

А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р
И Н С Т И Т У Т Ф И З И К И М Е Т А Л Л О В

Е. А. ТУРОВ

ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ КРИСТАЛЛОВ

Феноменологическая теория спиновых волн
в ферромагнетиках, антиферромагнетиках
и слабых ферромагнетиках

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
Москва 1963

Ответственный редактор
член-корреспондент АН СССР *С. В. ВОНСОВСКИЙ*

В настоящей книге автор не ставил себе целью дать систематическое изложение каких-либо вопросов современной теории магнитоупорядоченного состояния вещества (ферро- и антиферромагнетиков). Книга рассчитана на читателя, знакомого с основными методами и результатами этой теории. Главная ее задача — рассмотреть широкий круг различных физических явлений в ферро- и антиферромагнетиках на основе единого феноменологического метода теории спиновых волн, использующего общие современные представления о природе этих явлений и свойства симметрии кристаллов. В рамках указанного метода автор стремился установить такие качественные и количественные закономерности, которые отражали бы внутреннюю взаимосвязь между самыми различными явлениями в ферро- и антиферромагнетиках. По-видимому, именно такие теоретические закономерности представляют наибольший интерес с точки зрения экспериментальной проверки исходных положений большинства современных теорий ферро- и антиферромагнетизма.

Наиболее полно и систематически (но также только в рамках феноменологического метода) в книге рассматриваются явления, связанные со слабым ферромагнетизмом в антиферромагнитных кристаллах. Изучение этих явлений в настоящее время имеет принципиальное значение для всей теории ферро- и антиферромагнетизма вообще.

Поскольку в основном книга представляет собой обзор и дальнейшее развитие работ, выполненных самим автором (или с его участием), то вполне понятно, что она не может претендовать на сколько-нибудь полное изложение всех рассматриваемых вопросов. По этой же причине в списке литературы приводятся лишь работы, ссылка на которые необходима по существу дела.

Эта книга могла появиться лишь в результате совместной работы автора с товарищами — сотрудниками Отдела теоретической физики Института физики металлов АН СССР, руководимого С. В. Вонсовским. Всем им автор выражает глубокую признательность.

Е. А. Туров

Твердые кристаллические тела по отношению к их магнитным свойствам можно разделить на две большие группы: магнетики, обладающие упорядоченной атомной магнитной структурой (ферро- и антиферромагнетики), и магнетики, не обладающие таковой (пара- и диамагнетики). В последнем случае имеет место лишь упорядочение в пространстве плотности массы $\rho(x, y, z)$ и плотности заряда $e(x, y, z)$, которые являются периодическими функциями пространственных координат. В первом же случае на упорядочение атомов или ионов, составляющих кристалл, накладывается также упорядочение ориентации магнитных моментов этих частиц, в результате чего векторная функция плотности магнитного момента $M(x, y, z) \equiv M(\mathbf{r})$ также становится пространственно-периодической¹. Такое пространственно-упорядоченное распределение магнитных моментов по узлам кристаллической решетки мы будем называть кристалломагнитной структурой (или просто магнитной структурой). Для обычной кристаллической структуры, учитывающей лишь химическую неэквивалентность различных узлов решетки, мы будем применять термин кристаллохимическая структура.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию различных свойств магнетиков, имеющих кристалломагнитную структуру.

При данной кристаллохимической структуре кристалл может иметь, вообще говоря, множество типов кристалломагнитной структуры. Количество возможных в данном кристалле типов кристалломагнитной структуры и их симметрия целиком определяются

¹ С микроскопической точки зрения смысл $M(\mathbf{r})$ следующий:

$$M(\mathbf{r}) = \frac{1}{V} \sum_n \langle \mu_n \rangle_t \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n),$$

где $\langle \mu_n \rangle_t$ — средний по времени магнитный момент атома, находящегося в узле с координатами \mathbf{r}_n кристаллической решетки, суммирование проводится по всем узлам решетки в объеме кристалла V ; δ -функция выражает дискретный характер распределения магнитных моментов в кристалле.

свойствами симметрии исходной кристаллохимической решетки. Дело в том, что появление в магнитном кристалле дополнительной характеристики — плотности магнитного момента $M(\mathbf{r})$ — может привести только к понижению симметрии кристалла по сравнению с его немагнитным состоянием. При этом каждое из преобразований симметрии, совмещающих возможную кристалломагнитную структуру саму с собой, должно обязательно содержаться в числе операций симметрии, описывающих рассматриваемую кристаллохимическую структуру¹. Здесь мы имеем в виду полную симметрию решетки, включающую все повороты и отражения, бесконечный дискретный набор всех возможных параллельных переносов (трансляций), а также еще один элемент симметрии, характеризующий свойства системы в отношении изменения знака времени ($t \rightarrow -t$) [1]. Аксиальный вектор $M(\mathbf{r})$ при этом преобразовании изменяет свое направление на обратное, будучи аналогичным в этом отношении вектору угловой скорости².

Преобразование $t \rightarrow -t$ (его обычно обозначают буквой R) является самостоятельным элементом симметрии в кристаллах, не имеющих кристалломагнитной структуры, симметрия которых совпадает с кристаллохимической симметрией. В этом случае получающееся после преобразования R распределение магнитных моментов должно совпадать с исходным, т. е. $M(\mathbf{r}) \rightarrow M(\mathbf{r})$, но, с другой стороны, из указанного выше общего свойства $M(\mathbf{r})$ по отношению к R имеем, что $M(\mathbf{r}) \rightarrow -M(\mathbf{r})$. Следовательно, в телах, не имеющих кристалломагнитной структуры, $M(\mathbf{r}) \equiv 0$. Последнее может иметь место или в кристаллах, составленных из немагнитных атомов ($\mu_n = 0$), или же в том случае, когда магнитные моменты всех атомов меняют свою ориентацию со временем хаотическим образом, так что $\langle \mu_n \rangle_t = 0$.

Из сказанного выше следует также, что при наличии кристалломагнитной структуры (когда $M(\mathbf{r}) \neq 0$) преобразование R само по себе не может быть элементом симметрии кристалла. Однако оно может составлять сложные элементы симметрии в совокупности с каким-либо другим преобразованием (вращением, отражением или трансляцией).

Итак, если нам известна кристаллохимическая структура магнетика, то мы можем в принципе перечислить все возможные типы кристалломагнитной структуры в этом кристалле, допускаемые его симметрией, указав всякий раз тот набор (группу) элементов симметрии для каждого типа магнитного упорядочения (из числа всех

¹ На языке теории групп это означает, что группа преобразований симметрии для каждой возможной кристалломагнитной структуры должна быть подгруппой группы симметрии исходной кристаллохимической структуры.

² Магнитный момент можно выразить как векторное произведение некоторого тока $j(\mathbf{r})$ на радиус-вектор \mathbf{r} : $M = [\mathbf{r} \cdot j]$. Поскольку $j \rightarrow -j$ при $t \rightarrow -t$, то при этом одновременно $M \rightarrow -M$.

элементов симметрии исходной кристаллохимической структуры, включая преобразование R), который ему соответствует¹.

Вопрос о том, какая из возможных кристалломагнитных структур должна реализоваться в каком-либо конкретном веществе с данной кристаллохимической структурой, уже не может быть решен только из соображений симметрии. Конкретный тип кристалломагнитной структуры определяется характером и величиной спиновых взаимодействий между атомами и ионами, составляющими магнитный кристалл. Спиновые взаимодействия (т. е. взаимодействия, зависящие от величины и направления спинов атомов по отношению друг к другу или по отношению к осям кристалла) по их роли в установлении той или иной конкретной кристалломагнитной структуры можно подразделить на два типа. Прежде всего, это обменные взаимодействия электростатического происхождения, ответственные за само явление магнитного упорядочения. Отличительной особенностью обменных сил является их изотропный характер, в том смысле, что они не зависят от направления спинов по отношению к кристаллографическим осям². В то же время энергия обменного взаимодействия любых двух атомов зависит от взаимной ориентации их спинов, что в конечном счете и приводит к определенному расположению магнитных моментов в решетке, а именно к такому, которое соответствует минимуму свободной обменной энергии всего кристалла.

В зависимости от соотношения абсолютных величин и знаков параметров обменного взаимодействия («обменных интегралов») это упорядочение может быть ферромагнитным или антиферромагнитным. В ферромагнетике суммарный магнитный момент в каждой кристалломагнитной элементарной ячейке отличен от нуля, в антиферромагнетике — равен нулю. Подчеркнем, что здесь речь идет именно о кристалломагнитной элементарной ячейке, периодическим повторением которой и является вся кристалломагнитная структура. Поскольку атомы, эквивалентные в кристаллохимическом отношении, при магнитном упорядочении могут стать неэквивалентными в магнитном отношении (благодаря различному направлению их магнитных моментов), то кристалломагнитная ячейка может быть в целое число раз больше, чем кристаллохимическая элементарная ячейка.

В силу своего изотропного характера обменные силы не приводят к какой-либо определенной ориентации магнитных моментов атомов по отношению к кристаллографическим осям, они вызывают лишь относительное взаимное упорядочение спинов различных узлов решетки. То обстоятельство, что это упорядоченное расположение спинов всегда определенным образом ориентировано относи-

¹ Все 230 кристаллических (немагнитных) пространственных групп допускают 1651 кристалломагнитную (или просто магнитную) пространственную группу [2].

² Это не значит, конечно, что обменное взаимодействие не будет зависеть от направления радиус-вектора, соединяющего рассматриваемые атомы.

тельно осей кристалла, связано с действием сил другого типа, — релятивистских или магнитных сил (спин-спиновых дипольных, квадрупольных и т. д., спин-орбитальных, орбито-орбитальных). Магнитные взаимодействия обуславливают существование так называемой магнитной кристаллографической анизотропии, проявляющейся в том, что энергия кристалла оказывается зависящей от ориентации магнитных моментов атомов относительно его осей. Можно сказать, что в кристалле имеются некоторые эффективные внутренние магнитные поля, которые стремятся ориентировать магнитные моменты в определенных направлениях. Эти же «поля» могут несколько изменить взаимную ориентацию магнитных моментов атомов, искажая некоторым образом кристалломагнитную структуру, обусловленную обменными силами. Это, в частности, может привести к появлению самопроизвольной результирующей намагниченности в антиферромагнитном кристалле, так что последний с точки зрения данного выше определения уже не может, строго говоря, считаться антиферромагнетиком («слабый ферромагнетизм»). Однако второй из указанных эффектов, как правило, невелик, так как вызывающие его магнитные взаимодействия обычно малы по сравнению с обменными (электростатическими) взаимодействиями между магнитными атомами¹. Поэтому «слабые ферромагнетики» по ряду своих свойств ведут себя аналогично обычным антиферромагнетикам. Что же касается магнитной кристаллографической анизотропии, то она фактически определяет все наблюдаемые магнитные свойства кристалла с рассматриваемой кристалломагнитной структурой (поведение во внешнем магнитном поле, характер кривых намагничивания, явление магнитного резонансного поглощения и т. д.).

Ферромагнетизм и антиферромагнетизм представляют собой коллективное свойство системы, состоящей из большого числа электронов в кристалле. Поэтому при построении последовательной квантово-механической теории этих явлений возникают существенные трудности, характерные для всякой многоэлектронной теории. Существующие в настоящее время микроскопические теории ферромагнетизма и антиферромагнетизма, берущие свое начало в работах Френкеля [3] и Гайзенберга [4], основываются на грубых упрощающих модельных предположениях. Тем не менее эти теории все же позволяют достаточно хорошо понять качественную сторону явления.

В частности, в ряде случаев удалось более детально выяснить природу тех сил, которые вызывают самое явление магнитного упорядочения. Дело в том, что ферромагнетизм и антиферромагнетизм встречаются не только в чистых переходных элементах, но также во многих самых разнообразных соединениях и сплавах с участием этих элементов. При этом и конкретный механизм обменного взаи-

¹ Заметим, однако, что в некоторых случаях, например, для редкоземельных металлов, магнитные (спин-орбитальные) взаимодействия могут иногда существенно влиять и на характер магнитного упорядочения.

модействия, приводящего к упорядоченному расположению в кристалле магнитных моментов атомов, может быть также самым различным. Здесь может иметь место и непосредственное обменное взаимодействие между электронами внутренних незаполненных оболочек соседних магнитных атомов, и различные типы косвенного обменного взаимодействия с активным участием электронов валентных оболочек немагнитных атомов, а также и самих магнитных атомов. Наконец, обменное взаимодействие между магнитными атомами в металлах и сплавах может осуществляться через коллективизированные электроны проводимости. Однако, независимо от своей природы, обменные силы всегда имеют некоторые существенные для теории общие черты. Выше мы уже упоминали об их изотропном характере. Другим важным обстоятельством является то, что обменные взаимодействия почти всегда очень быстро убывают с расстоянием (ближкодействующие силы). По-видимому, лишь обменное взаимодействие через электроны проводимости при определенных условиях может иметь дальнедействующий характер¹.

Микроскопическое модельное рассмотрение различных магнитных взаимодействий показало, что в большинстве случаев основное значение для магнитной кристаллографической анизотропии, по-видимому, имеет спин-орбитальное взаимодействие. Оно связывает направления спиновых магнитных моментов атомов посредством их орбитальных состояний с соответствующими осями кристаллической решетки. Но какова бы ни была микроскопическая природа сил магнитной анизотропии, характер их макроскопического проявления в кристалле определяется главным образом (по крайней мере с качественной стороны) типом симметрии кристаллической решетки.

Таким образом, различные микроскопические модели ферромагнетизма и антиферромагнетизма, несмотря на всю свою приближенность и грубость, при попытке объяснить наиболее общие экспериментальные закономерности привели к созданию также и таких общих представлений о природе этих явлений, которые фактически уже не зависели от самих моделей. И здесь, естественно, возникает вопрос, как далеко можно пойти в описании и объяснении различных конкретных свойств кристаллических магнетиков, используя лишь указанные выше общие представления о характере сил, ответственных за магнитное упорядочение и магнитную анизотропию, а также свойства кристаллохимической и кристалломагнитной симметрии, и не привлекая, по возможности, модельные построения. Ответить на этот вопрос возможно, используя так называемый феноменологический метод исследования ферромагнитных и антиферромагнитных явлений.

¹ Последним, возможно, и объясняется существование магнитного упорядочения в некоторых разбавленных сплавах с очень малой концентрацией магнитных атомов, а также специфические типы магнитного упорядочения (винтовые структуры и др.), наблюдаемые в редких землях.

Цель настоящей книги и заключается в том, чтобы на основе единого феноменологического подхода произвести теоретическое рассмотрение большого числа самых разнообразных свойств магнетиков со всевозможными типами кристалломагнитной структуры. Феноменологический метод впервые применялся в работах Вейсса [5], в его классической теории ферромагнетизма, базирующейся на представлении о внутреннем молекулярном поле, обменная природа которого была установлена Френкелем [3] и Гайзенбергом [4]. Этот метод затем был с успехом использован Ван Флеком [6] и Неелем [7], развившими теорию молекулярного поля в применении к антиферромагнетикам и ферритам. Теория молекулярного поля, несмотря на ее грубо качественный характер, дала принципиальное объяснение основных магнитных свойств ферромагнетиков и антиферромагнетиков, особенно после того, как Акулов построил феноменологическую теорию магнитной кристаллографической анизотропии [8].

С квантовомеханической точки зрения метод молекулярного поля эквивалентен методу энергетического центра тяжести, при котором энергия ферромагнетика рассчитывается в предположении, что она зависит только от среднего значения намагниченности в кристалле и не зависит от распределения магнитного момента по объему кристалла¹. Правильно отражая качественное поведение кристалломагнетиков, указанные методы не приводят к хорошему согласию с экспериментом в количественном отношении. Особенно это относится к области низких температур, в которой основную роль во всех явлениях играет та часть энергии кристалла, которая связана с неоднородными колебаниями намагниченности (спиновыми волнами).

В физическом и математическом отношении наиболее строгим является феноменологический подход к изучению магнитоупорядоченных кристаллов, основанный на термодинамической теории фазовых переходов в кристаллических телах, развитой Ландау и Лифшицем [1, 9]. Метод Ландау был применен Вонсовским [10] и Гинзбургом [11] для изучения фазовых переходов второго рода в ферромагнетиках. Еще раньше (в 1933 г.) сам Ландау исследовал этим методом антиферромагнитные превращения в дихлоридах переходных металлов [12]. В последней работе фактически впервые было высказано представление об антиферромагнетизме как об особом магнитоупорядоченном состоянии вещества, отделенном от парамагнитного состояния точкой фазового перехода. В дальнейшем термодинамическая теория свойств антиферромагнетика вблизи антиферромагнитной точки Кюри развивалась Беловым и Левитиным [13].

¹ В случае антиферромагнетиков и ферритов предполагается, что энергия кристалла определяется лишь средними значениями намагниченности магнитных подрешеток, составляющих рассматриваемую кристалломагнитную структуру (Власов [44]).

Достоинством метода Ландау является то, что он базируется на общих термодинамических соотношениях и самым существенным образом использует свойства симметрии кристалла. Большие возможности этого метода проиллюстрированы в работах Дзялошинского [14], в которых была объяснена физическая природа слабого ферромагнетизма как врожденного свойства антиферромагнитных кристаллов, имеющих определенную симметрию. Тем не менее, пользуясь термодинамическим методом, нельзя дать объяснение всей совокупности свойств магнитных кристаллов и, в частности, тех свойств, которые для своего описания требуют знания энергетического спектра системы. К таким свойствам относится, например, температурная зависимость различных физических характеристик вещества как равновесных (теплоемкость, магнитная восприимчивость и намагниченность, константы анизотропии и т. д.), так и кинетических (время релаксации, электропроводность, теплопроводность и др.). Лишь в области температур, близких к точке Кюри, теория фазовых переходов второго рода дает определенные предельные соотношения для температурной зависимости некоторых из этих величин ¹.

Для определения энергетического спектра магнетика необходимо в том или ином виде решать механическую (классическую или квантовую) задачу о собственных колебаниях рассматриваемой системы спинов. Достаточно последовательное решение этой задачи оказалось возможным лишь в случае слабых колебаний системы, в так называемом спин-волновом приближении, пригодном для описания свойств магнитных кристаллов в области низких температур (по сравнению с температурой Кюри). Однако и в рамках спин-волнового приближения возможен как модельный микроскопический подход, так и феноменологический. В последнем случае теория спиновых волн исходит из феноменологического гамильтониана, записанного из соображений инвариантности его членов по отношению к преобразованиям симметрии рассматриваемого кристалла, а также на основе уравнений электромагнитного поля для магнитной среды.

Основы феноменологической теории спиновых волн в ее классическом виде были заложены в работах Ландау и Лифшица [15]. Херринг и Киттель впервые применили этот метод для расчета спектра спиновых волн с учетом магнитных взаимодействий [16]. В дальнейшем он применялся многими авторами, в том числе автором настоящей книги, для описания различных отдельных свойств ферромагнетиков и антиферромагнетиков. В особенности необходимо отметить многочисленные работы харьковских физиков —

¹ Мы здесь не останавливаемся на трудности, которая в настоящее время имеет место в теории Ландау, в связи с вопросом о законности разложения термодинамического потенциала в окрестности точки Кюри по параметрам порядка (намагниченностям подрешеток в магнетике) [1].

Ахиезера, Каганова, Цукерника, Барьяхтара и др.¹, а также работы Киттеля и Абрагамса [18], Амента и Радо [19]. Весьма важными в методическом отношении были исследования Боголюбова и Тябликова [20], разработавшими метод приближенного вторичного квантования в применении к теории спиновых волн. В дальнейшем они же развили квантово-статистический метод температурных функций Грина [77] применительно к задачам теории ферро- и антиферромагнетизма.

Феноменологическая теория спиновых волн является основным рабочим методом настоящего обобщающего исследования автора. Этот метод развивается и используется здесь в применении к магнетикам с различными типами упорядочения (ферромагнетикам и ферритам, антиферромагнетикам и слабым ферромагнетикам), с учетом их конкретной кристалломагнитной структуры. При этом одновременно рассматриваются и сопоставляются самые различные свойства одного и того же магнетика: магнитные и магнитнорезонансные, магнитоупругие и тепловые. В результате такого рассмотрения в ряде случаев удается получить простые и весьма универсальные (в рамках применяемых приближений) соотношения между различными физическими характеристиками магнетика, которые легко могут быть проверены экспериментально.

Отметим четыре существенных ограничения, которые мы принимаем на протяжении всей книги.

Во-первых, будем считать, что во всем объеме кристалла имеется одна и та же когерентная кристалломагнитная структура. Другими словами, мы совершенно не будем рассматривать эффектов, связанных с существованием границ между отдельными областями магнитного упорядочения (доменами). Явления, обусловленные наличием доменной структуры в ферромагнетиках и антиферромагнетиках, представляют собой совершенно особую область исследования и здесь не рассматриваются.

Во-вторых, мы не будем рассматривать всю совокупность свойств ферромагнетиков и антиферромагнетиков, связанную с наличием в них электронов проводимости. Поэтому настоящая работа, строго говоря, будет относиться к слабо проводящим магнетикам (диэлектрикам и полупроводникам). Однако ее можно применять и к металлам в тех случаях, когда электроны проводимости в них не играют активной роли в явлениях ферро- и антиферромагнетизма².

В-третьих, в работе будет использоваться общепринятое в настоящее время (хотя и не обоснованное с точки зрения квантовой механики, за исключением классического предельного случая, для которого спин атома $S \gg 1$) предположение об основном состоянии

¹ Полная библиография этих работ (до 1960 г.) дана в обзорной статье Ахиезера, Барьяхтара и Каганова [17].

² Феноменологический подход к описанию свойств проводящих ферро- и антиферромагнетиков с учетом активной роли электронов проводимости развивался в других работах автора [21—24], которые здесь не будут излагаться.

антиферромагнетика, базирующееся на представлении о магнитных подрешетках. Заметим в то же время, что экспериментальная проверка некоторых результатов, полученных в настоящей работе, позволит, по-видимому, сделать определенные выводы о пределах применимости «гипотезы подрешеток».

В-четвертых, мы будем рассматривать кристалломагнитные структуры только с коллинеарным или слабо неколлинеарным расположением магнитных моментов подрешеток в основном состоянии, что позволит нам в большинстве случаев ограничиваться введением не более двух «эффективных» магнитных подрешеток. Существенно неколлинеарные кристалломагнитные структуры, которые в принципе не могут быть описаны с помощью двух магнитных подрешеток (в том числе так называемые винтовые структуры, для которых понятие подрешеток вообще теряет смысл), в работе не будут рассматриваться. Исключение составляет лишь один случай неколлинеарных структур (рассмотренный в главе 10), для которого неколлинеарность магнитных моментов обусловлена магнитными анизотропными силами и который требует для своего описания введения четырех магнитных подрешеток.

Перейдем теперь к более подробному описанию плана настоящего исследования.

В главе 1 излагается в общем виде феноменологический метод рассматривания явлений ферро- и антиферромагнетизма, обсуждаются основные предположения и приближения, используемые в этом методе [21, 25—28]. В этой же главе (и в приложении к ней) рассматриваются вопросы о количестве магнитных подрешеток, необходимых для описания кристалломагнетика, и о числе «акустических» и «оптических» ветвей спиновых волн в нем.

Глава 2 посвящена исследованию спектра спиновых волн и основных термодинамических свойств ферромагнетиков, главным образом на примере одноосного кристалла [26, 28].

Глава 3 фактически представляет собой развитие главы 2 в применении к кристаллам произвольной симметрии, с учетом констант магнитной анизотропии любого порядка. Здесь развита общая теория температурной зависимости констант магнитной анизотропии ферромагнетиков [29], а также теория явлений, связанных с изотропной и анизотропной магнитострикцией [25, 30]. Устанавливается ряд весьма общих соотношений между феноменологическими параметрами, характеризующими эти явления.

В главе 4 излагается теория резонансных и термодинамических свойств антиферромагнетиков в области низких температур [26, 28, 31]. Здесь подробно обсуждаются предсказываемые теорией закономерности для намагниченности, магнитной восприимчивости и теплоемкости в зависимости от величины и направления магнитного поля и от температуры.

В главе 5 устанавливаются общие условия существования слабого ферромагнетизма в антиферромагнитных кристаллах [32—34].

При этом дается сводная таблица и классификация всех антиферромагнитных структур со слабым ферромагнетизмом. Обсуждается также роль анизотропии тензора гиромагнитного отношения в явлениях слабого ферромагнетизма.

В главах 6, 7 и 8 подробно исследуются магнитные свойства для всех основных конкретных типов слабых ферромагнетиков. Рассчитываются кривые намагничивания при температуре абсолютного нуля, рассматриваются особенности спектра спиновых волн, температурной зависимости спонтанной намагниченности и магнитной восприимчивости для каждого типа слабоферромагнитных структур [35—40].

Глава 9 посвящена обсуждению явления магнитного резонанса в слабых ферромагнетиках [35—40]. Здесь приведены резонансные частоты для различных типов слабых ферромагнетиков в зависимости от величины и направления постоянного подмагничивающего поля, а также рассчитаны соответствующие высокочастотные магнитные восприимчивости.

Во всех предыдущих главах, посвященных антиферромагнетикам и слабым ферромагнетикам, рассматриваются магнетики с коллинейрной или слабо неколлинейрной кристалломагнитной структурой, свойства которых можно описывать с помощью представления о двух кристаллографически эквивалентных магнитных подрешетках. При этом учитывается лишь такая неколлинейрность магнитных моментов подрешеток, которая приводит к появлению в антиферромагнетике слабой спонтанной намагниченности.

В главе 10 на конкретных примерах кристаллов ромбической сингонии с четырьмя магнитными ионами в элементарной ячейке исследуются возможные неколлинейрные магнитные структуры, требующие для своего описания более двух магнитных подрешеток [39]. При этом выясняется роль возможной в данном случае такой неколлинейрности спинов, которая не приводит к появлению результирующего магнитного момента в кристалле.

Наконец, в главе 11 рассматриваются магнитные термодинамические свойства кристалломагнетиков с двумя кристаллографически неэквивалентными магнитными подрешетками [35]. Основное внимание здесь уделяется ферромагнетизму, появляющемуся за счет различия гиромагнитных отношений подрешеток, а также за счет различной температурной зависимости их магнитных моментов.

В заключение сформулированы выводы, в которых дан перечень основных качественных и количественных закономерностей, полученных в настоящей книге и требующих экспериментальной проверки.

Общий феноменологический подход к описанию свойств непроводящих кристалломагнетиков

§1. Магнитные подрешетки и феноменологический гамильтониан

Наша задача заключается в теоретическом исследовании макроскопических свойств кристалломагнетиков с учетом их конкретной кристаллографической структуры. При этом прежде всего возникает вопрос о способе описания данной кристалломагнитной структуры и количестве макроскопических параметров, которые должны ее характеризовать. Полностью кристалломагнитная структура характеризуется заданием в каждой точке кристалла истинной (микроскопической) плотности магнитного момента $\mathbf{M}(\mathbf{r})$, усредненной только по времени. Векторная функция $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ может изменяться при переходе от одного узла к другому уже в пределах одной и той же элементарной (кристалломагнитной) ячейки. Если мы хотим исследовать влияние типа магнитного упорядочения на наблюдаемые макроскопические свойства кристалла, то введем плотность магнитного момента $\mathbf{M}_j(\mathbf{r})$ для каждой магнитной подрешетки в отдельности (j — номер подрешетки). К одной и той же магнитной подрешетке мы будем относить все магнитные атомы, магнитные моменты которых могут быть совмещены трансляциями, содержащимися среди элементов симметрии кристалломагнитной решетки. Другими словами, число магнитных подрешеток в общем случае равно числу магнитных атомов в магнитной элементарной ячейке кристалла, магнитные моменты которых не могут быть совмещены указанными трансляциями.

Магнитные плотности $\mathbf{M}_j(\mathbf{r})$ могут уже в определенном смысле рассматриваться как макроскопические параметры, аналогичные параметрам дальнего порядка в теории упорядочивающихся сплавов [41]. Можно говорить об их температурной зависимости, о зависимости от магнитного поля и т. д. Фактически именно эти параметры, характеризующие тип и степень магнитного порядка, определяются в опытах по магнитной нейтронной дифракции.

Феноменологический метод основан на инвариантном разложении свободной энергии (при термодинамическом рассмотрении) или просто энергии — гамильтониана (при механическом рассмотрении)

по внутренним параметрам, характеризующим состояние системы. Вначале мы будем предполагать, что состояние магнитного кристалла полностью определяется заданием его магнитных плотностей $M_j(\mathbf{r})$ ($j = 1, 2, \dots, n$), где n — число подрешетки. Последние в зависимости от способа рассмотрения имеют смысл средних (термодинамических) или истинных локальных намагниченностей магнитных подрешеток. Упругое состояние кристалла пока не будем рассматривать.

Как уже указывалось выше, данное исследование, основываясь на приближениях теории спиновых волн, относится главным образом к области низких температур. При этом необходимо решить механическую задачу об основном (энергетически наименьшем) состоянии и о спектре собственных колебаний локальных намагниченностей $M_j(\mathbf{r})$. Положив в основу не принципиальные соображения, а техническое удобство, мы будем рассматривать магнитный кристалл как сплошную среду, каждая точка которой характеризуется значениями n векторных функций $M_j(\mathbf{r})$. Связь между дискретным и непрерывным описаниями может быть представлена следующим равенством:

$$M_j(\mathbf{r}) = \sum_i^{(r)} \mu_i^{(j)} / v, \quad (1.0)$$

где $\mu_i^{(j)}$ — магнитный момент i -го атома в j -й подрешетке, и суммирование проводится по всем узлам физически малого объема v_j (около точки с радиус-вектором \mathbf{r}), в пределах которого моменты $\mu_i^{(j)}$ можно считать одинаковыми для всех номеров i . К представлению сплошной среды строго математически мы приходим в пределе при $v \rightarrow 0$, сохраняя отношение в правой части уравнения (1.0) постоянным.

Ограничение, накладываемое дискретностью распределения магнитных моментов в пространстве, состоит в том, что минимальный объем v для каждой подрешетки j не может быть меньше объема v , приходящегося на один узел этой подрешетки. Следовательно, предельным выражением правой части (1.0) является отношение $\mu_r^{(j)} / v_j$, где $\mu_r^{(j)}$ — магнитный момент одного атома j -й подрешетки (находящегося вблизи точки \mathbf{r}).

Согласно модели сплошной среды, основное состояние магнетика (которое соответствует термодинамическому равновесию системы при температуре абсолютного нуля) можно считать состоянием однородного распределения намагниченностей $M_j(\mathbf{r})$.

Другими словами, в основном состоянии $M_j(\mathbf{r}) = M_{j0}$, где M_{j0} — вектор, постоянный по величине и направлению во всем объеме образца. При классическом рассмотрении он совпадает с равновесной намагниченностью j -й подрешетки при $T = 0^\circ \text{K}$.

Всякое нарушение однородности намагниченностей $M_j(\mathbf{r})$ приводит к увеличению энергии магнитного кристалла. Основное пред-

положение феноменологической теории спиновых волн заключается в том, что допускаются только такие колебания векторов $M_j(\mathbf{r})$, при которых их модуль остается постоянным, т. е.

$$M_j^a(\mathbf{r}) = M_{j_0}^a, \quad (1.1)$$

и что, следовательно, нарушение однородности векторов $M_j(\mathbf{r})$ может происходить лишь за счет разориентации их направлений в различных точках¹. Это предположение фактически эквивалентно так называемому условию квазигомеоплярности, принимаемому во всех микроскопических теориях, в которых ответственные за магнетизм электроны считаются локализованными около узлов решетки.

Феноменологический гамильтониан, необходимый для исследования основного состояния и спектра спиновых волн магнетика, может быть записан на основе самых общих представлений об особенностях сил различной природы (обменной или магнитной), об их роли в явлениях ферромагнетизма и антиферромагнетизма, а также из требования инвариантности каждого его члена относительно всех преобразований симметрии кристалла.

Все это можно сформулировать в более конкретной форме.

а) В гамильтониане \mathcal{H} можно выделить два типа членов. Во-первых, будут члены изотропного обменного взаимодействия, определяющие само существование упорядоченной кристалломагнитной структуры в некотором температурном интервале. Во-вторых, должны быть члены, обусловленные анизотропными магнитными взаимодействиями, определяющие равновесную ориентацию намагниченностей M_j по отношению к кристаллографическим осям.

б) При наличии неоднородностей функций $M_j(\mathbf{r})$ гамильтониан \mathcal{H} должен зависеть не только от самих $M_j(\mathbf{r})$, но также и от их пространственных производных. Следует различать два типа сил, приводящих к увеличению энергии магнетика из-за неоднородностей $M_j(\mathbf{r})$. Для близкодействующих сил (типа обменных) плотность энергии неоднородностей в данной точке определяется производными $M_j(\mathbf{r})$ только в этой же точке, а для далекодействующих сил (типа дипольных, квадрупольных и т. д.) увеличение плотности энергии в каждой точке определяется распределением этих неоднородностей во всем объеме образца («объемные и поверхностные размагничивающие поля»).

в) Гамильтониан магнитного кристалла должен быть инвариантным относительно всех операций симметрии кристаллохимической решетки, т. е. при всех трансляциях, поворотах, отражениях и других (сложных) преобразованиях, совмещающих кристаллическую

¹ В случае анизотропии тензора гиромагнитных отношений вместо (1.1) аналогичные условия накладываются на плотности момента количества движения подрешеток («механические моменты»).

решетку саму с собой, энергия магнетика должна оставаться неизменной. При всех этих преобразованиях местоположение и направление каждого элементарного магнитного момента в решетке могут измениться только на эквивалентные им, так что причин для изменения энергии кристалла нет. Подчеркнем еще раз, что здесь речь идет о преобразованиях симметрии кристаллохимической решетки, включая операцию R саму по себе. Инвариантность гамильтониана относительно преобразования R , изменяющего направление всех намагниченностей M_j на обратные, означает, что разложение \mathcal{H} должно проводиться только по четным степеням M_j .

г) Для нахождения инвариантного разложения гамильтониана \mathcal{H} по намагниченностям M_j необходимо знать трансформационные свойства последних по отношению ко всем преобразованиям симметрии данного кристалла. К этим свойствам относятся: во-первых, свойства каждой намагниченности M_j в отдельности, характерные для аксиального вектора; во-вторых, правила перестановок, производимых каждой операцией симметрии среди индексов $j=1, 2, \dots, n$ различных M_j , которые определяются конкретным расположением магнитных атомов в решетке¹.

д) Трансляции на расстояние, кратное периоду магнитной элементарной ячейки, оставляют все M_j неизменными. Поэтому эти преобразования ничего не дают для нахождения \mathcal{H} как функции M_j , и их можно не рассматривать.

Выпишем теперь плотность энергии $\mathcal{H}(\mathbf{r})$, зависящей от распределения намагниченностей $M_j(\mathbf{r})$, в наиболее общей форме, не конкретизируя пока тип кристаллической решетки.

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\mathbf{r}) = & A_{\alpha\beta}^{i_1 i_2} m_{j_1 \alpha} m_{j_2 \beta} + B_{\alpha\beta\gamma\delta}^{i_1 i_2} \frac{\partial m_{j_1 \alpha}}{\partial r_\gamma} \frac{\partial m_{j_2 \beta}}{\partial r_\delta} + \\ & + C_{\alpha\beta\gamma\delta}^{i_1 i_2 j_1 j_2} m_{j_1 \alpha} m_{j_2 \beta} m_{j_3 \gamma} m_{j_4 \delta} + \dots - \frac{1}{2} \sum_{i_1 i_2} \mathbf{M}_{i_1} \mathbf{H}_{i_2} - \sum_i \mathbf{M}_i \mathbf{H}. \quad (1.2) \end{aligned}$$

Здесь суммирование производится по всем дважды встречающимся индексам, причем греческие индексы α, β и т. д. пробегает значения x, y, z , а каждый из индексов j — значения номеров магнитных подрешеток $1, 2, \dots, n$.

¹ Перестановка индексов у M_j есть результат перестановки магнитных атомов при соответствующей операции симметрии. Эта перестановка будет тождественной (т. е. индексы остаются неизменными), если данная операция симметрии переводит атомы одной и той же магнитной подрешетки друг в друга. Наоборот, если данное преобразование связывает атомы разных магнитных подрешеток (j и j'), то происходит смена номеров этих подрешеток и, следовательно, индексы соответствующих намагниченностей M_j и $M_{j'}$ переставляются.

Полный гамильтониан системы представляет собой интеграл по всему объему кристалла от $\mathcal{H}(\mathbf{r})$:

$$\mathcal{H} = \int_V \mathcal{H}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (1.3)$$

В выражении (1.2) введены обозначения

$$m_{j\alpha} = \frac{M_{j\alpha}}{M_{j0}},$$

где M_{j0} — максимальная проекция вектора \mathbf{M}_j на направление оси квантования для этого вектора (M_{j0} можно рассматривать так же как модуль равновесного классического вектора намагниченности \mathbf{M}_{j0}). Наконец,

$$\mathbf{H}_j = -\nabla \left\{ \int_V \frac{-\operatorname{div} \mathbf{M}_j(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} + \oint_{\Sigma} \frac{\mathbf{M}_j(\mathbf{r}') d\sigma'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right\}. \quad (1.4)$$

Второй интеграл берется по поверхности образца Σ .

Остановимся более подробно на характеристике и физическом смысле отдельных членов, входящих в (1.2). Члены с тензорными коэффициентами A, B, C, \dots представляют собой близкодействующую часть плотности энергии $\mathcal{H}(\mathbf{r})$, зависящую лишь от значений намагниченностей $\mathbf{M}_j(\mathbf{r})$ и их производных в рассматриваемой точке \mathbf{r} . Коэффициенты A, B, C, \dots не зависят от координат и являются феноменологическими параметрами теории. Количество отличных от нуля независимых компонент каждого такого тензора определяется симметрией кристаллической решетки. Конкретный их вид находится из требования инвариантности $\mathcal{H}(\mathbf{r})$ по отношению ко всем операциям кристаллохимической симметрии кристалла. Среди членов с указанными коэффициентами в соответствии с приведенными выше соображениями можно выделить изотропные (обменные) слагаемые. Для примера выпишем такие слагаемые из первой и второй сумм в (1.2); это будут

$$A^{ij\delta} m_{j\alpha} m_{j\alpha} \quad \text{и} \quad B_{\gamma\delta}^{ij\alpha} \frac{\partial m_{j\alpha}}{\partial r_\gamma} \frac{\partial m_{j\alpha}}{\partial r_\delta}. \quad (1.5)$$

На этом примере видно, что для выделения в (1.2) членов обменного взаимодействия необходимо в каждой из сумм значки суммирования $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ и т. д. положить попарно одинаковыми и считать, что соответствующие коэффициенты A, B и т. д. не зависят от этих значков. Другими словами, необходимо выбрать из сумм такие слагаемые, в которых \mathbf{M}_j попарно объединяются в «скалярные произведения» (это и понятно, так как изотропные члены не должны зависеть от направления \mathbf{M}_j по отношению к кристаллографическим осям). Остальные слагаемые в близкодействующей части $\mathcal{H}(\mathbf{r})$ будут представлять собой, как правило, относительно малую анизотроп-

ную магнитную энергию (связанную со спин-спиновыми, спин-орбитальными и т. д. магнитными взаимодействиями микрочастиц магнетика), причем порядок малости этих слагаемых будет тем выше, чем большее число пар $M_{j\alpha}$ не свертывается в них в скалярные произведения ¹.

Предпоследний член в (1.2) описывает магнитоэлектростатическую дальнедействующую часть плотности энергии, связанную с размагничивающими полями объемных и поверхностных «магнитных зарядов». В выражении (1.4), определяющем эти поля, первое слагаемое дает внутреннее размагничивающее поле объемных «магнитных зарядов», а второе слагаемое — размагничивающее поле поверхностных «магнитных зарядов». Поля H_j вида (1.4) являются решениями уравнений электродинамики в квазистационарном приближении ²:

$$\operatorname{rot} H_j = 0, \quad \operatorname{div} H_j = -4\pi \operatorname{div} M_j. \quad (1.6)$$

Наконец, последний член в (1.2) дает энергию магнетика во внешнем поле H .

Заметим, что выражение (1.2) может рассматриваться также как термодинамический потенциал магнитного кристалла, если в нем под M_j подразумевать не локальные намагниченности подрешеток, а их средние термодинамические значения. В этом случае коэффициенты A, B, C, \dots в (1.2) необходимо считать функциями состояния системы (т. е. функциями температуры, давления и других внутренних параметров, от которых зависит состояние системы). Такой термодинамический потенциал может служить основой для исследования свойств магнетика методами теории фазовых переходов Ландау.

§ 2. Общий формализм теории спиновых волн

К задаче по определению основного состояния и спектра собственных частот малых колебаний системы, плотность энергии

¹ Благодаря релятивистской природе магнитных взаимодействий указанный ряд слагаемых представляет собой разложение по малому параметру v_0^2/c_0^2 , где v_0 — скорость электрона в кристалле, а c_0 — скорость света.

² Следует однако, заметить, что в общем случае задача о колебаниях намагниченностей M_j должна решаться совместно с задачей о распространении электромагнитных волн в магнитной среде. При этом мы должны исходить из полных уравнений Максвелла с токами смещения, учитывающими конечность скорости света c_0 . Квазистационарные уравнения (1.6) можно применять в том случае, когда фазовая скорость рассматриваемых сложных спиново-электромагнитных волн мала по сравнению со скоростью света в среде, т. е. когда

$$\frac{\omega}{k} \ll \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon}}, \quad (1.7)$$

где ω и k — соответственно частота и волновой вектор этих волн, а ϵ — диэлектрическая проницаемость среды. В интересующих нас конкретных задачах условие (1.7), как правило, будет выполняться.

которой задается феноменологическим выражением (1.2), можно подойти двумя способами: классическим и квантовомеханическим.

Классическое рассмотрение основано на решении уравнений движения для классических намагниченностей $M_j(\mathbf{r})$. При условии (1.1) эти уравнения имеют вид

$$\dot{M}_j = -\gamma_j [M_j \cdot H_j^{\text{эфф}}], \quad (1.8)$$

где $H_j^{\text{эфф}}$ — эффективное магнитное поле, действующее на намагниченность M_j и определяемое формулой [42, 17]

$$H_j^{\text{эфф}} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial M_j} + \frac{\partial}{\partial r_\alpha} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \left(\frac{\partial M_j}{\partial r_\alpha} \right)}; \quad (1.9)$$

γ_j — фактор спектроскопического расщепления (фактор Ланде) для магнитных ионов j -й подрешетки. Полагая $\dot{M}_j = 0$, из уравнения (1.8) можно найти равновесные векторы $M_j = M_{j0}$. Если рассматривать только малые колебания M_j около своих равновесных значений M_{j0} , то решение уравнения (1.8) можно представить в виде

$$M_j = M_{j0} + \Delta M_j,$$

где

$$|\Delta M_j| \ll |M_{j0}|. \quad (1.10)$$

После линеаризации уравнений (1.8) по ΔM_j получается система линейных уравнений по этим переменным, решение которой в случае достаточно больших образцов (по сравнению с длиной спиновых волн) ищется в виде плоских волн, т. е.

$$\Delta M_j \sim \exp [i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})], \quad (1.11)$$

где ω — частота, а \mathbf{k} — волновой вектор. Собственные частоты колебаний системы (ω) и дисперсионные соотношения для них, т. е. вид функций $\omega = \omega(\mathbf{k})$, находятся из условия равенства нулю детерминанта полученной системы однородных уравнений для амплитуд плоских волн.

При квантовомеханическом рассмотрении наиболее удобно использовать метод вторичного квантования, развитый в применении к простейшему случаю ферромагнетика Хольштейном и Примаковым [43]. Для дискретной спиновой решетки этот метод в наиболее общем виде изложен в работе Тябликова [20]. Ниже метод вторичного квантования формулируется в применении к феноменологической теории в общем виде для любого числа магнитных подрешеток и при произвольном по величине и направлению внешнем магнитном поле H .

При квантовомеханическом подходе необходимо классические векторы $\mathbf{M}_j(\mathbf{r})$ заменить соответствующими векторными операторами $\hat{\mathbf{M}}_j(\mathbf{r})$, компоненты которых должны удовлетворять определенным перестановочным соотношениям. Последние можно вывести из известных соотношений коммутации для компонент векторного оператора полного момента количества движения каждой магнитной подрешетки $\hat{\mathcal{J}}_j$. Как известно,

$$\hat{\mathcal{J}}_{jx}\hat{\mathcal{J}}_{jy} - \hat{\mathcal{J}}_{jy}\hat{\mathcal{J}}_{jx} = i\hat{\mathcal{J}}_{jz} \text{ и т. д.} \quad (1.12)$$

($\hat{I}_{j\alpha}$ измеряются в единицах \hbar).

Учитывая, что полный магнитный момент j -й подрешетки в образце

$$\hat{\mathcal{M}}_j = \int \hat{\mathbf{M}}_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = -\mu_j \hat{\mathcal{J}}_j, \quad (1.13)$$

где $\mu_j = \gamma_j \hbar$, из (1.12) получаем

$$\hat{\mathcal{M}}_{jy}\hat{\mathcal{M}}_{jx} - \hat{\mathcal{M}}_{jx}\hat{\mathcal{M}}_{jy} = i\mu_j \hat{\mathcal{M}}_{jz} \quad \text{и т. д.}$$

Следовательно, согласно (1.13),

$$\begin{aligned} \iint [\hat{M}_{jy}(\mathbf{r}) \hat{M}_{jx}(\mathbf{r}') - \hat{M}_{jx}(\mathbf{r}') \hat{M}_{jy}(\mathbf{r})] d\mathbf{r} d\mathbf{r}' = \\ = i\mu_j \iint \hat{M}_{jz}(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}'. \end{aligned}$$

Для того чтобы последнее соотношение выполнялось при любых распределениях $\hat{\mathbf{M}}_j(\mathbf{r})$, необходимо потребовать равенства подынтегральных выражений. Принимая также во внимание, что $\hat{M}_{j\alpha}(\mathbf{r})$, относящиеся к различным подрешеткам, всегда коммутируют, окончательно имеем

$$\hat{M}_{jy}(\mathbf{r}) \hat{M}_{j'x}(\mathbf{r}') - \hat{M}_{j'x}(\mathbf{r}') \hat{M}_{jy}(\mathbf{r}) = i\mu_j \hat{M}_{jz}(\mathbf{r}) \delta_{jj'} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \text{ и т. д.} \quad (1.14)$$

Введем собственную систему координат X_j, Y_j, Z_j для каждой подрешетки j таким образом, чтобы ось Z_j была расположена параллельно оси квантования для соответствующей намагниченности $\mathbf{M}_j(\mathbf{r})$ (т. е. вдоль равновесного классического вектора \mathbf{M}_{j0}). Согласно Хольштейну и Примакову [43], компоненты $\hat{\mathbf{M}}_j$ в указанной системе координат могут быть выражены через операторы вторичного квантования $b_r^{(j)}$ и $b_r^{\dagger(j)}$ следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{M}_{jx_j} = \left(\frac{\mu_j M_{j0}}{2} \right)^{1/2} (f_j b_r^{(j)} + b_r^{\dagger(j)} f_j), \quad \hat{M}_{jy_j} = i \left(\frac{\mu_j M_{j0}}{2} \right)^{1/2} (f_j b_r^{(j)} - b_r^{\dagger(j)} f_j), \quad (1.15) \\ M_{jz_j} = M_{j0} - \mu_j b_r^{\dagger(j)} b_r^{(j)}, \quad f_j = \left(1 - \frac{\mu_j b_r^{\dagger(j)} b_r^{(j)}}{2M_{j0}} \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

Нетрудно проверить, что введенные таким образом операторы b_r и b_r^+ , при условии выполнения соотношений вида (1.14), подчиняются правилам коммутации статистики Бозе — Эйнштейна:

$$b_r^{(j)} b_{r'}^{(j')} - b_{r'}^{(j')} b_r^{(j)} = \delta_{jj'} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \text{ и т. д.} \quad (1.16)$$

Кроме того, соотношения (1.15) с учетом (1.16) обеспечивают постоянство операторов $(\hat{M}_j)^2$ в пространстве, что является одним из исходных предположений нашей феноменологической теории, а именно:

$$\hat{M}_j^2(\mathbf{r}) = M_{j0} \left(M_{j0} + \frac{\mu_j}{v_j} \right). \quad (1.1')$$

При выводе формулы (1.1') мы учли, что из-за фактической дискретности среды в правой части (1.16) стоит не точная δ -функция (для которой $\delta(0) = \infty$), а некоторая «квази- δ -функция», для которой $\delta(0) = \frac{1}{v_j}$. Напомним, что v_j — объем, приходящийся на один атом j -й подрешетки¹.

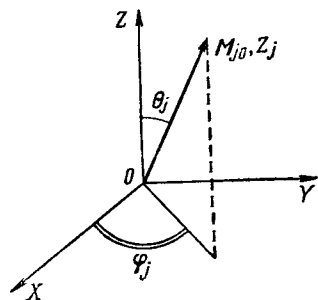


Рис. 1

Условие малости колебания (1.10) через операторы b и b^+ может быть записано как неравенство для средних значений:

$$\mu_j \langle b_r^{(j)} b_r^{(j)} \rangle_{\text{ср}} \ll M_{j0}. \quad (1.17)$$

Чтобы выразить плотность энергии $\mathcal{H}(\mathbf{r})$ (1.2) через $b_r^{(j)}$ и $b_r^{+(j)}$, необходимо соотношения (1.15), определяющие эти операторы через намагниченности $\hat{M}_j(\mathbf{r})$, представить в одной общей системе координат $OXYZ$, связанной с осями кристалла. Переход от системы координат $OXYZ$ к системе $OX_j Y_j Z_j$ может быть совершен путем последовательного поворота сначала вокруг оси OY на угол θ_j , а затем вокруг оси OZ на угол φ_j , где θ_j и φ_j — соответственно полярный и азимутальный углы оси OZ_j в системе координат $OXYZ$ (рис. 1).

¹ Сравнивая соотношения (1.1) и (1.1'), мы видим, что, как и должно быть в квантовой механике, непрерывность операторов \hat{M}_x , \hat{M}_y и \hat{M}_z приводит к тому, что длина вектора M_j не равна его максимальной проекции M_{j0} . Соотношения (1.1') переходят в классические соотношения (1.1) лишь при условии, что $\mu_0^{(j)} \gg \mu_j$, где $\mu_0^{(j)} = M_{j0} v_j = \mu_j S_j$ — атомный магнитный момент j -й подрешетки, а S_j — ее атомный спин.

Таким образом мы приходим к обычному условию применимости классического описания спиновых систем $S_j \gg 1$.

Проекции вектора M_j в этих системах координат связаны соотношениями ¹

$$\begin{aligned} M_{jx} &= M_{jx_j} \cos \theta_j \cos \varphi_j - M_{jy_j} \sin \varphi_j + M_{jz_j} \sin \theta_j \cos \varphi_j, \\ M_{jy} &= M_{jx_j} \cos \theta_j \sin \varphi_j + M_{jy_j} \cos \varphi_j + M_{jz_j} \sin \theta_j \sin \varphi_j, \\ M_{jz} &= -M_{jx_j} \sin \theta_j + M_{jz_j} \cos \theta_j. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Если теперь вместо операторов $b_r^{(j)}$ и $b_r^{\dagger(j)}$ ввести их компоненты Фурье $b_k^{(j)}$ и $b_k^{\dagger(j)}$:

$$b_r^{(j)} = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k b_k^{(j)} e^{ikr}, \quad b_r^{\dagger(j)} = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k b_k^{\dagger(j)} e^{-ikr}, \quad (1.19)$$

то полный гамильтониан магнетика (1.3) может быть представлен при помощи соотношений (1.15), (1.18) и (1.19) в виде ряда по возрастающим степеням операторов $b_k^{(j)}$ и $b_k^{\dagger(j)}$:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2 + \mathcal{H}_3 + \dots, \quad (1.20)$$

где \mathcal{H}_n есть член n -го порядка относительно $b_k^{(j)}$ и $b_k^{\dagger(j)}$.

Основное (энергетически наинизшее) состояние нашей магнитной системы, определяемое равновесными значениями углов $\theta_j = \bar{\theta}_j$ и $\varphi_j = \bar{\varphi}_j$ при $T = 0^\circ \text{ K}$, может быть найдено путем минимизации по этим углам члена нулевого порядка \mathcal{H}_0 , не зависящего от $b_k^{(j)}$ и $b_k^{\dagger(j)}$. При $\theta_j = \bar{\theta}_j$ и $\varphi_j = \bar{\varphi}_j$ член первого порядка \mathcal{H}_1 тождественно обращается в нуль. Последнее соответствует обращению в нуль момента сил, действующих на каждую из намагниченностей M_{j0} в состоянии равновесия. Этот момент сил определяется правой частью уравнения (1.8).

Таким образом, основное состояние системы может быть найдено или из условия минимума \mathcal{H}_0 или из условия равенства нулю \mathcal{H}_1 .

Квадратичный член по $b_k^{(j)}$ и $b_k^{\dagger(j)}$ в (1.20), т. е. \mathcal{H}_2 , описывает гармонические колебания намагниченностей M_j около своих равновесных значений. Этот член в общем случае n подрешеток ($j = 1, 2, \dots, n$) может быть приведен к следующему виду:

$$\mathcal{H}_2 = \sum_k \mathcal{H}(k),$$

¹ В дальнейшем мы будем опускать индекс \wedge над операторами M_j .

где

$$\mathcal{H}(\mathbf{k}) = \alpha_{j'j}(\mathbf{k}) (b_{\mathbf{k}}^{(j)\dagger} b_{\mathbf{k}}^{(j')} + b_{-\mathbf{k}}^{(j)} b_{-\mathbf{k}}^{(j')}) + \\ + \frac{1}{2} \beta_{j'j}(\mathbf{k}) (b_{\mathbf{k}}^{(j)\dagger} b_{-\mathbf{k}}^{(j')} + b_{-\mathbf{k}}^{(j)\dagger} b_{\mathbf{k}}^{(j')}) + \frac{1}{2} \beta_{j'j}(\mathbf{k}) (b_{\mathbf{k}}^{(j)} b_{-\mathbf{k}}^{(j')} + b_{-\mathbf{k}}^{(j)} b_{\mathbf{k}}^{(j')}). \quad (1.21)$$

Здесь $\alpha_{j'j}$ и $\beta_{j'j}$ — некоторые функции волнового вектора \mathbf{k} , выражающиеся через Фурье-компоненты коэффициентов A, B, C и т. д. в гамильтониане (1.2). Эти функции удовлетворяют следующим условиям:

$$\alpha_{j'j}(-\mathbf{k}) = \alpha_{j'j}(\mathbf{k}), \quad \beta_{j'j}(-\mathbf{k}) = \beta_{j'j}(\mathbf{k}), \quad (1.22)$$

$$\alpha_{j'j} = \alpha_{j'j}^*, \quad \beta_{j'j} = \beta_{j'j}.$$

С помощью линейных преобразований от операторов $b_{\mathbf{k}}^{(j)}$ и $b_{\mathbf{k}}^{(j)\dagger}$ к новым операторам бозевского типа квадратичная форма (1.21) может быть приведена к диагональному виду (см. приложение А, I). В результате этого \mathcal{H}_2 примет вид

$$\mathcal{H}_2 = \Delta \mathcal{H}_0 + \sum_{jk} \varepsilon_{jk} n_{jk}. \quad (1.23)$$

В этом выражении первый член $\Delta \mathcal{H}_0$ будет давать некоторую поправку к энергии основного состояния \mathcal{H}_0 , связанную с квантовыми «нулевыми» колебаниями системы. Второй член представляет собой сумму энергий отдельных элементарных возбуждений — магнонов или спиновых волн. Функция $\varepsilon_{jk} = \varepsilon_j(\mathbf{k})$ определяет закон дисперсии для j -й ветви спинволновых колебаний (т. е. вид зависимости энергии спиновых волн от волнового вектора \mathbf{k}), а n_{jk} — число магнонов сорта j с энергией $\varepsilon_j(\mathbf{k})$.

Заметим, что количество ветвей спиновых волн в общем случае равно числу магнитных подрешеток. Однако не все эти ветви равноценны. Можно показать (по крайней мере, для коллинеарных магнитных структур — см. приложение А, II), что одна из них — для ферромагнитного случая и две другие — для антиферромагнитного случая являются «акустическими», а остальные — «оптическими». «Акустическими» ветвями спектра мы называем те, которые без учета сил магнитной анизотропии и при отсутствии внешнего магнитного поля не имеют энергетических щелей, в то время как все «оптические» ветви имеют щели порядка энергии обменного взаимодействия магнитных атомов. Если рассматривать свойства магнетика по отношению к слабым внешним воздействиям (включая тепловое движение при низких температурах), энергия которых мала по сравнению с обменными энергиями, то влиянием оптических колебаний намагниченности можно пренебречь, так как они при этом не возбуждаются.

Акустической ветви спектра в ферромагнитной системе соответствуют колебания суммарного магнитного момента кристалломагнитной элементарной ячейки (без нарушения коллинеарности составляющих его магнитных моментов отдельных атомов) [17]. Эти колебания могут возбуждаться как тепловым движением, так и высокочастотным магнитным полем. Постоянное магнитное поле, если оно мало по сравнению с обменными полями, ответственными за магнитное упорядочение, также в ферромагнитном случае не может нарушать коллинеарность магнитных моментов подрешеток (Тябликов [20]). Поэтому свойства ферромагнетика по отношению к указанным выше слабым воздействиям всегда можно описывать при помощи одной эффективной магнитной подрешетки, характеризуемой единственной локальной намагниченностью $M(\mathbf{r})$ и некоторым средним магнитомеханическим отношением g , определяемым как частное от деления магнитного и механического моментов кристалломагнитной элементарной ячейки (см. также гл. 11).

В антиферромагнитных коллинеарных системах две акустические ветви спектра соответствуют двум степеням свободы для колебаний вектора антиферромагнетизма

$$L = \sum_i^+ M_i - \sum_i^- M_i,$$

где каждая из сумм берется по подрешеткам с одинаково направленными магнитными моментами. Однако адекватное описание антиферромагнетика при помощи двух эффективных магнитных подрешеток (как это хотелось бы сделать по аналогии с ферромагнетиком) не всегда оказывается возможным. Дело в том, что в антиферромагнетиках, в отличие от ферромагнетиков, в общем случае даже слабые магнитные поля могут вызывать нарушение коллинеарности как бывших антипараллельных, так и бывших параллельных магнитных моментов подрешеток.

Все же в ряде важных частных случаев антиферромагнетики со сложной подрешеточной магнитной структурой могут быть описаны двумя локальными намагниченностями $M_1(\mathbf{r})$ и $M_2(\mathbf{r})$. Сюда прежде всего относится тривиальный случай, когда все магнитные подрешетки естественным образом разбиваются на две группы благодаря тому, что обменное взаимодействие между ними в пределах одной и той же группы значительно больше, чем для подрешеток, относящихся к различным группам. Но для нас представляет больший интерес другой частный случай, существенный для дальнейшего, а именно, наиболее распространенный случай антиферромагнетика, в котором все магнитные атомы кристаллохимически эквивалентны (так что соответствующие узлы решетки все преобразуются друг в друга посредством операций симметрии пространственной группы кристалла). В этом случае по крайней мере в слабых полях и при низких температурах (не разрушающих исходную антифер-

ромагнитную структуру) коллинеарность параллельных магнитных моментов в кристалломагнитной элементарной ячейке не нарушается, так как в силу своей эквивалентности все они должны поворачиваться на один и тот же угол. В результате такой антиферромагнетик с любой коллинеарной (или даже слабо неколлинеарной) структурой всегда можно описать при помощи двух подрешеток, относя к одной и той же подрешетке все узлы с параллельными магнитными моментами атомов.

Зная энергию спиновых волн (магнонов) и учитывая, что распределение магнонов по состояниям $\epsilon_j(\mathbf{k})$ в условиях термодинамического равновесия определяется статистикой Бозе—Эйнштейна, можно построить всю термодинамику магнетика: найти его свободную энергию, определить температурную зависимость магнитной восприимчивости, намагниченности или спиновой части теплоемкости и т. д.

Члены более высокого порядка в гамильтониане (1. 20) (\mathcal{H}_3 и т. д.), аналогично ангармоническим членам, появляющимся в теории колебаний кристаллической решетки, могут рассматриваться как члены, описывающие процессы соударения между квазичастицами — магнонами. Это дает возможность последовательного квантовомеханического исследования различных релаксационных и кинетических процессов, происходящих в магнетиках [17].

Изложенный выше метод позволяет весьма просто определить собственные частоты колебаний магнитных моментов (спектр спиновых волн) для двух предельных случаев: для достаточно коротких волн, когда длина волны λ_k мала по сравнению с линейными размерами образца L_0 , и для однородных по всему объему образца колебаний M_j , которым соответствует бесконечно большая длина волны и, следовательно, равный нулю волновой вектор \mathbf{k} . Во многих физических задачах именно эти группы спиновых волн представляют наибольший интерес. Короткие спиновые волны с $\lambda_k \ll L_0$ обычно являются ответственными за различные тепловые (равновесные и кинетические) явления, такие, как температурная зависимость намагниченности и теплоемкости, дополнительное электро- и теплосоппротивление, связанные с рассеянием на них, и т. д. Спиновые волны с $\mathbf{k} = 0$ возбуждаются при магнитном резонансе в однородном высокочастотном магнитном поле. В дальнейшем нас будут интересовать оба эти случая.

Ферромагнетизм в одноосных кристаллах

Общий метод исследования, изложенный в главе 1, сперва применим к наиболее простому случаю магнетика, магнитное состояние которого может быть описано с помощью одного вектора локальной намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r})$. Такое описание, как уже указывалось выше, применимо не только к обычным ферромагнетикам, но также, при определенных условиях, и к ферримагнетикам с коллинеарной магнитной структурой.

Для того чтобы на простейшем примере проанализировать роль сил магнитной кристаллографической анизотропии, мы рассмотрим одноосный (тригональный, тетрагональный или гексагональный) кристалл. Некоторые результаты будут применимы также и к кристаллам других сингоний.

§ 1. Спектр спиновых волн

Плотность энергии ферромагнетика для всех одноосных кристаллов с точностью до членов, квадратичных по намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r})$, будет иметь один и тот же вид. Как частный случай общего выражения (1.2) для одноосного кристалла при $n = 1$ имеем

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\mathbf{r}) = & Am^2 - Km_z^2 + B_{\perp} \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_x}{\partial y} \frac{\partial m_x}{\partial y} \right) + B_z \frac{\partial m_x}{\partial z} \frac{\partial m_x}{\partial z} - \\ & - \frac{1}{2} \mathbf{M}(\mathbf{r}) \nabla \left[\int_V \frac{\operatorname{div} \mathbf{M}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \oint_{\Sigma} \frac{\mathbf{M}(\mathbf{r}') d\sigma'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right] - \mathbf{MH}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь первый член, представляющий обменную энергию при однородном распределении намагниченности, является константой в силу условия (1.1) (т. е. $m^2 = \text{const}$) и в дальнейшем может не рассматриваться. Второй член дает энергию магнитной кристаллографической анизотропии. Третий и четвертый члены характеризуют части обменной энергии, а пятый — часть магнитостатической энергии. Третий, четвертый и пятый члены связаны с нарушением однородности намагниченности. Первый интеграл в квадратной скобке берется по всему объему образца V , второй — по его поверхности Σ . Наконец, последний член представляет собой энергию маг-

четика во внешнем магнитном поле H . Заметим, что при написании гамильтониана (2.1) мы опустили члены вида $\frac{\partial m_\alpha}{\partial r_\gamma} \frac{\partial m_\beta}{\partial r_\delta}$, анизотропные по m (т. е. зависящие от направления m по отношению к кристаллографическим осям). Они малы, во-первых, из-за малости градиентов намагниченности, что является условием применимости спинволнового приближения и, во-вторых, из-за их релятивистского происхождения (см. стр. 19).

Мы можем теперь с помощью соотношения (1.15) ввести операторы Бозе b_r и b_r^+ , полагая, что ось квантования для намагниченности, т. е. равновесное направление классического вектора намагниченности M_0 , есть ось OZ' . Кроме того, в случае одноосного кристалла можно без потери общности считать, что поле H лежит в одной плоскости с осями OZ и OZ' (см. рис. 1). Принимая эту плоскость за плоскость OXZ (и одновременно $OX'Z'$), мы тем самым полагаем угол $\varphi_j = \varphi = 0$; при этом преобразование системы координат (1.18) сводится к простому повороту на угол $\theta_j = \theta$ вокруг оси OY .

После преобразования Фурье (1.9) полный гамильтониан ферромагнетика $\mathcal{H} = \int \mathcal{H}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$, с учетом (1.15) — (1.18) для $\varphi_j = 0$ и $\theta_j = \theta$, приводится к виду (1.20). Интересующие нас слагаемые — энергия основного состояния \mathcal{H}_0 и квадратичная форма \mathcal{H}_2 , определяющая спектр спиновых волн, принимают в данном случае следующий конкретный вид:

$$\frac{\mathcal{H}_0}{V} = \text{const} - K \cos^2 \theta + M_0 H_x \sin \theta - M_0 H_z \cos \theta, \quad (2.2)$$

$$\mathcal{H}_2 = \sum_k \left(\alpha_k b_k^+ b_k + \frac{1}{2} \beta_k b_k^+ b_{-k} + \frac{1}{2} \beta_k^* b_k b_{-k} \right), \quad (2.3)$$

где

$$\alpha_k = \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \theta \right) \mu H_A + I_k + \mu H_x \sin \theta + \mu H_z \cos \theta + 2\pi\mu M_0 \left(\frac{k_+ k_-'}{k^2} \right) - \left(\frac{4\pi}{3} \right) \mu M_0, \quad (2.4)$$

$$\beta_k = \frac{1}{2} \mu H_A \sin^2 \theta + 2\pi\mu M_0 \left(\frac{k_-'}{k} \right)^2. \quad (2.4')$$

Здесь введены обозначения: $H_A = 2K/M_0$, $I_k = (2\mu/M_0)(B_\perp k_\perp^2 + B_z k_z^2)$, $k_\pm' = k_x' \pm i k_y' = k_x \cos \theta - k_z \sin \theta \pm i k_y$, $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$. Последний член в α_k связан с размагничивающим полем поверхности образца, причем ради простоты мы рассматриваем сферический образец.

После приведения \mathcal{H}_2 к диагональному виду (что легко достигается с помощью соотношений, выписанных в приложении А, I),

имеем

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_2 = \mathcal{H}_0 + \Delta\mathcal{H}_0 + \sum_k \varepsilon_k n_k, \quad (2.5)$$

где

$$\Delta\mathcal{H}_0 = -\frac{1}{2} \sum_k (\alpha_k - \sqrt{\alpha_k^2 - |\beta_k|^2}) \quad (2.6)$$

— «нулевая» энергия спиновых волн, дающая добавку к энергии основного состояния;

$$\varepsilon_k = \sqrt{\alpha_k^2 - |\beta_k|^2} \quad (2.7)$$

— энергия спиновой волны с волновым вектором \mathbf{k} , а n_k — число спиновых волн в этом состоянии.

Необходимо сделать следующие замечания относительно энергии нулевых колебаний $\Delta\mathcal{H}_0$ и пределов применимости выписанных выше выражений для энергетического спектра.

Если строго следовать модели сплошной среды с плотностью энергии (2.1), то из-за некоммутативности операторов b_r и b_r^\dagger , кроме $\Delta\mathcal{H}_0$, члены нулевой энергии будут появляться также непосредственно в \mathcal{H}_0 [благодаря тому, что в исходной квадратичной форме $\mathcal{H}_2(\mathbf{r})$ мы с помощью соотношений коммутации (1.16) сразу избавляемся от членов вида $b_r b_r^\dagger$]. Указанные члены несущественны для обменной части энергии, так как они не зависят от угла θ и поля H и могут быть просто отнесены к аддитивной константе в \mathcal{H}_0 . В то же время энергия анизотропии — $Km_z^2(\mathbf{r})$ в (2.1) с учетом некоммутативности b_r и b_r^\dagger дает в \mathcal{H}_0 вклад, зависящий от угла θ . А именно, вместо второго члена в \mathcal{H}_0 (2.2) получается выражение, отличающееся от него заменой K на $K_{\text{кв}} = K \left(1 - \frac{\mu}{M_0 v}\right) = K \left(1 - \frac{1}{2S}\right)$. Здесь мы снова учли квазинепрерывность среды, положив $\delta(\mathbf{r})|_{r=0} = \frac{1}{v}$ (в истинной сплошной среде с бесконечным числом степеней свободы нулевая энергия обращается в бесконечность). Квантовая поправка становится особенно существенной в случае, когда атомный спин $S = 1/2$, так как в этом случае энергия вида Km_z^2 вообще не дает анизотропии.

Главная трудность учета квантовых поправок заключается, однако, не в этом. Дело в том, что некоммутативность операторов b_r и b_r^\dagger , строго говоря, вообще делает незаконным отбрасывание членов высшего порядка по этим операторам ($\mathcal{H}_3, \mathcal{H}_4$ и т. д.) в полном гамильтониане (1.20) по сравнению с членами $\mathcal{H}_0, \mathcal{H}_1$ и \mathcal{H}_2 , так как указанное разложение (1.20) фактически проводится по параметру

$1/S$, который, за исключением классического случая $S \gg 1$, отнюдь не является малым.

Таким образом, на первый взгляд кажется, что приведенные выше выражения для \mathcal{H}_0 (2.2) и \mathcal{H}_2 (2.3) применимы только в классическом пределе. Однако на самом деле они имеют более общую применимость. Для того чтобы это показать, мы запишем энергию магнитной анизотропии одноосного кристалла в несколько более общем виде:

$$\mathcal{H}_{\text{аниз}} = - \int K(\mathbf{r} - \mathbf{r}') m_z(\mathbf{r}) m_z(\mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}', \quad (2.8)$$

учитывающем корреляцию магнитных моментов в различных точках кристалла. (Очевидно, что аналогичным образом можно записать и обменную энергию — см. приложение Б).

Можно считать, что в приведенном выше расчете была использована частная форма выражения (2.8) при $K(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = K\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$, учитывающая лишь собственную локальную энергию анизотропии в каждом узле решетки. В этом случае некоммутативность операторов b_r и b_r^+ приводит к указанным выше трудностям в учете энергии нулевых колебаний. Но имеется и другая возможность, при которой основную роль играет энергия анизотропии, связанная с корреляцией магнитных моментов различных узлов решетки, так что можно положить

$$K(\mathbf{r} - \mathbf{r}')|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}} = 0.$$

Предполагая, что эта корреляция осуществляется лишь на близких расстояниях («магнитный анизотропный обмен» [44]), выражение (2.8) представим в виде

$$\mathcal{H}_{\text{аниз}} = - K \int m_z(\mathbf{r}) m_z(\mathbf{r}')|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}} d\mathbf{r} + \text{члены с градиентами } m_z(\mathbf{r}), \quad (2.8')$$

которые мы условились не учитывать как малые (см. стр. 29); здесь $K = \int K(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) d\mathbf{r}'$ — константа, уже не зависящая от координат. Плотность энергии анизотропии, определяемая выражением (2.8'), по форме точно совпадает с соответствующим членом в гамильтониане (2.1). Различие заключается лишь в том, что в данном случае операторы b_r и b_r^+ , если они появляются от различных сомножителей в (2.8'), должны коммутировать. В результате этого, например, для соответствующего члена в \mathcal{H}_2 мы можем положить $b_r b_r^+ = b_r^+ b_r$. Нетрудно проследить, что при такой трактовке происхождения энергии анизотропии в исходном гамильтониане (2.1) мы получим для \mathcal{H}_0 и \mathcal{H}_2 выражения, определяемые соответственно формулами (2.2) и (2.3).

Таким образом, указанные формулы и все результаты, следующие из них, будут справедливы в двух случаях:

1) в случае локального происхождения магнитной анизотропии, если $S \gg 1$, и

2) в случае корреляционной природы магнитной анизотропии при любом значении S , включая $S = 1/2$.

Более детальный расчет энергетического спектра и оценка квантовой поправки $\Delta \mathcal{H}_0$ к энергии основного состояния \mathcal{H}_0 для второго из указанных случаев приведены в приложении Б.

Равновесное значение угла θ , входящего в энергию спиновой волны (2.7), определяется из минимума \mathcal{H}_0 . Если ввести угол ψ между внешним полем \mathbf{H} и осью симметрии OZ , то условие минимума дает в общем случае следующее уравнение для определения θ :

$$H_A \sin 2\theta = 2H \sin(\psi - \theta). \quad (2.9)$$

Мы рассмотрим более детально два частных случая для направления поля: $\mathbf{H} \parallel OZ$ и $\mathbf{H} \perp OZ$. (В дальнейшем мы упростим обозначение, обозначив $OZ \equiv \mathbf{Z}$).

1. $\mathbf{H} \parallel \mathbf{Z}$. В этом случае $\psi = 0$, и уравнение (2.9) дает следующие два решения:

$$1) \sin \theta = 0, \quad 2) \cos \theta = -\frac{H}{H_A}. \quad (2.10)$$

Первое из этих решений соответствует минимуму энергии для любой величины поля H при положительной константе анизотропии $K > 0$ (когда ось симметрии \mathbf{Z} является осью легкого намагничивания), а также при $K < 0$ (когда \mathbf{Z} является осью трудного намагничивания) для полей $H \geq H_A$. Второе решение реализуется при $K < 0$ для $H \leq H_A$: с увеличением H магнитный момент постепенно поворачивается от базисной плоскости по направлению к оси \mathbf{Z} и при $H = |H_A|$ становится параллельным последней — наступает насыщение.

Энергии спиновых волн, соответствующие решениям (2.10), согласно (2.7), (2.4) и (2.6), имеют вид:

$$1) \varepsilon_k = \left\{ \left[I_k + \mu \left(H + H_A - \frac{4\pi}{3} M_0 \right) \right] \left[I_k + \mu \left(H + H_A - \frac{4\pi}{3} M_0 \right) + 4\pi\mu M_0 \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right] \right\}^{1/2}, \quad (2.11)$$

$$2) \varepsilon_k = \left\{ \left(I_k - \frac{4\pi}{3} \mu M_0 \right) \left[I_k - \mu H_A \left(1 - \frac{H^2}{H_A^2} \right) - \frac{4\pi}{3} M_0 + 4\pi\mu M_0 \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right] - \mu H_A \left(1 - \frac{H^2}{H_A^2} \right) 4\pi\mu M_0 \frac{k_x^2}{k^2} \right\}^{1/2}, \quad (2.12)$$

$$\left(k_x' = -k_x \frac{H}{H_A} - k_z \sqrt{1 - \left(\frac{H}{H_A} \right)^2} \right).$$

Выражение (2.11) фактически совпадает с соответствующими результатами работ Хольштейна и Примакова [43], а также Херринга и Киттеля [16], в которых именно этот случай только и был рассмотрен¹.

2. $H \perp Z$. При $\psi = \pi/2$ уравнение (2.9) дает другие два решения:

$$1) \cos \theta = 0, \quad 2) \sin \theta = \frac{H}{H_A}. \quad (2.13)$$

При $K > 0$ в интервале полей от 0 до H_A реализуется второе решение, а при $H \geq H_A$ — первое решение. При $K < 0$ реализуется первое решение для любой величины H . Соответствующие энергии спиновых волн могут быть записаны в следующем виде:

$$1) \varepsilon_k = \left\{ \left[I_k + \mu \left(H - \frac{4\pi}{3} M_0 \right) \right] \left[I_k + \mu \left(H - H_A - \frac{4\pi}{3} M_0 \right) + 4\pi\mu M_0 \frac{k_y^2 + k_z^2}{k^2} \right] - \mu H_A \cdot 4\pi\mu M_0 \frac{k_z^2}{k^2} \right\}^{1/2}, \quad (2.14)$$

$$2) \varepsilon_k = \left\{ \left[I_k + \mu \left(H_A - \frac{4\pi}{4} M_0 \right) \right] \left[I_k + \mu H_A \left(1 - \frac{H^2}{H_A^2} \right) - \frac{4\pi}{3} \mu M_0 + 4\pi\mu M_0 \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right] - \mu \frac{H^2}{H_A} 4\pi\mu M_0 \frac{k_x^2}{k^2} \right\}^{1/2}, \quad (2.15)$$

$$\left(k'_x = k_x \sqrt{1 - \frac{H^2}{H_A^2}} - k_z \frac{H}{H_A} \right).$$

Заметим, что приведенное выше общее выражение (2.7) при значениях α_k и β_k , даваемых формулами (2.4) и (2.4'), а также следующие из него частные случаи (2.11), (2.12), (2.14) и (2.15) определяют энергию коротких спиновых волн с длиной волны $\lambda_k \ll R$, где R — радиус рассматриваемого сферического образца. Из этих выражений не может быть непосредственно получен (как предельный случай при $k = 0$) спектр однородных спиновых колебаний, возбуждаемых при резонансе в однородном высокочастотном магнитном поле.

Вообще говоря, частоты однородного магнитного резонанса необходимо определять отдельно, исходя снова из гамильтониана (2.1) с учетом однородности (независимости от координат во всем объеме образца) вектора $M(\mathbf{r})$. В случае сферических образцов

¹ В работах [16, 43] отсутствовало размагничивающее поле $-\frac{4\pi}{3} M_0$, так как в них рассматривался бесконечно вытянутый в направлении оси Z образец.

это приводит к выражениям, которые получаются из соответствующих выражений для коротких спиновых волн при отбрасывании в них всех членов, зависящих от волнового вектора k , а также членов вида $-\frac{4\pi}{3}M_0$, обязанных своим происхождением размагничивающему полю поверхности образца¹.

Выпишем получающиеся выражения для резонансных частот $\omega_0 = \varepsilon_0/\hbar$ в отдельности для $K > 0$ и $K < 0$.

Для $K > 0$:

$$a) \mathbf{H} \parallel \mathbf{Z}, \quad \omega_0 = \gamma (H + H_A); \quad (2.16)$$

$$b) \mathbf{H} \perp \mathbf{Z}, \quad \omega_0 = \gamma \sqrt{H_A^2 - H^2} \text{ для } H \leq H_A; \quad (2.17)$$

$$\omega_0 = \gamma \sqrt{H(H - H_A)} \text{ для } H \geq H_A. \quad (2.18)$$

Для $K < 0$:

$$c) \mathbf{H} \parallel \mathbf{Z}, \quad \omega_0 = 0 \text{ для } H \leq |H_A|; \quad (2.19)$$

$$\omega_0 = \gamma (H - |H_A|) \text{ для } H \geq |H_A|; \quad (2.20)$$

$$d) \mathbf{H} \perp \mathbf{Z}, \quad \omega_0 = \gamma \sqrt{H(H + |H_A|)}. \quad (2.21)$$

Зависимость резонансной частоты от намагничивающего поля, выражаемая формулами (2.16) — (2.21), представлена схематически на рис. 2.

Равенство нулю энергетической щели для возбуждения спиновых волн в случае (2.19) связано с вырождением энергии одноосного ферромагнетика по азимутальному углу φ для вектора намагниченности. Это вырождение снимается при учете в гамильтониане членов анизотропии более высокого порядка (четвертого

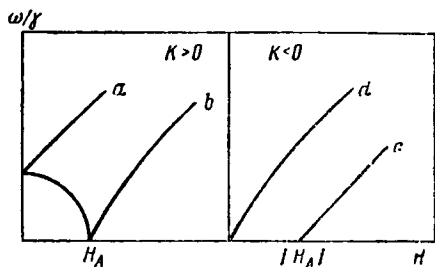


Рис. 2

порядка — для тетрагональных кристаллов и шестого порядка — для гексагональных кристаллов).

Заметим, что формулы (2.16) — (2.21) для резонансной частоты при данном рассмотрении относятся к случаю $T = 0^\circ \text{K}$.

¹ Последнее связано с тем обстоятельством, что для сферы энергия размагничивающих полей в условиях однородной намагниченности равна $\frac{1}{2} \frac{4\pi}{3} (M_x^2 + M_y^2 + M_z^2) = \text{const}$ и поэтому не влияет на частоту колебаний.

Однако легко понять, что они имеют тот же самый вид и при любой конечной температуре T , если под H_A подразумевать поле анизотропии, соответствующее этой температуре¹.

§ 2. Спонтанная намагниченность и восприимчивость парапроцесса ферромагнетика

Рассмотрение конкретных задач мы начнем с расчета зависимости намагниченности ферромагнетика от температуры и внешнего поля в условиях магнитного насыщения. Под состоянием насыщения понимают такое однодоменное состояние ферромагнетика, когда намагниченность во всем объеме образца параллельна намагничивающему полю. Для достижения насыщения в общем случае необходимо приложить достаточно сильное магнитное поле, превосходящее по величине размагничивающие поля и поле магнитной анизотропии. При этом намагниченность насыщения $M = M(T, H)$, измеренная в этих условиях, иногда отождествляют со спонтанной намагниченностью $M_s = M_s(T)$ (т. е. с намагниченностью, которая должна быть получена путем экстраполяции M к $H = 0$). Тем самым как бы пренебрегают намагниченностью парапроцесса, создаваемой самим магнитным полем за счет частичного подавления спиновых волн. Задача настоящего параграфа заключается в том, чтобы более детально, чем это обычно делается, обсудить роль парапроцесса.

Восприимчивость парапроцесса была рассчитана в работе Хольштейна и Примакова [43]. Однако ввиду того, что в этом расчете принималась во внимание магнитостатическая (диполь-дипольная) энергия, то вычисления и полученные результаты были весьма громоздкими. Кроме того, не были ясно определены пределы применимости этих результатов. Мы рассмотрим один важный частный случай, для которого

$$H \gg 4\pi M_0, |H_A|. \quad (2.22)$$

так что можно пренебречь и магнитостатической энергией и энергией анизотропии. В этом случае энергия спиновых волн имеет хорошо известный «блеховский» вид²

$$\epsilon_k = Ik^2 + \mu H; \quad \left(I = \frac{2\mu}{M_0} B \right). \quad (2.23)$$

¹ Т. е. в формулах (2.16) — (2.21) необходимо произвести замену

$$H_A \rightarrow H_A(T) = \frac{2K(T)}{M(T)},$$

где $K(T)$ и $M(T)$ представляют собой соответственно константу анизотропии и намагниченность насыщения при температуре T .

² Приведенные ниже результаты относятся к кристаллам любой сингонии, поэтому мы не учитываем в (2.23) анизотропию B , имея в виду, что если эта анизотропия существует, то в конечных результатах она сводится просто к тому, что вместо B появляется некоторое эффективное значение этого параметра (см. ниже, стр. 39).

Мы выпишем сперва общие соотношения для расчета намагниченности системы, энергетический спектр которой характеризуется выражением (2.5). Термодинамический потенциал этой системы можно представить в виде

$$\Omega = \mathcal{H}_0 + \Delta\mathcal{H}_0 + \kappa T \sum_k \ln(1 - e^{-\epsilon_k/\kappa T}). \quad (2.24)$$

Средняя намагниченность в направлении α ($\alpha = X, Y, Z$) определяется соотношениями

$$M_\alpha(T, H) = -\frac{1}{V} \frac{\partial \Omega}{\partial H_\alpha} = M_\alpha(0, H) - \Delta M_\alpha(T, H), \quad (2.25)$$

$$M_\alpha(0, H) = -\frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial H_\alpha} (\mathcal{H}_0 + \Delta\mathcal{H}_0), \quad (2.26)$$

$$\Delta M_\alpha(T, H) = \frac{1}{V} \sum_k \frac{\partial \epsilon_k}{\partial H_\alpha} \bar{n}_k, \quad (2.27)$$

где

$$\bar{n}_k = (e^{\epsilon_k/\kappa T} - 1)^{-1} \quad (2.28)$$

— бозе-функция распределения спиновых волн.

В рассматриваемом случае больших полей (2.22) для намагниченности насыщения при $T = 0^\circ \text{K}$ имеем ¹

$$M(0, H) \simeq M_0. \quad (2.29)$$

Ее изменение в зависимости от температуры и поля согласно (2.27) и (2.23) выражается формулой

$$\Delta M(T, H) = \frac{\mu}{V} \sum_k \bar{n}_k,$$

которая после перехода к интегрированию принимает вид

$$\Delta M(T, H) = \frac{\mu \Gamma(3/2)}{4\pi^2} \left(\frac{\kappa T}{I}\right)^{3/2} F_{3/2}(h), \quad (2.30)$$

¹ Вообще говоря, энергия нулевых колебаний приводит к зависимости M от поля даже при температуре абсолютного нуля. Например, при намагничивании вдоль легкой оси при условии (2.22) вместо (2.29), согласно Хольштейну и Примакову, должно получиться более точное выражение вида

$$M = M_0 - \frac{M}{2} \left(\frac{2\pi\mu M_0}{I}\right)^{3/2} \left(\frac{2\pi M_0}{H}\right)^{1/2}. \quad (2.29')$$

Однако зависящий от поля второй член в этом выражении, при условии (2.22) и для не очень низких температур, таких, что $\kappa T \gg 2\pi\mu M_0$, всегда мал по сравнению с зависящей от поля частью намагниченности, связанной с тепловым движением [ср. формулы (2.29') и (2.35)].

где $h = \mu H / \kappa T$. Функция $F_{\sigma, \kappa}(h)$ представляет собой интеграл

$$F_{\sigma}(h) = \frac{1}{\Gamma(\sigma)} \int_0^{\infty} \frac{x^{\sigma-1}}{e^{x+h} - 1} dx \quad (2.31)$$

при $\sigma = \frac{3}{2}$.

Интегралы вида (2.31) изучены и протабулированы в работах [45], так что функциональную зависимость $\Delta M(T, H)$ можно представить графически в общем виде с необходимой степенью точности. В то же время функция $F_{\sigma}(h)$ может быть представлена в виде ряда по степеням h :

$$F_{\sigma}(h) = \Gamma(1 - \sigma) h^{\sigma-1} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \zeta(\sigma - n) h^n, \quad (2.32)$$

где $\zeta(x)$ — функция Римана, а $\Gamma(x)$ — гамма-функция¹.

В частности:

$$F_{3/2, \kappa}(h) = \zeta(3/2) (1 - 1,36 h^{1/2} + 0,56 h - 0,04 h^2 + 0,0016 h^3 - \dots). \quad (2.33)$$

Такое разложение позволяет выделить из намагниченности при данной температуре T спонтанную намагниченность, получаемую путем экстраполяции к $H = 0$ (причем закон экстраполяции определяется формулой (2.33)), а также намагниченность парапроцесса, определяемую разностью

$$F_{3/2, \kappa}(h) - F_{3/2, \kappa}(0).$$

Пусть теперь

$$\kappa T \gg \mu H, \text{ т. е. } h \ll 1. \quad (2.34)$$

Тогда вместо (2.30) можно приближенно написать

$$\Delta M(T, H) = 0,06 \mu \left(\frac{\kappa T}{T} \right)^{3/2} \left[1 - 1,36 \left(\frac{\mu H}{\kappa T} \right)^{1/2} \right]. \quad (2.35)$$

Например, при $H = 10^4$ э и $T = 10^\circ$ К ($h \sim 0,1$) второй член в (2.35) составляет более 40% от первого. Таким образом, даже при условии (2.34) парапроцесс может существенным образом влиять на температурную зависимость намагниченности насыщения.

Явление парапроцесса принято описывать восприимчивостью

¹ Очень полезным является также следующее свойство функции $F_{\sigma}(h)$:

$$\frac{\partial^n F_{\sigma}(h)}{\partial h^n} = (-1)^n F_{\sigma-n}(h).$$

парапроцесса $\chi_p = \frac{\partial}{\partial H} M(T, H)$. Для последней легко получить следующее общее выражение:

$$\chi_p = \frac{\mu^2 \Gamma^{(3/2)} (\kappa T)^{3/2}}{4\pi^2 \kappa T} F_{1/2}(h). \quad (2.36)$$

При выполнении условия (2.34) получаем более простое соотношение

$$\chi_p = 2,68 \cdot 10^{-18} \left(\frac{\mu}{T} \right)^{3/2} \frac{T}{\sqrt{H}}. \quad (2.37)$$

Это соотношение, устанавливающее прямую пропорциональность восприимчивости парапроцесса $H^{-1/2}$, было экспериментально подтверждено Роде и Гофманом [46] на ферромагнитных сплавах никель — медь.

По нашему мнению, прецизионное измерение χ_p в зависимости от поля и температуры могло бы служить еще одним независимым способом экспериментального определения параметра обменной связи I . Наиболее благоприятные условия для измерений — монокристаллические образцы, намагничиваемые вдоль легкой оси. Весьма важно, что параметр I здесь может быть найден не только из кривой $\chi_p = \chi_p(T)$, снятой при постоянном значении H , но также и из кривой $\chi_p = \chi_p(H)$, полученной при постоянной температуре T .

§ 3. Кривая намагничивания вдоль трудного направления

В качестве другого примера применения полученного энергетического спектра исследуем температурную зависимость кривой намагничивания одноосного однодоменного ферромагнетика в направлении осей трудного намагничивания. Другими словами, мы должны найти функцию

$$M_H = M_x(T, H) \text{ при } K > 0 \text{ или } M_H = M_z(T, H) \text{ при } K < 0.$$

Рассмотрим снова область не очень низких температур, таких, что

$$\kappa T \gg \mu H, \mu H_A, 4\pi \mu M_0. \quad (2.38)$$

При этих условиях расчет по формулам (2.25) — (2.27) дает следующий общий результат в обоих интересующих нас случаях:

$$M_H \simeq M_0 \frac{H}{H_A} \left(1 + \frac{\mu}{M_0 V} \sum_k \bar{n}_k \right) \text{ для } H \leq H_A, \quad (2.39)$$

$$M_H \simeq M_0 \left(1 - \frac{\mu}{M_0 V} \sum_k \bar{n}_k \right) \text{ для } H \geq H_A. \quad (2.40)$$

Здесь $\Sigma \bar{n}_k$ — полное число спиновых волн при температуре T , которое, если пренебрегать парапроцессом, при условии (2.38) определяется соотношением вида

$$\frac{1}{V} \Sigma \bar{n}_k \simeq 0,06 \frac{(\kappa T)^{3/2}}{I_{\perp} \sqrt{I_z}}, \quad (2.41)$$

где $I_{\perp, z} = \frac{2\mu}{M_0} B_{\perp, z}$.

Легко видеть, что формула (2.39) приводит к значению $M_H > M_0$ при H , достаточно близком к H_A , а это противоречит одному из исходных предположений теории (1.1). Кроме того, при $H = H_A$ намагниченность претерпевает скачок, что также лишено какого-либо физического основания. Эти трудности на самом деле кажущиеся. Дело в том, что величина H_A представляет собой поле насыщения, соответствующее абсолютному нулю температуры. Для того чтобы найти величину поля насыщения при конечной температуре T , необходимо рассчитать, как изменяется в зависимости от H равновесное направление вектора средней намагниченности, т. е. угол θ , именно для этой температуры¹.

Последнее можно сделать из условия минимума термодинамического потенциала Ω (2.24), варьируя его по углу θ . При этом для \mathcal{H}_0 и ϵ_k мы должны, очевидно, взять их общие выражения (2.2) и (2.7) с учетом (2.4), определяющие зависимость этих величин от θ . В результате вместо (2.10) и (2.13) мы получим соотношения следующего вида:

При $K > 0$, $H \perp Z$

$$\sin \theta = \frac{H}{H_A^T} \text{ для } H \leq H_A^T \text{ и } \sin \theta = 1 \text{ для } H \geq H_A^T; \quad (2.42)$$

при $K < 0$, $H \parallel Z$

$$\cos \theta = \frac{H}{|H_A^T|} \text{ для } H \leq |H_A^T| \text{ и } \cos \theta = 1 \text{ для } H \geq H_A^T, \quad (2.43)$$

где

$$H_A^T = H_A \left(1 - 2 \frac{\mu}{M_0 V} \sum_k \bar{n}_k \right). \quad (2.44)$$

Таким образом, величина магнитного поля, при котором происходит магнитное насыщение (т. е. намагниченность становится параллельной намагничивающему полю), оказывается зависящей от температуры, уменьшаясь с ее ростом. При этом формулы (2.39) и (2.40) для температурной зависимости остаются полностью справедливыми; необходимо только учитывать, что первая из них пере-

¹ Для абсолютного нуля угол θ определяется формулами (2.10) или (2.13).

ходит во вторую не при $H = H_A$, а при $H = H_A^T$. С помощью H_A^T эти формулы можно представить в более простом виде:

$$M_H = M \frac{H}{H_A^T} \quad \text{для} \quad H \leq H_A^T \quad (2.45)$$

и

$$M_H = M \quad \text{для} \quad H \geq H_A^T, \quad (2.46)$$

где

$$M = M_0 \left(1 - \frac{\mu}{M_0 V} \Sigma \bar{n}_k \right) \quad (2.47)$$

— намагниченность насыщения при данной температуре T^1 . На рис. 3 схематически представлены кривые намагничивания в трудном направлении для $T = 0^\circ \text{K}$ и $T > 0^\circ \text{K}$.

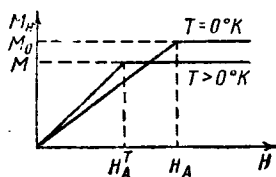


Рис. 3

Заметим, что формула (2.44) фактически определяет температурную зависимость константы анизотропии, так как ее можно переписать следующим образом:

$$K(T) = K(0) \left(1 - 3 \frac{\mu}{M_0 V} \Sigma \bar{n}_k \right), \quad (2.48)$$

где $K(T) = 1/2 M H_A^T$ и $K(0) \equiv K$. Используя формулу (2.47), температурное изменение константы анизотропии $\Delta K(T) = K(0) - K(T)$ можно выразить через изменение намагниченности насыщения $\Delta M = M(0) - M(T)$:

$$\frac{\Delta K(T)}{K(0)} = 3 \frac{\Delta M(T)}{M(0)}. \quad (2.49)$$

Благодаря условию $\Delta M(T) \ll M(0)$, этому соотношению может быть придан вид

$$\frac{K(T)}{K(0)} = \left[\frac{M(T)}{M(0)} \right]^3, \quad (2.50)$$

который находится в соответствии с известным законом Акулова — Зинера [47, 48] (см. гл. 3).

Подчеркнем еще раз, что приведенные выше простые соотношения для температурной зависимости намагниченности, а также константы анизотропии справедливы лишь в области не очень низких температур, определяемой условием (2.38). Поскольку обычно H_A и $4\pi M_0$ лежат в пределах $10^3 \div 10^4$ э, то эта область ограничена

¹ Легко видеть, что поле насыщения $H = H_A^T$ при данной температуре по самому его смыслу может быть также найдено из условия равенства правых частей формул (2.39) и (2.40).

снизу температурами порядка $0,1 \div 1^\circ \text{K}$. Характерно, что при условии (2.38) магнитостатическая энергия ферромагнетика не оказывает существенного влияния на его термодинамические свойства. Этот результат для намагниченности насыщения $M(T, H)$ был получен еще в работе Хольштейна и Примакова [43]¹. Расчет температурной зависимости M для других возможных предельных случаев был проведен Кагановым и Цукерником [49, 17].

§ 4. Температурная зависимость намагниченности диспрозия

Мы рассмотрим еще один частный случай, отличный от (2.38), который, по-видимому, реализуется и на практике. Пусть константа анизотропии K отрицательна и настолько велика, что в рассматриваемой области температур

$$4\pi M_0 \ll \kappa T \ll \mu |H_A|. \quad (2.51)$$

Найдем для этого случая температурную зависимость спонтанной намагниченности. Поскольку ось легкого намагничивания расположена здесь в базисной плоскости, при расчете $\Delta M_s(T)$ необходимо использовать для энергии спиновой волны выражение (2.14). С учетом (2.51) из этого выражения легко получить

$$\left. \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial H} \right|_{H=0} \simeq \mu \frac{|H_A|}{2\varepsilon_k} \quad (2.52)$$

и

$$\varepsilon_k |_{H=0} \simeq \sqrt{I_k \mu |H_A|}. \quad (2.53)$$

Так как $I_k \sim k^2$, то закон дисперсии для ε_k в данном случае оказывается не квадратичный, а линейный. В результате, используя соотношения (2.27), находим

$$\Delta M_s(T) = \frac{1}{24} \mu \sqrt{\frac{I_z}{\mu |H_A|} \frac{(\kappa T)^2}{I_\perp I_z}}. \quad (2.54)$$

Пропорциональность температурного изменения спонтанной намагниченности T^2 наблюдается в некоторых редкоземельных переходных металлах — диспрозии, эрбии и гольмии [50]. Эти металлы в ферромагнитной области имеют отрицательную и очень большую константу анизотропии. Например, для диспрозия K по порядку величины равна 10^8 эрг/см^3 , так что $\mu |H_A| \sim 10^2 \text{ }^\circ\text{K}$. Так как диспрозий ферромагнетик ниже 85°K , то мы имеем здесь дело со случаем, рассмотренным выше.

¹ Тем не менее, как показано в той же работе [43], магнитостатическая энергия может быть важна при рассмотрении восприимчивости парапроцесса ферромагнетика, когда не выполняется условие (2.22).

Намагниченность диспрозия вдоль гексагональной оси линейно растет с полем H вплоть до самых высоких полей, применявшихся на практике ($\sim 10^4$ э). Представляется интересным рассчитать температурную зависимость магнитной восприимчивости в этом направлении. Соответствующая этому случаю ($K < 0$, $H \parallel Z$) энергия спиновых волн определяется выражением (2.12), из которого при условии (2.51) находим

$$\frac{\partial \epsilon_k}{\partial H} \simeq -\mu \frac{\epsilon_k}{|\mu H_A|} \frac{H}{|H_A|} \quad (2.55)$$

и снова

$$\epsilon_k \simeq \sqrt{I_k |\mu H_A|}.$$

Изменение магнитной восприимчивости в зависимости от температуры, определенное с помощью формулы (2.27), равно

$$\Delta \chi_z = \frac{\Delta M_z}{H} = -\frac{\pi^2}{30} \frac{\mu}{|H_A|} \left(\frac{I_z}{|\mu H_A|} \right)^{1/2} \frac{(\kappa T)^4}{I_{\perp} I_z (\mu H_A)^2}. \quad (2.56)$$

Таким образом, восприимчивость диспрозия (или другого аналогичного ферромагнетика) вдоль оси кристалла должна увеличиваться с температурой, как T^4 . Желательно было бы проверить этот вывод экспериментально.

Нетрудно также показать, что часть теплоемкости ферромагнетика C_s , связанная с возбуждением спиновых волн, из-за линейности закона дисперсии для последних должна в данном случае изменяться с температурой пропорционально T^3 , аналогично фоновой теплоемкости и в отличие от обычных ферромагнетиков, для которых, как известно [17], $C_s \sim T^{3/2}$. Можно составить следующее соотношение, связывающее все три рассмотренные величины — M_s , χ_z и C_s :

$$\frac{C_s}{T \chi_z} = \frac{16\pi^2}{5} \left(\frac{\kappa}{\mu} \right)^2 \frac{M_s(0) - M_s(T)}{M_s(0)}.$$

Отметим в заключение, что существование нулевой энергии спиновых волн (2.6) в общем случае вносит поправку в энергию основного состояния ферромагнетика и, следовательно, в его намагниченность при $T = 0^\circ \text{K}$. Появление отличной от нуля величины $\Delta \mathcal{H}_0$ обусловлено магнитостатическим взаимодействием, а также энергией магнитной анизотропии. Как показано в работе [43] и уже отмечалось нами выше (см. сноску на стр. 36), магнитостатическая энергия через $\Delta \mathcal{H}_0$ дает поправку к намагниченности, малую не только по сравнению с M_0 , но также, если выполняется условие $4\pi\mu M_0 \ll \kappa T$, и по сравнению с $\Delta M(T, H)$.

Аналогичным образом можно показать [40], что энергия нулевых колебаний $\Delta \mathcal{H}_0$, связанная с силами магнитной кристаллогра-

фической анизотропии, дает поправку к намагниченности, относительное значение которой (по отношению к намагниченности, связанной с \mathcal{H}_0) в самом благоприятном случае составляет величину порядка H_A/H_E , где $H_E = 1/\mu a^2 \sim \kappa \Theta_c/\mu$ — эффективное поле обменных сил и a — межатомное расстояние (см. приложение Б). Поскольку обычно $H_A/H_E \sim 10^{-4} \div 10^{-2}$, то указанная поправка, как правило, мала. Она мала также и по сравнению с температурным изменением намагниченности, если $\kappa T \gg \mu |H_A|$. Кроме того, как уже указывалось выше, квантовые поправки несутривальны в классическом предельном случае для больших атомных спинов $S \gg 1$. Можно считать, что последний случай имеет место для диспрозия, для которого $S = 5$.

Температурная зависимость магнитной кристаллографической анизотропии и магнитострикции ферромагнетиков

Подобно тому, как вопрос о температурной зависимости спонтанной намагниченности ферромагнетика явился одним из критериев, на котором были проверены представления об обменной (спиновой) природе ферромагнетизма, проблема температурной зависимости констант магнитной анизотропии и магнитострикции может иметь решающее значение для проверки основных наших представлений о природе собственно магнитных явлений в ферромагнетиках, ответственными за которые принято считать силы релятивистского происхождения.

Акулов [47], а затем Зинер [48] развили классическую теорию температурной зависимости констант магнитной анизотропии, не зависящую от природы сил, вызывающих анизотропию. Они исходили из предположения, что в кристалле можно выделить области ближнего порядка магнитных моментов около каждого атома, внутри которых локальные константы анизотропии не зависят от температуры. Локальные мгновенные намагниченности этих областей благодаря тепловому движению некоторым хаотическим образом распределены по направлениям, создавая определенную результирующую среднюю намагниченность всего кристалла. Усредняя феноменологические выражения для локальной энергии анизотропии по всем возможным ориентациям намагниченности указанных областей, удалось получить среднюю (свободную) энергию кристалла, в которую вместо локальных намагниченностей и локальных констант анизотропии входили уже их средние макроскопические значения. При этом макроскопические константы N -порядка оказались связанными следующим общим соотношением со средней намагниченностью кристалла при температуре T :

$$\frac{K_N(T)}{K_N(0)} = \left[\frac{M(T)}{M(0)} \right]^{N(2N+1)}. \quad (3.1)$$

Порядком N константы анизотропии K_N мы называем здесь число, равное половине степени инварианта (из компонент M), при котором стоит K_N (напомним, что энергия анизотропии должна содержать лишь четные степени намагниченности). В формуле (3.1) $K_N(T)$ и $K_N(0)$ — константы анизотропии, а $M(T)$ и $M(0)$ — намаг-

ниченность кристалла соответственно для температур T и абсолютного нуля. Существенное предположение, которое в этой теории принималось, заключается в том, что именно $K_N(0)$ и $M(0)$ рассматривались как локальные значения константы анизотропии и модуля намагниченности.

Имеется большое количество работ, в которых температурная зависимость констант анизотропии рассматривается с точки зрения определенных модельных теорий. Карр [56] показал, что фактически тот же самый результат (3.1) можно получить в приближении теории молекулярного поля. В работе Тябликова и Гусева [51], Пала [52], Кеффера [53], Касуя [54], Потапкина [55] и других этот вопрос исследовался на основе микроскопической теории спиновых волн. Результаты этих работ для первой ($N = 1$) и второй ($N = 2$) констант анизотропии одноосных и кубических кристаллов также приближенно согласуются с формулой (3.1), согласно которой $K_1 \sim M^3$ и $K_2 \sim M^{10}$. Эксперимент, однако, не подтверждает такую простую и универсальную температурную зависимость этих констант. Например, константа K_2 в ряде кубических ферритов изменяется с температурой намного медленнее, чем этого требует «закон M^{10} ». Длительное время считали, что пропорциональность K_2 десятой степени намагниченности хорошо выполняется для железа. Однако в последних экспериментальных работах [57] получили другой результат — $K_2 \sim M^4$ или M^5 . Наоборот, для никеля с понижением температуры K_2 растет значительно быстрее, чем это дает «закон M^{10} ». Следовательно, необходим расчет температурной зависимости констант магнитной кристаллографической анизотропии ферромагнетиков для области низких температур на основе феноменологической теории спиновых волн, базирующейся лишь на соображениях симметрии и основных представлениях о природе ферромагнетизма и магнитной анизотропии. Этому вопросу и посвящена в основном настоящая глава.

Кроме того, будет рассмотрена температурная зависимость магнитной анизотропии, связанной с магнестрикцией, а также температурная зависимость магнестрикционных деформаций ферромагнитного кристалла.

§ 1. Спектр спиновых волн и свободная энергия магнитной анизотропии

Феноменологический гамильтониан анизотропного ферромагнетика в общем случае можно представить в виде ¹

$$\mathcal{H} = \int \mathcal{H}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (3.2)$$

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}) = B_{\beta\delta} \frac{\partial m_\alpha}{\partial r_\beta} \frac{\partial m_\alpha}{\partial r_\delta} + K_{n_1 n_2 n_3} m_x^{n_1} m_y^{n_2} m_z^{n_3} - M_0(m\mathbf{H}). \quad (3.3)$$

¹ Мы не учитываем магнестатстическую энергию, так как будем рассматривать область температур $kT \gg 4\pi M_0$, в которой эта энергия несущественна.

Здесь $\alpha, \beta, \dots \equiv x, y, z$; n_1, n_2, n_3 — целые числа, такие, что $n_1 + n_2 + n_3 = 2N$ — четное число; по дважды встречающимся индексам производится суммирование. Второй член в (3.3) дает энергию магнитной кристаллографической анизотропии, записанную в виде разложения по возрастающим степеням компонент намагниченности. Набор отличных от нуля констант анизотропии K_{n_1, n_2, n_3} порядка $N = \frac{1}{2} (n_1 + n_2 + n_3)$ (а также число различных обменных параметров $B_{\beta\delta}$) определяется симметрией кристалла.

Вычисляя спектр собственных значений энергии системы методом, описанным в § 2 главы 1 (см. также приложение А), приходим снова к выражению вида (2.5). При этом в данном случае

$$\mathcal{H}_0 = K_{n_1, n_2, n_3} \alpha_x^{n_1} \alpha_y^{n_2} \alpha_z^{n_3} - M_0 (\alpha H), \quad (3.4)$$

а $\Delta \mathcal{H}_0$ в соответствии с выводом, полученным в приложении Б, положим равной нулю; α — единичный вектор равновесной намагниченности ($\alpha \equiv m_0$). Что же касается энергии спиновых волн ϵ_k , то мы выпишем ее лишь для таких спиновых волн, которые влияют на термодинамические свойства ферромагнетика в области температур, где

$$\kappa T \gg \frac{\mu K_N}{M_0}, \mu H. \quad (3.5)$$

Для этих спиновых волн ¹

$$\begin{aligned} \epsilon_k = \frac{\mu}{M_0} \left\{ 2B_{\alpha\beta} k_\alpha k_\beta + M_0 (\alpha H) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \sum_N [2N(2N+1) - \Delta_\alpha] f_N(0) \right\}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

где $\Delta_\alpha = \frac{\partial^2}{\partial \alpha_x^2} + \frac{\partial^2}{\partial \alpha_y^2} + \frac{\partial^2}{\partial \alpha_z^2}$, а через $f_N(0)$ мы обозначили однородный полином степени $2N$:

$$f_N(0) = \sum_{(n_1+n_2+n_3=2N)} K_{n_1, n_2, n_3} \alpha_x^{n_1} \alpha_y^{n_2} \alpha_z^{n_3}. \quad (3.7)$$

Первый член в (3.4), представляющий собой энергию магнитной анизотропии при 0°K , через $f_N(0)$ переписывается в виде

$$F_A(0) = \sum_N f_N(0). \quad (3.8)$$

¹ Полное выражение для ϵ_k имеет вид (2.7), причем обменная энергия входит лишь в α_k . Так как при условии (3.5) основной вклад в среднюю энергию спиновых волн ($\epsilon_k \sim \kappa T$) вносит именно обменное взаимодействие, то $\alpha_k \gg |\beta_k|$ и $\epsilon_k \approx \alpha_k$. В этом приближении и записано выражение (3.6).

Энергия спиновой волны, согласно (3.6), состоит последовательно из следующих трех частей: обменной энергии, энергии во внешнем магнитном поле и, наконец, энергии, связанной с силами магнитной анизотропии. Условие (3.5) фактически означает, что наши результаты будут справедливы лишь в области температур, в которой первый обменный член в (3.6) велик по сравнению с остальными. Этим самым мы исключаем из рассмотрения область очень низких температур вблизи абсолютного нуля ($T \lesssim 0,1 \div 1^\circ \text{K}$).

Зная энергетический спектр системы (2.5), с учетом (3.4) и (3.6), можно определить ее термодинамический потенциал (2.24). Выделяя в последнем часть, зависящую от направления α по отношению к кристаллографическим осям, с учетом условия (3.5) и для полей H , достаточно больших, чтобы имело место насыщение ($\alpha H \approx H$), получаем свободную энергию анизотропии при температуре T :

$$F_A(T) = \sum_N \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta M(T)}{M_0} [2N(2N+1) - \Delta_\alpha] \right\} f_N(0). \quad (3.9)$$

В этой формуле мы выразили часть свободной энергии анизотропии, зависящую от температуры, через температурное изменение намагниченности насыщения:

$$\Delta M(T) = M_0 - M(T) = \frac{\mu}{V} \sum \bar{n}_k.$$

§ 2. Случай кубических и одноосных кристаллов

Рассмотрим сначала кристаллы кубической симметрии. Известно (Виглин [58]), что для этих кристаллов энергия анизотропии содержит по одному независимому инварианту от второго до пятого порядка (т. е. для $N = 2, 3, 4$ и 5)¹. В качестве таких инвариантов можно, в частности, взять выражения вида $\alpha_x^{2N} + \alpha_y^{2N} + \alpha_z^{2N}$. При этом для $f_N(0)$ имеем

$$f_N(0) = K_N(0) (\alpha_x^{2N} + \alpha_y^{2N} + \alpha_z^{2N}). \quad (3.10)$$

Легко видеть, что в данном случае

$$\sum_N \Delta_\alpha f_N(0) = 2 \sum_N (N+1)(2N+1) \frac{K_{N+1}(0)}{K_N(0)} f_N(0).$$

Используя это равенство, вместо (3.9) получаем

$$F_A(T) = \sum_N \left\{ 1 - \frac{\Delta M}{M_0} (2N+1) \left[N - (N+1) \frac{K_{N+1}(0)}{K_N(0)} \right] \right\} f_N(0). \quad (3.11)$$

¹ Для $N = 1$ мы имеем тривиальный инвариант $\alpha_x^2 + \alpha_y^2 + \alpha_z^2 = 1$.

Следовательно,

$$F_A(T) = \sum_N f_N(T), \quad (3.12)$$

где

$$f_N(T) = K_N(T) (\alpha_x^{2N} + \alpha_y^{2N} + \alpha_z^{2N}), \quad (3.13)$$

а

$$K_N(T) = K_N(0) \left\{ 1 - \frac{\Delta M}{M_0} (2N + 1) \left[N - (N + 1) \frac{K_{N+1}(0)}{K_N(0)} \right] \right\} \quad (3.14)$$

является искомой константой анизотропии N -го порядка при температуре T .

Вместо формулы (3.14) можно написать следующее соотношение между $K_N(T)$ и $M(T)$:

$$\frac{K_N(0) - K_N(T)}{K_N(0)} = P_N \frac{M(0) - M(T)}{M(0)}, \quad (3.15)$$

где

$$P_N = (2N + 1) \left[N - (N + 1) \frac{K_{N+1}(0)}{K_N(0)} \right] \quad (3.16)$$

и $M(0) \equiv M_0$.

Заметим, что рекуррентная формула (3.14) [или эквивалентная ей (3.15)], справедливая до $N = 5$ для кубических кристаллов, годится также и для одноосных кристаллов, если для них в энергии анизотропии существенны только члены вида

$$f_N = K_N \alpha^{2N}, \quad (3.17)$$

не учитывающие анизотропию в базисной плоскости.

При другом выборе инвариантов¹, описывающих анизотропию, получаются и другие соотношения между $K_N(T)$ и $M(T)$, причем в общем случае нет возможности составить какую-либо рекуррентную формулу, аналогичную (3.14). Так, например, в случае кристаллов кубической симметрии для анализа экспериментальных данных чаще используется вместо (3.13) другой набор независимых инва-

¹ Неоднозначность записи свободной энергии магнитной анизотропии связана с условием $\alpha_x^2 + \alpha_y^2 + \alpha_z^2 = 1$, благодаря которому все возможные инварианты, допускаемые симметрией кристалла, не являются независимыми. Поэтому, используя это равенство, мы можем исключать из рассмотрения те или иные инварианты.

риантов, а именно, свободная энергия анизотропии обычно [59] записывается в виде

$$F_A = K'_2 (\alpha_x^2 \alpha_y^2 + \alpha_x^2 \alpha_z^2 + \alpha_y^2 \alpha_z^2) + K'_3 \alpha_x^2 \alpha_y^2 \alpha_z^2 + \\ + K'_4 (\alpha_x^2 \alpha_y^2 + \alpha_x^2 \alpha_z^2 + \alpha_y^2 \alpha_z^2)^2. \quad (3.18)$$

Применяя формулу (3.9) к конкретному выражению (3.18), нетрудно найти, что в этом случае для констант K'_N также будет справедливо соотношение вида (3.15) с тем, однако, отличием, что теперь коэффициенты P_N не выражаются одной общей формулой (3.16), а имеют следующие частные значения:

$$P_2 = 10 - \frac{K'_3(0) + 8K'_4(0)}{K'_2(0)}, \quad P_3 = 21 - \frac{12K'_4(0)}{K'_3(0)}, \quad P_4 = 36 - \dots \quad (3.19)$$

Этот результат может быть получен непосредственно из формул (3.15) и (3.16), если учесть, что фигурирующие в них константы K_N ($N = 2, 3, 4$) следующим образом связаны с константами K'_N , входящими в выражение (3.18):

$$K_2 = -\frac{1}{2}(K'_2 + K'_3), \quad K_3 = \frac{1}{3}(K'_3 - 2K'_4), \quad K_4 = \frac{1}{2}K'_4. \quad (3.20)$$

Аналогичный перерасчет может быть сделан для одноосных (гексагональных) кристаллов, для которых чаще вместо (3.17) используется энергия анизотропии в виде

$$F_A = K'_1 (\alpha_x^2 + \alpha_y^2) + K'_2 (\alpha_x^2 + \alpha_y^2)^2 + \dots, \quad (3.21)$$

причем в данном случае

$$K_1 = -(K'_1 + 2K'_2), \quad K_2 = K'_2. \quad (3.22)$$

Используя (3.14) и (3.22), для констант K'_N снова получаем выражение (3.15), в котором теперь

$$P_1 = 3 - 8 \frac{K'_2(0)}{K'_1(0)}, \quad P_2 = 10 - \dots \quad (3.23)$$

Полученные выше результаты показывают, что в случае общепринятых способов представления свободной энергии анизотропии температурная зависимость констант анизотропии определяется не только их порядком, но также и величиной (и знаком) отношения последующих констант к предыдущим при абсолютном нуле тем-

пературы¹. Так, например, первая и вторая константы (т. е. K'_2 , K'_3 в кубических и K'_1 , K'_2 в гексагональных кристаллах) даже при комнатной температуре часто имеют одинаковый порядок величины, причем вторая константа с понижением температуры растет быстрее, чем первая [61].

При существующих экспериментальных методиках измерения констант магнитной анизотропии выделение последующих констант на фоне предыдущих сопряжено с большими трудностями, а результаты мало достоверны [60]. Поэтому анализ экспериментальных данных по температурной зависимости констант на основе теоретических соотношений вида (3.15) в настоящее время оказывается весьма затруднительным даже для первых констант. Например, для кубических кристаллов, согласно (3.19), в коэффициент P_2 , определяющий быстроту изменения с температурой $K'_2(T)$, входит не только вторая константа $K'_3(0)$, но и третья $K'_4(0)$ и, вообще говоря, константы еще более высоких порядков. Между тем в литературе имеются указания на то, что константу K'_4 также необходимо иногда учитывать при анализе экспериментальных данных (например, в никеле [62]). В этом отношении с теоретической точки зрения более удобна запись свободной энергии анизотропии кубических кристаллов в форме (3.12)—(3.13), при которой, согласно (3.14), в формулу для предыдущей константы входит лишь первая из последующих. Однако, если обратиться к общему выражению (3.9), определяющему температурную зависимость свободной энергии анизотропии, то можно подметить другую, еще более простую возможность, к рассмотрению которой мы и приступим.

§ 3. Разложение свободной энергии магнитной анизотропии по гармоническим инвариантам

Выражение (3.9) для свободной энергии магнитной анизотропии значительно упростилось бы, если бы однородные полиномы f_N , по которым ведется разложение F_A , удовлетворяли уравнению Лапласа

$$\Delta_a f_N = 0. \quad (3.24)$$

Такие однородные полиномы называются гармоническими.

Раскладывая энергию анизотропии по однородным гармоническим полиномам (что всегда возможно [63]), мы получим из (3.9) с учетом (3.24) выражение вида (3.12), в котором теперь

$$f_N(T) = f_N(0) \left[1 - \frac{\Delta M}{M_0} N(2N+1) \right]. \quad (3.25)$$

¹ Указание на возможность влияния последующих констант анизотропии на температурную зависимость предыдущих было дано уже в работе Зинера [48], а также рассматривалось в работах [56] и [60].

Следовательно, температурная зависимость любой константы анизотропии, представляющей собой один из коэффициентов разложения по инвариантным гармоническим полиномам («сферическим гармоникам»), должна подчиняться общему закону, не зависящему от типа симметрии кристалла и определяемому только $2N$ соответствующего полинома f_N . А именно, если

$$f_N = \sum_n \bar{K}_N^{(n)} W_{N,n}(\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z), \quad (3.26)$$

где $W_{N,n}(\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$ — независимые гармонические инварианты 1 степени $2N$, то

$$\bar{K}_N^{(n)}(T) = \bar{K}_N^{(n)}(0) \left[1 - N(2N+1) \frac{\Delta M(T)}{M_0} \right], \quad (3.27)$$

или

$$\frac{\bar{K}_N^{(n)}(0) - \bar{K}_N^{(n)}(T)}{\bar{K}_N^{(n)}(0)} = N(2N+1) \frac{M(0) - M(T)}{M(0)}. \quad (3.28)$$

Легко показать, что соотношения (3.27) и (3.28) для температурной зависимости «гармонических» констант анизотропии приближенно совпадают с формулой Акулова — Зинера (3.1) в области низких температур, когда $\Delta M \ll M_0$. Для этого необходимо в (3.1) представить $M(T)$ в виде $M(T) = M(0) - \Delta M(T)$ и оставить в правой части лишь линейный член по ΔM . Тот факт, что в формулу (3.1) входит абсолютное значение средней намагниченности кристалла, а у нас — намагниченность насыщения, связан просто с методом вывода соотношения (3.27). В приложении В, I показано, что при расчете можно не делать предположения о насыщении, и тогда указанное различие исчезнет. В том же приложении приведены примеры разложения F_A по гармоническим инвариантам для кристаллов различной симметрии.

Заметим, что упомянутые выше различные отступления температурной зависимости $K'_2(T)$ от «закона M^{10} », наблюдаемые в ряде кубических кристаллов, в принципе могут быть объяснены тем, что использовалась негармоническая форма записи (3.18) для F_A . Из формулы (3.19) видно, что может быть как $P_2 < 10$, так и $P_2 > 10$, в зависимости от соотношения величин и знаков последующих констант анизотропии и K'_2 . Поэтому при анализе экспериментальных исследований температурной зависимости магнитной кристаллографической анизотропии ферромагнетиков необходимо производить разложение свободной энергии анизотропии по гармоническим инвариантам. В этом случае как классическая теория Акуло-

¹ Индекс n вводится на тот случай, когда число независимых инвариантов степени $2N$ больше единицы.

ва — Зинера, так и феноменологическая теория спиновых волн для области низких температур дают простое универсальное соотношение (3.28), связывающее температурное изменение констант анизотропии различного порядка с температурным изменением намагниченности. Уже сейчас, по-видимому, можно сказать, что в ряде случаев это простое соотношение не выполняется [56, 57, 60]. Однако систематическая его проверка, анализ закономерностей отступления от этого закона приобретают в настоящее время принципиальное значение, так как это позволит проверить основные представления и методы современной теории ферромагнетизма, а затем и улучшить самую теорию.

§ 4. Температурная зависимость магнитоупругости

Рассмотрим ферромагнитную упругую среду, состояние которой характеризуется локальной намагниченностью $M(\mathbf{r})$ и тензором деформации $u_{\alpha\beta}(\mathbf{r})$. Благодаря явлению магнитоупругости магнитное и упругое состояния кристалла не являются независимыми.

При этом, вообще говоря, взаимно связанными оказываются не только равновесные значения намагниченности и деформации, но также и их колебания [17, 25]. В случае малых (гармонических) колебаний, которые нас будут интересовать, эта связь играет существенную роль лишь в относительно

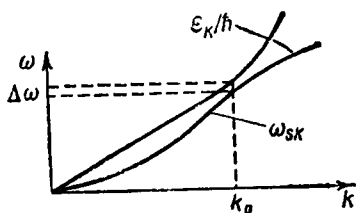


Рис. 4

небольшой области пространства квазиимпульсов k , вблизи тех значений k , для которых частота акустических колебаний ω_{sk} (s — индекс поляризации) и частота магнитных колебаний ϵ_k/\hbar (ϵ_k — энергия спиновых волн) являются вырожденными, т. е.

$$\omega_{sk} = \epsilon_k/\hbar.$$

Магнитоупругая связь «перепутывает» магнитные и акустические колебания (спиновые волны и фононы) и тем самым снимает указанное вырождение.

Этот эффект схематически представлен на рис. 4 для простейшего случая, когда $\epsilon_k = I k^2$ и $\omega_{sk} = c_s k$. Энергия расщепления $\hbar \Delta\omega$ в точке k_0 , где имело место вырождение, определяется магнитоупругим взаимодействием.

При рассмотрении термодинамических свойств ферромагнетика мы обычно интересуемся областью температур, для которых $k T \gg \gg \hbar \Delta\omega$. Последнее позволяет пренебрегать связью между магнитными и упругими колебаниями, в результате чего расчет термодинамических (температурных) свойств мы можем вести на основе энергетиче-

ческого спектра, представляющего собой совокупность двух независимых ветвей — спиновых волн и фононов. Наша задача заключается в изучении температурных изменений равновесных деформаций кристалла.

Поскольку у пружине гармонические колебания не приводят к изменению равновесных деформаций, можно независимо рассчитать изменение магнитострикционных деформаций, связанное с магнитными колебаниями.

Пусть заданы упругие напряжения, характеризуемые тензором $\sigma_{\mu\nu}$. Плотность магнитоупругой энергии ферромагнетика в общем случае с точностью до членов, линейных по компонентам тензора $\sigma_{\mu\nu}$, может быть представлена в виде

$$\mathcal{H}_{\text{му}}(r) = -\lambda_{\mu\nu; n_1 n_2 n_3} \sigma_{\mu\nu} m_x^{n_1} m_y^{n_2} m_z^{n_3} - G_{\beta\gamma\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} \frac{\partial m_\alpha}{\partial r_\beta} \frac{\partial m_\alpha}{\partial r_\gamma}. \quad (3.29)$$

Выражение (3.29) можно рассматривать как изменение энергии (3.3), вызванное упругими напряжениями, поэтому

$$G_{\beta\gamma\mu\nu} = -\frac{\partial B_{\beta\gamma}}{\partial \sigma_{\mu\nu}}, \quad \lambda_{\mu\nu; n_1 n_2 n_3} = -\frac{\partial K_{n_1 n_2 n_3}}{\partial \sigma_{\mu\nu}}. \quad (3.30)$$

Легко видеть, что добавление к гамильтониану (3.3) магнитоупругой части (3.29) следующим образом изменяет выражение (3.6) для энергии спиновой волны:

$$\epsilon_k = \left(\frac{\mu}{M_0}\right) \left\{ 2(B_{\beta\gamma} - G_{\beta\gamma\mu\nu} \sigma_{\mu\nu}) k_\beta k_\gamma + M_0 H - \frac{1}{2} \sum_N [2N(2N+1) - \Delta_\alpha] [f_N(0) - \sigma_{\mu\nu} \Phi_{\mu\nu; N}(0)] \right\}, \quad (3.31)$$

где

$$\Phi_{\mu\nu; N} = \sum_{(n_1+n_2+n_3=2N)} \lambda_{\mu\nu; n_1 n_2 n_3} \alpha_x^{n_1} \alpha_y^{n_2} \alpha_z^{n_3} \quad (3.32)$$

— однородные полиномы степени $2N$ из направляющих косинусов α_μ для равновесной намагниченности.

Мы сразу предположили здесь магнитное насыщение, положив $\alpha H = H$.

Одновременно к энергии основного состояния (3.4) необходимо добавить член вида

$$- \sum_N \sigma_{\mu\nu} \Phi_{\mu\nu; N}(0). \quad (3.33)$$

Если теперь по формуле (2.24) записать термодинамический потенциал Ω , то из него можно найти компоненты тензора магнито-стрикционных деформаций:

$$u_{\mu\nu} = - \left. \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma_{\mu\nu}} \right|_{\sigma_{\mu\nu}=0} = \sum_N \left\{ 1 - \frac{\Delta M}{2M_0} [2N(2N+1) - \Delta_\alpha] \right\} \varphi_{\mu\nu; N}(0) + \\ + 2 \frac{\mu}{M_0} \sum_k G_{\beta\gamma\mu\nu} k_\beta k_\gamma (e^{-\varepsilon_k \cdot T} - 1)^{-1}. \quad (3.34)$$

Первая сумма в (3.34) представляет собой анизотропную магнито-стрикцию, обуславливающую зависимость линейных размеров и формы ферромагнитного образца от направления намагниченности; вторая дает изотропную магнито-стрикцию, приводящую к добавочной зависимости объема ферромагнитного образца от температуры по сравнению с неферромагнитным (спонтанная объемная магнито-стрикция или термострикция), а также к зависимости объема от величины намагничивающего поля в области парапроцесса (магнито-стрикция парапроцесса).

Рассмотрим сначала анизотропную магнито-стрикцию. Если в качестве полиномов $\varphi_{\mu\nu; N}$ брать гармонические полиномы, для которых $\Delta_\alpha \varphi_{\mu\nu; N} = 0$, то после подстановки (3.32) в (3.34) анизотропную часть магнито-стрикционных деформаций можно представить в виде

$$u_{\mu\nu} = \lambda_{\mu\nu; n_1 n_2 n_3}(T) \alpha_x^{n_1} \alpha_y^{n_2} \alpha_z^{n_3}, \quad (3.35)$$

где коэффициенты λ имеют смысл констант магнито-стрикции при температуре T ; при этом независимо от типа симметрии кристалла любая константа магнито-стрикции порядка $N = \frac{1}{2}(n_1 + n_2 + n_3)$ удовлетворяет общему соотношению

$$\frac{\lambda_N(0) - \lambda_N(T)}{\lambda_N(0)} = N(2N + 1) \frac{M(0) - M(T)}{M(0)}, \quad (3.36)$$

которое по форме точно совпадает с соответствующим соотношением для констант магнитной кристаллографической анизотропии¹.

Заметим, что на практике обычно используют негармоническую форму записи магнитоупругой энергии $F_{\text{МУ}}$. В частности, применяемая на практике для кубических кристаллов форма $F_{\text{МУ}}$ представлена в приложении В, III [формула (В. 10)]. В этом случае соотношение (3.36), вообще говоря, не должно выполняться и тем-

¹ Недавно Киттель и Ван Флек [65] показали, что закон Акулова — Зинера (3.1) для констант анизотропии может быть обобщен и на константы магнито-стрикции и тем самым еще раз независимо подтвердил правильность соотношения (3.36).

пературная зависимость какой-либо «негармонической» константы λ_N будет зависеть от отношения $\lambda_{N+1}(0)/\lambda_N(0)$ и т. д.

Например, для констант первого порядка ($N = 1$) в выражении (B.10) вместо (3.36) получаются соотношения вида

$$\frac{\Delta\lambda_1^{(1,2)}(T)}{\lambda_1^{(1,2)}(0)} = P_1^{(1,2)} \frac{\Delta M(T)}{M(0)}, \quad (3.37)$$

где

$$P_1^{(1)} = 3 \left[1 - \frac{2\lambda_2^{(2)}(0)}{\lambda_1^{(1)}(0)} \right] \quad \text{и} \quad P_1^{(2)} = 3 \left[1 - \frac{\lambda_2^{(3)}(0)}{3\lambda_1^{(2)}(0)} \right].$$

В то же самое время для гармонической формы записи, которая также приведена в приложении B,III [формула (B.11)], при $N = 1$, согласно (3.36), должно получаться универсальное значение коэффициентов $P_1^{(1)} = P_1^{(2)} = 3$.

Опыт показывает, что константы λ_2 часто имеют тот же порядок величины, что и константы λ_1 . Поэтому при негармоническом анализе экспериментальных данных вряд ли можно получить какие-либо общие закономерности для температурной зависимости «негармонических» констант λ_1 : из формул (3.37) видно, что в зависимости от соотношения между $\lambda_1(0)$ и $\lambda_2(0)$ различные ферромагнетики могут отличаться не только по величине, но и по знаку скорости температурного изменения констант $\lambda_1(T)$. Преимущество гармонической формы записи магнитоупругой энергии и заключается именно в том, что, исключая указанный случайный фактор, она позволяет выяснить истинные закономерности для температурной зависимости магнитоупругости.

Необходимо отметить, что, так же как и для констант анизотропии [55], применимость соотношения (3.36), по-видимому, ограничивается более узкой областью низких температур, чем область применения «закона $T^{3/2}$ » для температурной зависимости спонтанной намагниченности. К сожалению, в настоящее время почти не имеется экспериментальных исследований температурной зависимости магнитоупругости в области достаточно низких температур. Поэтому мы лишены возможности провести детальное сравнение соотношения (3.36) с экспериментом. Укажем лишь на работы [144] и [145], в которых соотношение (3.36) для первой константы магнитоупругости ($N = 1$) подтверждено экспериментально в случае никеля.

Остановимся теперь очень кратко на некоторых работах, предшествующих настоящему расчету. Теоретическое исследование температурной зависимости магнитоупругости на основе теории спиновых волн было впервые произведено Гусевым [66], который показал, что в области низких температур всегда $\Delta\lambda(T) \sim T^{3/2}$, но не исследовал соотношения между температурными зависимостями магнитоупругости и намагниченности. Ряд более ранних работ [67, 68], основанных на приближении молекулярного поля, приводит к сле-

дующей связи между первыми константами магнитострикции и намагниченностью насыщения

$$\frac{\lambda_1(T)}{\lambda_1(0)} = \left[\frac{M(T)}{M(0)} \right]^{P_1}, \quad (3.38)$$

где $P_1 = 2$. Заметим, что формула (3.36) для λ_N в области низких температур (где она только и применима) может быть также представлена в виде (3.38), но с тем, однако, отличием, что $P_1 = 3$ (последний результат в неявном виде содержится уже в книге Акулова [47]).

Из ранних работ необходимо также отметить работу Вонсовского [69], который в рамках конкретной микроскопической модели учел спин-орбитальное взаимодействие электронов, ответственных за ферромагнетизм, что позволило ему дать принципиальное объяснение немонойтонной температурной зависимости первых констант магнитострикции, иногда наблюдаемой экспериментально [59, 61]. В эту теорию, однако, входит ряд неопределенных параметров, затрудняющих ее экспериментальную проверку. Во всех перечисленных работах не обращалось внимания на значение формы записи магнитоупругой энергии.

Перейдем к рассмотрению изотропной (объемной) магнитострикции, температурная зависимость которой в области низких температур, насколько нам известно, никем ранее не вычислялась.

Из второй суммы в формуле (3.34) можно найти относительное изменение объема ферромагнетика, вычисляя величину $\omega = \delta V/V_0 = \sum u_{\mu\nu}$, соответствующую этой сумме. Полагая в частном случае $B_{\beta\gamma} = B\delta_{\beta\gamma}$ и $G_{\beta\gamma\mu\nu} = G\delta_{\beta\gamma}\delta_{\mu\nu}$ (кубический кристалл), имеем

$$\omega = \frac{3\Gamma^{(5/2)}\mu G}{2\pi^2 M_0} \left(\frac{\kappa T M_0}{2\mu B} \right)^{5/2} F_{5/2}(h), \quad (3.39)$$

где $F_{5/2}(h)$ — функция, выражаемая рядом (2.32) при $\sigma = 5/2$.

При $\mu H \ll \kappa T$ ($h \ll 1$) основную часть ω составляет спонтанная объемная магнитострикция (термострикция)

$$\omega_0 = \frac{3\Gamma^{(5/2)}\zeta^{(5/2)}\mu G}{2\pi^2 M_0} \left(\frac{\kappa T M_0}{2\mu B} \right)^{5/2}. \quad (3.40)$$

Объемная магнитострикция, обусловленная парапроцессом, обычно характеризуется величиной $\frac{\partial \omega}{\partial H}$. Легко показать из (3.39), что последняя может быть выражена через температурное изменение намагниченности насыщения (2.30) следующим образом:

$$\frac{\partial \omega}{\partial H} = -3 \frac{\Gamma^{(5/2)} G}{\Gamma^{(3/2)} B} \Delta M(T, H). \quad (3.41)$$

Заметим, что параметр G , согласно (3.30), можно определить как $G = \partial V / \partial p$, где p — всестороннее давление.

В заключение приведем еще одно простое соотношение, связывающее физические величины, которые характеризуют основные термодинамические свойства ферромагнетика, такие, как температурное изменение спонтанной намагниченности $\Delta M_s(T)$, спиновая теплоемкость C_s [17], спонтанная магнитострикция w_0 и магнитострикция парапроцесса $\partial w/\partial H$. При условии $\kappa T \gg \mu H$ имеем

$$\frac{1}{3} \frac{\partial w_0}{\partial T} = -0,43 \frac{\kappa}{\mu} \frac{\partial w}{\partial H} = \frac{1}{\Theta_c} \frac{\partial \Theta_c}{\partial p} C_s = 1,91 \frac{\kappa}{\mu} \frac{1}{\Theta_c} \frac{\partial \Theta_c}{\partial p} \Delta M_s. \quad (3.42)$$

Вместо параметра обменной связи B мы ввели здесь температуру Кюри Θ_c , допуская прямую пропорциональность между ними.

Величина $\frac{1}{3} \partial w_0 / \partial T = \Delta \alpha_M$ представляет собой добавочный коэффициент теплового расширения, связанный с термострикцией. Как и следовало ожидать, в соответствии с правилом Грюнайзена [70], он оказался пропорциональным спиновой части теплоемкости. Количественную оценку $\Delta \alpha_M$ можно произвести, используя экспериментальные данные для магнитострикции парапроцесса [71]. Для большинства магнитных материалов в области комнатных температур $\partial w/\partial H = 10^{-10} \div 10^{-9} \text{ э}^{-1}$. Отсюда, согласно (3.42), $\Delta \alpha_M = 10^{-6} \div 10^{-5}$. Для более низких температур экспериментальные исследования объемной магнитострикции, к сожалению, отсутствуют.

§ 5. Магнитострикционная часть констант магнитной анизотропии

Как известно, магнитострикционные деформации приводят к некоторому изменению констант магнитной анизотропии: к чисто кристаллографическим константам анизотропии K_N добавляются магнитострикционные поправки δK_N , связанные с анизотропными магнитострикционными деформациями.

Добавочную свободную энергию магнитной анизотропии можно найти, определяя сумму упругой энергии F_y и магнитоупругой энергии $F'_{\text{му}}$ при равновесных значениях магнитострикционных деформаций. В общем случае

$$F_y + F'_{\text{му}} = \frac{1}{2} C_{\beta\gamma\mu\nu} u_{\beta\gamma} u_{\mu\nu} + R_{\beta\gamma; n_1 n_2 n_3} u_{\beta\gamma} a_x^{n_1} a_y^{n_2} a_z^{n_3}, \quad (3.43)$$

где $C_{\beta\gamma\mu\nu}$ — упругие, а $R_{\beta\gamma; n_1 n_2 n_3}$ — магнитоупругие константы.

Из условия минимума (3.43) по деформациям $u_{\beta\gamma}$ находим

$$C_{\beta\gamma\mu\nu} u_{\mu\nu} = -R_{\beta\gamma; n_1 n_2 n_3} a_x^{n_1} a_y^{n_2} a_z^{n_3}. \quad (3.44)$$

С другой стороны, равновесные деформации выражаются формулой (3.35). Следовательно,

$$R_{\beta\gamma; n_1 n_2 n_3} = -C_{\beta\gamma\mu\nu} \lambda_{\mu\nu; n_1 n_2 n_3}. \quad (3.45)$$

После подстановки равновесных деформаций в (3.43) с учетом (3.45) получаем

$$\delta F_A = F_y + F_{My} = -\frac{1}{2} C_{\beta\gamma\mu\nu} \lambda_{\beta\gamma} n_1 n_2 n_3 \lambda_{\mu\nu} n'_1 n'_2 n'_3 \times \\ \times \alpha_x^{n_1+n'_1} \alpha_y^{n_2+n'_2} \alpha_z^{n_3+n'_3}. \quad (3.46)$$

Таким образом, константы магнитоэлектричества λ_{N_1} и λ_{N_2} соответственно порядка $N_1 = \frac{1}{2}(n_1 + n_2 + n_3)$ и $N_2 = \frac{1}{2}(n'_1 + n'_2 + n'_3)$ могут дать добавку δK_N к константе порядка $N = N_1 + N_2$ магнитной анизотропии, такую, что

$$\delta K_N = -\frac{1}{2} C \lambda_{N_1} \lambda_{N_2}, \quad (3.47)$$

где C — соответствующая упругая константа.

В общем случае температурная зависимость δK_N складывается из температурных зависимостей C , λ_{N_1} и λ_{N_2} . Однако в области низких температур, где упругие константы слабо зависят от температуры, можно считать, что температурная зависимость δK_N будет такая же, как у произведения $\lambda_{N_1} \lambda_{N_2}$. Это означает, согласно (3.36), что

$$\frac{\delta K_N(0) - \delta K_N(T)}{\delta K_N(0)} = P_N \frac{M(0) - M(T)}{M(0)}, \quad (3.48)$$

где теперь

$$P_N = N(2N + 1) - 4N_1 N_2. \quad (3.49)$$

Здесь P_N всегда меньше, чем для кристаллографических констант анизотропии K_N , так как для последних, согласно (3.28),

$$P_N = N(2N + 1).$$

Например, для кубического кристалла к первой кристаллографической константе анизотропии K_2 , для которой $P_2 = 10$, добавляется магнитоэлектрическая часть δK_2 с $P_2 = 6$.

Так как δK_N уменьшается с повышением температуры медленнее, чем K_N , то относительный вклад магнитоэлектрических деформаций в анизотропию должен быть больше при высоких температурах. Все же магнитоэлектрическая добавка к константе магнитной анизотропии, как правило, невелика и составляет обычно не более 10%. В тех же редких случаях, когда она сравнима с кристаллографической константой, результирующая константа, благодаря различной температурной зависимости своих двух частей (и возможному различию в знаках), может иметь некоторые особенности температурной зависимости. В частности, возможна смена знака константы анизотропии или немонокотное изменение ее с температурой (паличие максимума или минимума) [72].

Скомпенсированный коллинеарный антиферромагнетизм

Антиферромагнетизм — магнитноупорядоченное состояние с суммарным магнитным моментом, равным нулю (в отсутствие внешнего поля). Исследование этого класса магнетиков мы начнем с рассмотрения наиболее простого случая коллинеарного расположения магнитных моментов атомов в кристаллической решетке. В этом случае векторы средних магнитных моментов отдельных узлов решетки, будучи расположены вдоль одной прямой (называемой естественной осью антиферромагнетизма), по направлению могут отличаться только знаком. Последнее позволяет описывать свойства антиферромагнетика с помощью представления о двух магнитных подрешетках¹. Очевидно, что коллинеарное антиферромагнитное упорядочение магнитных моментов возникает лишь при выполнении определенных соотношений между различными параметрами обменного взаимодействия магнитных атомов кристалла. Мы будем предполагать, что такие соотношения выполняются.

При исследовании свойств антиферромагнетиков мы должны будем также учитывать магнитные анизотропные силы релятивистского происхождения. Эти силы в ряде случаев приводят не только к обычной анизотропии магнитных свойств антиферромагнетика, но также могут влиять на взаимную ориентацию и величину магнитных моментов: в результате может возникнуть некоторая (обычно небольшая) неколлинеарность магнитных моментов, а также появиться небольшой нескомпенсированный магнитный момент. Что касается неколлинеарности без появления момента, то при условии ее малости она слабо влияет на свойства антиферромагнетика (см. гл. 10, § 2) и в настоящей главе мы будем ею пренебрегать. Случай же появления в антиферромагнетике нескомпенсированного магнитного момента релятивистского происхождения мы можем пока исключить из рассмотрения (см. гл. 5—9), сформулировав определенные требования к свойствам симметрии кристалломагнитной решетки.

¹ При дополнительных условиях, отмеченных в § 2 главы 1.

§ 1. Условия скомпенсированного антиферромагнетизма

Итак, рассмотрим антиферромагнетик, представляющий собой систему кристаллохимически эквивалентных атомов (ионов). Если его магнитная структура коллинеарна или слабо неколлинеарна, то соответственно двум направлениям магнитных моментов эту систему можно подразделить на две магнитные подрешетки.

Введем суммарные магнитные моменты M_1 и M_2 соответственно для первой и второй подрешеток, а через них — вектор антиферромагнетизма

$$\mathcal{L} = M_1 - M_2. \quad (4.1)$$

Направление этого вектора определяет ось антиферромагнетизма, а его относительная величина $l = |\mathcal{L}|/L_0$ может служить мерой дальнего антиферромагнитного порядка. Здесь L_0 — значение $|\mathcal{L}|$ при абсолютном нуле температуры, равное удвоенной величине магнитного момента M_0 каждой из подрешеток: $L_0 = 2M_0$.

Если рассматриваемая коллинеарная антиферромагнитная структура допускается симметрией кристаллической решетки, то соответствующий ей вектор \mathcal{L} при всех операциях симметрии пространственной группы этой решетки должен преобразовываться сам через себя. При этом необходимо различать два случая. Если некоторая операция симметрии делает перестановку атомов лишь в пределах одной и той же магнитной подрешетки, то \mathcal{L} по отношению к ней преобразуется как обычный аксиальный вектор. Если же операция симметрии переставляет местами атомы, относящиеся к различным магнитным подрешеткам [что соответствует перестановке индексов 1 и 2 в правой части (4.1)], то по отношению к такой операции вектор \mathcal{L} должен испытывать дополнительное (к свойствам аксиального вектора) изменение знака. Заметим, что в отличие от \mathcal{L} суммарный магнитный момент всего кристалла

$$M = M_1 + M_2, \quad (4.2)$$

если таковой имеется в решетке, является инвариантным относительно любой перестановки атомов и поэтому он всегда преобразуется как обычный аксиальный вектор.

Как указано выше, в настоящей главе мы будем рассматривать строго скомпенсированный антиферромагнетизм, такой, что $M = 0$ (при $H=0$). Однако в ряде случаев возникновение в магнетике антиферромагнитного упорядочения, т. е. появление $\mathcal{L} \neq 0$, в силу свойств симметрии решетки неизбежно вызывает появление $M \neq 0$ за счет некоторого искажения идеальной антиферромагнитной структуры. Это явление (так называемого слабого ферромагнетизма) будет подробно рассмотрено в главах 5—7. Здесь же мы укажем некоторые достаточные условия, при которых слабый ферромагнетизм не должен возникать.

Появление $M \neq 0$ в антиферромагнитных кристаллах связано с наличием в их термодинамическом потенциале членов вида

$$\mathcal{L}_z M_z \quad (4.3)$$

или членов более высокого порядка по \mathcal{L} , но линейных по \mathcal{M} . Поэтому отсутствие таких смешанных инвариантов и представляет собой общее условие существования строго скомпенсированного антиферромагнетизма. Пусть, в частности, кристаллографическая и антиферромагнитная структуры таковы, что среди элементов симметрии кристаллографической пространственной группы антиферромагнетика имеется или инверсия I или трансляция T , которые переставляют местами магнитные подрешетки 1 и 2 и тем самым, согласно (4.1), изменяют знак \mathcal{L} . Так как при этих операциях симметрии вектор \mathcal{M} остается инвариантным, то выражения вида (4.3) изменяют знак и тем самым не допускаются симметрией решетки. С точки зрения представлений магнитной симметрии равенство нулю \mathcal{M} в указанных случаях может быть получено из следующих соображений. В этих случаях среди элементов симметрии магнитной пространственной группы присутствуют элементы IR или TR . Следовательно, мы должны иметь $(IR) \mathcal{M} = \mathcal{M}$ или $(TR) \mathcal{M} = \mathcal{M}$. С другой стороны, применяя непосредственно эти операции симметрии к вектору \mathcal{M} , находим $(IR) \mathcal{M} = -\mathcal{M}$ или $(TR) \mathcal{M} = -\mathcal{M}$. Отсюда $\mathcal{M} = -\mathcal{M} = 0$.

Из сказанного, в частности, следует, что антиферромагнетизм является всегда скомпенсированным в кристаллах, в которых все магнитные узлы принадлежат к одной и той же решетке Браве, а также в тех случаях, когда магнитная элементарная ячейка получается n -кратным повторением химической элементарной ячейки, где $n \geq 2$.

§ 2. Одноосные антиферромагнетики. Гамильтониан и основное состояние

Рассмотрим одноосный (ромбоэдрический, тетрагональный или гексагональный) антиферромагнитный кристалл. Пусть главной осью симметрии кристалла является ось Z . Предполагая, что члены вида (4.3), могущие нарушать строгую компенсацию магнитного момента в гамильтониане, отсутствуют, инвариантную плотность энергии такого антиферромагнетика в общем случае, с точностью до членов не выше второго порядка по намагниченностям подрешеток, можно записать в виде

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}) = \frac{A}{2} \mathbf{m}^2 + \frac{1}{2} A_{\gamma\delta} \frac{\partial m_x}{\partial r_\gamma} \frac{\partial m_x}{\partial r_\delta} + \frac{1}{2} B_{\gamma\delta} \frac{\partial l_x}{\partial r_\gamma} \frac{\partial l_x}{\partial r_\delta} + \frac{a}{2} m_z^2 + \frac{b}{2} l_z^2 - \frac{1}{2} M_0^2 (\mathbf{m} \nabla) \int \frac{\text{div } \mathbf{m}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \mathbf{m} \mathbf{h}. \quad (4.4)$$

Здесь

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}_1(\mathbf{r}) + \mathbf{M}_2(\mathbf{r})}{M_0}, \quad l = \frac{\mathbf{M}_1(\mathbf{r}) - \mathbf{M}_2(\mathbf{r})}{M_0} \quad (4.5)$$

— соответственно вектор локальной намагниченности и локальный вектор антиферромагнетизма, отнесенные к максимально возможной намагниченности системы M_0 (т. е. намагниченности системы при абсолютном магнитном насыщении). Из условий

$$M_1^2(\mathbf{r}) = M_2^2(\mathbf{r}) = \left(\frac{M_0}{2}\right)^2 \quad (4.6)$$

для переменных m и l получаем следующие два соотношения:

$$m^2 + l^2 = 1, \quad (ml) = 0. \quad (4.7)$$

Первые три члена в (4.4) представляют собой обменную энергию, третий и четвертый — энергию магнитной кристаллографической анизотропии, предпоследний и последний — соответственно магнитостатическую энергию объемных магнитных зарядов и энергию магнетика во внешнем магнитном поле¹

$$H = \frac{h}{M_0}.$$

Предполагая, что в основном состоянии l и m однородны во всем объеме образца, имеем²

$$\frac{\mathcal{H}_0}{V} = \frac{A}{2} m^2 + \frac{a}{2} m_z^2 + \frac{b}{2} l_z^2 - mh. \quad (4.8)$$

Исследование энергии \mathcal{H}_0 на минимум в нулевом внешнем поле ($h = 0$) с учетом условий (4.7) показывает, что основное состояние системы является антиферромагнитным ($m = 0$ и $l = 1$) при $A > 0$. При этом естественная ось антиферромагнетизма (определяемая направлением вектора l) параллельна оси симметрии кристалла Z , если $b < 0$, и перпендикулярна ей, если $b > 0$. Рассмотрим оба случая в отдельности.

I. Пусть $b < 0$. В этом случае векторы l и m лежат в одной плоскости с внешним полем h (пусть это будет плоскость YZ). Вводя угол θ между вектором l и осью Z (рис. 5) с учетом (4.7), \mathcal{H}_0 можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{H}_0}{V} = & \frac{A}{2} m^2 + \frac{a}{2} m^2 \sin^2 \theta + \frac{b}{2} (1 - m^2) \cos^2 \theta - \\ & - m (h_y \cos \theta + h_z \sin \theta). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Мы исследуем поведение антиферромагнетика во внешнем поле H лишь в случаях, когда $H \parallel Z$ или $H \perp Z$.

¹ Энергию поверхностных магнитных зарядов мы не учитываем, так как можно показать, что при $m \ll 1$ она оказывается несущественной.

² Относительно квантовых поправок к \mathcal{H}_0 , обусловленных магнитной анизотропией, остаются справедливыми замечания, высказанные в главе 2 (стр. 30) для случая ферромагнетизма.

а) Поле \mathbf{H} параллельно оси \mathbf{Z} ($h_z = h, h_y = 0$).
 Перепишем \mathcal{H}_0 в виде

$$\frac{\mathcal{H}_0}{V} = \frac{b}{2} + \frac{A-b}{2} m^2 - \frac{b}{2} u^2 + \frac{a+b}{2} m^2 u^2 - h m u, \quad (4.10)$$

где $u = \sin \theta$ и m являются независимыми переменными, изменяющимися в пределах

$$0 \leq m, u \leq 1. \quad (4.11)$$

Необходимо определить точки в этой области, соответствующие наименьшим значениям \mathcal{H}_0 , в зависимости от величины h .

Введем для удобства некоторые характерные поля, смысл которых выяснится ниже:

$$h_{\parallel} = \sqrt{(A-b)|b|}, \quad h_{\perp} = h_{\parallel} \frac{A+a}{A-b}, \quad h'_E = A+a. \quad (4.12)$$

Тогда результаты указанного исследования могут быть представлены следующим образом. Прежде всего, оказывается, что поведение антиферромагнетика будет различным в зависимости от значения $a+b$: $a+b > 0$ или $a+b < 0$.

1) Если $a+b > 0$, то $h_{\perp} > h_{\parallel}$. В этом случае минимизация \mathcal{H}_0 дает следующие соотношения для изменения равновесных значений $u = \sin \theta$ и m , а также для намагниченности в направлении поля $M_z = M_0 m u$ и восприимчивости $\chi = \frac{\partial M_z}{\partial H}$ в зависимости от величины h при $T = 0^\circ \text{K}$.

При $0 \leq h \leq h_{\parallel}$:

$$\sin \theta = 0 \quad (l \parallel \mathbf{Z}), \quad m = 0, \quad M_z = 0, \quad \chi_z^z = 0. \quad (4.13)$$

В этом состоянии вектор антиферромагнетизма l остается параллельным оси симметрии кристалла и полю h . Такое состояние мы будем обозначать индексами (z_{\parallel}) или (z/\parallel) . Здесь верхний индекс указывает ось, вдоль которой направлено поле h , а нижний индекс — взаимную ориентацию векторов l и h .

При $h_{\parallel} \leq h \leq h_{\perp}$:

$$\sin^2 \theta = \frac{h - h_{\parallel}}{h_{\perp} - h_{\parallel}}, \quad m = \left(\frac{h_{\perp}}{h'_E} \right)^2 \sin^2 \theta, \quad M_z = M_0 \frac{(H - H_{\parallel}) H_{\perp}}{(H_{\perp} - H_{\parallel}) H'_E},$$

$$\chi_0 = \frac{M_0^2}{a+b}. \quad (4.14)$$

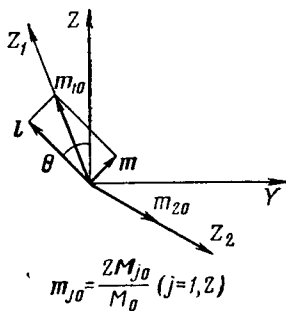
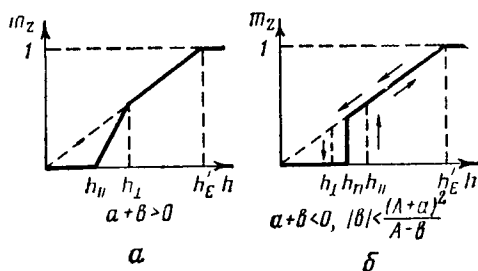


Рис. 5

Это промежуточное состояние мы будем называть состоянием (z/\perp) .

При $h_{\perp} \leq h \leq h'_E$:

$$\sin \theta = 1, m = \frac{h}{h'_E}, M_z = M_0 \frac{H}{H'_E}, \chi_{\perp}^z = \frac{M_0}{H'_E} = \frac{M_0^2}{A+a}. \quad (4.15)$$

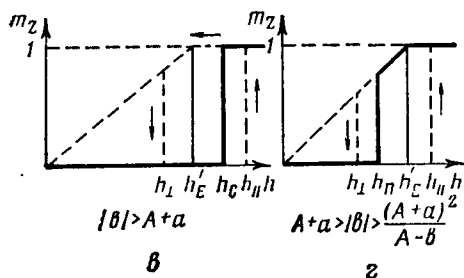


Это есть состояние (z/\perp) , так как здесь $l \perp h$.

При $h \geq h'_E$: $l = 0, m = 1, M_z = M_0$.

Это есть состояние насыщения вдоль оси Z .

Полная кривая намагничивания для данного случая представлена на рис. 6, а.



Теперь становится понятным физический смысл полей h_{\parallel} , h_{\perp} и h'_E : величина h_{\parallel} дает то поле, до которого при увеличении h остается устойчивым состояние (z/\parallel) ; величина h_{\perp} показывает, с каких полей начинается область устойчивости состояния (z/\perp) ; и, наконец, при поле $h = h'_E$ наступает абсолютное насыщение антиферромагнетика.

Характерно, что величина h'_E в основном определяется обменными силами, так что $H'_E = h'_E / M_0 \sim \sim A / M_0 \equiv H_E$ обычно имеет порядок величины $10^6 \div \div 10^7$ э. В то же время по-

рядок величины H_{\parallel} и H_{\perp} определяется средним геометрическим значением из обменного поля H_E и поля магнитной анизотропии $H_A = \frac{|b|}{M_0}$: $H_{\parallel} \sim H_{\perp} \sim \sqrt{H_E H_A} \equiv H_{EA}$, что составляет $10^4 \div 10^5$ э.

2) Если $a + b < 0$, то $h_{\perp} < h_{\parallel}$. В этом случае области устойчивости состояний (z/\parallel) и (z/\perp) перекрываются (как уже указывалось выше, состояние (z/\parallel) устойчиво до $h = h_{\parallel}$, а состояние (z/\perp) становится устойчивым, начиная с $h = h_{\perp}$). Поэтому в ин-

Рис. 6

тервале полей $h_{\perp} \leq h \leq h_{\parallel}$ возможны метастабильные состояния [73]. Легко видеть, что при поле

$$h_{\text{п}} = \sqrt{h_{\parallel} h_{\perp}} \quad (4.16)$$

имеет место равенство энергии в состояниях (z/\parallel) и (z/\perp) . Это значит, что если система проходит только через термодинамически равновесные состояния, то осуществляются:

при $0 \leq h \leq h_{\text{п}}$ — состояние типа (z/\parallel) ,

при $h_{\text{п}} \leq h \leq h'_E$ — состояние типа (z/\perp) ,

при $h > h'_E$ — состояние насыщения по оси Z . Таким образом, в этом случае при пороговом значении поля $H_{\text{п}} = h_{\text{п}}/M_0$ происходит скачкообразное изменение направления оси антиферромагнетизма и скачок намагниченности M_z (рис. 6, б — сплошная линия). Если, однако, учесть существование метастабильных состояний, то при возрастающем магнитном поле скачкообразный переход в состояние (z/\perp) должен происходить при поле $h_{\parallel} > h_{\text{п}}$, а при убывающем поле возвращение к прежнему состоянию (z/\parallel) — при поле $h_{\perp} < h_{\text{п}}$, т. е. должен иметь место гистерезис (рис. 6, в).

Следует заметить, что переходная область $(H_{\parallel} - H_{\perp})$ обычно должна быть относительно весьма узкой, так как

$$\frac{|H_{\parallel} - H_{\perp}|}{H_{\text{п}}} \sim \frac{|a + b|}{A}. \quad (4.17)$$

В принципе, однако, может быть и такой случай, когда $h_{\parallel} > h'_E$ (и даже $h_{\text{п}} > h'_E$, но всегда $h_{\perp} < h'_E$). При этом $l \parallel Z$ и $m = 0$ вплоть до полей $h = h_{\parallel}$. Затем при $h = h_{\parallel}$ намагниченность скачком достигает насыщения $m_z = m = 1$ (рис. 6, в и г). При уменьшении поля обратный скачок в состояние (z/\parallel) происходит при $h = h_{\perp}$. Если же процесс намагничивания (или размагничивания) идет только через равновесные состояния, то указанные скачки происходят или при $h = h_{\text{п}}$, когда $h_{\text{п}} < h'_E$, или при $h = h_c = \frac{1}{2}(A + a - b)$, когда $h_{\text{п}} > h'_E$ (сплошная линия на рис. 6, в и г).

б) Поле H перпендикулярно оси Z .

В этом случае минимизация \mathcal{H}_0 (4.8) дает два возможных состояния в зависимости от h :

при $h \leq h''_E = A - b$ вектор l параллелен оси Z и

$$m_y = m = \frac{h}{A - b} \quad [\text{состояние } (y/\perp)]; \quad (4.18)$$

при $h \geq h''_E$ имеет место насыщение $m_y = m = 1$ (рис. 6, д).

Согласно (4.18), магнитная восприимчивость в состоянии (y/\perp) при $T = 0^\circ \text{K}$ равна

$$\chi_{\perp}^y = \frac{M_0^2}{A-b}. \quad (4.19)$$

Отметим анизотропию «поперечной» восприимчивости $(h \perp l)$ для состояний (z/\perp) и (y/\perp) :

$$\frac{1}{\chi_{\perp}^z} - \frac{1}{\chi_{\perp}^y} = \frac{a+b}{M_0^2}. \quad (4.20)$$

Измерение разности обратных восприимчивостей для этих двух случаев дает возможность непосредственно определить константу анизотропии $a+b$. Тем самым будет определен и тип кривой намагничивания (рис. 6, a или b) вдоль оси Z , поскольку последний зависит от знака $a+b$.

II. Пусть теперь $b > 0$. В этом случае вектор антиферромагнетизма l всегда лежит в базисной плоскости перпендикулярно к направлению внешнего поля H . Магнитный момент m направлен вдоль H , и его величина определяется из условия минимума энергии \mathcal{H}_0 (4.8), которая в данном случае может быть записана в виде

$$\frac{\mathcal{H}_0}{V} = \frac{A}{2} m^2 + \frac{a}{2} m^2 \cos^2 \psi - mh, \quad (4.21)$$

где ψ — угол между h и осью Z .

Из уравнения $\partial \mathcal{H}_0 / \partial m = 0$ находим

$$m = \frac{h}{A + a \cos^2 \psi}. \quad (4.22)$$

Магнитная восприимчивость зависит от направления H согласно соотношению

$$\chi_{\perp}^z = \frac{M_0^2}{A + a \cos^2 \psi}. \quad (4.23)$$

Разность обратных восприимчивостей вдоль оси кристалла и перпендикулярно ей позволяет в данном случае определить константу анизотропии a :

$$\frac{1}{\chi_{\perp}^z} - \frac{1}{\chi_{\perp}^y} = \frac{a}{M_0^2}. \quad (4.24)$$

Проведенное нами рассмотрение основного состояния антиферромагнетика в зависимости от намагничивающего поля не учитывало квантовых поправок, связанных с энергией нулевых колебаний $\Delta \mathcal{H}_0$. Расчет $\Delta \mathcal{H}_0$ для двух случаев — продольного и поперечного намагничивания [для состояний (z/\parallel) и (y/\perp)], произведен в приложении Г, II.

В первом случае ($\mathbf{l} \parallel \mathbf{H}$) $\Delta \mathcal{H}_0$ оказывается не зависящей от \mathbf{H} и, следовательно, не изменяет классический результат для продольной восприимчивости $\chi_{\parallel}(T = 0^\circ \text{K}) = 0$. Во втором случае ($\mathbf{l} \perp \mathbf{H}$) $\Delta \mathcal{H}_0$ существенно зависит от \mathbf{H} , вследствие чего для отыскания равновесного угла между намагниченностями подрешеток, определяющего основное состояние антиферромагнетика в поперечном поле, вообще говоря, необходимо минимизировать сумму энергии $\mathcal{H}_0 + \Delta \mathcal{H}_0$. Кроме того, сами намагниченности подрешеток благодаря нулевым колебаниям оказываются несколько меньшими, чем их априорно заданные классические значения $M_{10} = M_{20} = M_0/2$. Все это приводит к тому, что поперечная магнитная восприимчивость при $T = 0^\circ \text{K}$ уменьшается по сравнению с приведенными выше классическими результатами (4.15), (4.19) и т. д.

Фактический расчет указанных квантовых поправок требует учета периодического характера связанных с обменным взаимодействием величин A_k и B_k как функций квазиимпульса \mathbf{k} (см. ниже § 3). В принципе это можно сделать, если распространить методику расчета спектра спиновых волн для ферромагнетика, изложенную в приложении Б, на случай антиферромагнетика. Однако проблеме исследования основного состояния антиферромагнетика посвящено уже значительное число работ, основанных на модели дискретных спиновых подрешеток [74, 75, 76]. Наиболее корректно эта проблема, по-видимому, решается в работе Пу-Фу-Чо [76], в которой используется метод функций Грина, развитый Боголюбовым и Тябликовым [77]. Из цитированных работ следует, что квантовая поправка к поперечной магнитной восприимчивости антиферромагнетика при $T = 0^\circ \text{K}$ составляет при наиболее неблагоприятных условиях (когда спин одного атома $S = \frac{1}{2}$) 10—20%, причем с увеличением S она уменьшается как $1/S$. Характер же полученных выше качественных закономерностей остается неизменным. С точки зрения феноменологической теории такие поправки не очень существенны, так как в этой теории основное внимание уделяется не абсолютному значению физических характеристик (которые выражаются через феноменологические константы теории), а соотношению между различными характеристиками и качественным закономерностям для них (зависимостям от температуры, поля и т. д.).

§ 3. Одноосные антиферромагнетики. Спектр спиновых волн и резонансные свойства

Перейдем к рассмотрению спектра спиновых волн одноосного антиферромагнетика. Для расчета спектра спиновых волн мы должны в гамильтониане (4.4) перейти с помощью соотношений вида (1.15) и (1.18) к операторам $b_r^{(j)}$ и $b_r^{+ (j)}$ ($j = 1, 2$), выделить затем в

полном гамильтониане квадратичный по этим операторам член \mathcal{H}_2 и привести последний к диагональному виду:

$$\mathcal{H}_2 = \Delta \mathcal{H}_0 + \sum_k (\varepsilon_{1k} n_{1k} + \varepsilon_{2k} n_{2k}). \quad (4.25)$$

В результате мы получим две ветви спиновых волн с энергиями ε_{1k} и ε_{2k} . Ниже приводятся результаты такого расчета для каждого из рассмотренных в § 2 состояний. В приложении Г, I дается вывод выражений для ε_{1k} и ε_{2k} для общего случая — при произвольных значениях угла θ (между равновесным вектором l и осью Z) и равновесной величины m , определяющих основное состояние антиферромагнетика, когда равновесные векторы l и m лежат в одной плоскости с осью Z . За одним исключением (формулы (4.39) и их разновидности) приведенные ниже формулы для ε_{1k} и ε_{2k} являются частными случаями общего выражения (Г.5). В приложении Г, II произведен также расчет обусловленной нулевыми колебаниями добавки $\Delta \mathcal{H}_0$ к энергии основного состояния антиферромагнетика.

Прежде всего рассмотрим состояние (z/\parallel). В этом состоянии $\theta = m = 0$, поэтому, согласно (Г.5), мы имеем

$$\varepsilon_k^{(1,2)} = \frac{\mu}{M_0} \{ (B_k + |b|) (A + A_k + |b| + 2q) + \hbar^2 \pm \pm 2 \sqrt{(B_k + |b|) (A + A_k + |b| + q) \hbar^2 + (B_k + |b|)^2 q^2} \}^{1/2}. \quad (4.26)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$A_k = A_{\gamma\delta} k_\gamma k_\delta = A_\perp (k_x^2 + k_y^2) + A_z k_z^2,$$

$$B_k = B_{\gamma\delta} k_\gamma k_\delta = B_\perp (k_x^2 + k_y^2) + B_z k_z^2,$$

а величина $q = \pi M_0^2 (k_x^2 + k_y^2) / k^2$ ответственна за учет магнитостатической энергии [предпоследний член в (4.4)].

Как видно из (4.26), существование магнитостатической энергии приводит к тому, что расщепление спектра спиновых волн на две ветви не исчезает даже при $\hbar = 0$. Относительная добавка от этой энергии, однако, незначительна. Последнее особенно хорошо видно, если положить $\hbar = 0$; тогда

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1k} &= \frac{\mu}{M_0} [(B_k + |b|) (A + A_k + |b| + 4q)]^{1/2}, \\ \varepsilon_{2k} &= \frac{\mu}{M_0} [(B_k + |b|) (A + A_k + |b|)]^{1/2}. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Таким образом, магнитостатическая энергия ($\sim 4\pi M_0^2$) входит слагаемым рядом с обменным взаимодействием ($\sim A$) и поэтому практически не оказывает влияния на величину энергии спиновых

волн. Указанное магнитостатическое расщепление спинволнового спектра все же, по-видимому, может иметь значение для некоторых кинетических процессов в антиферромагнетиках¹.

Если пренебречь магнитостатической энергией (т. е. положить $q = 0$), то вместо общего выражения (4.26) имеем

$$\varepsilon_k^{(1,2)} = \frac{\mu}{M_0} [(B_k + |b|)(A + A_k + |b|)]^{1/2} \pm \mu H. \quad (4.28)$$

В частности, полагая $k = 0$, получаем величину энергетических щелей, т. е. минимальные энергии, необходимые для возбуждения спиновых волн, соответствующих однородным колебаниям намагниченности в антиферромагнетике; эти энергии определяют две частоты однородного антиферромагнитного резонанса:

$$\omega_{1,2} + \frac{\varepsilon_0^{(1,2)}}{\hbar} = \gamma(H_{\parallel} \pm H). \quad (4.28')$$

Напомним, что рассматриваемое состояние (z/\parallel) является устойчивым до полей $H \leq H_{\parallel}$.

Пусть система находится в состоянии (z/\perp); тогда, согласно (4.15), $\theta = \frac{\pi}{2}$ и $m = \frac{h}{A+a}$. В этом случае энергии спиновых волн (Г.5) принимают вид²:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1k} &= \frac{\mu}{M_0} \left\{ (A + A_k) \left[B_k + b + \left(\frac{h}{h_E} \right)^2 (A + A_k - B_k - b) \right] \right\}^{1/2}, \\ \varepsilon_{2k} &= \frac{\mu}{M_0} \left\{ B_k \left[A + A_k + a - \left(\frac{h}{h_E} \right)^2 (A + A_k - B_k + a) \right] \right\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Заметим, что эти выражения пригодны в случае $b < 0$ в области полей $h_{\perp} \leq h \leq h'_E$ и в случае $b > 0$ при $0 \leq h \leq h_E$. Характерно, что в состоянии (z/\perp) одна из ветвей не имеет энергетической щели, а именно: при $k = 0$ имеем

$$\omega_1 = \frac{\varepsilon_{10}}{\hbar} = \gamma H_{EA} \sqrt{\frac{H^2}{H_{\perp}^2} + 1}, \quad \omega_2 = \frac{\varepsilon_{20}}{\hbar} = 0, \quad (4.30)$$

¹ Кроме того, как это было указано Поповым [78] и хорошо видно из формулы (4.26), магнитостатическая энергия может влиять на характер зависимости энергии спиновых волн от величины внешнего поля H , когда $h^2 \leq \frac{B_k + |b|}{A} q^2$.

Это, однако, не отражается на термодинамических свойствах антиферромагнетика, а также на частотах однородного антиферромагнитного резонанса.

² Если снова пренебречь магнитостатической энергией. Вообще, как правило, в дальнейшем мы всюду будем этой энергией пренебрегать. Детальному рассмотрению влияния магнитостатической энергии на свойства антиферромагнетика посвящены работы [78, 79].

где $H_{EA}^2 = A|b|/M_0$; под корнем необходимо брать знак плюс при $b > 0$ и знак минус — при $b < 0$.

Вывод об отсутствии щели в одной из ветвей спиновых волн в состоянии (z/\perp) является следствием того, что в исходном гамильтониане (4.4) мы не учли членов более высокого порядка по l , ответственных за анизотропию в базисной плоскости. Если такие члены учесть (четвертого порядка — для тетрагональных и шестого порядка — для гексагональных кристаллов), то для ϵ_{2k} также появится небольшая щель. Заметим, что хотя она, как правило, будет значительно меньше щели для ϵ_{1k} , тем не менее, она может иметь здесь большее значение, чем соответствующая щель в одноосном ферромагнетике. Дело в том, что в случае антиферромагнетика эта щель будет определяться не самим полем анизотропии четвертого или шестого порядка $H_A^{(4,6)}$, а средним геометрическим значением из $H_A^{(4,6)}$ и поля обменных H_E

$$\epsilon_{20} = \mu \sqrt{H_E H_A^{(4,6)}} \quad (4.31)$$

соответственно для тетрагональных и гексагональных кристаллов (см. также главы 6 и 7).

В частности, в случае тетрагональных кристаллов для учета анизотропии в базисной плоскости к гамильтониану (4.4) необходимо добавить член вида

$$\frac{1}{2} f l_x^2 l_y^2, \quad (4.32)$$

где f — константа анизотропии четвертого порядка¹. Нетрудно проследить, что это приведет к изменению энергии спиновых волн ϵ_{2k} (4.29), сводящемуся к простой замене множителя B_k перед квадратной скобкой на $B_k + f$. Последнее означает, что энергетическая щель для ϵ_{2k} будет иметь вид (4.31) с

$$H_A^{(4)} = \frac{\mu}{M_0} f. \quad (4.33)$$

Рассмотрим теперь состояние насыщения вдоль оси Z : $m_z = m = 1$, $h = h_z$. Согласно (Г.5), для этого случая получаем

$$\begin{aligned} \epsilon_{1k} &= \frac{\mu}{M_0} \left[\left(A_k - a + h + 4\pi M_0^2 \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) (A_k - a + h) \right]^{1/2}, \\ \epsilon_{2k} &= \frac{\mu}{M_0} (h - h'_E + B_k). \end{aligned} \quad (4.34)$$

Легко видеть, что ϵ_{1k} с точностью до обозначения совпадает

¹ Здесь и дальше, в отличие от главы 3, мы будем называть порядком константы степень инварианта из l или m , при котором она стоит. Мы полагаем, что $f > 0$, в соответствии с чем в основном состоянии $l \parallel X$, или $l \parallel Y$.

с соответствующей формулой (2.11) для одноосного ферромагнетика¹. При $k = 0$ имеем

$$\omega_1 = \frac{\varepsilon_{10}}{\hbar} = \gamma(H - H_a), \quad \omega_2 = \frac{\varepsilon_{20}}{\hbar} = \gamma(H - H'_E), \quad (4.35)$$

где $H_a = a/M_0$.

Далее, учитывая, что для состояния $(y/\perp) \ 0 = 0$, $m = \frac{h}{A-b}$, $h = h_y$ энергию спиновых волн (Г.5) применительно к этому состоянию можно записать в виде

$$\varepsilon_{1k} = \frac{\mu}{M_0} \left\{ (A + A_k + |b|) \left[B_k + |b| + \left(\frac{h}{h'_E} \right)^2 (A + A_k - B_k + a) \right] \right\}^{1/2}, \quad (4.36)$$

$$\varepsilon_{2k} = \frac{\mu}{M_0} \left\{ (B_k + |b|) \left[A + A_k + |b| - \left(\frac{h}{h'_E} \right)^2 (A + A_k - B_k + |b|) \right] \right\}^{1/2},$$

или при $k = 0$

$$\omega_1 = \frac{\varepsilon_{10}}{\hbar} = \gamma \sqrt{H_{\parallel}^2 + H^2 \frac{H_{\perp}}{H_{\parallel}}}, \quad (4.37)$$

$$\omega_2 = \frac{\varepsilon_{20}}{\hbar} = \gamma H_{\parallel} \sqrt{1 - \left(\frac{H}{H'_E} \right)^2}.$$

Приведем, наконец, результаты расчета энергии спиновых волн для случая $b > 0$, когда H лежит в базисной плоскости. В этом случае вектор $l \perp H$ (пусть $H \parallel X$) и также лежит в плоскости базиса ($\theta = \psi = \frac{\pi}{2}$), причем, согласно (4.22),

$$m = \frac{h}{A}, \text{ если } h \leq A \text{ [состояние } (x/\perp)] \quad (4.38)$$

и

$$m = 1 \text{ при } h \geq A.$$

Спинволновые энергии для $h \leq A$ определяются выражениями

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1k} &= \frac{\mu}{M_0} \left\{ (A + A_k + a) \left[B_k + \left(\frac{h}{A} \right)^2 (A + A_k - B_k) \right] \right\}^{1/2}, \\ \varepsilon_{2k} &= \frac{\mu}{M_0} \left\{ (B_k + b) \left[A + A_k - \left(\frac{h}{A} \right)^2 (A + A_k - B_k) \right] \right\}^{1/2}, \end{aligned} \quad (4.39)$$

¹ С той лишь разницей, что здесь мы не учитываем размагничивающего поля поверхности образца.

так, что при $k = 0$

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \frac{\varepsilon_{10}}{\hbar} = \gamma H \sqrt{1 + \frac{a}{A}} = \gamma H \sqrt{\frac{\chi_{\perp}^x}{\chi_{\perp}^z}}, \\ \omega_2 &= \frac{\varepsilon_{20}}{\hbar} = \gamma H_{EA} \sqrt{1 - \left(\frac{H}{H_E}\right)^2},\end{aligned}\quad (4.40)$$

где $H_E = A / M_0$.

Если учесть анизотропию в базисной плоскости, то в ω_1 появляется дополнительное слагаемое, зависящее от азимутального угла φ_H для направления H . Например, для тетрагонального кристалла вместо (4.40) имеем

$$\omega_1 = \gamma \left[H^2 \left(1 + \frac{a}{A} \right) + H_E H_A^{(4)} \cos 4\varphi_H \right]^{1/2}. \quad (4.41)$$

Заметим, что здесь мы приняли условие $H > \sqrt{H_E H_A^{(4)}}$, необходимое для того, чтобы вектор m был направлен всегда вдоль H .

Для состояния насыщения в плоскости базиса¹ (для $h > A$)¹

$$\varepsilon_{1k} = \frac{\mu}{M_0} \{ (A_k + a + h) (A_k + h) \}^{1/2}, \quad (4.42)$$

$$\varepsilon_{2k} = \frac{\mu}{M_0} \{ (B_k + h - A + b) (B_k + h - A) \}^{1/2}.$$

Соответствующие частоты при $k = 0$, следовательно, равны

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \gamma \sqrt{H (H + Ha)}, \\ \omega_2 &= \gamma \sqrt{(H - H_E) (H - H_E)}.\end{aligned}\quad (4.43)$$

Целесообразно переписать полученные выражения для спиновых энергий в различных состояниях в более простом приближенном виде, сделав следующие упрощения²: а) учитывая относительную малость интервала полей $(H_{\parallel} - H_{\perp})$ (4.17), положим, что $H_{\parallel} = H_{\perp} = H_{\pi} = \sqrt{A|b|}/M_0 \equiv H_{EA}$; б) рассмотрим область не очень сильных полей, таких, что $H \ll H_E$; в) пренебрежем величиной A_k по сравнению с A и анизотропией (в пространстве k) величины B_k , положив $B_k = Bk^2$ и $\left(\frac{\mu}{M_0}\right)^2 AB = I^2$,

¹ Если $b < 0$, то для $h > A - b$. В формулах (4.42) мы не учитываем магнитостатическую энергию.

² Необходимо заметить, что указанные упрощения при расчете термодинамических величин, особенно намагниченности и магнитной восприимчивости, лучше делать на более поздних этапах расчета, в общих выражениях для этих величин (иначе легко потерять важные слагаемые).

Результаты можно представить в следующем виде.

I. $b < 0$. Естественная ось антиферромагнетизма параллельна оси Z .

а) Состояние (z/\parallel), т. е. для $H \parallel Z$ и $H < H_{EA}$:

$$\varepsilon_k^{(1,2)} = \sqrt{(\mu H_{EA})^2 + I^2 k^2} \pm \mu H. \quad (4.44)$$

б) Состояние (z/\perp), т. е. для $H \parallel Z$ и $H > H_{EA}$:

$$\varepsilon_{1k} = \sqrt{\mu^2 (H^2 - H_{EA}^2) + I^2 k^2}, \quad \varepsilon_{2k} = Ik \sqrt{1 - \frac{H^2}{H_E^2}}. \quad (4.45)$$

в) Состояние (y/\perp), т. е. для $H \perp Z$:

$$\varepsilon_{1k} = \sqrt{\mu^2 (H_{EA}^2 + H^2) + I^2 k^2},$$

$$\varepsilon_{2k} = \sqrt{[(\mu H_{EA})^2 + I^2 k^2] \left(1 - \frac{H^2}{H_E^2}\right)}. \quad (4.46)$$

II. $b > 0$. Естественная ось антиферромагнетизма перпендикулярна оси Z .

а) Состояние (z/\perp), т. е. для $H \parallel Z$:

$$\varepsilon_{1k} = \sqrt{\mu^2 (H_{EA}^2 + H^2) + I^2 k^2}, \quad \varepsilon_{2k} = Ik \sqrt{1 - \frac{H^2}{H_E^2}}. \quad (4.47)$$

б) Состояние (x/\perp), т. е. для $H \parallel X$:

$$\varepsilon_{1k} = \sqrt{(\mu H)^2 + I^2 k^2},$$

$$\varepsilon_{2k} = \sqrt{[(\mu H_{EA})^2 + I^2 k^2] \left(1 - \frac{H^2}{H_E^2}\right)}. \quad (4.48)$$

Сравнение всех приведенных выше формул для спинволновых энергий показывает, что величины энергетических щелей (n , следовательно, частоты антиферромагнитного резонанса) и даже вид их зависимости от внешнего поля могут существенно отличаться для различных типов состояний и для различных направлений

поля ¹. Необходимо заметить, что измерение частот антиферромагнитного резонанса, исследование их зависимости от поля представляют собой наиболее прямой метод определения физических констант антиферромагнетика. Этот метод, примененный к монокристаллическим образцам, фактически позволяет определить все основные параметры, характеризующие антиферромагнетик как магнитный кристалл.

В связи с этим представляется интересным установить условия («правила отбора»), при которых должны возбуждаться различные частоты. Нас главным образом интересует направление высокочастотного поля h_ω (при данном постоянном подмагничивающем поле H), необходимого для возбуждения однородных колебаний частоты ω_1 или ω_2 .

Оператор энергии взаимодействия антиферромагнетика с однородным высокочастотным магнитным полем h_ω дается выражением

$$\mathcal{H}_\omega = -M_0 h_\omega \int m(r) dr. \quad (4.49)$$

Выражая вторичное квантование при помощи соотношений вида (1.15), с учетом (1.18) и (4.5), мы можем найти те квантовые переходы с частотами ω_1 или ω_2 , для которых вероятности перехода отличны от нуля.

Рассмотрим сперва состояние ($z \parallel$). В этом состоянии

$$m_x = \frac{M_{1x_1} + M_{2x_2}}{M_0}, \quad m_y = \frac{M_{1y_1} - M_{2y_2}}{M_0}, \quad m_z = \frac{M_{1z_1} - M_{2z_2}}{M_0}. \quad (4.50)$$

Выражая $M_{j\alpha_j}$ через операторы вторичного квантования $b_r^{(j)}$ и $b_r^{\dagger(j)}$ с помощью соотношений вида (1.15), после перехода к Фурье-компонентам указанных операторов, вместо (4.49) имеем

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\omega = & - \left(\frac{\mu M_0 V}{4} \right)^{1/2} [(b_1 + b_1^\dagger + b_2 + b_2^\dagger) h_\omega^{(x)} + \\ & + i (b_1 - b_1^\dagger - b_2 + b_2^\dagger) h_\omega^{(y)}]. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Здесь $b_j \equiv b_{k=0}^{(j)}$, и мы оставим в \mathcal{H}_ω только члены, линейные по операторам b_j , имея в виду рассмотреть процессы возбуждения только одной спиновой волны (с частотой ω_1 или ω_2). Используя результаты приложения Г, II, мы должны теперь перейти от b_j и b_j^\dagger к операторам $\xi_j = \xi_{k=0}^{(j)}$ и $\xi_j^\dagger = \xi_{k=0}^{\dagger(j)}$, относительно которых диагональна

¹ Ввиду громоздкости мы не привели вида энергетического спектра и резонансных частот для промежуточного состояния (z/θ), реализующихся в узком интервале полей $H_\parallel \leq H \leq H_\perp$ при $a+b > 0$. Соответствующие выражения для $\epsilon_k^{(1,2)}$ могут быть получены из (Г.5) путем подстановки θ и m , определяемых формулами (4.14).

квадратичная форма \mathcal{H}_2 :

$$\begin{aligned} b_1 &= U_0 \xi_1 - V_0 \xi_2^\dagger, \quad b_1^\dagger = U_0 \xi_1^\dagger - V_0 \xi_2, \\ b_2 &= U_0 \xi_2 - V_0 \xi_1^\dagger, \quad b_2^\dagger = U_0 \xi_2^\dagger - V_0 \xi_1, \end{aligned} \quad (4.52)$$

где коэффициенты преобразования U_0 и V_0 определяются соотношениями (Г.12) при $k = 0$. Именно, операторы ξ_j^\dagger и ξ_j являются операторами возникновения и уничтожения спиновых волн с частотами $\omega_j = \epsilon_{k=0}^{(j)}/\hbar$. После подстановки (4.52) в (4.51) получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\omega &= -\frac{1}{2} \left\{ \mu M_0 V \sqrt{\frac{|b|}{A+|b|}} \right\}^{1/2} [(h_\omega^{(x)} + ih_\omega^{(y)}) \xi_1 + \\ &+ (h_\omega^{(x)} - ih_\omega^{(y)}) \xi_2 + (h_\omega^{(x)} - ih_\omega^{(y)}) \xi_1^\dagger + (h_\omega^{(x)} + ih_\omega^{(y)}) \xi_2^\dagger]. \end{aligned} \quad (4.53)$$

Из выражения (4.53) видно, что в состоянии (z/\parallel) колебания с частотами ω_1 (4.29) и ω_2 (4.29) могут возбуждаться лишь при наличии компонент поля \mathbf{h}_ω , перпендикулярных к оси Z (и, следовательно, к вектору \mathbf{l} и полю H). При этом для возбуждения колебаний с частотой $\omega = \omega_1$ необходимо иметь поляризованную по правому кругу волну, а для возбуждения колебаний с частотой $\omega = \omega_2$ — волну, поляризованную по левому кругу. Отсюда, в частности, следует принципиальная возможность эффекта продольного намагничивания антиферромагнетика поперечным циркулярно-поляризованным магнитным полем. В самом деле, поперечная по отношению к оси антиферромагнетизма циркулярно-поляризованная волна может возбуждать колебания только одного типа (даже при $H = 0$, когда $\omega_1 = \omega_2$), в результате чего равновесие между средними числами спиновых волн $n_1 = \langle \xi_1^\dagger \xi_1 \rangle$ и $n_2 = \langle \xi_2^\dagger \xi_2 \rangle$ нарушается. Последнее, как легко видеть с помощью (4.50) и (4.52), должно приводить к появлению продольного магнитного момента, равного

$$M_z = -\mu (n_1 - n_2).$$

Необходимо оценить величину этого эффекта. Последнее трудно сделать, если рассчитать поперечные высокочастотные компоненты намагниченностей M_1 и M_2 .

Тогда

$$M_z = \frac{\mathcal{M}_z}{V} = M_{1z} + M_{2z} \simeq -\frac{(M_{1x}^2 + M_{1y}^2) - (M_{2x}^2 + M_{2y}^2)}{M_0}.$$

Такой расчет, основанный на решении уравнений движения вида (1.8) для M_j в циркулярно-поляризованном ВЧ поле

$$h_\omega^{(x)} = h_0 \cos \omega t, \quad h_\omega^{(y)} = h_0 \sin \omega t,$$

приведен в приложении Г, III. Указанное поперечное ВЧ поле вызывает продольную намагниченность (при отсутствии продольного поля, $H = 0$), относительная величина которой при резонансе определяется простой формулой

$$\frac{M_z}{M_0} = - \left(\frac{|b|}{A + |b|} \right)^{1/2} \left(\frac{\gamma h_0}{\Delta\omega} \right)^2 \equiv - \left(\frac{H_A}{H_E} \right)^{1/2} \left(\frac{h_0}{\Delta H} \right)^2, \quad (4.54)$$

где $\Delta\omega$ — ширина резонансной линии, а $\Delta H = \Delta\omega/\gamma$. Таким образом, для наблюдения эффекта необходимы антиферромагнетик с достаточно узкой резонансной линией и высокая интенсивность электромагнитного поля. Например, для получения намагниченности порядка 0,1% от ее значения при насыщении (что составляет около 1 гс при $M_0 \sim 10^3$ гс) необходимо иметь отношение $h_0/\Delta H \sim 10\%$ при $H_A/H_E \sim 10^{-2}$. Если учесть, что уже в настоящее время (при полном отсутствии работ, направленных на поиски антиферромагнетиков с узкой резонансной кривой) были получены резонансные кривые с $\Delta H \sim 10$ э (Боровик-Романов [80], гл. 9), то можно надеяться на экспериментальное наблюдение рассмотренного явления.

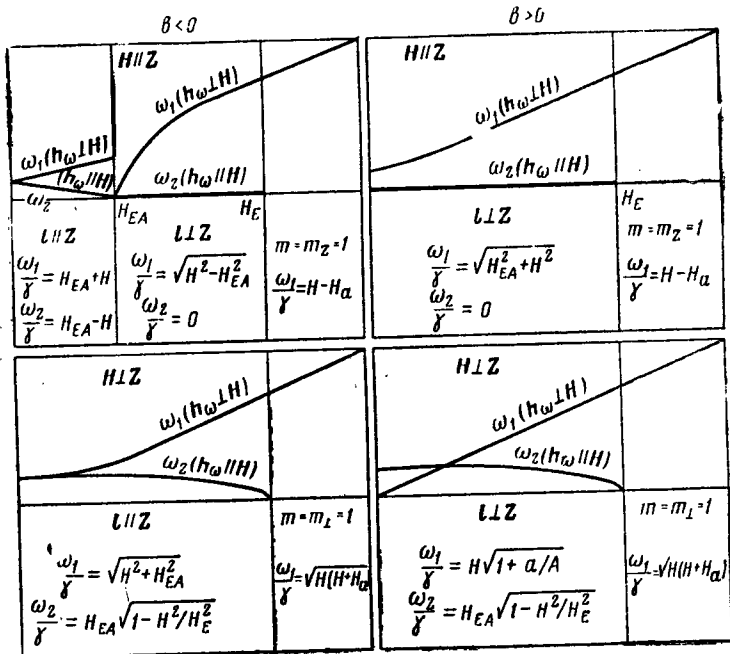
Аналогичным образом можно найти условия антиферромагнитного резонанса в случае, когда постоянное поле перпендикулярно оси антиферромагнетизма. Рассмотрим для примера состояние (y/\perp). В этом случае энергию \mathcal{H}_ω (4.49) можно представить через операторы возникновения и уничтожения ξ_j^\dagger и ξ_j спиновых волн с частотами ω_j (4.36) в следующем виде (приложение Г, II):

$$\mathcal{H}_\omega = - (\mu M_0 V)^{1/2} \{ h_\omega^{(x)} (U_1 - V_1) (\xi_1 + \xi_1^\dagger) + ih_\omega^{(y)} l (U_2 - V_2) (\xi_2 + \xi_2^\dagger) - ih_\omega^{(z)} m (U_1 + V_1) (\xi_1 - \xi_1^\dagger) \}. \quad (4.55)$$

Здесь коэффициенты преобразования U_j и V_j определяются соотношениями (Г.22) и (Г.23) (при $\mathbf{k} = 0$). Из выражения (4.55) вытекают следующие правила отбора для антиферромагнитного резонанса в состоянии (y/\perp): 1) при частоте $\omega = \omega_1$ (4.36₁) возбуждается первая резонансная ветвь, если имеется составляющая высокочастотного поля h_ω , перпендикулярная к постоянному подмагничивающему полю H (и, следовательно, m); 2) при частоте $\omega = \omega_2$ (4.36₂) возбуждается вторая ветвь, если высокочастотное поле h_ω имеет составляющую, параллельную постоянному полю H .

Можно показать, что точно такой же вид имеют условия резонанса и во всех других состояниях, для которых $\mathbf{l} \perp H$: при $h_\omega \perp H$ может возбуждаться только первая ветвь с частотой ω_1 , при $h_\omega \parallel H$ — только вторая ветвь с частотой ω_2 .

В табл. 1 дана полная сводка условий резонанса и резонансных формул, а также схематически представлена зависимость резонансных частот от намагничивающего поля для всех рассмотренных состояний. Заметим, что в области насыщения ($m = 1$) фактически



Примечание. В таблице приведены резонансные частоты и условия резонанса в одноосном антиферромагнетике. Для простоты принято:

$$H_{EA} = H_n = H_{||} = H_{\perp} = \sqrt{A |b| / M_0},$$

$$H_E = H'_E = H''_E = A / M_0.$$

Частота $\omega_2 \neq 0$, если учесть анизотропию в плоскости базиса.

имеется только одна резонансная частота (ω_1), так как колебания другой частоты (ω_2) однородным электромагнитным полем возбуждаться не могут.

Существующие экспериментальные данные по антиферромагнитному резонансу в основном хорошо укладываются в настоящую теоретическую схему. К сожалению, этих данных пока еще очень мало; дело в том, что для многих антиферромагнетиков резонансные эксперименты требуют очень больших постоянных полей ($H \sim H_{EA}$) или очень высоких частот электромагнитных волн — в миллиметровой или даже в далекой инфракрасной области. Так, например, для MnF_2 [81] и Cr_2O_3 [82] резонанс исследовался средствами миллиметровой техники в полях около $(1 \div 5) \cdot 10^4$ эГ, а для

¹ Поле H_{EA} для MnF_2 и Cr_2O_3 оказалось соответственно равным 94 кэ и 60 кэ.

FeF_2 [83] и NiO [84] — средствами инфракрасной техники [(при длине волны $(2 \div 3) \cdot 10^{-2}$ см, что соответствует полям порядка $(3 \div 5) \cdot 10^5$ э (если принять $\hbar\omega = \mu H$)].

Антиферромагнитный резонанс в сантиметровом радиодиапазоне может наблюдаться в тех антиферромагнетиках, в которых ось антиферромагнетизма находится в базисной плоскости. Поскольку, однако, ряд изученных в настоящее время таких антиферромагнетиков обладает слабым ферромагнетизмом, то на них мы остановимся позднее (гл. 9).

§ 4. Одноосные антиферромагнетики. Термодинамические свойства

Интересующие нас термодинамические свойства антиферромагнетика (температурная зависимость спиновой теплоемкости и магнитной восприимчивости) можно рассчитать, исходя из термодинамического потенциала спиновых волн [см., например, последнее слагаемое в (2.24)]:

$$\Omega_s = \kappa T \sum_{j, k} \ln(1 - e^{-\varepsilon_{jk}/\kappa T}), \quad (4.56)$$

где ε_{jk} — соответствующие спинволновые энергии для рассматриваемого антиферромагнитного состояния. Спиновая часть теплоемкости C_s (при постоянном поле H) и температурное изменение магнитной восприимчивости $\Delta\chi = \chi(T) - \chi(0)$ выражаются через Ω_s следующим образом:

$$C_s = -T \frac{\partial^2 \Omega_s}{\partial T^2} = \frac{\partial}{\partial T} \sum_{j, k} \varepsilon_{jk} \bar{n}_{jk}, \quad (4.57)$$

$$\Delta\chi = -\frac{\partial^2 \Omega_s}{\partial H^2} = -\sum_{j, k} \left[\frac{\partial^2 \varepsilon_{jk}}{\partial H^2} \bar{n}_{jk} - \left(\frac{\partial \varepsilon_{jk}}{\partial H} \right)^2 \frac{\partial \bar{n}_{jk}}{\partial \varepsilon_{jk}} \right], \quad (4.58)$$

где $\bar{n}_{jk} = (e^{\varepsilon_{jk}/\kappa T} - 1)^{-1}$ — среднее число спиновых волн сорта j в состоянии k .

Расчет C_s и $\Delta\chi$ мы будем, как правило, проводить на основе приближенных выражений для энергии спиновых волн (4.44) — (4.47). В некоторых случаях будет выяснена роль и более общих формул.

Заметим, что для каждой ветви спиновых волн всю область температур ($0 < T \ll \Theta_N$) можно условно разбить на три части: 1) $\kappa T \ll \varepsilon_{j0}$ — область, где энергия теплового движения мала по сравнению с энергетической щелью; 2) $\kappa T \sim \varepsilon_{j0}$ — переходная область, где они близки друг другу, и 3) $\kappa T \gg \varepsilon_{j0}$ — область, где малой является величина энергетической щели по сравнению с κT . В первой области соответствующая ветвь спиновых волн дает малый вклад в $\Delta\chi$ и C_s , исчезающий с понижением температуры по закону экспоненты (с некоторым добавочным более слабо зависящим от

температуры множителем). Мы будем в этих случаях писать, что $C_s \approx 0$ и $\Delta\chi \approx 0$, имея в виду, что на самом деле имеет место указанная экспоненциальная температурная зависимость. В другом предельном случае, когда $\kappa T \gg \varepsilon_{j0}$, $C_s(T)$ и $\Delta\chi(T)$ могут быть представлены в виде ряда по степеням T , причем мы будем ограничиваться лишь первым членом этого ряда. Наконец, в промежуточной области температур $C_s(T)$ и $\Delta\chi(T)$ не могут быть выражены посредством простых функций T (хотя, впрочем, получающиеся при этом интегралы, зависящие от T как от параметра, в случае необходимости всегда могут быть протабулированы). Мы не будем выписывать этих общих выражений, так как уже рассмотрение указанных двух предельных случаев позволяет выяснить качественные особенности температурной зависимости C_s и $\Delta\chi$ для различных состояний¹.

Итак, приведем результаты расчета C_s и $\Delta\chi$ для различных состояний как для $b < 0$, так и для $b > 0$.

I. *Естественная ось антиферромагнетизма — ось кристалла, $b < 0$.*

А. Состояние (z/\parallel): $H \parallel Z, H < H_{EA}$.

а) $\mu H_{EA} \ll \kappa T$:

$$C_s = aT^3, \quad a = \left(\frac{4\pi^2}{15}\right) \kappa \left(\frac{\kappa}{T}\right)^3, \quad (4.59)$$

$$\Delta\chi = \alpha T^2, \quad \alpha = \frac{(\mu\kappa)^2}{3J^3}. \quad (4.60)$$

б) $\mu H_{EA} \gg \kappa T, \mu(H_{EA} - H) \ll \kappa T$:

$$C_s = a_1 T^{3/2}, \quad a_1 = \frac{15(2\mu H_{EA}\kappa)^{3/2}\kappa}{32\pi^{3/2}J^3}, \quad (4.61)$$

$$\Delta\chi = 2\sqrt{2}\pi^2 \frac{\mu^2 \kappa T}{I} \frac{\mu H_{EA}}{I} \left(\frac{H_{EA}}{H_{EA} - H}\right)^{1/2}. \quad (4.62)$$

в) $\mu(H_{EA} - H) \gg \kappa T$:

$$C_s \approx 0, \quad \Delta\chi \approx 0. \quad (4.63)$$

Б. Состояние (z/\perp): $H \parallel Z, H > H_{EA}$.

а) $\mu\sqrt{H^2 - H_{EA}^2} \ll \kappa T$:

$$C_s = aT^3, \quad (4.64)$$

$$\Delta\chi = -\frac{1}{4}\alpha T^2. \quad (4.65)$$

¹ Следует, однако, указать, что не очень редким является и такой случай, для которого область температур $\varepsilon_{j0} \ll \kappa T \ll \theta_N$ вообще отсутствует. Заметим также, что более полный перечень формул для $C_s(T)$ и $\Delta\chi(T)$ с удержанием большего числа членов приведен в недавно появившейся уже цитированной работе [79].

$$\text{б) } \mu \sqrt{H^2 - H_{EA}^2} \gg \kappa T:$$

$$C_s = \frac{1}{2} a T^3, \quad (4.66)$$

$$\Delta\chi = \frac{\pi^2}{10} \alpha T^2 \left(\frac{\kappa T}{\mu H_E} \right)^2. \quad (4.67)$$

В. Состояние (y/\perp) , $H \perp Z$.

$$\text{а) } \mu \sqrt{H_{EA}^2 + H^2} \ll \kappa T:$$

$$C_s = a T^3, \quad (4.68)$$

$$\Delta\chi = -\frac{1}{4} \alpha T^2. \quad (4.69)$$

$$\text{б) } \mu H_{EA} \ll \kappa T \ll \mu \sqrt{H_{EA}^2 + H^2}:$$

$$C_s = \frac{1}{2} a T^3, \quad (4.70)$$

$$\Delta\chi = \frac{\pi^2}{10} \alpha T^2 \left(\frac{\kappa T}{\mu H_E} \right)^2. \quad (4.71)$$

$$\text{в) } \kappa T \ll \mu H_{EA}:$$

$$C_s \approx 0, \quad \Delta\chi \approx 0. \quad (4.72)$$

II. *Естественная ось антиферромагнетизма перпендикулярна оси кристалла, $b > 0$.*

А. Состояние (z/\perp) , $H \parallel Z$.

$$\text{а) } \mu \sqrt{H_{EA}^2 + H^2} \ll \kappa T:$$

$$C_s = a T^3, \quad (4.73)$$

$$\Delta\chi = -\frac{1}{4} \alpha T^2. \quad (4.74)$$

$$\text{б) } \mu \sqrt{H_{EA}^2 + H^2} \gg \kappa T:$$

$$C_s = \frac{1}{2} a T^3, \quad (4.75)$$

$$\Delta\chi = \frac{\pi^2}{10} \alpha T^2 \left(\frac{\kappa T}{\mu H_E} \right)^2. \quad (4.76)$$

Б. Состояние (x/\perp) , $H \perp Z$.

$$\text{а) } \kappa T \gg \mu H, \mu H_{EA}:$$

$$C_s = a T^3, \quad (4.77)$$

$$\Delta\chi = -\frac{1}{4} \alpha T^2. \quad (4.78)$$

$$б) \mu H \ll \kappa T \ll \mu H_{EA}:$$

$$C_s = \frac{1}{2} a T^3, \quad (4.79)$$

$$\Delta \chi = -\frac{1}{4} \alpha T^2. \quad (4.80)$$

$$в) \mu H \gg \kappa T \gg \mu H_{EA}:$$

$$C_s = \frac{1}{2} a T^3, \quad \Delta \chi = \frac{\pi^2}{10} \alpha T^2 \left(\frac{\kappa T}{\mu H_E} \right)^2. \quad (4.81)$$

Сформулируем некоторые выводы из приведенных результатов, представляющие интерес с точки зрения их экспериментальной проверки.

1. Спиновая теплоемкость C_s антиферромагнетика прямо пропорциональна T^3 , если хотя бы для одной из ветвей спиновых волн энергетическая щель $\varepsilon_0 \ll \kappa T$. Коэффициент пропорциональности должен возрастать (с повышением температуры) в два раза при переходе из области температур, в которой указанное неравенство выполняется только для одной ветви, к области температур, в которой это неравенство становится справедливым для обеих ветвей спинволнового спектра [см. состояние (z/\perp) для $b < 0$ — переход от формулы (4.66) к формуле (4.64), а также состояния (z/\perp) и (x/\perp) для $b > 0$ — переход соответственно от (4.75) к (4.73) и от (4.79) или (4.81) к (4.77)].

Последняя закономерность наблюдалась экспериментально Калининкой и Боровиком-Романовым в $MnCO_3$, которые впервые с помощью измерения теплоемкости показали наличие двух ветвей спинволнового спектра в антиферромагнетике [85].

2. Необходимо обратить внимание на изменение величины C_s и вида ее температурной зависимости при изменении величины намагничивающего поля H . Особенно это характерно для случая, когда поле направлено вдоль естественной оси антиферромагнетизма Z ($b < 0$) в области температур $\kappa T \ll \mu H_{EA}$: при малых полях [формула (4.63)] теплоемкость исчезающе мала, затем с увеличением H она возрастает и при $\mu (H_{EA} - H) \ll \kappa T$ становится прямо пропорциональной $T^{3/2}$ [формула (4.61)]; далее, при пороговом поле $H = H_{EA}$, вместе с изменением типа состояния, C_s резко падает, становясь пропорциональной T^3 [формула (4.64)]¹. Таким образом, при переходе через пороговое поле благодаря скачку теплоемкости в антиферромагнетике может иметь место значительный магнетокалорический эффект.

¹ Отношение теплоемкости выше (C_s^\perp) и ниже (C_s^\parallel) порогового поля H_{EA} равно $C_s^\perp/C_s^\parallel \sim 10 \left(\frac{\kappa T}{\mu H_{EA}} \right)^{3/2}$. При $\kappa T \ll \mu H_{EA}$ это отношение может быть значительно меньше единицы.

3. В одноосном монокристалле резкое изменение величины спиновой теплоемкости и вида ее температурной зависимости можно достичь не только за счет изменения величины поля, но также и за счет изменения направления оси кристалла по отношению к неизменному полю H . Например, теплоемкость резко падает до исчезающе малой величины при переходе от состояния (z/\parallel) (случай «б») и состояния (z/\perp) (случаи «а» и «б») к состоянию (y/\perp) (случай «в»). Это означает, что если спиновая теплоемкость составляет значительную часть общей теплоемкости антиферромагнетика, то при адиабатическом повороте кристалла на 90° из положения $Z \parallel H$ в положение $Z \perp H$ (или наоборот) в указанных случаях должно наблюдаться заметное изменение температуры образца.

4. Из сравнения формул (4.60) с (4.65), а также (4.60) с (4.69) следует весьма простое соотношение между температурными изменениями продольной ($H \parallel I$) и поперечной ($H \perp I$) магнитной восприимчивости:

$$\Delta\chi_{\perp} \simeq -\frac{1}{4} \Delta\chi_{\parallel}. \quad (4.82)$$

Хотя специальных исследований с целью проверки соотношения (4.82) не проводилось, однако существующие экспериментальные данные [74, 86, 87, 133], по-видимому, свидетельствуют о том, что оно не выполняется. Для $\Delta\chi_{\parallel} \equiv \chi_{\parallel}(T)$ в ряде случаев [86, 87, 133] действительно выполняется «закон T^2 », между тем как $\Delta\chi_{\perp}$ изменяется с температурой значительно слабее, чем это предсказывается формулой (4.82), или даже вообще остается почти постоянной.

Как уже отмечалось выше (см. примечание на стр. 79), для состояний с $I \parallel Z$ (для которых обе ветви спиновых волн имеют энергетические щели $\varepsilon_{j0} \sim \mu H_{EA}$) может вообще не существовать области температур, где бы выполнялось условие $\mu H_{EA} \ll \kappa T \ll \kappa \Theta_N$, необходимое для получения простых степенных зависимостей: $C_s \sim T^3$ и $\Delta\chi \sim T^2$. Поэтому особый интерес для проверки выводов теории спиновых волн представляют одноосные антиферромагнетики, для которых в основном состоянии $I \perp Z$, вследствие чего для одной из ветвей спектра энергетическая щель в них практически отсутствует (она определяется внешним полем или энергией магнитной анизотропии высших порядков).

Заметим, однако, что и для антиферромагнетиков с $I \perp Z$ предсказываемое теорией спиновых волн квадратичное убывание поперечной восприимчивости с повышением температуры экспериментально также не было подтверждено.

5. Согласно (4.62), в состоянии (z/\parallel) магнитная восприимчивость при $\kappa T \ll \mu H_{EA}$ зависит от величины поля вблизи его порогового значения H_{EA} и имеет особенность при $H \rightarrow H_{EA}$. Это вполне естественно, так как при $H \geq H_{EA}$ состояние (z/\parallel) становится неустойчивым. Интересно было бы предсказываемую теорией для

этого случая зависимость $\Delta\chi_{\parallel} \equiv \chi \sim (H_{EA} - H)^{-1/2}$ проверить экспериментально.

6. Обращает на себя внимание анизотропия температурной зависимости поперечной восприимчивости для антиферромагнетиков, для которых естественная ось антиферромагнетизма лежит в базисной плоскости ($b > 0$). В области температур $\kappa T \ll \mu H_{EA}$ восприимчивости χ_{\perp} по двум взаимно-перпендикулярным направлениям (вдоль главной оси кристалла Z и перпендикулярно ей, например, по оси X) должны иметь совершенно различный вид и противоположный знак. А именно, согласно формулам (4.76) и (4.80) $\Delta\chi_z^z \sim T^4$ и больше нуля, а $\Delta\chi_z^x \sim T^2$ и меньше нуля, причем $\Delta\chi_z^z \ll |\Delta\chi_z^x|$. Аналогичная картина должна наблюдаться для антиферромагнетиков с $b < 0$ в полях выше порогового значения, $H \gg H_{EA}$ [ср. формулы (4.65) и (4.72)].

7. Наконец, принципиальное значение для экспериментальной проверки теории имеет, на наш взгляд, соотношение между магнитной восприимчивостью и спиновой теплоемкостью антиферромагнетика. Например, для состояния (z/\parallel) при $\kappa T \gg \mu H_{EA}$, согласно (4.59) и (4.60), имеем

$$\frac{C_s}{T\chi_{\parallel}} = \frac{4\pi^2}{5} \left(\frac{\kappa}{\mu}\right)^2 \approx 3,8 \cdot 10^8. \quad (4.83)$$

Если это соотношение действительно справедливо, то оно позволяет по величине магнитной восприимчивости определить вклад, даваемый спиновыми волнами в полную теплоемкость антиферромагнетика.

Обсудим теперь возможные причины невыполнения «закона T^2 » для температурной зависимости поперечной магнитной восприимчивости χ_{\perp} и нарушения соотношения (4.82) между $\Delta\chi_{\parallel}$ и $\Delta\chi_{\perp}$.

Обратим сперва внимание на допущенные нами неточности расчетного порядка, которые хотя и могут изменить соотношение (4.83), однако, по-видимому, не очень существенно.

Прежде всего, в состоянии с $\mathbf{l} \perp \mathbf{H}$ может изменяться с температурой основное состояние антиферромагнетика, характеризуемое углом между равновесными намагниченностями подрешеток. В связи с этим, по-видимому, более точным был бы расчет равновесного значения этого угла (или связанного с ним равновесного значения m) не из минимума \mathcal{H}_0 (или даже $\mathcal{H}_0 + \Delta\mathcal{H}_0$), как это было сделано нами выше, а путем минимизации полного термодинамического потенциала системы Ω , складывающегося из энергии основного состояния и термодинамического потенциала спиновых волн Ω_s , записанного при неопределенном значении параметра m ¹. Такой расчет был нами также проделан (см. приложение Г, IV). Оказалось, что указанный эффект действительно несколько уменьшает абсолютное значение $\Delta\chi_{\perp}$, однако обусловленная им поправка,

¹ Сравнить с соответствующим расчетом кривой намагничивания одноосного ферромагнетика в трудном направлении в § 3 гл. 2.

будучи прямо пропорциональной T^4 , является поправкой высшего порядка и в рассматриваемом приближении должна быть отброшена. Эта поправка существенна лишь в тех случаях, когда разложение $\Delta\chi_{\perp}$ по температуре начинается с члена, пропорционального T^4 [формулы (4.67), (4.71), (4.76) и (4.81)]. К правым частям указанных формул необходимо добавить слагаемое вида

$$\left(\frac{H_E}{64 M_0} \right) \alpha^2 T^4.$$

Если при расчете $\Delta\chi_{\perp}$, например, для состояния (y/\perp) , использовать вместо приближенных выражений (4.46) для энергии спиновых волн более общие выражения (4.36), то это приведет к появлению в формуле (4.69) для $\Delta\chi_{\perp}$ множителя вида $\frac{A(A+a)}{(A-b)^2}$. Последний может изменить соотношение (4.82) между $\Delta\chi_{\parallel}$ и $\Delta\chi_{\perp}$. Однако этот множитель может существенно отличаться от единицы лишь в весьма редких случаях, когда хотя бы одна из констант анизотропии (a или b) сравнима по величине с обменным параметром A ¹.

Наконец, на соотношение между $\Delta\chi_{\parallel}$ и $\Delta\chi_{\perp}$ может повлиять также учет энергии нулевых колебаний и членов более высокого порядка в разложении гамильтониана по операторам b_r и b_r^{\dagger} . Как следует из работы Огучи [75], а также Пу-Фу-Чо [76], эти уточнения могут изменить отношение $\Delta\chi_{\perp}/\Delta\chi_{\parallel}$ примерно на 10—20%, причем в сторону его увеличения, а не уменьшения. Характер температурной зависимости при этом остается неизменным.

Таким образом, природа нарушения соотношения (4.82) пока остается неясной. Возможно, что дело здесь не в дефектах расчетной схемы, а в самих исходных предположениях теории. В частности, наиболее уязвимым здесь, по-видимому, является предположение о постоянстве модуля вектора локальной намагниченности каждой из подрешеток (4.6).

§ 5. Антиферромагнетизм в кристаллах ромбической и кубической симметрии

Рассмотренные выше на примере одноосных кристаллов основные характерные черты магнитных свойств антиферромагнетиков: наличие порогового поля при намагничивании вдоль оси антиферромагнетизма, две ветви спиновых волн с энергетическими щелями ϵ_{j_0} , определяемыми средними геометрическими значениями из энергий обмена и анизотропии, характер температурной зависимости магнитной восприимчивости и спиновой теплоемкости для температур $\kappa T \gg \epsilon_{j_0}$ — все они с теми или иными оговорками мо-

¹ Что может, по-видимому, иметь место для некоторых слоистых структур.

гут быть распространены также на случай кристаллов других сингоний. Для подтверждения этого мы очень кратко остановимся на антиферромагнетиках ромбической и кубической симметрии.

В случае ромбических кристаллов плотность энергии (4.4) необходимо изменить следующим образом: члены с константами a и b , описывающие магнитную кристаллографическую анизотропию, должны быть заменены членами вида ¹

$$\mathcal{H}_A(\mathbf{r}) = \frac{a_1}{2} m_x^2 + \frac{a_3}{2} m_z^2 + \frac{b_1}{2} l_x^2 + \frac{b_3}{2} l_z^2. \quad (4.84)$$

В зависимости от соотношения величин и знаков констант анизотропии b_1 и b_3 естественная ось антиферромагнетизма будет направлена по одной из ромбических осей кристалла (которые мы приняли за оси координат X, Y и Z). Например, при условиях

$$b_3 < 0 \quad \text{и} \quad b_1 - b_3 > 0 \quad (4.85)$$

естественная ось антиферромагнетика будет направлена вдоль Z . Это основное состояние с намагниченностью $m = 0$ сохраняется также и при наложении внешнего магнитного поля $\mathbf{H} \parallel \mathbf{Z}$, пока оно не превосходит порогового значения ²

$$H_{EA} \simeq \frac{\sqrt{A(b_1 - b_3)}}{M_0}. \quad (4.86)$$

При $H = H_{EA}$ вектор антиферромагнетизма \mathbf{l} скачком поворачивается и становится перпендикулярным \mathbf{H} , так что $\mathbf{l} \parallel \mathbf{X}$, если $b_1 < 0$, и $\mathbf{l} \parallel \mathbf{Y}$, если $b_1 > 0$. При этом появляется намагниченность в направлении \mathbf{H} , равная

$$m_z = m = \frac{h}{A + a_3 - b_1} \quad \text{или} \quad \frac{h}{A + a_3}. \quad (4.87)$$

Если намагничивающее поле $\mathbf{H} \perp \mathbf{Z}$, то \mathbf{l} остается параллельным \mathbf{Z} вплоть до насыщения; при этом

$$m = m_x = \frac{h}{A - a_1 - b_3}, \quad (4.88)$$

если $\mathbf{H} \parallel \mathbf{X}$, и

$$m = m_y = \frac{h}{A - b_3}, \quad (4.89)$$

если $\mathbf{H} \parallel \mathbf{Y}$.

Характерная особенность спинволнового спектра для ромбического антиферромагнетика по сравнению с одноосным заключается

¹ Кроме того, тензоры обменной энергии $A_{\gamma\delta}$ и $B_{\gamma\delta}$ будут содержать по три различные компоненты.

² Как и в случае одноосных кристаллов, здесь могут существовать и метастабильные состояния, однако мы не будем их рассматривать.

в том, что две ветви спиновых волн здесь имеют различные энергии даже при $H = 0$ (и без учета магнитоэлектростатического взаимодействия). А именно, при $H = 0$, согласно приложению Г, V [формула (Г.36)], имеем

$$\varepsilon_{1k} = \frac{\mu}{M_0} [(A + A_k - b_3) (B_k + b_1 - b_3)]^{1/2}, \quad (4.90)$$

$$\varepsilon_{2k} = \frac{\mu}{M_0} [(A + A_k + a_1 - b_3) (B_k - b_3)]^{1/2}.$$

Заметим, что, в противоположность магнитоэлектростатическому расщеплению [§ 3, формула (4.27)], расщепление, связанное с магнитной анизотропией, не мало. В частности, при $k = 0$ это расщепление, равное разности энергетических щелей для спиновых волн

$$\varepsilon_{10} - \varepsilon_{20} = \frac{\mu}{M_0} [\sqrt{A(b_1 - b_3)} - \sqrt{A|b_3|}], \quad (4.91)$$

вообще говоря, такого же порядка величины, как и сами энергетические щели. А последние в ромбическом кристалле всегда определяются средними геометрическими значениями из обменной энергии магнитной анизотропии второго порядка.

В приложении Г, V произведен расчет энергии спиновых волн в ромбическом кристалле для поля $H \neq 0$, направленного вдоль оси антиферромагнетизма ($\mathbf{l} \parallel \mathbf{Z}$). Здесь же мы приведем приближенные выражения для спинволновых энергий только для случая поперечного намагничивания¹, когда $\mathbf{H} \perp \mathbf{l}$. Пусть, например, $\mathbf{H} \parallel \mathbf{X}$, тогда (при $h \ll A$)

$$\varepsilon_{1k} = \frac{\mu}{M_0} [(b_1 - b_3) A + h^2 + l^2 k^2]^{1/2}, \quad (4.92)$$

$$\varepsilon_{2k} = \frac{\mu}{M_0} \left[\left(1 - \frac{h^2}{A^2} \right) (|b_3| A + l^2 k^2) \right]^{1/2}.$$

Как и в случае одноосных кристаллов, большой вклад в поперечную магнитную восприимчивость ($\Delta\chi_{\perp} \sim T^2$ при $\varepsilon_{10} \ll \kappa T$) дает первая ветвь спиновых волн. При антиферромагнитном резонансе эта ветвь возбуждается в перпендикулярных полях ($h_{\omega} \perp \mathbf{H}$). Вторая ветвь из-за слабой зависимости от поля может вносить в $\Delta\chi_{\perp}(T)$ лишь малый член, пропорциональный T^4 (при $\kappa T \gg \varepsilon_{20}$). При резонансе эта ветвь должна возбуждаться в параллельных полях ($h_{\omega} \parallel \mathbf{H}$). И вообще, обращаясь к термодинамическим свойствам, легко показать, что все соотношения для температурной зависимости S_j и $\Delta\chi_j$, полученные в § 4 для одноосных кристаллов при условии $\kappa T \gg \varepsilon_{j0}$ ($j = 1, 2$), пригодны для ромбических антифер-

¹ Эти выражения потребуются нам для сравнения при рассмотрении ромбических слабых ферромагнетиков (см. гл. 8).

ромагнетиков. В противоположном предельном случае $\chi T \ll \varepsilon_{j0}$ теплоемкость и температурный член в восприимчивости должны уменьшаться по закону экспоненты.

Ромбические кристаллы принадлежат к более низкой сингонии, чем одноосные. Рассмотрим теперь кристаллы высшей — кубической сингонии. Для них энергия анизотропии (с точностью до членов не выше четвертого порядка) имеет вид ¹

$$\mathcal{H}_A(r) = \frac{1}{2} b (l_x^2 l_y^2 + l_x^2 l_z^2 + l_y^2 l_z^2) + \frac{1}{2} a (l_x^2 m_x^2 + l_y^2 m_y^2 + l_z^2 m_z^2). \quad (4.93)$$

В данном случае естественными осями антиферромагнетизма являются или оси типа [001] (т. е. оси X , Y или Z), если $b > 0$, или оси типа [111] (т. е. пространственные диагонали куба), если $b < 0$. Пусть, для примера, $b > 0$ и начальный вектор антиферромагнетизма \mathbf{l} (при $H = 0$) направлен вдоль оси Z . Рассмотрим снова случаи продольного и поперечного намагничивания.

В основном состоянии при $H \parallel \mathbf{l}$

$$m = 0,$$

при $H \perp \mathbf{l}$

$$m = \frac{h}{A}. \quad (4.94)$$

Если теперь учитывать слабые гармонические колебания около этих состояний, то при $H \parallel \mathbf{l}$ энергию анизотропии (4.93) можно приближенно представить в виде

$$\mathcal{H}_A \simeq \frac{1}{2} b - \frac{1}{2} b m^2 - \frac{1}{2} b l_z^2. \quad (4.95)$$

равнивая (4.95) с соответствующими членами в выражении (4.4) для энергии одноосного кристалла, мы видим, что спинволновые энергии для кубического кристалла могут быть получены из соответствующих выражений (4.28) для одноосного кристалла, если в последних произвести замену b на $-b$ и затем A на $A - b$. Кроме того, необходимо, конечно, учесть, что для кубического кристалла

$$A_k = A_1 k^2 \text{ и } B_k = B k^2.$$

В результате имеем

$$\varepsilon_k^{(1,2)} = \frac{\mu}{M_0} [(b + B k^2) (A + A_1 k^2)]^{1/2} \pm \mu H. \quad (4.96)$$

¹ С учетом условий (4.7) мы здесь оставили только независимые инварианты, и, кроме того, имея в виду рассматривать не очень большие поля ($m \ll 1$), мы опустили как несущественный инвариант вида $m_x^2 m_y^2 + m_x^2 m_z^2 + m_y^2 m_z^2$.

При $k = 0$

$$\varepsilon_0^{(1,2)} = \hbar\omega_{1,2} = \frac{\mu}{M_0} \sqrt{Ab} \pm \mu H. \quad (4.97)$$

Поскольку одна из энергий (4.97) становится отрицательной, если $H > H_{EA}^{(4)} = \sqrt{Ab}/M_0$, то, следовательно, состояние с $\mathbf{l} \parallel \mathbf{H}$ устойчиво лишь при $H < H_{EA}^{(4)}$.

Пусть, далее $\mathbf{l} \perp \mathbf{H}$. Последнее имеет место или когда приложенное поле сразу перпендикулярно \mathbf{l} , или же мы приходим в это состояние из состояния с $\mathbf{l} \parallel \mathbf{H}$, когда $H > H_{EA}^{(4)}$. Снова рассматривая малые колебания вблизи основного состояния (4.94), энергию анизотропии (4.94) можно в данном случае представить в виде (для $\hbar \ll A$)

$$\mathcal{H}_A \simeq \frac{1}{2} b (1 - m^2 - l_2^2) + am_z^2.$$

Это значит, что спектр спиновых волн для данного состояния может быть получен из спектра одноосного антиферромагнетика (4.36) для состояния (y/\perp), если в формулах (4.36) произвести замену b на $-b$, a на $2a$, затем A на $A - b$, причем $\hbar_E = A$. Приближенные выражения с учетом условий $\hbar, a, b \ll A$ имеют точно вид (4.46).

Термодинамические соотношения и резонансные частоты для кубического кристалла в состояниях с $\mathbf{l} \parallel \mathbf{H}$ и с $\mathbf{l} \perp \mathbf{H}$ практически остаются такими же, как для одноосного кристалла соответственно для состояний (z/\parallel) и (y/\perp). Разница заключается лишь в том, что для кубического кристалла пороговое поле $H_{EA}^{(4)}$, а следовательно, и энергетические щели для спиновых волн определяются средними геометрическими значениями из обменной энергии и энергии анизотропии не второго, а четвертого порядка. Следовательно, здесь H_{EA} может быть на один-два порядка меньше, чем в случае одноосных и ромбических кристаллов. Последнее означает, в частности, что антиферромагнитный резонанс в кубических кристаллах иногда может наблюдаться в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн.

Общие условия существования слабого ферромагнетизма в антиферромагнитных кристаллах

Как уже указывалось выше, анизотропные магнитные силы могут вызвать нарушение строгой коллинеарности магнитных моментов в антиферромагнетике. Появление неколлинеарности может сопровождаться возникновением отличного от нуля спонтанного магнитного момента или же происходить без него. В первом случае мы будем говорить о слабом (неколлинеарном) ферромагнетизме в антиферромагнетике, во втором случае — просто о слабо неколлинеарном антиферромагнетизме.

Мы сперва рассмотрим слабоферромагнитные структуры. При этом для простоты можно не учитывать нарушение коллинеарности тех магнитных моментов, которые в исходной антиферромагнитной структуре были параллельными. В этом случае вся неколлинеарность сводится к отклонению от строгой антипараллельности намагниченностей двух подрешеток, каждая из которых составлена из магнитных моментов одинакового направления. Эффекты, связанные с нарушением коллинеарности бывших параллельных магнитных моментов, и, в частности, слабо неколлинеарный антиферромагнетизм будут рассмотрены в главе 10. Для описания этих эффектов приходится вводить более двух магнитных подрешеток.

Слабо нескомпенсированный спонтанный магнитный момент может существовать и в антиферромагнетиках с коллинеарной магнитной структурой благодаря той или иной «неэквивалентности» магнитных подрешеток, описывающих эту структуру. Такая возможность будет также учтена при рассмотрении свойств слабых ферромагнетиков.

§ 1. Постановка задачи. Условия, накладываемые трансляциями и центром симметрии

В 1956 г. Боровик-Романов и Орлова [88] для объяснения природы слабого ферромагнетизма, обнаруженного ими в карбонатах марганца и кобальта ($MnCO_3$ и $CoCO_3$), предложили модель антиферромагнетика, согласно которой направления намагниченностей магнитных подрешеток не строго антипараллельны, а повернуты на небольшой угол относительно друг друга¹. Дзялошинский [14]

¹ Несколько раньше аналогичная идея была выдвинута в работе Матареса и Стаута [89] для объяснения слабого ферромагнетизма NiF_2 .

дал обоснование возможности такого магнитного состояния с точки зрения теории симметрии магнитных кристаллов. Он показал, что слабый ферромагнетизм ромбоэдрических кристаллов со структурами $MnCO_3$ и $\alpha - Fe_2O_3$ (гематит), а также тетрагональных кристаллов со структурой рутила (например, соединения NiF_2) является врожденным свойством этих кристаллов, связанным со специфической их кристалломагнитной структуры¹. Малость спонтанного момента обусловлена тем, что он появляется как результат возмущающего действия магнитных анизотропных сил (т. е. сил релятивистского происхождения) в антиферромагнетике, за невозможную магнитную структуру которого ответственны обменные силы (т. е. силы электростатического, нерелятивистского происхождения).

Дальнейшие экспериментальные и теоретические исследования [92—106, 133] (в том числе ряд теоретических работ, выполненных автором или с его участием [32—40]) привели к выводу, что слабый ферромагнетизм представляет собой весьма распространенное явление. При определенной кристаллографической структуре магнетика, находящегося в определенном антиферромагнитном состоянии, слабый ферромагнетизм существует в нем с той же необходимостью, с какой, например, кубическая магнитная анизотропия существует в кубических кристаллах и тетрагональная магнитная анизотропия — в тетрагональных кристаллах.

Благодаря магнитноанизотропной природе слабого ферромагнетизма магнитные свойства слабых ферромагнетиков носят ярко выраженный анизотропный характер. Как правило, слабоферромагнитный кристалл проявляет наличие спонтанной намагниченности лишь вдоль определенных кристаллографических направлений, сохраняя свойства обычного антиферромагнетика при намагничивании его в других направлениях. По этой же причине явление слабого ферромагнетизма может проявляться весьма различным образом в кристаллах различной симметрии (и даже при одной и той же кристаллографической симметрии, но для разных типов антиферромагнитного упорядочения), так что рассмотрение свойств слабых ферромагнетиков безотносительно к конкретной кристалломагнитной структуре (что имело место, например, в работах [104, 105]) фактически является беспредметным.

Существующие теоретические работы, имеющие отношение к проблеме слабого ферромагнетизма, можно подразделить на две группы. В работах первой группы [14, 34—39, 92—98] рассматривались конкретные магнитные кристаллы, для которых была известна пространственная кристаллографическая группа и указаны позиции магнитных атомов в решетке. При этом в предположении

¹ Наиболее полные нейтронографические исследования магнитной структуры карбонатов и фторидов переходных металлов, в связи с проблемой слабого ферромагнетизма, были выполнены Алихановым [90, 91].

о совпадении магнитной и химической элементарных ячеек кристалла выяснялась возможность существования слабого ферромагнетизма в нем, определялись те из возможных при данной позиции магнитных атомов антиферромагнитные структуры, для которых эта возможность могла реализоваться, и затем на основе записанного из соображений симметрии выражения для свободной энергии (или гамильтониана) исследовались конкретные физические свойства рассматриваемого слабоферромагнитного кристалла. При таком подходе приходилось повторять всю эту процедуру не только для каждой пространственной группы, но даже для различных кристаллографических позиций магнитных атомов в пределах одной и той же пространственной группы.

Вторая группа работ [2, 99] относится к работам по общей теории магнитной симметрии кристаллов: в них дается перечень тех классов магнитной симметрии, которые допускают существование спонтанного магнитного момента (безотносительно к тому, какого происхождения этот магнитный момент), устанавливается симметрия материальных тензоров, описывающих макроскопические свойства магнетиков, и т. д. Работы этого типа (в частности, например, [99]) дают возможность установить при знании конкретной антиферромагнитной структуры, характеризуемой определенной магнитной пространственной группой, допускает ли такая структура слабый ферромагнетизм. Однако они не связывают этот вопрос с исходной кристаллографической структурой магнетика, с типом кристаллографических позиций его магнитных атомов. Тем более, теория симметрии сама по себе не может привести к каким-либо количественным соотношениям, определяющим свойства слабого ферромагнетика.

Несколько видоизменив метод, применявшийся в первой группе работ, можно попытаться получить некоторые общие условия существования слабого ферромагнетизма в антиферромагнетиках. Речь идет об условиях, накладываемых наличием того или иного элемента симметрии в кристаллографической пространственной группе магнетика, местоположением магнитных атомов в решетке относительно этого элемента симметрии и, наконец, характером магнитного упорядочения по отношению к нему (т. е. тем, преобразуются ли этим элементом симметрии друг в друга узлы с параллельными или антипараллельными магнитными моментами). При этом мы составим таблицу, которая позволяет сделать весьма простую классификацию слабых ферромагнетиков по типу инвариантов в их магнитной энергии, ответственных за появление спонтанной намагниченности.

Предположим снова, что антиферромагнетик представляет собой систему магнитных атомов, находящихся в кристаллографически эквивалентных узлах решетки. Пусть обменные силы, действующие между этими атомами, сами по себе приводят к коллинеарной антиферромагнитной структуре. Такую систему можно описать двумя

плотностями магнитного момента $M_1(r)$ и $M_2(r)$ соответственно двум магнитным подрешеткам дискретной модели.

Наиболее важное из условий, необходимых для существования слабого ферромагнетизма, было фактически нами уже получено в § 1 главы 4. Действительно, там было сформулировано определенное требование к магнитной структуре антиферромагнетика, достаточное для того, чтобы слабый ферромагнетизм в них отсутствовал. Условие, чтобы это требование не выполнялось, как раз и представляет собой одно из необходимых условий существования слабого ферромагнетизма.

Ниже мы сформулируем это условие в более полном виде, но сперва для краткости формулировок введем понятие четности антиферромагнитной структуры относительно некоторого элемента симметрии кристаллохимической решетки.

Мы будем называть рассматриваемую антиферромагнитную структуру четной относительно данного элемента симметрии, если соответствующее ему преобразование переставляет местами магнитные моменты в пределах одной и той же магнитной подрешетки. В противоположном случае, когда переставляются местами магнитные моменты различных магнитных подрешеток, антиферромагнитная структура будет называться нечетной относительно данного элемента симметрии. Используя понятие четности, можно следующим образом сформулировать указанное выше условие («условие четности»).

*Слабый ферромагнетизм возможен лишь в антиферромагнитных структурах, которые являются четными относительно всех трансляций решетки, а также относительно центра симметрии, если таковой имеется в решетке*¹. Отсюда следует:

а) Для антиферромагнитных структур, допускающих существование слабого ферромагнетизма, магнитная и химическая элементарные ячейки должны совпадать.

б) Более того, должны совпадать направления магнитных моментов во всех узлах, относящихся к одной и той же кристаллохимической решетке Браве, а также в узлах, преобразующихся друг в друга посредством центра симметрии.

Таким образом, для выделения антиферромагнитных структур, допускающих существование слабого ферромагнетизма, необходимо прежде всего положить параллельными магнитные моменты во всех узлах кристаллической решетки, связанных преобразованиями инверсии и параллельного переноса². При этом могут встретиться две возможности: полученная конфигурация магнитных моментов

¹ Подчеркнем еще раз, что здесь и всюду дальше речь идет об элементах симметрии кристаллохимической решетки (федоровские пространственные группы).

² После этого центр симметрии и трансляции можно считать тождественными элементами симметрии и далее не рассматривать.

или будет однозначно-ферромагнитной (с параллельными магнитными моментами всех магнитных атомов), или будет еще допускать построение антиферромагнитных структур (одной или более). В первом случае все магнитные атомы принадлежат к одной и той же решетке Браве или к двум решеткам Браве, связанным центром симметрии, и в таких магнетиках слабый ферромагнетизм вообще невозможен. Во втором случае для окончательного решения вопроса о существовании слабого ферромагнетизма необходимо рассмотреть преобразования поворота и отражения.

§ 2. Условия, накладываемые преобразованиями поворота и отражения

Как уже указывалось (§ 1 гл. 4), наличие антиферромагнитного упорядочения (т. е. существование вектора $\mathbf{l} \neq 0$) в силу свойств симметрии кристалла неизбежно должно приводить к появлению спонтанного магнитного момента $\mathbf{m} \neq 0$ только в том случае, когда в магнитной энергии имеются члены вида

$$m_\alpha l_\beta \quad (\alpha, \beta = x, y, z) \quad (5.1)$$

или члены более высокого порядка по \mathbf{l} , но линейные по \mathbf{m} . Заметим, что локальные векторы $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{l}(\mathbf{r})$ преобразуются точно так же, как их интегральные значения (4.2) и (4.1)¹, а именно, \mathbf{m} всегда преобразуется как аксиальный вектор, а \mathbf{l} — или как аксиальный вектор, или дополнительно к этому еще испытывает изменение знака — соответственно для четных и нечетных (относительно рассматриваемого элемента симметрии) антиферромагнитных структур.

С учетом этих трансформационных свойств векторов \mathbf{m} и \mathbf{l} можно составить таблицу инвариантов для магнитной энергии, допускаемых различными преобразованиями поворота и отражения и ответственных за слабый ферромагнетизм соответственно для четных (+) и нечетных (—) антиферромагнитных структур (табл. 2).

¹ Это можно легко понять, если записать связь между дискретным и непрерывным описанием антиферромагнетика:

$$\mathcal{M} = \int \mathbf{M}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \sum_i v_i \left(\sum_n \mu_n / v_i \right),$$

$$\mathcal{L} = \int \mathbf{L}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \sum_i v_i \left(\sum_n^+ \mu_n - \sum_n^- \mu_n \right) / v_i.$$

Здесь сумма по i означает сумму по всем магнитным элементарным ячейкам кристалла, объем каждой из которых равен v_i ; n — индекс суммирования по магнитным узлам в пределах одной и той же элементарной ячейки, причем каждая из сумм Σ^+ и Σ^- берется только по соответствующим магнитным моментам одного и того же направления.

№ п/п	Элементы симметрии	Четность структуры	Инварианты
1	$2_z, \sigma_z$	+	$m_x l_y, m_y l_x, m_x l_x, m_y l_y, m_z l_z^*$
2		-	$m_x l_z, m_y l_z, m_z l_x, m_z l_y^*$
3	$3_z, \bar{3}_z$	+	$m_x l_y - m_y l_x, m_z (l_x \pm i l_y)^3, (m_x \pm i m_y) (l_x \pm i l_y)^2 l_z$
4		-	
5	$4_z, \bar{4}_z$	+	$m_x l_y - m_y l_x, (m_x l_y + m_y l_x) (l_x^2 - l_y^2),$ $(m_x l_x - m_y l_y) l_x l_y$
6		-	$m_x l_y + m_y l_x, m_x l_x - m_y l_y, m_z l_x l_y l_z, (ml) l_x l_y,$ $m_z l_z (l_x^2 - l_y^2) (m_x l_y - m_y l_x) l_x l_y, (m_x l_y - m_y l_x) \times$ $\times (l_x^2 - l_y^2), (ml) (l_x^2 - l_y^2)$
7	$6_z, \bar{6}_z$	+	$m_x l_y - m_y l_x$
8		-	$m_z (l_x \pm i l_y)^3, (m_x \pm i m_y) (l_x \pm i l_y)^2 l_z$

* Кроме выписанных инвариантов второго порядка существуют также инварианты четвертого порядка, получающиеся умножением первых на любой из сомножителей вида l_x^2, l_y^2, l_z^2 и $l_x l_y$.

В этой таблице n_z — ось симметрии (поворотная или винтовая), а n_z — инверсионная ось n -го порядка; $\sigma_z \equiv \bar{2}_z$ — плоскость симметрии (зеркальная или со скольжением). Мы выписали инварианты, линейные по m , не выше третьей степени по l . Эти инварианты записаны в декартовой системе координат, ось Z которой параллельна рассматриваемой оси симметрии (или перпендикулярна плоскости симметрии). Если некоторая компонента m совсем не встречается в какой-либо строке таблицы, то слабый ферромагнетизм в этом направлении не допускается соответствующим элементом симметрии.

Некоторые инварианты для четных антиферромагнитных структур (например, ml и $m_z l_z$ в строках 3, 5 и 7) мы опустили в силу очевидного условия, что всегда существует какой-то другой элемент симметрии, относительно которого рассматриваемая антиферромагнитная структура является нечетной¹.

¹ Поскольку магнитные атомы занимают кристаллографически эквивалентные узлы, то среди элементов симметрии обязательно существует такой, который связывает узлы, относящиеся к различным магнитным подрешеткам.

Табл. 2 позволяет весьма просто при знании конкретной кристаллографической структуры магнетика и после использования «условия четности» найти его антиферромагнитные структуры, допускающие слабый ферромагнетизм, а также направления вектора I , при которых $m \neq 0$. В общем случае для этого надо применить табл. 2 к каждому элементу симметрии кристалла (точнее, достаточно рассмотреть лишь независимые элементы симметрии). Тем самым будут определены и члены в магнитном гамильтониане, необходимые для количественного описания слабого ферромагнетизма.

При использовании табл. 2 необходимо иметь в виду, что если магнитные атомы расположены на простой поворотной оси симметрии или на простой (зеркальной) плоскости симметрии, то антиферромагнитная структура всегда будет четной относительно этих элементов симметрии. Кроме того, одно из важнейших следствий табл. 2 состоит в том, что все слабоферромагнитные структуры должны быть четными относительно тройной оси, если таковая имеется в кристалле.

Перейдем теперь к обсуждению достаточных условий существования слабого ферромагнетизма конкретно для каждой сингонии, а также к окончательному установлению и систематизации тех инвариантов в магнитной энергии, которые ответственны за его количественное описание.

В кристаллах триклинной сингонии слабый ферромагнетизм невозможен, так как все позиции узлов в них или однократные или связанные центром симметрии — двукратные.

В кристаллах моноклинной сингонии «условие четности» является не только необходимым, но и достаточным условием существования слабого ферромагнетизма. Действительно, в этих кристаллах, кроме трансляций и центра симметрии, имеется лишь один независимый элемент симметрии — плоскость или ось второго порядка. Поэтому, если после использования «условия четности» (т. е. после того, как мы потребуем параллельности магнитных моментов во всех узлах, связанных трансляциями или центром симметрии) полученная конфигурация магнитных моментов еще допускает антиферромагнитное упорядочение, то только таким однозначным образом, что указанный единственный элемент симметрии будет связывать узлы с антипараллельными магнитными моментами¹. Следовательно, антиферромагнитная структура всегда будет нечетной по отношению к этому элементу симметрии, и в магнитной энергии моноклинного антиферромагнетика со структурой, удовлетворяющей «условию четности», всегда будут присутствовать инварианты, пред-

¹ Если магнитные атомы в моноклинном кристалле расположены на простой оси (плоскости) симметрии, то это служит достаточным признаком отсутствия слабого ферромагнетизма в таком кристалле, так как в этом случае антиферромагнитная структура должна быть четной относительно всех элементов симметрии (чтобы был возможен слабый ферромагнетизм), чего быть не может.

ставленные в строке 2 табл. 2. Характерно, что здесь имеется четыре независимых инварианта второго порядка, причем таких, что $m \neq 0$ при любом направлении вектора l .

Рассмотрим, далее, кристаллы ромбической сингонии. В этих кристаллах после исключения трансляций и центра симметрии остается три элемента симметрии (три взаимно-перпендикулярные плоскости симметрии, или оси симметрии второго порядка, или же две перпендикулярные плоскости и одна ось, параллельная линии их пересечения). Только два из этих элементов являются независимыми, так что произведение любых двух элементов всегда дает третий. Поэтому, если антиферромагнитная структура нечетна относительно одного элемента симметрии (что необходимо для того, чтобы антиферромагнетизм вообще существовал), то она должна быть нечетна также относительно второго элемента и четна относительно третьего¹. Но любая такая антиферромагнитная структура уже допускает слабый ферромагнетизм. В самом деле, пусть элементом, относительно которого антиферромагнитная структура четна, является 2_z (или σ_z). Этот элемент симметрии допускает первые два инварианта из первой строки табл. 2. Однако нетрудно видеть (используя вторую строку табл. 2 после соответствующей циклической замены осей координат), что эти выражения будут инвариантны также и по отношению к остальным двум элементам симметрии: 2_x (или σ_x) и 2_y (или σ_y).

Таким образом, если в каком-либо ромбическом кристалле существует антиферромагнитная структура, четная относительно трансляций и центра симметрии, то она должна обладать слабым ферромагнетизмом (при соответствующем направлении вектора l). Следовательно, и здесь «условие четности» является необходимым и достаточным условием существования слабого ферромагнетизма.

Если магнитные атомы занимают общие кристаллографические позиции², то указанным выше поворотным элементом, относительно которого антиферромагнитная структура является четной, может быть каждый из трех элементов симметрии. Соответственно этому в ромбическом кристалле в общем случае существуют три антиферромагнитные структуры, допускающие слабый ферромагнетизм. Сформулированные выше необходимые и достаточные условия определяют эти структуры однозначным образом: сперва надо потребовать, чтобы были параллельными магнитные моменты во всех узлах, связанных трансляциями и инверсией, а затем поочередно перебрать

¹ Только в этом случае четность относительно произведения любых двух элементов будет совпадать с четностью относительно третьего элемента (являющегося произведением первых двух).

² К общим позициям относятся не только те точки решетки, через которые не проходит ни один элемент симметрии, но также и позиции, расположенные на винтовых осях и плоскостях скользящего отражения. Частными позициями называются точки решетки, лежащие на простых поворотных осях или плоскостях зеркального отражения.

все три оставшиеся элемента симметрии, требуя параллельности магнитных моментов в узлах, связанных одним из них, и антипараллельности в узлах, связанных двумя другими.

Если магнитные атомы расположены на поворотной оси второго порядка или на зеркальной плоскости, то антиферромагнитная структура уже не может быть нечетной относительно этих элементов симметрии. В этом случае слабый ферромагнетизм допускает лишь одна антиферромагнитная структура, а именно та, для которой два других элемента симметрии преобразуют друг в друга узлы с антипараллельными магнитными моментами (достаточно потребовать, чтобы структура была нечетной относительно одного из элементов симметрии; относительно второго структура будет нечетной автоматически).

Наконец, в случае, когда магнитные атомы лежат в точках пересечения поворотных осей или на линии пересечения двух зеркальных плоскостей, то слабый ферромагнетизм в таких ромбических кристаллах вообще невозможен. В этом случае общее «условие четности» вообще оказывается несовместимым с антиферромагнетизмом (так как после его использования магнитные моменты во всех узлах решетки становятся параллельными).

Итак, пусть необходимые и достаточные условия существования слабого ферромагнетизма в ромбическом кристалле выполняются и пусть снова 2_z (или σ_z) будет тем элементом симметрии, относительно которого рассматриваемая антиферромагнитная структура четна. Тогда, согласно табл. 2, ответственные за слабый ферромагнетизм члены в магнитном гамильтониане для любого ромбического кристалла можно представить в виде

$$\mathcal{H}_D = d_1 m_x l_y + d_2 m_y l_x + (\text{члены более высокого порядка по } l), \quad (5.2)$$

где d_1 и d_2 — феноменологические параметры теории. Соответствующие выражения для \mathcal{H}_D в случаях, когда антиферромагнитная структура является четной относительно 2_x (σ_x) или 2_y (σ_y), получаются из (5.2) циклической подстановкой координат (x, y, z) .

Из выражения (5.2) видно, что слабоферромагнитный момент в ромбических кристаллах отличен от нуля, когда вектор антиферромагнетизма l перпендикулярен оси симметрии (параллелен плоскости симметрии), относительно которой антиферромагнитная структура четна, и $m = 0$, когда вектор l параллелен указанной оси симметрии (перпендикулярен плоскости симметрии).

Проиллюстрируем все сказанное относительно условий существования слабого ферромагнетизма в кристаллах ромбической сингонии на конкретных примерах двух пространственных групп

D_{2h}^{16} и D_{2h}^{17} (соответственно № 61 и 67 в интернациональных таблицах [107]). Кристаллам с симметрией группы D_{2h}^{16} ($Pnma$) соответствует примитивная решетка Браве с центром симметрии, а в кристаллах с симметрией, описываемой группой D_{2h}^{17} ($Cmcm$), решетка Бра-

ве является базоцентрированной, так что в числе элементов симметрии имеется трансляция на половину периода вдоль диагонали одной из граней основного прямоугольного параллелепипеда.

Пространственная группа D_{2h}^{16} изображена на рис. 7, а. Если мы поместим магнитный атом в общую позицию d (x, y, z), то имеющиеся в группе восемь элементов симметрии ($E, I, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, 2_x, 2_y, 2_z$) дают всего восемь таких атомов с координатами:

$$1 (x, y, z); 2 (1/2 - x, 1/2 + y, 1/2 + z); 3 (x, 1/2 - y, z);$$

$$4 (1/2 + x, y, 1/2 - z); 5 (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}); 6 (1/2 + x, 1/2 - y, 1/2 - z);$$

$$7 (\bar{x}, 1/2 + y, \bar{z}); 8 (1/2 - x, \bar{y}, 1/2 + z).$$

Соответствующие спиновые моменты этих атомов мы обозначим через S_i ($i = 1, 2, \dots, 8$).

Для нахождения антиферромагнитных структур, допускающих слабый ферромагнетизм, мы должны в соответствии с «условиями

четности», во-первых, потребовать, чтобы были параллельны спины во всех узлах, преобразующихся друг в друга посредством трансляций на расстояния, кратные периодам химической элементарной ячейки. После этого для задания антиферромагнитной структуры достаточно указать направления приведенных выше восьми спинов, причем трансляция далее можно считать тождественными элементами симметрии. Во-вторых, мы должны потребовать параллельности спинов в узлах, связанных центром симметрии I . При этом вся спиновая система разобьется на четыре группы параллельных (в пределах каждой группы) спинов:

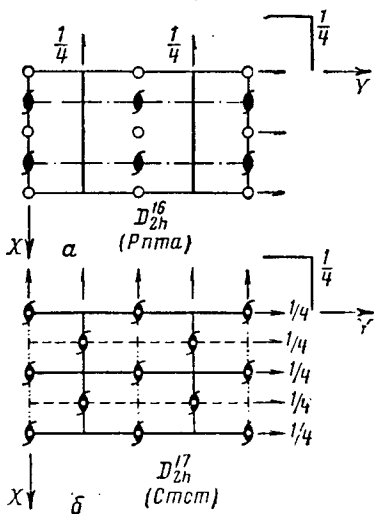


Рис. 7.

$$I. (S_1 \parallel S_5), \quad II. (S_2 \parallel S_6), \quad III. (S_3 \parallel S_7), \quad IV. (S_4 \parallel S_8). \quad (5.3)$$

После замены инверсии I тождественным преобразованием ($I \equiv E$) остается три элемента симметрии: σ_x, σ_y и σ_z (или $2_x, 2_y$ и 2_z), из которых только два независимы. Требуя, чтобы антиферромагнитная структура была четна по отношению к одному из них и нечетна по отношению к двум другим, мы получаем три возможные антиферромагнитные структуры, допускающие слабый ферромагнетизм.

В частности, плоскость σ_x переставляет местами группу I с II и III с IV. Следовательно, четная по отношению к этой плоскости антиферромагнитная структура такова, что

$$(\mathcal{S}_1 \parallel \mathcal{S}_2 \parallel \mathcal{S}_5 \parallel \mathcal{S}_6) \text{ антипараллельно } (\mathcal{S}_3 \parallel \mathcal{S}_4 \parallel \mathcal{S}_7 \parallel \mathcal{S}_8) \\ (\text{структура типа } \sigma_x^+),$$

т. е. спины (1, 2, 5, 6) должны быть отнесены к одной магнитной подрешетке, а спины (3, 4, 7, 8) — к другой. Легко видеть, что плоскости σ_y и σ_z переставляют местами спины, принадлежащие различным подрешеткам, поэтому структура типа σ_x^+ является нечетной по отношению к этим плоскостям. Аналогичным образом мы можем получить антиферромагнитные структуры, четные относительно σ_y или σ_z :

$$(\mathcal{S}_1 \parallel \mathcal{S}_3 \parallel \mathcal{S}_5 \parallel \mathcal{S}_7) \text{ антипараллельно } (\mathcal{S}_2 \parallel \mathcal{S}_4 \parallel \mathcal{S}_6 \parallel \mathcal{S}_8) \\ (\text{структура типа } \sigma_y^+);$$

$$(\mathcal{S}_1 \parallel \mathcal{S}_4 \parallel \mathcal{S}_5 \parallel \mathcal{S}_8) \text{ антипараллельно } (\mathcal{S}_2 \parallel \mathcal{S}_3 \parallel \mathcal{S}_6 \parallel \mathcal{S}_7) \\ (\text{структура типа } \sigma_z^+).$$

Из приведенных выше структур могут быть также получены антиферромагнитные структуры, допускающие слабый ферромагнетизм в случае, когда магнитные атомы занимают частные кристаллографические позиции. Частная позиция имеет меньшую кратность, чем общая, благодаря тому, что определенные точки решетки в общей позиции сливаются в одну точку частной позиции. При этом из приведенных выше антиферромагнитных структур σ_x^+ , σ_y^+ и σ_z^+ сохраняются только такие, для которых после перехода к частным позициям совмещаются друг с другом узлы с одинаковыми направлениями спинов.

Для группы D_{2h}^{16} имеются три типа частных позиций, каждая кратности 4 [107]. Первые две из них (a и b) совпадают с местоположением центра симметрии: соответственно с координатами (000) — для позиции a и с координатами $(00\ 1/2)$ — для позиции b . Третья позиция (c) расположена на зеркальной плоскости σ_y , так что координаты исходной точки могут быть записаны как $(x\ 1/4\ z)$.

При переходе от общей позиции d к частным позициям a и b происходит совмещение точек 1, 2, 3 и 4 соответственно с 5, 6, 7 и 8, т. е. для всех трех структур совмещаются только узлы, принадлежащие к одной и той же магнитной подрешетке. В результате мы снова получаем три антиферромагнитные структуры, которые теперь образованы не из четырех пар параллельных (связанных инверсией) спинов (5.3), а из четырех отдельных спинов, находящихся в узлах — центрах симметрии.

При переходе от общих позиций d ($x\ y\ z$) к частным позициям c ($x\ 1/4\ z$) совмещаются точки, связанные плоскостью σ_y , т. е. 1 с 3,

2 с 4, 5 с 7 и 6 с 8, так что вместо восьми узлов в элементарной ячейке мы будем иметь четыре: I (вместо 1 и 3), II (вместо 5 и 7), III (вместо 2 и 4) и IV (вместо 6 и 8). Единственной структурой, которая при этом может быть сохранена как антиферромагнитная структура, допускающая слабый ферромагнетизм, является структура типа σ_y^+ , четная относительно указанной плоскости σ_y . Действительно, поскольку магнитные атомы в позиции c лежат на плоскости σ_y , то антиферромагнитная структура всегда четна относительно этой плоскости. Вместе с требованием четности относительно центра симметрии это и дает однозначным образом единственную антиферромагнитную структуру, допускающую слабый ферромагнетизм

$$(\mathbf{S}_I \parallel \mathbf{S}_{II}) \text{ антипараллельно } (\mathbf{S}_{III} \parallel \mathbf{S}_{IV}),$$

которая получается из общей структуры типа σ_y^+ , если в последней совместить на плоскости σ_y (положив $y = 1/4$) спины 1, 2, 5 и 6 соответственно со спинами 3, 4, 7 и 8.

Для группы D_{2h}^{17} , представленной на рис. 7, б, мы сразу рассмотрим только четырехкратные позиции. Таких позиций здесь также три типа: a (000) и b ($0\frac{1}{2}0$) расположены в центрах симметрии на плоскости σ_x , а c ($0y\frac{1}{2}$) расположена на пересечении двух зеркальных плоскостей σ_x и σ_z . Полный перечень элементов симметрии этой группы (за исключением трансляций на расстояния, кратные периодам решетки) таков: E , σ_x , σ_y , σ_z , 2_x , 2_y , 2_z и плюс произведения каждого из этих элементов на трансляцию T [$\frac{1}{2}\frac{1}{2}0$]. После замены центра симметрии и указанной трансляции на тождественные преобразования ($I \equiv T \equiv E$) остается три различных элемента симметрии, два из которых (например, σ_x и σ_z) являются независимыми. Узлы в позиции типа c : ($0, y, \frac{1}{4}$); ($0, \bar{y}, \frac{3}{4}$); ($\frac{1}{2}, y + \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$); ($\frac{1}{2}, \frac{1}{2} - y, \frac{3}{4}$) могут быть преобразованы друг в друга только посредством трансляций и центра симметрии. Поэтому, согласно «условию четности», слабый ферромагнетизм для магнитных атомов в этой позиции не может существовать. Иначе говоря, слабый ферромагнетизм в позиции c должен отсутствовать потому, что узлы этой позиции расположены на пересечении зеркальных плоскостей σ_x и σ_z и, следовательно, не существует элементов симметрии, относительно которых антиферромагнитная структура могла бы быть нечетной.

Слабый ферромагнетизм для каждой из позиций типа a или b может существовать лишь для одной определенной структуры, а именно для той, которая является нечетной относительно плоскости σ_z . Например, для позиции b координаты узлов следующие:

$$1 (0\frac{1}{2}0); 2 (\frac{1}{2}00); 3 (\frac{1}{2}0\frac{1}{2}); 4 (0\frac{1}{2}\frac{1}{2}).$$

Для существования слабого ферромагнетизма необходимо, чтобы узлы, связанные трансляцией T [$\frac{1}{2}\frac{1}{2}0$], т. е. узлы (1, 2) и (3, 4),

имели попарно параллельные спины, а узлы, связанные плоскостью σ_2 , т. е. (1, 4) и (2, 3), — антипараллельные спины. Следовательно, искомая антиферромагнитная структура имеет вид

$$(\mathbf{S}_1 \parallel \mathbf{S}_2) \text{ антипараллельно } (\mathbf{S}_3 \parallel \mathbf{S}_4).$$

Перейдем теперь к рассмотрению одноосных кристаллов, характерных тем, что они имеют выделенную главную ось (третьего, четвертого или шестого порядка).

Рассмотрим сперва кристаллы тетрагональной сингонии. Все кристаллографические пространственные группы, относящиеся к этой сингонии (с № 75 по № 142), можно разбить на два типа: к первому типу мы отнесем группы с номерами 75—80 и 93—100, а ко второму типу все остальные группы (№ 81—92 и 101—142). В группах первого типа после замены трансляций и центра симметрии тождественным элементом остается лишь один независимый элемент симметрии — четверная ось (поворотная, винтовая или инверсионная). В группах второго типа, кроме указанной четверной оси, имеется еще один независимый элемент симметрии — вертикальная диагональная плоскость симметрии σ_d (зеркальная или со скольжением) или ось второго порядка 2_d (поворотная или винтовая)¹.

Если в кристалле, симметрия которого описывается группой первого типа, антиферромагнитная структура четна относительно четверной оси, то слабый ферромагнетизм невозможен (так как в этом случае антиферромагнитная структура должна быть нечетной относительно центра симметрии или трансляций). Для нечетной антиферромагнитной структуры относительно четверной оси слабый ферромагнетизм в кристаллах этого типа всегда возможен (конечно, при выполнении «условия четности»), причем в данном случае в магнитном гамильтониане будут присутствовать все инварианты строки 6 табл. 2.

Для тетрагональных кристаллов второго типа имеются три возможности, соответственно трем возможным комбинациям четностей антиферромагнитной структуры относительно независимых элементов симметрии 4_z и σ_d (2_d) (+ —, — +, — —).

Если антиферромагнитная структура четна относительно 4_z , то она должна быть обязательно нечетной по отношению к σ_d (2_d). Используя табл. 2, легко видеть, что в этом случае будет существовать слабый ферромагнетизм, описываемый инвариантами вида $m_x l_y - m_y l_x$, $(m_x l_y + m_y l_x) (l_x^2 - l_y^2)$, $(m_x l_x - m_y l_y) l_x l_y$ и др.² (5.4)

¹ Плоскость σ_d перпендикулярна плоскости базиса и параллельна диагонали базисного квадрата, а ось 2_d лежит в плоскости базиса параллельно диагонали базисного квадрата.

² Мы всюду не выписываем высшие инварианты, получающиеся простым перемножением низших инвариантов, ответственных за слабый ферромагнетизм, на инварианты, ответственные за обычную анизотропию антиферромагнетика, составленные только из компонент l .

Если антиферромагнитная структура нечетна относительно 4_z , то по отношению к σ_d (2_d) она может быть как четной, так и нечетной. В первом случае будет существовать слабый ферромагнетизм, характеризуемый следующими инвариантами из табл. 2 (строка 6):

$$m_x l_y + m_y l_x, \quad m_z l_x l_y l_z, \quad (\mathbf{ml}) l_x l_y, \\ (m_x l_y - m_y l_x) (l_x^2 - l_y^2) \text{ и др.} \quad (5.5)$$

Во втором случае за слабый ферромагнетизм будут ответственны инварианты вида

$$m_x l_x - m_y l_y, m_z l_z (l_x^2 - l_y^2), (\mathbf{ml}) (l_x^2 - l_y^2), (m_x l_y - m_y l_x) l_x l_y \quad (5.6) \\ \text{и др.}$$

Заметим, что если в кристалле второго типа магнитные атомы занимают общую позицию, то в нем могут реализоваться все три случая. Соответствующие три антиферромагнитные структуры [со слабым ферромагнетизмом, описываемым инвариантами (5.4), (5.5) или (5.6)] могут быть однозначным образом получены, если после использования «условия четности» мы ориентируем спины так, чтобы реализовалась одна из трех указанных выше комбинаций четностей относительно 4_z и σ_d (2_d).

В тетрагональных кристаллах можно выделить частные позиции четырех типов со следующим расположением узлов: α — в центре симметрии I или на вертикальной поворотной оси второго порядка 2_z^1 , или же на зеркальной плоскости σ_z , являющейся проведением 2_z на I ; β — на поворотной оси четвертого порядка 4_z ; γ — на диагональной зеркальной плоскости σ_d или поворотной оси 2_d ; δ — на зеркальной плоскости σ_x (σ_y) или поворотной оси 2_x (2_y) (которые получаются из диагональных плоскостей σ_d или осей 2_d умножением их на четверную ось 4_z — поворотную или винтовую).

Для позиций типа α сохраняются все три возможности для антиферромагнитной структуры, допускающей слабый ферромагнетизм, которые имеют место для общей позиции.

Для каждого из трех остальных типов частных позиций — β , γ или δ всегда однозначным образом реализуется одна из комбинаций четностей относительно 4_z и σ_d (2_d): (+ —) — для позиций β , (— +) — для позиций γ и (— —) — для позиций δ . Поэтому для каждой такой позиции возможна лишь одна антиферромагнитная структура со слабым ферромагнетизмом, который описывается соответственно инвариантами вида (5.4), (5.5) или (5.6).

Вполне понятно, что слабый ферромагнетизм вообще не может существовать в тетрагональном кристалле, если позиция магнитных

¹ Которая является производным элементом симметрии от четверной оси: $2_z = 4_z^2$, перенесенным на половину периода вдоль ребра базисного квадрата. Антиферромагнитная структура никогда не может быть нечетной относительно такой оси 2_z .

атомов в нем одновременно принадлежит по крайней мере к двум из трех типов (β , γ и δ), так как любые две соответствующие этим позициям комбинации четностей взаимно исключают друг друга. Например, слабый ферромагнетизм отсутствует, когда магнитные атомы одновременно лежат на 4_z и σ_d , так как в этом случае их позиция может быть отнесена как к типу β , так и к типу γ . Иначе говоря, для существования слабого ферромагнетизма здесь необходимо, чтобы антиферромагнитная структура была четной относительно всех элементов симметрии, чего быть не может (это будет уже не антиферромагнетизм, а обычный ферромагнетизм с параллельными спинами).

Рассмотрим в качестве примера две частные позиции пространственной группы D_{4h}^{14} , представленной на рис. 8 (группа № 135 в интернациональных таблицах [107]). Пусть, например, магнитные атомы занимают восьмикратную позицию i на зеркальной плоскости σ_z :

$$1 (x, y, 0); 2 (1/2 - y, 1/2 + x, 1/2); 3 (y, x, 0);$$

$$(i) \quad 4 (1/2 + x, 1/2 - y, 1/2); 5 (\bar{x}, \bar{y}, 0); 6 (1/2 + y, 1/2 - x, 1/2);$$

$$7 (\bar{y}, \bar{x}, 0); 8 (1/2 - x, 1/2 + y, 1/2).$$

Эта позиция относится к позициям типа α , допускающим три антиферромагнитные структуры со слабым ферромагнетизмом. Найдем эти структуры. Из «условия четности» имеем

$$S_1 \parallel S_5, S_2 \parallel S_6, S_3 \parallel S_7, S_4 \parallel S_8.$$

Далее, в соответствии с тремя возможными комбинациями четностей относительно 4_z и σ_d , находим

$$(+ -): (S_1 \parallel S_5 \parallel S_2 \parallel S_6) \text{ антипараллельно } (S_3 \parallel S_7 \parallel S_4 \parallel S_8);$$

$$(- +): (S_1 \parallel S_5 \parallel S_3 \parallel S_7) \text{ антипараллельно } (S_2 \parallel S_6 \parallel S_4 \parallel S_8);$$

$$(- -): (S_1 \parallel S_5 \parallel S_4 \parallel S_8) \text{ антипараллельно } (S_2 \parallel S_6 \parallel S_3 \parallel S_7).$$

Слабый ферромагнетизм в этих структурах описывается соответственно инвариантами (5.4), (5.5) или (5.6).

Пусть теперь магнитные атомы занимают двукратную позицию a , лежащую в центре симметрии на плоскости σ_d :

$$(a): 1 (0, 0, 0); 2 (1/2, 1/2, 1/2).$$

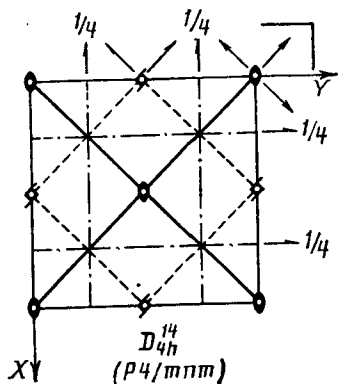


Рис. 8

Эта позиция относится к типу γ и слабый ферромагнетизм для единственной антиферромагнитной структуры, для которой S_1 антипараллельно S_2 , описывается инвариантами вида (5.5).

Заметим, что в позиции a группы D_{4h}^{14} расположены магнитные ионы во фторидах двухвалентных переходных металлов группы железа: NiF_2 , MnF_2 и др.

Прежде чем перейти к рассмотрению тригональных и гексагональных кристаллов, необходимо сделать следующее замечание. В кристаллах этих сингоний (а также, как мы это увидим ниже, в кубических кристаллах) особую роль играет ось симметрии третьего порядка: антиферромагнитная структура, допускающая слабый ферромагнетизм, всегда должна быть четной относительно этой оси. Поэтому для нахождения антиферромагнитных структур со слабым ферромагнетизмом в тригональных и гексагональных кристаллах мы должны прежде всего потребовать, чтобы были параллельными спины во всех узлах, связанных не только трансляциями и центром симметрии, но также и всеми тройными осями. И если полученная таким образом конфигурация спинов еще допускает возможность построения антиферромагнитной структуры, то последняя может быть слабоферромагнитной. Легко видеть, что такая возможность отсутствует для всех трехкратных позиций, а также и для шестикратных позиций, если удвоение кратности последних по сравнению с первыми обусловлено наличием центра симметрии.

После исключения трансляций и центра симметрии в кристаллах тригональной сингонии снова остаются или один независимый элемент симметрии или два. В первом случае (группы № 143—146 и 160—161) этим единственным независимым элементом симметрии является тройная ось 3_2 (поворотная или винтовая), и слабый ферромагнетизм в этом случае, в соответствии со сделанным выше замечанием, невозможен. Во втором случае (группы № 147—159 и 162—167) кроме указанной оси 3_2 имеется еще или вертикальная диагональная плоскость симметрии σ_d (σ_x или σ_y) или же горизонтальная диагональная двойная ось 2_d (2_x или 2_y)¹. Единственная возможность для существования слабого ферромагнетизма состоит в том, чтобы ось 3_2 была четной, а плоскость σ_d (ось 2_d) — нечетной. Поэтому, если мы хотим в тригональном кристалле найти антиферромагнитную структуру, допускающую слабый ферромагнетизм, то, как уже указывалось выше, мы должны положить параллельными спины в узлах, преобразующихся друг в друга посредством трансляций, центра симметрии и тройной оси 3_2 , а затем направить антипараллельно друг другу спины в узлах, связанных плоскостью σ_d (или осью 2_d). Естественно, что слабый ферромагнетизм

¹ Плоскость σ_d перпендикулярна, а ось 2_d параллельна одной из диагоналей базисного ромба (см., например, рис. 9). Если эти диагонали принять за оси X и Y декартовой системы координат, то $\sigma_d \equiv \sigma_x$ или σ_y , а $2_d \equiv 2_x$ или 2_y .

невозможен и при наличии двух независимых элементов симметрии, если плоскость σ_d (или ось 2_d) не может быть нечетной (что будет иметь место, например, когда плоскость является зеркальной и магнитные атомы занимают частную позицию, лежащую на этой плоскости).

Выпишем теперь инварианты, ответственные за слабый ферромагнетизм в тригональных кристаллах. Используя табл. 2, с учетом, что 3_z — четный элемент симметрии, а σ_d (2_d) — нечетный, получим один инвариант второго порядка

$$m_x l_y - m_y l_x, \quad (5.7)$$

а также два инварианта четвертого порядка

$$m_z [(l_x + i l_y)^3 + (l_x - i l_y)^3], \quad (5.8)$$

$$[(m_x + i m_y) (l_x + i l_y)^2 + (m_x - i m_y) (l_x - i l_y)^2] l_z,$$

или

$$i m_z [(l_x + i l_y)^3 - (l_x - i l_y)^3], \quad (5.9)$$

$$i [(m_x + i m_y) (l_x + i l_y)^2 - (m_x - i m_y) (l_x - i l_y)^2] l_z$$

соответственно для $\sigma_d \equiv \sigma_x$ ($2_d \equiv 2_x$) или $\sigma_d \equiv \sigma_y$ ($2_d \equiv 2_y$).

В качестве примера рассмотрим тригональный (ромбоэдрический) кристалл с пространственной группой D_{3d}^6 (или $R\bar{3}c$, № 167, см. рис. 9). Пусть магнитные атомы занимают частную позицию на оси 3_z ; эта позиция будет четырехкратной при произвольном значении координаты z (позиция c)¹

(c): 1 (0, 0, z); 2 (0, 0, \bar{z}); 3 (0, 0, $1/2 + z$); 4 (0, 0, $1/2 - z$) и двукратной, если $z = 0$ или $1/4$ (позиции a и b):

(a): 1 (0, 0, 0); 2 (0, 0, $1/2$),

(b): 1 (0, 0, $1/4$); 2 (0, 0, $3/4$).

Согласно «условию четности», антиферромагнитная структура, обладающая слабым ферромагнетизмом, для атомов в позиции c должна быть такой, чтобы узлы, связанные центром симметрии, имели параллельные магнитные моменты, т. е.

$$(\mathcal{S}_1 \parallel \mathcal{S}_2) \text{ антипараллельно } (\mathcal{S}_3 \parallel \mathcal{S}_4).$$

Поскольку в данном случае $\sigma_d \equiv \sigma_y$ (и $2_d \equiv 2_y$), то инвариантами, описывающими слабый ферромагнетизм для всех трех рассмотренных позиций, будут (5.7) и (5.9). Симметрию группы D_{3d}^6 имеют антиферромагнитные кристаллы со структурой $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ (пози-

¹ В отличие от [107], за начало координат (декартовой системы) мы приняли центр симметрии.

ция c), а также карбонаты переходных металлов — $MnCO_3$, $CoCO_3$ и др. (позиция a).

Рассмотрим теперь гексагональные кристаллы. Для гексагональных пространственных групп, содержащих после исключения трансляций и центра симметрии один независимый элемент симметрии — шестерную ось 6_z (группы № 168—173, 178, 179, 190), слабый ферромагнетизм, очевидно, может существовать лишь в антиферромагнитной структуре, нечетной относительно этой оси.

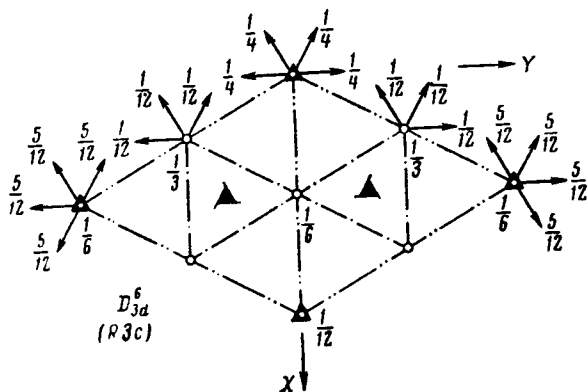


Рис. 9

Эта структура определяется однозначным образом, если после использования условия четности относительно тройной оси мы направим антипараллельно спины в узлах, связанных осью 6_z . Соответствующие инварианты представлены в строке 8 табл. 2 [из них надо составить действительные комбинации вида (5.8) и (5.9)].

Кроме шестерной оси, в гексагональных кристаллах может существовать еще один независимый элемент симметрии (группы № 174—177, 180—189 и 191—194). Это снова может быть вертикальная диагональная плоскость σ_d (σ_x или σ_y) или направленная параллельно диагонали базисного ромба двойная ось 2_d (2_x или 2_y). Для общей позиции магнитных атомов, допускающей все три комбинации четностей относительно 6_z и σ_d (2_d) (+ —, — +, — —), мы опять можем получить три антиферромагнитные структуры со слабым ферромагнетизмом. Для четной относительно оси 6_z структуры слабый ферромагнетизм будет описываться инвариантом (5.7). Инварианты вида (5.9) или (5.8) будут ответственными за слабый ферромагнетизм для антиферромагнитной структуры, нечетной относительно оси 6_z , в соответствии с тем, является ли эта структура четной относительно $\sigma_d \equiv \sigma_x$ ($2_d \equiv 2_x$) или относительно $\sigma_d \equiv \sigma_y$ ($2_d \equiv 2_y$).

Широко распространенным примером антиферромагнитных кристаллов гексагональной симметрии являются соединения с так называемой никель-арсенидной структурой ($NiAs$). Пространственная

группа этого структурного типа — D_{6h}^4 ($P6_3/mmc$, № 189), причем магнитные ионы занимают двукратную позицию a , лежащую в точке пересечения осей b_z и 2_x , которая одновременно является центром симметрии (рис. 10, на котором для простоты изображены не все элементы симметрии).

(а): 1 (0, 0, 0); 2 (0, 0, $1/2$).

Для указанной позиции магнитных ионов может существовать единственная антиферромагнитная структура:

S_1 антипараллельно S_2 ,

которая всегда четна относительно поворотной оси 2_x и нечетна относительно винтовой оси b_z .

В соответствии со сказанным, она допускает слабый ферромагнетизм, описываемый инвариантами вида (5.9).

Рассмотрим, наконец, кристаллы кубической сингонии. Обратимся сперва к кубическим классам T и T_h (пространственные группы № 195—206 [107]). Легко показать, что для кристаллов, описываемых этими группами, вообще невозможно построить антиферромагнитную структуру (коллинеарную или слабо неколлинеарную), которая была бы одновременно четна относительно трансляций, центра симметрии (если таковой имеется) и всех тройных осей. Действительно, за один из образующих элементов симметрии в этих кристаллах может быть принята ось третьего порядка (относительно которой структура всегда должна быть четной), а за другой (относительно которого структура должна быть нечетной) — двойная ось (плоскость) симметрии. Но произведение оси 3^+ , направленной по пространственной диагонали куба, и оси 2^- , направленной по ребру куба, дает снова ось третьего порядка, причем такую, что относительно нее структура должна быть нечетной, что невозможно. Таким образом, для таких кубических кристаллов (для классов T и T_h) слабый ферромагнетизм оказывается вообще невозможным.

Иначе обстоит дело для кубических классов T_d , O и O_h (пространственные группы № 207—230). Для них за второй из образующих элементов симметрии (снова наряду с осью третьего порядка) может быть принята ось четвертого порядка (поворотная, винтовая или инверсионная), относительно которой структура может быть нечетной, не приводя к противоречиям. Произведение оси 3^+ , направленной снова по пространственной диагонали куба, и оси 4^- , направленной по ребру куба, дает в данном случае ось второго порядка (плоскость симметрии), параллельную (перпендикулярную) диагонали грани куба. Таким образом, комбинация эле-

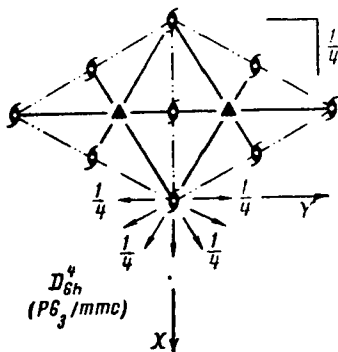


Рис. 10.

ментов симметрии 3^+4^- удовлетворяет всем необходимым «условиям четности», и, следовательно, должна допускать существование слабого ферромагнетизма. И действительно, эти элементы симметрии допускают один «слабоферромагнитный» инвариант четвертого порядка, а именно:

$$m_x l_x (l_y^2 - l_z^2) + m_y l_y (l_z^2 - l_x^2) + m_z l_z (l_x^2 - l_y^2).$$

Подчеркнем еще раз, что всюду выше речь шла о слабом ферромагнетизме, вызванном в антиферромагнетике силами релятивистской природы, когда исходная невозмущенная структура является коллинеарной. Обменные силы сами по себе могут привести к существенно неколлинеарной антиферромагнитной конфигурации магнитных моментов в кристалле. В последнем случае магнитная энергия уже не может быть выражена как функция лишь двух векторов \mathbf{m} и \mathbf{l} , и, следовательно, проведенное выше рассмотрение к этому случаю неприменимо.

Исследование, проведенное Дзялошинским [108] и Найшем [109] для некоторых частных случаев (кубические кристаллы со структурами типа UO_2 и Cu_2O), для которых уже исходная антиферромагнитная структура является неколлинеарной, показало, что и в этих случаях силы релятивистского происхождения могут привести к искажению структуры, дающему слабый ферромагнетизм. В указанных случаях для описания магнитной структуры потребовалось четыре магнитные подрешетки. Соединение UO_2 является, по-видимому, реальным примером кристалла с магнитной структурой этого типа [110].

§ 3. Сводная таблица слабоферромагнитных структур

Подводя итоги рассмотрения необходимых и достаточных условий существования слабого ферромагнетизма в антиферромагнитных кристаллах с коллинеарной и слабо неколлинеарной магнитной структурой, можно сделать следующие общие выводы:

1. Слабый ферромагнетизм рассматриваемого типа должен отсутствовать в кристаллах триклинной сингонии и для кристаллических классов T и T_h кубической сингонии.

2. Для всех остальных кристаллических классов «условие четности» является не только необходимым, но и, в принципе, достаточным условием существования слабого ферромагнетизма для любой антиферромагнитной структуры, удовлетворяющей этому условию¹.

¹ Конечно, для определенных направлений вектора \mathbf{l} спонтанный магнитный момент \mathbf{m} в антиферромагнитном кристалле, симметрия которого допускает слабый ферромагнетизм, может оказаться равным нулю (например, $\mathbf{m} = 0$ для всех одноосных антиферромагнетиков, когда вектор \mathbf{l} параллелен главной оси кристалла). Однако наличие членов в магнитной энергии, ответственных за слабый ферромагнетизм, отражается определенным образом на свойствах антиферромагнетика и в этом случае.

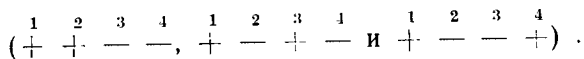
3. Характерно, что с точки зрения теории симметрии слабый ферромагнетизм отнюдь не должен быть редким явлением. Напротив, «исключением» должно быть отсутствие слабого ферромагнетизма (не считая кристаллов триклинной и кубической сингонии), так как последний невозможен лишь при условии, что магнитные атомы занимают определенные частные позиции в кристалле.

4. Для того чтобы найти антиферромагнитные структуры со слабым ферромагнетизмом в каком-либо конкретном кристалле, необходимо прежде всего направить параллельно магнитные моменты во всех узлах кристаллической решетки, связанных друг с другом трансляциями, а также центром симметрии и тройными осями симметрии, если таковые имеются в решетке. При этом может встретиться одна из трех возможностей.

Во-первых, могут оказаться параллельными магнитные моменты во всех узлах решетки; в этом, и только в этом, случае в магнитном кристалле не существует антиферромагнитных структур со слабым ферромагнетизмом.

Во-вторых, все магнитные узлы могут разделиться на две равные группы с параллельными магнитными моментами в пределах каждой группы; тогда имеется единственная антиферромагнитная структура со слабым ферромагнетизмом, для которой две указанные группы узлов и будут представлять собой две магнитные подрешетки антиферромагнетика.

В-третьих, использование условий четности относительно трансляций, центра симметрии и тройной оси может привести к разделению всей системы магнитных узлов на четыре равные группы с параллельными магнитными моментами в каждой (четыре магнитные подрешетки). Соответственно трем возможным взаимным ориентациям магнитных моментов четырех магнитных подрешеток (при условии равенства нулю суммарного магнитного момента) в этом случае в магнитном кристалле могут существовать три различные антиферромагнитные структуры, допускающие слабый ферромагнетизм:



5. Результаты проведенного рассмотрения могут быть сведены в табл. 3, в которой дана полная классификация всех возможных случаев существования слабого ферромагнетизма и приведены основные инварианты, ответственные за его количественное описание. Чтобы не загромождать таблицу, мы привели в ней для каждого случая только инварианты наименьших порядков. Некоторые из инвариантов более высокого порядка уже были приведены в тексте, а также могут быть получены из табл. 2.

Согласно табл. 3, во всех сингониях может существовать всего 14 типов антиферромагнитных структур со слабым ферромагнетиз-

мом, причем для каждого типа имеется свой набор инвариантов в магнитной энергии¹.

При знании антиферромагнитной структуры конкретного кристалла мы должны сперва установить, допускает ли вообще эта структура слабый ферромагнетизм (испытав ее на условие четности относительно трансляций, центра симметрии и тройной оси). Затем мы можем определить четность рассматриваемой антиферромагнитной структуры относительно указанных в табл. 3 независимых элементов симметрии и тем самым найти, к какому типу структур в этой таблице она относится.

Если антиферромагнитная структура неизвестна, но мы знаем пространственную кристаллографическую группу кристалла и позиции магнитных атомов в нем, то, используя табл. 3, можно также весьма просто найти как сами антиферромагнитные структуры, допускающие слабый ферромагнетизм, так и инварианты, ответственные за его описание. Для этого необходимо лишь (после использования условия четности относительно трансляций, центра симметрии и тройной оси) в соответствии с табл. 3 реализовать все комбинации четностей относительно независимых элементов симметрии, возможные при данной позиции магнитных атомов. Другими словами, необходимо направить параллельно магнитные моменты в узлах, связанных элементом симметрии с индексом «—». Добавив в общую для данной сингонии часть гамильтониана (или свободной энергии), на основе которой в главе 4 проводилось рассмотрение скомпенсированного антиферромагнетизма, соответствующие инварианты из табл. 3, мы можем исследовать конкретные свойства для каждой антиферромагнитной структуры со слабым ферромагнетизмом.

§ 4. Анизотропия g -фактора и слабый ферромагнетизм

Представленные в табл. 3 инварианты можно рассматривать как добавочные члены или в свободной энергии (когда m и l имеют смысл средних термодинамических величин), или в магнитном гамильтониане (когда m и l характеризуют локальное распределение магнитных моментов в кристалле). И в том и в другом случае мы можем с учетом этих членов исследовать, строго говоря, лишь статические свойства антиферромагнетиков, обладающих слабым ферромагнетизмом, такие, как условия устойчивости различных антиферромагнитных состояний и кривые намагничивания в постоянном магнитном поле. Ввиду существования гиромангнитного эффекта для рассмотрения динамических свойств магнитных кристаллов, основанного на решении уравнений движения магнитных моментов, требуется кроме гамильтониана задать также связь маг-

¹ Иногда это различие проявляется лишь в инвариантах более высокого порядка, не выписанных в табл. 3.

№ п/п	Сингония	Номера пространственных групп	Четность структуры относительно независимых элементов	Инварианты
1	Моноклинная	3—15	2_z^-	$m_x l_z, m_y l_z, m_z l_x, m_z l_y$
2	Ромбическая	16—74	$2_z^+, 2_x^-$	$m_x l_y, m_y l_x$
3			$2_z, 2_x^+$	$m_y l_z, m_z l_y$
4			$2_z^-, 2_x^-$	$m_x l_z, m_z l_x$
5	Тетрагональная	81—92, 101—142	4_z^-	$m_x l_y + m_y l_x, m_x l_x - m_y l_y$
6			$4_z^+, 2_d^-$	$m_x l_y - m_y l_x$
7			$4_z^-, 2_d^+$	$m_x l_y + m_y l_x$
8			$4_z^-, 2_d^-$	$m_x l_x - m_y l_y$
9	Тригональная	147—159, 162—167	$3_z^+, 2_x^-$	$m_x l_y - m_y l_x$
10			$3_z^+, 2_y^-$	$m_x l_y - m_y l_x$
11	Гексагональная	168—173, 178, 179, 190	6_z^-	$m_z (l_x \pm i l_y)^3, (m_x \pm i m_y) (l_x \pm i l_y)^2 l_z$
12			$6_z^+, 2_x^-$	$m_x l_y - m_y l_x$
13			$6_z^-, 2_x^+$	$i m_z [(l_x + i l_y)^3 - (l_x - i l_y)^3]$ $i [(m_x + i m_y) (l_x + i l_y)^2 -$ $- (m_x - i m_y) (l_x - i l_y)^2] l_z$
14			$6_z^-, 2_y^+$	$m_z [(l_x + i l_y)^3 + (l_x - i l_y)^3]$ $[(m_x + i m_y) (l_x + i l_y)^2 +$ $+ (m_x - i m_y) (l_x - i l_y)^2] l_z$
15	Кубическая	207—230	$4^-, 3^+$	$m_x l_x (l_y^2 - l_z^2) + m_y l_y (l_z^2 - l_x^2) +$ $+ m_z l_z (l_x^2 - l_y^2)$

Обозначения. n_α ($\alpha = x, y, z$) — ось симметрии n -го порядка (поворотная, винтовая или инверсионная). В частности, 2_α обозначает также и плоскость симметрии (зеркальную или скользящую), так как $\bar{2}_\alpha \equiv \sigma_\alpha$. Оси координат X и Y в тетрагональных кристаллах направлены вдоль сторон базисного квадрата, а в тригональных и гексагональных кристаллах — соответственно вдоль малой и большой диагоналей базисного ромба. Ось Z в одноосных кристаллах параллельна главной оси кристалла. Значки «+» «-» означают соответственно четную и нечетную антиферромагнитную структуру.

нитных моментов подрешеток с механическими. В общем случае эта связь носит тензорный характер вида

$$M_{\alpha} = \mu_B g_{\alpha\beta} I_{\beta},$$

где M — магнитный, а I — связанный с ним механический моменты (последний в единицах \hbar), μ_B — магнетон Бора, $g_{\alpha\beta}$ — безразмерный гиромангнитный тензор. Симметрия этого тензора определяется симметрией кристалла.

Вообще говоря, необходимо ввести столько тензоров $g_{\alpha\beta}$, сколько решеток Браве имеется в кристалле, причем между их компонентами существует связь, обусловленная наличием элементов симметрии, переводящих решетку Браве в другую. Магнитные свойства для коллинеарных и слабо неколлинеарных антиферромагнитных структур можно описывать с помощью двух магнитных подрешеток. В соответствии с этим мы можем ввести два эффективных гиромангнитных тензора $g_{\alpha\beta}^{(1)}$ и $g_{\alpha\beta}^{(2)}$, которые также не являются независимыми: соотношения между их компонентами определяются элементами симметрии, связывающими узлы указанных магнитных подрешеток.

Для отыскания вида тензоров $g_{\alpha\beta}^{(1)}$ и $g_{\alpha\beta}^{(2)}$ необходимо составить скаляр вида ¹

$$G = g_{\alpha\beta}^{(1)} M_{1\alpha} I_{1\beta} + g_{\alpha\beta}^{(2)} M_{2\alpha} I_{2\beta}.$$

Требую, чтобы это выражение было инвариантным относительно независимых элементов симметрии, указанных в табл. 3, мы можем найти явный вид тензоров $g_{\alpha\beta}^{(1)}$ и $g_{\alpha\beta}^{(2)}$ для каждого из 14 типов антиферромагнитных структур, допускающих слабый ферромагнетизм. При этом необходимо только учитывать, что элементы симметрии с индексом « \perp » преобразуют M_j и I_j по правилам преобразования обычного аксиального вектора, а элементы симметрии с индексом « \rightarrow » дополнительно к этому еще переставляют местами значки 1 и 2 у этих векторов (так как они преобразуют одну магнитную подрешетку в другую).

Полученные таким образом g -тензоры для всех типов антиферромагнитных структур приведены в табл. 4.

При построении спин-волновой теории скомпенсированного антиферромагнетизма на векторы локальных намагниченностей подрешеток $M_1(\mathbf{r})$ и $M_2(\mathbf{r})$ накладывалось условие (4.6) — условие постоянства и изотропности модулей этих векторов. Если сохранить это условие и здесь, то слабый ферромагнетизм в антиферромагнетике может появиться лишь за счет нарушения коллинеарности магнитных моментов подрешеток, причем так, что $\mathbf{m} \perp \mathbf{l}$ («поперечный» слабый ферромагнетизм). Однако при этом мы потеряем другую возможность — появление нескомпенсированного магнитного момента за счет нарушения строгого равенства модулей магнитных

¹ Легко видеть, что $\mu_B G = M_1^2 + M_2^2$.

Сингония и тип структуры	$g^{(1)}$		$g^{(2)}$
I. Моноклинная, 2_z^- (№ 1)	$\begin{vmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{vmatrix}$		$\begin{vmatrix} g_{xx} & g_{xy} & -g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & -g_{yz} \\ -g_{zx} & -g_{zy} & g_{zz} \end{vmatrix}$
II. Ромбическая, $2_z^+ 2_x^-$ *	$\begin{vmatrix} g_{xx} & g_{xy} & 0 \\ g_{yx} & g_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$		$\begin{vmatrix} g_{xx} & -g_{xy} & 0 \\ -g_{yx} & g_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$
III. Тетрагональная, 4_z^- (№ 5)	$\begin{vmatrix} g_{xx} & g_{xy} & 0 \\ g_{yx} & g_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$		$\begin{vmatrix} g_{yy} & -g_{yx} & 0 \\ -g_{xy} & g_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$
IV. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Тетрагональная, } 4_z^+ 2_d^- \text{ (№ 6)} \\ \text{Тригональная, } 3_z^+ 2_x^- \text{ (№ 9),} \\ \quad 3_z^+ 2_y^- \text{ (№ 10)} \\ \text{Гексагональная, } 6_z^+ 2_x^- \\ \quad \text{(№ 12)} \end{array} \right.$	$\begin{vmatrix} g_{\perp} & g_{xy} & 0 \\ -g_{xy} & g_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$		$\begin{vmatrix} g_{\perp} & -g_{xy} & 0 \\ g_{xy} & g_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$
	$\begin{vmatrix} g_{\perp} & g_{xy} & 0 \\ g_{xy} & g_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$		$\begin{vmatrix} g_{\perp} & -g_{xy} & 0 \\ -g_{xy} & g_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$
	$\begin{vmatrix} g_{\perp} & g_{xy} & 0 \\ g_{xy} & g_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$		$\begin{vmatrix} g_{\perp} & -g_{xy} & 0 \\ -g_{xy} & g_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$
Тетрагональная, $4_z^- 2_d^+$ (№ 7)**	$\begin{vmatrix} g_{\perp} & g_{xy} & 0 \\ g_{xy} & g_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$		$\begin{vmatrix} g_{\perp} & -g_{xy} & 0 \\ -g_{xy} & g_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$
V. Тетрагональная, $4_z^- 2_d^-$ (№ 8)	$\begin{vmatrix} g_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & g_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$		$\begin{vmatrix} g_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & g_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$
VI. Гексагональная, 6_z^- (№ 11)	$\begin{vmatrix} g_{\perp} & g_{xy} & 0 \\ -g_{xy} & g_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$		$\begin{vmatrix} g_{\perp} & g_{xy} & 0 \\ g_{xy} & g_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$
VII. Гексагональная, $6_z^- 2_x^+$ (№ 13)	$\begin{vmatrix} g_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & g_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$		$\begin{vmatrix} g_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & g_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{vmatrix}$
$6_z^- 2_y^+$ (№ 14)			
VIII. Кубическая ($T_d, 0, 0_h$) $4^- 3^+$ (№ 15)	$g_{\alpha\beta}^{(1)} = g_{\alpha\beta}^{(2)} = g\delta_{\alpha\beta}$		

* g -тензоры для двух других типов ($2_z^- 2_x^+$ и $2_z^- 2_x^-$) ромбических структур получаются из приведенных тензоров циклической подстановкой (x, y, z),

** Для этих структур g -тензоры преобразуются друг в друга поворотом системы координат вокруг оси Z на 45° .

моментов подрешеток («продольный» слабый ферромагнетизм). Последний эффект может быть связан, в частности, с анизотропией g -фактора и в общем случае пренебрегать им по сравнению с эффектом неколлинеарности нельзя. Заметим, что в § 1—3 настоящей главы условие (4.6) не использовалось, поэтому полученные там необходимые и достаточные условия существования слабого ферромагнетизма и табл. 3 относятся к обоим эффектам.

Антиферромагнетизм есть прежде всего явление упорядочения механических (спиновых) моментов электронов, атомов или ионов, обусловленное силами обменной (немагнитной) природы. В то же время слабый ферромагнетизм есть следствие этого упорядочения, проявляющееся лишь в результате добавочного действия малых по сравнению с обменными магнитных сил. Поэтому более последовательным является предположение, что вместо условия (4.6) имеет место аналогичное соотношение для механических моментов подрешеток

$$I_1^2(\mathbf{r}) = I_2^2(\mathbf{r}) = \left(\frac{I_0}{2}\right)^2 = \text{const}. \quad (5.10)$$

Последнее условие оставляет возможность для изменения магнитных моментов подрешеток за счет анизотропии g -факторов, причем благодаря различию g -тензоров для разных подрешеток¹ модули локальных намагниченностей этих подрешеток для определенных направлений оси антиферромагнетизма могут оказаться различными. Следовательно, условие (5.10) допускает существование как поперечного, так и продольного слабого ферромагнетизма. Если это условие принять, то векторам \mathbf{m} и \mathbf{l} в табл. 3 целесообразно придать другой смысл, определив их аналогично (4.5) уже через механические, а не магнитные моменты:

$$\mathbf{m} = \frac{I_1 + I_2}{I_0}, \quad \mathbf{l} = \frac{I_1 - I_2}{I_0}. \quad (5.11)$$

(Очевидно, что если g -фактор является скаляром, то определения (4.5) и (5.11) просто совпадают.) При этом в силу (5.10) для \mathbf{m} и \mathbf{l} снова справедливы соотношения вида

$$m^2 + l^2 = 1, \quad (\mathbf{m}\mathbf{l}) = 0. \quad (5.12)$$

Заметим, что второе из условий (5.12) обращает в нуль ряд инвариантов выше второго порядка (см. табл. 2).

На основании соотношений (5.12) можно условно выделить две физические причины, приводящие к слабому ферромагнетизму в антиферромагнитных кристаллах: во-первых, это неколлинеарность механических моментов подрешеток, обусловленная наличием в энергии магнитной анизотропии инвариантов, представленных в табл. 3, и, во-вторых, это анизотропия g -факторов.

¹ Тензоры $g_{\alpha\beta}^{(1)}$ и $g_{\alpha\beta}^{(2)}$ преобразуются друг в друга посредством элементов симметрии, которые переводят узлы одной подрешетки в узлы другой.

Проиллюстрируем сказанное на примере трех типов антиферромагнитных структур: $2_z^+ 2_x^-$, $n_z^+ 2_x^-$ ($n = 3, 4, 6$) и $4_z^- 2_d^+$. Используя явный вид g -тензоров из табл. 4 для этих структур, можно найти суммарную намагниченность обеих подрешеток по соотношению

$$M_\alpha = \mu_B (g_{\alpha\beta}^{(1)} I_{1\beta} + g_{\alpha\beta}^{(2)} I_{2\beta}). \quad (5.13)$$

Для указанных случаев, учитывая также (5.11), получаем

$$\begin{aligned} 2_z^+ 2_x^-: \quad M_x &= M_0 (g_{xx} m_x + g_{xy} l_y), \\ M_y &= M_0 (g_{yy} m_y + g_{yx} l_x), \\ M_z &= M_0 g_{zz} m_z. \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} n_z^+ 2_x^-: \quad M_x &= M_0 (g_{\perp} m_x + g_{xy} l_y), \\ M_y &= M_0 (g_{\perp} m_y - g_{xy} l_x), \\ M_z &= M_0 g_{zz} m_z. \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$\begin{aligned} 4_z^- 2_d^+: \quad M_x &= M_0 (g_{\perp} m_x + g_{xy} l_y), \\ M_y &= M_0 (g_{\perp} m_y + g_{xy} l_x), \\ M_z &= M_0 g_{zz} m_z. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Здесь мы ввели обозначение $M_0 = \mu_B I_0$.

Из приведенных формул видно, что даже в том случае, когда механический момент строго скомпенсирован ($\mathbf{m} = 0$), магнитный момент \mathbf{M} при антиферромагнитном упорядочении ($\mathbf{l} \neq 0$) благодаря анизотропии g -фактора оказывается отличным от нуля.

С другой стороны, благодаря неколлинеарности механических моментов подрешеток ($\mathbf{m} \neq 0$) магнитный момент также может быть отличен от нуля, даже при условии, что g -факторы изотропны ($g_{xx} = g_{yy} = g_{\perp}$, $g_{xy} = g_{yx} = 0$).

Характерно, что для антиферромагнитных структур, для которых в табл. 3 не имеется инвариантов второго порядка (структуры типа 6_z^- , $6_z^- 2_x^+$ и $6_z^- 2_y^+$ для гексагональных кристаллов), слабый ферромагнетизм может быть обусловлен только неколлинеарностью механических моментов, так как для них g -тензоры обеих подрешеток одинаковы.

Ниже мы перейдем к рассмотрению конкретных свойств для различных типов антиферромагнитных структур со слабым ферромагнетизмом.

Слабый ферромагнетизм в одноосных кристаллах с четной антиферромагнитной структурой относительно главной оси

Рассмотрим сперва одноосные кристаллы, т. е. кристаллы, имеющие ось симметрии $n_z = 3_z, 4_z$ или 6_z . Из табл. 3 видно, что для всех этих кристаллов характерно равенство нулю спонтанного момента (как механического, так и магнитного) в тех случаях, когда естественная ось антиферромагнетизма совпадает с осью кристалла n_z . Если же ось антиферромагнетизма лежит в базисной плоскости, то возникает магнитный момент, расположенный в этой же плоскости (в некоторых случаях может появиться магнитный момент, направленный вдоль оси n_z за счет инвариантов высшего порядка).

Среди всех структур в одноосных кристаллах целесообразно выделить и совместно исследовать группу структур с одинаковыми инвариантами второго порядка и одинаковыми g -тензорами. В табл. 4 эти структуры объединены под номером IV. Они являются четными относительно главной оси n_z и нечетными относительно диагональных осей второго порядка или плоскостей симметрии.

В соответствии с принятыми нами обозначениями все эти структуры можно характеризовать общим символом n^+2^- . С физической точки зрения отличительное свойство этих структур состоит в том, что слабый ферромагнетизм в них всегда поперечный. В самом деле, предполагая, что вектор антиферромагнетизма l лежит в базисной плоскости ($l_z = 0$), из соотношений (5.15) легко получить, что $(Ml) = 0$. Кроме того, как мы увидим ниже, спонтанный магнитный момент для структур n^+2^- изотропен в том смысле, что он не зависит от направления l в базисной плоскости.

§ 1. Основное состояние и кривые намагничивания при $T = 0^\circ \text{K}$

Полную плотность энергии для структур типа n^+2^- ($n = 3, 4, 6$) мы получим, если к энергии одноосного антиферромагнетика (4.4) добавим общий для них инвариант (5.7) из табл. 3, а также учтем тензорный характер g -фактора в члене с внешним

магнитным полем. С учетом (5.12) и (5.15), ограничиваясь пока членами не выше второго порядка по m и l , имеем

$$\mathcal{H}(r) = \frac{A}{2} m^2 + \frac{a}{2} m_z^2 + \frac{b}{2} l_z^2 - d [\mathbf{m} \times \mathbf{l}]_z - \\ - h_x (m_x + \tau l_y) - h_y (m_y - \tau l_x) - h_z m_z + \mathcal{H}_{\text{неод}}. \quad (6.1)$$

Здесь мы ввели обозначения $h_\alpha = g_{\alpha\alpha} M_0 H_\alpha$ и $\tau = \frac{g_{xy}}{g_\perp}$, а $\mathcal{H}_{\text{неод}}$ — часть обменной энергии, связанная с неоднородностями m и l , имеющая такой же вид, как и в соответствующем выражении (4.4) для обычного антиферромагнетика. Кроме того, мы пренебрегли магнитостатической энергией, имея в виду рассматривать только малые намагниченности $M \ll M_0$. Параметр d представляет собой константу, которая является количественной характеристикой специфической энергии магнитной анизотропии, ответственной, как мы увидим ниже, за неколлинеарность механических моментов подрешеток. Порядок величины параметра d , по-видимому, такой же, как и других констант a и b , стоящих при квадратичных по m и l анизотропных членах.

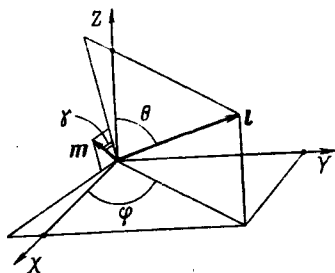


Рис. 11.

Положим сперва $\mathcal{H}_{\text{неод}} = 0$ и исследуем основное состояние. Для того чтобы найти условия реализации слабоферромагнитного состояния, рассмотрим случай $h = 0$. В этом случае энергию основного состояния можно записать в виде

$$\frac{\mathcal{H}_0}{V} = \frac{A}{2} m^2 + \frac{a}{2} m^2 \sin^2 \theta \cos^2 \gamma + \\ + \frac{b}{2} (1 - m^2) \cos^2 \theta + dm \sqrt{1 - m^2} \sin \theta \sin \gamma. \quad (6.2)$$

Используя условия (5.12), мы перешли к новым независимым переменным: m — абсолютное значение вектора m , θ — полярный угол вектора l и γ — угол, характеризующий направление вектора m в плоскости, перпендикулярной l (этот угол отсчитывается от линии пересечения указанной плоскости с плоскостью, проходящей через ось Z и вектор l ; (рис. 11)). Характерно, что \mathcal{H}_0 не зависит от азимутального угла φ для вектора l . Последнее обусловлено тем, что мы не учитываем в гамильтониане членов, ответственных за анизотропию в базисной плоскости.

Минимизируя выражение (6.2) по m , θ и γ , находим следующие два возможных состояния:

$$I. \sin \theta = 0, \quad m = 0, \quad l = 1 \quad \text{при} \quad b + \frac{d^2}{A} < 0.$$

$$II. \cos \theta = 0, \quad \cos \gamma = 0, \quad l = \sqrt{1 - m^2} \approx 1, \quad m \simeq \frac{d}{A} \\ \text{при} \quad b + \frac{d^2}{A} > 0.$$

Первое состояние является антиферромагнитным, второе — слабоферромагнитным. Спонтанный механический момент m в состоянии II перпендикулярен оси Z (так же, как и вектор антиферромагнетизма l). Его величина определяется отношением константы анизотропии второго порядка d к константе обменного взаимодействия A , которое обычно имеет порядок величины $10^{-2} \div 10^{-5}$. Напомним, что это относительная величина от максимально возможного механического момента I_0 (которое было бы при параллельном расположении моментов подрешеток).

По механическому моменту m , согласно соотношениям (5.15), можно найти связанный с ним спонтанный магнитный момент, а именно:

$$M_s = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = M_0 g_{\perp} (m + \tau l).$$

Учитывая полученное выше решение для m и l , имеем

$$M_s \simeq M_0 g_{\perp} \left(\frac{H_D}{H_E} + \tau \right), \quad (6.3)$$

где $H_E = \frac{A}{M_0 g_{\perp}}$ — эффективное поле обменных сил, а $H_D = \frac{d}{M_0 g_{\perp}}$ — эффективное поле сил магнитной анизотропии, ответственное за неколлинеарность механических моментов магнитных подрешеток; чтобы отличать это поле от поля анизотропии $H_A = b/M_0 g_{\perp}$, ответственного за ориентацию вектора l относительно кристаллографических осей, мы будем называть его полем Дзюлошина.

Таким образом, спонтанный магнитный момент в слабых ферромагнетиках со структурой типа n^+2^- в общем случае состоит из двух аддитивных частей: первая — с относительным вкладом d/A — обусловлена неколлинеарностью механических моментов подрешеток, вторая — с относительным вкладом $\tau = \frac{g_{xy}}{g_{\perp}}$ — связана с анизотропией g -фактора, приводящей к дополнительной неколлинеарности магнитных моментов подрешеток. Характерно, что суммарный магнитный момент (как и отдельные его слагаемые) перпендикулярен оси антиферромагнетизма l и его величина не зависит от ориентации этой оси в базисной плоскости.

Порядок величины d/A был уже указан выше. Что же касается величины τ , то можно предполагать, что анизотропия g -фактора

обусловлена теми же силами, которые приводят к неполному «замораживанию» орбитального магнетизма в ферро- и антиферромагнетиках, вследствие чего g -фактор оказывается отличным от 2^1 . В этом случае τ должна иметь порядок величины $|g-2|$, что может составлять в некоторых кристаллах около 0,01 или даже 0,1.

Выражение (6.3) можно переписать в еще более простом виде:

$$M_s = \chi_{\perp} \bar{H}_D, \quad (6.3')$$

где

$$\chi_{\perp} = \frac{M_0 g_{\perp}}{H_E} \quad (6.4)$$

обычная поперечная магнитная восприимчивость антиферромагнетика, а

$$\bar{H}_D = H_D + \tau H_E. \quad (6.5)$$

Согласно формуле (6.4), спонтанную намагниченность в слабом ферромагнетизме можно рассматривать как намагниченность антиферромагнетика, вызванную поперечным внутренним магнитным полем \bar{H}_D .

Перейдем теперь к исследованию поведения слабого ферромагнетика во внешнем поле H . Это исследование можно провести в общем виде на основе гамильтониана (6.1), перейдя в нем к независимым переменным m , γ , θ и φ . Однако из симметрии задачи ясно, что и во внешнем поле вектор l остается в базисной плоскости, поэтому для описания состояния системы достаточно двух независимых переменных — составляющих вектора m на плоскость базиса m_{\perp} и на ось кристалла m_z (рис. 12). В этих переменных энергию основного состояния можно записать в виде

$$\frac{\mathcal{H}_0}{V} = \frac{A}{2} (m_{\perp}^2 + m_z^2) + \frac{a}{2} m_z^2 - d m_{\perp} l_{\perp} - h_{\perp} (m_{\perp} + \tau l_{\perp}) - h_z m_z, \quad (6.6)$$

где

$$l_{\perp} = \sqrt{1 - m_{\perp}^2 - m_z^2} \quad (l_z = 0). \quad (6.7)$$

Из условия минимума \mathcal{H}_0 приближенно находим (для $m^2 \ll 1$):

$$m_{\perp} = \frac{d + h_{\perp}}{A + \tau h_{\perp}}, \quad m_z = \frac{h_z}{A + a + \tau h_{\perp}}. \quad (6.8)$$

Если ограничиться линейным приближением по внешнему полю, то соответствующие значения намагниченности равны

$$M_{\perp} = M_s + \chi_{\perp} H_{\perp}, \quad M_z = \chi_z H_z, \quad (6.9)$$

¹ По общепринятым представлениям за указанный эффект ответственно спи-орбитальное взаимодействие, приводящее к «смешиванию» различных орбитальных состояний магнитного атома.

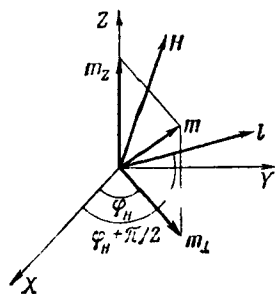


Рис. 12.

где

$$\chi_z = \frac{(g_{zz} M_0)^2}{A + a} \quad (6.10)$$

поперечная восприимчивость в направлении оси Z . Заметим, что анизотропия поперечной восприимчивости в данном случае определяется не только константой анизотропии a , но также и отношением соответствующих компонент g -тензора:

$$\frac{\chi_{\perp}}{\chi_z} = \left(\frac{g_{\perp}}{g_{zz}} \right)^2 \frac{A + a}{A}.$$

Согласно второй из формул (6.9), в рассматриваемом приближении слабый ферромагнетизм никак не сказывается на намагниченности в направлении оси Z : спонтанный магнитный момент в слабых ферромагнетиках, в отличие от обычных ферромагнетиков, не поворачивается под действием внешнего поля, приложенного вдоль «трудной» оси.

§ 2. Спектр спиновых волн и температурная зависимость намагниченности

Следующий шаг, как всегда, состоит в вычислении спектра спиновых волн. Для этого необходимо рассмотреть малые колебания механических моментов подрешеток $I_1(\mathbf{r})$ и $I_2(\mathbf{r})$ около своих равновесных положений, определяемых соотношением (5.11), (6.7) и (6.8). В собственной системе координат для каждой подрешетки, в которой в качестве оси Z_j принята ось квантования для соответствующего момента I_j (определяемая равновесным направлением классического вектора I_{j0}), операторы $I_j(\mathbf{r})$ могут быть приближенно следующим образом выражены через бозе-амплитуды $b_r^{(j)\dagger}$ и $b_r^{(j)}$ [ср. с формулой (1.15)]:

$$\begin{aligned} I_{jx_j} &\simeq \sqrt{\frac{I_0}{2}} (b_r^{(j)} + b_r^{(j)\dagger}), \\ I_{jy_j} &\simeq i \sqrt{\frac{I_0}{2}} (b_r^{(j)} - b_r^{(j)\dagger}), \\ I_{jz_j} &= I_0 - b_r^{(j)\dagger} b_r^{(j)}. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Если затем перейти к общей системе координат XYZ , связанной с осями кристалла (что можно сделать с помощью соотношений вида (1.18)), то через $b_r^{(j)\dagger}$ и $b_r^{(j)}$ могут быть, согласно (5.11), записаны векторы \mathbf{m} и \mathbf{l} , а следовательно, и гамильтониан (6.1).

Выделяя в полном гамильтониане $\mathcal{H} = \int \mathcal{H}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$ квадратичную форму по $b_r^{(j)}$ и $b_r^{(j)\dagger}$ и приводя ее к диагональному виду, мы снова

как и в случае обычного антиферромагнетика, получим две ветви спиновых волн. Мы не будем приводить деталей расчета, поскольку последний совершенно аналогичен уже неоднократно проводившимся расчетам для ферро- и антиферромагнетиков (см., например, приложение Г).

Приближенные выражения для энергии спиновых волн в области не очень больших полей ($h \ll A$) имеют следующий вид:

$$\varepsilon_{1k} = \frac{1}{I_0} [A (B_{\perp} k_{\perp}^2 + B_z k_z^2) + h_{\perp} (h_{\perp} + d + \tau A)]^{1/2}, \quad (6.12)$$

$$\varepsilon_{2k} = \frac{1}{I_0} [A (B_{\perp} k_{\perp}^2 + B_z k_z^2) + Ab + d^2 + h_z^2 + h_{\perp} (d + \tau A)]^{1/2}. \quad (6.13)$$

Здесь сохранены обозначения, введенные в главе 4 [см. формулы (4.26)]¹.

Заметим, что, как и в случае обычных одноосных антиферромагнетиков, одна из ветвей спектра имеет небольшую энергетическую щель, исчезающую (без учета анизотропии в базисной плоскости) при $H = 0$. Энергетическая щель для второй ветви определяется средним геометрическим значением из обменной энергии и энергии магнитной анизотропии $\mu_{\perp} H_{EA} \sim \sqrt{Ab}$. Параметр d , ответственный за слабый ферромагнетизм, несколько увеличивает эту щель.

Далее мы можем вычислить термодинамический потенциал спиновых волн (4.56), а затем температурную зависимость спонтанной намагниченности и магнитной восприимчивости (в выражениях вида (6.9), которые остаются справедливыми и при $T \neq 0$). Для области температур $\mu_{\perp} H_{EA} \ll \kappa T \ll \kappa \Theta_N$ имеем

$$M_s(T) = M_s(0) (1 - \eta T^2), \quad (6.14)$$

$$\chi_{\perp}(T) = \chi_{\perp}(0) (1 - \eta T^2), \quad (6.15)$$

$$\chi_z(T) = \chi_z(0) (1 - \eta' T^2), \quad (6.16)$$

где

$$\eta \approx \eta' = \frac{A\kappa^2}{48J_{\perp}^2 J_z^2 I_0}.$$

Для более низких температур, где $\mu H, \mu H_{\perp} \ll \kappa T \ll \mu_{\perp} H_{EA}$, тепловое движение может возбуждать лишь первую ветвь спиновых волн. При этом в формуле (6.14) коэффициент η должен быть заменен на $\eta/2$, формула (6.15) остается без изменения, а восприимчи-

¹ За искл. значением величины h_{\perp} , которая в данном случае определяет поперечную составляющую (по отношению к оси Z) внешнего магнитного поля.

вость вдоль оси Z (6.16) становится независимой от температуры¹. При более строгом расчете, если учесть в энергии спиновой волны ϵ_{1k} члены порядка $AB_k m^2$ и $AA_k m^2$, то для $\chi_z(T)$ в области температур $\kappa T \ll \mu_{\perp} H_{EA}$ вместо (6.16) получится выражение вида

$$\chi_z(T) = \chi_z(0) (1 + \zeta T^4),$$

как и в случае обычного антиферромагнетика в состоянии (z/\perp) [ср. с выражением (Г.30) в приложении Г; указанное выражение определяет и величину коэффициента ζ].

Таким образом, спонтанный магнитный момент слабых ферромагнетиков должен изменяться не по закону $T^{3/2}$, характерному для обычных ферромагнетиков, а по закону T^2 . Температурная зависимость магнитной восприимчивости, а также и магнитной части теплоемкости C_s , такая же, как у обычных антиферромагнетиков. Представляет интерес записать соотношение между C_s и температурным изменением спонтанной намагниченности. Сравнивая формулу (6.14) с соответствующими формулами главы 4 (стр. 79), для C_s имеем общее соотношение вида

$$\frac{C_s}{\chi_{\perp} T} = \frac{16\pi^2}{5} \left(\frac{\kappa}{\mu} \right)^2 \frac{M_s(0) - M_s(T)}{M_s(0)}, \quad (6.17)$$

справедливое как при $\kappa T \gg \mu H_{EA}$, так и при $\kappa T \ll \mu H_{EA}$.

§ 3. Роль членов анизотропии выше второго порядка

Остановимся теперь кратко на роли членов магнитной анизотропии выше второго порядка, обуславливающих анизотропию магнитных свойств слабого ферромагнетика в базисной плоскости. В принципе влияние этих членов уже обсуждалось при рассмотрении обычного антиферромагнетизма: их роль сводится к тому, что в первой ветви появляется энергетическая щель (даже при $H = 0$), определяемая средней геометрической величиной из обменной энергии и соответствующей энергии магнитной анизотропии высшего порядка.

Кроме этого, для того, чтобы при вращении магнитного поля в базисной плоскости вектор антиферромагнетизма \mathbf{l} , оставаясь перпендикулярным полю, вращался вслед за ним, величина поля должна превосходить некоторое «пороговое» значение, которое также определяется указанной выше средней энергией.

¹ Коэффициент η следующим образом связан с коэффициентом α , введенным в главе 4 (§ 4):

$$\frac{1}{\gamma} \alpha = \chi_{\perp}(0) \eta = \frac{(g_{\perp} M_0)^2}{A} \eta.$$

Как мы видели в § 1, в слабых ферромагнетиках могут также существовать в выражении для магнитной энергии члены высшего порядка по l и линейные по m .

Для структуры типа $4_2^+ 2_d^-$, согласно (5.4), это будут инварианты вида

$$(l_x^2 - l_y^2)(m_x l_y + m_y l_x), \quad l_x l_y (m_x l_x - m_y l_y), \quad (6.18)$$

а для структур типа $3_z^+ 2_x^-$ и $3_z^+ 2_y^-$ соответственно инварианты (5.8) или (5.9). Члены в энергии вида (6.18) должны приводить к анизотропной добавке к спонтанному моменту в тетрагональных кристаллах (зависящей от направления l в базисной плоскости). Инварианты (5.8) и (5.9) должны вызывать в тригональных кристаллах появление спонтанного момента в направлении оси Z , величина которого (и даже знак) зависит от азимутального угла φ для вектора l . Максимальное значение моментов, связанных с указанными анизотропными членами в энергии, определяется отношением константы, стоящей при соответствующем инварианте к константе обменного взаимодействия A .

В качестве примера мы рассмотрим несколько подробней случай структуры типа $3_z^+, 2_y^-$, которую имеют слабоферромагнитные кристаллы $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ и MnCO_3 . Для структуры этого типа к магнитному гамильтониану (6.1) необходимо добавить члены вида [108]¹

$$\begin{aligned} \frac{q}{2} [(l_x + il_y)^3 + (l_x - il_y)^3] l_z + \frac{t}{2i} [(l_x + il_y)^3 - (l_x - il_y)^3] m_z + \\ + \frac{e}{2} [(l_x + il_y)^6 + (l_x - il_y)^6]. \end{aligned} \quad (6.19)$$

Из условия минимума \mathcal{H}_0 можно показать, что с учетом этих членов состояние II расщепляется на два состояния:

$$\text{II}_1: \theta \approx \frac{\pi}{2} + \frac{q}{b}, \quad \varphi = 0, \quad m_y = \frac{d}{A}, \quad m_x = m_z = 0. \quad (6.20)$$

$$\text{II}_2: \theta = \frac{\pi}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}, \quad m_x = \frac{d}{A}, \quad m_z = \frac{t}{A+u}, \quad m_y = 0. \quad (6.21)$$

¹ Мы не выписали здесь инварианты вида l_z^4, l_z^6 и др., которые не вносят ничего нового по сравнению с инвариантами второго порядка, имеющимися в гамильтониане (6.1), а также опустили второй из инвариантов (5.9), поправки от которого для рассматриваемых состояний оказываются несущественными.

Состояния Π_1 или Π_2 реализуются, если дополнительно к условию

$$Ab + d^2 > 0 \quad (6.22)$$

выполняется соответственно неравенство ¹

$$e < \frac{q^2}{4b} \quad \text{или} \quad e > \frac{q^2}{4b}. \quad (6.23)$$

В состоянии Π_1 вектор l лежит в плоскости σ_y под небольшим углом $\delta_0 = \frac{q}{b}$ к плоскости базиса, а спонтанный момент m направлен вдоль поворотной оси второго порядка 2_y . В состоянии Π_2 вектор l параллелен оси 2_y , а вектор m лежит в плоскости σ_y , так что наряду с основной его составляющей m_x , связанной с инвариантом второго порядка, имеется также небольшая составляющая на ось Z , обусловленная инвариантом четвертого порядка.

Пусть теперь в базисной плоскости приложено поле H , составляющее с осью X угол Φ_H . Тогда, минимизируя снова \mathcal{H}_0 , для области полей $h_{eq} \ll h \ll A$ находим, что

$$m_{\perp} \parallel H, \quad m_{\perp} = \frac{d+h}{A}, \quad m_z = \frac{t}{A+a} \cos 3\Phi_H, \quad (6.24)$$

а вектор l ($l \approx 1$) лежит в плоскости, перпендикулярной H , составляя с плоскостью базиса угол

$$\delta = \delta_0 \sin 3\Phi_H. \quad (6.25)$$

Поле h_{eq} представляет собой эффективное поле магнитной анизотропии в базисной плоскости; при полях $h \gg h_{eq}$ имеет место нахождение в том смысле, что $m_{\perp} \parallel H$. Приближенно

$$h_{eq} = \frac{36A |e - q^2/b|}{d + \tau A}. \quad (6.26)$$

Зная равновесные векторы m и l , можно снова рассчитать спектр колебаний системы вблизи этого равновесного состояния. Мы приведем здесь выражение для энергии спиновых волн лишь при $k = 0$, так как зависящие от k члены имеют тот же вид, как и в формулах (6.12):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{10} &= \frac{1}{I_0} \left[h(h + d + \tau A) + 36 \left(e - \frac{q^2}{b} \right) A \cos 6\Phi_H \right]^{1/2}, \quad (6.27) \\ \varepsilon_{20} &= \frac{1}{I_0} [Ab + d^2 + 9Bq + h(d + \tau A) + 6Ve \cos 6\Phi_H]^{1/2}. \end{aligned}$$

¹ Более строго, неравенства (6.23) должны иметь вид

$$e + \frac{t^2}{4(A+a)} < \text{или} > \frac{q^2}{4b}.$$

Однако член с t^2 имеет высший порядок по сравнению с другими.

Как видно из (6.27), анизотропия четвертого и шестого порядков практически не влияет на энергию для второй ветви спиновых волн, так как входящие в нее члены с q и e всегда малы по сравнению с членом Ab . Напротив, для первой ветви роль анизотропии в базисной плоскости может оказаться заметной, если поле H не очень велико ($h \gtrsim h_{eq}$). При этом энергетическая щель для этой ветви оказывается анизотропной — зависит от направления H . В дальнейшем эти результаты потребуются нам при обсуждении резонансных свойств слабых ферромагнетиков.

В заключение необходимо отметить, что в рассматриваемом случае структур типа n^+2^- анизотропия g -фактора не вносит никаких качественно новых закономерностей ни в статические, ни в динамические свойства слабого ферромагнетика: переход от изотропного к анизотропному g -фактору фактически сводится к перенормировке параметра d путем замены

$$d \rightarrow \bar{d} = d + \tau A. \quad (6.28)$$

§ 4. Обсуждение экспериментальных данных

Экспериментальные исследования слабого ферромагнетизма в тригональных (ромбоэдрических) кристаллах $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$, MnCO_3 , CoCO_3 и CrF_3 подтверждают основные выводы теории. Все перечисленные слабые ферромагнетики относятся к типу $3_z^+ 2_y^-$ (пространственная группа D_{3d}^6).

Прежде всего, нейтронографические данные [90, 111, 112] показывают, что во всех этих кристаллах магнитная и химическая элементарные ячейки действительно совпадают. Сразу можно заметить, что это общее условие выполняется и для всех других известных слабоферромагнитных кристаллов независимо от их сингонии.

Из сравнения антиферромагнитных структур слабоферромагнитного кристалла $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ и скомпенсированного антиферромагнетика Cr_2O_3 , имеющего ту же самую кристаллографическую структуру, очень хорошо видна роль центра симметрии [14]. В $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ антиферромагнитная структура является четной относительно центра симметрии, так как ионы Fe^{3+} , связанные этим элементом симметрии, имеют параллельные магнитные моменты (рис. 13, а). В Cr_2O_3 , напротив, центр симметрии связывает ионы Cr^{3+} с антипараллельными магнитными моментами (рис. 13, б), в результате чего слабый ферромагнетизм в этом соединении не мог бы существовать, даже в том случае, если бы вектор l лежал в базисной плоскости¹.

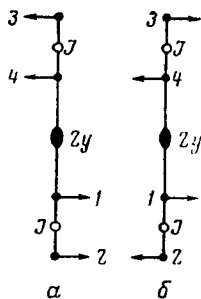


Рис. 13.

¹ На самом деле в этом соединении l параллелен тригональной оси.

На примере $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ можно также проиллюстрировать переход из антиферромагнитного состояния в слабоферромагнитное с изменением направления вектора l [14]. Это соединение в зависимости от температуры может находиться как в антиферромагнитном состоянии I ($l \parallel Z$), так и в одном из слабоферромагнитных состояний Π_1 (l приблизительно параллельно оси X). Первое состояние реализуется при температурах $T < 250^\circ \text{K}$, а второе при более высоких температурах вплоть до точки Нееля (950°K) [13]¹.

Нейтроннографическими исследованиями установлено, что для кристаллов MnCO_3 [90] и CrF_3 [112] ось антиферромагнетизма лежит вблизи базисной плоскости. Для MnCO_3 вектор l , кроме того, параллелен плоскости симметрии σ_y . В CoCO_3 [90] ось антиферромагнетизма также расположена в плоскости симметрии σ_y , но уже под углом $(46 \pm 4)^\circ$ к тригональной оси. Следовательно, оба указанных карбоната, по-видимому, находятся в слабоферромагнитном состоянии Π_1 . То, что в CoCO_3 вектор l отклонился от плоскости базиса не на малый угол, означает лишь, что константы анизотропии b и q имеют одинаковый порядок величины. В кристалле CoCO_3 нейтроннографические измерения впервые дали возможность обнаружить, по крайней мере качественно, неколлинеарность магнитных моментов, приводящую к слабому ферромагнетизму. Наконец, в соединении FeCO_3 [90], изоморфном MnCO_3 и CoCO_3 , вектор l направлен вдоль тригональной оси, т. е. его магнитное состояние является состоянием I и эксперимент действительно показывает, что слабый ферромагнетизм в нем отсутствует.

Для всех указанных слабоферромагнитных кристаллов спонтанный магнитный момент в соответствии с теорией лежит в базисной плоскости; при этом намагниченность в зависимости от поля выражается формулами (6.9), оставаясь при любом значении поля одинаковой по всем направлениям, лежащим в базисной плоскости.

Заметим, однако, что линейная зависимость намагниченности от поля как при поперечном, так и при продольном намагничива-

¹ Указанный переход связан с изменением знака эффективной константы анизотропии $b' = b + d^2/A$. Изменение направления вектора l происходит не скачком, а постепенно, так что этот переход растянут на весьма широкий интервал температур [113, 114]. Последнее обусловлено тем, что вблизи температуры, где константа b , изменяет знак, могут играть существенную роль члены более высокого порядка в энергии магнитной анизотропии, например, такие, как

$$l_z^4 \text{ и } l_z [(l_x + il_y)^3 + (l_x - il_y)^3].$$

Заметим, что, согласно экспериментальным данным, спонтанный магнитный момент M_s в состоянии I хотя и значительно меньше, чем в состоянии Π_1 , однако все же отличен от нуля. Это, по-видимому, связано с различными дефектами кристалла и с возможными ферромагнитными примесями. Такой вывод можно сделать из того обстоятельства, что величина магнитного момента в состоянии I различна для образцов различного происхождения и сильно зависит от содержания примесей.

нии наблюдается лишь при достаточно сильных полях: например, для $MnCO_3$ необходимо было иметь $H_{\perp} > 2 \text{ кэ}$ и $H_z > 4 \text{ кэ}$ (рис. 14 [92]). В случае поперечного намагничивания это, по-видимому, связано с различными дефектами кристалла и, возможно, с антиферромагнитной доменной структурой. Поэтому было бы интересно исследовать начальные кривые намагничивания в поперечном поле в зависимости от предыстории образца.

В случае продольного намагничивания начальный (нелинейный) участок кривой намагничивания $M_z(H)$ находит принципиальное объяснение, если в соответствии с нейтронографическими данными [90] принять, что исходным состоянием (при $H=0$) для $MnCO_3$ является состояние Π_1 . При этом возникновение z -компоненты намагниченности, вызванное внешним полем H_z , должно приводить, за счет наличия в свободной энергии второго из инвариантов (6.19), к вращению вектора l в базисной плоскости по направлению к ближайшей оси симметрии 2_d . Указанный процесс вращения дает дополнительный вклад в магнитную восприимчивость, который обращается в нуль после того, как вектор l становится параллельным оси 2_d и вращение заканчивается. Фактически мы имеем здесь дело с вынужденным переходом за счет энергии внешнего поля из состояния Π_1 в состояние Π_2 . Соответствующий расчет проведен в работе Боровика-Романова [92], и мы на нем останавливаться не будем (см. также гл. 7, § 5).

Температурная зависимость спонтанной намагниченности и магнитной восприимчивости монокристаллических тригональных слабых ферромагнетиков была детально исследована Боровиком-Романовым [92] на карбонате марганца и Боровиком-Романовым и Ожогиным [93] на карбонате кобальта. При этом было установлено, что спонтанная намагниченность $MnCO_3$ в широком интервале температур от 1,3 до 23° К (последняя температура составляет 0,7 от температуры Нееля) убывает по квадратичному закону (6.14), предсказываемому теорией.

В случае $CoCO_3$ температурная зависимость M_s хорошо описывается квадратичной формулой (6.14) с постоянным коэффициентом η в области температур 5—10° К. Затем при понижении температуры в окрестности 4,5° К наблюдается такое изменение харак-

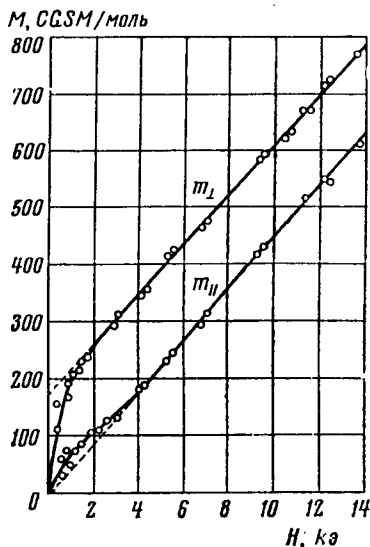


Рис. 14.

тера температурной зависимости M_s , которое можно объяснить двукратным уменьшением коэффициента η при переходе из области температур $\kappa T \gg \mu H_{EA}$ к температурам $\kappa T \ll \mu H_{EA}$. Указанное явление, так же как и аналогичное изменение коэффициента перед T^3 в спиновой части теплоемкости, рассмотренное в главе 4, обусловлено «выключением» из теплового движения второй ветви спиновых волн при достаточно низких температурах, когда тепловая энергия становится меньше энергетической щели для этой ветви.

Для температурной зависимости магнитной восприимчивости согласно теоретических формул (6.15) и (6.16) с экспериментом отсутствует как для $MnCO_3$, так и для $CoCO_3$. Согласно этим формулам, χ_{\perp} и χ_z должны уменьшаться с повышением температуры по тому же самому закону, с тем же самым коэффициентом η (где $\kappa T \gg \mu H_{EA}$), как и M_s . В действительности уменьшение магнитной восприимчивости происходит значительно медленнее, причем нельзя даже решить, имеется ли вообще здесь квадратичная зависимость от температуры. В данном случае имеет место то же самое расхождение теории спиновых волн с экспериментом, о котором говорилось уже выше при обсуждении температурной зависимости поперечной магнитной восприимчивости обычных антиферромагнетиков (гл. 4, § 4).

Приведем теперь табл. 5 основных количественных характеристик магнитных свойств кристаллов $MnCO_3$, $CoCO_3$ и $\alpha-Fe_2O_3$ по данным работ [92, 93, 113].

Таблица 5

Соединение	θ_N , К	$\chi_{\perp}(0)$, моль ⁻¹	$\chi_z(0)$, моль ⁻¹	$M_s(0)$, CGSM/моль	m_0 , %	$\bar{H}_D = \frac{M_s(0)}{\chi_{\perp}(0)}$, кэ
$MnCO_3$	32,4	$43 \cdot 10^{-3}$	$45 \cdot 10^{-3}$	200	0,7	4,5
$CoCO_3$	18,1	$53 \cdot 10^{-3}$	$35 \cdot 10^{-3}$	1400	13	26
$\alpha-Fe_2O_3$	950	$32 \cdot 10^{-4}$	$35 \cdot 10^{-4}$	64	0,1	20

В этой таблице приведены значения χ и M_s , экстраполированные на 0° К, причем для $\alpha-Fe_2O_3$ экстраполяцию приходится проводить из области температур $T > 250^\circ$ К, где существует слабый ферромагнетизм. Величина m_0 выражает слабферромагнитный момент в процентах по отношению к максимально возможному в данном соединении магнитному моменту, рассчитанному в предположении полной параллельности магнитных моментов всех ионов, причем для момента отдельного иона взято его теоретическое значение для свободного иона.

Из табл. 5 видно, что для $\alpha-Fe_2O_3$ и $MnCO_3$ магнитная восприимчивость почти изотропна, а для $CoCO_3$ имеется значительная ани-

зотропия (χ_{\perp} примерно в 1,5 раза больше, чем χ_{\parallel}). Указанное различие сохраняется и в парамагнитной области выше точки Нееля: парамагнитная восприимчивость $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ и MnCO_3 изотропна, а для CoCO_3 анизотропия при $T = 300^\circ \text{K}$ составляет около 30%. Последнее означает, что $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ и MnCO_3 имеют изотропный g -фактор, что хорошо согласуется с тем, что ионы Fe^{3+} и Mn^{2+} находятся в S -состоянии. В то же время резкая анизотропия магнитных свойств CoCO_3 как при низких, так и при высоких температурах указывает на значительную роль орбитального магнетизма в этом кристалле и, следовательно, на возможную анизотропию g -фактора. Это опять находится в соответствии с тем, что основным состоянием свободного иона Co^{2+} является F -состояние [93]. Характерно также, что m_0 в CoCO_3 на порядок величины больше, чем в MnCO_3 . Заметим, что значение $m_0 = 13\%$ для CoCO_3 соответствует отклонению магнитных моментов подрешеток от оси антиферромагнетизма примерно на 7° .

Для решения вопроса о природе слабого ферромагнетизма в этих кристаллах представляют большой интерес экспериментальные исследования их резонансных свойств. Эти исследования позволили бы не только независимым образом определить такие параметры, как H_{EA} , \bar{H}_D и др., но также и измерить отдельные компоненты g -тензора (см. также гл. 9).

Слабый ферромагнетизм в одноосных кристаллах с нечетной антиферромагнитной структурой относительно главной оси

Как уже отмечалось выше, характерной особенностью антиферромагнитных структур типа n^{+2-} , четных относительно главной оси, является изотропность (в первом приближении) их магнитных свойств в базисной плоскости. При этом слабоферромагнитный момент в них всегда перпендикулярен оси антиферромагнетизма и может быть описан одним параметром $\vec{d} = d + \tau A$. Указанная особенность этих структур обусловлена тем, что для них ответственный за слабый ферромагнетизм инвариант в спиновом гамильтониане $l_x m_y - l_y m_x \equiv [lm]_z$, при заданном угле между векторами l и m , является изотропным относительно поворота вокруг оси Z и его абсолютная величина максимальна при $m \perp l$.

Иначе дело обстоит в одноосных кристаллах для антиферромагнитных структур, нечетных относительно главной оси. Для них инварианты, ответственные за слабый ферромагнетизм, зависят не только от угла между l и m , но также и от ориентации l в базисной плоскости при фиксированном значении упомянутого угла. Естественно ожидать поэтому, что для структур, нечетных относительно главной оси, слабый ферромагнетизм будет проявляться несколько иначе, чем для рассмотренных выше структур типа n^{+2-} .

В частности, уже из соотношения (5.16) видно, что, например, для структур типа $4_2^- 2_d^+$ слабый ферромагнетизм в общем случае оказывается не поперечным и не продольным. Проекция магнитного момента M на направление вектора l изменяется при вращении последнего в базисной плоскости по закону

$$M_l = M_0 g_{xy} \sin 2\varphi.$$

Имеется также ряд других особенностей свойств слабых ферромагнетиков со структурами, нечетными относительно главной оси симметрии. Рассмотрению таких структур и посвящена настоящая глава.

§ 1. Тетрагональные кристаллы. Исследование основного состояния и кривых намагничивания

Согласно табл. 3, нечетные относительно главной оси структуры могут существовать в тетрагональных и гексагональных кристаллах. Сперва мы рассмотрим структуру типа $4_z^- 2_d^+$ и $4_z^- 2_d^-$ для тетрагональных кристаллов. Как уже упоминалось выше, структуру типа $4_z^- 2_d^+$ имеют, в частности, фториды переходных металлов FeF_2 , NiF_2 , CoF_2 и др.

Заметим сразу, что вид всех инвариантов в магнитном гамильтониане (как обуславливающих анизотропию, так и ответственных за слабый ферромагнетизм), а также вид g -тензоров для обоих интересующих нас типов структур $4_z^- 2_d^+$ и $4_z^- 2_d^-$ будет точно одинаковым, если оси координат X и Y для одной из структур будут повернуты на угол в 45° вокруг оси Z по сравнению с соответствующими осями, принятыми при рассмотрении второй из структур¹. Другими словами, если для структур типа $4_z^- 2_d^-$ оси X и Y направить не вдоль сторон базисного квадрата, а вдоль его диагоналей, то указанные инварианты и g -тензоры для нее примут тот же самый вид, что и для структуры типа $4_z^- 2_d^+$. Собственно говоря, все сводится к тому, что мы должны одноименные оси координат для обоих типов структур направить вдоль осей (плоскостей) симметрии одинаковой четности. Тогда описание всех свойств слабоферромагнитных кристаллов обоих типов будет совершенно тождественным.

Мы примем форму записи магнитного гамильтониана и g -тензоров, соответствующую в табл. 3 и 4 структуре типа $4_z^- 2_d^+$.

В применении к указанным фторидам переходных металлов (имеющим как раз такую структуру) последнее означает, что оси X и Y должны быть направлены именно так, как это указано на рис. 8.

Полную плотность магнитной энергии с учетом внешнего магнитного поля можно в данном случае представить в виде

$$\mathcal{H}(r) = \frac{A}{2} m^2 + \frac{a}{2} m_z^2 + \frac{b}{2} l_z^2 - d(l_x m_y + l_y m_x) + \frac{1}{2} f l_x^2 l_y^2 - h_x(m_x + \tau l_y) - h_y(m_y + \tau l_x) - h_z m_z + \mathcal{H}_{\text{неод}}, \quad (7.1)$$

где обозначения те же, что и в выражении (6.1). Здесь учтено, что для структуры типа $4_z^- 2_d^+$ магнитный момент M связан с векторами m и l соотношениями (5.16).

¹ В приведенных выше табл. 3 и 4 для тетрагональных кристаллов использована общая система координат, принятая в интернациональных кристаллографических таблицах.

Минимизация \mathcal{H}_0 при $H = 0$ дает следующие три типа решений:

$$I. \sin \theta = 0, \quad m = 0, \quad \text{если } b < 0; \quad (7.2)$$

$$II_1. \cos \theta = 0, \quad \sin 2\varphi = 0, \quad m = \pm \frac{d}{A}, \quad (7.3)$$

если

$$b > 0, \quad f + 4 \frac{d^2}{A} > 0; \quad (7.4)$$

$$II_2. \cos \theta = 0, \quad \cos 2\varphi = 0, \quad m = 0, \quad (7.5)$$

если

$$b > 0, \quad f + 4 \frac{d^2}{A} < 0. \quad (7.6)$$

Состояние I, в котором вектор l направлен вдоль тетрагональной оси кристалла, снова является чисто антиферромагнитным, так как для него, согласно (7.2) и (5.16), намагниченность $M_s = 0$.

В состояниях II_1 и II_2 вектор l лежит в базисной плоскости, будучи направлен соответственно или вдоль одной из сторон базисного квадрата (т. е. вдоль осей X или Y) или вдоль одной из диагоналей. Оба эти состояния являются слабоферромагнитными. В состоянии II_1 спонтанный магнитный момент, согласно (5.16), перпендикулярен оси антиферромагнетизма и его величина определяется соотношением

$$M_s = M_0 g_{\perp} \left(\frac{d}{A} + \tau \right). \quad (7.7)$$

В состоянии II_2 спонтанный магнитный момент параллелен оси антиферромагнетизма, причем его величина связана только с анизотропией g -фактора:

$$M_s = M_0 g_{\perp} \tau. \quad (7.8)$$

Заметим для дальнейшего, что не только M_s , но и все другие величины (m , l и φ), характеризующие естественное состояние (т. е. равновесное состояние при $h = 0$), мы будем помечать индексом s .

Исследуем теперь основное состояние системы и кривые намагничивания при $T = 0^\circ \text{K}$ в зависимости от величины и направления внешнего магнитного поля. В качестве независимых переменных при рассмотрении слабоферромагнитных состояний ($l \perp Z$) можно снова принять m_{\perp} , m_z и φ . В этих переменных энергию основного состояния можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{H}_0}{V} = & \frac{A}{2} (m_{\perp}^2 + m_z^2) + \frac{a}{2} m_z^2 + dm_{\perp} l \cos 2\varphi + \\ & + \frac{f}{8} l^4 \sin^2 2\varphi - h_{\perp} m_{\perp} \sin (\varphi - \varphi_H) - h_{\perp} l \tau \sin (\varphi + \varphi_H) - \\ & - h_z m_z \quad (l = l_{\perp} = \sqrt{1 - m_{\perp}^2 - m_z^2}), \end{aligned} \quad (7.9)$$

где снова φ_H — азимутальный угол для поля H .

Здесь мы учли, что в силу перпендикулярности векторов m_{\perp} и $l_{\perp} = l$ можно положить

$$m_x = m_{\perp} \sin \varphi, \quad m_y = -m_{\perp} \cos \varphi. \quad (7.10)$$

В общем случае при произвольных величине и направлении поля система, описываемая энергией (7.9), является весьма сложной. Конкретный вид кривых намагничивания может быть существенно различным в зависимости от различного соотношения между тремя следующими константами: d , $A\tau$ и \sqrt{Af} , а также от величины h по отношению к ним. Поэтому для выяснения основных особенностей слабого ферромагнетизма в структурах типа $4_2^-2_d^+$ мы рассмотрим лишь наиболее характерные частные случаи.

Пусть, прежде всего, магнитное поле направлено вдоль тетрагональной оси, т. е. $h_x = h_y = 0$ и $h_z = h$, тогда, как легко видеть из условия минимума для \mathcal{H}_0 , для поперечных компонент m и l , а следовательно, и M сохраняются прежние спонтанные значения, определенные соотношениями (7.3) и (7.7) или (7.5) и (7.8) соответственно для состояний Π_1 или Π_2 . Дополнительно к этому появляются компоненты m_z и M_z :

$$m_z = \frac{h_z}{A+a}, \quad M_z = \chi_z H, \quad (7.11)$$

где χ_z определяется формулой (6.10). Таким образом, кривая намагничивания в направлении главной оси кристалла снова такая же, как у обычного антиферромагнетика.

Пусть теперь магнитное поле перпендикулярно тетрагональной оси, так что $h_{\perp} = h$ и $m_{\perp} = m$. Рассмотрим сперва кривые намагничивания в полях, величина которых изменяется в широком интервале значений

$$0 < h < A, \quad (7.12)$$

а направление или совпадает с направлением спонтанного магнитного момента M_s или перпендикулярно ему. Рассмотрение будем проводить отдельно для случаев, когда естественным состоянием является состояние Π_1 или Π_2 .

А. Состояние Π_1 ($Af + 4d^2 > 0$)

1. Магнитное поле параллельно направлению спонтанного магнитного момента, т. е. $\varphi_H = 0$ или $\frac{\pi}{2}$ (соответственно при $\varphi_s = \frac{\pi}{2}$ или 0).

В этом случае направления векторов m и l остаются теми же, что и в исходном естественном состоянии, а величины m_H и M_H соответственно равны ¹

$$m_H = \frac{d+h}{A}, \quad (7.12)$$

$$M_H = M_s + \chi_{\perp} H, \quad (7.13)$$

¹ Выражение (7.12) получается при $m^2 \ll 1$ из более общего уравнения (7.16), которое схематически представлено на рис. 15 (кривая 3).

где M_s имеет вид (7.7) или (6.3), а магнитная восприимчивость χ_{\perp} снова задается формулой (6.4). Таким образом, в данном случае основное состояние и кривая намагничивания точно такие же, как и для структур типа n^+2^- .

2. Магнитное поле параллельно естественному направлению вектора l , т. е. $\varphi_H = \frac{\pi}{2}$ или 0 (соответственно для начальных углов $\varphi_s = \frac{\pi}{2}$ или 0).

а) $d \gg \tau A$, $d^2 \gg Af$.

В этом случае как само существование слабого ферромагнетизма, так и анизотропии в базисной плоскости в основном обусловлены членом с константой d в магнитной энергии (7.9).

Пусть в начальном состоянии $\varphi_s = \frac{\pi}{2}$, т. е. вектор l_s параллелен оси Y (и, следовательно, вектор M_s параллелен оси X). Полагая $\varphi_H = \frac{\pi}{2}$ и минимизируя при этих условиях \mathcal{H}_0 , находим следующие три решения для φ и $m_H = m_y$ в зависимости от h :

$$1. \cos \varphi = -\frac{h}{4d}, \quad m_H = \frac{h}{4A} \left[1 + 2 \left(\frac{h}{4d} \right)^2 \right]; \quad (7.14)$$

$$2. \cos \varphi = -1, \quad h = Am_H + d \frac{1 - 2m_H^2}{\sqrt{1 - m_H^2}}$$

при $m^2 \ll 1$, $m_H = \frac{h-d}{A}$; (7.15)

$$3. \cos \varphi = 1, \quad h = Am_H - d \frac{1 - 2m_H^2}{\sqrt{1 - m_H^2}}$$

при $m^2 \ll 1$, $m_H = \frac{h+d}{A}$. (7.16)

Состоянию абсолютного минимума энергии соответствует решение 3. Однако оно отделено от исходного состояния энергетическим барьером. Поэтому при увеличении поля, начиная с $h = 0$, сначала реализуется решение 1, так как оно соответствует состоянию, непосредственно примыкающему к исходному. Это решение описывает процесс постепенного вращения векторов m и l в базисной плоскости с увеличением h , которое заканчивается при $h = 4d$. При этом решение 1 переходит в решение 2.

Как видно из рис. 15 (кривая 2), решение 2 соответствует этой кривой намагничивания, которая имела бы место, если бы в исходном состоянии поле было приложено *п р о т и* в направления спонтанной намагниченности M_s . Характерно, что из-за наличия энергетического барьера между решениями 2 и 3 система «помнит» указанное состояние с отрицательным значением M_s и после того, как

результатирующая намагниченность в поле $H > H_D$ сменит знак [формула (5.15)]. При этом, возвращаясь к $h = 0$, приходим к состоянию с $m_s = -\frac{d}{A}$. Заметим, что различие кривых намагничивания в состояниях 2 и 3 связано с противоположными направлениями вектора l для этих состояний. Для того чтобы произошел переход от метастабильного состояния 2 к абсолютно устойчивому состоянию 3, необходимо, чтобы вектор l изменил свое направление на обратное. Последнее осуществляется лишь при увеличении поля до значения $h = h_H \approx A \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{d}{A} \right)^{2/3} \right]$, выше которого вторая

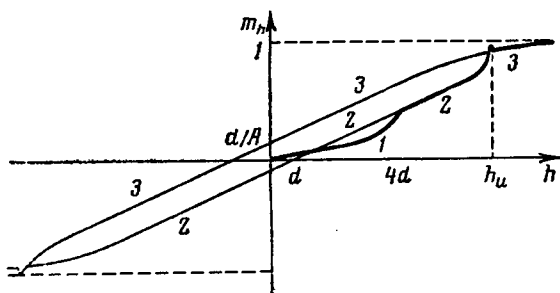


Рис. 15.

производная от \mathcal{H}_0 по m_{\perp} для решения 2 становится отрицательной и, следовательно, само это решение делается неустойчивым¹.

При $h = h_H$ происходит инверсия направления l , и система, наконец, приходит в состояние устойчивого равновесия, соответствующего решению 3. Около точки $h = h_H$ наблюдается интересная особенность кривой намагничивания: достигнув в этой точке максимальной величины $m_H \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{d}{A} \right)^{2/3}$ (при бесконечном значении $\frac{\partial m_H}{\partial h}$), намагниченность скачком падает до кривой 3 и затем снова растет по этой кривой вплоть до насыщения. При уменьшении поля из области $h > h_H$ размагничивание будет идти по кривой 3.

Полная кривая намагничивания для рассматриваемого случая ($H \parallel l_s$) изображена жирной линией на рис. 15. Начальный участок этой кривой (при $h \ll A$) можно, согласно (7.14) и (7.15), представить в виде

$$M_H = \frac{1}{4} \chi_{\perp} H \left[1 + \frac{1}{8} \left(\frac{H}{H_D} \right)^2 \right] \quad \text{при } H \leq 4H_D, \quad (7.17)$$

$$M_H = \chi_{\perp} (H - H_D) \quad \text{при } H \geq 4H_D.$$

¹ Более точная величина h_H должна быть найдена из совместного решения системы уравнений (5.15) и $\frac{\partial^2 \mathcal{H}_0}{\partial m_{\perp}^2} = 0$.

Таким образом, магнитная восприимчивость в слабых полях ($H \ll 4H_d$) в четыре раза меньше, чем в сильных полях $H > 4H_d$.

На рис. 15 также схематически представлена своеобразная петля гистерезиса, которая должна бы иметь место при перемагничивании кристалла вдоль направления m_s , в сильных полях до $h > h_n$.

Заметим, что на выводах о виде кривых намагничивания, по-видимому, существенно отразились наши чисто классические представления о магнитных подрешетках, на основании которых только и можно говорить об определенном направлении вектора l и инверсии этого направления. В частности, весьма осторожно надо относиться к выводу о невозможности перемагнитить слабый ферромагнетик (т. е. повернуть вектор m_s из одного естественного направления в другое) без применения очень больших полей $H \sim H_E$. С точки зрения квантовой механики, если и возможно говорить об определенных фиксированных магнитных подрешетках, то лишь по отношению к некоторому конечному интервалу времени [116]. Поэтому указанное перемагничивание, по-видимому, будет происходить и в более слабых полях, но за некоторое конечное время, сравнимое с «временем жизни» подрешеток. Возможно, что именно такого рода перемагничивание слабоферромагнитного момента (правда, пьезомагнитного происхождения) с инверсией вектора l наблюдалось Боровиком-Романовым [117] в кристаллах CoF_2 (перемагничивание в поле $\sim 10^3$ э, направленном против m_s , происходило за время ~ 10 мин).

Во всяком случае, экспериментальное исследование процессов перемагничивания в слабых ферромагнетиках имеет большой интерес для изучения «жизни» подрешеток, выяснения пределов применимости классических представлений о них. Особая роль слабых ферромагнетиков состоит здесь в том, что в их термодинамическом потенциале имеются смешанные члены вида $m_\alpha l_\beta$, которые позволяют фиксировать определенные направления магнитных моментов подрешеток (включая их знак). Действительно, вызывая, например, внешним полем определенную компоненту вектора m , мы тем самым можем индуцировать и определенную компоненту вектора l , причем с вполне конкретным знаком.

$$б) A\tau \gg d, \quad \sqrt{A\bar{f}}.$$

В этом случае слабый ферромагнетизм в основном обусловлен анизотропией g -фактора; член с константой d в \mathcal{H} сказывается лишь на величине критического поля, при котором происходит опрокидывание вектора l . Действительно, минимизируя \mathcal{H} при указанных условиях для $\varphi_H = \frac{\pi}{2}$ находим:

$$1. \quad \cos \varphi (1 - 2 \cos^2 \varphi) = \frac{A\tau}{A\bar{f} + 4d^2} h, \quad m_H = \cos \varphi \frac{(d \cos 2\varphi + h \cos \varphi)}{A}; \quad (7.18)$$

$$2. \quad \cos \varphi = 1, \quad m_H = \frac{d + h}{A}.$$

Исследование функции $\cos \varphi (h)$, определяемой уравнением (7.18), показывает, что эта функция имеет максимум при

$$h = h^* = \sqrt{\frac{2}{27} \frac{Af + 4d^2}{A\tau}}. \quad (7.19)$$

В полях $h < h^*$ функция $\cos \varphi (h)$ монотонно растет с увеличением h и затем, достигая максимума, равного $\cos \varphi (h^*) = \frac{1}{\sqrt{6}}$, становится убывающей функцией при $h > h^*$. Последнее означает, что при $h = h^*$ непрерывность вращения вектора l (соответствующего решению 1) нарушается и система скачком переходит в состояние, описываемое решением 2.

Изменение намагниченности с полем в этом случае приближенно можно представить в виде

$$M_H = M_s \cos \varphi \text{ для } H \leq H^*,$$

$$M_H = M_s + \chi_{\perp} H \text{ для } H \geq H^*,$$

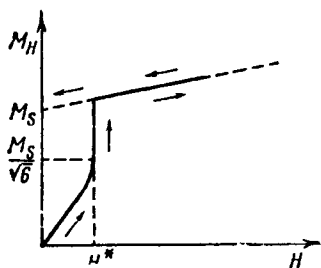


Рис. 16.

где $\cos \varphi$ находится как решение уравнения (7.18), а $M_s \simeq M_0 g_{\perp} \tau$ и

$$H^* = M_0 g_{\perp} h^*. \quad (7.20)$$

Эта зависимость графически представлена на рис. 16 (для $h \ll A$).

Начальную магнитную восприимчивость при $H \ll H^*$ (когда $\cos \varphi \ll 1$) можно выразить в явном виде:

$$M_H = \chi_{\perp} \frac{(A\tau)^2}{Af + 4d^2} H = \chi_{\perp} \frac{A\tau}{h^*} H. \quad (7.21)$$

Характерно, что в случае «а» начальная восприимчивость была меньше χ_{\perp} , здесь же она значительно больше этой величины (так как $A\tau \gg h^*$).

Гистерезис намагничивания в данном случае, в отличие от случая «а», ограничен областью сравнительно небольших полей $|h| \leq h^*$ (рис. 16).

В обоих предыдущих случаях было сделано предположение о малости константы анизотропии f . В противоположном случае, когда эта константа настолько велика, что

$$\sqrt{Af} \gg d, A\tau,$$

кривая намагничивания будет качественно аналогичной кривой, представленной на рис. 16; более того, намагниченность на начальном участке кривой будет снова выражаться формулой (7.21).

Однако критическое поле, при котором происходит опрокидывание вектора \mathbf{l} , будет в этом случае определяться соотношением

$$h_{кр} \approx \sqrt{A|f|},$$

которое справедливо и для обычного антиферромагнетика без слабого ферромагнетизма.

Б. Состояние Π_2 ($Af + 4d_2 < 0$, $\mathbf{M}_s \parallel \mathbf{l}_s$)

Для этого состояния подробное рассмотрение мы проведем в наиболее интересном случае, когда выполняется условие

$$A\tau \gg \sqrt{A|f|}. \quad (7.22)$$

1. Магнитное поле направлено параллельно спонтанной намагниченности исходного состояния: $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M}_s \parallel \mathbf{l}_s$. Пусть, например, $\varphi_H = \varphi_s = \frac{\pi}{4}$. В этом случае минимизирующие решения имеют вид:

$$1. \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) = 1, \quad m_h = 0, \quad \text{для } h \leq A\tau;$$

$$2. \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{A\tau}{h}, \quad m_h = \frac{h}{A} \left[1 - \left(\frac{A\tau}{h}\right)^2\right], \quad \text{для } h \geq A\tau.$$

Ось антиферромагнетизма до полей $h = A\tau$ остается параллельной полю, затем при дальнейшем увеличении поля вектор \mathbf{l} начинает поворачиваться, асимптотически приближаясь к направлению, перпендикулярному \mathbf{H} , при $h \gg A\tau$.

Соответствующие формулы для намагниченности имеют следующий вид:

$$M_H = M_s = M_0 g_{\perp} \tau \quad \text{для } H \leq \tau H_E = M_0 g_{\perp} A\tau; \quad (7.23)$$

$$M_H = \chi_{\perp} H \quad \text{для } H \geq \tau H_E. \quad (7.24)$$

Графически эта зависимость намагниченности от поля представлена на рис. 17, а (для $h \leq A$).

Интересно, что спонтанный магнитный момент проявляется здесь лишь в области полей $H < \tau H_E$. При экстраполяции к $H = 0$ из области более высоких полей мы получим $M_s = 0$.

2. Магнитное поле перпендикулярно направлению \mathbf{M}_s (и, следовательно, \mathbf{l}_s). Здесь поведение системы во внешнем поле описывается следующими тремя последовательными решениями:

$$1. \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) \left[1 - 2 \cos^2\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right)\right] = \sqrt{\frac{2}{27}} \frac{h}{h^*} \quad \text{при } h \leq h^*; \quad (7.25)$$

$$2. \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad \text{при } h^* \leq h \leq A\tau; \quad (7.26)$$

$$3. \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{A\tau}{h} \quad \text{при } h \geq A\tau. \quad (7.27)$$

Величина m для всех трех решений получается из общего выражения

$$m = \frac{d \sin 2\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) + h \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right)}{A}. \quad (7.28)$$

при соответствующем значении угла φ , определяемого соотношениями (7.25), (7.26) или (7.27). Критическое поле H^* снова определяется соотношениями (7.19) и (7.20).

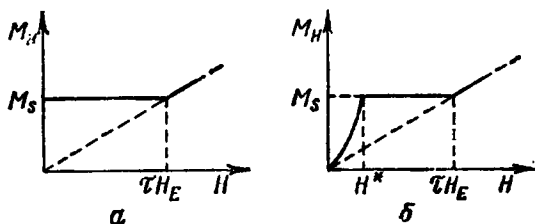


Рис. 17.

Первое решение описывает постепенный поворот вектора l , соответствующий непрерывному увеличению $\cos(\varphi - \pi/4)$. При $h = h^*$ этот поворот заканчивается скачком в состояние с $l \parallel h$, соответствующее решению 2. Заметим, что указанный поворот описывается уравнением, аналогичным уравнению (7.18) для случая 2. Однако происходит он в противоположном направлении, так как в упомянутом случае мы имели дело с переходом от $l \parallel h$ к $l \perp h$, а здесь, наоборот, от $l \perp h$ к $l \parallel h$. Напомним, что здесь $M_s \parallel l_s$, а для случая 2 — $M_s \perp l_s$.

Второе решение (7.26) совпадает с исходным состоянием 1 для $H \parallel M_s \parallel l_s$ (стр. 138), поэтому последующее поведение системы при $h > h^*$ здесь будет точно таким же, как там.

Таким образом в данном случае начальный участок кривой намагничивания до $h = h^*$ будет совпадать с начальным участком на рис. 16, а при $h = h^*$ эта часть кривой должна переходить в кривую, представленную на рис. 17, а. Полная кривая намагничивания приведена на рис. 17, б.

Исследуем, далее, угловую зависимость слабого ферромагнетизма в базисной плоскости, т. е. зависимость величины M_H от угла φ_H . С этой целью рассмотрим магнитные поля, величина которых велика по сравнению с величиной эффективного поля магнитной анизотропии в базисной плоскости, а именно

$$h \gg \sqrt{|Af + 4d^2|}. \quad (7.29)$$

Направление поля в базисной плоскости будем считать произвольным. Рассмотрение будем проводить в отдельности для случаев, для которых слабый ферромагнетизм в основном обусловлен или неколлинеарностью механических моментов ($d \neq 0, \tau = 0$), или же только анизотропией g -фактора ($d = 0, \tau \neq 0$).

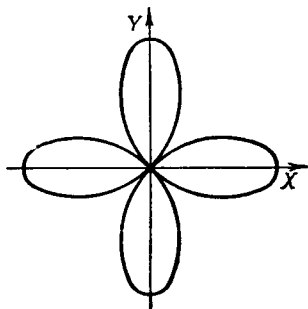


Рис. 18.

а) $d \neq 0, \tau = 0$.

В этом случае соотношение (7.29) является условием того, что $\mathbf{M} \parallel \mathbf{H}$ (т. е. $M_H = M$). При этом вектор \mathbf{l} будет перпендикулярным \mathbf{H} , так как при $\tau = 0$ направления \mathbf{m} и \mathbf{M} совпадают, а $\mathbf{l} \perp \mathbf{M}$. Полагая, таким образом, $\varphi = \varphi_H + \frac{\pi}{2}$, из условия минимума \mathcal{H}_0 для этого случая находим

$$m = \frac{d \cos 2\varphi + h}{A}. \quad (7.30)$$

Следовательно,

$$M_H = M_s(\varphi_H) + \chi_{\perp} H, \quad (7.31)$$

где

$$M_s(\varphi_H) = M_s \cos 2\varphi_H, \quad M_s = \frac{M_0 g_{\perp} d}{A}. \quad (7.32)$$

Формула (7.32) дает угловую зависимость спонтанного магнитного момента, определяемого путем экстраполяции к $H = 0$ из области полей, где выполняется условие (7.29). Эта зависимость графически представлена на рис. 18, из которого видно, насколько резко анизотропный характер имеет в данном случае слабый ферромагнетизм. В то же время магнитная восприимчивость в базисной плоскости является здесь в первом приближении изотропной и равна поперечной магнитной восприимчивости обычного антиферромагнетика.

б) $\tau \neq 0, d = 0$.

В этом случае минимизация \mathcal{H}_0 дает следующую систему уравнений для определения M_H как функции h и φ_H :

$$M_H = M_0 g_{\perp} \left[\frac{h}{A} \sin^2(\varphi - \varphi_H) + \tau \sin(\varphi + \varphi_H) \right], \quad (7.33)$$

$$A\tau \cos(\varphi + \varphi_H) = -h \sin(\varphi - \varphi_H) \cos(\varphi - \varphi_H). \quad (7.34)$$

При произвольном соотношении между величинами h и $A\tau$ эти уравнения приводят к весьма сложной зависимости $M_H(h, \varphi_H)$.

Поэтому мы рассмотрим два возможных здесь предельных частных случая.

1) $h \ll A\tau$:

$$M_H = M_0 g_{\perp} \left(\tau + \frac{h}{A} \cos^2 2\varphi_H \right); \quad (7.35)$$

2) $h \gg A\tau$:

$$M_H = M_0 g_{\perp} \left(\tau \cos 2\varphi_H + \frac{h}{A} \right). \quad (7.36)$$

В первом случае спонтанный магнитный момент, получаемый экстраполяцией к $H = 0$, является изотропной величиной и равен своему естественному значению $M_s = M_0 g_{\perp} \tau$. В то же время магнитная восприимчивость в этом случае анизотропна

$$\chi(\varphi_H) = \chi_{\perp} \cos^2 2\varphi_H. \quad (7.37)$$

Во втором случае, наоборот, аналогично рассмотренному выше случаю с $d \neq 0$ и $\tau = 0$, анизотропным является экстраполированное значение спонтанного магнитного момента, в то время как магнитная восприимчивость изотропна. А именно:

$$M_s(\varphi_H) = M_s \cos 2\varphi_H, \quad M_s = M_0 g_{\perp} \tau; \quad (7.38)$$

$$\chi(\varphi_H) = \chi_{\perp}. \quad (7.39)$$

Итак, проведенное рассмотрение кривых намагничивания при $T = 0^\circ \text{ К}$ показывает, что для слабых ферромагнетиков со структурой типа $4_z^- 2_d^+$ или $4_z^- 2_d^-$, магнитные свойства в базисной плоскости могут быть резко анизотропны. Кроме того, два механизма слабого ферромагнетизма здесь дают, вообще говоря, качественно различные результаты, поэтому для описания свойств слабых ферромагнетиков типа $4_z^- 2_d^-$ в общем случае необходимо учитывать оба параметра d и τ .

§ 2. Тетрагональные кристаллы. Спиновые волны и температурная зависимость слабоферромагнитного момента

Перейдем теперь к обсуждению спектра спиновых волн и температурной зависимости слабоферромагнитного момента в состояниях Π_1 и Π_2 . Мы рассмотрим только простейшие случаи, когда внешнее магнитное поле приложено вдоль направления спонтанной намагниченности M_s .

В состоянии Π_1 равновесные векторы m и l определяются соотношениями [см. (7.3) и (7.12)]

$$\cos \theta = \sin 2\varphi = 0, \quad l = l_{\perp} = \sqrt{1 - m^2}, \quad m = m_{\perp} = \frac{d + h}{A}.$$

Рассматривая малые колебания m и l около этих равновесных значений, на основе полного гамильтониана (7.1) нетрудно найти следующие выражения для энергии спиновых волн (снова для $h \ll A$):

$$\varepsilon_{1k} = \frac{1}{I_0} [AB_k + Af + 4d^2 + h^2 + h(5d + \tau A)]^{1/2}, \quad (7.40)$$

$$\varepsilon_{2k} = \frac{1}{I_0} [AB_k + Ab + d^2 + h(d + \tau A)]^{1/2}.$$

Сравнение этих выражений с соответствующими выражениями (6.12) для структур типа n^+2^- показывает, что между первыми и последними имеются некоторые принципиальные различия. Во-первых, в данном случае слабоферромагнитная энергия, т. е. член с d в гамильтониане (7.1), приводит к отличной от нуля энергетической щели для первой ветви спиновых волн, даже если $f = 0$ и $h = 0$. Во-вторых, эта энергия в данном случае дает неодинаковый вклад в линейный по h член первой и второй ветви (в первую ветвь — в пять раз больший, чем во вторую), тогда как в выражениях (6.12) этот вклад был одинаковым. Как мы увидим ниже, указанные различия могут отразиться на наблюдаемых статических и динамических свойствах двух типов слабых ферромагнетиков.

Используя выражения (7.40) для энергии спиновых волн, можно снова вычислить температурную добавку к намагниченности. Полная намагниченность будет также иметь вид (7.13), причем магнитная восприимчивость $\chi_{\perp}(T)$ будет определяться выражением (6.15), а спонтанная намагниченность — следующими формулами:

$$(i) \frac{\sqrt{Af + 4d^2}}{I_0} \ll \kappa T \ll \frac{\sqrt{Ab + d^2}}{I_0},$$

$$M_s(T) = M_s(0)(1 - \eta_1 T^2), \quad \eta_1 = \left(\frac{1}{2} + \frac{2d}{d + \tau A} \right) \eta; \quad (7.41)$$

$$(ii) \frac{\sqrt{Ab + d^2}}{I_0} \ll \kappa T \ll \kappa \theta_N,$$

$$M_s(T) = M_s(0)(1 - \eta_2 T^2), \quad \eta_2 = \left(1 + \frac{2d}{d + \tau A} \right) \eta. \quad (7.42)$$

Здесь в целях удобства сравнения мы ввели тот же самый коэффициент η , что и в формулах (6.14)—(6.16).

Сразу же видно, что отношение коэффициентов η_1 и η_2 перед T^2 в формулах для температурного изменения $M_s(T)$ в интервалах температур (i) и (ii) в данном случае может быть различным в зависимости от соотношения величин d и τA . Это отношение одинаково с соответствующим отношением для структур типа n^+2^- (всегда равным $1/2$) лишь при том условии, что $d \ll A\tau$. Если же

имеет место противоположное условие ($d \gg A\tau$), то указанное отношение в данном случае равно $5/6$.

Формулы (7.41) и (7.42) допускают и другую особенность в температурном изменении M_s — возможность увеличения спонтанной намагниченности с повышением температуры при низких температурах, так как в зависимости от соотношения между величинами d и τA коэффициенты η_1 и η_2 в этих формулах могут быть как положительными, так и отрицательными. Приняв направление спонтанного магнитного момента за положительное направление, можно считать, что всегда

$$d + \tau A > 0. \quad (7.43)$$

Однако если при этом $d < 0$, то коэффициент при T^2 будет все же отрицательным, когда дополнительно выполняется условие

$$5d + A\tau < 0 \quad (7.44)$$

— в случае формулы (7.41), или условие

$$3d + A\tau < 0 \quad (7.45)$$

— в случае формулы (7.42).

Таким образом, если параметры τA и d имеют противоположные знаки и удовлетворяют неравенству

$$3 < \left| \frac{A\tau}{d} \right| < 5, \quad (7.46)$$

то спонтанная намагниченность будет возрастающей функцией температуры в интервале температур (i) и убывающей функцией — в интервале температур (ii). Если же выполняется условие

$$1 < \left| \frac{A\tau}{d} \right| < 3, \quad (7.47)$$

то $M_s(T)$ будет увеличиваться с ростом T в обоих указанных интервалах температур¹. Во всех остальных случаях спонтанная намагниченность, как и для слабых ферромагнетиков типа n^+2^- , будет всегда убывать с повышением температуры.

Интересно отметить, что увеличение намагниченности с повышением температуры наблюдалось в интерметаллическом соединении $Mn_{3,4}Ge$. Это соединение как раз имеет тетрагональную симметрию и обладает очень малой спонтанной намагниченностью, порядка одной десятой μ_B на атом марганца (11 ед. CGSM/e). По-

¹ Конечно, при достаточно высоких температурах $M_s(T)$, пройдя через максимум, должна стать убывающей функцией T и в последнем случае (так как в точке Нееля она должна обратиться в нуль). Однако этот температурный ход M_s находится уже за пределами применимости теории спиновых волн.

сколькx, однако, исследование проводилось на поликристаллических образцах, по-видимому, весьма грязных, а экспериментальные данные [118] слишком скудны, то вывод о том, что здесь мы имеем дело с рассмотренным выше случаем аномальной температурной зависимости слабoферромагнитного момента, был бы преждевременным.

Рассмотрим теперь энергетический спектр и зависимость намагниченности от температуры для состояния 11_2 . Общее весьма громоздкое выражение для энергии спиновых волн в этом состоянии (в полях $h < A\tau$) мы не будем выписывать¹. Здесь мы приведем лишь приближенное выражение, которое получается, если пренебречь всеми членами магнитной анизотропии, положив $a = b = f = d = 0$. В этом приближении имеем

$$\varepsilon_k^{(1,2)} = \frac{1}{I_0} \sqrt{(A + A_k + h\tau)(B_k + h\tau)} \pm h. \quad (7.48)$$

С учетом условий $A_k, h\tau \ll A$ это можно переписать также следующим образом:

$$\varepsilon_k^{(1,2)} = \sqrt{I_{\perp} k_{\perp}^2 + I_z k_z^2 + \mu_{\perp}^2 (\tau H_E) H} \pm \mu_{\perp} H. \quad (7.49)$$

Используя последнее выражение для вычисления зависящей от температуры части намагниченности, нетрудно найти, что полная намагниченность может быть представлена в виде

$$M_H(T) = M_s(T) + \chi_{\parallel}(T) H, \quad (7.50)$$

где

$$M_s(T) = M_0 g_{\perp} \tau (1 - \eta T^2); \quad (7.51)$$

$$\chi_{\parallel}(T) = 4 \frac{M_0 g_{\perp}}{H_E} \eta T^2. \quad (7.52)$$

¹ Оно имеет вид (Г.5) (см. приложение Г) со следующими значениями коэффициентов квадратичной формы α и β :

$$\alpha_1 = \frac{1}{2I_0} \left[A + A_k + B_k + \frac{1}{2}(a+b) - 3d + h(1+\tau) \right];$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2I_0} \left[A + A_k + B_k + \frac{1}{2}(a+b) + 3d - h(1-\tau) \right];$$

$$\alpha_3 = -\frac{1}{4I_0} (a-b);$$

$$\beta_1 = -\frac{1}{2I_0} \left[d + \frac{1}{2}(a+b) \right];$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2I_0} \left[d - \frac{1}{2}(a-b) \right];$$

$$\beta_3 = \frac{1}{2I_0} \left[A + A_k - B_k + \frac{1}{2}(a-l) \right].$$

Заметим, что χ_{\parallel} с точностью до обозначений совпадает с параллельной магнитной восприимчивостью обычного антиферромагнетика [ср., например, с формулой (4.60) гл. 4] ¹.

Характерно, что спонтанная намагниченность здесь уменьшается с повышением температуры, а магнитная восприимчивость растет. Поэтому зависящая от температуры часть намагниченности

$$\Delta M_H(T) = - \frac{M_0 g_{\perp} \eta T^2}{H_E} (\tau H_E - 4H).$$

должна изменять знак при $H = \tau H_E/4$.

Можно показать, что приведенный выше результат для температурной зависимости спонтанной намагниченности в состоянии Π_2 фактически остается справедливым и при учете членов магнитной анизотропии, если мы ограничимся рассмотрением области температур (ii).

§ 3. Гексагональные кристаллы. Слабый ферромагнетизм высшего порядка

В антиферромагнетиках со структурой типа $6_2^- 2_2^+$ (где $2_d \equiv 2_x$ или 2_y) слабый ферромагнетизм, связанный с инвариантами второго порядка в магнитном гамильтониане и с анизотропией g -фактора, не может существовать. Однако к спонтанному магнитному моменту здесь могут приводить члены более высокого — четвертого порядка (N_2 13 и 14 в табл. 3). Хотя слабый ферромагнетизм в антиферромагнетиках с такой структурой пока не был обнаружен, мы вкратце рассмотрим их свойства, поскольку последние обладают рядом особенностей, характерных только для этих структур.

Инварианты, ответственные за слабый ферромагнетизм в структурах типа $6_2^- 2_2^+$ и $6_2^- 2_2^+$, преобразуются друг в друга путем замены $x \rightleftharpoons y$, поэтому достаточно рассмотреть одну из них, например структуру типа $6_2^- 2_2^+$, которую имеют некоторые антиферромагнитные кристаллы никель-арсенидного типа. Соответствующую плотность энергии с точностью до членов магнитной анизотропии шестого порядка можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\mathbf{r}) = & \frac{A}{2} \mathbf{m}^2 + \frac{a}{2} m_z^2 + \frac{b}{2} l_z^2 + \frac{t}{2i} [(l_x + il_y)^3 - (l_x - il_y)^3] m_z + \\ & + r l_z [m_y (l_x^2 - l_y^2) + 2m_x l_x l_y] + e [(l_x + il_y)^6 + (l_x - il_y)^6] - \\ & - \mathbf{m} \mathbf{h} + H_{\text{неод}}. \end{aligned} \quad (7.53)$$

¹ Необходимо отметить, что полученное совпадение магнитной восприимчивости в состоянии Π_1 с χ_{\perp} , а в состоянии Π_2 с χ_{\parallel} обусловлено тем, что магнитное поле в обоих случаях мы направили параллельно спонтанному магнитному моменту, а последний в первом случае перпендикулярен, а во втором параллелен вектору антиферромагнетизма l . В общем же случае магнитная восприимчивость, как мы видели выше, уже при $T = 0^\circ \text{K}$ весьма сложным образом зависит не только от направления магнитного поля, но и от его величины.

Здесь мы пренебрегли несущественной в данном случае разницей между g_{\perp} - и g_{zz} -факторами (см. VII в табл. 4).

Энергия основного состояния может быть записана следующим образом (при $h \ll A$, $m^2 \ll 1$):

$$\frac{\mathcal{H}_0}{V} = \frac{A}{2} m^2 + \frac{a}{2} m_z^2 + \frac{b}{2} (1 - m^2) \cos^2 \theta - r m_{\perp} \sin^2 \theta \times \\ \times \cos \theta \cos 3\varphi + t m_z \sin^3 \theta \sin 3\varphi + e \sin^6 \theta \cos 6\varphi - m_{\perp} h_{\perp} - m_z h_z. \quad (7.54)$$

Минимизируя это выражение при $h = 0$, находим три возможных естественных состояния¹:

$$I. \quad \sin \theta = 0, \quad m_{\perp} = m_z = 0;$$

$$II_1. \quad \cos \theta = 0, \quad \sin 3\varphi = 0, \quad m_{\perp} = m_z = 0;$$

$$II_2. \quad \cos \theta = 0, \quad \cos 3\varphi = 0, \quad m_{\perp} = 0, \quad m_z = \pm \frac{t}{A+a}.$$

Первые два состояния являются антиферромагнитными, третье — слабоферромагнитным. Слабоферромагнитное состояние реализуется при условиях

$$b(A+a) + t^2 + 2e(A+a) > 0, \\ t^2 + 4e(A+a) > 0. \quad (7.55)$$

Спонтанный магнитный момент здесь, в отличие от всех рассмотренных выше случаев, лежит не в базисной плоскости, а направлен вдоль гексагональной оси кристалла.

Рассмотрим теперь кривые намагничивания в случаях, когда естественными состояниями являются II_1 или II_2 .

Нетрудно показать, что независимо от того, какое из этих двух состояний принято в качестве исходного, в области полей, для которых

$$h_{\perp}^2 \gg t^2 + 4eA \quad \text{и} \quad t^2, \quad (7.56)$$

вектор l , оставаясь в плоскости базиса, перпендикулярен h_{\perp} и, следовательно, $m_{\perp} \parallel h_{\perp}$ при любом направлении h . При этом для обоих состояний

$$m_{\perp} = \frac{h_{\perp}}{A}, \quad (7.57)$$

$$m_z = \frac{t \cos 3\varphi_H + h_z}{A+a}. \quad (7.58)$$

Пусть теперь $h_{\perp} = 0$ и $h_z = h$. В этом случае кривые намагничивания для исходных состояний II_1 и II_2 будут иметь различный вид.

¹ Вообще говоря, получается большее количество решений, однако, учитывая условия $r \ll e$ и $m \ll 1$, физически интересными будут лишь указанные три решения.

Для состояния Π_2 $\cos \theta = 0$, $\cos 3\varphi = 0$, $m_{\perp} = 0$ и

$$m_H = m_z = \frac{t+h}{A+a}. \quad (7.59)$$

Если исходным является состояние Π_1 , то под действием поля осуществляется переход его в состояние Π_2 путем постепенного поворота вектора l в базисной плоскости согласно соотношению

$$\sin 3\varphi = \frac{ht}{t^2 + 4e(A+a)}.$$

При $h = \bar{h} = \frac{|t^2 + 4e(A+a)|}{t}$ этот поворот заканчивается и в даль-

нейшем система ведет себя так, как в состоянии Π_2 . Кривая намагничивания при $h \leq \bar{h}$ определяется выражением

$$m_H = \frac{h}{A+a} \left(1 + \frac{t}{h} \right), \quad (7.60)$$

а при $h \geq \bar{h}$ — формулой (7.59). Кривые намагничивания для обоих рассмотренных состояний представлены на рис. 19.

Приведем, далее, приближенные выражения для энергии спиновых волн для состояния Π_2 при $h \parallel m_s$ (т. е. для $h = h_z$), которые будут также применимы и к случаю, когда исходным является состояние Π_1 , если $h > \bar{h}$:

$$\varepsilon_{1k} = \frac{1}{I_0} [AB_k + 9(t^2 + 4eA + ht)]^{1/2},$$

$$\varepsilon_{2k} = \frac{1}{I_0} [AB_k + Ab + 4t^2 + 6eA + 5ht + h^2]^{1/2}.$$

Используя эти выражения, рассчитаем температурную зависимость спонтанной намагниченности и магнитной восприимчивости. Полная намагниченность снова будет определяться двухчленной формулой

$$M_H = M_s(T) + \chi_z(T) H, \quad (7.62)$$

в которой

$$M_s(T) = M_0 g \frac{t}{A} \left(1 - \frac{9}{2} \eta T^2 \right) \text{ при } \kappa T \ll \frac{\sqrt{Ab}}{I_0}, \quad (7.63)$$

$$M_s(T) = M_0 g \frac{t}{A} (1 - 7\eta T^2) \text{ при } \kappa T \gg \frac{\sqrt{Ab}}{I_0}, \quad (7.64)$$

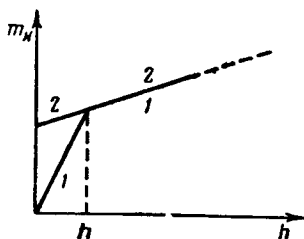


Рис. 19.

а $\chi_z(T)$ — обычная перпендикулярная магнитная восприимчивость антиферромагнетика в направлении оси Z , температурная зависимость которой описывается соотношением (6.16) или (6.17).

Как уже указывалось выше, в антиферромагнетиках со структурой типа $6_2^- 2_1^+$ слабый ферромагнетизм пока не наблюдался. Это могло быть связано с одной из двух причин: или спонтанная намагниченность в исследованных антиферромагнетиках (для которых ось антиферромагнетизма лежит в базисной плоскости) очень мала, или же суммарный слабоферромагнитный момент образца обращался в нуль из-за наличия доменной структуры. Дело в том, что в базисной плоскости гексагонального кристалла имеется шесть эквивалентных направлений, вдоль которых может быть направлена ось антиферромагнетизма. Согласно решению Π_2 , для трех направлений вектора l_s слабоферромагнитный момент m_s параллелен оси Z , а для трех других направлений — антипараллелен ей. Поскольку при антиферромагнитном упорядочении образуются с одинаковой вероятностью антиферромагнитные домены обоих типов, то суммарный момент образца будет равен нулю. Чтобы выявить существование слабоферромагнитной спонтанной намагниченности, необходимо в этом случае приложить достаточно сильное магнитное поле вдоль оси Z , способное установить однодоменную структуру¹. Преимущественное образование доменов одного типа (с одним и тем же направлением слабоферромагнитного момента) будет происходить также в том случае, если производить охлаждение образца из парамагнитной области в слабоферромагнитную во внешнем магнитном поле.

Интересно было бы произвести указанные исследования на монокристаллических образцах антиферромагнитных кристаллов с никель-арсенидной структурой, в которых ось антиферромагнетизма перпендикулярна гексагональной оси.

¹ Какова величина этого поля, неизвестно, так как теории доменной структуры антиферромагнетиков в настоящее время не существует.

Слабый ферромагнетизм в ромбических кристаллах

Из допускающих слабый ферромагнетизм сингоний низшей категории (моноклинной и ромбической) мы рассмотрим только ромбическую.

Тем самым общая основная особенность этих сингоний, состоящая в том, что направление естественной оси антиферромагнетизма здесь полностью фиксируется членами магнитной анизотропии, квадратичными по вектору l , будет нами учтена.

§ 1. Основное состояние и кривые намагничивания

Если ось Z системы координат направить параллельно оси симметрии (перпендикулярно плоскости симметрии), относительно которой антиферромагнитная структура четна, то плотность магнитной энергии для ромбических слабых ферромагнетиков в общем случае можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\mathbf{r}) = & \frac{1}{2} A m^2 + \frac{1}{2} a_1 m_x^2 + \frac{1}{2} a_2 m_y^2 + \frac{1}{2} b_1 l_x^2 + \frac{1}{2} b_2 l_y^2 + \\ & + d_2 m_y l_x - d_1 m_x l_y - h_x (m_x + \tau_1 l_y) - \\ & - h_y (m_y + \tau_2 l_x) - h_z m_z + \mathcal{H}_{\text{неод}}. \end{aligned} \quad (8.1)$$

Здесь наряду со старыми обозначениями введены также следующие: d_1 и d_2 — параметры, ответственные за неколлинеарность механических моментов подрешеток (знак «минус» перед одним из них выбран из соображений удобства для дальнейшего), $\tau_1 = g_{xy}/g_{xx}$, $\tau_2 = g_{yx}/g_{yy}$.

Минимизируя выражение (8.1) по независимым переменным¹ при условии, что $\mathcal{H}_{\text{неод}} = 0$ и $H = 0$, находим в данном случае три

¹ В качестве таковых можно снова взять модуль вектора m , полярный (θ) и азимутальный (φ) углы вектора l и угол γ , отделяющий направление вектора m в плоскости, перпендикулярной l (см. гл. 6, § 1).

ВОЗМОЖНЫХ СОСТОЯНИЯ:

I. $\sin \theta = 0, m = 0.$

II. $\cos \theta = 0, \cos \varphi = 0, m_y = m_z = 0, m_x = m_{sx} = \pm \frac{d_1}{A + a_1 - b_2},$

$$M_x = M_{sx} \approx \pm \frac{d_1 + \tau_1 A}{A} M_0 g_{xx}. \quad (8.2)$$

III. $\cos \theta = 0, \sin \varphi = 0, m_x = m_z = 0, m_y = m_{sy} = \pm \frac{d_2}{A + a_2 - b_1},$

$$M_y = M_{sy} \approx \pm \frac{d_2 + \tau_2 A}{A} M_0 g_{yy}. \quad (8.3)$$

Состояние I ($l \parallel Z$) является антиферромагнитным, а состояния II и III ($l \perp Z$) — слабоферромагнитными. Какое из этих состояний реализуется, зависит от того, которая из соответствующих им энергий

$$E_I = 0, E_{II} = \frac{b_2}{2} - \frac{d_1^2}{2(A + a_1 - b_2)} \quad \text{или} \quad E_{III} = \frac{b_1}{2} - \frac{d_2^2}{2(A + a_2 - b_1)}$$

имеет наименьшее значение.

Возьмем в качестве исходного состояния слабоферромагнитное состояние, например II, и рассмотрим его основные кривые намагничивания (по осям X, Y, Z). Заметим, что условия реализации этого состояния приближенно имеют вид (при $d_j \ll A$):

$$b_2 < 0, b_2 - b_1 < 0. \quad (8.4)$$

Пусть сперва $\tau_1 = \tau_2 = 0$, так что слабый ферромагнетизм создается только за счет неколлинеарности механических моментов и, следовательно, всегда $M_H \parallel m_H$.

а) Намагничивание вдоль направления M_s , $h = h_x$. В этом случае результирующий вектор m_H (так же как и M_H) направлен вдоль поля H и связан с ним следующим соотношением:

$$h = (A + a_1 - b_2) m_H - \frac{d_1(1 - 2m_H^2)}{\sqrt{1 - m_H^2}}. \quad (8.5)$$

При $m_H^2 \ll 1$ (что имеет место при $h \ll A$) вместо (8.5) приближенно имеем

$$m_H = \frac{d_1 + h}{A + a_1 - b_2}, \quad M_H = M_0 g_{xx} m_H. \quad (8.6)$$

Полная кривая намагничивания схематически представлена на рис. 20, а. Практически насыщение достигается в полях $h_E \sim A$.

б) Намагничивание вдоль направления l_s , $h = h_y$. В обычных антиферромагнетиках без слабоферромагнетизма (гл. 4, § 5) в этом случае магнитная восприимчивость равна

нулю до некоторого порогового поля h_{π} , при котором ось антиферромагнетизма скачком переходит в положение, перпендикулярное полю. В грубых чертах аналогичная картина сохраняется и в данном случае: намагниченность в направлении оси Y очень мала до

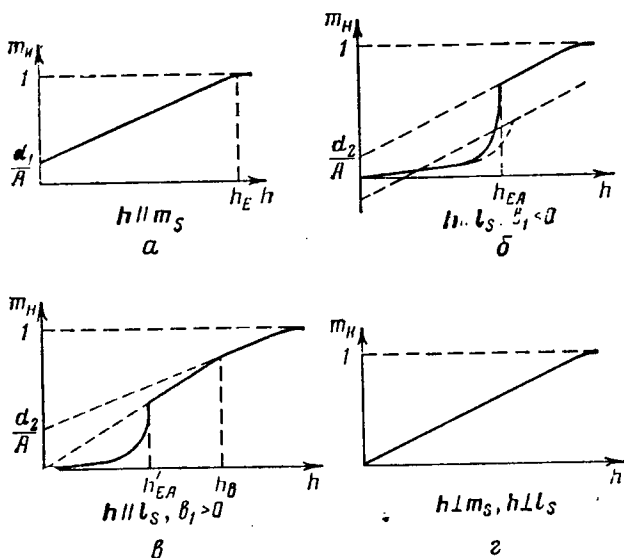


Рис. 20.

полей $h \sim h_{\pi}$, величина которых приблизительно равна $h_{EA} = \sqrt{A(b_1 - b_2)}$ при $b_1 < 0$ или $h'_{EA} = \sqrt{A|b_2|}$ при $b_1 > 0$. Для $h \ll h_{\pi}$ в обоих случаях

$$m_H = \chi_{\parallel}(0) h, \quad (8.7)$$

де

$$\chi_{\parallel}(0) = \frac{d_1^2}{A^2(b_1 - b_2)}. \quad (8.8)$$

Эта параллельная восприимчивость за счет слабого ферромагнетизма должна составлять лишь небольшую долю от поперечной восприимчивости антиферромагнетика¹, так как

$$\frac{\chi_{\parallel}(0)}{\chi_{\perp}(0)} \approx \frac{d_1^2}{A(b_1 - b_2)}.$$

¹ Коэффициент пропорциональности между m_H и h мы обозначаем здесь той же буквой χ , как и соответствующий коэффициент между M_H и H , помня, что на самом деле эти два коэффициента отличаются множителем $(g_{\alpha} M_0)^2$.

Если $b_1 < 0$, то при полях $h \sim h_{EA}$ происходит быстрый поворот вектора l в положение, параллельное оси X , а m — в положение, параллельное полю. Затем при $h > h_{EA}$ кривая намагничивания будет описываться уравнением, аналогичным (8.5), с заменой в нем $a_1 \rightarrow a_2$, $b_2 \rightarrow b_1$ и $d_1 \rightarrow d_2$. Приблизительно (если все же $h \ll A$)

$$m_H = \frac{d_2 + h}{A + a_2 - b_1}. \quad (8.9)$$

Для области полей вблизи h_{EA} мы не будем выписывать громоздкое соотношение, определяющее зависимость m_H от h . Качественно последняя видна из полной кривой намагничивания для этого случая, представленной на рис. 20, б.

Если $b_1 > 0$, то после перехода в состояние с $l \perp h$ и $m \parallel h$ в полях $h > h_{EA}$ вектор l , находясь в плоскости XZ , с увеличением поля постепенно поворачивается от направления, близкого к оси Z , к направлению оси X , так что

$$\sin \theta = \frac{d_2 m_H}{b_1 \sqrt{1 - m_H^2}} \quad (\sin \varphi = 0). \quad (8.10)$$

При этом

$$m_H = \frac{h}{A + a_2 - d_2^2/b_1}. \quad (8.11)$$

Поворот вектора l заканчивается ($|\sin \theta| = 1$), когда поле h достигает величины

$$h_b = \frac{A + a_2 - d_2^2/b_1}{\sqrt{1 + d_2^2/b_1^2}}, \quad (8.12)$$

т. е. раньше, чем наступает насыщение. При $h = h_b$ прямая линия, соответствующая формуле (8.11), переходит в кривую намагничивания, описываемую уравнением типа (8.5) (с заменой в нем $a_1 \rightarrow a_2$, $b_2 \rightarrow b_1$ и $d_1 \rightarrow d_2$). Полный ход кривой намагничивания в этом случае качественно виден из рис. 20, в.

Заметим, что кривые намагничивания, представленные на рис. 20, б (сплошная кривая) и 20, в, соответствуют предположению об одинаковых знаках d_1 и d_2 . В случае различных знаков d_1 и d_2 уравнение типа (8.5) (с указанной заменой) описывает кривую перемагничивания, когда за исходное состояние берется состояние спонтанной намагниченностью, направленной против поля (ср. с кривой 2 на рис. 15 для структур типа $4_2^- 2_d^+$). Часть кривой намагничивания для этого случая (при $b_1 < 0$) изображена пунктиром на рис. 20, б.

в) Намагничивание в направлении, перпендикулярном l_s и M_s ; $h = h_z$. Для этого направления кривая намагничивания фактически ничем не будет отличаться от

соответствующей кривой в случае обычного антиферромагнетика, а именно $m_H = \chi_{\perp} h$ при $h \leq h_E$ и $m_H = 1$ при $h \geq h_E$ (рис. 20, з).

Из приведенных кривых намагничивания (рис. 20) видна основная особенность ромбических слабых ферромагнетиков — резкая анизотропия их магнитных свойств. Фактически слабый ферромагнетизм проявляется лишь по одному («легчайшему») направлению, а по двум другим осям кристалл ведет себя во многих отношениях аналогично обычному антиферромагнетiku. Если следующим по величине энергии будет другое слабоферромагнитное состояние III ($E_{II} < E_{III} < E_I$), то в весьма больших полях порядка $h_{EA} = \sqrt{A(b_1 - b_2)}$ спонтанный магнитный момент может быть повернут из своего естественного направления (X) в другое возможное направление (Y)¹. При этом значение m_H , экстраполированное к $h = 0$ согласно (8.9), должно отличаться от значения m_s (8.2) в исходном состоянии II, так как в общем случае $d_2 \neq d_1$. Наконец, если состояние I имеет меньшую энергию, чем состояние III ($E_{II} < E_I < E_{III}$), то и при экстраполяции из области полей мы получаем в направлении оси l_s нулевое значение «спонтанной намагниченности» (это будет всегда так, пока намагничивающее поле не достигает значения $h > h_0$, имеющего величину порядка обменных полей, см. рис. 20, в).

Учет анизотропии g -тензоров при произвольном направлении поля может существенно повлиять на вид кривых намагничивания. В общем случае, когда вектор l не направлен вдоль какой-либо одной из ромбических осей (за счет внешнего поля), здесь, так же как в тетрагональных структурах, нечетных относительно четверной оси, слабоферромагнитный момент не является ни поперечным, ни продольным. Однако для кривых намагничивания вдоль главных направлений, рассмотренных выше, учет тензорного характера g -фактора существен лишь в интервалах полей, в которых происходит поворот вектора l от одной оси к другой. При намагничивании вдоль M_s направление вектора l не изменяется, а величина $m_{||}$ (при $h \ll A$) по-прежнему выражается формулами (8.6). При этом, однако, намагниченность

$$M_H \simeq \frac{d_1 + A\tau_1 + h}{A} M_0 g_{xx}, \quad (8.13)$$

т. е. отличается от соответствующего выражения из (8.6) заменой

$$d_1 \rightarrow \bar{d}_1 = d_1 + A\tau_1. \quad (8.14)$$

При намагничивании вдоль l_s наличие $\tau_j \neq 0$, как и для нечетной тетрагональной структуры, может существенным образом сказать-

¹ Точнее говоря, за счет энергии внешнего поля происходит переход из состояния II в состояние III, причем экстраполированное к $H=0$ значение спонтанного момента после этого перехода может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от соотношения знаков d_1 и d_2 .

ся не только на величине порогового поля h_n , но и на самом характере поведения системы с изменением поля (особенно при $h \gtrsim h_n$). Более подробно на этом вопросе мы не будем останавливаться. Наконец, при намагничивании вдоль направления, перпендикулярного M_s и I , учет анизотропии g -фактора не вносит принципиальных изменений в кривую намагничивания, представленную на рис. 20, з.

§ 2. Особенности температурной зависимости слабоферромагнитного момента

С целью рассмотрения температурной зависимости спонтанного слабоферромагнитного момента мы приведем результаты расчета спектра спиновых волн для случая намагничивания вдоль направления M_s . С учетом анизотропии g -фактора при $h = h_x$ из общего выражения (8.1) обычным образом находим

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1k} &= \frac{1}{I_0} \{A (b_1 - b_2) + 2d_1 (d_1 - d_2) + \\ &+ h [2 (d_1 - d_2) + \bar{d}_1] + h^2 + AB_k\}^{1/2}, \\ \varepsilon_{2k} &= \frac{1}{I_0} \{A |b_2| + d_1^2 + h\bar{d}_1 + AB_k\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (8.15)$$

Как и в случае обычных ромбических антиферромагнетиков (гл. 4, § 5), обе ветви спин-волнового спектра имеют здесь щели, определяемые средним геометрическим значением из обменной энергии и магнитнокристаллической энергии второго порядка.

Используя соотношение (4.56), нетрудно, далее, получить общую формулу, определяющую температурную зависимость $M_s(T)$:

$$\begin{aligned} M_s(0) - M_s(T) &= \mu_x \sum_k \frac{\bar{d}_1 + 2(d_1 - d_2)}{2\varepsilon_{1k} \left[\exp\left(\frac{\varepsilon_{1k}}{\kappa T}\right) - 1 \right]} + \\ &+ \mu_x \sum_k \frac{\bar{d}_1}{2\varepsilon_{2k} \left[\exp\left(\frac{\varepsilon_{2k}}{\kappa T}\right) - 1 \right]}, \quad (\mu_x = \mu_B g_{xx}) \end{aligned} \quad (8.16)$$

В зависимости от соотношения между параметрами d_1 , $d_1 - d_2$, ε_{10} и ε_{20} первая и вторая суммы в правой части (8.16) могут иметь как одинаковые, так и различные знаки. В результате вся правая часть для различных интервалов температуры может быть как положительной, так и отрицательной. Это приводит к возможности ряда особенностей в температурной зависимости M_s для ромбических кристаллов. Рассмотрим наиболее характерные из них.

$$1) \quad \kappa T \gg \varepsilon_{10}, \varepsilon_{20}:$$

$$M_s(0) - M_s(T) = M_s(0) \left(1 + \frac{d_1 - d_2}{\bar{d}_1} \right) \eta T^2. \quad (8.17)$$

В этом случае слабоферромагнитный момент, как обычно, уменьшается с повышением температуры, если только не выполняется

неравенство

$$\bar{d}_1 + d_1 - d_2 < 0. \quad (8.18)$$

При выполнении же последнего неравенства спонтанная намагниченность должна расти с температурой, аналогично тому, как это уже встречалось в случае тетрагональных кристаллов (гл. 7, § 2).

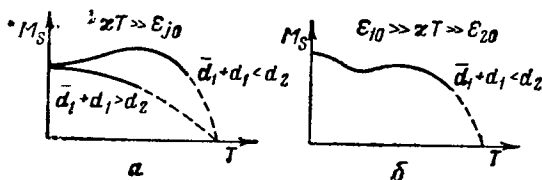


Рис. 21.

Обе указанные возможности схематически представлены на рис. 21, а.

$$2) \quad \epsilon_{10} \gg \epsilon_{20}, \quad \epsilon_{10} \gg \kappa T.$$

В этом случае M_s будет всегда убывающей функцией температуры. В частности, при дополнительном условии $\kappa T \gg \epsilon_{20}$ имеем

$$M_s(0) - M_s(T) = M_s(0) \frac{1}{2} \eta T^2. \quad (8.19)$$

Объединяя оба эти случая, мы видим, что при переходе от одного из них к другому может измениться не только величина коэффициента при T^2 , но и его знак, если снова имеет место неравенство (8.18). При этом $M_s(T)$ будет сперва убывать с повышением температуры при $\kappa T \ll \epsilon_{10}$ и затем возрастать при $\kappa T \gg \epsilon_{10}$. В результате должна наблюдаться сложная немонотонная температурная зависимость $M_s(T)$, изображенная на рис. 21, б. Такая возможность не встречалась в кристаллах более высоких сингоний.

Заметим, что энергетические щели ϵ_{j0} для энергии спиновых волн в ромбических кристаллах (при достаточно большой величине констант анизотропии b_2 и $b_1 - b_2$) могут оказаться настолько велики, что условие $\epsilon_{j0} \ll \kappa T \ll \kappa \Theta_N$ не может выполняться ни для одной из ветвей. В этом случае область температур, в которой для температурной зависимости M_s выполнялся бы простой квадратичный закон, вообще должна отсутствовать. Но тогда должна существовать достаточно широкая область температур $0 < \kappa T \ll \epsilon_{j0}$, в которой M_s практически не будет зависеть от температуры (для $\kappa T < \epsilon_{j0}$ температурное изменение M_s с понижением температуры исчезает по закону экспоненты). Возможно, что именно этот случай встречается для некоторых ортоферритов, для которых $M_s(T)$ в весьма широкой области температур остается почти постоянной [119].

§ 3. Обсуждение свойств конкретных ромбических кристаллов

Многочисленную группу слабоферромагнитных кристаллов ромбической симметрии (ромбическое искажение структуры перовскита) образуют так называемые редкоземельные ортоферриты. Это соединения вида $RFeO_3$, где R пробегает весь ряд редкоземельных элементов (группы лантана). Железо может быть заменено ванадием или хромом, а редкоземельный металл — иттрием. Поскольку предыдущее рассмотрение проводилось при условии, что имеется лишь одна система кристаллографически эквивалентных узлов, то это рассмотрение фактически применимо только к случаю, когда ионы R^{3+} не обладают магнитным моментом (например, ионы лантана, лютеция или иттрия).

Заметим, однако, что и в случае магнитных редкоземельных ионов магнитноупорядоченную структуру выше некоторой температуры (порядка $10^\circ K$) образуют только ионы железа Fe^{3+} , а магнитные моменты редкоземельных ионов представляют собой неупорядоченную парамагнитную подсистему. Поэтому при достаточно малой магнитной восприимчивости этой подсистемы влиянием редкоземельных ионов на магнитные свойства ортоферрита выше указанной температуры можно пренебречь и рассматривать лишь свойства, связанные с подсистемой ионов железа, магнитные моменты которых упорядочены приближенно антиферромагнитно (температура Нееля около $700^\circ K$).

Влияние редкоземельных ионов на магнитные свойства выше температуры упорядочения их спинов можно приближенно учесть по методу молекулярного поля, рассматривая эти ионы как парамагнитную подсистему, находящуюся во взаимодействии со слабоферромагнитной подсистемой ионов железа. Это будет сделано ниже.

Кристаллографическая симметрия ортоферритов описывается пространственной группой D_{2h}^{16} , рассмотренной в § 2 главы 5 (рис. 7, а). Ионы железа занимают четырехкратную позицию типа b , совпадающую с центром симметрии. При нашем выборе осей координат (заимствованном из таблицы пространственных групп [107], см. рис. 7, а) координаты этих ионов таковы¹:

$$1(0, 0, 1/2); \quad 2(0, 1/2, 1/2); \quad 3(1/2, 1/2, 0), \quad 4(1/2, 0, 0).$$

Как уже указывалось ранее, для магнитных моментов, занимающих позицию типа b группы D_{2h}^{16} , могут существовать все три структуры со слабым ферромагнетизмом, представленные в табл. 3. Нейтронографические исследования Колера и др. [120] показали, что в большинстве случаев в ортоферритах реализуется состояние II ($\mathcal{L}_s \parallel Y, m_s \parallel X$) структуры $2_x^+ 2_z^-(S_1 \parallel S_3 \text{ и } S_2 \parallel S_4)$. Теоретические

¹ Заметим, что в работах [38, 39, 96] был принят другой выбор осей координат, получающийся из настоящего заменой $X \rightarrow Y, Y \rightarrow Z$ и $Z \rightarrow X$.

кривые намагничивания вдоль основных осей кристалла (при $T \rightarrow 0^\circ \text{K}$) представлены для этого случая на рис. 20. Необходимо только сделать циклическую замену наименования осей координат: $(XYZ) \rightarrow (YZX)$.

К сожалению, в настоящее время невозможно провести детальное сравнение теоретических выводов с опытом, так как экспериментальных данных по исследованию анизотропии намагничивания монокристаллических ортоферритов в области существования слабого ферромагнетизма имеется очень мало. Однако теоретический вывод об устойчивости спонтанного момента по отношению к повороту его внешним полем подтверждается, например, в экспериментах Гиллео [121] на монокристалле GdFeO_3 , в которых не было обнаружено заметного вращения M_s в полях величиной до 12 кэ. Аналогично этому, в экспериментах Белова, Зайцевой и Кадомцевой [101] на другом ортоферрите LaFeO_3 не удавалось перемагнитить образец (т. е. изменить знак намагниченности образца, охлажденного во внешнем поле) даже в полях до 20 кэ. Желательно было бы снять кривые намагничивания на монокристаллических образцах ортоферритов в еще более сильных полях ($\geq 10^5$ э), хотя бы на импульсных установках.

Температурная зависимость спонтанной намагниченности ортоферритов достаточно подробно, чтобы можно было сравнивать с теорией, также не была исследована. Для ряда ортоферритов (в том числе ортоферритов с магнитными редкоземельными ионами) спонтанная намагниченность в весьма широком интервале температур очень слабо зависит от температуры [119]. Как уже отмечалось выше, возможно, что это именно та область температур, в которой $kT \ll \varepsilon_{10}$. В некоторых ортоферритах (например, в HoFeO_3) происходящее при понижении температуры упорядочение магнитных моментов редкоземельных ионов¹ приводит к сильному возрастанию спонтанного магнитного момента. Иногда это возрастание M_s можно объяснить дополнительным появлением «слабого ферромагнетизма» в самой подсистеме редкоземельных ионов. Так как обменные силы, ответственные за упорядочение магнитных моментов этих ионов, сравнительно невелики (на что указывает низкая температура упорядочения), то величина слабоферромагнитного момента редкоземельных ионов может быть значительно больше, чем для ионов железа. Последовательное рассмотрение свойств ортоферритов с учетом магнитного упорядочения редкоземельных ионов связано с введением большого числа (четырёх или даже восьми) магнитных подрешеток, причем с существенно неколлинеарными магнитными моментами. Попытка такого рассмотрения была предпринята в работе Найша и автора [39]. В этой работе (которая здесь в основной своей части не будет излагаться), исходя из требований

¹ Для ортоферрита гольмия упорядочение магнитных моментов ионов Ho^{3+} происходит примерно около $6,5^\circ \text{K}$.

симметрии кристалла, оказалось возможным дать описание некоторых наблюдаемых магнитных свойств ортоферритов гольмия и эрбия в области гелиевых температур, а также объяснить магнитную структуру этих ортоферритов, установленную нейтронографически Колером, Волланом и Вилкинсоном [122].

Заметим, что редкоземельные магнитные ионы даже выше температуры их спинового упорядочения благодаря обменному взаимодействию с ионами железа могут при определенных условиях дать существенный вклад в температурную зависимость спонтанной намагниченности ортоферрита. Как уже указывалось выше, эту возможность можно учесть, используя приближение теории молекулярного поля, рассматривая R-ионы как парамагнитную подсистему.

Введем энергию обменного взаимодействия между Fe-ионами с намагниченностью M_F и R-ионами с намагниченностью M_R :

$$E_{FR} = -I_{FR}M_F M_R. \quad (8.20)$$

Тогда намагниченности этих подсистем определяются соотношениями:

$$M_F \uparrow = \chi_{\perp} (H_{\text{Д}} + H_F), \quad (8.21)$$

$$M_R = \chi_p H_R, \quad (8.22)$$

где χ_{\perp} — поперечная антиферромагнитная восприимчивость подсистемы Fe-ионов, $H_{\text{Д}}$ — поле Дзялошинского, действующее на магнитные моменты этой подсистемы¹, χ_p — парамагнитная восприимчивость подсистемы R-ионов, H_F и H_R — молекулярные поля, действующие соответственно на подсистему Fe-ионов или R-ионов со стороны другой подсистемы. Согласно (8.20), эти поля имеют вид

$$H_F = I_{FR}M_R, \quad H_R = I_{FR}M_F. \quad (8.23)$$

Восприимчивость χ_p в области применимости закона Кюри — Вейса равна

$$\chi_p = \frac{S+1}{3S} \frac{\mu_R M_{0R}}{\kappa(T - \Theta_R)}, \quad (8.24)$$

где M_{0R} — намагниченность насыщения и Θ_R — парамагнитная точка Кюри² R-ионов, а S и μ_R — соответственно спин и магнитный

¹ Для состояния II подсистемы Fe-ионов оно равно, согласно (8.2), $H_{\text{Д}} \simeq M_{0F} \bar{d}_1 / A$, где M_{0F} — максимально возможная намагниченность этой подсистемы при полиом ее насыщении.

² Согласно теории Кюри — Вейса,

$$\Theta_R = \frac{S+1}{3S} \frac{\mu_R M_{0R} I_{RR}}{\kappa},$$

где I_{RR} — константа обменного взаимодействия между самими R-ионами.

момент каждого из них. Определяя из системы уравнений (8.21), (8.22) и (8.23) величины M_F и M_R , мы можем затем найти суммарную спонтанную намагниченность всей системы

$$M_s = M_F + M_R = \frac{\chi_{\perp} H_D (1 + \chi_p I_{FR})}{1 - \chi_p \chi_{\perp} I_{FR}^2}. \quad (8.25)$$

Если пренебречь вторым слагаемым в знаменателе, учитывая, что $\chi_{\perp} I_{FR} \approx \frac{I_{FR}}{A} \ll 1$ (хотя может иметь место $\chi_p I_{FR} \sim 1$), то из (8.25) получим

$$M_s = \chi_{\perp} H_D (1 + \chi_p I_{FR}). \quad (8.26)$$

Интересно отметить, что второе слагаемое в (8.26), представляющее магнитный момент в подсистеме R-ионов, индуцированный слабоферромагнитным моментом подсистемы Fe-ионов, может оказать при достаточно низких температурах (однако еще в области применимости закона Кюри — Вейса для R-ионов) больше индуцирующего его первого слагаемого. Это будет иметь место при условии

$$|\chi_p I_{FR}| > 1,$$

которое может быть совместимо с условиями применимости закона Кюри — Вейса ($\chi T \gg \mu_R H_R$, $\chi \theta_R$), так как $M_{0R} \gg M_F$. Второе слагаемое в (8.26) может существенно повлиять на температурную зависимость спонтанной намагниченности ортоферрита даже и в том случае, когда оно мало по сравнению с первым, вследствие сильной (гиперболической) температурной зависимости χ_p согласно (8.24). Если же в рассматриваемой области температур $|\chi_p I_{FR}| \sim 1$, то при отрицательном знаке обменного параметра I_{FR} может иметь место явление, аналогичное явлению компенсации магнитного момента в ферритах. Температура компенсации будет определяться соотношением

$$\chi_p I_{FR} + 1 = 0. \quad (8.27)$$

В экспериментах на ортоферритах наблюдалось как гиперболическое возрастание спонтанной намагниченности с понижением температуры, так и ее исчезновение при определенной температуре [119]. Однако для решения вопроса о том, в какой мере связаны эти явления с рассмотренным выше эффектом подмагничивания парамагнитной подсистемы R-ионов, требуются дополнительные экспериментальные исследования.

В качестве другого примера рассмотрим ромбические кристаллы со структурой MnP . Это соединение обладает спонтанным магнитным моментом (при экстраполяции к $T = 0^\circ K$) величиной около $1,2 \mu_B$ на атом марганца. В то же время из измерений в парамагнитной области

(из закона Кюри—Вейса для парамагнитной восприимчивости) получается значение атомного магнитного момента около $3,7 \mu_B$, близкое к теоретическому значению $4\mu_B$, которое должно быть в предположении, что в этом соединении марганец участвует в виде трехвалентных ионов Mn^{3+} . Исходя из этого факта, а также из анализа изменения магнитных свойств в ряду соединений вида MnX (где $X \equiv Bi, Sb, As$ и P), Гусейнов и автор [37] высказали гипотезу, что спонтанный магнитный момент в MnP имеет «слабоферромагнитное» происхождение. К аналогичному выводу о неколлинеарном расположении магнитных моментов подрешеток в этом соединении еще раньше пришли Факидов и Красовский [123] в результате своих экспериментальных исследований температурной зависимости спонтанной намагниченности и магнетокалорического эффекта вблизи точки Кюри.

Кристаллическая решетка MnP , так же как и решетка ортоферритов, имеет симметрию пространственной группы D_{2h}^{16} , причем атомы марганца занимают здесь четырехкратную позицию типа c , расположенную на зеркальной плоскости σ_y (рис. 7, а) ¹:

$$\begin{array}{lll} 1 (x, 1/4, z); & 2 (\bar{x}, \bar{y}, 3/4); & 3 (1/2 + x, 1/4, 1/2 - z); \\ & 4 (1/2 - x, 3/4, 1/2 + z). \end{array}$$

Согласно «условию четности» и табл. 3, единственная структура, допускающая в этом случае слабый ферромагнетизм, такова, что $S_1 \parallel S_2$ и $S_3 \parallel S_4$ (структура $2_y^+ 2_z^-$).

Для того чтобы полученные выше результаты теоретического рассмотрения магнитных свойств ромбических слабых ферромагнетиков со структурой $2_z^+ 2_x^-$ (§ 1 и 2) непосредственно применить к структуре $2_y^+ 2_z^-$, необходимо выбрать другой порядок обозначения осей координат, приняв в качестве оси Z ромбическую ось кристалла c , которая в данном случае перпендикулярна плоскости зеркальной симметрии (остальные оси изменяются автоматически по правилу циклической подстановки) [125]. Тогда требующие экспериментальной проверки выводы, вытекающие из гипотезы о неколлинеарном происхождении ферромагнетизма в MnP , можно сформулировать следующим образом.

а) Магнитные моменты ионов марганца ниже точки Кюри должны лежать в плоскости [001] (т. е. в плоскости зеркального отражения), образуя две магнитные подрешетки таким образом, что к одной и той же подрешетке должны относиться моменты, связанные центром симметрии решетки. Угол между магнитными моментами подрешеток должен составлять около 145° (если естественная ось антиферромагнетика совпадает с ромбическими осями [100] или

¹ Заметим, что эту же позицию занимают редкоземельные ионы в ортоферритах [124].

[010], так что слабый ферромагнетизм оказывается чисто поперечным). Этот вывод может быть проверен непосредственно нейтронографическими исследованиями магнитной структуры.

б) Неколлинеарность магнитных моментов подрешеток должна приводить к неисчезающему и, по-видимому, весьма заметному значению восприимчивости парапроцесса (порядка χ_{\perp} для антиферромагнетика) при низких температурах вплоть до абсолютного нуля. Поэтому представляет большой интерес исследование кривых намагничивания (даже на поликристаллических образцах) в сильных и сверхсильных магнитных полях.

в) Исследование магнитных свойств МпР на монокристаллических образцах, наряду с нейтронографическими исследованиями структуры, представляло бы другой непосредственный путь проверки нашего предположения о природе ферромагнетизма в этом веществе. Кривые намагничивания должны сильно отличаться по форме для различных направлений магнитного поля.

г) Температурная зависимость спонтанной намагниченности в области низких температур должна следовать не «закону $T^{1/2}$ », как в обычных ферромагнетиках, а «закону T^2 » (которой может перейти в экспоненциальный закон при очень низких температурах). Этот вывод теории согласуется с результатами экспериментальных измерений Гийо [126], однако последние проводились лишь до температуры жидкого азота (точка Кюри для МпР равна 298° К). Поэтому для более точной проверки теории необходимо распространить измерения на область более низких температур.

Магнитный резонанс в слабых ферромагнетиках

Исследования магнитного резонанса дают, пожалуй, самую непосредственную возможность для выяснения основных особенностей слабоферромагнитных кристаллов как по сравнению с антиферромагнетиками, так и с обычными ферромагнетиками. Вместе со статическими магнитными измерениями эти исследования позволяют определить фактически всю совокупность физических параметров, характеризующих слабый ферромагнетик. Для того чтобы было проще сравнивать резонансные свойства для слабоферромагнитных структур различного типа, мы выделим этот вопрос в отдельную главу.

§ 1. Резонансные частоты для различных типов слабоферромагнитных структур

Мы снова начнем рассмотрение с четных относительно главной оси структур в одноосных кристаллах ($n_z^+2_d^-$). Если пренебречь инвариантами выше второго порядка в магнитной энергии, то для всех таких структур частоты однородных колебаний $\omega_i = \epsilon_{i0}/\hbar$ имеют, согласно (6.12), следующий общий вид (для $H \ll H_E$):

$$\omega_1 = \gamma_{\perp} [H \sin \psi (H \sin \psi + \bar{H}_D)]^{1/2}, \quad (9.1)$$

$$\omega_2 = \gamma_{\perp} \left[H_{EA}^2 + H \sin \psi \cdot \bar{H}_D + \left(\frac{\gamma_z}{\gamma_{\perp}} \right)^2 H^2 \cos^2 \psi \right]^{1/2}, \quad (9.2)$$

где $\gamma_{\perp} = \mu_{\perp}/\hbar$, $\gamma_z = \mu_z/\hbar$, ψ — угол между \mathbf{H} и главной осью кристалла.

Таким образом, здесь, как и в соответствующих случаях одноосного антиферромагнетика [формулы (4.30) и (4.40)], имеется одна «низкая» резонансная частота (ω_1), удобная для исследования в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн, в то время как вторая частота (ω_2) обычно соответствует далекому инфракрасному диапазону волн. Заметим, однако, что ω_1 по виду своей зависимости от поля при намагничивании в базисной плоскости ($\psi = \pi/2$) фактически совпадает с резонансной частотой (2.21) для одноосного ферромагнетика (для которого легкая ось также лежит в базисной плос-

кости). Отличие заключается лишь в том, что в данном случае роль поля одноосной магнитной анизотропии H_A играет эффективное поле Дзялошинского H_D . В то же время при намагничивании вдоль оси кристалла обе частоты ω_1 и ω_2 ничем не отличаются от резонансных частот обычного антиферромагнетика. В этом еще раз проявляется анизотропная природа слабого ферромагнетизма: ферромагнетизм в плоскости базиса и обычный антиферромагнетизм при намагничивании вдоль главной оси кристалла.

Резонансные частоты ω_1 и ω_2 , согласно (9.1) и (9.2), не зависят от направления H в базисной плоскости. Как и для статических свойств, анизотропия ω_1 и ω_2 в базисной плоскости для структур типа n^+2^- появляется лишь из-за членов более высокого порядка в магнитной энергии. Соответствующие формулы были нами получены только для тригональных кристаллов [формулы (6.27) на стр. 125]. Относительно зависимости резонансных частот от полярного угла ψ заметим, что одна из этих частот — ω_1 полностью определяется поперечной составляющей поля $H_\perp = H \sin \psi$.

Нечетная относительно главной оси структура в тетрагональных кристаллах ($4_2^-2_1^+$).

Резонансные частоты, так же как и статические свойства, для структуры этого типа в общем случае весьма сложным образом зависят от величины и направления поля. Поэтому особенности этой структуры мы проиллюстрируем лишь на следующих простых частных случаях, соответствующих естественным слабоферромагнитным состояниям Π_1 и Π_2 (гл. 7, § 1).

1) Состояние Π_1 , $H_\perp \parallel m_s \parallel M_s \perp l_s$.

С учетом продольной составляющей поля $H_z = H \cos \psi$ в этом случае вместо (7.40) имеем

$$\omega_1 = \gamma_\perp [(H_{EA}^{(4)})^2 + H^2 \sin^2 \psi + (\bar{H}_D + 4H_D) H \sin \psi]^{1/2}, \quad (9.3)$$

$$\omega_2 = \gamma_\perp \left[(H_{EA}^{(2)})^2 + \left(\frac{\gamma_z}{\gamma_\perp} \right)^2 H^2 \cos^2 \psi + \bar{H}_D H \sin \psi \right]^{1/2}, \quad (9.4)$$

где

$$H_{EA}^{(2)} = \frac{V \overline{Ab + d^2}}{M_0 g_\perp}, \quad H_{EA}^{(4)} = \frac{V \overline{Af + 4d^2}}{M_0 g_\perp}.$$

Здесь снова резонансная частота ω_1 определяется только поперечной составляющей поля. В отличие от структур типа $n^+2_d^-$ учет анизотропии g -фактора ($\tau \neq 0$) в данном случае не может быть сведен к простой перенормировке поля Дзялошинского H_D : придется вводить два параметра, ответственные за слабый ферромагнетизм. H_D и \bar{H}_D (или H_D и τ). Характерно также, что смещение резонансной частоты ω_1 за счет эффективных полей магнитной анизотропии, т. е. величина

$$\left(\frac{\omega_1}{\gamma_1} \right)_{H \rightarrow 0} = H_{EA}^{(4)} = \sqrt{H_E H_A^{(4)} + 4H_D^2} \quad (9.5)$$

для тетрагонально-нечетных структур не обращается в нуль, если даже пренебречь обычной магнитнокристаллической анизотропией антиферромагнетика в базисной плоскости ($H_A^{(4)} = 0$). В этом случае она будет определяться полем Дзялошинского H_D . Порядок величины $H_{EA}^{(4)}$ может достигать $10^3 - 10^4$ э. Вторая резонансная частота — ω_2 (9.4) фактически ничем не отличается от соответствующей частоты (9.2) для структур типа $n^+ 2_d^- 1$.

2) Состояние Π_2 , $H \parallel M_s \parallel l_s$.

Общие выражения для резонансных частот в этом состоянии могут быть получены из общих формул для v_{jk} (см. примечание на стр.144). Здесь мы приведем их лишь для частного случая, когда всеми «магнитными» параметрами, кроме параметра τ , ответственного за продольный слабый ферромагнетизм, можно пренебречь ($a = b = d = f = 0$). Из формулы (7.49) для этого случая получаем:

$$\omega_{1,2} = \gamma_{\perp} \sqrt{\tau H_E H \pm H}. \quad (9.6)$$

Таким образом, уже из этого частного случая видно, что зависимость резонансных частот от внешнего магнитного поля для продольного слабого ферромагнетизма имеет существенно другой характер, чем для поперечного [ср. (9.6) с (9.3) и (9.4) для $\psi = \pi/2$].

Нечетная относительно главной оси структура в гексагональных кристаллах ($6_z^- 2_d^+$)

Для этих структур мы приведем резонансные частоты также лишь для случая продольного ($H \parallel Z$) намагничивания.

В слабоферромагнитном состоянии ($l \perp Z$, $\cos 3\varphi = 0$) при $H \parallel Z$, согласно (7.61), имеем:

$$\omega_1 = 3\gamma \sqrt{H_t (H_{te} + H)}, \quad (9.7)$$

$$\omega_2 = \gamma \sqrt{H_{EA}^2 + (H + 5H_t) H}, \quad (9.8)$$

¹ Заметим, что формулы (9.3) и (9.4) нетрудно обобщить на случай произвольного направления H , если только $\tau = 0$, и $H_{\perp} \gg H_{EA}^{(4)}$, а именно: при этих условиях (при которых $M_{\perp} \parallel H_{\perp}$) имеем вместо (9.3) и (9.4)

$$\omega_1 = \gamma_{\perp} [H_E H_A^{(4)} \cos 4\varphi_H + (H \sin \psi + H_D \cos 2\varphi_H) (H \sin \psi + 4H_D \cos 2\varphi_H)]^{1/2},$$

$$\omega_2 = \gamma_{\perp} [H_E (H_A^{(2)} - \frac{1}{2} H_A^{(4)} \sin^2 2\varphi_H) + H_D \cos 2\varphi_H (H \sin \psi + H_D \cos 2\varphi_H) + \left(\frac{\gamma_z}{\gamma_{\perp}}\right)^2 H^2 \cos^2 \psi]^{1/2}.$$

Заметим, что здесь угол φ_H необходимо отсчитывать от ближайшей стороны базисного квадрата, если рассматриваемое состояние получено таким образом, что оно соответствует абсолютному минимуму энергии (см. гл. 7. § 1).

где

$$H_t = \frac{t}{M_{0g}}, \quad H_{EA} \approx \frac{\sqrt{Ab}}{M_{0g}} \quad \text{и} \quad H_{te} = \frac{t^2 + 4eA}{tM_{0g}}. \quad (9.9)$$

Заметим, что величина H_{te} может быть как положительной, так и отрицательной в зависимости от того, которое из состояний, Π_2 или Π_1 , является естественным (см. гл. 7, § 3). Во втором случае формулы (9.7) и (9.8) имеют силу лишь при $H \geq |H_{te}|$. Порядок величины H_{te} может для различных кристаллов изменяться в пределах $10^2 - 10^5$ э¹. Обращает на себя внимание специфическая зависимость наименьшей резонансной частоты ω_1 от поля для рассматриваемого типа слабого ферромагнетизма (за счет инвариантов четвертого порядка) для больших полей $H \gg |H_{te}|$.

$$\omega_1 \sim \sqrt{H}.$$

В то же время для всех других рассмотренных выше случаев поперечного ферромагнетизма (за счет инвариантов второго порядка) для достаточно сильных магнитных полей мы имеем $\omega_1 \sim H$ [формулы (9.1) и (9.3)].

Ромбические кристаллы, структура $2_2^+2_x^-$

Снова рассмотрим лишь случай $H \parallel M_s \parallel X$, $l \parallel Y$. Для этого случая, согласно (8.15), имеем:

$$\omega_1 = \gamma_x \sqrt{H_{EA1}^2 + H [2(H_{D1} - H_{D2}) + \bar{H}_{D1}] + H^2}, \quad (9.10)$$

$$\omega_2 = \gamma_x \sqrt{H_{EA2}^2 + H\bar{H}_{D1}}, \quad (9.11)$$

где

$$H_{EA1}^2 = \frac{A(b_1 - b_2) + 2d_1(d_1 - d_2)}{M_0^2 g_{xx}^2}, \quad H_{EA2}^2 = \frac{A|b_2| + d_1^2}{M_0^2 g_{xx}^2}, \quad (9.12)$$

$$H_{Dj} = \frac{d_j}{M_0 g_{xx}}, \quad \bar{H}_{D1} = H_{D1} + \tau_1 H_E. \quad (9.13)$$

Здесь обе резонансные частоты должны, как правило, лежать в далекой инфракрасной области спектра (или, в лучшем случае, в миллиметровой области длин волн).

Заметим, что из выражений (9.10) и (9.11) могут быть получены, в частности, резонансные частоты для одноосных кристаллов, если в последних не учитывать в магнитной энергии члены выше второго порядка по m и l : 1) если положить $b_1 = b_2$ и $d_1 = d_2$, то мы получим

$${}^1 H_{te} \sim \frac{e}{t} H_E \sim \frac{V_0^2}{c^2} H_E.$$

формулы (9.1) и (9.2) для структур типа $n_z^+ 2_d^-$ (для случая $\psi = \pi/2$);
 2) если положить $b_1 = b_2$ и $d_1 = -d_2$, то получаются формулы
 (9.3) и (9.4) для структур типа $4_z^- 2_d^+$ (также для $\psi = \pi/2$).

§ 2. Высокочастотная магнитная восприимчивость и условия резонанса

Для того чтобы наблюдать магнитный резонанс, надо знать не только резонансную частоту, но также направление высокочастотного магнитного поля \mathbf{h}_ω , способного возбуждать в системе колебания этой частоты («правила отбора»). В отличие от случая обычного антиферромагнетизма (гл. 4, § 3), здесь мы получим эти правила путем решения классических уравнений движения

$$\frac{d\mathbf{M}_j}{dt} = -\gamma [\mathbf{M}_j \cdot \mathbf{H}_j] - \gamma \frac{\lambda}{M_0} [\mathbf{M}_j [\mathbf{M}_j \cdot \mathbf{H}_j]]. \quad (9.14)$$

Здесь

$$\mathbf{H}_j = -\frac{\partial \mathcal{H}(r)}{\partial \mathbf{M}_j} (\mathcal{H}_{\text{неод}} = 0),$$

и для простоты мы ограничиваемся рассмотрением случая изотропного g -фактора ($\gamma = \frac{ge}{2mc}$). Второй член в уравнениях (9.14) феноменологическим образом (по Ландау и Лифшицу [15]) учитывает процессы затухания колебаний \mathbf{M}_j ; λ — безразмерный параметр затухания.

Для вывода условий резонанса мы сперва положим $\lambda = 0$. Рассмотрим случай ромбического слабого ферромагнетика, различными частными случаями которого являются и все одноосные структуры (как четные, так и нечетные относительно главной оси), если только в магнитной энергии ограничиться учетом членов не выше второго порядка по \mathbf{M}_j (или по $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$ и $\mathbf{L} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2$).

Пусть система помещена в постоянное магнитное поле $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M}_s \parallel \mathbf{X}$. Тогда, согласно § 1 главы 8, в состоянии равновесия $\mathbf{M}^{(0)} \parallel \mathbf{X}$ и $\mathbf{L}^{(0)} \parallel \mathbf{Y}$ (состояние II ромбического слабого ферромагнетика), причем при $H \ll H_E$

$$\mathbf{M}^{(0)} = \chi_{\perp} (H_{d1} + H) \text{ и } \mathbf{L}^{(0)} \simeq g\mathbf{M}_0. \quad (9.15)$$

Предположим теперь, что на систему кроме постоянного поля действует также однородное высокочастотное магнитное поле

$$\mathbf{h}_\omega = \mathbf{h}_0 \cdot e^{i\omega t}$$

произвольного направления, но малой амплитуды, такой, что оно вызывает лишь слабые вынужденные колебания векторов \mathbf{M} и \mathbf{L} (или связанных с ними векторов \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2) около своих равновесных значений $\mathbf{M}^{(0)}$ и $\mathbf{L}^{(0)}$:

$$\Delta \mathbf{M} = \mathbf{M} - \mathbf{M}^{(0)}, \quad \Delta \mathbf{L} = \mathbf{L} - \mathbf{L}^{(0)}.$$

Переходя в уравнениях (9.14) от M_j к L и M , линеаризируя их по ΔM и ΔL , нетрудно найти высокочастотную составляющую суммарной намагниченности:

$$\Delta M_\alpha = \chi_{\alpha\beta} h_{\omega\beta}. \quad (9.16)$$

Магнитная восприимчивость по отношению к высокочастотному полю h_ω (ВЧ-восприимчивость) имеет здесь следующий вид:

$$\chi_{\alpha\beta} = \begin{vmatrix} \chi_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ 0 & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{vmatrix}, \quad (9.17)$$

где

$$\chi_{xx} = \chi_0 \frac{\omega_2^2}{\omega_2^2 - \omega^2}, \quad \chi_{yy} = \chi_0 \frac{\gamma^2 (H + H_{Д1})^2}{\omega_1^2 - \omega^2}, \quad (9.18)$$

$$\chi_{zz} = \chi_0 \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2}, \quad \chi_{yz} = -\chi_{zy} = i\chi_0 \frac{\omega\gamma (H + H_{Д1})}{\omega_1^2 - \omega^2},$$

$\chi_0 \equiv \chi_\perp$ — поперечная статическая восприимчивость антиферромагнетика, ω_1 и ω_2 — резонансные частоты, определяемые формулами (9.10) и (9.11).

Таким образом, при совпадении направлений намагниченности и постоянного подмагничивающего поля здесь, как и в случае обычного антиферромагнетика (при поперечном намагничивании), колебания одной частоты (ω_1) могут возбуждаться высокочастотным полем $h_\omega \perp H$, а колебания другой частоты (ω_2) — полем $h_\omega \parallel H$. Отличие тензора ВЧ-восприимчивости для слабого ферромагнетика по сравнению с соответствующим тензором для антиферромагнетика состоит лишь в том, что в формулах для χ_{yy} и χ_{yz} к внешнему полю H добавляется поле Дзялошинского $H_{Д1}$.

В случае одноосных слабых ферромагнетиков для структур типа $n_z^+ 2_d^-$ ($n = 3, 4$ и 6) и $4_z^- 2_d^+$ тензор имеет точно такой же вид (9.17) с теми же самыми формулами (9.18) для всех отличных от нуля компонент¹. Необходимо только брать соответствующие этим структурам резонансные частоты ω_1 и ω_2 .

Заметим, что для указанных структур в одноосных кристаллах колебания более низкой («радиоспектроскопической») частоты должны возбуждаться поперечным ВЧ-полем ($h_\omega \perp H$).

Из формул (9.18) могут быть получены также «правила отбора» для резонанса в слабых ферромагнетиках со структурой типа $6_z^- 2_d$, в которых спонтанный магнитный момент обусловлен членами выше второго порядка в магнитной энергии (см. гл. 7, § 3). Если указан-

¹ Речь идет, конечно, только о поперечном слабом ферромагнетизме, так как уравнения (9.14) (с изотропным g -фактором) не пригодны для рас-

ные члены не учитывать, то при намагничивания вдоль гексагональной оси этот случай является частным случаем ромбического кристалла при условии, что

$$d_1 = d_2 = b_2 = a_2 = 0,$$

причем роль гексагональной оси Z здесь будет выполнять ось X , а роль низшей частоты ω_1 [формула (9.7)] — частота ω_2 ромбического кристалла [формула (9.11)]. Это означает, что колебания низшей частоты для структур $6_z^- 2_d^+$, в отличие от всех остальных случаев, должны возбуждаться не поперечным, а продольным ВЧ-полем ($h_\omega \parallel H \parallel M_s$).

Перейдем теперь к рассмотрению ВЧ-восприимчивости с учетом затухания. Мы будем вести рассмотрение на примере структур типа $n_z^+ 2_d^-$, однако сразу отметим, что для остальных структур основные результаты будут аналогичными. Рассчитаем снова вынужденные малые колебания M и L вблизи основного состояния $M^{(0)} \parallel H \parallel X$ и $L^{(0)} \parallel Y$, используя для этого гамильтониан (6.1) (при $\mathcal{H}_{неод} = 0$) и уравнения (9.14) с учетом членов затухания. В результате для ВЧ-восприимчивости мы получим тензор прежнего вида (9.17) со следующими значениями компонент:

$$\begin{aligned} \chi_{xx} &= \chi_0 \frac{\omega_2^2 p^2 + i\omega\lambda\gamma H_E}{\omega_2^2 p^2 - \omega^2 + i\omega\lambda\gamma H_E}, & \chi_{yy} &= \chi_0 \frac{\gamma^2 (H + H_D)^2 p^2}{\omega_1^2 p^2 - \omega^2 + i\omega\lambda\gamma H_E}, \\ \chi_{zz} &= \chi_0 \frac{\omega_1^2 p^2 + i\omega\lambda\gamma H_E}{\omega_1^2 p^2 - \omega^2 + i\omega\lambda\gamma H_E}, & (9.19) \\ \chi_{yz} &= -\chi_{zy} = i\omega\chi_0 \frac{\gamma (H + H_D)}{\omega_1^2 p^2 - \omega^2 + i\omega\lambda\gamma H_E}, \end{aligned}$$

где

$$\omega_1 = \gamma \sqrt{H(H + H_D)}$$

и

$$\omega_2 = \gamma \sqrt{H_{EA}^2 + HH_D}, \quad p = 1 + \lambda^2.$$

Разделяя $\chi_{\alpha\beta}$ на действительную и мнимую части: $\chi_{\alpha\beta} = \chi'_{\alpha\beta} - i\chi''_{\alpha\beta}$, мы можем затем найти ширину резонансной линии $\Delta\omega$ как интервал между частотами (по обе стороны от резонанса), для которых $\chi''_{\alpha\alpha}$ составляют половину от своих максимальных значений. В предположении, что $\Delta\omega \ll \omega$, для обеих ветвей колебаний получается ширина линии, определяемая одним и тем же соотношением

$$\Delta\omega = \lambda\omega_E, \quad (9.20)$$

смотрения продольного слабого ферромагнетизма. Нетрудно понять, что обе частоты (9.6) для продольного слабого ферромагнетизма возбуждаются при $h_\omega \perp l$, как и для обычного антиферромагнетика в случае $H \parallel l$.

которое имеет место для обычных антиферромагнетиков [127] (здесь $\omega_E = \gamma H_E$ — частота, соответствующая обменному полю). Кроме уширения резонансной кривой, затухание приводит также к некоторому смещению резонансных частот, так как, согласно (9.19)

$$\omega_{j\text{рез}} = \omega_j (1 + \lambda^2).$$

Как показано Гусейновым [128], формула (9.20) для $\Delta\omega$ сохраняет тот же самый вид и в том случае, когда постоянное подмагничивающее поле направлено под произвольным углом ψ к главной оси кристалла; следовательно, если уравнение вида (9.14) правильно описывает релаксацию к антиферромагнетиках, то ширина линии $\Delta\omega$ не должна зависеть от угла ψ . Подчеркнем, что речь идет о ширине линии именно по частоте (при постоянной величине H). Ширина линии по полю (при постоянной частоте ω) при этом будет определенным образом зависеть от ψ (см. § 3).

Характерно, что в случае обычных ферромагнетиков для ширины линии, определяемой аналогичным образом, вместо (9.20) получается существенно другое соотношение: $\Delta\omega = \lambda\omega_{\text{рез}}$, отличающееся от (9.20) тем, что вместо обменной частоты ω_E в него входит резонансная частота $\omega_{\text{рез}}$. Следовательно, если бы параметр затухания λ в антиферромагнетиках (и слабых ферромагнетиках) имел ту же природу и такой же порядок величины, как и в ферромагнетиках, то ширина линии в первых была бы на несколько порядков величины больше, чем в последних. В настоящее время экспериментальные работы, посвященные специальному исследованию ширины линии в антиферромагнетиках и слабых ферромагнетиках, практически отсутствуют; в то же время ширина линии в различных ферромагнетиках изменяется в очень широких пределах ($\Delta H \sim \sim 10^{-1} \div 10^3$ э [24]). Поэтому сейчас пока невозможно сказать, насколько справедливо высказанное выше соображение о соотношении между ширинами линий ферромагнетиков и антиферромагнетиков.

С теоретической точки зрения представляло бы большой интерес обсудить вопрос о форме уравнений движения для магнитных моментов в антиферромагнетиках и слабых ферромагнетиках, исходя из кинетических уравнений для спиновых волн, учитывающих как соударение между спиновыми волнами, так и рассеяние их на фонах, на дефектах кристаллической решетки и т. д. Аналогичные исследования для случая ферромагнетиков были выполнены Ахиезером, Кагановым, Барьяхтаром [17], а также Гуржи и Цукерником [129] и др.

§ 3. Обсуждение экспериментальных данных для резонанса в гематите и в карбонате марганца

Экспериментальные исследования магнитного резонанса в слабых ферромагнетиках проводились на гематите ($\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$) Андерсоном и др. [130], Кумаган и др. [131], а также на карбонате

марганца ($MnCO_3$) Дейтом [132] и Боровиком-Романовым [133]. Оба эти соединения имеют слабоферромагнитную структуру $3_2^+ 2_2^-$. В указанных работах исследовалась зависимость низшей резонансной частоты ω_1 (попадающей в область сантиметрового диапазона) от величины и направления поля H . Колебания этой частоты возбуждались ВЧ-полем, перпендикулярным плоскости, проходящей через M и H .

Зависимость резонансной частоты ω_1 от величины поля H и угла ψ , составляемого им с тригональной осью кристалла, должна определяться формулой (9.1). Поскольку, однако, в эксперименте обычно находят поле H , соответствующее резонансу при заданной частоте ω , то указанную формулу удобно переписать в виде

$$H = \frac{H_{\perp}}{\sin \psi}, \quad (9.21)$$

где

$$H_{\perp} = \sqrt{\left(\frac{\bar{H}_D}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_1}{\gamma_{\perp}}\right)^2} - \frac{\bar{H}_D}{2} \quad (9.22)$$

— резонансное поле при $H \perp Z$ (т. е. при $\psi = \pi/2$). Соотношение (9.21), определяющее зависимость величины резонансного поля от его направления в вертикальной плоскости при постоянной частоте ω_1 , прекрасно согласуется с экспериментальными данными как для $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ [131], так и для $MnCO_3$ [132, 133].

Несколько хуже обстоит дело в отношении зависимости (9.22) между H_{\perp} и ω_1 , так как вместо (9.22) эксперимент в обоих случаях дает зависимость, близкую к линейной. Не для очень малых полей ($H > 1-2$ кэ) в случае гематита согласие теории с экспериментом может быть улучшено, если учесть в магнитной энергии члены анизотропии выше второго порядка. С учетом членов согласно первой из формул (6.27) вместо (9.22) можно приближенно написать следующее соотношение:

$$H_{\perp} = \sqrt{\left(\frac{\bar{H}_D}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_1}{\gamma_{\perp}}\right)^2} - \frac{1}{2} \left[\bar{H}_D + \frac{H_{\Delta}^2 \cos 6\varphi_H}{\sqrt{\left(\frac{\bar{H}_D}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_1}{\gamma_{\perp}}\right)^2}} \right], \quad (9.23)$$

где

$$H_{\Delta}^2 = 36A \left(e - \frac{q^2}{b} \right) / M_0^2 g_{\perp}^2.$$

По данным работ [130, 131] для гематита действительно наблюдаются небольшие периодические изменения резонансного поля при вращении его в базисной плоскости, так что $H_{\perp} = \text{const} + C \cos 6\varphi_H$ (где амплитуда $C \lesssim 10^2$ э). Таким образом, в резо-

нансную формулу (9.23) входят два параметра: \bar{H}_D и H_Δ (если не считать g -фактора, который мы полагаем равным двум). Эти параметры мы можем подобрать из условия наилучшего согласия между теорией и экспериментом для зависимости H_\perp и ω_1 . На рис. 22 представлена теоретическая кривая для зависимости между $1/\lambda_1 = \omega_1/2\pi c$ и резонансным полем H_\perp , направленным вдоль «легкой оси» X [что соответствует $\cos 6\varphi_H = 1$ в формуле (9.23)], при $\bar{H}_D = 22\,800$ э и $H_\Delta = 1450$ э¹. Точками нанесены экспериментальные данные [131].

Как видно из рисунка, между теорией и экспериментом имеется вполне удовлетворительное совпадение, за исключением области низких полей. По-видимому, из-за различных дефектов кристалла и наличия антиферромагнитных доменов в нем в полях $H_\perp \lesssim 2$ кэ отсутствует предполагаемое нами насыщение намагниченности. В самом деле, из кривых намагничивания, снятых другими авторами [134], видно, что насыщение в базисной плоскости не достигается вплоть до полей 1—2 кэ, хотя, согласно (6.25), для идеального кристалла насыщение должно иметь место уже в полях

$$H > H^* = \frac{H_\Delta^2}{\bar{H}_D} \sim 100 \text{ э.}$$

В случае $MnCO_3$ путем подбора параметров \bar{H}_D и H_Δ можно также добиться удовлетворительного согласия между теоретической и экспериментальной зависимостями H_\perp и ω_1 [132]. Однако получаемая при этом величина H_Δ находится в противоречии с тем обстоятельством, что опыт не дает сколь-либо заметной анизотропии H_\perp [133]. Для поля Дзялошинского \bar{H}_D по данным работ [133] и [132] получаются соответственно значения 5,3 кэ и 3,7 кэ. Такое значительное различие между данными различных авторов, по-видимому, связано с влиянием примесей. Об этом свидетельствуют также значения ширины линии ΔH , полученные в цитированных работах: около 10 э у Боровика-Романова и около 500 э у Дейта. Различие в ширине линии более чем на порядок величины свиде-

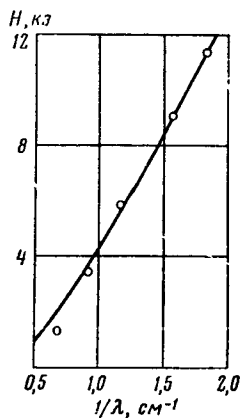


Рис. 22

¹ Заметим, что эти значения H_D и H_Δ хорошо согласуются с наблюдаемой величиной амплитуды для изменения резонансного поля при его вращении в базисной плоскости, что нетрудно проверить, используя равенство

$$c = \frac{1}{2} \frac{H_\Delta^2}{\left(\frac{\bar{H}_D}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_1}{\gamma_\perp}\right)^2}.$$

тельствует о том, что в работе Боровика-Романова использовались более чистые образцы.

Ширина линии ΔH связана с шириной линии в частотной шкале $\Delta\omega$ соотношением

$$\Delta H = \frac{\Delta\omega}{\frac{\partial\omega_1}{\partial H}}. \quad (9.24)$$

Поэтому упомянутый выше теоретический вывод (который следует из предположения о возможности описания затухания в уравнении движения по Ландау и Лифшицу) о независимости $\Delta\omega$ от полярного угла ψ для поля H должен, согласно (9.1), (9.20) и (9.24), приводить к следующей зависимости ΔH от этого угла:

$$\Delta H = \frac{\Delta H_{\perp}}{\sin \psi}, \quad (9.25)$$

где

$$\Delta H_{\perp} = \frac{\lambda H_E \omega_1}{\sqrt{\omega_1^2 + \left(\frac{\gamma_{\perp} \bar{H}_D}{2}\right)^2}} \quad (9.26)$$

— ширина линии при намагничивании в базисной плоскости. Заметим, что последняя формула предсказывает также определенную зависимость ΔH от частоты ω_1 . Интересно (с целью проверки применимости уравнений движения Ландау и Лифшица к слабым ферромагнетикам) экспериментально исследовать обе указанные зависимости ΔH — от угла ψ и частоты ω_1 . Первая зависимость была исследована в работе Дейта [132] и грубо качественно она согласуется с теоретической формулой (9.25). Однако желательно было бы провести также измерения на образцах с более узкой резонансной кривой. Интересно сравнить величину поля Дзялошинского \bar{H}_D , найденного из резонансных экспериментов, с его значением, полученным из статических измерений (гл. 6, § 4). Такое сравнение приводится ниже¹:

$(\bar{H}_D)_{ст}, кэ$	$(\bar{H}_D)_{рез}, кэ$
$\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3 \dots \dots 20$	22,8
$\text{MnCO}_3 \dots \dots 4,5$	5,3

Таким образом, для обоих соединений имеется удовлетворительное соответствие между данными статических и резонансных исследований, причем, согласно (9.22), оно может быть еще улучшено, если для g -фактора принять значение, большее 2.

Заметим в заключение, что желательно было бы провести исследование резонансного поглощения вблизи второй частоты (ω_2), определяемой формулой (9.2). Эти исследования, по-видимому, должны выполняться в далекой инфракрасной области длин волн. Направление ВЧ-магнитного поля h_{ω} должно совпадать с направлением постоянного поля H , если последнее лежит в базисной плоскости, и, наоборот, при $H \parallel Z$ необходимо, чтобы $h_{\omega} \perp H$.

¹ Для MnCO_3 мы взяли данные Боровика-Романова как более достоверные.

Неколлинеарный антиферромагнетизм

В предыдущих главах, посвященных слабому ферромагнетизму, учитывалась лишь такая неколлинеарность магнитных моментов, которая приводила к появлению слабого спонтанного магнитного момента (как результат возмущающего действия сил магнитной природы на исходную строго антиферромагнитную структуру). Другими словами, мы допускали лишь возможность нарушения коллинеарности бывших антипараллельных магнитных моментов и не учитывали возможное нарушение коллинеарности тех магнитных моментов, которые в исходной структуре были параллельными. Если учесть последнюю возможность, то в ряде случаев магнитные силы будут превращать исходную коллинеарную антиферромагнитную структуру в такую слабо неколлинеарную или даже некомпланарную структуру (как с отличным от нуля, так и с равным нулю результирующим магнитным моментом), которую уже нельзя, строго говоря, описать с помощью двух магнитных подрешеток. Мы не будем выводить общих условий образования этих структур, а проиллюстрируем сказанное на конкретных примерах пространственных групп D_{2h}^{16} и D_{2h}^{17} для случая четырех кратных позиций различного типа.

Отметим также, что в настоящей книге мы совсем не будем рассматривать с и л ь н о неколлинеарные магнитные структуры, в которых неколлинеарность магнитных моментов обусловлена обменными силами.

§ 1. Неколлинеарные и некомпланарные магнитные структуры в системе четырех магнитных подрешеток

Рассмотрим сперва те же самые четырехкратные позиции группы D_{2h}^{16} , с которыми мы уже имели дело в главе 8: позиции типа *b* (занимаемые, например, ионами железа в ортоферритах) или позиции типа *c* (занимаемые, например, редкоземельными ионами в ортоферритах, или ионами марганца в MnP). Поскольку мы теперь будем интересоваться не только слабоферромагнитными структурами, но также и структурами со скомпенсированным (хотя и неколлинеарным) антиферромагнетизмом, то кристалломагнитная

и кристаллохимические элементарные ячейки могут, вообще говоря, не совпадать. Однако для простоты можно ограничиться случаем совпадения этих ячеек, так что число магнитных подрешеток будет равно четырем, соответственно четырем магнитным атомам в элементарной ячейке¹.

Пронумеруем намагниченности подрешеток для рассматриваемых случаев следующим образом:

$$\text{позиции } b: \mathbf{M}_1(0, 0, 1/2); \mathbf{M}_2(0, 1/2, 1/2); \mathbf{M}_3(1/2, 1/2, 0); \\ \mathbf{M}_4(1/2, 0, 0);$$

$$\text{позиции } c: \mathbf{M}_1(x, 1/4, z); \mathbf{M}_2(\bar{x}, 3/4, \bar{z}); \mathbf{M}_3(1/2 + x, 1/4, 1/2 - z); \\ \mathbf{M}_4(1/2 - x, 3/4, 1/2 + z).$$

Здесь в скобках указаны координаты базисного узла для каждой магнитной подрешетки (так что все остальные узлы этой подрешетки могут быть получены трансляциями на расстояния, кратные периодам кристалла).

Далее, мы можем записать плотность обменной и магнитной энергии системы в виде разложения по $M_j(\mathbf{r})$ ($j = 1, 2, 3, 4$), инвариантного ко всем операциям симметрии группы D_{2h}^{18} (остающимся после замены трансляций тождественными элементами). Это, однако, удобнее сделать, введя вместо M_j новые векторы \mathbf{M} , \mathbf{L}_1 , \mathbf{L}_2 , \mathbf{L}_3 с помощью соотношений, приведенных в табл. 6.

Таблица 6

Тип структуры	Позиции b	Позиции c
$(F): \mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_3 + \mathbf{M}_4$ $2 \rightarrow \rightarrow 3$ $1 \rightarrow \rightarrow 4$	$I + 2 \frac{+}{z} \sigma_y^+$	$I + 2 \frac{+}{z} \sigma_y^+$
$(A_1): \mathbf{L}_1 = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_3 - \mathbf{M}_4$ $2 \rightarrow \leftarrow 3$ $1 \leftarrow \rightarrow 4$	$I + 2 \frac{-}{z} \sigma_y^-$	$I - 2 \frac{-}{z} \sigma_y^+$
$(A_2): \mathbf{L}_2 = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 - \mathbf{M}_3 + \mathbf{M}_4$ $2 \leftarrow \leftarrow 3$ $1 \rightarrow \rightarrow 4$	$I + 2 \frac{+}{z} \sigma_y^-$	$I - 2 \frac{+}{z} \sigma_y^+$
$(A_3): \mathbf{L}_3 = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 - \mathbf{M}_3 - \mathbf{M}_4$ $2 \rightarrow \leftarrow 3$ $1 \rightarrow \leftarrow 4$	$I + 2 \frac{-}{z} \sigma_y^+$	$I + 2 \frac{-}{z} \sigma_y^+$

В этой таблице справа около каждого соотношения схематически представлен тот тип упорядочения четырех магнитных моментов, при котором соответствующий вектор (\mathbf{M} , \mathbf{L}_1 , \mathbf{L}_2 или \mathbf{L}_3) имеет наибольшую абсолютную величину (при равенстве нулю остальных трех векторов). Таким образом, мы получаем все возможные коллинеарные магнитные структуры: одна из них (F) является фер-

¹ Мы снова считаем, что имеется лишь одна система кристаллографически эквивалентных магнитных атомов — или в позиции b или в позиции c .

ромагнитной, а три (A_1 , A_2 и A_3) — антиферромагнитными. В последних двух графах табл. 6 указаны независимые элементы симметрии (см. рис. 7, а) и четность соответствующей структуры относительно них. Поскольку теперь мы интересуемся всеми антиферромагнитными структурами, в том числе без слабого ферромагнетизма, то необходимо также учитывать структуры, нечетные относительно центра симметрии. Другими словами, для группы D_{2h}^{16} мы должны уже рассматривать все возможные комбинации четностей относительно трех независимых элементов симметрии (а не двух, как это имело место при исследовании слабоферромагнитных структур в главе 5). Это не приводит к новым структурам для позиции b (так как центр симметрии совпадает с этой позицией) и дает дополнительно две антиферромагнитные структуры, нечетные относительно центра симметрии, для позиции c .

Рассмотрение трансформационных свойств векторов M и L_i ($i = 1, 2, 3$) показывает, что при всех операциях симметрии группы D_{2h}^{16} эти векторы преобразуются каждый только через себя; именно это и делает их удобными для описания магнитных структур.

Пусть обменные силы приводят к какой-либо одной из указанных в табл. 6 антиферромагнитных структур. В главе 5 мы установили общие условия, при которых существование какого-либо вектора $L_i \neq 0$ приводило к появлению $M \neq 0$. Это имело место тогда, когда в магнитной энергии присутствовали смешанные члены вида $L_{i\alpha}M_{\beta}$. Однако в магнитной энергии могут присутствовать и смешанные инварианты вида

$$L_{i\alpha}L_{i'\beta} \quad (i \neq i'). \quad (10.1)$$

Последнее означает, что магнитное упорядочение с $L_i \neq 0$ должно вызывать при определенных условиях появление $L_{i'} \neq 0$ (и наоборот). В результате получается более сложная неколлинеарная (или даже некомпланарная) структура, которую можно рассматривать как суперпозицию двух (или трех) коллинеарных структур, представленных на стр. 174.

Для того чтобы получить инварианты, составленные из векторов M и L_i , выпишем в отдельную строку компоненты этих векторов, преобразующиеся одинаковым образом при всех операциях симметрии решетки (достаточно рассмотреть лишь независимые элементы, использованные в табл. 6). Результат можно представить в виде табл. 7 (первая и вторая графы).

Третья графа этой таблицы относится к позициям b группы D_{2h}^{17} (см. ниже).

При помощи табл. 7 легко записать инвариантное разложение энергии (или термодинамического потенциала) по M и L_i . В частности, инварианты второго порядка получаются попарным перемножением компонент, стоящих в одной и той же строке табл. 7 (включая умножение каждой из компонент самой на себя).

Таблица 7

№ строки	Группа D_{2h}^{16}	Группа D_{2h}^{16}	Группа D_{2h}^{17}
	позиции b	позиции c	позиции b
1	M_z, L_{1y}, L_{3x}	M_z, L_{3x}	M_y, L_{3z}
2	M_x, L_{2y}, L_{3z}	M_x, L_{3z}	M_z, L_{3y}
3	M_y, L_{1z}, L_{2x}	M_y	M_x
4	L_{1x}, L_{2z}, L_{3y}	L_{3y}	L_{3x}
5		L_{1x}, L_{2z}	L_{1z}, L_{2y}
6		L_{1z}, L_{2x}	L_{1y}, L_{2z}
7		L_{1y}	L_{1x}
8		L_{2y}	L_{2x}

Полученное таким образом общее феноменологическое выражение для энергии в принципе может быть минимизировано по всем 12 переменным (или по 24 переменным, если магнитные атомы занимают в кристалле обе рассматриваемые позиции [39]). В результате могут быть найдены все возможные магнитные структуры и состояния рассматриваемой системы, а также условия их реализации. Однако некоторые выводы могут быть получены непосредственно из табл. 7.

Величины, находящиеся в одной и той же строке табл. 7, взаимно обуславливают друг друга, так что, если одна из них отлична от нуля, то, благодаря наличию смешанных членов в энергии, появляются и другие. Поэтому, если магнитные атомы занимают позиции b , то ни одна из четырех структур, представленных в табл. 7, не может реализоваться в чистом виде. Пусть, например, обменные силы приводят к коллинеарной антиферромагнитной структуре A_1 ($L_1 \neq 0$), а магнитная кристаллографическая анизотропия такова, что естественная ось антиферромагнетизма направлена вдоль ромбической оси Z ($L_1 \parallel Z$). Тогда, согласно третьей строке табл. 7 (для позиции b), возмущающее действие магнитных сил должно привести к появлению $L_{2x} \neq 0$ и $M_y \neq 0$, так что в исходной структуре A_1 появляется небольшая примесь другой антиферромагнитной структуры A_2 и ферромагнитной структуры F . Соответствующая результирующая слабоферромагнитная структура схематически представлена на рис. 23, a , на котором векторы маг-

нитных моментов подрешеток построены из одной общей точки. Аналогичным образом, если $L_1 \parallel Y$, то результирующая структура (соответствующая первой строке табл. 7) может быть представлена как суперпозиция исходной структуры A_1 и структур A_3 и F . В то же время, когда $L_1 \parallel X$ (т. е. ось антиферромагнетизма исходной структуры направлена вдоль оси симметрии, относительно которой эта структура является четной), то, согласно четвертой строке табл. 7, мы получаем структуру со скомпенсированным антиферромагнетизмом, являющуюся суперпозицией всех трех коллинеарных

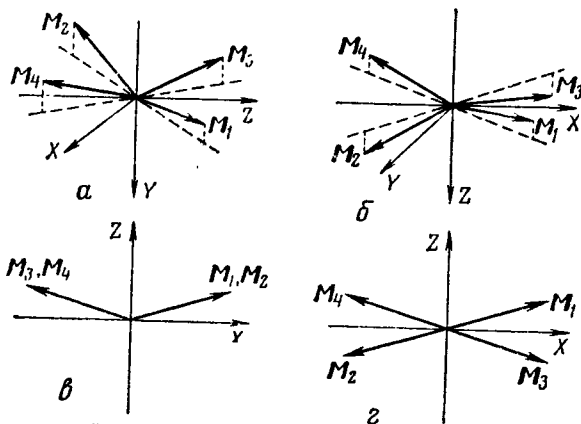


Рис. 23.

антиферромагнитных структур — A_1 , A_2 и A_3 (рис. 23, б). Заметим, что для позиций типа b всегда смешиваются три различные компоненты трех векторов, поэтому получающаяся структура оказывается трехмерной (некомпланарной). Аналогичные некомпланарные конфигурации магнитных моментов будут иметь место и в том случае, если за исходные взять другие антиферромагнитные структуры A_2 или A_3 ¹, так что в этом смысле все три антиферромагнитные структуры можно считать равноправными.

Иначе обстоит дело для магнитных моментов, находящихся в позиции c . Для этой позиции с ферромагнитным вектором M может

¹ Даже в том случае, когда обменные силы приводят к коллинеарной ферромагнитной структуре F , смешанные члены вида $M_\alpha L_{i\beta}$ в магнитной энергии должны вызывать небольшое отклонение магнитных моментов подрешеток от строгой параллельности. В этом случае мы будем иметь слабую примесь антиферромагнетизма к ферромагнетизму. Это может повлиять на следующие макроскопические величины: а) номинальное значение спонтанной намагниченности ферромагнетика, б) эффективное значение его g -фактора и в) восприимчивость парапроцесса (главным образом при низких температурах). Эти эффекты, как правило, должны быть малы, поскольку неколлинеарность магнитных моментов, связанная с конкуренцией магнитных сил с обменными, обычно невелика.

перепутываться в магнитной энергии только один вектор антиферромагнетизма, а именно L_3 (первая и вторая строки табл. 7). Остальные два вектора L_1 и L_2 могут перепутываться только между собой (пятая и шестая строки табл. 7). При этом всегда перепутываются лишь x - и z -компоненты указанных векторов; поэтому магнитная структура будет неколлинеарной, когда магнитные моменты подрешеток параллельны плоскости XZ , и коллинеарной, когда они перпендикулярны этой плоскости. Наличие здесь выделенной структуры, допускающей слабый ферромагнетизм, и выделенной плоскости, в которой возникает неколлинеарность магнитных моментов, связано, как мы видели в главе 5, с тем, что магнитные атомы в позиции c расположены на зеркальной плоскости симметрии σ_y , параллельной указанной координатной плоскости. Возможные в данном случае слабоферромагнитная структура (соответствующая первой и второй строкам табл. 7) и неколлинеарная антиферромагнитная структура (соответствующая пятой и шестой строкам табл. 7) представлены на рис. 23, *в* и *г*. Структуру последнего типа в дальнейшем мы будем называть, для краткости, структурой «крест».

Рассмотрим теперь четырехкратную позицию b группы D_{2h}^{17} (см. рис. 7, *б* и текст на стр. 100). Поскольку эта позиция расположена на зеркальной плоскости σ_x , то для нее возможны неколлинеарные структуры, аналогичные структурам для позиции c группы D_{2h}^{16} . Отличие заключается лишь в том, что здесь эти неколлинеарные структуры образуются в плоскости, перпендикулярной оси X .

Предположим снова, что химическая и магнитная элементарные ячейки совпадают, и используем нумерацию магнитных моментов подрешеток, принятую для базисных узлов решетки на стр. 100 (глава 5), а именно:

$$M_1 (0 \ 1/2 \ 0), \quad M_2 (1/2 \ 0 \ 0), \quad M_3 (1/2 \ 0 \ 1/2) \quad \text{и} \quad M_4 (0 \ 1/2 \ 1/2).$$

В качестве независимых элементов симметрии возьмем зеркальные плоскости σ_z и σ_x , центр симметрии I , а также трансляцию $T [1/2 \ 1/2 \ 0]$. Тогда исходным коллинеарным структурам F и A_i (при таком же определении векторов L_i , как в табл. 6) будут соответствовать следующие комбинации четностей относительно указанной четверки элементов симметрии (σ_z, σ_x, I, T):

$$F (+ + + +), A_1 (- + + -), A_2 (+ + + -), A_3 (- + + +)$$

(так как относительно σ_x и I структура всегда четна, то для ее характеристики достаточно указать четность относительно σ_z и T). С учетом сказанного выше нетрудно получить третью колонку табл. 7, объединяющую в одной строке компоненты векторов M и L_i , преобразующиеся одинаковым образом. Таким образом, дейст-

вительно возможные магнитные состояния для позиций b группы D_{2h}^{1i} могут быть получены из аналогичных состояний для позиций c группы D_{2h}^{16} заменой осей координат $(XYZ) \rightarrow (ZXY)$.

§ 2. Влияние неколлинеарности магнитных моментов на свойства антиферромагнетика

Выясним теперь, какова роль неколлинеарности магнитных моментов подрешеток в антиферромагнетике, на примере простейшей структуры «крест», представленной на рис. 23, *г*. Прежде всего, важным следствием неколлинеарности магнитных моментов может служить появление отличной от нуля параллельной магнитной восприимчивости χ_{\parallel} при абсолютном нуле температуры¹. Для того чтобы установить, какими параметрами будет определяться величина χ_{\parallel} , ниже приведен ее расчет.

Из соображений дальнейшего применения желательнее рассмотреть случай группы D_{2h}^{17} (позиция b). Согласно третьей колонке табл. 7, энергию системы для этого случая можно представить в виде

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{H}_0}{V} = & \frac{A_0}{2} m^2 + \frac{a_y}{2} m_y^2 + \frac{a_z}{2} m_z^2 + \frac{B_1}{2} l_1^2 + \frac{B_2}{2} l_2^2 + \frac{B_3}{2} l_3^2 + \\ & + \frac{b_{1y}}{2} l_{1y}^2 + \frac{b_{1z}}{2} l_{1z}^2 + \frac{b_{2y}}{2} l_{2y}^2 + \frac{b_{2z}}{2} l_{2z}^2 + \frac{b_{3y}}{2} l_{3y}^2 + \frac{b_{3z}}{2} l_{3z}^2 + \\ & + d_1 m_y l_{3z} + d_2 m_z l_{3y} + \omega_1 l_{1y} l_{2z} + \omega_2 l_{1z} l_{2y} - mh, \end{aligned} \quad (10.2)$$

где $m = M/M_0$, $l_i = L_i/M_0$, $h = M_0 H$ и $M_0/4$ — максимальная намагниченность каждой из подрешеток.

Пусть соотношение обменных параметров A и B_i таково, что связанные с ними обменные силы приводят к антиферромагнитной структуре A_1 . Тогда главным вектором антиферромагнетизма будет вектор L_1 , а появление других векторов обусловлено наличием в энергии членов Дзялошинского (членов с коэффициентами d и ω).

Исследование энергии (10.2) на минимум при $H = 0$ показывает, что структура «крест» в плоскости YZ с $L_1 > L_2$ и $L_3 = 0$ действительно представляет собой одно из возможных состояний (рис. 24, сплошные линии). Равновесный угол 2α между векторами определяется соотношением

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\omega_1}{B_2 - B_1 + b_{2z} - b_{1y}}. \quad (10.3)$$

Пусть теперь в направлении главного вектора антиферромагнетизма (ось Y) приложено внешнее поле H . Это поле вызовет уменьшение угла между векторами M_1 и M_3 и увеличение угла между век-

¹ Поскольку здесь система характеризуется двумя векторами антиферромагнетизма L_1 и L_2 , под параллельной восприимчивостью мы будем подразумевать восприимчивость в направлении наибольшего вектора (в данном случае L_1), называя последний главным вектором антиферромагнетизма.

торами M_2 и M_4 , вследствие чего появится результирующая намагниченность в направлении поля. Последнюю нетрудно найти путем минимизации энергии (10.2) при $H = H_y^1$.

С точностью до членов не выше первой степени по H имеем

$$m_H = h \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{B_3 - B_1 + b_{3z} - b_{1y} + (A - B_2 + a_y - b_{2z}) \operatorname{tg}^2 \alpha + 2(d_1 - w_1) \operatorname{tg} \alpha}, \quad (10.4)$$

где угол α определяется соотношением (10.3).

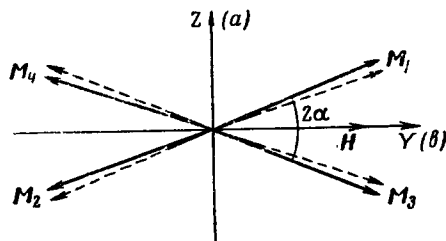


Рис. 24.

В случае малых углов α [что имеет место, когда правая часть в (10.3) мала по сравнению с единицей] вместо (10.4) приближенно получаем

$$m_H = \frac{h}{B_3 - B_1} \left(\frac{w_1}{B_2 - B_1} \right)^2.$$

Следовательно, искомая параллельная восприимчивость в указанном приближении равна:

$$\chi_{\parallel} = \frac{M_0^2}{B_3 - B_1} \left(\frac{w_1}{B_2 - B_1} \right)^2. \quad (10.5)$$

Для сравнения приведем в этом же приближении выражение для поперечной восприимчивости (т. е. восприимчивости в направлении осей X и Z):

$$\chi_{\perp} = \frac{M_0^2}{A_0 - B_1}.$$

Таким образом, когда неколлинеарность магнитных моментов, количественной характеристикой которой является отношение

$$\frac{w_1}{B_2 - B_1}, \quad (10.6)$$

¹ Заметим, что здесь мы принимаем $M_j^2 = \text{const}$, пренебрегая тем самым возможной анизотропией g -тензоров. Эту анизотропию можно учесть аналогично тому, как это делалось в § 4 главы 5 для случая двух магнитных подрешеток. При этом магнитные моменты M_j и механические моменты I_j , вообще говоря, не будут совпадать по направлениям (так что угла α для креста, образуемого магнитными моментами, будет несколько отличаться от соответствующего угла для креста, образуемого механическими моментами).

невелика, то обусловленная ею восприимчивость χ_{\parallel} (при $T = 0^\circ \text{K}$) оказывается малой по сравнению с χ_{\perp} , а сама величина χ_{\perp} в первом приближении остается такой же, как в случае коллинеарной структуры (так как $A_0 - B_1 \equiv A$). Именно это обстоятельство и является одним из условий, позволивших в предыдущих главах рассматривать слабоферромагнитные структуры с помощью представления о двух магнитных подрешетках.

Расчет спектра собственных колебаний намагниченностей M_j на основе гамильтониана (10.2) показывает, что слабое нарушение параллельности магнитных моментов подрешеток (за счет сил магнитной природы) мало влияет также на энергию спиновых волн антиферромагнетика, а следовательно, и на его резонансные и термодинамические свойства¹.

Все же в некоторых случаях при достаточно больших значениях отношения (10.6) неколлинеарность магнитных моментов в скомпенсированном антиферромагнетике может заметным образом сказаться на его свойствах: на величинах χ_{\parallel} и χ_{\perp} , на соотношении их температурных зависимостей, на резонансных частотах. Из проведенного Найшем [135] расчета, в частности, следует, что пренебрежение неколлинеарностью магнитных моментов при трактовке резонансных свойств может привести к ошибке в определении g -фактора антиферромагнетика.

Все приведенные выше соображения о роли неколлинеарности магнитных моментов подрешеток для структуры «крест» в своем качественном аспекте могут быть целиком отнесены также и к некопланарным структурам, как антиферромагнитной (см. рис. 23, б), так и слабоферромагнитной (см. рис. 23, а). Заметим лишь, что для последнего случая $\chi_{\parallel} \neq 0$ при $T = 0^\circ \text{K}$ уже из-за наличия спонтанного момента (ср. § 1 гл. 8).

Примером антиферромагнетиков с неколлинеарной магнитной структурой, по-видимому, являются исследованные Боровиком-Романовым и Крейнесом [136, 137, 97] безводные сульфаты меди и кобальта: CuSO_4 и CoSO_4 .

Первый из них (с температурой Нееля $34,5^\circ \text{K}$) имеет симметрию группы D_{2h}^{16} , причем ионы Cu^{++} занимают позицию b [138]. Следовательно, в антиферромагнитном состоянии CuSO_4 должен иметь некопланарную структуру типа, представленного на рис. 23, б. Возможно, что отличие параллельной восприимчивости от нуля

¹ Заметим, что в соответствии с количеством магнитных подрешеток здесь получаются не две, а четыре ветви спиновых волн. Однако две из них имеют энергетические щели, определяемые обменным взаимодействием, а две другие — средними геометрическими значениями из обменной энергии и энергии магнитной анизотропии. Именно две последние ветви после введения некоторых «эффективных» параметров могут быть фактически сведены к ветвям колебаний антиферромагнетика с двумя подрешетками. Что же касается первых двух (дополнительных) ветвей, то, как уже отмечалось, вследствие большой энергии активации они не влияют на свойства системы по отношению к слабым воздействиям на нее.

при $T \rightarrow 0^\circ \text{K}$ связано здесь именно с неколлинеарностью магнитных моментов, а не с неточностью установки образца, как это было предположено Крейнес [136].

Кристаллы CoSO_4 имеют симметрию группы D_{2h}^{17} с позицией b для ионов Co^{++} [139]. Ниже температуры Нееля ($\Theta_N \approx 12^\circ \text{K}$) для восприимчивостей вдоль ромбических осей, выбранных таким образом, что $a > b > c$, имеет место следующее соотношение:

$$\chi_b > \chi_c > \chi_a. \quad (10.7)$$

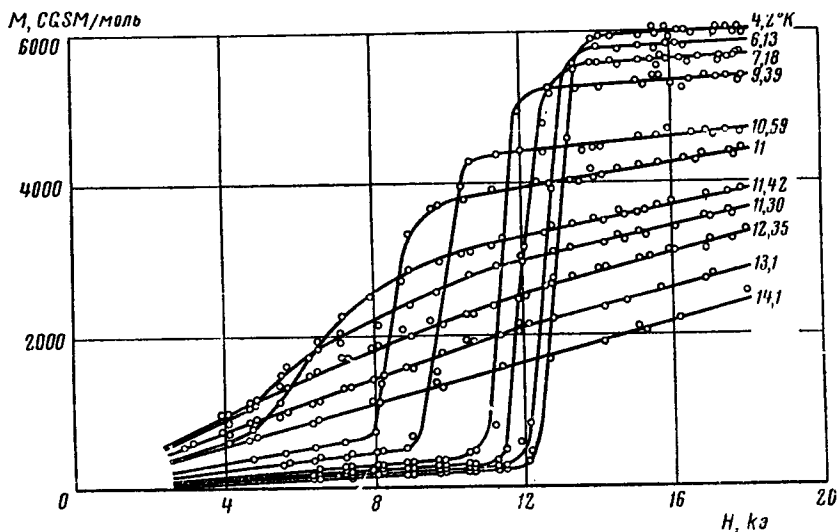


Рис. 25.

Это дает основание предположить, что магнитная структура сульфата кобальта представляет собой «крест», ориентированный вдоль ромбической оси a (т. е. вдоль этой оси направлен главный вектор антиферромагнетизма). С другой стороны, плоскость этого «креста», представляющего собой суперпозицию двух коллинеарных структур A_1 и A_2 , должна быть параллельна плоскости YZ (в принятой нами системе координат).

Обратим теперь внимание еще на одно важное свойство кристаллов CoSO_4 . При намагничивании вдоль оси c магнитный момент растет линейно с полем до значения поля 12 кэ. При дальнейшем увеличении поля намагниченность при низких температурах ($4,2^\circ \text{K}$) очень резко возрастает, увеличиваясь почти в 20 раз при изменении поля на 1 кэ, после чего продолжается слабый рост (рис. 25). Максимальный магнитный момент, полученный в поле $H = 18$ кэ, равен примерно 6000 ед. CGSM/моль. Это составляет лишь 30% от номинального момента (т. е. момента, рассчитанного в пред-

положении о полной параллельности всех магнитных моментов ионов Co^{++}). Поэтому указанное явление, по-видимому, представляет собой вызванный полем переход к слабоферромагнитной структуре (соответствующей строкам 1 и 2 табл. 7), являющейся суперпозицией структур A_3 и F (Крейнес [97]). Действительно, в энергии (10.2) имеются члены (с d_1 и d_2), которые при появлении за счет поля намагниченности в направлении осей Y или Z приводят также к появлению $L_3 \neq 0$, в результате чего в исходной структуре A_1 (с примесью A_2) появляется также примесь структуры A_3 . При достаточно большом поле, способном преодолеть разницу в энергиях исходной структуры и индуцируемой этим полем структуры A_3 (с примесью F), последняя структура становится энергетически более выгодной, вследствие чего и происходит наблюдаемый переход¹.

Резюмируя сказанное, можно сделать вывод, что безводный сульфат кобальта имеет антиферромагнитную структуру $A_1 + A_2$, для которой магнитные моменты M_1 и M_3 , антипараллельные соответственно M_2 и M_4 , лежат в плоскостях, перпендикулярных ромбической оси b (оси X в наших обозначениях, см. рис. 24). В сильных полях, приложенных в направлении оси c (оси Z в наших обозначениях), происходит переход к структуре $A_3 + F$, для которой магнитные моменты подрешеток лежат в тех же плоскостях, причем $M_1 \parallel M_2$ и $M_3 \parallel M_4$ (см. рис. 23, b после замены $XYZ \rightarrow ZXY$). Желательно было бы проверить эти выводы непосредственными нейтронографическими исследованиями магнитной структуры CoSO_4 .

Заметим в заключение, что для случаев рассмотренных в главе 8 редкоземельных ортоферритов со слабым ферромагнетизмом (в частности, для HoFeO_3 и ErFeO_3), нейтронографические исследования магнитной структуры [122] дают ряд слабых дифракционных пиков, которые не могут быть расшифрованы в предположении о попарной параллельности магнитных моментов подрешеток. Возможно, что эти пики также связаны с наличием в этих соединениях неколлинеарностей рассмотренного выше типа (некомпланарные структуры и «кресты»).

¹ Наличие в магнитной энергии смешанных членов вида $M_\alpha L_{i\beta}$ может привести к индуцированию антиферромагнитного порядка внешним полем даже в парамагнитной области [93]. Поскольку появляющийся при этом вектор L_i в свою очередь вызывает увеличение M , то указанный эффект может объяснить наблюдавшийся в некоторых антиферромагнитных кристаллах (симметрия которых допускает слабый ферромагнетизм) весьма острый пик магнитной восприимчивости вблизи точки Нееля, причем именно в тех направлениях, для которых разрешается существование слабоферромагнитного момента. Такой пик восприимчивости (как раз в направлении оси a) наблюдается и для CoSO_4 , что является еще одним аргументом в пользу высказанной Крейнес [97] гипотезы о характере рассматриваемого перехода в этом соединении.

Ферромагнетизм и антиферромагнетизм в системе двух кристаллографически неэквивалентных магнитных подрешеток

До сих пор мы рассматривали магнитные структуры, образованные одной системой кристаллографически эквивалентных магнитных атомов (или ионов). Такие структуры, если они коллинеарны или слабонеколлинеарны, могут описываться с помощью представления о двух эквивалентных магнитных подрешетках. Для того, чтобы на простейшем примере выяснить роль кристаллографической неэквивалентности магнитных атомов, ниже мы рассмотрим систему, состоящую из двух, но уже неэквивалентных магнитных подрешеток (неэквивалентных в том смысле, что никакой операцией симметрии кристалла узлы одной подрешетки не могут быть переведены в узлы другой). При этом мы обсудим еще одну возможность ферромагнетизма, связанную, во-первых, с численным различием g -факторов неэквивалентных подрешеток, а во-вторых, с различной температурной зависимостью их магнитных моментов.

§ 1. Ферримагнетизм

Имея целью выявление основных особенностей, связанных с кристаллографической неэквивалентностью магнитных подрешеток, мы ограничимся исследованием изотропного случая, учитывая среди всех внутренних взаимодействий только члены обменного взаимодействия. Плотность энергии (1.2) в этом случае примет вид

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}) = B_{12}(\mathbf{m}_1 \mathbf{m}_2) + \frac{1}{2} C_{ij\alpha} (\nabla m_{i\alpha} \nabla m_{j\alpha}) - (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2) \mathbf{H}. \quad (11.1)$$

Легко видеть, что минимуму этой энергии соответствует однородное и антипараллельное распределение намагниченностей \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2 , ориентированных вдоль и против направления поля \mathbf{H} , если выполняются условия

$$B_{12} > 0 \text{ и } H < (M_{10} - M_{20}) B_{12}.$$

Здесь M_{10} и M_{20} — максимальные проекции намагниченности соответственно первой и второй подрешеток (мы полагаем, что $M_{10} > M_{20}$). Величина результирующей намагниченности в направлении \mathbf{H} будет равна $M_{10} - M_{20}$.

Расчет собственных колебаний намагниченностей M_1 и M_2 вблизи указанного основного состояния, выполненный путем решения классических уравнений движения (1.8) или квантовомеханическим методом (гл. 1, § 2), дает следующие значения энергий для двух ветвей спиновых волн:

$$\varepsilon_k^{(1,2)} = \sqrt{\left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}\right)^2 + \alpha_1 \alpha_2 - \beta^2} \pm \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}, \quad (11.2)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{\mu_1}{M_{10}} (B_{12} + C_{11}k^2) + \mu_1 H,$$

$$\alpha_2 = \frac{\mu_2}{M_{20}} (B_{12} + C_{22}k^2) - \mu_2 H,$$

$$\beta = \left(\frac{\mu_1 \mu_2}{M_{10} M_{20}}\right)^{1/2} (B_{12} + C_{12}k^2).$$

Если результирующий момент количества движения системы (механический момент)

$$S_0 = \frac{M_{10}}{\mu_1} - \frac{M_{20}}{\mu_2} \quad \text{§} \quad (11.3)$$

отличен от нуля, то мы имеем дело с так называемым ферромагнетизмом. В этом случае, учитывая, что в α_1 , α_2 и β первые члены (т. е. члены с B_{12}) являются наибольшими, так что $(\alpha_1 - \alpha_2)^2 \gg |\alpha_1 \alpha_2 - \beta^2|$, энергии спиновых волн (11.2) можно представить в следующем приближенном виде:

$$\varepsilon_{1k} = \frac{\alpha_1 \alpha_2 - \beta^2}{|\alpha_1 - \alpha_2|}, \quad \varepsilon_{2k} = |\alpha_1 - \alpha_2| + \frac{\alpha_1 \alpha_2 - \beta^2}{|\alpha_1 - \alpha_2|}. \quad (11.4)$$

Или, ограничиваясь в разложении $\varepsilon_k^{(1,2)}$ по k первыми членами, имеем

$$\varepsilon_{1k} = I_1 k^2 + \mu_{\text{эф}} H, \quad (11.5)$$

$$\varepsilon_{2k} = \left| \frac{\mu_2}{M_{20}} - \frac{\mu_1}{M_{10}} \right| B_{12} + I_2 k^2 - \frac{1}{2} (\mu_1 + \mu_2) H, \quad [(11.6)]$$

где I_1 и I_2 — некоторые комбинации констант C_{11} , C_{22} и C_{12} , например,

$$I_1 = \frac{\mu_{\text{эф}}}{M_{10} - M_{20}} (C_{11} + C_{22} - 2C_{12}); \quad (11.7)$$

$\mu_{\text{эф}}$ — эффективное значение фактора спектроскопического расщепления (умноженное на магнетон Бора), определяемое отношением результирующего магнитного момента системы к результирующему механическому моменту, т. е.

$$\mu_{\text{эф}} = \frac{M_{10} - M_{20}}{S_0}.$$

Таким образом, энергия первой ветви спиновых волн (11.5) полностью аналогична соответствующему выражению (2.23) для обычных ферромагнетиков, с той лишь разницей, что константы вещества I и μ заменены в ферримагнетиках на их эффективные значения (11.7) и (11.8). Вторая ветвь в обычных ферромагнетиках совершенно отсутствует и связана с введением двух подрешеток, необходимых для описания ферримагнетика.

Первая ветвь имеет энергетическую щель

$$\varepsilon_{10} = \mu_{\text{эф}} H, \quad (11.9)$$

обусловленную энергией магнетика во внешнем магнитном поле и исчезающую при $H = 0$. По принятой в главе 1 (§ 2) терминологии мы назвали эту ветвь колебаний «акустической». Вторая ветвь колебаний, как и должно быть для этого случая ($S_0 \neq 0$), является «оптической», так как имеет энергию активации

$$\varepsilon_{20} \simeq \left| \frac{\mu_2}{M_{20}} - \frac{\mu_1}{M_{10}} \right| B_{12}, \quad (11.10)$$

определяемую обменным взаимодействием между подрешетками и составляющую на один магнон $10^{-14} \div 10^{-13}$ эрг. Соответствующая резонансная частота, называемая иногда частотой обменного резонанса, должна, как правило, находиться в инфракрасной области и не может быть обнаружена методами магнитной радиоспектроскопии¹.

На этом конкретном примере мы еще раз видим, что свойства ферромагнетика относительно «слабых» внешних воздействий, энергия которых мала по сравнению с обменной энергией, полностью определяются лишь «акустической» ветвью колебаний. Поэтому все результаты, полученные в главах 2 и 3 для обычного ферромагнетика, могут быть применены и к ферримагнетизму.

§ 2. Продольный слабый ферромагнетизм и температурный ферромагнетизм

Рассмотрим теперь случай спинового антиферромагнетизма, для которого $S_0 = 0$. В этом случае при абсолютном нуле температуры имеет место полная компенсация механических моментов подрешеток, выражаемая равенством

$$\frac{M_{10}}{\mu_1} = \frac{M_{20}}{\mu_2} \quad (11.11)$$

при отличном от нуля результирующем магнитном моменте (вследствие численного различия g -факторов этих подрешеток²).

¹ Это не относится к области температур вблизи точки компенсации для ферритов, имеющих таковую.

² Для простоты мы считаем g -факторы изотропными.

Этот спонтанный магнитный момент направлен вдоль оси антиферромагнетизма («продольный слабый ферромагнетизм») и по величине равен

$$M_s(0) = M_{10} - M_{20} = \frac{\Delta\mu}{\mu} M_0, \quad (11.12)$$

где

$$\Delta\mu = \frac{\mu_1 - \mu_2}{2}, \quad \mu = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}.$$

Рассчитаем, далее, полную намагниченность системы в зависимости от температуры и поля. Из соотношения вида (2.27) с учетом двух ветвей спиновых волн (11.5) и (11.6) при условии (11.11) имеем

$$M_H(T) = M_s^I(T) + M_s^{II}(T) + \chi_{\parallel} H, \quad (11.13)$$

где

$$M_s^I(T) = M_s(0) \left(1 - \frac{4\chi_{\parallel} H_E}{M_0} \right) \quad (11.14)$$

и

$$M_s^{II}(T) = \frac{2\pi^2\mu}{15} \frac{I^*}{T} \left(\frac{\kappa T}{I} \right)^4. \quad (11.15)$$

В этих формулах χ_{\parallel} — обычная продольная восприимчивость антиферромагнетика, температурная зависимость которой определяется, например, формулой (4.60) ($\chi_{\parallel} \sim T^2$);

$$I = \frac{\mu}{M_0} \sqrt{B_{12}(C_{11} + C_{22} - 2C_{12})}, \quad I^* = \frac{\mu}{M_0} (C_{11} - C_{22}).$$

Таким образом, согласно (11.13) спонтанная намагниченность рассматриваемой системы двух неэквивалентных магнитных подрешеток при $T \neq 0^\circ \text{K}$ состоит из двух частей. Первая из них представляет собой продольный слабый ферромагнетизм, обусловленный различием g -факторов подрешеток. Заметим, что эта часть намагниченности с точностью до обозначений совпадает со спонтанной намагниченностью (7.51) для продольного слабого ферромагнетизма, связанного с анизотропией g -факторов в системе эквивалентных магнитных подрешеток (с тем отличием, что роль параметра $\tau = g_{xy}/g_{\perp}$ здесь играет величина $\Delta\mu/\mu$). Вторая часть спонтанной намагниченности обусловлена различием параметров обменного взаимодействия первой (C_{11}) и второй (C_{22}) подрешеток. Она появляется лишь при $T \neq 0^\circ \text{K}$ за счет различной температурной зависимости механических моментов подрешеток, так что их компенсация, имевшая место при $T = 0^\circ \text{K}$, нарушается. Заметим, что появление M_s^{II} не связано с различием g -факторов и вообще обусловлено не магнитными, а обменными силами. Поэтому при достаточно высоких температурах эта часть намагниченности, вообще

говоря, может достигать порядка величины M_0 (если $I^* \sim I$). Мы назовем это явление возникновение спонтанной намагниченности при $T \neq 0^\circ \text{K}$ «температурным ферромагнетизмом»¹.

Величины M_s^I и M_s^{II} могут иметь как одинаковые (при $C_{11} > C_{22}$) так и различные знаки (при $C_{11} < C_{22}$). Во втором случае полная спонтанная намагниченность должна проходить через нуль при некоторой промежуточной температуре между абсолютным нулем и точкой Кюри. Другими словами, в этом случае должна существовать точка компенсации (здесь продольный слабый ферромагнетизм будет компенсироваться температурным ферромагнетизмом). Возможно, что именно это явление наблюдалось Алеонардом и Потене (личное сообщение) в соединении $\text{NbO}_5 \cdot 4\text{NiO}$ (ниобат никеля) [141].

¹ Заметим, что проведенный выше расчет, насколько нам известно, впервые дает закон температурной зависимости ($M_s \sim T^2$) для низкотемпературной части кривой $M_s(T)$ типа L по Неелю [140].

В настоящей книге излагается единая теория весьма обширного круга взаимосвязанных явлений, основанных на некоторых общих современных представлениях о природе магнитноупорядоченного состояния вещества и использующая в полной мере свойства симметрии кристаллов. В отличие от ранее существующих разрозненных теорий, удовлетворяющихся частным подбором параметров для описания того или иного отдельного явления, мы стремились установить такую связь между различными явлениями, которая бы описывалась качественными или количественными соотношениями, по-возможности не зависящими ни от каких параметров. Именно такие закономерности представляют наибольшую ценность с точки зрения экспериментальной проверки исходных положений теории. Поэтому в сформулированных ниже конкретных выводах из настоящего теоретического исследования указанным закономерностям будет уделено основное внимание. Порядок изложения этих выводов будет связан не с их важностью, а в основном с последовательностью изложения в самом тексте книги.

I

Ферромагнетизм представляет собой наиболее хорошо исследованное в теоретическом и экспериментальном отношениях магнитноупорядоченное состояние вещества. Поэтому здесь приходится обращаться к изучению более «тонких» и сложных явлений, которые ранее считались второстепенными. Одним из важных объектов дальнейших экспериментальных исследований ферромагнетиков должны явиться измерения намагниченности насыщения в зависимости от температуры и поля с целью исследования явлений, связанных с парапроцессом при низких температурах (§ 2 гл. 2). Измерение намагниченности, связанной с парапроцессом, представляемой, например, вторым членом в формуле (2.35)

$$M_p \simeq 0,08 \mu \frac{\kappa T}{T} \left(\frac{\mu H}{T} \right)^{1/2},$$

дает, во-первых, еще одну возможность для независимого определения параметра обменной связи I , наряду с методами, основанными на измерении спонтанной намагниченности, спиновой части теплоемкости или резонанса спиновых волн в пленках. Во-вторых, здесь мы можем косвенно проверить, насколько правильно в спин-волновой теории ферромагнетизма учитывается влияние внешнего магнитного поля на спин-систему.

Измерения должны проводиться на монокристаллических образцах, намагничиваемых вдоль оси легкого намагничивания.

II

Интересно было бы также детально исследовать температурную зависимость кривых намагничивания одноосного ферромагнетика вдоль «трудного» направления, причем здесь речь идет лишь о тех участках кривых, которые связаны только с процессами вращения (§ 3 гл. 2). Проверка соотношения для температурной зависимости магнитной восприимчивости для этих процессов

$$\chi_{\text{вр}} = \frac{M_H}{H} = \chi_{\text{вр}}(0) (1 + \text{const} \cdot T^{1/2}) = \chi_{\text{вр}}(0) \frac{M_s(0)}{M_s(T)} \quad (*)$$

желательна еще в связи с тем, что эта восприимчивость в некоторых отношениях является аналогом поперечной магнитной восприимчивости в антиферромагнетиках (тогда как восприимчивость парапроцесса в «легком» направлении является аналогом параллельной восприимчивости антиферромагнетика). Можно ожидать, что на примере ферромагнетика окажется возможным выяснить причины расхождения теории с экспериментом для поперечной восприимчивости и в антиферромагнетике (см. ниже раздел VI). Измерения целесообразнее всего делать на одноосном монокристаллическом ферромагнетике с «легкой» осью, лежащей в базисной плоскости (при намагничивании вдоль главной оси кристалла).

Заслуживает также внимание измерение температурной зависимости магнитной восприимчивости $\chi_{\text{вр}}$ в направлении гексагональной оси кристалла (являющейся «трудной» осью) для ферромагнитного диспрозия в области температур, где $\chi T \ll \mu H_a$ (§ 4 гл. 2). Согласно формуле (2.56), для этого случая в отличие от (*)

$$\chi_{\text{вр}} = \chi_{\text{вр}}(0) (1 + \text{const} \cdot T^4).$$

III

Необходимы систематические исследования температурной зависимости констант магнитной кристаллографической анизотропии и констант магнитострикции ферромагнетиков в области низких температур (гл. 3). Установление закономерностей отступления

от общей теоретической формулы для констант анизотропии

$$\frac{K_N(0) - K_N(T)}{K_N(0)} = N(2N + 1) \frac{M(0) - M(T)}{M(0)}$$

и проверка аналогичной формулы (3.36) для констант магнито-стрикции являются неперенным условием дальнейшего развития наших представлений о природе собственно магнитных явлений, ответственных за поведение ферромагнетика во внешних полях («техническая» кривая намагничивания, ферромагнитный резонанс и т. п.).

Подчеркнем еще раз необходимость правильного гармонического анализа (разложения по гармоническим полиномам) при расшифровке экспериментальных данных для энергии магнитокристаллической анизотропии и магнитоупругой энергии.

Изучению природы и характера сил, вызывающих само магнитное упорядочение, могут помочь измерения объемной магнито-стрикции (термострикции и магнито-стрикции парапроцесса) и, в частности, проверка цепочки соотношений (3.42).

IV

Для антиферромагнитных кристаллов прежде всего весьма важно выяснить, насколько хорошо согласуются между собой параметры, характеризующие антиферромагнетик (например, A , a и b — для одноосного кристалла), при определении их из статических измерений (по магнитной восприимчивости и ее анизотропии) и из данных по антиферромагнитному резонансу (§ 2 и 3 гл. 4). Приведем примеры возможных согласований.

а) Характерное поле $H_{\parallel} = \sqrt{(A + |b|)|b|} / M_0 = \sqrt{|b|/\chi_{\perp}^y}$, до которого с увеличением поля $H = H_z$ остается устойчивым состояние с параллельной этому полю ориентацией оси антиферромагнетизма ($\mathbf{l} \parallel \mathbf{H} \parallel \mathbf{Z}$), может быть определено как из кривой намагничивания (рис. 6, a или b), так и из резонансных частот (4.29) или (4.37) при экстраполяции их к $H = 0$.

б) Из формул (4.12), (4.19) и (4.20) вытекает следующее соотношение:

$$\frac{H_{\perp} - H_{\parallel}}{H_{\parallel}} = \frac{1}{\chi_{\perp}^y} \left(\frac{1}{\chi_{\perp}^z} - \frac{1}{\chi_{\perp}^y} \right),$$

определяющее относительную ширину переходной области между состояниями $\mathbf{l} \parallel \mathbf{H} \parallel \mathbf{Z}$ и $\mathbf{l} \perp \mathbf{H} \parallel \mathbf{Z}$ через две поперечные восприимчивости, характерные для одноосного антиферромагнетика с естественной осью антиферромагнетизма, параллельной главной оси кристалла. С другой стороны, H_{\parallel} и H_{\perp} могут быть по отдельности определены из резонансной частоты ω_1 (4.37) для состояния $\mathbf{l} \parallel \mathbf{Z}$, $\mathbf{H} \perp \mathbf{Z}$, так как

в этом случае

$$H_{\parallel}^2 + H^2 \frac{H_{\parallel}}{H} = \left(\frac{\omega_1}{\gamma} \right)^2$$

(гиромагнитное отношение γ может быть найдено из резонансных частот для другого состояния, например, $I \parallel H \parallel Z$).

в) Аналогичным образом подобное соотношение между поперечными восприимчивостями (4.23) (вдоль и перпендикулярно оси кристалла) и резонансной частотой ω_1 (4.40) можно составить и для антиферромагнетика с осью антиферромагнетизма, лежащей в базисной плоскости. А именно, согласно (4.40), получаем

$$\frac{\chi_{\perp}^x}{\chi_{\perp}^z} = \left(\frac{\omega_1}{\gamma H} \right)^2.$$

V

Самостоятельный интерес имеет предсказываемый теорией нелинейный эффект продольного намагничивания антиферромагнетика поперечным циркулярно-поляризованным полем в условиях антиферромагнитного резонанса (§ 3 гл. 4). Экспериментальные трудности здесь, по-видимому, сводятся к поискам антиферромагнетика с достаточно узкой резонансной линией.

VI]

Из термодинамических свойств антиферромагнетиков в настоящее время наиболее актуальным с точки зрения теории является экспериментальное исследование температурной зависимости поперечной магнитной восприимчивости (§ 4 гл. 4).

В первую очередь это касается тех антиферромагнетиков, для которых теория дает квадратичную зависимость от температуры

$$\Delta\chi_{\perp} = -\frac{1}{4}\alpha T^2 \quad (**)$$

в достаточно широкой области температур. Сюда относятся одноосные кристаллы с осью антиферромагнетизма, лежащей в базисной плоскости (состояние x/\perp , случаи «а» и «б» на стр. 80), а также и другие антиферромагнетики, если для них $\mu H_{EA} \ll k\theta_N$.

Если соотношение (**), не выполняется, то все же желательно, исследуя различные антиферромагнетики (с различными кристалломагнитными структурами и величиной атомного спина S), установить, существуют ли какие-либо определенные закономерности для зависимости $\chi_{\perp}(T)$.

Заслуживают также внимания и те случаи, когда теория предсказывает для температурной зависимости $\Delta\chi_{\perp}$ пропорциональность T^4 [например, случай формулы (4.76)].

О других соотношениях для температурной зависимости магнитной восприимчивости и спиновой теплоемкости, требующих экспериментальной проверки (например, соотношение (4.83) между χ_{\parallel} и C_s), более подробно говорится в выводах к § 4 гл. 4 (стр. 111), и мы здесь на них останавливаться не будем.

VII

Особый интерес для всей теории ферро- и антиферромагнетизма приобретает в настоящее время изучение слабого ферромагнетизма в антиферромагнетиках. Во-первых, это связано с тем, что слабоферромагнитный момент представляет собой непосредственно наблюдаемую величину, обусловленную магнитными (релятивистскими) силами и появляющуюся здесь в первом приближении на «нулевом» фоне, в то время как аналогичные эффекты в ферромагнетиках являются лишь поправочными. Поэтому различные модельные предположения в теории, слабо отражающиеся на свойствах ферромагнетиков и обычных антиферромагнетиков (такие, как постоянство и изотропность модулей локальных магнитных или механических моментов, предположение об изотропности или анизотропии гиромагнитных тензоров и др.), в случае слабого ферромагнетизма непосредственно сказываются на самих наблюдаемых эффектах, придавая им различный характер. Во-вторых, наличие в термодинамическом потенциале слабых ферромагнетиков смешанных членов вида $m_{\alpha}l_{\beta}$, связывающих между собой магнитный вектор m и антиферромагнитный вектор l , позволяет внешним магнитным полем фиксировать тот или иной знак вектора l и, следовательно, задавать по нашему выбору принадлежность магнитных моментов определенного направления к определенным узлам кристаллической решетки. Это, по нашему мнению, имеет большое значение для решения вопроса о пределах применимости и смысле понятия магнитных подрешеток, о «времени жизни» таковых и т. п.

VIII

Условие четности антиферромагнитной структуры относительно трансляций и центра симметрии (§ 1 гл. 5) позволяет сразу же отобрать все структуры со слабым ферромагнетизмом (напомним, что речь идет лишь о коллинеарных и слабо неколлинеарных магнитных структурах). Слабоферромагнитные явления должны существовать для всех антиферромагнитных структур, для которых все трансляции и центры симметрии кристаллохимической решетки одновременно являются также трансляциями и центрами симметрии кристалломагнитной решетки. Это означает, в частности, что для существования слабого ферромагнетизма необходимо, чтобы элементарная ячейка кристалла содержала не менее двух магнитных атомов, не связанных центром симметрии (а также, конечно, и транс-

ляциями, если за элементарную принята не простая ячейка). Слабый ферромагнетизм должен отсутствовать в кубических кристаллах с симметрией классов T и T_n .

Принятое нами существенное ограничение, заключающееся в том, что мы рассматриваем лишь коллинеарные и слабо неколлинеарные структуры (с неколлинеарностью, обусловленной магнитными силами), в значительной степени сужая общность выводов, в то же время имеет позитивную сторону. Последняя состоит в том, что появление слабого ферромагнетизма при нарушении «условий четности» — будет однозначным образом свидетельствовать о существенной неколлинеарности магнитных моментов в этих кристаллах, обусловленной уже силами обменной природы.

Заметим, что и в более общую теорию классификация слабоферромагнитных структур, даваемая табл. 3, войдет как составная часть применительно к коллинеарным и слабо неколлинеарным структурам.

IX

Из табл. 3 и приведенного на основе ее анализа следует, что все рассмотренные слабоферромагнитные структуры по особенностям их свойств можно подразделить на пять типов.

I. Структуры всех одноосных кристаллов, четные относительно главной оси симметрии (т. е. структуры, в которых связанные указанной осью атомы имеют одинаково направленные магнитные моменты).

II. Структуры в тетрагональных кристаллах, нечетные относительно оси симметрии четвертого порядка (в которых указанная ось переводит друг в друга узлы с антипараллельными — без учета неколлинеарности — магнитными моментами).

III. Структуры в кубических и гексагональных кристаллах, нечетные относительно оси симметрии соответственно четвертого и шестого порядка, допускающие только слабый ферромагнетизм высшего порядка.

IV. Слабоферромагнитные структуры в ромбических кристаллах.

V. Слабоферромагнитные структуры в моноклинных кристаллах.

X

Характерные особенности наиболее хорошо изученных в теоретическом и экспериментальном отношениях структур типа I состоят в следующем (гл. 6):

а) Изотропность слабоферромагнитного момента M_s (в первом приближении) относительно его вращения в базисной плоскости и поперечный характер слабого ферромагнетизма (в том смысле, что всегда $M_s \perp l$).

б) Монотонное убывание спонтанной намагниченности с повышением температуры по закону $M_s(T) = M_s(0)(1 - \eta T^2)$, где коэффициент η увеличивается в два раза при переходе от области температур $\varepsilon_{20} \gg \kappa T$ к температурам в интервале $\kappa T_N \gg \kappa T \gg \varepsilon_{20}$.

в) Обычно слабая анизотропия резонансной частоты в зависимости от направления внешнего поля в базисной плоскости.

г) Возможность описания слабоферромагнитных явлений с помощью одного параметра ($\bar{d} = d + \tau A$) и в связи с этим неразличимость двух механизмов происхождения слабоферромагнитного момента (за счет неколлинеарности механических моментов, вызванной силами магнитокристаллической анизотропии, или за счет несимметричных компонент гиромангнитного тензора).

Для дальнейшего желательно было бы провести следующие экспериментальные исследования слабых ферромагнетиков этого типа: 1) изучить начальный (нелинейный) участок кривой намагничивания (до выхода на прямую $M_H = M_s + \chi_{\perp} H$, рис. 14) и остаточную намагниченность в $MnCO_3$ и $\alpha-Fe_2O_3$ в зависимости от предыстории образца (его химической чистоты и совершенства кристаллической решетки, после термомагнитной обработки и т. д.) с целью выяснения природы такого большого интервала нелинейности ($\sim 10^3$ э) вместо теоретически ожидаемых значений $\leq 10^2$ э); 2) тщательно проверить, выполняется ли соотношение (6.17), связывающее температурные зависимости спонтанной намагниченности и спиновой теплоемкости.

XI

С теоретической точки зрения наиболее интересными для экспериментального исследования в настоящее время являются слабоферромагнитные структуры типа II (например, в NiF_2). Ожидаемые особенности слабых ферромагнетиков этого типа, требующие экспериментальной проверки, состоят в следующем (§ 1 и 2 гл. 7):

а) Необходимость введения двух параметров для описания слабоферромагнитных явлений (коэффициента d перед соответствующим инвариантом в гамильтониане и параметра $\tau = g_{xy}/g_{\perp}$ или $(g_{xx} - g_{yy})/g_{xx}$ соответственно для структур $4_2^- 2_d^+$ или $4_2^- 2_d^-$).

б) Возможность как поперечного, так и продольного слабого ферромагнетизма (состояния типа II_1 и II_2).

в) Резкая анизотропия величины «спонтанного» магнитного момента, получаемого путем экстраполяции кривой намагничивания к $H = 0$ из области достаточно больших полей (формулы (7.31) и (7.36), рис. 18), если принять модельное предположение (5.10) для механических моментов подрешеток. Заметим, что в термодинамической теории Дзялошинского [14], в которой используется вместо (5.10) другое условие $I^2 = \text{const}$ (вообще говоря, более естественное в рамках этой теории), анизотропии в указанном смысле не должно

быть. Таким образом, здесь эксперимент должен решить вопрос о применимости той или иной модели.

г) Специфический характер кривых намагничивания вдоль и против направления спонтанной намагниченности, а также перпендикулярно ей для различных частных случаев (рис. 15, 16 и 17).

д) Особенности в температурной зависимости спонтанной намагниченности [формулы (7.41) и (7.42)]: возможность как монотонно убывающей с повышением температуры кривой $M_s = M_s(T)$, так и кривой с максимумом. Вторая возможность должна иметь место при условии $1 < |A\tau/d| < 5$, если τ и d имеют противоположные знаки.

е) Существенная анизотропия резонансных частот в зависимости от направления магнитного поля в плоскости базиса.

ХII

Заслуживают внимания поиски слабого ферромагнетизма в гексагональных кристаллах с нечетной антиферромагнитной структурой относительно оси симметрии шестого порядка (структуры типа III, § 3 гл. 7). Антиферромагнетики с никель-арсенидной кристаллической решеткой представляют собой пример структур этого типа. Слабоферромагнитный момент в них $M_s \sim l_{\perp}^2 \sin 3\varphi$ (где l_{\perp} — составляющая вектора l на плоскость базиса) должен быть направлен вдоль гексагональной оси, периодически изменяя свою величину и знак при изменении угла φ , определяющего направление вектора l_{\perp} в указанной плоскости. Заметим, что для обнаружения слабоферромагнитного момента можно попытаться использовать не только антиферромагнетики с естественной осью антиферромагнетизма l_s , перпендикулярной гексагональной оси Z , но также и кристаллы с $l_s \parallel Z$, если имеется возможность снимать кривые намагничивания в полях выше пороговых ($H > H_n \sim H_{EA}$). Спонтанная намагниченность, как и для структур типа I, должна монотонно убывать с температурой с той лишь разницей, что отношение коэффициентов при T^2 для интервалов температур $\kappa T \ll \varepsilon_{20}$ и $\kappa T \gg \varepsilon_{20}$ должно составлять здесь не $1/2$, а $9/14$.

Возможно, что слабый ферромагнетизм в данном случае проще обнаружить не из измерений статической намагниченности, а с помощью антиферромагнитного резонанса, возбуждая колебания частоты ω_1 [формула (9.7)] ВЧ-полем $h_{\omega} \parallel H \parallel Z$.

ХIII

Наиболее характерные особенности слабого ферромагнетизма в ромбических кристаллах таковы (гл. 8):

а) Число специфических «слабоферромагнитных» параметров в общем случае равно четырем (d_1, d_2 и τ_1, τ_2).

б) В слабых полях ($H \ll H_{EA}$) спонтанный магнитный момент фактически проявляется лишь вдоль своего «естественного» направления, а в плоскости, перпендикулярной ему, магнитные свойства мало отличаются от соответствующих свойств обычного ромбического антиферромагнетика. Чтобы повернуть слабоферромагнитный момент в другое допускаемое симметрией направление, необходимо приложить в этом направлении поле по меньшей мере порядка H_{EA} (т. е. $10^4 - 10^5$ э) (см. рис. 20).

в) Благодаря большому числу параметров в ромбических кристаллах может осуществляться и большее число разновидностей кривых для температурной зависимости спонтанной намагниченности: кроме монотонно убывающей кривой и кривой с максимумом, уже встречавшихся для тетрагонально-нечетных структур, здесь может также иметь место сложная немонотонная зависимость $M_s(T)$ — с минимумом и максимумом (рис. 21).

г) Обе резонансные частоты должны, как правило, находиться в миллиметровой или далекой инфракрасной области длин волн, так как соответствующие им энергетические щели для спиновых волн определяются средними геометрическими значениями из обменной энергии и энергии магнитной анизотропии, квадратичной по намагниченностям подрешеток.

В экспериментальном отношении для ромбических слабых ферромагнетиков (например, для различных ортоферритов) в первую очередь желательно было бы исследовать кривые намагничивания и перемагничивания на монокристаллических образцах в достаточно сильных магнитных полях, выше пороговых (т. е. для $H > H_{EA}$, H'_{EA} , см. рис. 20), а также детальную температурную зависимость спонтанной намагниченности.

Представляет также интерес проверить гипотезу о неколлинеарном происхождении спонтанной намагниченности в МпР (подробнее см. стр. 160).

XIV

Свойства слабых ферромагнетиков последнего типа (V) для моноклинных кристаллов — в работе не рассматривались. Однако нетрудно понять, что перечисленные выше основные особенности свойств, характерные для ромбических кристаллов, в общих чертах сохраняются и здесь (причем «слабоферромагнитных параметров» будет еще больше).

XV

Обращаясь теперь к неколлинеарным антиферромагнитным структурам (гл. 10), нам хочется лишь высказать пожелание о нейтронографическом подтверждении структуры типа «крест» (см.

рис. 24), полученной из сравнения экспериментальных данных с теорией¹, и о переходе в слабоферромагнитное состояние в магнитном поле.

XVI

Принципиально важно было найти магнетик, обладающий «температурным ферромагнетизмом», появляющимся за счет различной температурной зависимости магнитных моментов неэквивалентных подрешеток, взаимно скомпенсированных при абсолютном нуле температуры (гл. 11). Это единственный случай ферромагнетизма (не релятивистского, а обменного происхождения), поддающийся спинволновому рассмотрению, для которого в определении температурной зависимости его спонтанной намагниченности принимают участие обе ветви спиновых волн, причем $M_s \sim T^4$.

В заключение отметим, что из одной и той же весьма простой полуфеноменологической модели вытекает очень большое многообразие свойств магнитоупорядоченных (коллинеарных и слабо неколлинеарных) систем. Систематическая целенаправленная проверка выводов теории для различных типов кристалломагнетиков, исследование различных свойств (магнитных, статических, резонансных, термодинамических и др.) на одних и тех же образцах, сопоставление этих свойств с помощью ряда общих соотношений, предсказываемых теорией,— все это позволит найти и систематизировать основные пункты расхождения теории с экспериментом. А последнее выявляет направления для дальнейшего развития теории.

¹ Недавно появилось сообщение о том, что нейтронная дифракция подтвердила указанный вывод [143].

1. Диагонализация квадратичной формы

Общий метод диагонализации квадратичной формы из бозевских операторов был дан Боголюбовым и Тябликовым [20]. Для того чтобы привести выражение (1.21) к виду, принятому ими за исходный, введем следующие обозначения:

$$b_j^+ = b_{2j-1}, \quad b_{-k}^+ = b_{2j} \quad (j = 1, 2, \dots, n).$$

Тогда (1.21) можно записать в виде

$$\mathcal{H}_2(\mathbf{k}) = A_{tt'} b_t^+ b_{t'} + \frac{1}{2} B_{tt'} b_t^+ b_{t'}^+ + \frac{1}{2} B_{tt'}^* b_t b_{t'}, \quad (\text{A.1})$$

где теперь индексы суммирования t, t' пробегает значения от 1 до $2n$, а коэффициенты $A_{tt'}$ и $B_{tt'}$ удовлетворяют условиям

$$\begin{aligned} A_{2j-1, 2j'} = A_{2j, 2j'-1} = 0, \quad A_{2j-1, 2j'-1} = A_{2j, 2j'} = \alpha_{jj'}, \\ B_{2j-1, 2j'-1} = B_{2j, 2j'} = 0, \quad B_{2j, 2j'-1} = B_{2j-1, 2j'} = \beta_{jj'}. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Согласно [20], форма (A.1) приводится к диагональному виду с помощью линейного преобразования к новым бозевским операторам ξ_t и ξ_t^+ :

$$b_t = \sum_s (\xi_s u_{ts} + \xi_s^+ v_{ts}^+), \quad b_t^+ = \sum_s (\xi_s^+ u_{ts}^* + \xi_s v_{ts}). \quad (\text{A.3})$$

При этом $\mathcal{H}_2(\mathbf{k})$ принимает вид

$$\mathcal{H}_2(\mathbf{k}) = - \sum_{t,s} E_s |v_{ts}|^2 + \sum_s E_s \xi_s^+ \xi_s, \quad (\text{A.4})$$

если коэффициенты преобразования u_{ts} и v_{ts} являются решениями системы уравнений

$$\begin{aligned} \sum_{t'} (A_{tt'} - E \delta_{tt'}) u_{t'} + \sum_{t'} B_{tt'} v_{t'} = 0, \\ \sum_{t'} B_{tt'}^* u_{t'} + \sum_{t'} (A_{tt'}^* + E \delta_{tt'}) v_{t'} = 0. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Из условия равенства нулю детерминанта этой системы Δ определяется $2n$ корней для величины E (E_1, E_2, \dots, E_{2n}). Затем для каждого корня E_s находятся соответствующие значения u_t и v_t , т. е. u_{ts} и v_{ts} . При этом учитываются условия ортогональности и нормировки:

$$\begin{aligned} \sum_t (u_{ts} u_{ts}^* - v_{ts} v_{ts}^*) &= \delta_{ss'}, \quad \sum_t (u_{ts} v_{ts'} - u_{ts'} v_{ts}) = 0, \\ \sum_s (u_{ts} u_{t's}^* - v_{t's} v_{ts}^*) &= \delta_{tt'}, \quad \sum_s (u_{ts} v_{t's}^* - v_{t's}^* u_{ts}) = 0. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Легко показать, что в нашем конкретном случае, когда тензоры $A_{tt'}$ и $B_{tt'}$ удовлетворяют соотношениям (A.2) и (1.22), условие разрешимости системы (A.5) $\Delta = 0$ приводится к виду

$$\Delta = \Delta_1^2(E) = \left\| \begin{array}{c|c} \alpha_{jj'} - E\delta_{jj'} & \beta_{jj'} \\ \hline \beta_{jj'}^* & \alpha_{jj'} + E\delta_{jj'} \end{array} \right\|^2 = 0. \quad (\text{A.7})$$

Поскольку определитель $\Delta_1(E)$ инвариантен относительно замены $E \rightarrow -E$, то уравнение (A.7) в общем случае определяет n двукратно вырожденных неотрицательных корней E_j ($j = 1, 2, \dots, n$). В результате мы получаем n ветвей спиновых волн с энергиями

$$\varepsilon_j(\mathbf{k}) = 2E_j,$$

что и позволяет записать \mathcal{H}_2 в виде (1.23), причем, согласно (A.4),

$$\Delta \mathcal{H}_0 = - \sum_{t, s, k} E_s |v_{ts}|^2. \quad (\text{A.8})$$

Удобство метода вторичного квантования как раз и заключается в том, что он позволяет, зная коэффициенты квадратичной $\alpha_{jj'}$ и $\beta_{jj'}$, сразу записать уравнение

$$\Delta_1(E) = 0, \quad (\text{A.9})$$

определяющее спектр спиновых волн.

II. Акустические и оптические ветви

Рассмотрение вопроса о количестве «акустических» и «оптических» ветвей спектра проще провести, используя классические уравнения движения для магнитных моментов подрешеток. Поскольку речь идет лишь об отсутствии или наличии энергетических щелей, определяемых обменными силами, то в гамильтониане необходимо оставить лишь обменные члены и, кроме того, рассмотреть лишь однородные колебания векторов M_j (соответствующие волновому

вектору $k = 0$). При этих условиях

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} A_{jj'} \mathbf{M}_j \mathbf{M}_{j'} \quad (\text{A.10})$$

и уравнения движения (1.18) примут вид

$$\left(\frac{1}{\gamma_j}\right) \dot{\mathbf{M}}_j = [\mathbf{M}_j \cdot A_{jj'} \mathbf{M}_{j'}]. \quad (\text{A.11})$$

(Напоминаем, что по дважды встречающимся «немым» индексам производится суммирование.)

Пусть в состоянии равновесия магнитные моменты направлены вдоль одной общей оси Z (коллинеарные магнитные структуры). Рассмотрим малые колебания \mathbf{M}_j около этой оси. Вводя новые переменные

$$M_j^\pm = M_{jx} \pm iM_{jy},$$

из (A.11) получаем

$$\left(\frac{\omega}{\gamma_j}\right) M_j^\pm = \mp (A_{jj'} M_{j'}) M_j^\pm \pm (A_{jj'} M_j) M_{j'}^\pm,$$

где $M_j = M_{jz}$. Эти две системы уравнений можно переписать в более простом виде:

$$(\alpha_{jj'} \pm \omega \delta_{jj'}) \sigma_j^\pm = 0, \quad (\text{A.12})$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_j^\pm &= \frac{M_j^\pm}{M_j}, & \alpha_{jj'} &= - \sum_{i' \neq i} B_{jj'} S_{j'}, \\ S_j &= \frac{M_j}{\gamma_j}, & \alpha_{jj'} &= B_{jj'} S_{j'} \quad (j' \neq j), \end{aligned} \quad B_{jj'} = \gamma_j A_{jj} \gamma_{j'}.$$

Легко видеть, что

$$\sum_{j'} \alpha_{jj'} = 0. \quad (\text{A.13})$$

Для того чтобы системы уравнений (A.12) имели ненулевые решения для σ_j^\pm , их определители должны равняться нулю:

$$\|\alpha_{jj'} \pm \omega \delta_{jj'}\| = 0 \quad (\text{A.14})$$

Таким образом, мы получили два уравнения, каждое порядка n , для определения собственных частот колебаний в системе n магнитных моментов. Решения этих уравнений отличаются только знаком, поэтому, как и следовало ожидать, мы имеем в общем случае n неотрицательных корней, определяющих n ветвей спектра. Число «акустических» ветвей, очевидно, равно кратности корня $\omega = 0$ для одного из уравнений.

Раскрывая определитель (A.14), уравнение (например, для знака «плюс» перед ω) можно представить в виде

$$\omega^n + D_1\omega^{n-1} + \dots + D_{n-1}\omega + D_n = 0, \quad (\text{A.15})$$

где

$$D_n = \|\alpha_{jj}\|, \quad (\text{A.16})$$

а D_{n-p} — сумма всех определителей порядка $n-p$, получающихся из определителя D_n вычеркиванием p колонок и p столбцов с одним и тем же номером (т. е. пересекающихся на элементах α_{jj}).

Если прибавить к одной из колонок определителя (A.16) все остальные, то, согласно условию (A.13), мы получим колонку нулей; следовательно, всегда

$$D_n \equiv 0. \quad (\text{A.17})$$

Это дает, по-существу, тривиальный результат, что во всяком магнетике имеется по крайней мере одна ветвь колебаний без энергетической щели (в отсутствие внешнего поля и сил магнитной анизотропии) — «акустическая» ветвь.

После сокращения на ω , с учетом (A.17), свободным членом в уравнении (A.15) становится D_{n-1} . Можно показать, что величина D_{n-1} пропорциональна выражению

$$\sum_{j=1}^n S_j = S_0,$$

которое представляет собой суммарный механический момент магнетика, связанный с магнитными моментами подрешеток¹. Следующий коэффициент D_{n-2} , вообще говоря, всегда отличен от нуля и в нем нельзя выделить множитель S_0 .

Таким образом, если $S_0 \neq 0$ (ферромагнетизм), то существует единственный корень $\omega = 0$, тогда как при $S_0 = 0$ (антиферромагнетизм) имеется два таких корня. Величина всех остальных корней $\omega \neq 0$, соответствующих «оптическим» ветвям спектра колебаний, определяется энергией обменного взаимодействия между магнитными подрешетками.

Проиллюстрируем сказанное выше на примере трех магнитных подрешеток ($n = 3$).

В этом случае

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= -B_{12}S_2 - B_{13}S_3, & \alpha_{12} &= B_{12}S_2, & \alpha_{21} &= B_{21}S_1, \\ \alpha_{22} &= -B_{21}S_1 - B_{23}S_3, & \alpha_{13} &= B_{13}S_3, & \alpha_{31} &= B_{31}S_1, \\ \alpha_{33} &= -B_{31}S_1 - B_{32}S_2, & \alpha_{23} &= B_{23}S_3, & \alpha_{32} &= B_{32}S_2. \end{aligned}$$

¹ Соотношение $D_{n-1} \sim \sum S_j$ было нами проверено на частных случаях, когда $n = 2, 3$ и 4 . Однако возможность его обобщения на любые числа n , по-видимому, не может вызывать сомнений.

Заметим, что $B_{jj'} = B_{j'j}$. Уравнение (A.15) с учетом, что $D_3 \equiv 0$, и после выделения одного корня $\omega = \omega_1 = 0$ принимает вид

$$\omega^2 = D_1\omega + D_2 = 0,$$

где

$$D_2 = \left\| \begin{array}{cc} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{array} \right\| + \left\| \begin{array}{cc} \alpha_{11} & \alpha_{13} \\ \alpha_{31} & \alpha_{33} \end{array} \right\| + \left\| \begin{array}{cc} \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{array} \right\|$$

и

$$D_1 = \alpha_{11} + \alpha_{22} + \alpha_{33}.$$

Непосредственный расчет D_2 и D_1 дает:

$$D_2 = (S_1 + S_2 + S_3) (B_{12}B_{13}S_1 + B_{12}B_{23}S_2 + B_{13}B_{23}S_3),$$

$$D_1 = -B_{12}(S_1 + S_2) - B_{13}(S_1 + S_3) - B_{23}(S_2 + S_3).$$

Таким образом, действительно, если $S_1 + S_2 + S_3 \neq 0$, то имеется только один «акустический» корень $\omega_1 = 0$ и два «оптических»: $\omega_2 \neq 0$ и $\omega_3 \neq 0$. При $S_1 + S_2 + S_3 = 0$, наоборот, две ветви спектра являются «акустическими», а третья — «оптическая»:

$$\omega_3 = -D_1 = -B_{12}S_3 - B_{13}S_2 - B_{23}S_1 \neq 0.$$

Заметим в заключение, что антиферромагнитное состояние с $\Sigma S_j = 0$ допускает существование отличного от нуля магнитного момента за счет различия магнитомеханических отношений γ_j для различных подрешеток.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Об энергии нулевых колебаний ферромагнетика

Рассмотрим более подробно вопрос о роли энергии нулевых колебаний $\Delta \mathcal{H}_0$, связанной с магнитной кристаллографической анизотропией ферромагнетика. Попутно мы дадим несколько видоизмененный способ расчета энергии спиновых волн, который не требует малости градиентов намагниченности и, следовательно, малости волнового вектора \mathbf{k} , что может быть, вообще говоря, существенным при расчете $\Delta \mathcal{H}_0$.

В самом деле суммирование в (2.6) проводится по всем значениям \mathbf{k} , причем здесь, в отличие, например, от суммы в (2.27), нельзя в явном виде выделить множитель, который бы обрезал вклад, даваемый членами с большим \mathbf{k} . В упомянутой сумме (2.27) роль такого обрезающего множителя выполняет функция распределения $n_{\mathbf{k}}$.

Гамильтониан одноосного ферромагнетика (опуская магнитостатическую энергию) можно записать в более общем, чем (2.1), виде:

$$\mathcal{H} = - \int A(\mathbf{r} - \mathbf{r}') m(\mathbf{r}) m(\mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}' - \\ - \int K(\mathbf{r} - \mathbf{r}') m_z(\mathbf{r}) m_z(\mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}' - H \int \mathbf{M}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (\text{Б.1})$$

Будем считать, что легкая ось совпадает с осью кристалла и магнитное поле направлено перпендикулярно этой оси, т. е. $H = H_x$. Как видно уже из выражения (2.6), при $K > 0$ именно для $H \perp Z$ следует ожидать наибольшего значения $\Delta \mathcal{H}_0$.

После введения операторов вторичного квантования b_r и b_r^\dagger гамильтониан (Б.1) снова можно привести к виду (1.20), причем

$$\frac{\mathcal{H}_0}{V} = -A - \left(\frac{\mu}{M_0}\right) A(0) - \\ - K \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{M_0}\right) K(0) \sin^2 \theta - H M_0 \sin \theta, \quad (\text{Б.2})$$

$$\mathcal{H}_2 = \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \left[\alpha(\mathbf{r} - \mathbf{r}') b_r^\dagger b_{r'} + \frac{1}{2} \beta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') (b_r b_{r'} + b_r^\dagger b_{r'}^\dagger) \right], \quad (\text{Б.3})$$

$$\alpha(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \left(\frac{2\mu}{M_0}\right) \left[A \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - A(\mathbf{r} - \mathbf{r}') + \right. \\ \left. + K \cos^2 \theta \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - \frac{1}{2} K(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \sin^2 \theta \right] + \mu H \sin \theta \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (\text{Б.4})$$

$$\beta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \left(\frac{\mu}{M_0}\right) K(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \sin^2 \theta, \quad (\text{Б.5})$$

$$A = \int A(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad K = \int K(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (\text{Б.6})$$

Две возможности, о которых говорилось в § 1, состоят в следующем:

- 1) $K(\mathbf{r}) = K \delta(\mathbf{r})$ («локальная анизотропия», обусловленная, например, спин-орбитальным взаимодействием в атоме);
- 2) $K(0) = 0$ («корреляционная анизотропия» — анизотропия, обусловленная магнитным взаимодействием различных атомов решетки).

Мы здесь ограничимся рассмотрением лишь анизотропии второго типа, полагая тем самым $K(0) = 0$ (при этом $A(0) = 0$ по самому смыслу обменного взаимодействия).

Диагонализация квадратичной формы (Б.3) производится с помощью следующего преобразования:

$$b_r = \sum_k (\xi_k u_{rk} + \bar{\xi}_k v_{rk}^\dagger), \quad b_r^\dagger = \sum_k (\bar{\xi}_k u_{rk}^\dagger + \xi_k v_{rk}). \quad (\text{Б.7})$$

Коэффициенты преобразования u_{rk} и v_{rk} удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{aligned} Eu_{rk} &= \int \alpha(\mathbf{r} - \mathbf{r}') u_{r'k} d\mathbf{r}' + \int \beta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') v_{r'k} d\mathbf{r}', \\ -Ev_{rk} &= \int \alpha(\mathbf{r} - \mathbf{r}') v_{r'k} d\mathbf{r}' + \int \beta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') u_{r'k} d\mathbf{r}' \end{aligned} \quad (\text{Б.8})$$

при условии нормировки

$$\int (|u_{rk}|^2 - |v_{rk}|^2) d\mathbf{r} = 1 \quad (\text{Б.9})$$

и др. (см. приложение А, I).

Система уравнений (Б.8) решается с помощью подстановки:

$$u_{rk} = \frac{1}{\sqrt{V}} U_k e^{ikr}, \quad v_{rk} = \frac{1}{\sqrt{V}} V_k e^{ikr}, \quad (\text{Б.10})$$

приводящей ее к виду

$$\begin{aligned} (\alpha_k - E) U_k + \beta_k V_k &= 0, \\ \beta_k U_k + (\alpha_k + E) V_k &= 0, \end{aligned} \quad (\text{Б.11})$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_k &= \left(\frac{2\mu}{M_0} \right) \int d\mathbf{r} \left\{ A(\mathbf{r}) (1 - e^{ikr}) + \right. \\ &+ K(\mathbf{r}) (\cos^2 \theta - \frac{1}{2} \sin^2 \theta e^{ikr}) \left. \right\} + \mu H \sin \theta, \\ \beta_k &= \left(\frac{\mu}{M_0} \right) \sin^2 \theta \int K(\mathbf{r}) e^{ikr} d\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (\text{Б.12})$$

Из условия разрешимости системы (Б.11) находим энергию спиновой волны

$$\varepsilon_k \equiv E = \sqrt{\alpha_k - |\beta_k|^2}.$$

Учитывая также условие нормировки

$$U_k^2 - V_k^2 = 1,$$

получаем

$$V_k^2 = \frac{1}{2} \frac{\alpha_k^2 - \sqrt{\alpha_k^2 - \beta_k^2}}{\varepsilon_k}.$$

Полная энергия системы равна

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \Delta \mathcal{H}_0 + \sum_k \varepsilon_k n_k,$$

причем

$$\Delta \mathcal{H}_0 = -\frac{1}{2} \sum_k (\alpha_k^2 - \sqrt{\alpha_k^2 - \beta_k^2}). \quad (\text{Б.13})$$

Для расчета $\Delta \mathcal{H}_0$ удобнее использовать модель дискретной спиновой решетки, переход к которой осуществляется путем замены

$$A(\mathbf{r}) = \sum_k A(\mathbf{R}_k) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_k), \quad K(\mathbf{r}) = \sum_n K(\mathbf{R}_n) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n)$$

(\mathbf{R}_n — радиус-векторы узлов решетки).

Желая оценить лишь верхний предел величины $\Delta \mathcal{H}_0$, мы рассмотрим для примера простую тетрагональную решетку и ограничимся приближением ближайших соседей для $A(\mathbf{r})$ и $K(\mathbf{r})$.

Пусть для ближайших соседей в плоскости базиса (параметр a_\perp) $A(\mathbf{R}_n) = A_\perp$, $K(\mathbf{R}_n) = K_\perp$, а в направлении оси кристалла (параметр a_z) $A(\mathbf{R}_n) = A_z$ и $K(\mathbf{R}_n) = K_z$.

Тогда с учетом условия равновесия для вектора намагниченности ($H = H_A \sin \theta$) вместо (Б.12) имеем

$$\alpha_k = \left(\frac{2\mu}{M_0}\right) [A'_\perp (1 - \cos a_\perp k_x) + A'_\perp (1 - \cos a_\perp k_y) + A'_z (1 - \cos a_z k_z)] + \mu H_A \left(\cos^2 \theta + \frac{1}{2} \sin^2 \theta\right), \quad (\text{Б.14})$$

$$\beta_k = \frac{1}{2} \mu H_A \sin^2 \theta - \left(\frac{2\mu}{M_0}\right) [K_\perp (1 - \cos a_\perp k_\perp) + K_z (1 - \cos a_z k_z)] \sin^2 \theta, \quad (\text{Б.15})$$

где

$$A'_\perp = A_\perp + K_\perp \sin^2 \theta, \quad A'_z = A_z + K_z \sin^2 \theta, \quad H_A = \frac{2K}{M_0}.$$

Суммирование в (Б.13) в пределах первой зоны Бриллюэна

$$-\pi \leq a_\alpha k_\alpha \leq \pi. \quad (\text{Б.16})$$

Введем в рассмотрение следующие выражения:

$$f_k = \left(\frac{2\mu}{M_0}\right) \left(\frac{A}{\pi^2}\right) (a_\perp^2 k_\perp^2 + a_z^2 k_z^2) + \rho, \quad \rho = \frac{1}{2} \mu H_A \sin^2 \theta,$$

где $A = \min(A_\perp, A_z)$. Легко видеть, что во всей области (Б.16) $f_k < \alpha_k$, $\rho > \beta_k$. Поэтому, если мы в формуле (Б.13) заменим α_k на f_k и β_k на ρ , то это может только увеличить абсолютную величину $\Delta \mathcal{H}_0$, т. е.

$$|\Delta \mathcal{H}_0| < \frac{1}{2} \sum_k (f_k - \sqrt{f_k^2 - \rho^2}). \quad (\text{Б.17})$$

Перейдем от суммирования по k к интегрированию по $g_x = a_{\perp} k_x$, $g_y = a_{\perp} k_y$, $g_z = a_z k_z$. В качестве области интегрирования возьмем область g -пространства, ограниченную сферой с радиусом $\sqrt{3}\pi$, которая включает в себя область (Б.16). Ввиду положительности подынтегрального выражения расширение области интегрирования может только усилить неравенство (Б.17), так что мы имеем

$$|\Delta \mathcal{H}_0| < \frac{N}{4\pi^2} \int_0^{3\pi^2} (f_g - \sqrt{f_g^2 - p^2}) g^2 dg.$$

Вычисляя в явном виде последний интеграл, окончательно получаем

$$|\Delta \mathcal{H}_0| < \frac{\sqrt{3}\pi}{40} H_A(N\mu) \frac{H_A}{H_E} \sin^4 \theta,$$

где $H_E = 2A/M_0$. Сравнивая это неравенство с зависящей от угла θ частью \mathcal{H}_0 ,

$$\mathcal{H}_0(\theta) = H_A M_0 V \sin^2 \theta / 2.$$

Мы видим, что действительно всегда

$$\left| \frac{\Delta \mathcal{H}_0}{\mathcal{H}_0(\theta)} \right| < \frac{H_A}{H_E} \ll 1.$$

Поэтому и относительный вклад в намагниченность, даваемый $\Delta \mathcal{H}_0$, будет также мал.

ПРИЛОЖЕНИЕ В

1. Константы анизотропии и модуль вектора намагниченности

Не делая предположения о магнитном насыщении, константы анизотропии при температуре T проще всего получить из термодинамического потенциала системы следующим образом. Определим эффективное магнитное поле, действующее на намагниченность ферромагнетика, как величину

$$H_{\text{эф}} = - \frac{1}{M} \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha}. \quad (\text{В.1})$$

Это поле имеет вполне определенный физический смысл: оно пропорционально определяемому из опыта при измерении констант анизотропии моменту сил, действующих на систему.

Согласно (2.24) и (3.6), при условии (3.24) имеем

$$H_{\text{эф}} = H - \frac{1}{M} \sum_N \frac{\partial f_N}{\partial \alpha} \left[1 - \frac{\mu}{M_0 V} N (2N + 1) \sum_k \bar{n}_k \right]. \quad (\text{B.2})$$

С другой стороны, намагниченность системы при температуре T равна

$$M(T) = -\frac{\partial \Omega}{\partial H} = M_0 \alpha \left(1 - \frac{\mu}{M_0 V} \sum_k \bar{n}_k \right). \quad (\text{B.3})$$

Из сравнения (B.2) и (B.3) с учетом (3.26) получаем снова формулу вида (3.27), в которой, однако, теперь $M(T)$ не намагниченность насыщения, а модуль вектора намагниченности при температуре T . Заметим, что экспериментально при отсутствии насыщения (когда угол между M и H не равен нулю) обычно определяется проекция вектора M на направление H , а не сам модуль M . Поэтому указанную более общую формулу проверить на опыте значительно труднее.

II. Гармоническая форма записи магнитокристаллической энергии

Ниже выписано гармоническое разложение свободной энергии анизотропии для кристаллов различной симметрии с точностью до членов, используемых на практике.

Кубические кристаллы:

$$\begin{aligned} F_A = & \bar{K}_2 [\alpha_x^4 + \alpha_y^4 + \alpha_z^4 - 3(\alpha_x^2 \alpha_y^2 + \alpha_x^2 \alpha_z^2 + \alpha_y^2 \alpha_z^2)] + \\ & + \bar{K}_3 \left[\alpha_x^6 + \alpha_y^6 + \alpha_z^6 - \frac{15}{2} (\alpha_x^4 \alpha_y^2 + \alpha_x^2 \alpha_y^4 + \alpha_x^4 \alpha_z^2 + \right. \\ & \left. + \alpha_x^2 \alpha_z^4 + \alpha_y^2 \alpha_z^4 + \alpha_y^4 \alpha_z^2) + 90 \alpha_x^2 \alpha_y^2 \alpha_z^2 \right] + \\ & + \bar{K}_4 [\alpha_x^8 + \alpha_y^8 + \alpha_z^8 - 14 (\alpha_x^6 \alpha_y^2 + \alpha_y^6 \alpha_x^2 + \\ & + \alpha_x^6 \alpha_z^2 + \alpha_z^6 \alpha_x^2 + \alpha_y^6 \alpha_z^2 + \alpha_z^6 \alpha_y^2) + \\ & + 35 (\alpha_x^4 \alpha_y^4 + \alpha_x^4 \alpha_z^4 + \alpha_y^4 \alpha_z^4)]. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Одноосные кристаллы — общие члены:

$$\begin{aligned} F_A = & \bar{K}_1 (\alpha_x^2 + \alpha_y^2 - 2\alpha_z^2) + \\ & + \bar{K}_2 \left[(\alpha_x^2 + \alpha_y^2)^2 - 8(\alpha_x^2 + \alpha_y^2) \alpha_z^2 + \frac{8}{3} \alpha_z^4 \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Дополнительно к этим членам для различных случаев одноосных кристаллов необходимо добавить следующие члены, учитывающие анизотропию в базисной плоскости.

Тетрагональные кристаллы:

$$\bar{K}_2' \left[\alpha_x^2 \alpha_y^2 - \frac{1}{6} (\alpha_x^4 + \alpha_y^4) \right]. \quad (\text{B.7})$$

Гексагональные кристаллы [64]:

$$\bar{K}_3 \alpha_x \alpha_y \left(\alpha_x^4 - \frac{10}{3} \alpha_x^2 \alpha_y^2 + \alpha_y^4 \right) \equiv f_3. \quad (\text{B.8})$$

Ромбоздрические кристаллы:

$$\bar{K}_2 \alpha_x \alpha_z (\alpha_x^2 - 3\alpha_y^2) + f_3. \quad (\text{B.9})$$

III. Магнитоупругая энергия (кубические кристаллы)

Стандартная форма записи магнитоупругой энергии:

$$\begin{aligned} F_{\text{мy}} = & \lambda_1^{(1)} (\sigma_{xx} \alpha_x^2 + \sigma_{yy} \alpha_y^2 + \sigma_{zz} \alpha_z^2) + \\ & + 2\lambda_1^{(2)} (\sigma_{xy} \alpha_x \alpha_y + \sigma_{xz} \alpha_x \alpha_z + \sigma_{yz} \alpha_y \alpha_z) + \\ & + \lambda_2^{(1)} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) (\alpha_x^2 \alpha_y^2 + \alpha_x^2 \alpha_z^2 + \alpha_y^2 \alpha_z^2) + \\ & + \lambda_2^{(2)} (\sigma_{xx} \alpha_x^4 + \sigma_{yy} \alpha_y^4 + \sigma_{zz} \alpha_z^4) + \\ & + 2\lambda_2^{(3)} (\sigma_{xy} \alpha_x \alpha_y \alpha_z^2 + \sigma_{yz} \alpha_x^2 \alpha_y \alpha_z + \sigma_{xz} \alpha_x \alpha_y \alpha_z^2). \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Возможная гармоническая форма записи $F_{\text{мy}}$ с точностью до членов четвертой степени по α (т. е. до $N = 2$):

$$\begin{aligned} F_{\text{мy}} = & \frac{1}{2} \lambda_1^{(1)} [\sigma_{xx} [2\alpha_x^2 - \alpha_y^2 - \alpha_z^2] + \\ & + \sigma_{yy} [2\alpha_y^2 - \alpha_x^2 - \alpha_z^2] + \sigma_{zz} [2\alpha_z^2 - \alpha_x^2 - \alpha_y^2]] + \\ & + 2\lambda_2^{(1)} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) [\alpha_x^4 + \alpha_y^4 + \alpha_z^4 - 3(\alpha_x^2 \alpha_y^2 + \alpha_x^2 \alpha_z^2 + \\ & + \alpha_y^2 \alpha_z^2)] + \lambda_2^{(2)} \{ \sigma_{xx} [\alpha_x^4 - 3(\alpha_x^2 \alpha_y^2 + \alpha_x^2 \alpha_z^2 - \alpha_y^2 \alpha_z^2)] + \\ & + \sigma_{yy} [\alpha_y^4 - 3(\alpha_x^2 \alpha_y^2 + \alpha_y^2 \alpha_z^2 - \alpha_x^2 \alpha_z^2)] + \sigma_{zz} [\alpha_z^4 - \\ & - 3(\alpha_x^2 \alpha_z^2 + \alpha_y^2 \alpha_z^2 - \alpha_x^2 \alpha_y^2)] \} + 2\lambda_2^{(3)} \{ \sigma_{xy} \alpha_x \alpha_y [\alpha_z^2 - \\ & - \frac{1}{6} (\alpha_x^2 + \alpha_y^2)] + \sigma_{xz} \alpha_x \alpha_z [\alpha_y^2 - \frac{1}{6} (\alpha_x^2 + \alpha_z^2)] + \\ & + \sigma_{yz} \alpha_y \alpha_z [\alpha_x^2 - \frac{1}{6} (\alpha_y^2 + \alpha_z^2)] \}. \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Нижний индекс у λ соответствует порядку константы N , а верхний индекс нумерует различные константы одного и того же порядка.

1. Энергия спиновых волн (общий случай)

Пусть равновесные классические векторы $M_{10} = m_{10}M_0/2$ и $M_{20} = m_{20}M_0/2$ лежат в одной плоскости с Z и H , которую мы примем за плоскость YZ (см. рис. 5). Преобразование (1.18) от собственных систем координат $X_j Y_j Z_j$ (в которых оси квантования m_{j0} для намагниченностей подрешеток $M_j(\mathbf{r})$ совпадают с осями Z_j) к общей системе координат XYZ , связанной с осями кристаллов, в данном случае можно представить в виде

$$\begin{aligned} M_{jx} &= M_{jx_j}, & (Г.1) \\ M_{jy} &= M_{jy_j} \cos \theta_j - M_{jz_j} \sin \theta_j, \\ M_{jz} &= M_{jz_j} \cos \theta_j + M_{jy_j} \sin \theta_j. \end{aligned}$$

Здесь θ_j — углы между осями Z и Z_j , которые следующим образом связаны с принятыми нами характеристиками основного состояния θ и m :

$$\begin{aligned} \sin \theta_1 &= \sqrt{1 - m^2} \sin \theta - m \cos \theta, & (Г.2) \\ \sin \theta_2 &= -\sqrt{1 - m^2} \sin \theta - m \cos \theta. \end{aligned}$$

С помощью (Г.1), (Г.2), (1.15) и (1.19) из гамильтониана (4.4) можно выделить квадратичную форму \mathcal{H}_2 (по бозе-операторам $b_k^{(1)}$ и $b_k^{(2)}$) вида

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_2(\mathbf{k}) &= \alpha_1 \dagger b_k^{(1)} b_k^{(1)} + \alpha_2 \dagger b_k^{(2)} b_k^{(2)} + \alpha_3 \dagger b_k^{(1)} b_k^{(2)} + \dagger b_k^{(2)} b_k^{(1)} + \\ &+ \frac{1}{2} \beta_1 \dagger b_k^{(1)} \dagger b_{-k}^{(1)} + \frac{1}{2} \beta_1^* b_k^{(1)} b_{-k}^{(1)} + \frac{1}{2} \beta_2 \dagger b_k^{(2)} \dagger b_{-k}^{(2)} + \frac{1}{2} \beta_2^* b_k^{(2)} b_{-k}^{(2)} + \\ &+ \frac{1}{2} \beta_3 \dagger b_k^{(1)} \dagger b_{-k}^{(2)} + \dagger b_k^{(2)} \dagger b_{-k}^{(1)} + \frac{1}{2} \beta_3^* (b_k^{(1)} b_{-k}^{(2)} + b_k^{(2)} b_{-k}^{(1)}), & (Г.3) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \left(\frac{\mu}{2M_0} \right) \left[(1 - 2m^2) A + A_k + B_k + (\cos^2 \theta - m^2) (a - b) - \right. \\ &- (l \cos \theta + m \sin \theta)^2 (a + b) + \frac{1}{2} (l \sin \theta - m \cos \theta)^2 (a + b) - \\ &\left. - 2(l \sin \theta - m \cos \theta) h_y + 2(l \cos \theta + m \sin \theta) h_z + 2\pi M_0^2 k_1^- \frac{k_1^+}{k^2} \right], \\ \alpha_2 &= \left(\frac{\mu}{2M_0} \right) \left[(1 - 2m^2) A + A_k + B_k + (\cos^2 \theta - m^2) (a - b) - \right. \\ &- (l \cos \theta - m \sin \theta)^2 (a + b) + \frac{1}{2} (l \sin \theta + m \cos \theta)^2 (a + b) + \\ &\left. + 2(l \sin \theta + m \cos \theta) h_y - 2(l \cos \theta - m \sin \theta) h_z + 2\pi M_0^2 k_2^- \frac{k_2^+}{k^2} \right], \end{aligned}$$

$$\alpha_3 = \left(\frac{\mu}{2M_0}\right) \left[m^2 (A + A_k - B_k) - \frac{1}{2} (\sin^2 \theta - m^2) (a - b) + 2\pi M_0^2 k_1^- \frac{k_2^+}{k^2} \right],$$

$$\beta_1 = \left(\frac{\mu}{2M_0}\right) \left[-\frac{1}{2} (l \sin \theta - m \cos \theta)^2 (a + b) + 2\pi M_0^2 \left(\frac{k_1^-}{k}\right)^2 \right],$$

$$\beta_2 = \left(\frac{\mu}{2M_0}\right) \left[-\frac{1}{2} (l \sin \theta + m \cos \theta)^2 (a + b) + 2\pi M_0^2 \left(\frac{k_2^-}{k}\right)^2 \right],$$

$$\beta_3 = \left(\frac{\mu}{2M_0}\right) \left[(1 - m^2) (A + A_k - B_k) + \frac{1}{2} (\sin^2 \theta - m^2) (a - b) + 2\pi M_0^2 k_1^- \frac{k_2^-}{k^2} \right], \quad k_j^\pm = k_{xj} \pm ik_{yj}.$$

Как следует из приложения А, при диагонализации выражения (Г.3) получается следующее уравнение для определения энергии спиновых волн $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{k})$:

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 - \varepsilon & \alpha_3 & \beta_1 & \beta_3 \\ \alpha_3^* & \alpha_2 - \varepsilon & \beta_3 & \beta_2 \\ \beta_1^* & \beta_3^* & \alpha_1 + \varepsilon & \alpha_3^* \\ \beta_3^* & \beta_2^* & \alpha_3 & \alpha_2 + \varepsilon \end{vmatrix} = 0. \quad (\text{Г.4})$$

Решение этого уравнения дает два корня для ε :

$$\varepsilon_k^{(1,2)} = (P \pm \sqrt{R})^{1/2}, \quad (\text{Г.5})$$

где

$$P = \frac{1}{2} (\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + 2|\alpha_3|^2) - \frac{1}{2} (|\beta_1|^2 + |\beta_2|^2 + 2|\beta_3|^2),$$

$$R = \frac{1}{4} [(\alpha_1^2 - \alpha_2^2) - (|\beta_1|^2 - |\beta_2|^2)]^2 - |\beta_3|^2 (\alpha_1 - \alpha_2)^2 -$$

$$- |\beta_1^* \alpha_3 - \beta_2^* \alpha_3^*|^2 + |\alpha_2 \alpha_3^* - \beta_3 \beta_1^*|^2 + |\alpha_1 \alpha_3 - \beta_3 \beta_2^*|^2 +$$

$$+ [(\alpha_1 \alpha_3^* - \beta_3 \beta_1^*) (\alpha_2 \alpha_3 - \beta_3 \beta_2^*) + \text{компл. сопряж.}].$$

II. Коэффициенты преобразования и $\Delta \mathcal{H}_0$

Система уравнений для определения коэффициентов диагоналирующего преобразования (А.3) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} (\alpha_1 - \varepsilon) u_1 + \alpha_3 u_2 + \beta_1 v_1 + \beta_3 v_2 &= 0, \\ \alpha_3^* u_1 + (\alpha_2 - \varepsilon) u_2 + \beta_3 v_1 + \beta_2 v_2 &= 0, \\ \beta_1^* u_1 + \beta_3^* u_2 + (\alpha_1 + \varepsilon) v_1 + \alpha_3^* v_2 &= 0, \\ \beta_3^* u_1 + \beta_2^* u_2 + \alpha_3 v_1 + (\alpha_2 + \varepsilon) v_2 &= 0. \end{aligned} \quad (\text{Г.6})$$

Найдем коэффициенты u и v , а затем энергию нулевых колебаний (А.8) для некоторых частных случаев.

С о с т о я н и е (z/\parallel). Без учета магнитостатической энергии в этом состоянии ($\theta = m = 0$)

$$\alpha_{1,2} = \alpha \pm \mu H, \quad \alpha = \left(\frac{\mu}{2M_0}\right)(A + A_k + B_k - 2b),$$

$$\beta_1 = \beta_2 = \alpha_3 = 0, \quad \beta_3 = \left(\frac{\mu}{2M_0}\right)(A + A_k - B_k). \quad (\Gamma.7)$$

Следовательно, система (Г.6) разбивается на две подсистемы:

$$\text{I. } \begin{cases} [\alpha - (\varepsilon - \mu H)] u_1 + \beta_3 v_2 = 0, \\ \beta_3 u_1 + [\alpha + (\varepsilon - \mu H)] v_2 = 0; \end{cases} \quad (\Gamma.8)$$

$$\text{II. } \begin{cases} [\alpha - (\varepsilon + \mu H)] u_2 + \beta_3 v_1 = 0, \\ \beta_3 u_2 + [\alpha + (\varepsilon + \mu H)] v_1 = 0. \end{cases}$$

Первая подсистема дает

$$\varepsilon_{1k} = \sqrt{\alpha^2 - \beta_3^2} + \mu H; \quad (\Gamma.9)$$

соответствующие коэффициенты преобразования

$$u_{11} = U_1 \quad \text{и} \quad v_{21} = V_1.$$

Из второй подсистемы получаем

$$\varepsilon_{2k} = \sqrt{\alpha^2 - \beta_3^2} - \mu H, \quad (\Gamma.10)$$

$$u_{22} = U_2 \quad \text{и} \quad v_{12} = V_2.$$

Из условий ортонормировки (А.6) получаем также

$$U_1^2 - V_1^2 = 1, \quad U_2^2 - V_2^2 = 1. \quad (\Gamma.11)$$

Решая последние уравнения совместно с (Г.8), находим

$$V_1^2 = V_2^2 = \frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \beta_3^2}}{2 \sqrt{\alpha^2 - \beta_3^2}} \equiv V_k^2, \quad (\Gamma.12)$$

$$U_1^2 = U_2^2 = 1 + V_k^2 \equiv U_k^2.$$

Преобразование, диагонализующее выражение (Г.3)¹, можно теперь записать в виде

$$b_k^{(1)} = U_k \xi_{1k} - V_k \xi_{2k}, \quad b_k^{(1)} = U_k \xi_{1k} - V_k \xi_{2k}, \quad (\Gamma.13)$$

$$b_{-k}^{(2)} = U_k \xi_{2k} - V_k \xi_{1k}, \quad b_{-k}^{(2)} = U_k \xi_{2k} - V_k \xi_{1k}.$$

(Знаки выбраны так, что $U_k V_k > 0$.)

¹ Которое в данном случае может быть записано только через $b_k^{(1)}$, $b_k^{(1)}$, $b_{-k}^{(2)}$ и $b_{-k}^{(2)}$.

Энергия нулевых колебаний

$$\Delta \mathcal{H}_0 = - \sum_k |V_k|^2 (\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{2k}) = - \sum_k [\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \beta_3^2}] \quad (\Gamma.14)$$

не зависит от магнитного поля H .

Состояние (y/\perp) . Полагая в (Г.3) $\theta = 0$, $h = m(A - b)$, имеем

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_1 = \alpha_2 = \left(\frac{\mu}{2M_0}\right) \left[A + A_k + B_k - 2b + \frac{1}{2} m^2 (a + b) \right], \\ \beta &= \beta_1 = \beta_2 = \left(\frac{\mu}{2M_0}\right) \left[-\frac{1}{2} m^2 (a + b) \right], \\ \alpha_3 &= \left(\frac{\mu}{2M_0}\right) m^2 \left[A + A_k - B_k + \frac{1}{2} (a - b) \right], \\ \beta_3 &= \left(\frac{\mu}{2M_0}\right) \left[(1 - m^2) (A + A_k - B_k) - \frac{1}{2} m^2 (a - b) \right]. \end{aligned} \quad (\Gamma.15)$$

Коэффициенты u и v , согласно (Г.6) и (Г.15), удовлетворяют теперь системе уравнений

$$\begin{aligned} (\alpha - \varepsilon) u_1 + \alpha_3 u_2 + \beta v_1 + \beta_3 v_2 &= 0, \\ \alpha_3 u_1 + (\alpha - \varepsilon) u_2 + \beta_3 v_1 + \beta v_2 &= 0, \\ \beta u_1 + \beta_3 u_2 + (\alpha + \varepsilon) v_1 + \alpha_3 v_2 &= 0, \\ \beta_3 u_1 + \beta u_2 + \alpha_3 v_1 + (\alpha + \varepsilon) v_2 &= 0. \end{aligned} \quad (\Gamma.16)$$

Складывая и вычитая попарно эти уравнения, вместо них получаем две независимые подсистемы

$$\begin{aligned} \text{I.} \quad & \begin{cases} (\alpha + \alpha_3 - \varepsilon) (u_1 + u_2) + (\beta + \beta_3) (v_1 + v_2) = 0, \\ (\beta + \beta_3) (u_1 + u_2) + (\alpha + \alpha_3 + \varepsilon) (v_1 + v_2) = 0; \end{cases} \\ \text{II.} \quad & \begin{cases} (\alpha - \alpha_3 - \varepsilon) (u_1 - u_2) + (\beta - \beta_3) (v_1 - v_2) = 0, \\ (\beta - \beta_3) (u_1 - u_2) + (\alpha - \alpha_3 + \varepsilon) (v_1 - v_2) = 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (\Gamma.17)$$

Из условия разрешимости первой подсистемы получаем первую ветвь спиновых волн

$$\varepsilon_{1k} = [(\alpha + \alpha_3)^2 - (\beta + \beta_3)^2]^{1/2}. \quad (\Gamma.18)$$

При $\varepsilon = \varepsilon_{1k}$ из второй подсистемы (определитель которой при $\varepsilon = \varepsilon_{1k}$ отличен от нуля) находим, что

$$\begin{aligned} u_1(\varepsilon_{1k}) &\equiv u_{11} = u_2(\varepsilon_{1k}) \equiv u_{21} = U_1, \\ v_1(\varepsilon_{1k}) &\equiv v_{11} = v_2(\varepsilon_{1k}) \equiv v_{21} = V_1. \end{aligned} \quad (\Gamma.19)$$

Наоборот, если равен нулю определитель второй подсистемы, то получаем

$$\varepsilon_{2k} = [(\alpha - \alpha_3)^2 - (\beta - \beta_3)^2]^{1/2}. \quad (\text{Г.20})$$

В этом случае отличен от нуля определитель первой подсистемы и, следовательно,

$$\begin{aligned} u_1(\varepsilon_{2k}) &\equiv u_{12} = -u_2(\varepsilon_{2k}) \equiv -u_{22} = U_2, \\ v_1(\varepsilon_{2k}) &\equiv v_{12} = -v_2(\varepsilon_{2k}) \equiv -v_{22} = V_2. \end{aligned} \quad (\text{Г.21})$$

Условия ортонормировки (А.6) в данном случае дают

$$\begin{aligned} U_1^2 + U_2^2 - V_1^2 - V_2^2 &= 1, \\ U_1^2 - V_1^2 - U_2^2 - V_2^2 &= 0. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$U_1^2 - V_1^2 = U_2^2 - V_2^2 = \frac{1}{2}. \quad (\text{Г.22})$$

В результате совместного решения (Г.17) и (Г.22) с учетом (Г.19) и (Г.21) находим

$$V_1^2 = \frac{\alpha + \alpha_3 - \varepsilon_{1k}}{4\varepsilon_{1k}}, \quad V_2^2 = \frac{\alpha - \alpha_3 - \varepsilon_{2k}}{4\varepsilon_{2k}}. \quad (\text{Г.23})$$

Преобразование, диагонализующее \mathcal{H}_2 , для данного состояния будет иметь вид

$$\begin{aligned} b_k^{(1)} &= \xi_k^{(1)}U_1 + \xi_k^{(2)}U_2 - \xi_{-k}^{(1)}V_1 + \xi_{-k}^{(2)}V_2, \\ b_k^{(2)} &= \xi_k^{(1)}U_1 - \xi_k^{(2)}U_2 - \xi_{-k}^{(1)}V_1 - \xi_{-k}^{(2)}V_2 \\ &(U_1V_1 > 0, \quad U_2V_2 > 0) \text{ и т. д.} \end{aligned} \quad (\text{Г.24})$$

Энергия нулевых колебаний определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{H}_0 &= - \sum_k [\varepsilon_{1k} (v_{11}^2 + v_{21}^2) + \varepsilon_{2k} (v_{12}^2 + v_{22}^2)] = \\ &= - \frac{1}{2} \sum_k [2\alpha(k) - (\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{2k})]. \end{aligned} \quad (\text{Г.25})$$

III. Об эффекте продольного намагничивания антиферромагнетика поперечным циркулярно-поляризованным магнитным полем

В ферромагнетиках существует нелинейный эффект резонансного уменьшения продольной намагниченности M_z , вызванной поперечным ВЧ-магнитным полем [142]. Порядок величины

эффекта при резонансе определяется выражением

$$\frac{\Delta M_z}{M_z} = - \left(\frac{h_0}{\Delta H} \right)^2, \quad (\text{Г.26})$$

где h_0 — амплитуда ВЧ-поля, а ΔH — ширина резонансной линии. Аналогичный эффект должен иметь место и в антиферромагнетиках, причем здесь циркулярно-поляризованное ВЧ-поле, перпендикулярное оси антиферромагнетизма Z , может вызвать появление постоянной составляющей намагниченности вдоль указанной оси даже при отсутствии постоянного подмагничивающего поля ($H = H_z = 0$). Представляет интерес оценить порядок величины этого эффекта.

Существенная для антиферромагнитного резонанса в однородном ВЧ-поле часть термодинамического потенциала, например для случая одноосных кристаллов, имеет вид

$$\Phi = \frac{1}{2} [Am^2 + \frac{1}{2} am_z^2 + \frac{1}{2} bl_z^2 - Mmh],$$

где $m = (M_1 + M_2) M$, $l = (M_1 - M_2)/M$, M_1 и M_2 — магнитные моменты подрешеток, равные по модулю $M/2$, h — ВЧ-поле с компонентами

$$h_x = h_0 \cos \omega t, \quad h_y = h_0 \sin \omega t, \quad h_z = 0. \quad (\text{Г.27})$$

При $h = 0$ в состоянии равновесия $m = 0$, $l_x = l_y = 0$, $l_z = 1$, (т. е. ось Z является осью антиферромагнетизма), если $A > 0$ и $b < 0$.

Определим сперва в линейном приближении поперечные составляющие магнитных моментов M_j ($j = 1, 2$), вызванные ВЧ-полем (Г.27), из уравнений движения

$$\dot{M}_j = -\gamma [M_j \cdot H_j], \quad (\text{Г.28})$$

где $H_j = -d\Phi/dM_j$. В результате стандартного расчета получаем следующие резонансные формулы для циклических переменных $M_j^\pm = M_{jx} \pm iM_{jy}$:

$$M_{1,2}^+ = \frac{\gamma M (\omega \pm \gamma H_A) h_0}{2(\omega_0^2 - \omega^2)} e^{i\omega t}, \quad M_{1,2}^- = \frac{\gamma M (\omega \pm \gamma H_A) h_0}{2(\omega_0^2 - \omega^2)} e^{-i\omega t}, \quad (\text{Г.29})$$

где $\omega_0 = \gamma \sqrt{H_E H_A}$ — резонансная частота, $H_E = (A - b)/M$ — «обменное» поле, $H_A = |b|/M$ — поле магнитной анизотропии.

Для того чтобы учесть конечное значение ширины резонансной линии $\Delta\omega$, необходимо в выражениях (Г.29) произвести замену

$\omega_0 \rightarrow \omega_0 - i\Delta\omega/2$ для M_j^+ и $\omega_0 \rightarrow \omega_0 + i\Delta\omega/2$ для M_j^- . Используя полученные после этого формулы и приближенные равенства

$$M_{1z} \simeq \frac{M}{2} - \frac{M_{1x}^2 + M_{1y}^2}{M}, \quad M_{2z} \simeq -\frac{M}{2} + \frac{M_{2x}^2 + M_{2y}^2}{M},$$

нетрудно теперь найти появляющуюся во втором (нелинейном) приближении продольную намагниченность $M_z = M_{1z} + M_{2z}$. Для резонансной частоты $\omega = \omega_0$ имеем²

$$m_z = \frac{M_z}{M} = -\left(\frac{H_A}{H_E}\right)^{1/2} \left(\frac{h_0}{\Delta H}\right)^2,$$

где $\Delta H = \Delta\omega/\gamma$.

Таким образом, как и в случае ферромагнетика, для наблюдения эффекта необходимы кристаллы с достаточно узкой резонансной линией. Здесь, правда, по сравнению с формулой (Г.26) имеется малый коэффициент $(H_A/H_E)^{1/2}$, но зато интересующая нас величина m_z в данном случае может измеряться на «нулевом» фоне, в то время как для ферромагнетика — на фоне существующей в образце большой спонтанной намагниченности.

IV. Уточненный расчет температурной зависимости χ_{\perp}

В качестве примера мы рассмотрим состояние (z/\perp) , для которого $\mathbf{l} \perp \mathbf{H}$, а $\mathbf{m} \parallel \mathbf{H} \parallel \mathbf{Z}$. Величину m мы будем находить самосогласованным образом из условия минимума термодинамического потенциала $\Omega = \mathcal{H}_0 + \Omega_s$, полагая, что энергия спиновых волн зависит от m как от параметра.

Из общей формулы (Г.5) при условии $\cos \theta = 0$ получаем:

$$\varepsilon_k^{(1,2)} = [(\alpha \pm \alpha_3)^2 - (\beta \pm \beta_3)^2]^{1/2},$$

где

$$\alpha = \left(\frac{\mu}{2M_0}\right) \left[A + A_k - B_k - 2m^2(A + a) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2}(1 - m^2)(a + b) - 2mh \right],$$

$$\beta_3 = \left(\frac{\mu}{2M_0}\right) \left[(1 - m^2)(A + A_k - B_k) - \frac{1}{2}(1 - m^2)(a - b) \right],$$

¹ В области частот вблизи резонанса это соответствует добавлению в правую часть уравнений (3) членов затухания, например в виде $-M_j/\tau$, где $\tau = 2/\Delta\omega$. (Известно, что вблизи резонанса форма резонансных кривых мало чувствительна к виду членов затухания в уравнениях движений).

² При наличии продольного постоянного поля $H_z = H \ll \sqrt{H_E H_A}$ значение M_z , определяемое этой формулой, входит слагаемым рядом с мнимой частью $\chi_{\parallel} H$, обусловленной этим полем.

$$\alpha_3 = \left(\frac{\mu}{2M_0}\right) \left[m^2 (A + A_k - B_k) - \frac{1}{2} (1 - m^2) (a - b) \right],$$

$$\beta = -\left(\frac{\mu}{2M_0}\right) (1 - m^2) (a + b).$$

Приближенно, с учетом того, что $A \gg A_k, B_k, a$ и b , ε_{1k} и ε_{2k} можно переписать в виде

$$\varepsilon_{1k} = \left(\frac{\mu}{M_0}\right) [AB_k + Ab + mh(A + A_k + B_k) + m^2A(A - 2B_k)]^{1/2}, \quad (\text{Г.30})$$

$$\varepsilon_{2k} = \left(\frac{\mu}{M_0}\right) [AB_k + mh(A + A_k + B_k) - m^2A(A + A_k + 2B_k)]^{1/2}.$$

Термодинамический потенциал

$$\Omega = \frac{1}{2}(A + a) m^2 - mh + \kappa T \sum_{j, k} \ln(1 - e^{-\varepsilon_{jk}/\kappa T}). \quad (\text{Г.31})$$

Пусть сперва

$$\kappa T \gg \varepsilon_{10} \text{ и } \varepsilon_{20}.$$

Из условия $\partial\Omega/\partial m = 0$ в этом случае находим

$$m = \frac{h}{A} \left[1 + \frac{\pi^2}{30} \frac{3I^2 - I_A^2}{IA} \left(\frac{\kappa T}{I}\right)^4 \right], \quad (\text{Г.32})$$

где

$$I_A^2 = \left(\frac{\mu}{M_0}\right)^2 \frac{AA_k}{k^2}.$$

Подставляя найденное таким образом равновесное значение m в выражение (Г.31) для Ω , можно затем вычислить намагниченности

$$M_z(T, H) = -\frac{\partial\Omega}{\partial H}.$$

Окончательно имеем

$$M_z(T, H) = \chi_{\perp}(T) H,$$

где

$$\chi_{\perp}(T) = \chi_{\perp}(0) \left[1 - \frac{1}{4} \frac{\alpha}{\chi_{\perp}(0)} T^2 + \frac{\pi^2}{15} \frac{I^2 - I_A^2}{IA} \left(\frac{\kappa T}{IA}\right)^4 \right]. \quad (\text{Г.33})$$

Аналогичный расчет можно провести для области температур $\varepsilon_{10} \gg \kappa T \gg \varepsilon_{20}$. В результате имеем

$$\chi_{\perp}(T) = \chi_{\perp}(0) \left[1 + \frac{\pi^2}{10} \frac{\alpha}{\chi_{\perp}(0)} T^2 \left(\frac{\kappa T}{\mu H_E}\right)^2 + \frac{\alpha^2 H_E T^4}{64 M_0 \chi_{\perp}(0)} \right]. \quad (\text{Г.34})$$

Таким образом, в этом случае $\Delta\chi_{\perp}(T)$ изменяется с температурой пропорционально T^4 , причем χ_{\perp} увеличивается с ростом температуры.

V. Энергия спиновых волн (ромбический кристалл)

Рассчитаем энергию спиновых волн для ромбического кристалла для состояния $H \parallel l \parallel Z$. Плотность энергии (4.4) для ромбического кристалла, согласно (4.85), должна отличаться тем, что в (4.4) необходимо добавить члены вида $\frac{1}{2} a_1 m_x^2 + \frac{1}{2} b_1 l_x^2$. Нетрудно проследить, что при этом параметры α и β , по сравнению с их значениями (Г.7) для одноосного кристалла, видоизменяются следующим образом:

$$\begin{aligned}\alpha &= \left(\frac{\mu}{2M_0}\right) \left[A + A_k + B_k - 2b_3 + \frac{1}{2} (a_1 + b_1) \right], \\ \beta &= \left(\frac{\mu}{2M_0}\right) \frac{1}{2} (a_1 + b_1), \\ \alpha_3 &= \left(\frac{\mu}{2M_0}\right) \frac{1}{2} (a_1 - b_1), \\ \beta_3 &= \left(\frac{\mu}{2M_0}\right) \left[A + A_k - B_k + \frac{1}{2} (a_1 - b_1) \right].\end{aligned}\tag{Г.35}$$

Из общей формулы (Г.5) для этого случая ($\theta = m = 0$, $\alpha_{1,2} = \alpha \pm \mu H$, $\beta_1 = \beta_2 = \beta = \beta^*$, $\alpha_3 = \alpha_3^*$ и $\beta_3 = \beta_3^*$) получаем

$$\begin{aligned}\varepsilon_k^{(1,2)} &= \{ \alpha^2 - \beta^2 + \alpha_3^2 - \beta_3^2 + \\ &+ (\mu H)^2 \pm \sqrt{(\alpha^2 - \beta^2)(\mu H)^2 + (\alpha\alpha_3 - \beta\beta_3)^2} \}^{1/2}.\end{aligned}\tag{Г.36}$$

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Статистическая физика. Гостехиздат, 1951.
2. Н. В. Белов, Н. Н. Неронова, Т. С. Смирнова. Кристаллография, 2, 315, 1957; Труды Ин-та кристаллографии АН СССР, вып. 11, 33, 1955; А. М. Заморзаев. Кристаллография, 2, 15, 1957.
3. Я. И. Фрейкель. Z. Physik, 49, 31, 1928.
4. W. Heisenberg. Z. Physik, 49, 619, 1928.
5. P. Weiss. J. Phys. radium, 6, 661, 1907.
6. J. H. Van Vleck. J. Chem. Phys., 9, 85, 1941.
7. L. Neel. App. Phys., 3, 137, 1948.
8. Н. С. Акулов. Z. Physik, 54, 389, 1928; см. также [47].
9. Л. Д. Ландау. ЖЭТФ, 7, 19, 1937; Е. М. Лифшиц. ЖЭТФ, 11, 255, 269, 1941.
10. С. В. Воисовский. Изв. АН СССР, серия физ., 11, 485, 1947.
11. В. Л. Гинзбург. ЖЭТФ, 17, 833, 1947.
12. Л. Д. Ландау. Ж. физики СССР (на англ. яз.), 4, 673, 1933.
13. К. П. Белов, Р. З. Левитин. Вестник МГУ, № 3, 129, 1959; К. П. Белов. Магнитные превращения. Физматгиз, 1959, стр. 160.
14. И. Е. Дзялошинский. ЖЭТФ, 32, 1547; 33, 1454, 1957.
15. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Физический журнал СССР (на немц. яз.), 8, 153, 1935; Е. М. Лифшиц. ЖЭТФ, 15, 97, 1945.
16. C. Herring, C. Kittel. Phys., Rev., 81, 869, 1951.
17. А. И. Азнер, В. Г. Барьяхтар, М. И. Каганов. УФН, 71, 533; 72, 3, 1960; И. А. Ахнер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский. ЖЭТФ, 40, № 1, 1961.
18. C. Kittel, E. Abrahams. Rev. Modern Phys., 25, 233, 1953.
19. W. S. Amenp, G. T. Rado. Phys. Rev., 97, 1558, 1955.
20. Н. Н. Боголюбов. Лекции по квантовой статистике (на укр. яз.). Киев, 1949; С. В. Тябликов. ФММ, 3, 3, 1956.
21. Е. А. Туров, В. Г. Шавров. Труды ИФМ УФАИ, вып. 20, 101, 1958.
22. Е. А. Туров. ФММ, 6, 203, 1958; Ш. Ш. Абельский, Е. А. Туров. ФММ, 10, 801, 1960.
23. Е. А. Туров, Ю. П. Ирхин. ФММ, 9, 488, 1960.
24. Е. А. Туров. Ферромагнитный резонанс (под ред. С. В. Воисовского), гл. V, VI. Физматгиз, 1951.
25. Е. А. Туров, Ю. П. Ирхин. ФММ, 3, 15, 1956.
26. Е. А. Туров, Ю. П. Ирхин. Изв. АН СССР, серия физ., 22, 1168, 1958.
27. С. В. Воисовский, Е. А. Туров. J. Appl. Phys., Suppl., 30, № 1, 9, 1959.
28. Е. А. Туров. См. [24], гл. III, ЖЭТФ, 42, 1962.
29. Е. А. Туров, А. И. Мицек. ЖЭТФ, 37, 1127, 1959; Ферриты (доклады III Всесоюзного совещания по ферритам), Изд-во АН БССР, Минск, 1960.

114. S. T. Lip. J. Appl. Phys., Suppl., 30S, № 4, 306, 1959; S. T. Lip. Phys. Rev., 116, 1447, 1959.
115. A. Tasaki, S. Jida. J. Phys. Soc. Japan, 16, 1697, 1961.
116. P. W. Anderson. Phys. Rev., 86, 694, 1952 (перевод в сб. [74], ст. 24); W. J. O'Sullivan, W. A. Robinson, W. W. Simmons. Phys. Rev., 124, 1317, 1961.
117. А. С. Боровик-Романов. ЖЭТФ, 38, 1088, 1960.
118. Т. Охояма. J. Phys., Soc. Japan, 16, 352, 1961.
119. R. M. Bozorth, V. Крамер, J. P. Remeika. Phys. Rev. Lett., 1, 3, 1958.
120. W. C. Koehler, E. O. Wollan, M. K. Wilkinson, J. W. Cable. Acta Cryst., 10, 845, 1957.
121. M. A. Gilleo. J. Chem. Phys., 24, 1239, 1956.
122. W. C. Koehler, E. O. Wollan, M. K. Wilkinson. Phys. Rev., 118, 58, 1960.
123. В. П. Красовский, И. Г. Факидов. ФММ, 11, 318, 1961.
124. S. Geller. J. Chem. Phys., 24, 1236, 1956; S. Geller, E. A. Wood. Acta Cryst., 9, 563, 1956.
125. Г. Б. Бокий. Введение в кристаллохимию. Изд-во МГУ, 1954, стр. 354.
126. Ch. Guillard. C. R. Acad. sci., Paris, 224, 266, 1947.
127. М. И. Каганов, В. М. Цукерник. ЖЭТФ, 34, 524, 1958; Ю. М. Сеидов. ФММ, 7, 443, 1959.
128. Н. Г. Гусейнов. ФММ, 12, 795, 1961.
129. Р. Гуржи, В. М. Цукерник. Доклад на коллоквиуме в Коуровке (зимняя школа физиков), 1962.
130. P. W. Anderson, F. R. Merrit, J. P. Remeika, W. A. Jager. Phys. Rev., 93, 717, 1954.
131. Н. Kumagai, Н. Abe, К. Опо, J. Shimada. K. Iwanada. Phys. Rev., 99, 1116, 1955.
132. M. Date. J. Phys. Soc. Japan, 15, 2251, 1960.
133. А. С. Боровик-Романов. Итоги науки, физ.-матем. науки, 4, Антиферромагнетизм. Изд-во АН СССР, 1962.
134. H. Bizette, R. Chevallier, B. Tsai. C. R. Acad. sci., Paris, 236, 2043, 1953.
135. В. Е. Найш. Доклад на Всесоюзной конференции по физике низких температур. Харьков, 1960.
136. Н. М. Крейнс. ЖЭТФ, 35, 1391, 1958.
137. А. С. Боровик-Романов, Н. М. Крейнс. ЖЭТФ, 35, 1053, 1958.
138. P. A. Kokkoros, P. J. Rentzeperis. Acta Cryst., 11, 361, 1958.
139. J. Coing-Boyat. C. R. Acad. Sci. Paris, 248, 2109, 1959.
140. L. Neel. Ann. de Phys., 3, 137, 1948. Перевод в сб. «Антиферромагнетизм» под ред. С. В. Вонсовского. ИЛ, 1956, ст. 4.
141. F. Bertaut. C. R. Acad. sci. Paris, 251, 1733, 1960.
142. А. С. Гуревич. Ферриты на сверхвысоких частотах. Физматгиз. 1960, стр. 311.
143. B. C. Frazer, P. J. Brown. Phys. Rev. Lett., 7, № 12, A3, 1961.
144. W. D. Corner, F. Hutchinson. Proc. Phys. Soc., 72, 1049., 1958.
145. R. R. Birrs, E. W. Lee. Proc. Phys. Soc., 76, 502, 1960.

Предисловие	
Введение	
Глава 1. Общий феноменологический подход к описанию свойств непроводящих кристалломагнетиков	1
§ 1. Магнитные подрешетки и феноменологический гамильтониан	1
§ 2. Общий формализм теории спиновых волн	2
Глава 2. Ферромагнетизм в одноосных кристаллах	2
§ 1. Спектр спиновых волн	2
§ 2. Спонтанная намагниченность и восприимчивость парапроцесса ферромагнетика	3
§ 3. Кривая намагничивания вдоль трудного направления	3
§ 4. Температурная зависимость намагниченности диспрозия	4
Глава 3. Температурная зависимость магнитной кристаллографической анизотропии и магнитострикции ферромагнетиков	4
§ 1. Спектр спиновых волн и свободная энергия магнитной анизотропии	4
§ 2. Случай кубических и одноосных кристаллов	4
§ 3. Разложение свободной энергии магнитной анизотропии по гармоническим инвариантам	5
§ 4. Температурная зависимость магнитострикции	5
§ 5. Магнитострикционная часть констант магнитной анизотропии	5
Глава 4. Скомпенсированный коллинеарный антиферромагнетизм	5
§ 1. Условия скомпенсированного антиферромагнетизма	6
§ 2. Одноосные антиферромагнетики. Гамильтониан и основное состояние	6
§ 3. Одноосные антиферромагнетики. Спектр спиновых волн и резонансные свойства	6
§ 4. Одноосные антиферромагнетики. Термодинамические свойства	7
§ 5. Антиферромагнетизм в кристаллах ромбической и кубической симметрии	8
Глава 5. Общие условия существования слабого ферромагнетизма в антиферромагнитных кристаллах	8
§ 1. Постановка задачи. Условия, накладываемые трансляциями и центром симметрии	8
§ 2. Условия, накладываемые преобразованиями поворота и отражения	9
§ 3. Сводная таблица слабоферромагнитных структур	10
§ 4. Анизотропия g -фактора и слабый ферромагнетизм	11
Глава 6. Слабый ферромагнетизм в одноосных кристаллах с четной антиферромагнитной структурой относительно главной оси	11
§ 1. Основное состояние и кривые намагничивания при $T = 0^\circ \text{K}$	11
§ 2. Спектр спиновых волн и температурная зависимость намагниченности	12
§ 3. Роль членов анизотропии выше второго порядка	12
§ 4. Обсуждение экспериментальных данных	12
Глава 7. Слабый ферромагнетизм в одноосных кристаллах с нечетной антиферромагнитной структурой относительно главной оси	13
§ 1. Тетрагональные кристаллы. Исследование основного состояния и кривых намагничивания	13
§ 2. Тетрагональные кристаллы. Спиновые волны и температурная зависимость слабоферромагнитного момента	14
§ 3. Гексагональные кристаллы. Слабый ферромагнетизм высшего порядка	14

Глава 8. Слабый ферромагнетизм в ромбических кристаллах	149
§ 1. Основное состояние и кривые намагничивания	149
§ 2. Особенности температурной зависимости слабоферромагнитного момента	154
§ 3. Обсуждение свойств конкретных ромбических кристаллов	156
Глава 9. Магнитный резонанс в слабых ферромагнетиках	162
§ 1. Резонансные частоты для различных типов слабоферромагнитных структур	162
§ 2. Высокочастотная магнитная восприимчивость и условия резонанса	166
§ 3. Обсуждение экспериментальных данных для резонанса в гематите и в карбонате марганца	169
Глава 10. Неколлинеарный антиферромагнетизм	173
§ 1. Неколлинеарные и некомпланарные магнитные структуры в системе четырех магнитных подрешеток	173
§ 2. Влияние неколлинеарности магнитных моментов на свойства антиферромагнетика	179
Глава 11. Ферромагнетизм и антиферромагнетизм в системе двух кристаллографически неэквивалентных магнитных подрешеток	184
§ 1. Ферримagnetизм	184
§ 2. Продольный слабый ферромагнетизм и температурный ферромагнетизм	186
Заключение	189
Приложение А.	
I. Диагонализация квадратичной формы	199
II. Акустические и оптические ветви	200
Приложение Б.	
Об энергии нулевых колебаний ферромагнетика	203
Приложение В.	
I. Константы анизотропии и модуль вектора намагниченности	207
II. Гармоническая форма записи магнитокристаллической энергии	208
III. Магнитоупругая энергия (кубические кристаллы)	209
Приложение Г.	
I. Энергия спиновых волн (общий случай)	210
II. Коэффициенты преобразования и ΔH_0	211
III. Об эффекте продольного намагничивания антиферромагнетика поперечным циркулярно-поляризованным магнитным полем	214
IV. Уточненный расчет температурной зависимости χ_{\perp}	216
V. Энергия спиновых волн (ромбический кристалл)	218
Литература	219

Евгений Акимович Туров

Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов

Утверждено к печати Институтом физики металлов АН СССР

Редактор издательства В. М. Медер. Художник Л. А. Робенау

Технический редактор Г. С. Симкина

Корректоры Н. Г. Васильева, Г. И. Длугач

РИСО АН СССР № 17—12В, Сдано в набор 28/III 1963 г. Подписано к печати 17/VI 1963 г.

Формат 60×90^{1/16}. Печ. л. 14. Уч.-изд. л. 12,2 Тираж 2500 экз. Т-08122 Изд. № 1705.

Тип. зак. № 2093

Цена 85 к.

Издательство Академии наук СССР, Москва, К-62, Подсосенский пер., 21

2-я типография Издательства АН СССР, Москва, Г-99, Шубинский пер., 10-

ОПЕЧАТКИ И ИСПРАВЛЕНИЯ

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
25	Ф-ла (1.21)	$\beta_{if} (k)$	$\beta_{if}^* (k)$
33	Ф-ла (2.14)	$\frac{4\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$
65	18 св.	(рис. 6, в)	(рис. 6, б)
69	Ф-ла (4.28')	$\omega_{1,2} + \frac{\varepsilon_0^{(1,2)}}{h}$	$\omega_{1,2} = \frac{\varepsilon_0^{(1,2)}}{h}$
69	Ф-ла (4.30)	$\sqrt{\frac{H^2}{H_1^2} + 1}$	$\sqrt{\frac{H^2}{H_1^2} \pm 1}$
74	17 св.	Выражая	Вводя
86	14—15 св.	обменной энергии магнитной	обменной энергии и энергии магнитной
109	1 стр.	14	15
112	21 стр.		
110	22 св.	с индексом «—»	с индексом «+», и антипараллельно — в узлах, связанных элементом симметрии с индексом «—».
135 и 136	всюду	h_H	h_{Π}
171	8 св.	$\omega_1/2\pi C$	$\omega_1/2\pi c_{\Pi}$

Е. А. Туров. Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов.