем w; сумму $v' + v''$ (теперь неизменную) обозначим чрез v_0; полный объем будет

$$v = v_0 + w.$$

---

*, ** То же находит (*l. c.*) Н. Е. Жуковский. (*Прим. в корр.*).

Пусть будет P_0 давление пара на поршень в системе не наэлектризованной. При перемещении поршня, причем объем w увеличится на dw, система совершит внешнюю работу $P_0 dw$, которая будет равна убыли ее свободной энергии F_0 (температура предполагается все время неизменной):

$$P_0 dw = -dF_0.$$

Сообщим теперь конденсатору заряд M, и пусть давление пара на поршень сделалось равным P. В этом состоянии перемещение поршня сопровождается затратой работы:

$$P dw = -dF,$$

где F — новая величина свободной энергии. Отсюда

$$(P_0 - P)\, dw = d(F - F_0).$$

Но разность свободных энергий, очевидно, есть полученная системой потенциальная электрическая энергия:

$$F - F_0 = W = aM^2\left(\frac{v'}{k'} + \frac{v''}{k''}\right);$$

а следовательно,

$$(P_0 - P)\, dw = aM^2 d\left(\frac{v'}{k'} + \frac{v''}{k''}\right).$$

При вычислении первой части равенства следует иметь в виду, что с изменением v меняются v' и v'', но притом так, что

$$v' + v'' = \text{const.}, \quad \frac{v'}{\sigma} + \frac{v'' + w}{s} = \text{const.}$$

Сделав вычисление, получим

$$P = P_0 - aM^2 \frac{\sigma}{s - \sigma}\left(\frac{1}{k''} - \frac{1}{k'}\right).$$

Так как действие сил 2-го рода в данном случае не принимается в расчет, то давление на поршень тождественно с давлением пара в конденсаторе ($P = p$), и полученная формула совпадает с (21).

18. Свое исследование о диэлектриках кн. Голицын заканчивает „применением полученных результатов“, занимающим целую главу IV. Здесь отыскивается зависимость диэлектрической постоянной вещества от его плотности ρ, и в результате получаются две формулы для такой зависимости:

$$k = \frac{1}{1 - A\rho^c} \tag{23}$$

[уравнение (9), p. 148] и

$$k = \frac{\alpha_1 - (\beta - 1)\rho^{\frac{2}{3}}}{\alpha_1 - \beta\rho^{\frac{2}{3}}} \tag{24}$$

[уравнение (15), p. 166]. Эти формулы и должны с бо́льшим успехом заменить отвергаемую автором формулу Клаузиуса.

Все построения этой главы IV имеют своим исходным пунктом „первую основную формулу" (I′) главы II (p. 64), изображающую предполагаемое кн. Голицыным уменьшение упругости жидкого диэлектрика в конденсаторе с постоянным объемом. Между тем мы уже показали, что в действительности никакого изменения упругости в этом случае не происходит; а потому все заключения автора в главе IV рушатся сами собой.

Этим замечанием мы могли бы и ограничить нашу критику главы IV. Тем не менее мы позволим себе остановить на ней внимание читателя, так как обилие элементарных ошибок и внутренних противоречий, встречаемых здесь на каждом шагу, лучше всего может характеризовать научную зрелость исследования и исследователя.

19. Итак, усвоим себе на время точку зрения кн. Голицына: примем, что в его конденсаторе упругость газа уменьшается, при заряде, на величину

$$A = p_0' - p' = -\frac{1}{8\pi} v \frac{dk}{dv} R^2 = \frac{1}{8\pi} \rho \frac{dk}{d\rho} R^2 = \frac{\theta}{2} R^2. \tag{25}$$

Эту убыль упругости автор объясняет увеличением силы сцепления наэлектризованных (точнее сказать, поляризованных) молекул газа (pp. 68, 140). Пусть, рассуждает он (p. 140), нормальное характеристическое уравнение данного газа есть:

$$(p_0' + A_0)\,\varphi(v) = f(T);$$

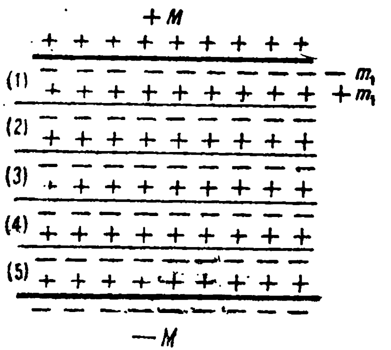
тогда для газа поляризованного

$$(p' + A_0')\varphi(v) = f(T),$$

причем

$$A_0' - A_0 = A = \frac{\theta}{2} R^2.$$

По уравнению газов, предложенному ван дер Ваальсом, A_0 представляет, как известно, убыль давления, происходящую вследствие взаимного сцепления частиц. Это сцепление обнаруживается непосредственно только в весьма тонком слое поверхностных молекул (слое толщины, равной радиусу заметного действия) и оказывается равным $\frac{a}{v^2}$, где a — некоторая постоянная. Соответственно этому, свою убыль A давления в электрическом поле кн. Голицын приписывает новому „электрическому сцеплению" (р. 140) молекул. „Те молекулы, — рассуждал он в главе II, — которые находятся у свободной поверхности, испытывают притяжение от внутренних наэлектризованных частиц, и это равнодействующее притяжение, направленное внутрь жидкости или газа и нормально к его поверхности, и обусловливает именно уменьшение давления самого диэлектрика" (р. 68).



Но, развивая мысль об „электрическом сцеплении" в главе IV, автор говорит здесь уже нечто иное и не удобопонятное. Приблизительную величину сцепления A он, повидимому, думает найти, забывая об отдельных молекулах и рассуждая о диэлектрике как о непрерывном веществе, послойно поляризованном по известной схеме (см. чертеж). „Сцепление" почему-то приводится к действию на поверхностный электрический слой $-m$ со стороны всех остальных зарядов диэлектрика, а это значит — к действию заряда $+m$, расположенного в *том же* слое (1) диэлектрика [ибо действия прочих слоев (2), (3)... дают нуль], Рассчитанное на единицу площади, притяжение между $-m_1$ и $+m_1$ равно $2\pi\mu^2$, где

$$\mu = \frac{k-1}{4\pi} R \tag{26}$$

есть абсолютная величина электрических плотностей. Таким образом мы должны бы были принять

$$A = 2\pi\mu^2,$$

но в видах большей „общности" (?), автор пишет (р. 142)

$$A = 2\pi\mu^2 F(v), \tag{27}$$

где $F(v)$ „некоторая неизвестная функция объема v" конденсатора.

Но здесь является непонятным: 1) Каким образом взаимное притяжение зарядов $+m_1$ и $-m_1$, лежащих *на одном и том же слое диэлектрика,* может влиять на сцепление слоев или молекул? 2) Каким образом функция $F(v)$, которая приблизительно (если не точно) должна бы равняться единице (р. 142), оказывается далее величиной весьма малой, — вследствие чего и „сцепление" A из силы *1-го рода* [какой его следовало бы считать, судя по выражению (27)] неожиданно делается силою *2-го рода*?

Таким образом очевидно, что рассуждения р. 141 только затемняют дело. Вместо того чтоб окольным и неудобопонятным путем подходить к формулировке своей гипотезы, автор, с своей точки зрения, мог бы рассуждать так: „Во всех теориях диэлектрической поляризации, рассматривавших вопрос с молекулярной точки зрения, взаимодействия между поляризованными молекулами принимались равными нулю. Но такое допущение не очевидно и будет даже неверно, если молекулы имеют форму сферическую (см. рр. 45, 46). Эти взаимодействия должны быть пропорциональны μ^2, а затем будут зависеть: 1) от среднего расстояния двух ближайших молекул, т. е. от плотности вещества; 2) от свойств отдельной молекулы (ее формы, размеров и пр.). Так как эти последние факторы для данного тела неизменны, то мы можем принять $A = \mu^2\varphi(\rho)$". Но очевидно, что эта формула, без какой-либо дальнейшей гипотезы о свойствах молекул, ничего не может дать для разъяснения зависимости k от ρ.

20. Тем не менее в § 2 автор задается целью: не зная вида $F(v)$ (или $\varphi(\rho)$), вывести „основную формулу" для k

как функции ρ. Эта мудреная задача решается им весьма просто помощью формулы упругости насыщенного пара в электрическом поле. И здесь (на сей раз, может быть, с большим правом) автор находил упругость меньше нормальной; и здесь он приписывает эту убыль тому же „электрическому сцеплению“, так что в этом случае (p. 143)

$$A = p_0 - p = \frac{k''^2}{8\pi} \frac{\sigma}{s - \sigma} \left(\frac{1}{k''} - \frac{1}{k'} \right) R''^2. \tag{28}$$

Далее ведется такое рассуждение. Если мы, поднимая верхнюю обкладку (и — прибавим от себя — сохраняя силу поля R неизменной), дойдем до того момента, когда последняя порция жидкости испарится, то тогда v сделается равным s (массу смеси принимаем равной 1). Мы имеем теперь дело с сухим насыщенным паром, для которого, как для однородного диэлектрика, по мнению автора, имеет место формула (25); она в данном случае примет вид

$$A = 2\pi\mu''^2 F'(s) = \frac{(k''-1)^2}{8\pi} s \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{k''-1} \right) R''^2 =$$

$$= -\frac{1}{8\pi} s \frac{dk''}{ds} {}''^2. \tag{29}$$

Но этот вывод сейчас же вызывает недоумение. В каком смысле понимать здесь дифференцирование по s? Если (как можно думать по ходу рассуждения) подразумевается, что производная взята по v (по объему смеси) и затем уже мы приняли $v = s$, а самую производную $\left(\frac{d}{dv}\right)_{v=s}$ назвали через $\frac{d}{ds}$, то заметим, что k' и k'' не зависели от v, как автор доказывает в главе III (pp. 111, 113), а следовательно, и в пределе ($v = s$) получим $\frac{dk''}{ds} = 0$. Если разумелась производная по удельному объему s насыщенного пара, то этот удельный объем зависит только от T и k, а у нас и температура и сила поля остаются постоянными, следовательно, опять $\frac{dk''}{ds} = 0$. Во всяком случае, изменения k в зависимости от объема (или лучше сказать, от плотности) обусловливаются только силами *2-го рода*, которые при выводе формулы для пара были исключены из рассмотрения; а следовательно, приравнивать выражения (29) и (28) не имеет смысла.

Но пойдем далее за нашим автором. Представим себе другой предельный случай. Опуская верхнюю обкладку, мы дойдем до того, что останется лишь бесконечно тонкий слой пара и получим $v = \sigma$. Для этого случая, по мнению кн. Голицына, сила „электрического сцепления" должна обусловливаться притяжением наэлектризованной жидкости на оставшийся вверху слой пара, и потому он думает (р. 145), что здесь

$$A = 2\pi\mu'\mu'' F(\sigma). \tag{30}$$

Между тем это выражение не может быть получено даже с точки зрения автора, ибо здесь опущено главное: опущено действие оставшегося пара на поверхностный слой, которое опять будет равно $2\pi\mu''^2 F(s)$, как бы ни был тонок слой пара, тогда как действие жидкости будет сравнительно ничтожно.

Благодаря такой свободе обращения с разнородными величинами, автор, сопоставляя уравнения (28) и (29), приводит нас к следующему выводу:

$$-s\frac{dk''}{ds} = \frac{\sigma}{s-\sigma}\left(\frac{1}{k''} - \frac{1}{k'}\right)k''^2,$$

или

$$\frac{d\left(\frac{1}{k''}\right)}{d\delta} = -\frac{1}{\rho-\delta}\left(\frac{1}{k''} - \frac{1}{k'}\right).$$

где ρ — плотность жидкости, δ — плотность пара (см. рр. 158, 159, где допущено некоторое упрощение).

Кн. Голицын думает (р. 159), что это уравнение [или его „приближенное" (6), р. 159] выражает соотношение между диэлектрическими постоянными жидкости и ее насыщенного пара. Но мы находим здесь еще другое и несравненно более важное открытие: так как k' и k'' суть функции от ρ и δ, то предыдущая формула дает нам до сих пор неизвестную зависимость между плотностями жидкости и насыщенного пара!

Но этого мало. Мы получим еще новое соотношение между теми же величинами ρ и δ, если, следуя автору, примем уравнение (30): приравнивая первые части в (28) и (30) и помня, что $k''R'' = k'R'$, имеем

$$(k'-1)(k''-1) = \frac{\sigma}{s-\sigma}\left(\frac{1}{k''} - \frac{1}{k'}\right)k''^2.$$

Итого — не одно, а даже два соотношения между σ и δ! Жаль, что сам автор, повидимому, не заметил этого чрезвычайного результата: он бы, может быть, извлек из него еще новые интересные заключения...

Такими-то путями достигается „первая основная формула" (23). Мы видим, что не только основное положение об убыли давления ложно, но и вывод формулы из этого положения построен неправильно и ведет к несообразностям.

Заметим мимоходом, что, выражая по этой формуле k'' и k' с одними и теми же постоянными A и c (как это принимает автор, p. 159), мы имеем

$$k'' = \frac{1}{1 - As^{-c}}, \quad k' = \frac{1}{1 - A\sigma^{-c}}.$$

Сопоставляя эти выражения с (28) и (29), получаем новый курьез. А именно, назвав $\frac{\sigma}{s} = x$, находим условие

$$\frac{1 - x^c}{1 - x} = cx^{c-1}.$$

Это значит: либо $c = f(T)$, либо $x = \mathrm{const}$; выбор предоставляем автору.

21. Скажем теперь несколько слов о выводе „второй основной формулы" (24). Этот вывод интересен тем, что построен на новом представлении автора о существе диэлектрической поляризации — представлении, которое значительно уклоняется от прежнего.

Кн. Голицын опять делит мысленно газ конденсатора на слои, параллельные обкладкам, в расстоянии λ друг от друга; причем λ должна изображать среднее расстояние двух соседних молекул. „По теории диэлектрической поляризации мы можем предположить, что каждый такой внутренний слой молекул, точно так же как и наружный, покрыт слоем электричества с поверхностною плотностью μ" (pp. 161, 162). Число таких слоев равно n. „Если мы предположим, что каждый наэлектризованный слой молекул действует на наэлектризованные частицы, находящиеся у поверхности диэлектрика, так, как будто бы этот слой был один, т. е. независимо от числа предшествующих слоев, то в этом случае

$$A = 2\pi\mu^2 n\text{“},$$

откуда $F'(v) = n$.

Таким образом на этот раз $2\pi\mu^2$ есть притяжение не от электрического слоя (электрической поверхности) с плотностью μ, но от *слоя молекул*; притяжение же от n слоев молекул в n раз больше. Не ясно ли, что все слои молекул принимаются заряженными электричеством одного знака, противоположного знаку поверхностного слоя. (Неизвестно только, откуда взялся этот последний?). Т. е. на сей раз выходит, что диэлектрическая поляризация вовсе не есть поляризация!

Выведя таким образом свою формулу (24), автор пытается доказать, что результат не изменится, „если будем предполагать, что действие каждого слоя на поверхностные частицы ослабевает в зависимости от числа промежуточных слоев" (p. 163). Здесь встречается новый курьез.

Именно кн. Голицын находит (p. 164), что

$$F(v) = 1 + (1-x) + (1-x)^2 + \ldots + (1-x)^{n-1},$$

или

$$F(v) = \frac{1-(1-x)^n}{x},$$

где $x = \frac{\omega}{\lambda^2}$ (ω — площадь сечения молекулы). При этом показано (p. 165), что $nk = c$ (постоянная, именно $c = N\omega$, где N — полное число молекул в данном объеме).

В виду того, что x, заключающийся вообще между пределами 0 и 1, может быть произвольно близок к 0, и значение величины $(1-x)^n = (1-x)^{c}/_{x}$ неопределенно, автор не решается отбросить ее в числителе последнего уравнения, и свою прогрессию (для n весьма большого) суммирует окольным и, очевидно, неправильным путем. Действительно, в результате у автора получается:

$$F(v) = an, \quad \text{где} \quad a = \frac{1-e^{-c}}{c}$$

есть постоянная, независимая от v.

Но с расширением объема (с разряжением обкладок) x стремится к нулю (ибо λ беспредельно растет), а следовательно, $F(v)$ должна стремиться к пределу $F(v) = n$ (сам автор замечает, что при $\omega = 0$, $F(v) = n$). А следовательно, постоянная a не может быть иной, как $a=1$; но тогда уравнение $1-e^{-c}=c$ дает для c вполне определенную числовую величину. То-есть приходится заключить, что для всех конденсаторов, с какими угодно диэлектриками, произведение $N\omega$ одинаково!

22. Мы видим, что нет никакой возможности серьезно смотреть на формулы (23), (24):

$$k=\frac{1}{1-A\rho^c},$$

$$k=\frac{\alpha_1-(\beta-1)\rho^{\frac{2}{3}}}{\alpha_1-\beta\rho^{\frac{2}{3}}},$$

как на *теоретические*. Посмотрим, не могут ли они, по крайней мере, служить хорошими *эмпирическими* формулами. Такой результат имел бы свою цену, как бы ни были слабы те рассуждения, помощью которых он угадан.

Поверке той и другой формулы на опытном материале кн. Голицын отводит довольно много места (pp. 150—158, 167—170) и, судя по его вычислениям, и та и другая удовлетворительно изображают ход имеющихся наблюдений. Удивительного в этом, однакож, ничего нет, ибо колебания величин k и ρ в приведенных у автора таблицах ограничиваются немногими процентами (обыкновенно $2^0/_0$—$5^0/_0$). В таких пределах любая формула с двумя постоянными (вычисленными у кн. Голицына по способу наименьших квадратов), окажется, конечно, превосходной.

Но стоит только попробовать — помощью A и c (или α и β), найденных для *жидкости*, вычислить k для ее *пара* (т. е. применить формулу в широких пределах), — и дело принимает другой вид *. Вычисленные величины в большинстве случаев оказываются не имеющими никакого сходства с найденными из опыта, даже для таких тел, для которых отвергнутая автором формула Клаузиуса или даже более

* Относительно *первой* формулы автор сам считает такое применение законным (pp. 156, 159). Относительно *второй* он делает теоретическую оговорку, что α_1 может изменять свою величину при перемене состояния агрегации (p. 166), но не забудем, что мы *отказались смотреть на формулу как на теоретическую.*

простая и обычная формула $k - 1 = Cp$ дают прекрасное совпадение. Вот примеры:

	(23)	(24)	k для пара Claus.	k для пара Набл.
Бензол (Palaz)	1,0053	1,0097	1,0026	1,0027
„ (Negreano)	1,0051	1,0122		
Толуол (Palaz)	1,0042	1,0104	1,0031	1,0043
„ (Negreano)	1,0004	1,0068		
Сероуглерод (Palaz)	1,1028	1,0248	1,0029	1,0029
„ (Cassie) . . .	1,0000	1,0035		

(Числа первых двух столбцов вычислены по формулам (23) и (24), причем плотности пара взяты у кн. Голицына, р. 157. Последние два столбца взяты из статьи П. Н. Лебедева; его числа приведены у кн. Голицына, рр. 54, 157.)

Ясно, что в широких пределах применения ни та, ни другая формула не оправдалась. То сопоставление, которое с этой целью дает для первой формулы (23) сам автор (р. 157), отчасти маскировало эту непригодность, так как он для вычисления одной из постоянных (c) „комбинирует" опытные данные для жидкости с данными для пара.

Кн. Голицын жалуется на ненадежность опытных данных, из которых приходится вычислять постоянные (р. 155). С другой стороны он признает (р. 160), что „интересно бы было проверить" формулы „на имеющемся богатом опытном материале, относящемся до изменяемости показателя преломления с плотностью", но прибавляет: „недостаток времени не позволил мне, однако, произвести эти вычисления". Очень жаль: лучше бы потратить время на этот богатый и точный материал, чем на скудный и неточный. При существенной несовместимости новых формул со старой (Клаузиуса), хорошо удовлетворяющей оптическим данным во многих случаях, можно с уверенностью сказать, что проба оказалась бы и тут не в пользу кн. Голицына.

Мы подвергли работу кн. Голицына внимательному и подробному изучению, приступив к ней с самыми светлыми надеждами. Чем дальше подвигался наш труд, тем больше росло разочарование. В конце концов пришлось видеть в „Исследовании о диэлектриках" не более как плод недоразумений, происходящих от недостаточного знакомства автора как с литературой предмета, так и вообще с приемами точного теоретического исследования.

Именно мы показали, что

1) Обзор литературы у нашего автора не дает правильного представления о современном состоянии вопроса, критические оценки — вовсе не справедливы, и пессимистическое заключение — голословно и неверно.

2) Мнение кн. Голицына, будто он открыл в двух законах термодинамики новое основание для нового исследования вопроса о диэлектриках, — не более как заблуждение.

3) Ничего существенно нового автор не открыл в главах II и III. „Первая основная формула" главы II неверна; соответственная формула главы III (обобщение формулы Блондло и Варбурга) выведена путем неубедительным. „Вторые основные формулы" глав II и III не имеют того значения, какое приписал им автор.

4) Формулы главы IV, — дающие связь между диэлектрическою постоянной и плотностью вещества, совершенно независимо от рассмотрения природы диэлектрика, — не имеют никакой цены не только как теоретические, но и даже как эмпирические. Они явились результатом крайне смутных представлений автора о диэлектрической поляризации и непозволительного смешения разнородных явлений.

II

Вторая часть сочинения кн. Голицына посвящена „лучистой энергии".

Автор занялся здесь любопытными, хотя крайне гадательными соображениями, которые впервые высказаны еще в 1876 г. у Бартоли и затем развиты в 1884 г. в двух статьях Больцмана (*Wied. Ann.*, 22). Больцман несколько раз оговаривается относительно предварительного характера своих сообщений*.

* „Obwohl meine Ansichten über diesen Gegenstand noch nicht zum Abschlusse gelangt sind (p. 32) [„Хотя мои взгляды об этом предмете еще не достигли завершения" (*Ред.*)]... „trotz der vielfachen Unbestimmtheit des Gegenstandes" (стр. 34) [„несмотря на часто встречающуюся неопределенность вопроса" (*Ред.*)]... „wenn auch sicher niemand den vielfach provisorischen Charakter der hier durchgeführten Rechnungen verkennen wird" (p. 293). [„всякий заметит предварительный характер выполненных здесь вычислений". (*Ред.*)]

Речь идет о „световом давлении“ в связи с термодинамикой и законами лучеиспускания. По максвелловой электромагнитной теории света, плоская световая волна, падая нормально на какую-нибудь плоскость, производит давление, равное той энергии, какая заключается в единице объема волны. Вообразим себе пустое пространство, окруженное абсолютно черными, непроницаемыми для теплоты стенками, коих абсолютная температура везде равна T. В каждой единице объема будет заключаться одинаковое количество $\psi(T)=e$ энергии эфирных волн; на каждую единицу поверхности стенок будет всюду одинаковое давление $P=f(T)$. Так как лучи испускаются под различными углами и падают по всевозможным направлениям, то вместо максвелловского соотношения ($P=e$) получим в этом случае

$$P=\frac{1}{3}e. \tag{1}$$

Бартоли первый указал, что существование светового давления можно вывести независимо от электромагнитной теории света, опираясь на основные законы термодинамики. Указав на некоторый недосмотр в рассуждении Бартоли, Больцман старается возможно точно развить эту мысль и приходит двумя путями к следующему соотношению между P, e и T:

$$(P+e)\,dT=T\,dP. \tag{2}$$

Особенно просто *второе* доказательство Больцмана (р. 294), где рассматривается оборотный процесс с цилиндром, имеющим абсолютно черные, непроницаемые для тепла, стенки и таковые же поршни.

Сопоставляя уравнения (1) и (2), получаем

$$e=CT^4. \tag{3}$$

Так как e пропорционально лучеиспускательной способности стенок цилиндра (именно: $\varepsilon=4\pi e/V$, где V — скорость света), то последний вывод совпадает с тем законом лучеиспускания, который эмпирически установлен Стефаном. Наоборот, приняв закон Стефана и пользуясь двумя законами термодинамики, мы пришли бы к результату Максвелла.

Развивая эти формально-простые рассуждения, Больцман, как мы уже заметили, не скрывает от себя тех трудностей, которые лежат в существе дела. Они возникают, с одной стороны, вследствие ненадежности представлений об „абсолютно черном“ и „абсолютно зеркальном“ теле*; с другой стороны, — вследствие того, что „мы почти ничего не знаем о возможных отношениях электромагнитного эфира и весомой материи. Мы не знаем, проникаются ли они взаимно или же занимают отдельные объемы; можно ли отгородить эфир твердой стенкой, могут ли эфирные волны проходить через такую стенку с полным или частным отражением, могут они сжиматься или нет**. В виду этого все наши соображения в этой области могут иметь лишь характер более или менее позволительных догадок, и мы, имея широкий произвол в выборе гипотез, обязаны только соблюдать одно необходимое правило: не противоречить самим себе, а раз принятые допущения удерживать до конца.

Соображения Бартоли-Больцмана послужили темой для кн. Голицына, который, повидимому, не замечает их крайней проблематичности и условности. Стараясь развить их далее, он извлекает 8 положений (р. 34), из коих некоторые бесспорно новы, звучат заманчиво и имеют, повидимому, важный и общий смысл. Мы увидим, насколько оправдается это первое впечатление. При этом мы не будем входить в разбор тех гипотез, которые лежат в основе рассуждений Бартоли и Больцмана и от этих авторов восприняты кн. Голицыным: допуская эти гипотезы как основу рассуждений, мы только посмотрим, что сделано нашим автором для дальнейшего развития вопроса в начатом направлении.

Но прежде взглянем, каким образом автор по-своему выводит то, что уже было найдено другими (§§ 1—2).

1. Указав на неточность в рассуждениях Бартоли, уже замеченную Больцманом, кн. Голицын и у этого последнего находит ошибку. Ошибка действительно была (в *первой* статье); но она вскоре исправлена самим автором

* Припомним, как осторожно вводит эти понятия Кирхгоф в своем знаменитом мемуаре об испускании и поглощении: „допустим, — говорит он, — что мыслимы такие тела“ (Ges. Abh. p. 573).

** Wir wissen nicht, ob diese sich gegenseitig durchdringen können, oder getrennte Räume einnehmen müssen; ob Aether durch eine feste Wand abgesperrt werden kann, und ob Aetherwellen durch eine Solche durchgehen können mit totaler oder theilweiser Reflexion, ob sie compressibel sind oder nicht“... (H. v. Helmholtz, из письма к А. Г. Столетову).

(см. список опечаток, *l, c.*, p. 616), так что во *второй* статье (которая явилась через месяц после первой) ошибка считается уже исправленной (как это видно в особенности из примеч. 2, p. 292). Странно, что наш автор, для которого статьи Больцмана были главным источником, так невнимательно их проштудировал.

Не довольствуясь этим запоздалым исправлением, кн. Голицын обещает (p. 5) дать *более простой* вывод, чем у Больцмана. У немецкого автора (во второй статье) все рассуждение — в сжатой форме, но совершенно ясно — изложено на четырех страницах, из коих главному выводу (тому, который, повидимому, не удовлетворил кн. Голицына) посвящена *одна* (p. 294). Наш автор развивает то же самое на 16 страницах, предлагая доказательство главного положения в трех несколько различных вариациях.

На такое распространение, конечно, не пришлось бы сетовать, еслиб оно служило на пользу, — еслиб автор сколько-нибудь постарался устранить или сгладить те основные затруднения, которые смущали самого Больцмана, — если бы новые доказательства были действительно проще или убедительнее прежних. К сожалению, по принципиальным сомнениям кн. Голицын скользит, повидимому, вовсе их не замечая; а с формальной стороны доказательства у него оказываются не упрощенными, а без надобности затрудненными. Это новое затруднение возникает от того, что вместо *черных* стенок цилиндра взяты стенки *зеркальные* (абсолютно отражающие); черным остается только одно из оснований цилиндра, а иногда и оно заменяется зеркалом (p. 13). Зеркальные перегородки употреблял и Больцман в своем первом доказательстве*, но потом предпочел обойтись без них. Кн. Голицын, напротив, делает из зеркальных стенок самое обширное употребление. От этого вывод делается не только длиннее, но и сомнительнее. Распределение энергии в цилиндре, вообще говоря, теряет уже тот вполне равномерный характер, какой оно имело во втором доказательстве Больцмана; образуются катакаустики. *„Энергия единицы объема“* (о которой говорит кн. Голицын) становится собственно функцией координат

* С оговоркой, что они все-таки должны обладать некоторой испускательной способностью („eine Spur von Emissionsvermögen“, p. 36): иначе нельзя было бы и говорить о их температуре.

(поперечных относительно оси цилиндра), а под *постоянной e* в формулах автора следует разуметь не „энергию единицы объема", а *энергию на единице длины* цилиндра (т. е. в объеме между двумя сечениями, коих расстояние равно 1).

Между тем эти зеркальные стенки вовсе и не были нужны для целей автора. Все три его доказательства, предложенные в § 2, сохранят силу (и возбудят меньше сомнений), если зеркальные стенки заменим черными. Если сделаем, вместо автора, такую замену, третье его доказательство совпадет со вторым доказательством Больцмана, а остальные представятся как новые способы для вывода светового давления (из них второй будет обладать и сравнительной простотой). В том же виде, как находим у кн. Голицына, эти выводы и по простоте, и по убедительности, уступают второму способу Больцмана.

2. Новые идеи начинаются с § 3, озаглавленного: „Значение абсолютной температуры".

В задаче Больцмана получается, как мы видели, соотношение (3) между энергией e единицы объема эфира и температурою T окружающих стенок:

$$e = CT^4.$$

В этом-то выводе наш автор почерпает новое определение температуры. Выражая затем величину e посредством некоторой суммы, он и высказывает (р. 25) следующий „закон":

Абсолютная температура обусловливается совокупностью всех электрических смещений, а именно: четвертая степень абсолютной температуры прямо пропорциональна сумме квадратов всех электрических смещений".

Говорится ли здесь о температуре лучеиспускающих тел, или же понятие о температуре, до сего времени применявшееся только к обыкновенным (весомым) телам, впервые распространяется и на пустое пространство (свободный эфир)? Имеется ли исключительно в виду идеальный случай абсолютно черного тела, или же и случай избирательного лучеиспускания. По некоторым словам автора *, а глав-

---

* Так, например, вслед за формулой (21), р. 24, куда входит некоторая функция $\varphi(n)$, автор говорит: „Для абсолютно черного тела... $\varphi(n)$ должна быть равна некоторой постоянной величине. *Мы оставим, однако, формулу (21) в ее более общем виде.*" (Курсив наш).

ным образом по самой форме тезиса, следует думать, что он принимается в самом общем смысле, без каких-либо ограничений.

Между тем непосредственно ясно, что к случаям избирательного лучеиспускания (например, к лучам нагретого газа) тезис неприменим. При одинаковой температуре полная энергия лучей *черного* и *цветного* (избирательно-испускающего) тела, несомненно, различны.

Неприменим также тезис и к медленным колебаниям герцовских волн: распространяя его и на эти последние, мы пришли бы к заключению, что при заряжении конденсатора температура в диэлектрическом слое его неограниченно растет по мере возрастания заряда.

Вторая половина тезиса имеет целью выразить энергию эфирных волн помощью некоторой суммы квадратов. Сопоставляя самый текст с подготовляющими его страницами (pp. 23,24), мы видим некоторую двойственность выражения: остается неясным, говорит ли автор о „сумме квадратов смещений“ или же о „сумме квадратов *амплитуд* смещений“. Если разумелось *первое*, то не было никакой надобности в упомянутых страницах: приведя формулу (19), p. 23:

$$w = \frac{k}{8\pi} F^2$$

(w — энергия единицы объема, F — пропорциональная смещению электрическая сила), автор мог бы этим ограничиться, так как формула распространяется и на случай периодических смещений*. Но, подготовляя тезис, автор говорит об *амплитудах* (a_n) колебаний, пишет уравнение (p. 23)

$$e = \text{const} \sum a_n^2$$

и на следующей странице (p. 24) повторяет эту мысль в целом ряде формул (20), (21), (22). Следует думать поэтому, что под „суммой квадратов смещений“ он именно разумеет „сумму квадратов амплитуд“. Но *такая* замена энергии e уже прямо незаконна. Суммирование энергий отдельных волн лишь в весьма частных случаях приводится к простому суммированию квадратов амплитуд смещений. Даже для простейшего случая — для пучка параллельных

* Maxwell, Treatise on Electricity, II, p. 391 (1 ed.).

монохроматических лучей — такой прием, вообще говоря, не верен, — на чем и основываются, как известно, явления интерференции. Дело усложняется еще больше, когда пучок подвергается многократным отражениям (как это происходит в цилиндре кн. Голицына) и дает сложную систему волн (уже не плоских), идущих по различным направлениям. Наконец, присутствие волн *различных периодов* усложняет задачу о суммировании энергий даже для простых случаев. Таким образом уравнение кн. Голицына: $e = \text{const.}\sum a_n^2$ (р. 23) общего значения не имеет *.

Предложив свое новое определение температуры, кн. Голицын нигде не упоминает явно о температуре пустоты или эфира и продолжает говорить то о температуре *стенок*, то о температуре *системы*. Но его тезис, как мы уже заметили, сформулирован таким образом, что может быть приложен и к пустоте; он прямо дает нам право говорить о температуре *эфира*.

Шаг, очевидно, весьма важный, если только убедимся в его законности. Посмотрим на дело с этой точки зрения.

На первой взгляд может показаться, что и в этом пункте русский автор следует за Больцманом. Этот последний не только говорит о „теплоте в форме лучей" **, находящейся в объеме свободного эфира (укоренившийся, хотя и неточный способ выражения), но даже в одном месте говорит и о „*температуре* такого объема, *или если угодно, его стенок*" ***. Но здесь это — не более как сокращенный способ речи. Писатель, который так много содействовал успехам термодинамики и который тут же, вслед за цитируемой нами статьей ****, говорит о различии между теплотой и другими видами энергии, отлично понимает, что́ можно сказать, не боясь недоразумений, и чего нельзя. Он отлично знает, что лучистая энергия эфира только тогда станет *теплотой* в настоящем смысле слова и только тогда будет иметь *температуру*, когда эта энергия будет *поглощена*

* О вычислении энергии волн, по упругой и по электромагнитной теории света, см. Volkmann, Vorlesungen über die Theorie des Lichtes (1891 г.), §§ 14—20.

** „Die in Form von Strahlung vorhanden Wärme" (*l. c.*, p. 34), или „Wärmeinhalt" (p. 37).

*** „Dieser Raum, oder, wenn man lieber will, seine Begrenzungsflächen haben... die absolute Temperatur *t*" (p. 36).

**** Boltzmann, *Wied. Ann.*, 22, p. 39.

некоторым телом. Такое поглощение и происходит в рассмотренном у Больцмана процессе, в виде чего и дозволительно говорить об этой энергии, как о теплоте, об определенной температуре. Кн. Голицын не стесняется такими тонкостями: очевидно, он их и не подозревает.

Можно ли свободному эфиру приписывать некоторую температуру? можно ли измерять ее, так или иначе, помощью энергии тех электромагнитных волн, которые идут в этом эфире?

До сего времени не без оснований принималось, что на температуру какого-либо пространства следует смотреть как на величину, пропорциональную кинетической энергии *весомых частиц,* в нем заключенных. Если тело вполне прозрачное пронизывается солнечными лучами, то температура его нисколько не повышается: тело стало вместилищем новой энергии (энергии лучей, т. е. волн эфира), но эта энергия не сказывается как температура и не входит в счет при оценке последней. Проводник можно заряжать до какого угодно потенциала, и по мере этого растет электромагнитная энергия окружающего пространства; но разве можно сказать, что температура этого пространства повышается при этом беспредельно?

Мало того: не всякая живая сила даже собственно весомых частиц входит в счет температуры. Мы можем представить себе тело, одаренное сколь угодно быстрым поступательным или вращательным движением, и тем не менее — сколь угодно холодное. В теле может итти звучная волна, масса газа может течь быстрою струей: энергия этих *молярных* движений, пока они остаются таковыми, не влияет на температуру. Только та часть этой энергии, которая, как говорится, „рассеивается“ (диссипируется) вследствие несовершенства передачи молярного движения (вследствие внутренних и внешних трений) и идет на образование некоторых *беспорядочных молекулярных движений,*—только она *нагревает* тело, только ее мы меряем как *температуру.*

По терминологии, введенной Гельмгольцом, во всяком комплексе движущихся частиц движения могут быть либо более или менее *стройными* (geordnet), либо беспорядочными, *нестройными* (ungeordnet). Под *стройностью* разумеется большее или меньшее преобладание некоторой определенной (по величине и направлению) скорости в элементе объема (содержащем большое число частиц), под *нестрой-*

ностью—отсутствие такого преобладания *). На температуру мы обязаны смотреть как на *живую силу нестройных движений* исключительно. *Иначе пришлось бы отказаться от второго закона термодинамики*: энергия стройных движений сполна превратима в работу. Правда, рассуждения, развиваемые по поводу светового давления, как будто ограничивают (как далее увидим) эту превратимость, но не в том смысле и не при тех условиях, как это делается вторым законом.

Странно, что наш автор, так ревностно составляющий библиографические списки по разным второстепенным вопросам, незнаком с такими капитальными работами, как термодинамические исследования Гельмгольца и Больцмана. Такое знакомство предохранило бы его от попыток объяснять второй закон из таких посылок, которые, можно сказать, его отрицают.

Мы не знаем, могут ли быть в свободном эфире нестройные движения, и потому уже не можем говорить о температуре эфира. Мы не знаем в точности, что такое световая волна, но несомненно, что это—движение либо вполне стройное, либо во всяком случае, не вполне нестройное; а следовательно, мы не имели бы права зачислять

---

* „*Geordnete Bewegung* nenne ich eine solche, bei welcher die Geschwindigkeitscomponenten der bewegten Massen als differenzierbare Functionen der Raumcordinaten angesehen werden können". [„*Стройными движениями* называю я такие, при которых слагающие скорости можно рассматривать как дифференцируемые функции пространственных координат". (*Ред.*)].

„*Ungeordnete Bewegung* dagegen wäre eine solche, bei welcher die Bewegung jedes einzelnen Theilchens keinerlei Art Aehnlichkeit mit der seiner Nachbarn zu haben brauchte. Wir haben allen Grund zu glauben, dass die Wärmebewegung von letzterer Art ist". [„*Нестройным движением* было бы такое, при котором движение каждой частицы не должно было бы иметь ничего сходного с ее соседями. Мы имеем все основания думать, что тепловое движение именно такого рода". (*Ред.*).] (v. Helmholtz, Wiss. Abh. II стр. 972).

Ту же мысль выражает Дж. Томсон (Applications of Dynamics to Physics and Chemistry, pp. 94—97). Больцман (*Wied. Ann.*, 22, p. 40) характеризует стройную систему движений как такую, в которой распределение скоростей бесконечно отступает от наивероятнейшего (выражаемого законом Максвелла). В позднейших работах Гельмгольца и Больцмана вопрос о том, какие динамические системы удовлетворяют тому условию, которое для теплых тел выражается вторым законом термодинамики, подвергнуто новой разработке (моноциклы Гельмгольца и пр.).

всю энергию волны в состав „температуры“, даже если бы захотели распространить это понятие на эфир. Совершенство передачи энергии (отсутствие „диссипации“) в световой волне и вообще в процессах, приписываемых свободному эфиру, внушает нам, напротив, мысль, что в этой среде мы имеем одни только стройные движения *. Всякая попытка применить к свободному эфиру второй закон термодинамики—как того желает наш автор в дальнейшем ходе своей статьи,—всякая такая попытка—скажем теперь же—заранее осуждена высказанными соображениями, если бы даже мы примирились с новым значением слова „температура“.

Мы видим таким образом, что весь § 3 разбираемой статьи теряет всякую убедительность и что положение 4-е (р. 34) вполне несостоятельно.

3. § 4 может служить образцом того, как автор путается в самых простых соображениях. Он желает показать, что закон Клаузиуса о зависимости лучеиспускания от показателя преломления среды прямо вытекает из максвелловых представлений о лучистой энергии; но на самом деле этого не доказывает.

Чтобы короче дать понятие об аргументации кн. Голицына, будем говорить о волнах *одного* определенного периода, испускаемых черным основанием цилиндра. Пусть пустота внутри цилиндра заменена прозрачным диэлектриком. Ссылаясь на формулу Максвелла (19), р. 23, уже приведенную нами выше:

$$w = \frac{k}{8\pi} F^2$$

(w — энергия единицы объема, т. е. то самое, что в наших уравнениях (1), (2) и (3) обозначалось через e; F — электрическая сила), автор говорит: „Из уравнения (19) следует, что... количество энергии, протекающей чрез каждое сечение нашего цилиндра“ (в определенное время?) „должно быть в k раз больше, чем прежде“. Но если это *следует*, то о чем же еще хлопотать. Это и был бы закон Клаузиуса **. Между тем кн. Голицын из только что приведенных строк

* Это относится и к сложной системе волн: по самому своему происхождению она представляет нам „differenzierbare Geschwindigkeiten“ и распределение скоростей бесконечно отличается от наивероятнейшего (максвелловского).

** Принимая, что k равно квадрату показателя преломления ($= V_0^2/V^2$).

сперва заключает, что энергия единицы объема (т. е. именно w!) увеличилась в kV_0/V раз (V_0 — скорость волн в пустоте, V — в диэлектрике), а отсюда обратно, что энергия, протекающая в единицу времени (а следовательно, и лучеиспускательная способность, ε) увеличилась в $k\left(\frac{V}{V}\right)\left(\frac{V}{V_0}\right)=k$ раз! То есть, *приняв* с самого начала, что искомое отношение есть k, мы это *выводим*!

На самом же деле: 1) приведенная величина w есть именно *энергия единицы объема* (а не энергия, протекающая в единицу времени: эта последняя, а следовательно, и лучеиспускательная способность ε, пропорциональны произведению wV); 2) w увеличится в k раз, *если* F^2 не изменилась (что не доказано); 3) если w увеличилось в k раз, то ε изменится в отношении $k\,\frac{V}{V_0}=\sqrt{k}$. Таким образом, правильный ход заключений был бы такой: „Если, при замене пустоты диэлектриком, электрические силы поля остаются без перемены, то лучеиспускательная способность ε увеличится в $\sqrt{k}$ раз". Закон же Клаузиуса говорит: „Если, при сказанной замене, температура лучеиспускающего тела осталась без перемены, то ε увеличится в k раз". Два положения не совпадают, и переход от одного к другому не указан. Обещанный вывод рисуется в тумане как возможность, но в действительность так и не переходит.

4. Следующий параграф статьи (§ 5) носит громкое заглавие: „Значение второго основного закона термодинамики". Мы уже заметили, что, подменив понятие о температуре несоответственным понятием об энергии некоторых волн, нельзя ожидать, что второй закон термодинамики останется в целости: он относится к движениям более или менее *нестройным* и выражает ту мысль, что „мера нестройности" (энтропия)* не может сама собой уменьшаться. Посмотрим, однако ж, что скажет нам кн. Голицын.

---

* „Man dürfte... die Grösse der Entropie als das Maass der Unordnung bezeichnen [„Можно было бы... величину энтропии обозначить как меру нестройности" (*Ред.*).] (v. Helmholtz, Wiss. Abh. II, p. (972) Больцман, рассматривая второй закон, как следствие теории вероятностей, видит в энтропии „меру замещаемости" (Permutabilitätsmaass)—или меру вероятности—данного состояния системы (*Wien. Ber*., 76).

Свой цилиндр, наполненный лучами, испущенными черным основанием, он подвергает некоторому *адиабатному* процессу. Боковая поверхность цилиндра и замыкающий поршень—зеркальные. Заменив и основание зеркальной стенкой, отодвигаем поршень *. Световое давление производит некоторую работу τ, температура стенок (или—по кн. Голицыну—температура заключенного эфира) падает с T_1 до T_2. Называя полную энергию лучей в начале процесса через U_1 и ссылаясь на закон Стефана, кн. Голицын находит [уравнение (27), р. 32]:

$$\tau = \frac{U_1}{T_1}(T_1 - T_2). \tag{4}$$

„Это уравнение,—говорит он,—есть в сущности выражение второго принципа термодинамики" (р. 32). Преобразовав затем уравнение (4) в форму (28), р. 33.

$$U\sqrt[3]{v} = \mathrm{const} \tag{5}$$

(где U—энергия цилиндра, v—его объем), автор еще раз говорит: „По внутреннему смыслу своему закон этот вполне аналогичен (?) второму принципу термодинамики, но характерная его особенность заключается, однако, в том, что здесь не вводится совсем понятие об абсолютной температуре системы" (п. 33).

На самом деле весь этот широковещательный параграф—не более как сплошное недоразумение.

Кн. Голицын напрасно думает, что можно уяснить „внутренний, интимный смысл" (р. 30) второго закона термодинамики, рассматривая адиабатные процессы. При всяком адиабатном процессе второй закон есть тождество, само собой выполняющееся; а следовательно из таких процессов извлечь какое-либо толкование второго закона *принципиально нельзя.*

Автор видит „интимный смысл" второго закона в „необходимости затраты внешней работы для концентриро-

* Подобный адиабатный процесс имеется и у Больцмана, с тем различием, что все стенки *черные* (мы говорим о *втором* доказательстве, р. 294), что во многих отношениях предпочтительнее.

вания энергии в меньшем объеме“ (р. 30). Это несправедливо. Упомянутая необходимость только тогда опирается на *второй* закон, когда мы *переносим* на тело *теплоту* из окружающих источников равной или даже низшей температуры. В процессе же *адиабатном* (в обыкновенном смысле слова), например при сжатии газа в непроницаемой для тепла оболочке, необходимость затраты работы для концентрации энергии (в форме теплоты) есть простое следствие *первого* закона термодинамики.

Наш автор рассуждает не о *теплоте* собственно, а об *энергии* вообще. Ближайшие его соображения относятся именно *не* к теплоте, а к энергии лучистой, или общее — к электромагнитной энергии эфира. Но, имея в виду концентрацию энергии, которая дана в *этой* форме, нельзя вообще говорить о необходимости какой-либо внешней работы. Разве при разряде конденсатора (например, при помощи двух остриев) энергия не концентрируется *сама собой*? Разве вогнутое зеркало не собирает энергию лучей без помощи какой-либо внешней работы? Заключения автора имеют силу только для того процесса, который он рассматривает, и обобщать их невозможно.

Этот воображаемый процесс, с точки зрения кн. Голицына (считающего энергию лучей теплотой), не есть адиабатный, хотя ему и придается этот эпитет. При движении зеркального поршня энергия лучей, так сказать, выметается из одного объема эфира в другой, и происходит обмен „теплоты“ (в смысле кн. Голицына). Тем не менее здесь—как и при обыкновенных адиабатных процессах термодинамики—все заключения почерпаются *исключительно из первого закона*, а потому (как уже было замечено) не могут служить к разъяснению *второго* закона. Второй закон был нужен кн. Голицыну раньше для доказательства существования светового давления; но тогда он прилагался к действительным переходам *теплоты*: говорилось о той *теплоте*, которая отдана испускающим телом (и в эфире превратилась в лучистую энергию), о той *теплоте*, которая получена поглощающим телом (насчет лучистой энергии эфира). Но раз существование светового давления принято (а мы могли принять его просто как факт опыта), раз принят закон Стефана (а он вытекает из вывода светового давления, или же может быть допущен как эмпирический закон), уравнения (4) и (5) почерпаются исключительно из *пер-*

вого закона термодинамики и ничего не говорят нам о *втором*.

Из только что упомянутых посылок получается именно следующее. Свободный эфир с его лучистой энергией уподобляется, в адиабатном процессе Больцмана и кн. Голицына, совершенному газу с его теплотой, претерпевающему адиабатное сжатие или расширение, — притом такому газу, у которого отношение $\varkappa$ удельных теплот равно $^4/_3$. Как тепловая энергия этого газа пропорциональна его абсолютной температуре, так полная лучистая энергия эфира остается пропорциональной абсолютной температуре его стенок *, — следствием чего и является в том и другом случае уравнение (4). Как у названного газа, так и у эфира адиабатная кривая имеет вид $Tv^{\varkappa-1} = \mathrm{const}$ или $Uv^{\varkappa-1} = \mathrm{const}$, причем $\varkappa = \frac{4}{3}$: это—уравнение (5).

Все это само по себе не безынтересно, но какое же отношение имеют эти результаты ко второму закону термодинамики? Разве отыскание некоторой среды, обладающей описанными свойствами, равносильно доказательству второго закона? Разве несомненное существование тел, которые не имеют таких свойств, нарушает второй закон?

Уравнение (4) имеет только *форму* второго закона термодинамики (примененного к простому случаю цикла Карно́), но никак не *смысл* второго закона. Формально тождественное с (4) уравнение, получаемое для цикла Карно́, относится к случаю, когда имеется *приток и убыль энергии (тепловой)*, и имеет силу *под условием оборотности*. Уравнение кн. Голицына относится только к *адиабатному* (в обыкновенном смысле слова) процессу, но зато оно выводится и имеет силу *независимо от условия оборотности*.

Уравнение (5) есть просто выражение адиабатного изменения данной специальной среды (эфира или вышеописанного газа), и непонятно, как оно может изображать второй закон, выраженный без помощи температур (!) Что такое *второй закон термодинамики без температур*,—авторы этих строк решительно отказываются постигнуть.

---

* У Больцмана стенки черные; у кн. Голицына они зеркальные. В последнем случае надо приписать им бесконечно малую испускательную способность.

Жалуясь на те затруднения, какие встретились при попытке точнее сформулировать мысль Бартоли, Больцман (*l. c.*, p. 32) приглашал других физиков заняться этою темой. На это приглашение откликнулся автор разбираемого нами труда. Но сочинение кн. Голицына не выдерживает критики. Не освещая темных пунктов прежней обработки предмета, он прибавляет к ним еще новые, без нужды усложняет формальную сторону дела, а в заключение высказывает несостоятельные притязания на открытие каких-то важных и общих истин. Дело нисколько не подвинулось вперед с появлением „исследования", о котором, к сожалению, приходится сказать, что в нем все верное не ново, и все новое не верно.

Октябрь 1893 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

II. Учено-литературные труды

Опечатки

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть	По чьей вине
40	8 св.	$= -\int dS \cdot \Phi \left\{ \frac{}{dx} \right.$	$I = -\int dS \cdot \Phi \left\{ \frac{d\Psi}{dx} \right.$	Тип.
	11 сн.	$= -\int dS\,\Phi$	$I = -\int dS\,\Phi$	
52	17 св.	$\frac{e^2}{r^2}$	$\frac{e}{r^2}$	Ред.
54	10 сн.	$\frac{r}{R^2}$	$\frac{r}{R}$	
63	14 св.	$\overset{+}{U}_0$	приводится к $\overset{+}{U}_0$	Тип.
	15 св.	Подобные	§ 42. Подобные	„
69	19 св.	контур	каждый контур	„

Зак. 1779. А. Столетов. Собрание сочинений, т. I.

А. Г. СТОЛЕТОВ

СОБРАНИЕ СОЧИНЕНИЙ

ТОМ

I