

ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

**СБОРНИК РАБОТ ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ
ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ**



МОСКВА АТОМИЗДАТ 1973

Принцип относительности. Сб. работ по специальной теории относительности. М., Атомиздат, 1973, 332 с.

Сборник содержит основные статьи классиков релятивизма, в которых была впервые сформулирована теория относительности Лоренца, Пуанкаре, Эйнштейна. От изданных в Германии (1913 г.) и в Советском Союзе (1935 г.) сборников статей классиков релятивизма настоящий сборник отличается включением ранних работ Лармора и Пуанкаре, содержащих исходные идеи специальной теории относительности, а также представлением существующих в научной литературе различных точек зрения на историю создания этой теории.

Теория относительности изложена в классических работах, помещенных в сборник, в столь законченном виде, что сборник и до сих пор не потерял своего актуального значения для всех, кто интересуется сущностью теории и развитием концепций теории относительности в современной физике.

Составитель А. А. Тяпкин

B31
П 767

Сверено

П $\frac{0237 - 005}{034(01) - 73}$ 5—73

103 $\frac{2}{73}$ 0.

© Атомиздат

ГНТБ СФ АН ССР
Ис. публ. науч. техн.
библиотек

ПРЕДИСЛОВИЕ

Стоящие перед современной теоретической физикой проблемы развития новых физических представлений вызывают живейший интерес к недавнему прошлому физики, заставляют обращаться к изучению истории формирования современных физических воззрений. Возросший интерес к процессу коренной ломки представлений классической физики, безусловно, не может быть удовлетворен краткими историческими сведениями из обычных учебников физики. Только изучение подлинников работ самих основателей современных теоретических представлений позволяет максимально приблизиться к эпохе радикальной перестройки физики, почувствовать глубину и смелость суждений величайших преобразователей естествознания, посягнувших на, казалось бы, незыблемые устои науки. Этим и объясняется большой успех изданных у нас в последние годы многотомных собраний научных трудов А. Эйнштейна, Н. Бора, А. Пуанкаре.

Для получения более полных представлений о возникновении современных физических теорий следует, конечно, обратиться к изучению работ многих авторов, участвовавших в преобразовании соответствующих разделов физики. Однако разбросанность оригинальных работ по малодоступным сейчас журналам и книгам существенно осложняет такое изучение. Поэтому издание тематических сборников оригинальных работ основателей современных физических теорий имеет особенно важное значение для получения представлений о подлинной картине зарождения и становления фундаментальных принципов и понятий современной физики. Изучение таких сборников позволяет установить взаимное влияние ученых друг на друга, убедиться в преемственности новаторских идей и выявить другие особенности, определяющие коллективные стороны научного творчества.

К таким собраниям оригинальных работ и относится настоящий сборник статей по специальной теории относительности. Первый сборник работ по этой тематике был издан в Германии еще в 1913 г. и неоднократно переиздавался затем в последующие годы. Он включал широко известные работы трех авторов — Лоренца, Эйнштейна и Минковского. Изданный в 1935 г. аналогичный сборник переводов статей на русский язык более полно представлял работы основоположников релятивистской теории. В него дополнительно вошла фундаментальная работа Пуанкаре «О динамике электрона», в ко-

торой была сформулирована специальная теория относительности, впервые использовано четырехмерное представление и исследованы инварианты новой физической теории. Однако этот сборник за прошедшие годы стал большой библиографической редкостью, и уже давно возникла необходимость в его переиздании.

Настоящий сборник переводов оригинальных работ по специальной теории относительности отличается от всех предшествующих еще более широким представлением исследований по данной теме. Наряду с основными работами классиков релятивизма — Лоренца, Пуанкаре, Эйнштейна и Минковского, в него включены главы из книги Лармора 1900 г., в которой впервые были получены пространственно-временные преобразования СТО, сформулирован релятивистский эффект замедления времени и для объяснения опыта Физо применен релятивистский закон сложения скоростей. Наиболее же существенное отличие настоящего сборника состоит в представлении работ, имеющих прямое отношение к развитию самих исходных идей теории относительности. Среди предшествующих созданию теории относительности исследований центральное место занимают работы Пуанкаре, в которых автор отстаивал необходимость распространения принципа относительности на электромагнитные и оптические явления. Безусловно, большой интерес вызывает и проведенный Пуанкаре в 1898 г. анализ понятия одновременности событий в разных местах пространства. В этом отношении настоящий сборник представляет собой уникальное собрание научных работ.

За прошедшие годы в научной литературе неоднократно обсуждался вопрос о значении и роли отдельных работ в создании релятивистских представлений о времени и пространстве. Приведенные в третьем разделе сборника мнения многих ученых позволяют читателю проследить процесс постепенного уточнения в научной литературе подлинной картины зарождения и формирования идей теории относительности. Лишь в последние десятилетия выяснилось, что в свое время хорошо известные работы Пуанкаре развивали идеи, которые затем нашли воплощение в качестве исходных положений СТО. Знакомство с материалом третьего раздела сборника выявляет и расхождение ученых в оценке работ основателей новых физических представлений о времени и пространстве. Однако возможность непосредственно обратиться к оригинальным работам в первых двух разделах сборника вполне позволяет читателю выработать самостоятельное мнение по дискуссионным вопросам.

Настоящий сборник, безусловно, будет способствовать глубококому изучению замечательных работ основателей новых физических представлений о времени и пространстве и, надо надеяться, поможет создать более полное представление об истории создания теории относительности, в которой будет отдано должное как самостоятельным вкладам отдельных ученых, так и взаимному влиянию ученых в поиске решения проблемы.

Д. И. БЛОХИНЦЕВ

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

**ВОЗНИКНОВЕНИЕ
КОНЦЕПЦИИ
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ**

К ТЕОРИИ ЛАРМОРА*

Данная статья, как и все, которые последуют за ней, не может рассматриваться ни как изложение, ни как критика работы, недавно представленной Лармором Лондонскому королевскому обществу под названием «Динамическая теория электрической и светоносной среды» (Larmor. Proceedings of Royal Society, t. LIV, p. 438 (7 dec., 1893)). Настоящая статья представляет собой резюме размышлений, навеянных чтением важной работы М. Лармора и часто уводящих меня далеко от его теории. Это и оправдывает выбранное мною заглавие статьи.

.....

II. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАКЛЮЧЕНИЯ

...Едва ли необходимо добавлять, что эта теория, если и способна оказать какую-то услугу нашему предмету, несколько упорядочивая наши представления, полностью нас удовлетворить не может и не должна рассматриваться как окончательная.

Мне кажется трудным допустить, что принцип равенства действия и противодействия нарушается хотя бы внешне и что он не будет справедлив, если рассматривать только действия, испытываемые весомой материей, и не учитывать реакцию этой материи на эфир.

Со временем все же потребуется как-то изменить наши представления и выйти за рамки, в которые мы стараемся заключить оптические и электрические явления.

Но если даже мы ограничимся чисто оптическими эффектами, все, что было сказано до сих пор для объяснения частичного увлечения волн, не является вполне удовлетворительным.

Опыт дал множество фактов, которые допускают следующее обобщение: невозможно обнаружить абсолютное движение материи, или, точнее, относительное движение весомой материи и эфира. Все, что можно сделать, — это выявить движение весомой материи относительно весомой материи.

* Выдержки из статей «L'Eclairage Electrique», t. 3, p. 5 (6 avril, 1895); t. 5, p. 5 (5 octobre 1895).

Предложенные теории находятся в соответствии с этим законом, но при двух условиях.

1. Необходимо пренебречь дисперсией и другими вторичными явлениями того же рода.

2. Необходимо пренебречь квадратом аберрации.

Однако этого недостаточно. Закон, как подтвердил недавний опыт М. Майкельсона, кажется справедливым даже без перечисленных ограничений. В этом, следовательно, также есть пробел, который, возможно, находится в родстве с тем, которому посвящена данная статья. В самом деле, невозможность выявить движение материи относительно эфира, а также равенство, которое, несомненно, имеет место между действием и противодействием без учета действия материи на эфир, представляют собой два факта, связь которых кажется очевидной. Может быть, оба пробела будут заполнены одновременно.

Г. А. ЛОРЕНЦ

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЙ ОПЫТ МАЙКЕЛЬСОНА*

1. Как впервые было указано Максвеллом и следует, кроме того, из весьма простого расчета, время, необходимое лучу света для прохождения расстояния между двумя точками A и B вперед и назад, должно измениться, как только эти точки подвергнутся совместному перемещению без увлечения эфира с собой. Это изменение, правда, является величиной второго порядка, однако оно достаточно велико, для того чтобы быть обнаруженным при помощи чувствительного интерференционного метода.

Соответствующий опыт был выполнен Майкельсоном в 1881 г. Его аппарат (разновидность интерференционного рефрактометра) состоял из двух одинаково длинных, горизонтально расположенных и взаимно перпендикулярных плеч P и Q . Из двух интерферирующих друг с другом пучков света один проходил вдоль плеча P , другой — вдоль плеча Q , вперед и назад. Весь аппарат, включая источник света и приспособление для наблюдения, мог вращаться вокруг вертикальной оси. Особенно заслуживают внимания два положения аппарата, при которых плечо P или плечо Q по возможности точно совпадает с направлением движения Земли. На основании теории Френеля ожидалось смещение интерференционных полос при повороте аппарата из одного из этих двух «главных положений» в другое. Однако не было обнаружено ни малейшего следа подобного смещения — мы будем называть его для краткости максвелловским смещением, — обусловленного изменением времени пробега. Отсюда Майкельсон счел возможным заключить, что эфир при движении

* Из книги: Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern (Leiden, 1895), § 89—92.

Земли не остается в покое, — заключение, правильность которого была, впрочем, вскоре поставлена под вопрос. По недосмотру Майкельсон вставил в расчет удвоенное значение ожидаемого по теории изменения разностей фаз; при исправлении этой ошлбки получают смещения, которые как раз могут еще компенсироваться ошибками наблюдения [1].

Позже совместно с Морли Майкельсон возобновил исследование [2], причем для увеличения чувствительности заставлял каждый пучок света отражаться посредством нескольких зеркал вперед и назад. Благодаря этому как бы были значительно удлинены плечи прежнего аппарата. Зеркала находились на тяжелой каменной плите, которая плавала на поверхности ртути и поэтому легко вращалась. Каждый пучок должен был теперь пробежать в общем путь в 22 м, и на основании теории Френеля нужно было ожидать смещения в 0,4 расстояния между полосами при переходе из одного главного положения в другое. Тем не менее при вращении получались только смещения не более 0,02 расстояния между полосами. (Вероятно, это были ошибки наблюдения.)

Можно ли на основании этого результата считать, что эфир принимает участие в движении Земли и что, следовательно, теория аберрации Стокса верна? Трудности, на которые наталкивается эта теория при объяснении аберрации, представляются мне слишком значительными для того, чтобы я мог согласиться с подобным взглядом и, напротив, не попытался бы устранить противоречие между теорией Френеля и результатом Майкельсона.

В самом деле, это удастся посредством одной гипотезы, которую я уже высказал [3] некоторое время тому назад и к которой, как я позже узнал, пришел и Фидджеральд. В следующем параграфе мы покажем, в чем состоит эта гипотеза.

Как любезно сообщил мне Фидджеральд, он уже давно излагал эту гипотезу в своих лекциях. В литературе я нашел упоминание о ней только у Лоджа в статье «Aberration problems» (London, Phil. Trans., 1893, v. 184, A, p. 727). Я позволю себе добавить здесь, что эта работа, кроме различных теоретических соображений, содержит описание очень интересных экспериментов, в которых два стальных диска (диаметром 1 ярд), укрепленные на одной и той же оси нормально к последней, вращались с большой скоростью. Посредством специального интерференционного прибора исследовалось, не участвует ли во вращении также эфир, находящийся между дисками. Результат оказался отрицательным, хотя число оборотов в секунду достигало двадцати и больше. Лодж заключает отсюда, что диски не сообщают эфиру даже $1/800$ доли своей скорости.

2. Для упрощения примем, что исследование ведется с таким же аппаратом, какой применялся в первых опытах, и что при одном главном положении плечо P точно совпадает с направлением движения Земли.

Пусть v — скорость этого движения; L — длина каждого плеча, а $2L$ — путь лучей света. На основании теории [4], вследствие по-

ступательного движения время, в течение которого один пучок света идет вдоль P вперед и назад, возрастает на величину $L(p^2/V^2)^*$ по сравнению со временем, в течение которого проходит свой путь другой пучок. Эта же самая разница имела бы место, если бы, в случае отсутствия влияния поступательного движения, плечо P было длиннее плеча Q на $L(p^2/2V^2)$. Аналогичное рассуждение применимо и для второго главного положения.

Таким образом, мы видим, что ожидаемые, согласно теории, разности фаз могли бы также возникнуть и в том случае, если бы при вращении аппарата то одно, то другое плечо имели бы большую длину. Отсюда следует, что эти разности фаз могут быть компенсированы обратными изменениями размеров.

Если принять, что плечо, лежащее в направлении движения Земли, короче другого плеча на $L(p^2/2V^2)$ и что вместе с тем поступательное движение оказывает действие, вытекающее из теории Френеля, то результат опыта Майкельсона будет вполне объясним.

В соответствии с этим следовало бы предположить, что движение твердого тела, например латунного стержня или каменной плиты, примененной в позднейших опытах, через покоящийся эфир влияет на размеры тел, причем это влияние в зависимости от ориентации тела относительно направления движения различно. Если бы, например, размеры, параллельные направлению движения, изменились в отношении $1:1+\delta$, а размеры, перпендикулярные к нему, — в отношении $1:1+\epsilon$, то должно было бы иметь место равенство

$$\epsilon - \delta = p^2/2V^2. \quad (1)$$

Значение одной из величин δ и ϵ осталось бы при этом неопределенным. Мы могли бы иметь

$$\epsilon = 0, \delta = -p^2/2V^2,$$

но также и

$$\epsilon = p^2/2V^2, \delta = 0 \text{ или } \epsilon = p^2/4V^2 \text{ и } \delta = -p^2/4V^2.$$

3. Как ни странна на первый взгляд указанная гипотеза, нужно все же признать, что она вовсе не так неприемлема, если только допустить, что и молекулярные силы передаются через эфир, подобно тому как мы можем теперь определенно утверждать относительно электрических и магнитных сил. Если это так, то весьма вероятно, что поступательное движение изменит взаимодействие между двумя молекулами или атомами таким же образом, как и притяжение или отталкивание между заряженными частицами. Поскольку форма и размеры твердого тела в конечном итоге обуславливаются интенсивностью молекулярных взаимодействий, то в этом случае не может не произойти и изменение размеров. Следовательно, с теоретической стороны нет возражений против этой гипотезы.

* Здесь величиной V обозначена скорость света в пустоте. — *Прим. ред.*

Относительно экспериментальной проверки нужно прежде всего заметить, что упомянутые удлинения и сокращения чрезвычайно малы. Так как $\rho^2/V^2 = 10^{-8}$, то, следовательно, при $\varepsilon = 0$ сокращение одного диаметра Земли составит приблизительно 6,5 см, а длина стержня l м изменится на 0,005 мкм, если его перевести из одного главного положения в другое. Желая обнаружить столь малые величины, можно, пожалуй, надеяться на успех только с помощью интерференционного метода. Следовательно, нам пришлось бы работать с двумя взаимно перпендикулярными стержнями и пустить из двух интерферирующих друг с другом пучков света один вдоль первого, а другой — вдоль второго стержня вперед и назад. Но этим путем мы вернулись бы снова к опыту Майкельсона и при вращении не обнаружили бы смещения полос. Повторяя прежние рассуждения, можно сказать теперь, что смещение, вытекающее из изменений длин, компенсируется максвелловским смещением.

4. Заслуживает внимания то обстоятельство, что мы как раз переходим к предположенным выше изменениям размеров, если, во-первых, не принимая в расчет молекулярного движения, допустим, что в предоставленном самому себе твердом теле силы притяжения или отталкивания, действующие на любую молекулу, находятся в равновесии, и, во-вторых, распространим на эти молекулярные силы закон, выведенный нами прежде* для электростатических взаимодействий. Только под S_1 и S_2 мы будем понимать теперь не две системы заряженных частиц, а две системы молекул, причем вторая из них находится в покое, а первая движется со скоростью ρ вдоль направления оси x . Если между размерами обеих систем существует вышеуказанное соотношение, и если, далее, принять, что в обеих системах составляющие сил по оси x одинаковы, а составляющие по осям y и z отличаются друг от друга множителем $\sqrt{1 - (\rho^2/V^2)}$, то ясно, что силы в системе S_1 будут взаимно уравновешены, если только это имеет место в S_2 . Поэтому, если S_2 представляет собой состояние равновесия покоящегося твердого тела, то в S_1 молекулы имеют как раз те положения, в которых они могут пребывать под влиянием поступательного движения. Перемещение привело бы, конечно, само собой к этому расположению молекул и, следовательно, обусловило бы сокращение в направлении движения в отношении $1 : \sqrt{1 - (\rho^2/V^2)}$ по формулам, данным в § 23 цитированной книги. Это приводит к значениям:

$$\delta = - (\rho^2/2V^2), \quad \varepsilon = 0,$$

что согласуется с (1).

В действительности молекулы тела не находятся в покое, но в каждом «состоянии равновесия» существует стационарное движение. Вопрос о том, как велико влияние этого обстоятельства на

* Именно в § 23 книги: Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern.

рассматриваемое явление, мы оставим открытым; во всяком случае, опыты Майкельсона и Морли вследствие неизбежности ошибок наблюдения оставляют довольно широкий произвол для значений δ и ϵ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Michelson. American Journal of Science (3), 1881, v. 22, p. 120.
2. Michelson and Morley American Journal of Science (3), 1887, v. 34, p. 333; Phil Mag. (5), 1887, v. 24, p. 449.
3. Lorentz Zittingsverlagen der Akad. V. Wet. te Amsterdam, 1892—1893, s. 74.
4. Lorentz. Arch. neerl. 1887, b. 21, s. 168—176.

А. ПУАНКАРЕ

ИЗМЕРЕНИЕ ВРЕМЕНИ*

I. Пока мы не выходим за пределы области сознания, понятие времени относительно ясно. Мы не только легко отличаем ощущение в настоящем от воспоминания ощущения в прошлом или предвидения ощущения в будущем, но также отлично знаем, что мы хотим сказать, когда утверждаем, что из двух осознанных явлений, о которых мы сохранили воспоминание, одно имело место раньше другого или что из двух осознанных явлений, которые можно предвидеть в будущем, одно будет иметь место раньше другого.

Когда мы говорим, что два осознанных факта одновременны, мы имеем в виду, что они настолько глубоко проникают друг в друга, что анализ не может их разделить, не искажая. Порядок, в котором мы располагаем осознанные явления, не содержит ничего произвольного. Он нам продиктован, и мы не можем его изменить.

Я хотел бы добавить лишь одно замечание. Чтобы некоторый комплекс ощущений стал воспоминанием, допускающим классификацию во времени, необходимо, чтобы он перестал относиться к настоящему, чтобы мы потеряли смысл его бесконечной сложности, которая сохраняет его актуальность. Необходимо, чтобы он как бы выкристаллизовался вокруг некоторого центра ассоциаций идей, который будет служить чем-то вроде метки. И только когда наши воспоминания потеряют всякую жизнеспособность, мы сможем их классифицировать во времени, подобно ботанику, который располагает в определенном порядке засушенные цветы в гербарии.

Но число таких меток строго конечно. С этой точки зрения психологическое время было бы прерывистым. Откуда возникает чувство, что между некоторыми двумя мгновениями есть еще и другие мгновения? Мы распределяем наши воспоминания во времени, но знаем,

* Статья из журнала «Revue de Métaphysique et de Morales» (1898, t. VI, p. 1—13) — Перев. с франц. И. С. Зарубиной.

что остаются и пустые промежутки. Как это возможно, если время не было бы формой, ранее существующей в нашем сознании? Как бы мы узнали, что есть незаполненные промежутки, если эти промежутки мы обнаруживаем лишь по их содержанию?

II. Но это еще не все; в такой форме мы хотим воспроизвести не только явления нашего сознания, но и явления, для которых сознание представляется своего рода театром. Более того, мы хотим воспроизвести физические факты, то, чем мы заселяем пространство, которое непосредственно не наблюдается ни одним сознанием. Это необходимо, так как иначе наука не могла бы существовать. Одним словом, имея психологическое время, мы хотим создать научное и физическое время. Именно здесь возникает трудность, или, скорее, трудности, так как их две.

Пусть мы имеем два сознания, представляющие собой два мира, которые не могут проникать один в другой. По какому праву мы заключаем их в одну и ту же форму, измеряем их одной мерой? Не равносильно ли это тому, как если бы мы стали мерить с помощью грамма, а взвешивать с помощью метра?

К тому же, почему мы говорим о мере? Мы можем знать, что некоторый факт предшествует другому, но не знаем *насколько*.

Следовательно, есть две трудности.

1. Имеем ли мы право преобразовать психологическое время, которое является качественным, в количественное?

2. Можем ли мы измерить одной и той же мерой факты, происходящие в различных мирах?

III. Первая трудность была замечена уже давно, она была объектом длинных дискуссий, и можно сказать, что этот вопрос решен. *Мы не можем определить непосредственно на основе интуиции равенство двух интервалов времени.* Тот, кто считает, что обладает такой интуицией, становится жертвой иллюзии.

Когда я говорю, что от двенадцати до часа прошло столько же времени, сколько от двух часов до трех, какой смысл имеет это утверждение? Простое размышление показывает, что само утверждение не имеет никакого смысла. Оно будет иметь лишь тот смысл, который я ему придам определением, неизбежно содержащим некоторую степень произвола. Психологи могли бы обойтись без такого определения. Физики и астрономы не смогли. Посмотрим, как они вышли из этого положения.

Чтобы измерить время, они пользуются маятником и принимают по определению, что все его колебания имеют одинаковую длительность. Но это лишь первое приближение. Температура, сопротивление воздуха, атмосферное давление меняют ход маятника. Если бы эти причины были устранены, то приближение было бы намного более точным, но все еще было бы приближением. Новые причины, которыми до сих пор пренебрегали (электрические, магнитные и другие), внесли бы небольшие отклонения.

Фактически самые точные часы должны время от времени проверяться: поправки производятся с помощью астрономических

наблюдений. Принято, что звездные часы отмечают час, когда соответствующая звезда пересекает меридиан. Другими словами, именно звездные сутки, т. е. продолжительность оборота Земли, и принимаются за постоянную единицу времени. На основании нового определения, заменяющего полученное при описании колебаний маятника, принимают, что два полных оборота Земли вокруг своей оси имеют одну и ту же длительность. Однако астрономы не довольствуются таким определением. Многие из них считают, что морские приливы и отливы являются тормозом на нашей планете и что вращение Земли постепенно замедляется. Так можно было бы объяснить кажущееся ускорение движения Луны, которое, по-видимому, происходит быстрее, чем предсказывает теория, так как наши часы, которыми является Земля, запаздывают.

IV. Могут сказать, что все это не столь важно. Несомненно, наши измерительные приборы несовершенны, но достаточно того, что мы могли бы представить некий совершенный инструмент. Этот идеальный вариант не будет достигнут, но достаточно его придумать и, таким образом, внести строгость в определение единицы времени.

К сожалению, такая строгость отсутствует. Какой же постулат мы неявно принимаем, когда пользуемся для измерения времени часами?

Он состоит в том, что *продолжительность двух идентичных явлений одна и та же*, или, если хотите, что одни и те же причины требуют одинакового времени, чтобы привести к одинаковым следствиям. На первый взгляд это хорошее определение равенства двух длительностей. Однако будем осторожны. Разве не может случиться, что опыт вдруг опровергнет наш постулат?

Предположим, что в некоторой точке мира происходит явление α , приводящее по истечении некоторого времени к следствию α' . В другой точке мира, сильно удаленной от первой, происходит явление β , в результате которого имеет место следствие β' . Явления α и β одновременны, как и их следствия α' и β' . В последующую эпоху явление α повторяется в почти идентичных условиях и *одновременно* повторяется явление β в некоторой удаленной точке мира и почти в тех же условиях. Следствия α' и β' также будут повторяться.

Предположим, что следствие α' имеет место значительно раньше следствия β' . Если бы опыт сделал нас свидетелями такого спектакля, наш постулат оказался бы опровергнутым. Опыт показал бы нам, что первая длительность $\alpha\alpha'$ равна первой длительности $\beta\beta'$ и что вторая длительность $\alpha\alpha'$ меньше второй длительности $\beta\beta'$. Наш же постулат требовал бы, чтобы обе длительности $\alpha\alpha'$ были равны друг другу, как и длительности $\beta\beta'$. Равенство и неравенство, выведенные из опыта, были бы несовместимы с двумя равенствами, взятыми из постулата.

Итак, можем ли мы утверждать, что гипотезы, которые я только что сделал, абсурдны? Они несколько не противоречат закону противоречия. Несомненно, они не смогли бы осуществиться без на-

рушения закона достаточного основания. Но чтобы обосновать такое фундаментальное определение, я предпочел бы некоторую другую гарантию.

V. И это еще не все. В физической действительности следствие порождается не одной причиной, а множеством различных причин, причем вклад каждой из них различить невозможно. Физики стараются выделить вклад каждой из этих причин, но делают это лишь приближенно. И какой бы ни был достигнут в этом прогресс, они всегда сделают это только приближенно. Почти верно, что колебание маятника зависит только от притяжения Земли; но, строго говоря, нельзя считать, что притяжение Сириуса не действует на маятник.

В этих условиях ясно, что причины, которые однажды вызвали некоторое следствие, смогут повториться в дальнейшем лишь весьма приближенно. И тогда мы должны внести изменения в наш постулат и наше определение. Вместо того чтобы сказать: «Одни и те же причины требуют одного и того же времени для порождения одних и тех же следствий», мы должны сказать: «Почти идентичные причины требуют почти одного и того же времени для порождения почти одинаковых следствий».

Следовательно, наше определение приближенное. К тому же, как очень справедливо заметил Калинон в недавней работе (Calinon. Etude sur les diverses grandeurs. Paris, Gauthier—Villars, 1897): «Один из факторов какого-либо явления есть скорость вращения Земли. Если эта скорость меняется, она представляет собой фактор, который не остается больше идентичным при повторении этого явления. Но предположить эту скорость вращения постоянной — значит предположить, что мы умеем измерять время».

Следовательно, наше определение еще не удовлетворительно, т. е., конечно, оно не является тем определением, о котором я говорил выше и которое неявно принимается астрономами, когда они утверждают, что земное вращение постепенно замедляется. Какой смысл имеет это утверждение в их устах? Мы можем это понять, лишь проанализировав их доказательства.

Прежде всего, они говорят, что трение приливов и отливов, приводящее к нагреванию, должно разрушать живую силу. Они опираются, следовательно, на принцип живых сил или закон сохранения энергии. Затем они говорят, что вековое ускорение Луны, рассчитанное на основании закона Ньютона, было бы меньше ускорения, полученного из наблюдений, если бы не делали относительную поправку на замедление земного вращения. Они опираются, следовательно, на закон Ньютона. Другими словами, они определяют длительность так, чтобы закон Ньютона и принцип живых сил были справедливы. Закон Ньютона есть истина, полученная из опыта. Как таковая, она является лишь приближенной. Следовательно, наше определение также пока еще приближенно.

Если мы предположим теперь, что принимается другой способ измерения времени, то опыты, на которых основан закон Ньютона,

не сохраняют прежний смысл. Изменится формулировка закона, так как теперь он будет выражен на другом языке (очевидно, он будет сложнее).

Итак, определение, неявно принятое астрономами, можно резюмировать следующим образом: «Время должно определяться так, чтобы уравнения механики были как можно проще».

Другими словами, не существует способа измерения времени, который был бы более правильным, чем другой. Тот, который принимается, лишь более удобен. Сравнивая часы, мы не имеем права сказать, что одни из них идут хорошо, а другие плохо, мы можем только сказать, что предпочтение отдается показаниям первых часов.

Трудность, которую мы только что рассмотрели, как я уже говорил, часто отмечалась. Среди самых последних работ, где затрагивался этот вопрос, я назову, помимо работы Калинона, трактат по механике Андрада.

VI. Вторая трудность до сих пор вызывала намного меньший интерес. Однако она совершенно аналогична предыдущей, и с точки зрения логики я должен был сначала говорить о ней.

Два психологических явления происходят в двух разных сознаниях. Что я хочу сказать, когда говорю, что они одновременны. Что я хочу сказать, когда говорю, что некоторое физическое явление, которое происходит вне всякого сознания, является предшествующим или последующим по отношению к психологическому явлению.

В 1572 г. Тихо-Браге обнаружил в небе появление новой звезды. Взрыв огромной силы произошел в каком-то очень удаленном небесном светиле, но произошел много раньше, и потребовалось по меньшей мере две сотни лет, прежде чем свет от этой звезды дошел до Земли. Следовательно, этот взрыв предшествовал открытию Америки.

Итак, что я хочу сказать, когда говорю, что это явление произошло раньше формирования зрительного образа острова Испаньола в сознании Христофора Колумба, когда говорю так о гигантском явлении, которое может быть не имело ни одного свидетеля, так как спутники этой звезды, возможно, не были заселены?

Самого простого рассуждения достаточно для того, чтобы понять, что все эти утверждения сами по себе не имеют никакого смысла, что они могут иметь его лишь при некоторой договоренности.

VII. Сначала мы должны спросить себя, как возникла идея воспроизвести в одних и тех же рамках столько не проникающих друг в друга миров. Мы хотели бы представить себе внешний мир и только подобной ценой можем рассчитывать его узнать. Мы никогда не будем иметь такого представления, мы это знаем: наша беспомощность слишком велика. Мы хотим, по крайней мере, чтобы имелась возможность представить бесконечную способность мышления, для которой это представление было бы доступным, что-то

вроде великого сознания, которое бы все видело и все распределяло в *своем времени*, как мы распределяем в *нашем времени* то малое, что мы наблюдаем.

Такая гипотеза является очень грубой и неполной, так как эта высшая способность мышления была бы лишь полубожественной. Бесконечная в одном смысле, она была бы ограничена в другом, так как для нее прошлое являлось бы лишь неким несовершенным воспоминанием. И она не могла бы быть ничем другим, поскольку в противном случае все воспоминания существовали бы для нее в равной мере и для нее не существовало бы времени. Однако, когда мы говорим о времени для всего, что происходит вне нас, не принимаем ли мы бессознательно эту гипотезу; не ставим ли мы себя на место этого несовершенного бога; и сами атеисты не ставят ли они себя на место, где был бы бог, если бы он существовал?

Может быть, все, что я только что сказал, является причиной, которая заставила нас воспроизводить все физические явления в одних и тех же рамках. Но это нельзя считать определением одновременности, так как гипотетическая способность мышления, если бы даже она существовала, была бы для нас недоступной.

VIII. Обычные определения, которые справедливы для психологического времени, не смогли бы больше нас удовлетворить. Два одновременных психологических факта настолько тесно связаны друг с другом, что анализ не может их разделить, не искажая. Имеет ли место то же самое для двух физических фактов? Мое настоящее, не является ли оно более близким относительно моего вчерашнего прошлого, чем относительно настоящего Сириуса?

Принято, что два факта должны рассматриваться как одновременные, если порядок их следования может быть по желанию изменен. Очевидно, такое определение не имело бы смысла для двух физических фактов, происходящих на большом расстоянии друг от друга, и непонятно, что может означать эта обратимость в отношении данных физических фактов. Кроме того, прежде всего следовало бы определить саму последовательность.

IX. Попытаемся разобраться в том, что подразумевается под одновременностью или предшествованием. Для этого проанализируем несколько примеров.

Я пишу письмо; затем его читает мой друг, которому я его адресовал. Это два факта, арена действия которых — два разных сознания. При написании письма у меня возник определенный зрительный образ. Мой друг, в свою очередь, получил тот же самый образ, читая письмо. Хотя эти два факта существуют в мирах, не проникающих друг в друга, я не колеблюсь рассматривать первый факт как предшествующий второму, так как я считаю, что он является его причиной.

Я слышу гром и заключаю, что имел место электрический разряд. Я, не колеблясь, рассматриваю это физическое явление как предшествующее звуковому образу, получаемому моим сознанием, так как считаю, что оно является причиной. Это и есть правило,

которого мы придерживаемся, и оно единственное для нас; когда одно явление нам кажется причиной другого, мы рассматриваем первое как предшествующее.

Следовательно, именно причиной мы определяем время. Но как чаще всего мы узнаем, какой из двух факторов, кажущихся нам связанными постоянно, является причиной и какой следствием? Мы считаем, что предшествующий факт (антецедент) является причиной другого, следствия. И тогда время определяет причину. Как освободиться от этого логического противоречия? Мы говорим то *post hoc, ergo propter hoc*, то *propter hoc, ergo post hoc**. Удастся ли нам когда-нибудь выйти из этого порочного круга?

Х. Рассмотрим теперь не как выходят из такого положения, поскольку полностью это не удастся, а как пытаются из него выйти.

Я выполняю произвольный акт *A* и в результате получаю ощущение *D*, которое считаю следствием акта *A*. С другой стороны, по какой-то причине я делаю вывод, что это следствие не является непосредственным, а вне моего сознания произошли два факта *B* и *C*, свидетелями которых я не был, и произошли так, что *B* является следствием *A*, *C* — следствием *B* и *D* — следствием *C*.

Но почему? Если у меня есть основания считать четыре факта *A*, *B*, *C* и *D* связанными между собой причинными связями, то почему их нужно расположить в причинном порядке *A*, *B*, *C*, *D* и в хронологическом порядке *ABCD*, а не в каком-либо другом? Очевидно, что в акте *A* я чувствовал себя активным, тогда как, получая ощущение *D*, я пассивен. Поэтому я рассматриваю *A* как начальную причину, а *D* как окончательное следствие. Поэтому я ставлю *A* в начале цепочки, а *D* в конце. Но почему надо ставить *B* перед *C*, а не *C* перед *B*?

Если встает такой вопрос, то обычно на него дают следующий ответ: хорошо известно, что именно *B* — причина *C*, так как видно, что *B* происходит всегда перед *C*. Эти два явления, когда у них есть свидетель, происходят в некотором порядке, и нет оснований менять этот порядок, когда аналогичные явления происходят без свидетелей. Все это так, но нужно быть осторожным. Мы никогда не знаем непосредственно физические явления *B* и *C*; мы знаем лишь ощущения *B*¹ и *C*¹, производимые соответственно *B* и *C*. Наше сознание прямо подсказывает нам, что *B*¹ предшествует *C*¹, и мы принимаем, что *B* и *C* следуют друг за другом в том же порядке.

В самом деле, это правило кажется очень естественным. Однако его часто приходится нарушать. Мы слышим гром лишь спустя несколько секунд после электрического разряда. Из двух ударов молнии, когда один происходит в отдалении, а другой близко, не может ли первый предшествовать второму, хотя звук второго мы слышим раньше первого?

XI. Другая трудность в том, имеем ли мы право говорить

* После этого, следовательно по причине этого; то по причине этого, следовательно, после этого. (лат).

о причине явления? Если все части вселенной действуют в какой-то степени равноправно, то явление не будет следствием одной причины, а будет результирующей бесконечно большого числа причин. Часто говорят, что оно есть следствие состояния мира в предыдущий момент. Как сформулировать правила, применимые к таким сложным ситуациям? Ведь только тогда эти правила смогут быть общими и строгими.

Чтобы не запутаться в этой бесконечной сложности, обратимся к более простому примеру: рассмотрим три небесных тела, например Солнце, Юпитер и Сатурн. Для большей простоты представим их материальными точками, изолированными от остального мира.

Положений и скоростей трех тел в данный момент достаточно для определения положений и скоростей этих тел в последующий момент и, следовательно, в любой момент. Их положения в момент t определяют их положения в момент $t + h$, а также их положения в момент $t - h$. Более того, положение Юпитера в момент t вместе с положением Сатурна в момент $t + a$ определяют положение Юпитера и положение Сатурна в любой момент. Совокупность положений, занимаемых Юпитером в момент $t + \varepsilon$ и Сатурном в момент $t + a + \varepsilon$, связана с совокупностью положений, занимаемых Юпитером в момент t и Сатурном в момент $t + a$, законами такими же точными, как законы Ньютона, хотя и более сложными. Тогда почему не рассматривать одну из совокупностей как причину другой, что привело бы к возможности рассматривать момент Юпитера t и момент Сатурна $t + a$ как одновременные? Здесь мы руководствуемся только соображениями удобства и простоты, которые, в самом деле, очень существенны.

XII. Но перейдем теперь к менее искусственным примерам. Чтобы понять определение, принятое учеными, посмотрим, как они его получают, следуя каким правилам вводят одновременность. Я приведу два простых примера: измерение скорости света и определение длины.

Когда астроном мне говорит, что звездное явление, которое он видит в настоящее время в телескоп, произошло 50 лет назад, я пытаюсь понять, что он хочет этим сказать, и поэтому я спрашиваю сначала, откуда он это знает, т. е. как он измерил скорость света. Он начал с того, что *принял* скорость света постоянной и, в частности, одинаковой во всех направлениях. Это есть постулат, без которого нельзя было бы предпринять никакого измерения этой скорости. Данный постулат никогда нельзя проверить прямо на опыте. Он мог бы войти в противоречие с опытом, если бы результаты различных измерений не согласовались между собой. Мы должны быть счастливы, что этого противоречия нет и что небольшие разногласия, которые существуют, легко объяснимы.

Во всяком случае, этот постулат, находящийся в согласии с законом достаточного основания, принят всеми. Я хочу отметить, что он дал нам новое правило для поисков одновременности, полностью отличное от того, которое мы упоминали выше.

Основываясь на этом постулате, посмотрим, как измерялась скорость света. Известно, что Ремер пользовался затмением спутников Юпитера и определял, насколько позднее происходило это явление по сравнению с предсказаниями.

Как же делается такое предсказание? Оно выполняется с помощью астрономических законов, например закона Ньютона. Что же касается наблюдаемых фактов, то нельзя ли их также хорошо объяснить, если приписать скорости света значение, несколько отличное от принятого, и считать, что закон Ньютона является лишь приближением? Мы пришли бы только к необходимости замены закона Ньютона другим, более сложным. Таким образом, для скорости света принимается такое значение, при котором астрономические законы, совместимые с ним, были бы как можно проще.

Когда моряки или географы определяют долготу, они решают проблему, которой мы занимаемся: будучи не в Париже, они должны рассчитать парижское время. Как они это делают? В одном случае они берут с собой хронометр, показывающий парижское время. И тогда качественная проблема одновременности сводится к количественной проблеме измерения времени. Я не буду возвращаться к трудностям, связанным с последней проблемой, так как они обсуждались достаточно подробно выше.

В другом случае они наблюдают за астрономическим явлением, таким, как лунное затмение, и принимают, что это явление наблюдается одновременно во всех точках земного шара. Это не совсем правильно, так как свет распространяется не мгновенно, и, если нужно получить абсолютную точность, необходимо внести поправку, используя некоторое сложное правило.

И, наконец, они пользуются телеграфом. Прежде всего ясно, что получение сигнала в Берлине, например, следует за посылкой того же сигнала из Парижа. Это и есть правило причины и следствия, проанализированное выше. Встает вопрос, насколько позже. Обычно длительностью передачи пренебрегают, и оба события рассматриваются как одновременные. Но, чтобы быть более строгим, необходимо еще внести небольшую поправку, сделанную с помощью сложного расчета. Практически этого не делается, так как поправка была бы намного меньше, чем погрешность наблюдения (с нашей точки зрения, это не устраняет теоретической необходимости в ней, она нужна для строгого определения).

В этом обсуждении я хотел бы обратить внимание на два пункта. 1. Применяемые правила весьма разнообразны. 2. Трудно отделить качественную проблему одновременности от количественной проблемы измерения времени. Используется ли хронометр или в случае необходимости учитывается скорость передачи, как, например, скорость света, в любом случае нельзя измерить скорость, не измеряя времени.

XIII. Нужно сделать следующее заключение.

Мы не можем непосредственно на основе интуиции определить ни одновременность, ни равенство двух промежутков времени.

Если мы считаем, что у нас есть такая интуиция, мы впадаем в иллюзию. Мы заменяем ее с помощью некоторых правил, которые мы применяем почти всегда, не отдавая себе в этом отчета. Какова же природа этих правил?

Общего правила нет. Есть множество частных правил, применяемых в каждом отдельном случае. Эти правила не навязываются нам, и можно было бы позабавиться, придумывая другие. Однако от них нельзя отойти, не усложняя формулировку физических законов, законов механики и астрономии.

Следовательно, мы выбираем эти правила не потому, что они верны, а потому, что они наиболее удобны, и мы можем их резюмировать следующим образом:

«Одновременность двух событий или порядок их следования, равенство двух длительностей должны определяться таким образом, чтобы формулировка естественных законов была бы настолько простой, насколько это возможно. Другими словами, все эти правила, все эти определения являются лишь плодом неосознанного соглашения».

А ПУАНКАРЕ

ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ДВИЖУЩИХСЯ ТЕЛАХ*

415. — Разность, связанная с локальным временем, также не может быть выявлена. В самом деле, разность между истинным и локальным временем по Лоренцу для расстояния в 1 км равна $\frac{1}{3} \cdot 10^{-9}$ сек. Несомненно, это время достаточно длительное относительно периода колебаний, и, казалось бы, его можно выявить с помощью интерференций, но только следует помнить, что нельзя прямо наблюдать фазовые различия между двумя колебаниями, происходящими в двух разных точках. Следовательно, оптические явления не могут быть изменены движением Земли.

416. — В этом отношении теория Лоренца полностью согласуется с опытом. Но Майкельсон получил интерференцию двух световых лучей при следующих условиях: первый отражался в зеркале без амальгамы, расположенном под азимутальным углом 45° , затем в другом зеркале под углом 90° и, наконец, проходил через зеркало без амальгамы путем трансмиссии. Второй луч проходил сначала через то же самое зеркало и отражался под углом 0° , а затем через зеркало без амальгамы.

По условиям опыта должны были стать наблюдаемы члены порядка квадрата аберрации. Однако результат был снова отрица-

* Из курса лекций по теории электродинамики, прочитанного в Сорбонне в 1899 г. и изданного в 1901 г. (Electricité et Optique, Paris, G. Carré et C. Naud, 1901, p. 535—536) — Перев. с франц. И. С. Зарубиной.

тельным. Теория же Лоренца, как и все другие оптические теории, предсказывала положительный результат. Тогда была введена дополнительная гипотеза. Все тела должны испытывать в направлении движения Земли уменьшение их длины на $\frac{1}{2} \cdot 10^{-9}$.

Такое странное свойство кажется настоящим *coup de pouce** самой природы, чтобы избежать обнаружения абсолютного движения Земли с помощью оптических явлений. Это не может меня удовлетворить, и я должен высказать здесь свое отношение: я считаю очень вероятным тот факт, что оптические явления зависят только от относительного движения присутствующих материальных тел, источников света или оптических приборов и не с точностью до величин порядка квадрата или куба аберрации, а строго. По мере того как измерения станут точнее, этот принцип будет выверен с еще большей точностью.

Нужно ли будет новое *coup de pouce*, новая гипотеза для каждого приближения? Очевидно нет: хорошо сформулированная теория должна позволять доказывать принцип сразу со всей строгостью. Теория Лоренца пока этого не позволяет. Но из всех предложенных теорий именно она ближе всего к тому, чтобы это осуществить. Можно, следовательно, надеяться сделать ее вполне достаточной в этом отношении, не внося в нее слишком глубоких изменений.

А. ПУАНКАРЕ

О ПРИНЦИПЕ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ПРОСТРАНСТВА И ДВИЖЕНИЯ**

КЛАССИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Англичане преподают механику как науку экспериментальную; на континенте ее излагают всегда как науку более или менее дедуктивную и априорную. Бесспорно, правы англичане. Но как оказалось возможным так долго придерживаться другого способа изложения? Почему те ученые на континенте, которые старались избегать приемов своих предшественников, чаще всего оказывались не в состоянии вполне от них освободиться? С другой стороны, если принципы механики не имеют иного источника, кроме опыта, не являются ли они от этого приближенными и временными? Не заставят ли нас новые опыты видоизменить когда-нибудь эти принципы или даже совсем отбросить их?

Трудность разрешения этих вопросов происходит главным образом оттого, что руководства по механике не вполне ясно раз-

* Ухищрение (франц.)

** Главы V—VII из книги А. Пуанкаре «Наука и гипотеза». М., 1904 (H. Poincaré Science and Hypothesis, Paris, 1902.)

личают, где опыт, где математическое рассуждение, где условное положение, где гипотеза. Это еще не все.

1. Абсолютного пространства не существует, мы знаем только относительные движения. Между тем чаще всего выражают механические факты так, как если бы существовало абсолютное пространство, к которому их можно было бы отнести.

2. Не существует абсолютного времени. Утверждение, что два промежутка времени равны, само по себе не имеет смысла, и можно применять его только условно.

3. Мы не способны к непосредственному восприятию не только равенства двух промежутков времени, но и не можем быть уверенными в одновременности двух событий, происходящих в различных местах. (Я пояснил это в статье «*La mesure du temps*»*.)

4. Наконец, сама наша евклидова геометрия — лишь своего рода условный язык. Мы могли бы изложить факты механики, относя их к пространству неевклидову, которое было бы основой менее удобной, но столь же законной, как и наше обыкновенное пространство. Изложение слишком осложнилось бы, но осталось бы возможным.

Таким образом, абсолютное пространство, абсолютное время, даже сама геометрия не имеют характера вещей, обуславливающих собой механику. Они так же мало предваряют существование механики, как мало французский язык логически предваряет существование истин, выражаемых по-французски.

Можно было бы попытаться изложить основные законы механики на языке, независимом от всех этих условий. Тогда, без сомнения, можно было бы больше отдать себе отчет в том, что представляют эти законы сами по себе. Это и попытался сделать (по крайней мере отчасти) Андрад в своих «*Leçons de mécanique physique*». Изложение этих законов оказалось бы, конечно, гораздо более сложным, потому что все указанные выше условия созданы воображением только для того, чтобы сократить и упростить изложение.

Здесь я оставляю в стороне все эти трудности, за исключением вопроса об абсолютном пространстве. Я далек от мысли пренебрегать ими, но мы достаточно разобрали их в двух первых частях.

ДВИЖЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОЕ И ДВИЖЕНИЕ АБСОЛЮТНОЕ

Принцип относительного движения. Были попытки связать закон ускорения с некоторым более общим принципом. Движение всякой системы должно подчиняться одним и тем же законам независимо от того, относим ли его к неподвижным осям или к подвижным, перемещающимся прямолинейно и равномерно. Это — принцип относительного движения, обязательный для нас

* «*Revue de Métaphysique et de Morale*», Janvier 1898 t. VI, p. 1—13 (см стр 12 наст. сб.).

по двум причинам: во-первых, его подтверждает самый обыденный опыт и, во-вторых, противоположное допущение совершенно не укладывалось бы в уме.

Итак, допустим его и рассмотрим тело, находящееся под действием силы. Относительное движение этого тела для наблюдателя, перемещающегося с постоянной скоростью, равной начальной скорости тела, должно быть таким же, каким было бы абсолютное движение тела, если бы оно выходило из состояния покоя. Следовательно, ускорение тела не должно зависеть от его абсолютной скорости. Из этого заключения пытаются полностью извлечь закон ускорения. Долгое время следы этого доказательства сохранялись в кандидатских диссертациях. Но такая попытка, очевидно, тщетна. Препятствие, мешавшее нам доказать закон ускорения и обусловленное отсутствием определения силы, нисколько не устраняется, так как приведенный принцип не дает требуемого определения. Но принцип относительного движения от этого не делается менее интересным; он заслуживает изучения сам по себе. Постараемся прежде всего сформулировать его точно.

Выше мы сказали, что ускорения различных тел, входящих в состав изолированной системы, зависят только от их скоростей и положений (относительных, а не абсолютных), если только подвижные оси, к которым отнесено движение, перемещаются прямолинейно и равномерно. Или, если угодно, эти ускорения зависят только от разностей скоростей и разностей координат тел, а не от абсолютных значений скоростей и координат. Если этот принцип верен для относительных ускорений (или, лучше, для разностей ускорений), то, сочетая его с законом противодействия, можно вывести, что он верен и для абсолютных ускорений. Остается, таким образом, рассмотреть, как можно доказать, что разности ускорений зависят только от разностей скоростей и координат или, говоря математическим языком, что эти разности координат удовлетворяют дифференциальным уравнениям второго порядка.

Можно ли вывести это доказательство из опытов или из априорных соображений? Припоминая сказанное выше, читатель сам даст на это ответ. В самом деле, в такой формулировке принцип относительного движения очень похож на то, что выше я назвал обобщенным принципом инерции. Это не совсем то же самое, потому что здесь речь идет о разностях, а не о самих координатах. Новый принцип, следовательно, учит нас кое-чему большему сравнительно с прежним. Однако приведенные выше рассуждения можно приложить и к нему, и они привели бы к тем же заключениям — бесполезно было бы обращаться к ним вновь.

А р г у м е н т Н ь ю т о н а . Здесь мы сталкиваемся с вопросом крайне важным и в какой-то степени роковым. Я сказал, что принцип относительного движения не только является для нас результатом опыта, но и что априори никакая иная гипотеза не допускается нашим разумом. Но тогда почему принцип верен только в случае прямолинейного и равномерного движения подвижных

осей? Казалось бы, он должен внушаться нам с той же силой и в случае, когда это движение переменное или, по крайней мере, когда оно сводится к равномерному вращению. Но в этих двух случаях принцип не верен.

Я не стану подробно останавливаться на том случае, когда движение осей прямолинейно, но неравномерно; парадокс устраняется сейчас же при исследовании. Я нахожусь в вагоне, и, если поезд, натолкнувшись на какое-нибудь препятствие, внезапно останавливается, я буду отброшен на противоположную скамейку, хотя непосредственно на меня не действовала никакая сила. Здесь нет ничего загадочного: я не подвергся действию никакой внешней силы, зато поезд испытал внешний толчок. Нет ничего парадоксального в том, что относительное движение двух тел оказывается возмущенным, раз движение того или иного тела изменено внешней причиной. Я остановлюсь подробнее на случае движений, относимых к равномерно вращающимся осям. Если бы небо было всегда покрыто тучами, если бы мы не имели никакого средства наблюдать светила, мы все-таки могли бы заключить, что Земля вращается; мы узнали бы об этом по ее сжатию или — еще лучше — из опыта с маятником Фуко.

Однако имело ли бы смысл говорить в этом случае, что Земля вращается? Если нет абсолютного пространства, то как можно вращаться, не вращаясь по отношению к чему-либо, а с другой стороны, как могли бы мы принять заключение Ньютона и верить в абсолютное пространство? Но недостаточно констатировать, что все возможные решения одинаково не удовлетворяют нас; надо для каждого из них проанализировать основания, по которым мы отвергаем его, чтобы сделать наш выбор сознательно. Да простятся мне поэтому следующие длинные рассуждения.

Вернемся к нашему воображаемому случаю: густые тучи скрывают светила от людей, которые не могут наблюдать их и даже не знают об их существовании. Как эти люди узнают, что Земля вращается? С еще большей уверенностью, чем наши предки, они будут смотреть на Землю, которая носит их, как на неподвижную и непоколебимую; им придется слишком долго ждать появления Коперника. Но наконец этот Коперник явится. Почему же это должно случиться?

Механики воображаемого нами мира сначала не натолкнулись бы ни на какое безусловное противоречие. В теории относительного движения рассматривают кроме реальных сил две фиктивные силы, которые называются обыкновенной центробежной силой и составной центробежной силой. Наши воображаемые ученые могли бы, следовательно, все объяснить, рассматривая эти две силы как реальные, и они не увидели бы здесь противоречия с обобщенным принципом инерции, так как эти силы зависели бы: одна, подобно действительно существующему притяжению, от относительных положений различных частей системы; другая, подобно реальному трению, от их относительных скоростей. Тем не менее некоторые

грудности не замедлили бы пробудить их внимание. Если бы им удалось создать изолированную систему, то движение центра тяжести такой системы по траектории, почти прямолинейной, не имело бы места. Для объяснения этого факта они могли бы сослаться на центробежные силы, которые они рассматривали бы как реальные и которые, без сомнения, были бы ими приписаны взаимным действиям тел. Но они увидели бы, что эти силы не уничтожаются на значительных расстояниях, т. е., по мере того как изоляция была бы лучше осуществляема, центробежная сила неопределенно возрастает с увеличением расстояния. Это затруднение казалось бы им уже довольно значительным, однако оно не остановило бы их надолго. Они не замедлили бы вообразить себе какую-нибудь среду, крайне тонкую, вроде нашего эфира, в которой плавали бы все тела и которая оказала бы на них отталкивающее действие.

Но это не все. Пространство симметрично, а между тем законы движения не представляли бы симметрии; эти законы должны были бы отличать правую сторону от левой. Оказалось бы, например, что циклоны вращаются всегда в одну и ту же сторону, между тем как по симметрии можно было бы ожидать этого вращения в ту или другую сторону безразлично. Если бы ценой труда наши ученые пришли к представлению о совершенной симметрии своей Вселенной, то эта симметрия не осуществлялась бы, хотя и не было бы никакого основания для преимущественного нарушения ее в одну определенную сторону. Без сомнения, они нашлись бы и здесь: они придумали бы что-нибудь, во всяком случае не более странное, чем хрустальные сферы Птолемея, и так нагромождали бы все более сложные построения, пока долгожданный Коперник не устранил бы всю эту сложность сразу, сказав, что гораздо проще допустить, что Земля вращается. И совершенно так же, как наш Коперник сказал нам: удобнее предположить, что Земля вращается, потому что тогда законы астрономии выражаются более простым языком, тот бы сказал: удобнее предположить, что Земля вращается, потому что тогда законы механики выражаются более простым языком.

Это не противоречит тому, что абсолютное пространство, — та, так сказать, веха, к которой надо было бы отнести Землю, чтобы знать, действительно ли она вращается, — объективно не существует. Итак, утверждение: «Земля вращается» — не имеет никакого смысла, ибо никакой опыт не позволит проверить его, ибо такой опыт не только не мог бы быть ни осуществлен, ни вызван смелой фантазией Жюль Верна, но даже не мог бы быть понят без противоречия. Или, лучше сказать, два положения: «Земля вращается» и «Удобнее предположить, что Земля вращается» — имеют один и тот же смысл; в одном ничуть не больше содержания, чем в другом.

Может быть, кто-нибудь останется недоволен и найдет даже что-то неприятно поражающее в том, что среди всех гипотез или — лучше — всех условий есть одна, которая удобнее других. Но если

мы без труда допустили это, когда речь шла о законах астрономии, почему это должно смущать, если дело касается механики?

Мы видели, что координаты тел определяются дифференциальными уравнениями второго порядка, и то же самое имеет место для разностей координат. Это — то, что мы назвали обобщенным принципом инерции и принципом относительного движения.

А. ПУАНКАРЕ

НАСТОЯЩЕЕ И БУДУЩЕЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ*

Каково современное состояние математической физики? Какие проблемы стоят перед ней? Каково ее будущее? Ожидается ли изменение в направлении ее развития? В том же ли свете, что и нам, представляется цель и методы этой науки нашим ближайшим преемникам десять лет спустя? Или, напротив, нам предстоит быть свидетелями коренного преобразования? Таковы вопросы, которые мы вынуждены поставить, приступая сегодня к нашему рассмотрению.

Эти вопросы легко поставить, но ответить на них трудно. Даже если бы у нас и появилось стремление отважиться на прогноз, мы бы легко избавились от этого искушения, представив себе все те нелепости, которые были бы сказаны выдающимися учеными начала прошлого столетия, если бы их спросили о том, какова будет наука в XIX в. Они считали бы себя слишком дерзкими в своих предсказаниях, и какими скромными нашли бы мы их теперь! Так что не ждите от меня никаких пророчеств.

И хотя, как все осторожные медики, я не люблю делать прогноза, тем не менее я не могу отказать от установления некоторого диагноза. Да, действительно есть признаки серьезного кризиса, как если бы мы находились накануне предстоящего изменения. Не будем, однако, слишком волноваться.

Мы уверены, что больная не умрет, и мы можем даже надеяться, что этот кризис будет спасительным, поскольку история прошлого гарантирует нам это. Действительно, этот кризис — не первый, и, чтобы понять его, следует вспомнить предыдущие кризисы. Надеюсь, мне простят небольшой исторический экскурс.

Математическая физика, как мы знаем, произошла от небесной механики, которая произвела ее на свет в конце XVIII в., в ту пору, когда сама она только что достигла полного развития. Дитя поразительно походило на свою мать, особенно в первые годы.

* Доклад на Конгрессе искусства и науки в Сент-Луисе (сентябрь 1904 г.) Опубликовано в журналах: «Bulletin des Sciences Mathematiques», December 1904, v. 28, ser. 2, p. 302; «The Monist», January 1905, v. XV, N 1 — Перев. с франц. Т. Д. Блохинцевой.

Вселенная состоит из масс несомненно очень больших, но разделенных такими огромными расстояниями, что они представляются нам материальными точками; эти точки притягиваются обратно пропорционально квадрату расстояния, и это притяжение есть единственная сила, которая влияет на их движение. Но если бы наши чувства были достаточно тонки, чтобы обнаруживать все детали тел, изучаемых физиком, то картина, которая нам открылась бы, едва ли отличалась от той, которую рассматривает астроном. Там мы тоже увидели бы материальные точки, разделенные огромными — по сравнению с их размерами — расстояниями и движущиеся по орбитам согласно регулярным законам. Эти бесконечно малые звезды суть атомы. Как и настоящие небесные светила, они притягиваются или отталкиваются, и это притяжение или отталкивание, направленное по линии их соединения, зависит только от расстояния. Закон, согласно которому эта сила меняется как функция расстояния, может быть, не есть закон Ньютона, но это — аналогичный закон. Вместо показателя степени -2 мы, вероятно, имеем другой показатель, и именно от этого изменения показателя степени происходит все различие физических явлений, разнообразие свойств и ощущений, весь красочный и звучный мир, который нас окружает, словом — вся Природа.

Такова основная идея в чистом виде. Остается лишь искать в различных случаях, какое значение следует придать показателю степени, чтобы учесть все факты. Именно по этому образцу Лаплас, например, построил свою изящную теорию капиллярности: он рассматривал ее как частный случай притяжения, или, как он говорит, всемирного тяготения, и никто не удивляется, находя эту теорию в одном из пяти томов Небесной Механики. Более близкий пример: Брюн полагал, что он проник в последнюю тайну оптики, когда показал, что атомы эфира притягиваются обратно пропорционально шестой степени расстояния; и разве сам Максвелл не говорил, что атомы газа отталкиваются обратно пропорционально пятой степени расстояния? Мы имеем степень: -6 или -5 вместо -2 , но всегда степень.

Среди теорий того времени лишь одна составляет исключение — это теория Фурье, согласно которой атомы, действующие друг на друга на расстоянии, взаимно передают друг другу теплоту, но не притягиваются и не перемещаются. С этой точки зрения теория Фурье должна была представляться в глазах его современников и в его собственных глазах несовершенной и временной. Эта концепция не была лишена величия, она была привлекательна, и многие не отказались от нее окончательно. Им известно, что нельзя добраться до самых элементарных составных частей тел иначе, как терпеливо распутывая сложный узел, который дают нам наши ощущения; что нужно продвигаться вперед шаг за шагом, не пренебрегая ни одной промежуточной ступенью; что наши предшественники были неправы, когда хотели миновать эту ступень. Но они верят, что когда доберутся до этих первичных элементов, то там найдут вели-

чественную простоту небесной механики. Эта концепция не была и бесполезной; она оказала нам неоценимую услугу, поскольку помогла определить фундаментальное понятие закона.

Я поясню свою мысль. Как древние понимали закон? Для них это было внутренняя гармония, так сказать, статическая и неизблемая. Это была модель, которой природа старалась подражать. Для нас закон совсем иное, это постоянная связь между явлением сегодня и явлением завтра, одним словом, это — дифференциальное уравнение. Такова идеальная форма физического закона, и первым был в нее облачен закон Ньютона. Если потом эта форма прочно обосновалась в физике, так именно благодаря тому, что копировали, насколько возможно, закон Ньютона, подражали небесной механике. Однако наступил день, когда концепция центральных сил оказалась недостаточной, и это — первый из тех кризисов, о которых я вам только что говорил.

Как же тогда поступили? Отказались проникать в детали структуры Вселенной, изолировать составные части этого огромного механизма, анализировать одну за другой силы, которые приводят их в движение, и удовлетворились тем, что взяли в качестве руководства некоторые общие принципы, цель которых как раз в том и состоит, чтобы освободить нас от кропотливого исследования. Что же это значит? Предположим, что перед нами какая-либо машина. Единственное, что видно, — это первое и последнее колеса, а передачи, промежуточные колеса, с помощью которых движение передается от одного к другому, спрятаны внутри и недоступны нашему обозрению; мы не знаем, осуществляется ли передача зубчатыми колесами, или приводными ремнями, или шатуном, или какими-либо другими устройствами. Скажем ли мы, что невозможно ничего понять в этой машине, пока нам не разрешат разобрать ее? Вы хорошо знаете, что нет, и что принципа сохранения энергии достаточно, чтобы выделить наиболее интересный пункт: мы легко установим, что выходное колесо вращается в 10 раз медленнее входного, поскольку оба эти колеса видны. Отсюда мы можем заключить, что пара сил, приложенная к первому колесу, уравновесит в 10 раз большую пару сил, приложенную к другому колесу. Для этого нет никакой необходимости проникать в механизм этого равновесия и знать, каким образом силы компенсируются внутри машины; достаточно быть уверенными в том, что эта компенсация не может не иметь места.

Так вот, при рассмотрении Вселенной принцип сохранения энергии может оказать нам ту же услугу. Вселенная — это тоже машина, гораздо более сложная, чем все машины индустрии, и почти все составные части которой глубоко спрятаны от нас; но, наблюдая движение видимых частей, мы можем с помощью этого принципа сделать выводы, которые останутся справедливыми, каковы бы ни были детали невидимого механизма, приводящего их в движение.

Принцип сохранения энергии, или принцип Майера, несомненно самый важный, но не единственный; есть и другие, из которых мы можем извлечь ту же пользу. А именно:

Принцип Карно, или принцип деградации энергии.

Принцип Ньютона, или принцип равенства действия противодействию.

Принцип относительности, согласно которому законы физических явлений должны быть одинаковыми для неподвижного наблюдателя и для наблюдателя, совершающего равномерное поступательное движение, так что мы не имеем и не можем иметь никакого способа определять, находимся ли мы в подобном движении или нет.

Принцип сохранения массы, или принцип Лавуазье.

Я добавлю принцип наименьшего действия.

Применения этих пяти или шести общих принципов к различным физическим явлениям достаточно для того, чтобы узнать все то, что вообще можно, в разумных пределах, надеяться познать. Самым замечательным примером этой новой математической физики бесспорно является электромагнитная теория света Максвелла. Что такое эфир, как расположены его молекулы, притягиваются ли они или отталкиваются? Мы ничего об этом не знаем; но мы знаем, что эта среда передает одновременно оптические и электрические возмущения, мы знаем, что эта передача должна происходить согласно общим принципам механики, и этого нам достаточно, чтобы получить уравнения электромагнитного поля.

Эти принципы есть обобщение результатов экспериментов, и, по-видимому, в самой их общности заложена значительная степень достоверности. Действительно, чем более они общие, тем чаще мы имеем возможность их проверять; и эти испытания, умножаясь и приобретая самые разнообразные и самые неожиданные формы, в конечном счете не оставляют места сомнению.

Такова вторая фаза истории математической физики, и мы еще не вышли из нее. Скажем ли мы, что первая фаза была бесполезной, что в течение пятидесяти лет наука шла ложным путем и что ничего не остается, как только забыть столько затраченных усилий, которые заранее были обречены порочной идеей? Ни в коем случае. Считае ли вы, что вторая фаза могла осуществиться без первой? Гипотеза центральных сил содержала все принципы; она повлекла их за собой как необходимые следствия; она имела следствием и закон сохранения энергии, и закон сохранения массы, и равенство действия противодействию, и закон наименьшего действия, которые, правда, представлялись не как экспериментальные истины, а как теоремы, и их формулировка была в чем-то более точная и в то же время менее общая, чем в современной форме.

Именно математическая физика наших предшественников сблизила нас понемногу со всеми этими принципами, приучила узнавать их под различными одеяниями, в которые они рядились. Их сравнивали с экспериментальными данными, выясняли, как надо было изменить их формулировку, чтобы приспособить к этим

данным, кое-где их расширяли и укрепляли. Таким образом, их начали рассматривать как экспериментальные истины; концепция центральных сил стала тогда бесполезной поддержкой и, скорее, помехой, поскольку она использовала принципы в их гипотетической форме. Таким образом, рамки научных идей благодаря их эластичности не были сломлены, а лишь расширились. Наши предшественники, установившие их, трудились не напрасно: в сегодняшней науке мы узнаем общие черты намеченного ими эскиза.

Предстоит ли нам теперь вступить в третью фазу? Находимся ли мы накануне второго кризиса? Рухнут ли в свою очередь принципы, на которых мы все построили? С некоторых пор есть основания ставить эти вопросы. Слушая эти слова, вы несомненно думаете о радию, этом великом революционере нашего времени, и, действительно, я вернусь к нему вскоре. Но есть и другое. Не только закон сохранения энергии стоит под угрозой, все другие принципы тоже в опасности, и мы сейчас это увидим, рассмотрев их последовательно.

Начнем с принципа Карно. Это единственный принцип, который не является непосредственным следствием гипотезы центральных сил. Более того, если он, по-видимому, не противоречит прямо этой гипотезе, то, по крайней мере, не может быть согласован с ней без определенных усилий. Если физические явления были бы обусловлены исключительно движениями атомов, взаимное притяжение которых зависело бы только от расстояния, то, по-видимому, все эти явления должны были бы быть обратимыми. Если бы все начальные скорости изменили свое направление на обратное, то атомы, по-прежнему подчиненные тем же силам, должны были бы описывать траектории в противоположном направлении, точно так же, как Земля при изменении начальных условий ее движения на обратные описывала бы в противоположном направлении ту же самую эллиптическую орбиту, которую она описывает в прямом направлении. В таком случае, если физическое явление возможно, то и обратное ему явление также должно существовать, и, следовательно, можно обратить течение времени. Однако в природе этого нет, и это как раз то, чему учит принцип Карно: тепло может переходить от горячего тела к холодному, нельзя сделать этот процесс обратным и восстановить разницу температур. Движение может полностью исчезнуть и превратиться в теплоту путем трения; обратное превращение происходит лишь частично.

Старались примирить это кажущееся противоречие. Если мир стремится к единообразию, то не потому, что его составные части, сначала несхожие, стремятся стать все менее и менее различными, а потому, что, случайно перемещаясь, они в конце концов смешиваются. Для глаза, который различал бы все элементы, различие по-прежнему оставалось бы таким же большим. Каждая крупинка сохраняет свою оригинальность и не похожа на своих соседей; но, когда смесь становится все более однородной, наши грубые

ощущения замечают лишь единообразие. Вот почему, например, температуры стремятся выравниваться, не имея возможности вернуться к первоначальным значениям.

Пусть в стакан воды падает капля вина. Каким бы ни был закон внутреннего движения жидкости, мы вскоре увидим ее однородно окрашенной в розовый цвет, и начиная с этого момента, сколько ни тряси сосуд, вино и вода не смогут больше разделиться. Вот другой пример необратимого процесса: нетрудно спрятать ячменное зерно в мешке пшеницы, но найти его затем там и извлечь — практически невозможно. Все это объяснили Максвелл и Больцман, но наиболее четко изложил Гиббс в своих элементарных принципах статистической механики — в книге, слишком мало читаемой, поскольку она несколько трудна для чтения.

Для тех, кто придерживается этой точки зрения, принцип Карно — лишь нестрогий принцип, что-то вроде уступки несовершенству наших чувств. Мы не различаем элементы смеси потому, что наше зрение слишком слабое; мы не умеем заставить эти элементы разделиться потому, что наши руки слишком грубы. Воображаемый демон Максвелла, который может сортировать молекулы, сумел бы заставить Мир возвращаться назад. Возможно, что это произойдет и самопроизвольно, только вероятность этого бесконечно мала. Нам, вероятно, пришлось бы долго ждать стечения обстоятельств, которые допустили бы обратное движение, но рано или поздно они реализуются, после долгих лет, для написания числа которых понадобились бы миллионы цифр. Эти оговорки оставались в то же время совершенно теоретическими, они не вызывали беспокойства, и принцип Карно сохранял свою практическую ценность. Но вот положение меняется. Биолог, вооруженный микроскопом, давно заметил в своих препаратах беспорядочное движение маленьких частичек в суспензии — броуновское движение. Он подумал сначала, что это биологическое явление, но вскоре увидел, что неодушевленные тела танцевали с неменьшим рвением, чем одушевленные; тогда биолог уступил место физикам. К несчастью, долгое время этот вопрос не интересовал физиков. Свет концентрируют для освещения микроскопического препарата, — рассуждали они, — свет не бывает без теплоты, отсюда неравенства температур и внутренние течения в жидкости; они и вызывают движения, о которых идет речь.

Господину Гуи пришла мысль разобраться в этом вопросе, и он увидел или полагал, что увидел, что это объяснение не выдерживает критики, что движения становятся все более быстрыми, по мере того как частицы уменьшаются, а способ освещения не оказывает влияния. И если движения не прекращаются или, скорее, беспрестанно возникают, ничего не заимствуя у внешнего источника энергии, то какие же выводы следует сделать? Мы не должны, конечно, из-за этого отказываться от закона сохранения энергии. Однако на наших глазах то движение переходит в теплоту путем трения, то, наоборот, теплота превращается в движение и при этом

ничего не теряется, поскольку движение постоянно продолжается. Это противоречит принципу Карно. А если это так, то чтобы увидеть мир возвращающимся назад, нам больше не нужно бесконечно пронизательного взгляда максвелловского демона, нам достаточно нашего микроскопа. Тела слишком крупные, например в десятую долю миллиметра, со всех сторон получают удары от движущихся атомов, но они не сдвигаются, потому что ударов очень много и по закону случайных величин они компенсируются. Однако частицы более мелкие получают слишком мало толчков, для того чтобы компенсация происходила бы наверняка, и они беспрестанно колеблются. И вот уже один из наших принципов в опасности.

Обратимся к принципу относительности. Этот принцип не только подтверждается ежедневным опытом, не только является необходимым следствием гипотезы центральных сил, но и необычайно естественно воспринимается нашим разумом. И тем не менее в нем тоже пробита брешь. Предположим, имеется два наэлектризованных тела; хотя они нам кажутся покоящимися, оба они вовлечены в движение Земли. Движущийся электрический заряд, как учит нас Роуланд, эквивалентен току; таким образом, эти два заряженных тела эквивалентны двум параллельным токам одного и того же направления, а два таких тока должны притягиваться. Измеряя притяжение, мы определяем скорость Земли, не скорость Земли относительно Солнца или системы неподвижных звезд, но ее абсолютную скорость.

Я хорошо знаю, что на это мне возразят: здесь измеряется не абсолютная скорость, а скорость относительно эфира. Какое слабое утешение! Разве не видно, что из принципа, понятого таким образом, ничего уже нельзя будет извлечь? Этот принцип уже не смог бы ничему нас научить именно потому, что он больше не боялся бы никакого опровержения. Если нам придется измерять что-нибудь, мы всегда сможем сказать, что это не абсолютная скорость, и если это не будет скоростью относительно эфира, то может быть скоростью относительно какого-то нового неизвестного флюида, которым мы заполним пространство. К тому же и эксперимент опровергает подобную интерпретацию принципа относительности: все попытки измерить скорость Земли относительно эфира привели к отрицательным результатам. На этот раз экспериментальная физика оказалась более верна принципу, чем математическая физика; теоретики не посчитались бы с ним, чтобы согласовать другие общие представления, но эксперимент упорно подтверждал его.

Испробовали множество способов. Наконец Майкельсон достиг самых высоких пределов точности, но все было тщетно. И именно для того чтобы объяснить это упорство, математики вынуждены проявить сегодня всю свою изобретательность.

Задача их нелегка, и если Лоренц благополучно справился с ней — так только путем нагромождения гипотез. Наиболее хитроумной была идея местного времени. Представим себе двух наблюдателей, которые хотят выверить свои часы с помощью оптических

сигналов. Они обмениваются сигналами, но, так как им известно, что распространение света не мгновенно, они посылают их перекрестно. Когда в пункт В приходит сигнал из пункта А, то находящиеся в нем часы должны показывать не то время, которое показывали часы пункта А в момент отправления сигнала, а время, увеличенное на постоянную, равную длительности передачи. Предположим, например, что пункт А посылает свой сигнал, когда его часы показывают время 0, а пункт В принимает его, когда его часы показывают время t . Часы отрегулированы, если запаздывание, равное t , представляет собой длительность передачи, для проверки чего пункт В посылает, в свою очередь, сигнал, когда его часы показывают время 0. Пункт А должен получить его, когда его часы показывают время t . После этого часы отрегулированы. И действительно, они показывают одинаковое время в один и тот же физический момент, но при одном условии, что оба пункта — неподвижны. В противном случае длительность передачи будет не одной и той же в двух направлениях, поскольку пункт А, например, движется навстречу оптическому возмущению, исходящему из В, а пункт В движется впереди возмущения, испущенного из А. Часы, отрегулированные таким образом, не будут показывать *истинное время*. Они показывают так называемое *местное время*. Одни из них отстают. Это не имеет большого значения, поскольку у нас нет средств заметить это. Все явления, которые происходят, например в пункте А, будут запаздывать, но все останется точно таким же, и наблюдатель не заметит этого, поскольку его часы отстают. Таким образом, как этого требует принцип относительности, у наблюдателя не будет никакой возможности узнать, находится ли он в покое или в абсолютном движении. К несчастью, этого недостаточно, и требуются дополнительные гипотезы. Необходимо допустить, что все движущиеся тела испытывают одинаковое сжатие в направлении движения. Например, один из диаметров Земли уменьшается на 1/200 000 000 вследствие движения нашей планеты, тогда как другой диаметр сохраняет свою длину.

Таким образом, оказываются скомпенсированными последние маленькиe разности. И потом, имеется еще гипотеза относительно сил. Каково бы ни было происхождение сил — будь то тяготение или упругость, — они должны уменьшаться в определенной пропорции в мире, вовлеченном в равномерное поступательное движение. Точнее, должны уменьшаться составляющие, перпендикулярные к направлению движения; параллельные составляющие не меняются. Вернемся теперь к нашему примеру двух наэлектризованных тел. Они отталкиваются, но в то же время, если все вовлечено в равномерное движение, эти тела эквивалентны двум параллельным токам одного направления, которые притягиваются.

Таким образом, это электродинамическое притяжение уменьшает электростатическое отталкивание, и результирующее отталкивание оказывается более слабым, чем в случае двух покоящихся

тел. Но поскольку, чтобы измерить это отталкивание, мы должны уравновесить его другой силой, и так как все силы уменьшаются в равной пропорции, то мы ничего не замечаем. Таким образом все, по-видимому, приведено в порядок, но рассеяны ли сомнения? Что случилось бы, если мы могли сообщаться сигналами, которые уже не были бы световыми и скорость распространения которых отличалась бы от скорости света? Если бы после сверки часов оптическим способом мы захотели проверить их юстировку с помощью этих новых сигналов, то обнаружили бы расхождения, которые выявили бы общее поступательное движение обоих пунктов. И разве нельзя себе представить подобные сигналы, если, вместе с Лапласом, допустим, что универсальное притяжение передается в миллион раз быстрее света?

Итак, в последнее время принцип относительности мужественно отстояли, но сама энергия этой защиты показывает, насколько серьезна была атака. Поговорим теперь о принципе Ньютона по поводу равенства действия и противодействия. Этот принцип тесно связан с предыдущим, и, по-видимому, падение одного повлекло бы за собой падение другого. Поэтому не удивительно, что здесь мы встречаем те же трудности.

Полагают, что электрические явления обусловлены перемещением маленьких заряженных частиц, именуемых *электронами* и погруженных в среду, которую мы называем *эфиром*. Движения этих электронов вызывают возмущения в прилегающем эфире. Эти возмущения распространяются во всех направлениях со скоростью света, и другие электроны, первоначально покоящиеся, в свою очередь приходят в движение, когда возмущение достигает соприкасающихся с ними областей эфира. Таким образом, электроны действуют друг на друга, но это действие не прямое, оно осуществляется через посредство эфира. Может ли в таких условиях осуществляться уравнивание действия с противодействием, по крайней мере для наблюдателя, принимающего во внимание только движение материи, т. е. электронов, и игнорирующего движение эфира, которое он не может видеть? Конечно, нет. Даже если бы это уравнивание было точным, оно не могло бы быть одновременным. Возмущение распространяется с конечной скоростью; таким образом, оно достигает второго электрона лишь тогда, когда первый давно уже вернулся в состояние покоя. Следовательно, этот второй электрон испытывает действие первого с запаздыванием, и, конечно, в этот момент он не действует на первый электрон, потому что вокруг первого электрона ничто уже не движется.

Анализ фактов позволит нам продвинуться еще дальше. Представим, например, вибратор Герца типа тех, что используют в беспроволочной телеграфии. Он посылает энергию во всех направлениях, но мы можем снабдить его параболическим зеркалом, как это сделал Герц со своими более маленькими вибраторами, чтобы послать всю созданную энергию в одном направлении. Что произойдет тогда согласно теории? Аппарат должен гоняться назад,

как если бы он был пушкой, а энергия, им испущенная, была бы ядром; но это противоречит принципу Ньютона, потому что здесь наш снаряд не имеет массы, это не материя, это — энергия. Так же обстоит дело и с сигнальным фонарем маяка, снабженным рефлектором, поскольку свет есть не что иное, как возмущение электромагнитного поля. Фонарь должен испытать отдачу так, как если бы свет, который он посылает, был бы снарядом. Что же это за сила, которая вызывает отдачу? Это то, что называли *давлением Максвелла—Бартольди*. Оно очень небольшое, и стоило немалых трудов обнаружить это давление с помощью самых чувствительных радиометров, но важно то, что оно существует.

Если вся энергия, испущенная нашим вибратором, попадет в приемник, он поведет себя так, как если бы он получил механический толчок, который представляет в некотором смысле компенсацию отдачи вибратора. Противодействие будет равно действию, но оно не будет с ним одновременным; приемник сместится вперед, однако не в тот момент, когда вибратор передвинется назад. Если энергия будет распространяться бесконечно, нигде не встретив приемника, то компенсация никогда не произойдет.

Могут возразить, что пространство, которое разделяет вибратор и приемник и по которому возмущение передается от одного к другому, не пустое, что оно заполнено не только эфиром, но и воздухом или даже, в межпланетных пространствах, каким-то неуловимым, но все же весомым флюидом, что это вещество испытывает толчок, как и приемник, в момент, когда энергия достигает его. Это спасло бы принцип Ньютона, но это неверно. Если бы энергия, распространяясь, оставалась бы все время привязанной к некоему материальному носителю, то движущаяся материя увлекла бы с собой свет, а Физо показал, что ничего подобного не происходит, по крайней мере, для воздуха. Майкельсон и Морли затем подтвердили это. Можно предположить также, что движения собственно материи точно компенсируются движениями эфира, но это привело бы нас к тем же соображениям, что и раньше. Понимаемый таким образом принцип в состоянии все объяснить, поскольку, каковы бы ни были видимые движения, всегда есть возможность вообразить гипотетические движения, которые их скомпенсируют. Но если он может все объяснить, то он не позволяет ничего предвидеть, не позволяет сделать выбор между различными гипотезами, поскольку все объясняет заранее. Таким образом, он становится бесполезным.

И кроме того, предположения, которые следовало бы сделать относительно движений эфира, не столь удовлетворительны. Если электрические заряды удваиваются, то естественно было бы предположить, что скорости различных атомов эфира тоже удваиваются, и для компенсации необходимо, чтобы средняя скорость эфира учетверилась. Вот почему долгое время я думал, что в конце концов откажутся от этих выводов теории, противоречащих принципу Ньютона. Однако недавние эксперименты по движению электронов, испущенных радием, по-видимому, подтверждают эти выводы.

Теперь перейдем к принципу Лавуазье относительно сохранения масс. Несомненно, это тот принцип, который нельзя затронуть, не поколебав основ механики. И, однако, некоторые думают, что он кажется нам верным только потому, что в механике рассматриваются лишь умеренные скорости, и что он перестал бы быть справедливым для тел, движущихся со скоростью, сравнимой со скоростью света. В настоящее время считается, что эти скорости реализованы. Катодные лучи и лучи радия, по-видимому, состоят из очень маленьких частиц или электронов, движущихся со скоростями, несомненно меньшими скорости света, но которые все же составляют одну десятую или одну треть этой скорости.

Эти лучи могут отклоняться как электрическим, так и магнитным полем, и, сравнивая отклонения, можно одновременно измерять скорость электронов и их массу (или, скорее, отношение их массы к заряду). Но когда дошли до скоростей, близких к скорости света, то увидели, что необходима поправка. Будучи наэлектризованны, эти молекулы не могут перемещаться, не приводя в колебание эфира; чтобы привести их в движение, нужно преодолеть двойную инерцию — самой молекулы и эфира. Полная, или наблюдаемая, масса — та, которую измеряют, — состоит из двух частей: реальной, или механической, массы молекулы и электродинамической массы, представляющей инерцию эфира.

Расчеты Абрагама и эксперименты Кауфмана показали, что собственно механическая масса равна нулю и что масса электронов, или по крайней мере отрицательных электронов, имеет исключительно электродинамическое происхождение. Вот что заставляет нас изменить определение массы; мы более не можем различать механическую и электродинамическую массы, поскольку тогда первая исчезает. Нет другой массы, кроме электродинамической, но в этом случае масса не может оставаться постоянной, она увеличивается со скоростью и, более того, зависит от направления; тело, движущееся со значительной скоростью, проявляет различную инерцию по отношению к силам, стремящимся отклонить его, и тем силам, которые стремятся ускорить или замедлить его движение.

Есть еще одна возможность: пусть самые элементарные составные части тел есть электроны; одни заряжены отрицательно, другие — положительно. Отрицательные электроны не имеют массы, это установлено. Но положительные электроны, согласно тому немногому, что нам о них известно, по-видимому, гораздо более крупные. Может быть, помимо электродинамической массы они имеют собственно механическую массу? Тогда истинная масса тела представляла бы сумму масс положительных электронов; отрицательные электроны не принимались бы в расчет; определенная таким образом масса могла бы быть постоянной.

Увы! Эта возможность также ускользает от нас. Вспомним, что было сказано по поводу принципа относительности и усилий, предпринятых для его спасения. Дело не только в спасении принципа, но и в неоспоримых результатах экспериментов Майкельсона.

Как мы видели выше, чтобы учесть эти результаты, Лоренц был вынужден предположить, что в среде, совершающей равномерное поступательное движение, все силы независимо от их происхождения уменьшаются в одинаковой пропорции. Более того, недостаточно, чтобы это имело место для реальных сил, нужно еще, чтобы то же самое выполнялось и для сил инерции. Таким образом, говорит он, нужно, чтобы *поступательное движение влияло на массы всех частиц в той же степени, что и на электромагнитные массы электронов*. Следовательно, механические массы должны изменяться согласно тем же законам, что и электродинамические; следовательно, они не могут быть постоянными.

Нужно ли подчеркивать, что нарушение принципа Лавуазье повлечет за собой нарушение принципа Ньютона? Этот последний означает, что центр тяжести изолированной системы движется по прямой линии; но если нет больше постоянной массы, то нет больше и центра тяжести, неизвестно даже, что означает это понятие. Вот почему выше я сказал, что эксперименты с катодными лучами, по-видимому, подтверждали сомнения Лоренца относительно принципа Ньютона.

На основе всех этих результатов, если они подтверждаются, возникла бы совершенно новая механика, которая характеризовалась бы главным образом тем фактом, что никакая скорость не могла бы превышать скорости света*, подобно тому как температура не может упасть ниже абсолютного нуля. Для наблюдателя, совершающего поступательное движение, о котором он не подозревает, никакая наблюдаемая скорость также не могла бы превышать скорость света; и здесь было бы противоречие, если бы мы не вспомнили, что этот наблюдатель пользуется не теми часами, что покоящийся наблюдатель, а часами, отмечающими «местное время». Здесь перед нами возникает вопрос, постановкой которого я и ограничусь: если нет больше массы, то во что превращается закон Ньютона?

Масса имеет два аспекта: это и коэффициент инерции, и масса тяготения, входящая в качестве множителя в закон ньютоновского притяжения. Если коэффициент инерции непостоянный, может ли быть постоянной масса притяжения? Вот в чем вопрос.

По крайней мере, у нас оставался еще закон сохранения энергии, и он казался более устойчивым. Надо ли напоминать, как и он в свою очередь впал в немилость. Событие произвело еще больший шум, чем предыдущие, и осталось во всех мемуарах. Начиная с первых работ Беккереля и особенно, когда Кюри открыли радий, выяснилось, что любое радиоактивное тело является неиссякаемым источником радиации. Казалось, его активность не меняется в течение месяцев и лет. И в этом уже было нарушение принципов.

* Поскольку тела противопоставляли бы возрастающую инерцию силам, стремящимся ускорить их движение, и эта инерция становилась бы бесконечной при приближении к скорости света.

Радияция представляла фактически энергию, которая испускалась и испускалась, не иссякая, из одного и того же куска радия. Однако энергии были слишком малы для измерений; так, по крайней мере, думали и не очень беспокоились по этому поводу.

Картина изменилась, когда Кюри догадались поместить радий в калориметр и увидели, что количество непрерывно создаваемой теплоты весьма значительно. Было предложено множество объяснений, но в подобном случае нельзя сказать: чем больше, тем лучше. Пока какое-либо из них не восторжествует над другими, мы не можем быть уверены, что хотя бы одно из них верно. Однако в последнее время одно из объяснений, кажется, берет верх, и есть основания надеяться, что мы держим ключ к разгадке тайны.

Сэр У. Рамзай предположил, что радий подвергается превращению, что запасы энергии в радии огромны, но они не бесконечны. Превращение радия давало бы в миллион раз больше теплоты, чем все известные превращения; радий истощился бы в течение 1250 лет — довольно быстро, но, по крайней мере, мы вправе придерживаться этого мнения еще несколько сотен лет. И пока наши сомнения остаются в силе.

Что же сохранилось в целостности среди таких руин? Пока остается вне сомнений принцип наименьшего действия, и как, по-видимому, считает Лармор, этот принцип намного переживет другие. Действительно, он является еще более общим и неопределенным.

Какую позицию займет математическая физика в этом общем кризисе принципов? Но прежде чем начать волноваться, следует спросить себя, верно ли все это. Нарушения принципов встречаются в области бесконечно малого: чтобы видеть броуновское движение, необходим микроскоп; электроны очень легки, радий встречается чрезвычайно редко, и каждый раз его имеют не более чем несколько миллиграммов. Тогда можно спросить себя: нет ли рядом с бесконечно малым, которое мы увидели, другого бесконечно малого, которого мы не видим и которое составляет противовес первому?

Именно этот вопрос должен быть разрешен в первую очередь, и, по-видимому, только эксперимент может ответить на него. Таким образом, нам ничего не остается, как только уступить место экспериментаторам, и в ожидании, пока они окончательно разрешат спор, не заниматься столь беспокойными проблемами, а мирно продолжать нашу работу, как если бы принципы все еще оставались вне сомнений. Конечно, нам есть чем заняться, не выходя за пределы области, где эти принципы можно применять с полной уверенностью, есть чем заполнить свою деятельность в течение периода сомнений.

Однако верно ли, что мы ничего не в состоянии сделать для освобождения нашей науки от этих сомнений? Надо признаться, что они вызваны не только экспериментальной физикой, но и математическая физика тоже внесла сюда свой вклад. Экспериментаторы увидели, что радий выделяет энергию, но зато теоретики выявили все трудности, возникающие при распространении света в дви-

жущейся среде; вероятно, без теоретиков их не заметили бы. И если они сделали все возможное, чтобы поставить нас в затруднительное положение, то пусть помогут и выйти из него.

Надо, чтобы они подвергли критике все новые взгляды, которые я только что изложил перед вами, и не отказывались от принципов, не сделав честной попытки спасти их. Что же можно сделать в этом направлении?

Среди самых интересных проблем математической физики специальное место следует отвести проблемам, связанным с кинетической теорией газа. Многие уже сделано для их решения, но многое еще остается сделать. Эта теория представляет вечный парадокс. Мы имеем обратимость в предпосылках и необратимость в следствиях, и между ними — пропасть. Достаточно ли статистических рассмотрений, закона больших чисел, чтобы заполнить ее? Остается еще много темных мест, к которым нужно возвратиться и, безусловно, не один раз. Их разъяснение поможет лучше понять смысл принципа Карно и его место в ансамбле динамики, лучше вооружиться для правильной интерпретации любопытного эксперимента Гуи, о котором я говорил выше.

Не следует ли нам также постараться получить более удовлетворительную теорию электродинамики движущихся тел? Именно там, как я показал выше, накапливаются трудности. Сколько ни нагромождай гипотез, все равно нельзя удовлетворить сразу всем принципам. Пока удавалось спасать одни принципы, не иначе как жертвуя другими, но еще не утрачена надежда добиться лучших результатов. Попробуем всесторонне рассмотреть теорию Лоренца, усовершенствовать ее понемногу — и, может быть, все уладится.

Так, вместо того чтобы предполагать, что движущиеся тела испытывают сжатие в направлении движения и что это сжатие одинаково (независимо от природы тел и действующих на них сил), нельзя ли принять более простую или более естественную гипотезу? Можно представить, например, что эфир видоизменяется, когда движется относительно погруженной в него материальной среды; что, изменившись, он уже более не передает возмущения во все направления с одной и той же скоростью. Он передает более быстро те возмущения, которые распространяются параллельно движению среды, вдоль или против движения, и менее быстро — те возмущения, которые распространяются перпендикулярно. Волновая поверхность представляла бы в таком случае не сферу, а эллипсоид, и можно было бы обойтись без столь необычного сжатия тел. Я привожу это лишь в качестве примера, поскольку видоизменения, которые можно было бы испробовать, безусловно допускают бесконечно много вариаций.

Возможно также, что астрономия когда-нибудь снабдит нас данными по этой проблеме; в общем, именно она подняла вопрос, познакомя нас с явлением абберации света. Исходя из грубой теории абберации, получают довольно курьезные результаты. Из-за

движения Земли видимые положения звезд отличаются от их истинных позиций, и так как движение Земли изменяется, то и видимые положения тоже меняются. Мы не можем знать истинного положения звезд, но мы можем наблюдать изменения видимого положения. Таким образом, наблюдения абберации показывают нам не движение Земли, а его изменение. Следовательно, они не могут дать нам сведений относительно абсолютного движения Земли.

По крайней мере, это верно в первом приближении. Но это было бы не так, если бы умели определять тысячные доли секунды. Тогда бы увидели, что амплитуда колебания зависит не только от изменения движения, которое хорошо известно как движение нашего земного шара по его эллиптической орбите, но и от средней величины движения, так что константа абберации оказалась бы не совсем одинаковой для всех звезд, и разности дали бы нам абсолютное движение Земли в пространстве.

Это означало бы, в иной форме, нарушение принципа относительности. Правда, нам еще далеко до того, чтобы определять тысячную долю секунды, но в конце концов некоторые полагают, что полная абсолютная скорость Земли может быть гораздо больше ее скорости относительно Солнца. Если она была бы равна, например, 300 км/сек вместо 30 км/сек, то этого было бы достаточно, чтобы явление стало наблюдаемым. Думаю, что, рассуждая таким образом, мы допускаем слишком упрощенную теорию абберации. Как уже говорилось, Майкельсон показал, что физические процессы не в состоянии выявить абсолютное движение. Я убежден, что то же самое относится и к астрономическим процессам, как бы далеко мы не продвигались в точности. Во всяком случае, данные, которые астрономия представит в этом направлении, станут когда-нибудь ценными для физика. А пока теоретики сделали бы полезное дело, строя теорию абберации, которая заранее учитывала бы отрицательный результат опыта Майкельсона.

Но вернемся на Землю. Здесь мы тоже способны помочь экспериментаторам. Мы можем, например, подготовить почву, тщательно изучая динамику электронов, разумеется, исходя не из одной единственной гипотезы, но увеличивая, насколько возможно, число гипотез; а физики затем используют нашу работу, чтобы найти решающий эксперимент, который должен отдать предпочтение одной из них.

К динамике электронов есть разные подходы, но среди них есть такой, которым несколько пренебрегали, хотя он и является одним из обещающих нам больше всего неожиданностей. Дело в том, что спектральные линии излучения вызываются движениями электронов, и эффект Зеемана доказывает это. В раскаленном теле все, что колеблется, чувствительно к действию магнита, следовательно, наэлектризовано. Это первый очень важный пункт, но далее его мы не продвинулись. Почему спектральные линии распределены согласно регулярному закону? Эти законы изучены экспериментато-

рами в самых мельчайших подробностях. Они очень точны и относительно просты. Первое исследование распределений заставляет думать о гармонических соотношениях, которые встречаются в акустике, но различие очень большое. Дело не только в том, что частоты колебаний не представляют последовательных кратных одного и того же числа, но мы даже не находим здесь никакого аналога корням тех трансцендентных уравнений, к которым нас приводят многие проблемы математической физики: проблема колебаний упругого тела произвольной формы, проблема осцилляций Герца в вибраторе какой-либо формы, задача Фурье при охлаждении твердого тела. Законы более простые, но совершенно иной природы. В качестве примера одного из отличий упомянем, что для высших гармоник число колебаний стремится к конечному пределу, вместо того чтобы расти бесконечно. В этом все еще не отдают себе отчета, но я думаю, что именно здесь находится одна из наиболее важных тайн природы. Линдеман сделал похвальную попытку, однако, на мой взгляд, безуспешную. Эту попытку надо повторить снова. Таким образом, мы проникнем, так сказать, в самые сокровенные глубины материи.

Имея в виду ту частную задачу, которая занимает нас сегодня, заметим, что мы лучше поймем динамику электронов и, возможно, нам будет легче согласовать ее с принципами, когда выясним, почему колебания раскаленных тел так отличаются от обычных упругих колебаний, почему электроны ведут себя не так, как известная нам материя. Предположим теперь, что все эти усилия терпят неудачу (во что я не верю). Что же тогда делать? Следует ли пытаться подправить испорченные принципы, совершив то, что мы, французы, называем *сoup de pouce**? Это, конечно, всегда возможно, и я не отказываюсь ни от чего, что было сказано раньше. Вы могли бы мне сказать, если бы хотели затеять спор со мной: «Не писали ли Вы, что принципы, хотя и произошли из опыта, теперь находятся вне пределов досягаемости эксперимента, поскольку они стали условными соглашениями? А теперь Вы говорите нам, что последние достижения эксперимента ставят эти принципы под угрозу?!»

Так вот, я был прав раньше, я прав и сейчас. Я был прав раньше, и то, что происходит сегодня, является тому новым доказательством. Возьмем, например, калориметрический эксперимент Кюри с радием. Возможно ли согласовать его с принципом сохранения энергии? Это пытались сделать многими способами; я хотел бы обратить ваше внимание на один из них; нельзя сказать, что он одерживает верх сегодня, но это одно из предложенных объяснений. Предположим, что радий есть не что иное, как посредник, который лишь накапливает излучения неизвестной природы, пронизывающие пространство во всех направлениях и проходящие сквозь все тела — кроме радия, — не изменяясь и не оказывая на тела ни-

* Ухищрение (франц.)

какого действия. Один только ради́й отбирает у них немного энергии и затем возвращает ее нам в различных видах.

Какое выгодное объяснение и как оно удобно! Во-первых, оно непроверяемо и потому непроверяемо. Во-вторых, его можно использовать для объяснения любого нарушения принципа Майера; оно заранее дает ответ не только на возражение Кюри, но и на все возражения, которые экспериментаторы могли бы представить в будущем. Новая и неизвестная энергия может быть использована во всех случаях. Это как раз то, что я говорил, и отсюда ясно видно, что наш принцип за пределами досягаемости эксперимента. А если это так, то чего же мы добились нашим *coup de pouce*? Принцип сохранен, но чему он впредь может служить? Он позволял нам предвидеть, что в таких-то и таких-то обстоятельствах мы можем рассчитывать на такое-то количество полной энергии; он нас ограничивал; но теперь, когда в нашем распоряжении есть этот неопределенный запас новой энергии, мы больше ничем не ограничены, и, как я уже писал, если принцип перестает быть плодотворным, то эксперимент хотя и не противоречит ему прямо, все же осуждает его.

Таким образом, это не то, что следовало бы делать. Мы должны строить заново. Но хотя мы и поставлены перед такой необходимостью, мы все-таки можем найти себе утешение. Не надо думать, что наука способна только на труд Пенелопы, что она лишь воздвигает эфемерные здания, которые затем вынуждена уничтожать сверху донизу своими же собственными руками.

Как я говорил, мы уже проходили через подобный кризис. Я показал вам, что в математической физике принципов находят черты прежней математической физики, физики центральных сил; и то же самое повторится, если нам предстоит познакомиться с третьей математической физикой. Так, линиящее животное разбивает свою слишком тесную оболочку и становится более молодым, но под его новой оболочкой легко узнают черты прежнего организма.

Мы не можем предвидеть, в каком направлении пойдет развитие. Не исключено, что на первый план выдвинется кинетическая теория газа, которая будет развиваться и послужит моделью для других теорий. Тогда явления, сначала казавшиеся нам простейшими, представятся в виде результата большого числа элементарных фактов, которые сводятся к одной цели лишь законами случая. Физический закон приобретет тогда совершенно новый аспект; это уже не будет только дифференциальное уравнение, он примет характер статистического закона.

Возможно даже, мы должны создать совершенно новую механику, которую мы лишь смутно представляем, механику, где инерция возрастала бы со скоростью, причем скорость света являлась бы непреодолимым пределом. Обычная механика, более простая, оставалась бы как первое приближение, справедливое для скоростей не слишком больших, так что новая динамика включала бы старую.

Нам не пришлось бы сожалеть о нашей вере в принципы, и, более того, поскольку скорости, слишком большие для прежних формул, являлись бы лишь редким исключением, наиболее верным в практике было бы поступать так, как если бы мы продолжали верить в них. Они так полезны, что за ними надо сохранить место. Исключить их совсем — значило бы лишить себя ценного оружия. В заключение я хочу сказать, что мы не дошли до этого, и ничто еще не доказывает, что принципы не выйдут из борьбы победившими и невредимыми.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ
ПОСТРОЕНИЕ
СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

AETHER AND MATTER

A DEVELOPMENT OF THE DYNAMICAL RELATIONS
OF THE AETHER TO MATERIAL SYSTEMS

ON THE BASIS OF THE

ATOMIC CONSTITUTION OF MATTER

INCLUDING A DISCUSSION OF THE INFLUENCE OF THE
EARTH'S MOTION ON OPTICAL PHENOMENA

BEING AN ADAMS PRIZE ESSAY IN THE UNIVERSITY OF CAMBRIDGE

BY

JOSEPH LARMOR, M.A., F.R.S

FELLOW OF ST JOHN'S COLLEGE, CAMBRIDGE

CAMBRIDGE
AT THE UNIVERSITY PRESS

1900

[All Rights reserved]

ЭФИР И МАТЕРИЯ*

Глава X

ОБЩАЯ ПРОБЛЕМА ДВИЖУЩЕЙСЯ
МАТЕРИИ, РАССМАТРИВАЕМАЯ ПРИМЕНИ-
ТЕЛЬНО К ОТДЕЛЬНЫМ МОЛЕКУЛАМ

Формулировка проблемы

102. Представим теперь, что материальная система состоит из свободного эфира, наполненного системой электронов, каждый из которых должен быть рассмотрен индивидуально. Некоторые из электронов являются свободными, но в большинстве своем они сгруппированы в материальные молекулы. Мы попытаемся сравнить относительные движения таких электронов в двух случаях: когда они образуют материальную систему (или принадлежат к материальной системе), не совершающую поступательного движения в эфире, и когда система как целое движется относительно эфира, скажем для краткости, со скоростью v параллельно оси x . Средой, в которой развиваются события, в нашем конкретном случае является сам свободный эфир, уравнения динамики которого были точно установлены двумя совершенно независимыми путями — из рассмотрения оптической и электродинамической сторон его проявления, так что на этот счет в нашем анализе не будет ничего гипотетического. Электрон e будет представлен как особая точка в эфире, при подходе к которой упругое напряжение, составляющее эфирное смещение (f, g, h), неограниченно увеличивается пропорционально

$$-e/4\pi \cdot (d/dx, d/dy, d/dz) r^{-1}.$$

Это фактически аналогично тому, что называют простым полюсом в двумерном представлении, используемом в теории функции комплексного переменного. Предполагается, что эта сингулярность представляет собой определенную структуру, образующую в эфире ядро напряжения, которое способно перемещаться в среде независимо от движения самого эфира; вместе с электроном при его движении перемещается и связанная с ним «порция» окружающего эфирного напряжения, описываемого вектором смещения (f, g, h), пропорциональная, как указывалось выше,

$$-e/4\pi \cdot (d/dx, d/dy, d/dz) r^{-1}.$$

* Главы из книги «AETHER AND MATTER», Cambridge, 1900, p. 162—193. — Перев. с англ. Н. И. Надеждиной и Ю. И. Иваньшина.

Следует заметить, что энергия этой части смещения сконцентрирована вокруг ядра электрона, а не распространена на большую область, как могло бы показаться на первый взгляд. Эфирное смещение удовлетворяет условию потока $df/dx + dg/dy + dh/dz = 0$, если в рассматриваемом элементе объема нет электронов. Последние аналогичны так называемым источникам и стокам в абстрактной теории жидкостного потока, так что при наличии электронов интеграл от нормальной составляющей эфирного смещения по границе какой-либо области вместо того, чтобы быть равным нулю, равен Σe — числу электронов, находящихся внутри этой области. Другой связанный с эфиром вектор, вектор магнитной индукции (a, b, c) , также обладает свойством потока, но в его распределении нет особых точек, обладающих свойствами простых полюсов. Однако движение электрона включает сингулярность в (a, b, c) ротационного типа с ядром, совпадающим с движущимся электроном*. Среднее по времени этой сингулярности для квазистационарного орбитального движения электрона на расстояниях, значительно превышающих размеры орбит, аналитически эквивалентно магнитному дублету, что аналогично источнику и связанному с ним равному стоку. Наконец, предполагается, что различные части эфира пребывают в покое, так что изменение во времени, например, напряжения какого-либо элемента эфира выражается производной по времени без каких-либо дополнительных членов, представляющих изменение напряжения за счет элемента эфира, перенесенного тем временем в новое положение. В этом отношении уравнения для эфира, будучи фактически линейными, намного проще уравнений гидродинамики. Эфир неподвижен в этой теории, в то время как молекулы, из которых состоит Земля и все другие материальные тела, пролетают через эфир, не вызывая в нем никакого заметного движения. Благодаря этому строго выполняется закон астрономической абберации света и остается в силе доплеровское изменение длины волны излучения движущегося источника. Но окажется, что все чисто земные оптические явления не зависят от движения Земли.

* А именно: по мере того как расстояние r от него уменьшается неограниченно, магнитная индукция стремится к $evr^{-2} \sin \theta$, имея направление, перпендикулярное к плоскости угла θ между r и скоростью v электрона. Это во-первых как возмущение среды, стремящейся вывести электрон из его исходного положения и восстановить его в новом положении, в которое он перешел. Соотношения станут более явными, когда будут представлены в кинематических выражениях Приложения Е или когда мы перейдем к пределу в формулах гл. XI, относящейся к полю движущегося заряженного тела конечных размеров. Описание в тексте, как простого полюса, применимо к электрону, движущемуся со скоростью v , когда членами порядка $(v/c)^2$ пренебрегают. В противном случае поле эфира, расположенного в непосредственной близости от него, не изотропно, и выражение для него необходимо заменить более точным, полученным в гл. IX. При обсуждении второго порядка в главе XI эта более точная форма привлекается неявным образом. При этом определяется напряжение электрона (п. 111) по концентрации смещения эфира вокруг него. Сингулярность магнитного поля, которая участвует в движении электрона (конечно, не внутренняя), не имеет концентрации.

103. В этой общепринятой трактовке проблемы аналитические уравнения, которые выражают динамику поля свободного эфира, находящегося между и вокруг ядер электронов, имеют вид

$$4\pi \frac{d}{dt} (f, g, h) = \text{rot} (a, b, c),$$

$$-\frac{d}{dt} (a, b, c) = 4\pi C^2 \text{rot} (f, g, h),$$

где символом $\text{rot} (a, b, c)$ обозначают по Максвеллу вектор $\left(\frac{dc}{dy} - \frac{db}{dz}, \frac{da}{dz} - \frac{dc}{dx}, \frac{db}{dx} - \frac{da}{dy} \right)$, а C есть единственная физическая константа эфира, представляющая собой скорость распространения в нем упругих возмущений. Эти аналитические уравнения выведены Максвеллом в его математическом развитии взглядов Фарадея на электрическую среду. Они аналогичны уравнениям, полученным Мак-Кулафом на четверть века раньше в его формулировке динамики оптической среды. Смело можно утверждать, что теоретические исследования Максвелла в комбинации с экспериментальными проверками Герца и его последователей в этой области придали аналитической формулировке динамических соотношений свободного эфира точность и четкость, не превзойденную ни в каком другом разделе физики, даже в теории гравитации. В конструкцию же кинематической схемы изображения эфирного напряжения проник более спекулятивный элемент — тот, который позволит объединить различные предположения, перечисленные выше. Для дальнейшего понимания желательно (а для различных приложений даже необходимо) иметь конкретные знания о физической природе описывающих возмущение эфира векторов (f, g, h) и (a, b, c) в форме представлений, которые бы неясно, интуитивно, заключали в себе аналитические соотношения между этими векторами и содержали бы также условия и ограничения, которым каждый из этих векторов подчиняется, включая характерные особенности электрона, его неизменность и его свойство свободно перемещаться в эфире.

104. Для чисто аналитического развития схемы эфира, сформулированной выше, нет необходимости в конкретном физическом представлении строения эфира, поскольку существенную основу такого подхода уже образуют абстрактные соотношения и условия, приведенные выше. Фактически эти аналитические соотношения являются одними из идеально простых для такой цели, так как они дают в явном виде изменения во времени интересующих нас векторов, поэтому, зная состояние системы в какой-либо момент времени t , можно немедленно получить состояние в момент $t + \delta t$, и так последовательными шагами или с помощью разложения в ряд Тейлора можно определить состояние системы в любой будущий по сравнению с t момент времени. Вопрос, требующий особого внимания, заключается в следующем: определяет ли решение этих уравнений

при заданном начальном состоянии системы движение электронов (или ядер напряжения) через среду, а также изменения напряжения в самой среде. Из дальнейшего рассмотрения будет видно, что при подходящих гипотезах дело обстоит именно так, поскольку заданное начальное состояние будет заключать в себе и данные о движениях электронов, т. е. начальное условие для (a, b, c) будет включать ротационные сингулярности около электронов по направлениям их движения, именно такие, которые за интервал времени dt переместят электроны в новые положения, и так последовательно шаг за шагом*.

Однако при этом предполагается, что ядро электрона очень лабильно в своем движении через эфир. Иными словами, на это движение не влияет ни инерция, ни какие-либо другие силы, кроме тех, которые выражают связь электрона с эфиром. Мы предполагаем фактически при этом полноту приведенной выше эфирной схемы связи. Любую трудность, которая может появиться из-за бесконечных значений векторов в самом ядре, можно устранить способом, обычным в аналитических работах по тяготению: будем предполагать, что ядро представляет собой объемное распределение электричества очень большой, но конечной плотности. В таком случае электричество не абсолютно сконцентрировано в точке, а распределено в счень малом объеме, вследствие чего значения векторов остаются конечными. Относительно детальной структуры электронов не делается никаких предположений, поскольку размеры их ядер чрезвычайно малы по сравнению с расстояниями между ними; допустимо рассматривать их как точки, подобно тому как, например, в общей теории тяготения планеты солнечной системы рассматривают как притягивающие точки. Этот метод является неполным только потому, что не рассматривает энергию и другие величины, связанные с взаимодействием частей самого электрона, поскольку они существенны только внутри молекул.

105. Следует заметить, что согласно развиваемому здесь подходу, в котором атомы вещества рассматриваются как совокупности электронов, взаимодействие между атомами может быть описано только через электрические силы. Электрический характер сил химического сродства был составной частью воззрений Дэви, Берцелиуса и Фарадея. И более поздние дискуссии по этому вопросу, устраняя грубые концепции, непременно стремились к утверждению этой гипотезы. До сих пор совершенно не разработан подход, в котором с этой точки зрения рассматривались бы обычные силы сцепления. Однако подобные трудности не ощущались как фундаментальные трудности атомно-вихревой картины строения вещества, пленившей высокие авторитеты молекулярной физики. Даже в конкретной реализации максвелловской теории эфира, на которую мы ссылались выше, атом вещества обладает всеми динамическими свойствами вихревого кольца в жидкости, лишенной трения, так что все, что может

* См. примечание на стр. 49

быть сделано в рамках представлений о вихревых кольцах, неявно присоединяется к настоящей схеме. Тот факт, что успеха в области сил сцепления не достигли, в сущности, не является веским возражением против развития теории подобного рода, ибо целью теоретической физики не является полная и незамедлительная победа над «modus operandi» явлений природы. Это безнадежно недостижимо, хотя бы по той причине, что аппарат мышления, с помощью которого мы проводим исследования, сам является в одном из его аспектов частью схемы Природы, которую он пытается объяснить. Это очевидная истина. Истина, которая доказывает наличие корреляции между процессом мышления и процессами внешних явлений и которая заставляет продвигаться вперед, чтобы составить более четкую и ясную картину этих взаимосвязей. Без тени сомнения мы сводим взаимосвязи большой области физических явлений к их простейшим элементам, ибо не знаем, как применить старые принципы для объяснения новых явлений, к которым их, по-видимому, можно было бы применить, но которые находятся в основном за пределами досягаемости непосредственного эксперимента.

Естественнее всего было бы предположить, что схема, с успехом работающая в области макроскопических физических явлений, которые мы можем подробно исследовать, должна иметь место (при соответствующих изменениях и добавлениях, касающихся различий в масштабах) и в микромире, недоступном для непосредственного детального изучения. И в любом случае (какого бы взгляда мы ни придерживались относительно необходимости детального объяснения химического взаимодействия подходящей физической схемой) накладывается ограничение, как только мы начинаем рассматривать живую природу: любой законченный анализ условий жизнедеятельности, когда исключаются внешние результаты явлений, должен оставаться за пределами наших мыслительных способностей. Задача научного объяснения заключается фактически лишь в том, чтобы устанавливать правильные соотношения в запутанном лабиринте явлений природы, а вовсе не в том, чтобы давать исчерпывающую схему этого лабиринта. Теория, адекватно отображающая взаимосвязи какой-либо области явлений природы, сохраняет свое право на существование до тех пор, пока она не окажется в противоречии, неустранимом подходящей модификацией, с какой-либо другой областью явлений природы.

Движущиеся материальные среды (приближение первого порядка)

106. Вернемся теперь к уравнениям свободного эфира и перейдем от покоящихся относительно эфира осей (x, y, z) к осям (x', y', z'), движущимся с поступательной скоростью параллельно оси x . Благодаря этому мы сможем исследовать, как меняются явления, когда наблюдатель движется с постоянной ско-

ростью относительно покоящегося эфира. Эти уравнения имеют вид

$$\begin{aligned}
 4\pi \frac{df}{dt} &= \frac{dc}{dy} - \frac{db}{dz}, & -(4\pi C^2)^{-1} \frac{da}{dt} &= \frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dz}; \\
 4\pi \frac{dg}{dt} &= \frac{da}{dz} - \frac{dc}{dx}, & -(4\pi C^2)^{-1} \frac{db}{dt} &= \frac{df}{dz} - \frac{dh}{dx}, \\
 4\pi \frac{dh}{dt} &= \frac{db}{dx} - \frac{da}{dy}, & -(4\pi C^2)^{-1} \frac{dh}{dt} &= \frac{dg}{dx} - \frac{df}{dy}.
 \end{aligned}$$

Поскольку при переходе к движущейся с постоянной скоростью системе координат $(x', y', z') = (x - vt, y, z)$, $t' = t$, следовательно, $d/dx, d/dy, d/dz$ будут $d/dx', d/dy', d/dz'$, а d/dt заменится на $d/dt' - v \cdot d/dx'$, уравнения примут вид

$$\begin{aligned}
 4\pi \frac{df}{dt'} &= \frac{dc'}{dy'} - \frac{db'}{dz'}, & -(4\pi C^2)^{-1} \frac{da}{dt'} &= \frac{dh'}{dy'} - \frac{dg'}{dz'}, \\
 4\pi \frac{dg}{dt'} &= \frac{da'}{dz'} - \frac{dc'}{dx'}, & -(4\pi C^2)^{-1} \frac{db}{dt'} &= \frac{df'}{dz'} - \frac{dh'}{dx'}, \\
 4\pi \frac{dh}{dt'} &= \frac{db'}{dx'} - \frac{da'}{dy'}, & -(4\pi C^2)^{-1} \frac{dc}{dt'} &= \frac{dg'}{dx'} - \frac{df'}{dy'},
 \end{aligned}$$

где $(a', b', c') = (a, b + 4\pi v h, c - 4\pi v g)$ и

$$(f', g', h') = \left(f, g - \frac{v}{4\pi C^2} c, h + \frac{v}{4\pi C^2} b \right).$$

Используя две последние формулы, можно полностью исключить (f, g, h) и (a, b, c) так, чтобы остались только штрихованные векторы $g = g' + \frac{v}{4\pi C^2} (c' + 4\pi v g)$, так что

$$\varepsilon^{-1} g = g' + \frac{v}{4\pi C^2} c',$$

где $\varepsilon = (1 - v^2/C^2)^{-1}$ и всегда больше единицы, а $b = b' - 4\pi v \left(h' - \frac{v}{4\pi C^2} b \right)$, так что

$$\varepsilon^{-1} b = b' - 4\pi v h'.$$

В результате получаем общие соотношения:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon^{-1} (a, b, c) &= (\varepsilon^{-1} a', b' - 4\pi v h', c' + 4\pi v g'), \\
 \varepsilon^{-1} (f, g, h) &= \left(\varepsilon^{-1} f', g' + \frac{v}{4\pi C^2} c', h' - \frac{v}{4\pi C^2} b' \right).
 \end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned}
 4\pi \frac{d'j}{dt'} &= \frac{dc'}{dy'} - \frac{db'}{dz'}, & -(4\pi C^2)^{-1} \frac{da'}{dt'} &= \frac{dh'}{dy'} - \frac{dg'}{dz'}, \\
 4\pi \varepsilon \frac{dg'}{dt'} &= \frac{da'}{dz'} - \left(\frac{d}{dx'} + \frac{v}{C^2} \varepsilon \frac{d}{dt'} \right) c', \\
 &-(4\pi C^2)^{-1} \varepsilon \frac{db'}{dt'} = \frac{df'}{dz'} - \left(\frac{d}{dx'} + \frac{v}{C^2} \varepsilon \frac{d}{dt'} \right) h', \\
 4\pi \varepsilon \frac{dh'}{dt'} &= \left(\frac{d}{dx'} + \frac{v}{C^2} \varepsilon \frac{d}{dt'} \right) b' - \frac{da'}{dy'}, \\
 &-(4\pi C^2)^{-1} \varepsilon \frac{dc'}{dt'} = \left(\frac{d}{dx'} + \frac{v}{C^2} \varepsilon \frac{d}{dt'} \right) g' - \frac{df'}{dy'}.
 \end{aligned}$$

Заменим теперь t' на $t'' = t' - (v/C^2)\varepsilon x'^*$. Это приведет к тому, что $(d/dx') + (v/C^2)\varepsilon (d/dt')$ заменится на d/dx' , в то время как другие дифференциальные операторы останутся неизменными. Благодаря этому уравнения принимают вид, который они имели в покоящейся системе отсчета, если не обращать внимания на множители ε в их левых частях.

107. Следует заметить, что множитель ε отличается от единицы только на v/C^2 , т. е. на бесконечно малую второго порядка, пренебрегая которой, мы получим следующую картину. Рассмотрим какую-либо электродинамическую систему, и пусть спонтанные изменения, происходящие в ней, описываются в движущейся относительно эфира с постоянной скоростью $(v, 0, 0)$ системе координат (x', y', z') векторами (f, g, h) и (a, b, c) , представленными как функции переменных x', y', z' и t' . Последняя величина представляет собой время, измеряемое обычным путем. Тогда существует соответствующая (correlated) покоящаяся относительно осей (x', y', z') электродинамическая система, такая, что описывающие ее спонтанные изменения векторов (f', g', h') и (a', b', c') являются функциями переменных x', y', z' и $t'' = t' - (v/C^2)x'$, функциями точно такими же, как и те, которые представляют величины

$$\left(f, g - \frac{v}{4\pi C^2} c, h + \frac{v}{4\pi C^2} b \right)$$

и

$$(a, b + 4\pi v h, c - 4\pi v g),$$

относящиеся к соответствующей движущейся системе, когда они выражаются через переменные x', y', z' и t' . Теперь, наоборот, возьмем

* Именно такое преобразование временной координаты было применено Лоренцем в работах 1892 и 1895 гг. (Arch. Neerl., 1892, b. 25, s. 363; Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern (Leiden, 1895)). В общем виде местное время с начальным отсчетом, зависящим от пространственной координаты, было введено еще раньше Фогтом в работе «О принципе Доплера» (Gött. Nachr., 1887, p. 41). — Прим. ред.

какую-либо покоящуюся в эфире электродинамическую систему. Пусть она описывается векторами (f', g', h') и (a', b', c') , выраженными как функции координат (x, y, z) и времени t' . Заменим в этих функциях t' на $t - (v/C^2)x$. Тогда результирующие выражения являются значениями величин

$$\left(f, g - \frac{v}{4\pi C^2} c, h + \frac{v}{4\pi C^2} b \right)$$

и

$$(a, b + 4\pi v h, c - 4\pi v g)$$

для электродинамической системы, движущейся относительно эфира с постоянной скоростью, если рассматривать это движение в координатах (x, y, z) , движущихся вместе с ней, а в качестве временной переменной взять t . Сравнивая состояния этих двух систем, мы имеем с точностью до величин первого порядка:

$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} & \text{ равно } \frac{df'}{dx} - \frac{v}{C^2} \frac{df'}{dt}, \\ \frac{d}{dy} \left(g - \frac{v}{4\pi C^2} c \right) & \text{ » } \frac{dg'}{dy}, \\ \frac{d}{dz} \left(h + \frac{v}{4\pi C^2} b \right) & \text{ » } \frac{dh'}{dz}. \end{aligned}$$

Отсюда, помня, что для покоящейся системы $\frac{dc'}{dy} - \frac{db'}{dz} = 4\pi \frac{df'}{dt'}$ или, что то же самое, $\frac{dc'}{dy} - \frac{db'}{dz} = 4\pi \left(\frac{df'}{dt} - v \frac{df'}{dx} \right)$, мы имеем с точностью до величин первого порядка

$$\frac{df}{dx} + \frac{dg}{dy} + \frac{dh}{dz} = \frac{df'}{dx} + \frac{dg'}{dy} + \frac{dh'}{dz}.$$

Поэтому электроны в обеих сравниваемых системах, будучи расположенными в особых точках, где перестает убывать концентрация электрического смещения, занимают соответствующие положения. Далее, мощности* (strengths) этих электронов равны, так как вблизи электрона (независимо от того, движется ли он или покоится) значения (f, g, h) и (a, b, c) практически определяются им самим, а вклад остальной части системы пренебрежимо мал. В этой связи соотношение между (f, g, h) и (f', g', h') есть, согласно п. 106:

$$\varepsilon^{-1}(f, g, h) = \left(\varepsilon^{-1} f', g' + \frac{v}{4\pi C^2} c', h' - \frac{v}{4\pi C^2} b' \right),$$

и тогда, поскольку для одиночного покоящегося электрона (a', b', c') равно нулю, вблизи связанного электрона в движущейся системе (f, g, h) равно $(f', \varepsilon g', \varepsilon h')$, где $\varepsilon = [1 - (v^2/C^2)]^{-1}$ отличается от еди-

* Этим термином автор обозначает количество электричества в объеме электрона. — Прим. перев.

ницы на бесконечно малую второго порядка. Таким образом, пренебрегая бесконечно малыми второго порядка, мы имеем $(f, g, h) = (f', g', h')$ для соответствующих точек, расположенных очень близко к электронам, и, поскольку количество электричества внутри любой замкнутой поверхности равно интегралу от нормальной составляющей эфирного смещения по этой поверхности, взяв достаточно малую поверхность вокруг электрона, мы получим в этом приближении одинаковые мощности электронов в двух системах.

108. Следует отметить, что рассмотренное выше аналитическое преобразование уравнений применимо к любой изотропной диэлектрической среде, а не только к эфиру; мы должны только заменить C на скорость распространения излучения в этой среде. Преобразование поэтому будет разным для разных сред. И мы зайдем в тупик, если попытаемся сравнивать движущуюся материальную систему, рассматривая ее как непрерывную, с такой же системой, находящейся в покое, так как движение поляризованного диэлектрика изменяет математический вид электрического тока. Бесплезно поэтому пытаться осуществить подобным образом прямое общее преобразование уравнений материальной среды, в которой встречаются коэффициенты проводимости и диэлектрической проницаемости.

109. Установленное соотношение между электродинамической системой, отнесенной к неподвижным осям, и системой, отнесенной к движущимся осям, имеет очень простой вид, когда первая из систем стационарна, — переменные не зависят от времени. Следовательно, распределение электронов во второй системе будет в каждый момент времени точно таким же, как и распределение в первой, пока вторая система сопровождает свои оси отсчета в их движении с постоянной скоростью через эфир. Иными словами, если мы имеем какую-либо покоящуюся систему наэлектризованных тел, находящуюся в равновесии под влиянием электрического взаимодействия и наложенных ограничений, то при тех же ограничениях мы будем иметь идентичную, находящуюся в равновесии систему, совершающую равномерное поступательное движение относительно эфира. Иными словами, равномерное поступательное движение не вызывает каких-либо изменений в распределении электричества до тех пор, пока нас интересует только первый порядок отношения скорости системы к скорости излучения. Различные случаи этого общего предположения будут последовательно проверяться в связи со специальными исследованиями.

Кроме того, этот результат не зависит от природы сил, действующих между молекулами вещества: предполагается, что структура вещества и все электрические распределения не меняются (в приближении первого порядка) при движении в эфире. Все доказанное сводится к тому, что если какая-либо конфигурация ионных зарядов является естественной в покоящейся материальной системе, то сохранение этой конфигурации относительно равномерно движущейся системы не потребует каких-либо новых вспомогательных сил. Электрон, взятый сам по себе, должен быть в любой мыслимой

теории простой сингулярностью эфира: его перемещения, когда он свободен, и взаимодействия с другими электронами, если он окружен материей, прослеживаются с помощью дифференциальных уравнений одного лишь окружающего свободного эфира. А корреляция между этими уравнениями установлена для двух случаев, которые сравнивались выше. Следует заметить, однако, что, хотя неподвижная и движущаяся системы электронов при такой корреляции являются в соответствующих случаях идентичными, их электрические и магнитные смещения отличаются членами первого порядка.

Глава XI

ДВИЖУЩАЯСЯ МАТЕРИАЛЬНАЯ СИСТЕМА (ПРИБЛИЖЕНИЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА)

110. Приближение первого порядка по v/C , полученное выше, было выведено из соответствия (см. п. 106) между уравнениями для векторов, обозначенных (f', g', h') и (a', b', c') , отнесенных к покоящимся относительно эфира осям (x', y', z') и времени t'' , и уравнениями для соответствующих векторов, обозначенных (f, g, h) и (a, b, c) , отнесенных к движущимся поступательно с постоянной скоростью осям (x', y', z') и времени t' . Но мы можем пойти дальше и с помощью более полного преобразования установить соответствие, которое будет верным и во втором порядке. Обозначим, как прежде, $t' - (v/C^2) \epsilon x'$ через t'' . Тогда точные уравнения для (f, g, h) и (a, b, c) , отнесенных к движущимся осям (x', y', z') и времени t' , как показано выше, эквивалентны уравнениям:

$$\begin{aligned} 4\pi \frac{df'}{dt'} &= \frac{dc'}{dy'} - \frac{db'}{dz'}, & -(4\pi C^2)^{-1} \frac{da'}{dt''} &= \frac{dh'}{dy'} - \frac{dg'}{dz'}, \\ 4\pi \epsilon \frac{dg'}{dt''} &= \frac{da'}{dz'} - \frac{dc'}{dx'}, & -(4\pi C^2)^{-1} \epsilon \frac{db'}{dt''} &= \frac{df'}{dz'} - \frac{dh'}{dx'}, \\ 4\pi \epsilon \frac{dh'}{dt''} &= \frac{db'}{dx'} - \frac{da'}{dy'}, & -(4\pi C^2)^{-1} \epsilon \frac{dc'}{dt''} &= \frac{dg'}{dx'} - \frac{df'}{dy'}. \end{aligned}$$

Введем теперь обозначения:*

(x_1, y_1, z_1) для $(\epsilon^{1/2} x', y', z')$,

(a_1, b_1, c_1) для $(\epsilon^{-1/2} a', b', c')$

или $(\epsilon^{-1/2} a, b + 4\pi v h, c - 4\pi v g)$,

(f_1, g_1, h_1) для $(\epsilon^{-1/2} f', g', h')$

или $(\epsilon^{-1/2} f, g - \frac{v}{4\pi C^2} c, h + \frac{v}{4\pi C^2} b)$,

* Здесь автор впервые в движущейся системе вводит координаты (x_1, y_1, z_1, t_1) , связанные с координатами (x, y, z, t) исходной системы релятивистскими преобразованиями, которые впоследствии стали называться преобразованиями Лоренца. — *Прим. ред*

$$dt_1 \text{ для } \varepsilon^{-1/2} dt'' \text{ или } \varepsilon^{-1/2} \left(dt' - \frac{v}{C^2} \varepsilon dx' \right),$$

где $\varepsilon = [1 - (v^2/C^2)]^{-1}$. Будет видно, что множитель ε сокращается, так что система уравнений, отнесенная к движущимся осям, которая объединяет новые переменные с нижними индексами, по форме идентична максвелловской системе уравнений эфира, отнесенной к неподвижным осям. Такое функциональное преобразование (x', y', z') в (x_1, y_1, z_1) имеет смысл (применительно к данной проблеме) удлинения пространства в отношении $\varepsilon^{1/2}$ вдоль направления движения системы координат. Поэтому, если величины (f_1, g_1, h_1) и (a_1, b_1, c_1) , заданные как функции переменных x_1, y_1, z_1, t_1 , выражают ход спонтанного изменения векторов электродинамической системы движущихся электронов, отнесенный к покоящимся относительно эфира осям (x_1, y_1, z_1) , то величины $\left(\varepsilon^{-1/2} f, g - \frac{v}{4\pi C^2} c, h + \frac{v}{4\pi C^2} b \right)$ и $(\varepsilon^{-1/2} a, b + 4\pi v h, c - 4\pi v g)$, представленные теми же функциями переменных $\varepsilon^{1/2} x', y', z', \varepsilon^{-1/2} t' - \frac{v}{C^2} \varepsilon^{1/2} x'$, будут выражать собой ход изменения векторов (f, g, h) и (a, b, c) соответствующей электродинамической системы движущихся электронов, отнесенный к осям, движущимся поступательно относительно эфира с постоянной скоростью $(v, 0, 0)$. При таком соответствии между двумя электродинамическими системами мы имеем

$$\frac{d(\varepsilon^{-1/2} f)}{d(\varepsilon^{1/2} x')} = \frac{df_1}{dx_1} - \frac{v}{C^2} \cdot \frac{df_1}{dt_1},$$

$$\frac{d}{dy'} \left(g - \frac{v}{4\pi C^2} c \right) = \frac{dg_1}{dy_1}, \quad \frac{d}{dz'} \left(h + \frac{v}{4\pi C^2} b \right) = \frac{dh_1}{dz_1},$$

где $\frac{dc}{dy'} - \frac{db}{dz'} = 4\pi \left(\frac{df}{dt'} - v \frac{df}{dx'} \right)$ и $df_1/dt_1 = df/dt$.

Следовательно,

$$\frac{df}{dx'} + \frac{dg}{dy'} + \frac{dh}{dz'} - \frac{v}{C^2} \left(\frac{df}{dt'} - v \frac{df}{dx'} \right) =$$

$$= \varepsilon \frac{df_1}{dx_1} + \frac{dg_1}{dy_1} + \frac{dh_1}{dz_1} - \frac{v}{C^2} \varepsilon \frac{df}{dt},$$

так что с точностью до $(v/C)^2$ включительно

$$\frac{df}{dx'} + \frac{dg}{dy'} + \frac{dh}{dz'} = \frac{df_1}{dx_1} + \frac{dg_1}{dy_1} + \frac{dh_1}{dz_1}.$$

Таким образом, выводы относительно положений электронов в двух системах, которые были предварительно установлены в приближении первого порядка по v/C , остаются справедливыми и в приближении второго порядка, если считать, что размеры движущейся электродинамической системы сокращаются вдоль направления ее

движения по сравнению с неподвижной системой в отношении $\varepsilon^{-1/2}$ или $1 - (1/2)(v^2/C^2)$.

111. Отношение мощностей соответствующих электронов в двух системах можно теперь вывести точно так же, как это было сделано раньше, когда мы ограничились обсуждением лишь первого приближения по v/C . В случае единичного равномерно движущегося электрона сравнение проводится с единичным покоящимся электроном, вблизи которого величина (a_1, b_1, c_1) стремится к нулю, поскольку она зависит от этого электрона. В общем случае мы имеем теперь

$$g = g_1 + \frac{v}{4\pi C^2} (c_1 + 4\pi u g).$$

следовательно, для единичного электрона $(g, h) = \varepsilon (g_1, h_1)$, тогда как $f = \varepsilon^{1/2} f_1$. Но мощность электрона в движущейся электромагнитной системе представляет собой значение интеграла $\iint (fdy'dz' + gdz'dx' + hdx'dy')$, взятого по любой как угодно малой поверхности вокруг ядра электрона, так что мощность каждого движущегося электрона $\varepsilon^{1/2} \iint (f_1 dy_1 dz_1 + g_1 dz_1 dx_1 + h_1 dx_1 dy_1)$ равна мощности соответствующего покоящегося электрона, умноженной на $\varepsilon^{1/2}$. Этот аргумент применим, как и прежде, даже и в присутствии других электронов, если электрон окружить достаточно малой поверхностью интегрирования, поскольку тогда значение каждого вектора будет в основном определяться только этим электроном*.

112. Однако перед нами стоит задача установить такое соответствие между движущейся и покоящейся относительно эфира электродинамическими системами, при котором мощности электронов были бы равны, а не пропорциональны, поскольку движение материальной системы, содержащей электроны, не может изменить их мощности. Это вытекает из принципа динамического подобия.

Фактически, мы должны уменьшить масштаб электрических зарядов, а следовательно, и величины $df/dx + dg/dy + dh/dz$ в покоящейся системе в отношении $\varepsilon^{1/2}$. Применим поэтому преобразование

$$(x, y, z) = k (x_1, y_1, z_1), t = lt_1,$$

$$(a, b, c) = \gamma (a_1, b_1, c_1), (f, g, h) = \varepsilon^{-1/2} k (f_1, g_1, h_1).$$

Форма основных вихревых уравнений эфира не изменится, если положить $k = l$ и $\gamma = \varepsilon^{-1/2} k$. Пусть теперь k и l равны единице, а $\gamma = \varepsilon^{-1/2}$, так что мы требуем не изменения масштаба пространства и времени, а только уменьшения величины (a, b, c) в отношении $\varepsilon^{-1/2}$.

Во втором приближении мы получаем, что если внутренние силы материальной системы, все без исключения, являются следствием электродинамического взаимодействия между электронами, обра-

* Этот результат сразу же следует из п 110, в котором показано, что соответствующие плотности зарядов равны, в то время как объемы относятся как $\varepsilon^{1/2}$ к единице.

зующими атомы, то эффект приведения стабильной материальной системы в движение с постоянной скоростью заключается в том, чтобы создать равномерное сжатие системы в направлении движения, пропорциональное величине $\epsilon^{-1/2} = [1 - (1/2)(v^2/C^2)]$. Электроны займут соответствующие положения в этой сжатой системе, а эфирные смещения в пространстве вокруг них не будут такими же, как и в неподвижной системе: если (f, g, h) и (a, b, c) — эфирные смещения в движущейся электродинамической системе, то электрическое и магнитное смещения в соответствующих точках покоящейся системы будут представлять собой значения, которые векторы $\epsilon^{1/2} \left(\epsilon^{-1/2} f, g - \frac{v}{4\pi C^2} c, h + \frac{v}{4\pi C^2} b \right)$ и $\epsilon^{1/2} \left(\epsilon^{-1/2} a, b + 4\pi v h, c - 4\pi v g \right)$ имели во время $\text{const} + vx/C^2$ до рассматриваемого момента, когда масштаб времени возрос в отношении $\epsilon^{1/2}$.

Из того что электрический и магнитный векторы излучения лежат в плоскости фронта волны, следует соответствие относительных волновых фронтов излучения в двух коррелированных электродинамических системах — неподвижной и движущейся, такое же, как и соответствие лучей, являющихся путями распространения лучистой энергии систем. Изменение временной переменной при сравнении излучений в неподвижной и движущейся системах является причиной эффекта Доплера.

Пути излучения и корреляция между стационарной и движущейся средой

113. Рассмотрим даваемое выражением $(f_1, g_1, h_1) = (L, M, N) F (lx_1 + my_1 + nz_1 - pt)$ эфирное смещение, связанное с плоским волновым путем, распространяющимся вдоль направления (l, m, n) со скоростью V (или C/μ , где μ — коэффициент преломления, равный $p(l^2 + m^2 + n^2)^{-1/2}$) в покоящейся материальной среде, отнесенной к системе координат (x_1, y_1, z_1) . Векторы (f, g, h) и (a, b, c) в соответствующем волновом пути в такой же, но движущейся и потому сжатой в указанном выше смысле среде, определяемой координатами (x, y, z) , удовлетворяют соотношению

$$\begin{aligned} & \epsilon^{1/2} \left(\epsilon^{-1/2} f, g - \frac{v}{4\pi C^2} c, h + \frac{v}{4\pi C^2} b \right) = \\ & = (L, M, N) F \left\{ l\epsilon^{1/2} x + my + nz - p\epsilon^{-1/2} \left(t - \frac{v}{C^2} \epsilon x \right) \right\} = \\ & = (L, M, N) F \left\{ \left(l\epsilon^{1/2} + \frac{pv}{C^2} \epsilon^{1/2} \right) x + my + nz - p\epsilon^{-1/2} t \right\}. \end{aligned}$$

Так как волновой путь в покоящейся среде поперечно поляризован, так что векторы (f, g, h) и (a, b, c) оба лежат в плоскости фронта волны, то это же самое справедливо и для векторов (f, g, h) , (a, b, c) соответствующего волнового пути в движущейся системе. Фактически этого следовало ожидать исходя из вихревого свойства этих векто-

Ров: вектор направления фронта цуга в движущейся среде пропорционален $\left(l\varepsilon^{1/2} + \frac{pv}{C^2} \varepsilon^{1/2}, m, n \right)$, а его скорость распространения есть

$$p\varepsilon^{-1/2} / \left\{ \left(l\varepsilon^{1/2} + \frac{pv}{C^2} \varepsilon^{1/2} \right)^2 + m^2 + n^2 \right\}^{1/2}.$$

Таким образом, когда волновой цуг распространяется со скоростью V вдоль направления движения материальной среды, т. е. вдоль оси x , так что m и n равны нулю, скорость цуга относительно этой среды будет $V\varepsilon^{-1}/[1 + (Vv/C^2)]$, или, с точностью до величин второго порядка по v/C ,

$$V \left(1 - \frac{v^2}{C^2} \right) / \left(1 + \frac{Vv}{C^2} \right)^*, \text{ или } V - \frac{v}{\mu^2} - \left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu^3} \right) \frac{v^2}{C}.$$

Второй член в этом выражении представляет собой эффект Френеля, а последний член — поправка второго порядка согласно нашей гипотезе, которая объясняет отрицательный результат опыта Майкельсона.

В общем случае длина волны цуга излучения в движущейся материальной системе отличается от длины волны соответствующего цуга в покоящейся системе множителем $\left(1 + 2l \frac{pv}{C^2} \right)^{-1/2}$ или $1 - l v / \mu C$, где l — косинус угла наклона луча к направлению v , т. е. длина волны в движущейся электродинамической системе короче на величину, пропорциональную v/C , которая представляет собой эффект Доплера, поскольку период (с точностью до v/C) не меняется.

Если волновой фронт в движущейся среде распространяется в плоскости xy под углом θ к направлению движения среды, так что n равно нулю, то скорость V' волнового цуга (длина волны которого изменилась) относительно среды дается выражениями:

$$\frac{\cos \theta'}{V'} = \frac{l\varepsilon}{p} + \frac{v\varepsilon}{C^2}, \quad \frac{\sin \theta'}{V'} = \frac{m\varepsilon^{1/2}}{p},$$

где $(l^2 + m^2)/p^2 = V^{-2}$. Таким образом, $\left(\frac{\varepsilon^{-1} \cos \theta'}{V'} - \frac{v}{C^2} \right)^2 + \frac{\varepsilon^{-1} \sin^2 \theta'}{V'^2} = \frac{1}{V^2}$, так что, пренебрегая $(v/C)^3$, получим

$$V' = V - \frac{v}{\mu^2} \cos \theta' - \frac{1}{2} (1 - \mu^{-2}) \frac{v^2}{\mu C} (1 + 3 \cos^2 \theta'),$$

* Это соотношение, полученное Лармором для скорости светового фронта в движущейся среде, давало объяснение опыту Физо и выражало новый закон сложения скоростей, согласно которому скорость светового фронта относительно исходной системы равна

$$W = v \nabla V \left(1 - \frac{v^2}{C^2} \right) / \left(1 + \frac{vV}{C^2} \right) = (v + V) / \left(1 + \frac{vV}{C^2} \right). \text{ — Прим. ред}$$

где $\mu = C/V$. Последний член представляет собой общую форму поправки второго порядка к формуле Френеля. В свободном эфире, где $\mu = 1$, это выражение дает скорость неизменного волнового цуга относительно движущихся осей, как это и должно быть.

Поскольку (f, g, h) и (a, b, c) находятся в одинаковой фазе в свободном проникающем эфире, то когда один из них равен нулю, равен нулю и другой. Поэтому в любых экспериментальных условиях невозмущенные области одной системы соответствуют невозмущенным областям другой системы. Этот результат отрицает в общем виде возможность обнаружения движения Земли при помощи оптических экспериментов второго порядка, так как оптические измерения обычно проводятся методом нулевой юстировки аппаратуры, когда возмущение зануляется.

Влияние поступательного движения на структуру молекулы Закон сохранения массы

114. В качестве простой иллюстрации общей молекулярной теории рассмотрим пару электронов противоположных знаков, описывающих стационарные круговые орбиты один вокруг другого, когда такая система не совершает поступательного движения в эфире*. Мы можем убедиться, что, когда такая пара движется в эфире в плоскости орбит электронов, эти орбиты будут сплющиваться по направлению v пропорционально $1 - (1/2)(v^2/C^2)$ и превратятся в эллипсы. В это же время будет иметь место пропорциональное v/C замедление орбитального движения электрона, когда он приближается к среднему положению, и ускорение, когда электрон проходит его, так что в целом период изменится только на величину второго порядка отношения v/C . Подобным образом можно учесть влияние поступательного движения и в общем случае, когда направление этого движения наклонно к плоскости орбиты или когда как угодно сложная орбитальная система электронов составляет идеальную молекулу. Но это утверждение подразумевает, что ядро электрона является просто особой точкой в эфире, что в нем не заключено ничего такого, чья природа инерции была бы чужда эфиру. Это подразумевает также, что нет никаких других сил между электронами, кроме определенных электрических сил, которые существуют только благодаря эфиру. В рамках нашего подхода обстоятельство, что изменения периодов обращения электронов при движении молекул в эфире являются величинами второго порядка по v/C , существенно для теории спектроскопических измерений лишь при космических скоростях. Этот вывод, одна-

* В этом примере предполагается, что орбитальные скорости так малы, что излучение не имеет места.

ко, остался бы в силе, если бы мы предположили, что молекула имеет не связанные с эфиром инерцию и потенциальную энергию, которые не зависят от равномерного движения. В этом случае существующие в молекуле эфирные поля (свободные или ограниченные) движущихся электрических зарядов будут продольно симметричными и постоянными в первом приближении. Поэтому на них не влияет изменение знака скорости поступательного движения, так что частоты свободных колебаний не могут включать в себя первую степень этой скорости.

115. Тот факт, что равномерное движение молекулы через эфир не нарушает ни ее строение (в первом приближении), ни продольную симметрию эфира в ней, показывает, что, если установилось стационарное движение, средняя кинетическая энергия системы складывается из внутренней энергии молекулы (она такая же, как и у покоящейся молекулы) и суммарной энергии поступательного движения ее отдельных электронов, поскольку возмущение эфира есть аддитивная сумма возмущения за счет внутреннего движения электронов в молекуле и возмущения за счет их общей поступательной скорости. Поэтому, оценивая среднее значение объемного интеграла от квадрата эфирного возмущения, который представляет собой общую кинетическую энергию, мы будем иметь интеграл от квадратов каждого из этих возмущений в отдельности вместе с интегралом от членов, содержащих их произведение. Один сомножитель этого произведения не меняется во времени и продольно симметричен для каждого электрона: именно этот множитель появился за счет поступательного движения. Другой сомножитель, возникший за счет орбитального движения электронов, является колебательным и радиально симметричным. Из соображений симметрии интеграл от такого произведения равен нулю. Установленный результат говорит о том, что кинетическая энергия движущейся молекулы складывается из внутренней энергии, не зависящей в приближении первого порядка от движения молекулы, и энергии поступательного движения ее электронов.

Множитель перед половиной квадрата поступательной скорости молекулы является (в том же приближении) мерой инерции, или массой, молекулы с таким строением. Отсюда, пренебрегая величинами второго порядка, получим, что электрическая инерция молекулы равна сумме инерций составляющих ее электронов, а фундаментальный химический закон постоянства массы при молекулярных преобразованиях проверяется для той части массы, которая имеет электрическую природу.

116. Против точки зрения, что вся инерция молекулы связана с электрическим действием, возникло возражение на основании того, что гравитация (которая, видимо, не связана с этим действием) пропорциональна массе. Было сделано предположение, что инерция и гравитация есть различные следствия одной причины. Теперь инерция является, по определению, коэффициентом перед половиной квадрата скорости в выражении для энергии поступательного дви-

жения молекулы. Из электролитических* соображений предполагается, что в строении молекулы электрические силы значительно преобладают над гравитационными. По-видимому, справедливо заключить, что и электрическая часть ее энергии в той же мере преобладает над гравитационной. Но это лишь подтверждает, что инерция имеет в основном электрическое или, скорее, эфирное происхождение. Более того, увеличение кинетической электрической энергии электрона вследствие его движения со скоростью v зависит от $(v/C)^2$, от коэффициента инерции эфира и от размеров ядра электрона, где C — скорость света. Возрастание гравитационной энергии электрона, вероятно, будет зависеть подобным же образом от $(v/C')^2$, где C' — скорость распространения гравитации, и значительно больше, чем C . Видимо нет оснований предполагать, что масса в какой-либо значительной степени является атрибутом гравитации.

* По-видимому, автор имел в виду энергетические соображения. — *Прим. ред.*

Koninklijke Akademie van Wetenschappen
te Amsterdam.

V E R S L A G

VAN DE

GEWONE VERGADERINGEN

DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

van 19 December 1903 tot 23 April 1904.

DEEL XII
(2^{de} GEDEELTE)

AMSTERDAM
JOHANNES MÜLLER.
Juni 1904.

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

Natuurkunde. — De Heer H. A. LORENTZ biedt eene mededeeling aan over: „*Electromagnetische verschijnselen in een stelsel dat zich met willekeurige snelheid, kleiner dan die van het licht, beweegt.*”

§ 1. De vraag of de translatie van een stelsel, zooals die tengevolge van de jaarlijksche beweging der aarde bestaat, al dan niet van invloed is op de electriche en optische verschijnselen, kan vrij gemakkelijk worden beantwoord, zoolang men aanneemt dat alle grootheden waarin de tweede macht der verhouding van de translatiesnelheid w en de lichtsnelheid c als factor voorkomt, verwaarloosd mogen worden. Moeilijker wordt de behandeling van die gevallen, waarin een invloed van de tweede orde, d. w. z. van de orde $\frac{w^2}{c^2}$ waarneembaar zou zijn. Het eerste voorbeeld van dezen aard heeft men in de welbekende interferentieproef van MICHELSON: om te verklaren dat ook hierbij de translatie geen invloed heeft, moet men, zooals door FITZ GERALD en mij werd aangetoond, onderstellen dat de afmetingen van vaste lichamen tengevolge der voortbeweging door den stilstaanden aether een weinig veranderen.

In den laatsten tijd zijn eenige andere proeven genomen, waarbij het eveneens op grootheden van de tweede orde aankomt. Vooreerst hebben RAYLEIGH ¹⁾ en BRACE ²⁾ onderzocht of een lichaam door de beweging der aarde dubbelbrekend wordt, zooals men met het oog op de zoeven genoemde veranderingen der afmetingen allicht zou kunnen verwachten; zij zijn echter tot een negatief resultaat gekomen. In de tweede plaats hebben TROUTON en NOBLE ³⁾ nagegaan of er op een

¹⁾ Ber. 1903. 36. pag. 2829.

²⁾ RAYLEIGH. Phil. Mag. (6) 4 (1902), p. 678.

³⁾ BRACE. Phil. Mag. (6) 7 (1904), p. 317.

⁴⁾ TROUTON en NOBLE. London Roy. Soc. Trans. A 202 (1903). p. 165.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ, ДВИЖУЩЕЙСЯ С ЛЮБОЙ СКОРОСТЬЮ, МЕНЬШЕЙ СКОРОСТИ СВЕТА*

1. Стараясь на основании теоретических соображений определить влияние, которое может оказать поступательное движение (например, поступательное движение, испытываемое всеми системами вследствие годового движения Земли) на электрические и оптические явления, мы сравнительно просто достигаем цели в тех случаях, когда рассматриваются только величины, пропорциональные первой степени отношения скорости поступательного движения w к скорости света c . Случаи же, в которых могут быть обнаружены величины второго порядка (т. е. порядка w^2/c^2), представляют более значительные трудности. Первый пример явлений такого рода — известный интерференционный опыт Майкельсона, отрицательный результат которого привел Фицджеральда и меня к заключению, что размеры твердых тел немного изменяются вследствие их движения через эфир.

Недавно были опубликованы некоторые новые опыты, в которых отыскивались эффекты второго порядка. Рэлей [1] и Брейс [2] исследовали, не становится ли тело от движения Земли двоякопреломляющим. Можно было на первый взгляд ожидать этого эффекта, если принять только что упомянутое изменение размеров. Оба физика пришли, однако, к отрицательному результату. Затем Трутон и Нобль [3] пытались обнаружить момент количества движения, действующий на заряженный конденсатор, пластины которого образуют некоторый угол с направлением поступательного движения. Если не изменять электронной теории введением новой гипотезы, то она, без сомнения, требует существования такого момента количества движения. Чтобы убедиться в этом, достаточно рассмотреть конденсатор с эфиром в качестве диэлектрика. Можно показать, что в каждой электростатической системе, движущейся со скоростью w , существует определенное «электромагнитное количество движения». Если обозначить его величину и направление через вектор \mathbf{G} , то упомянутый момент количества движения определится как следующую

* «Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light». Proc Acad. Sci., Amsterdam, 1904, v 6, p 809 (Заседание Академии наук 23 апреля 1904 г. Напечатано 27 мая 1904 г.): Versl Kon Akad v Wet Amsterdam 1904 (Juni) b 12 s 986

щее векторное произведение [4]:

$$[\mathbf{G} \cdot \mathbf{w}]. \quad (1)$$

Если ось z выбрана перпендикулярно к пластинам конденсатора, скорость \mathbf{w} имеет любое направление, а U есть энергия конденсатора, вычисленная обычным образом, то компоненты вектора \mathbf{G} с точностью до величины первого порядка даются формулами [4, § 56с]:

$$G_x = \frac{2U}{c^2} w_x, \quad G_y = \frac{2U}{c^2} w_y, \quad G_z = 0.$$

Подставив эти значения в (1), мы получим для компонент момента количества движения с точностью до величины второго порядка следующие выражения:

$$\frac{2U}{c^2} w_y w_z, \quad -\frac{2U}{c^2} w_x w_z, \quad 0.$$

Эти выражения показывают, что ось момента количества движения лежит в плоскости пластин перпендикулярно к поступательному движению. Если α — угол между скоростью и нормалью к пластинам, то момент количества движения равен $\frac{U}{c^2} \omega^2 \sin 2\alpha$. Он стремится повернуть конденсатор так, чтобы пластины расположились параллельно направлению движения Земли. В аппарате Трутона и Нобля конденсатор висел на коромысле крутильных весов, чувствительность которых была достаточной для того, чтобы отклониться под действием момента количества движения указанного порядка величины. Однако ничего подобного не было обнаружено.

2. Описанные опыты не являются единственным основанием желания нового исследования проблем, связанных с движением Земли. Пуанкаре [5], возражая против прежней теории оптических и электрических явлений в движущихся телах, указывал, что для объяснения отрицательного результата опыта Майкельсона оказалось нужным ввести гипотезу и что в этом может встретиться необходимость каждый раз, когда станут известны новые факты. Подобному введению особых гипотез для каждого нового опытного результата присуща, конечно, некоторая искусственность. Положение вещей было бы удовлетворительнее, если бы можно было с помощью определенных основных допущений показать, что многие электромагнитные явления строго, т. е. без какого-либо пренебрежения членами высших порядков, не зависят от движения системы. Несколько лет назад я уже сделал попытку создать подобную теорию [6]. Теперь я надеюсь рассмотреть этот вопрос с большим успехом. На скорость налагается только одно ограничение — она должна быть меньше скорости света.

3. Я исхожу из основных уравнений электронной теории [4, § 2]. Пусть \mathbf{d} — диэлектрическое смещение в эфире, \mathbf{h} — магнитная сила; ρ — объемная плотность заряда электрона, \mathbf{v} — скорость некоторой точки этой частицы и \mathbf{f} — электрическая сила, т. е. сила, с которой эфир действует на элемент объема электрона, рассчитанная на еди-

ницу заряда. Пользуясь неподвижной координатной системой, имеем

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{d} &= \rho, \quad \operatorname{div} \mathbf{h} = 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{h} &= \frac{1}{c} (\dot{\mathbf{d}} + \rho \mathbf{v}), \\ \operatorname{rot} \mathbf{d} &= -\frac{1}{c} \dot{\mathbf{h}}, \\ \mathbf{f} &= \mathbf{d} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \cdot \mathbf{h}]. \end{aligned} \quad (2)$$

Я понимаю теперь, что система, как целое, движется по направлению оси x с постоянной скоростью ω , и обозначаю через u скорость, которую пусть сверх того имеет какая-нибудь точка электрона; тогда

$$v_x = \omega + u_x, \quad v_y = u_y, \quad v_z = u_z.$$

Если в то же время уравнения (2) отнести к осям, которые двигаются вместе с системой, то получается

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{d} &= \rho, \quad \operatorname{div} \mathbf{h} = 0, \\ \frac{\partial h_z}{\partial y} - \frac{\partial h_y}{\partial z} &= \frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \omega \frac{\partial}{\partial x} \right) d_x + \frac{1}{c} \rho (\omega + u_x), \\ \frac{\partial h_x}{\partial z} - \frac{\partial h_z}{\partial x} &= \frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \omega \frac{\partial}{\partial x} \right) d_y + \frac{1}{c} \rho u_y, \\ \frac{\partial h_y}{\partial x} - \frac{\partial h_x}{\partial y} &= \frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \omega \frac{\partial}{\partial x} \right) d_z + \frac{1}{c} \rho u_z, \\ \frac{\partial d_z}{\partial y} - \frac{\partial d_y}{\partial z} &= -\frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \omega \frac{\partial}{\partial x} \right) h_x, \\ \frac{\partial d_x}{\partial z} - \frac{\partial d_z}{\partial x} &= -\frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \omega \frac{\partial}{\partial x} \right) h_y, \\ \frac{\partial d_y}{\partial x} - \frac{\partial d_x}{\partial y} &= -\frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \omega \frac{\partial}{\partial x} \right) h_z, \\ \mathbf{f}_x &= d_x + \frac{1}{c} (u_y h_z - u_z h_y), \\ \mathbf{f}_y &= d_y - \frac{1}{c} \omega h_z + \frac{1}{c} (u_z h_x - u_x h_z), \\ \mathbf{f}_z &= d_z + \frac{1}{c} \omega h_y + \frac{1}{c} (u_x h_y - u_y h_x). \end{aligned}$$

4. Мы преобразуем эти формулы введением новых переменных. Положим

$$\frac{c^2}{c^2 - \omega^2} = k^2 \quad (3)$$

и обозначим через l новую величину, значение которой будет дано ниже. Я беру в качестве независимых переменных:

$$x' = klx, \quad y' = ly, \quad z' = lz, \quad (4)$$

$$t' = \frac{l}{k} t - kl \frac{\omega}{c^2} x \quad (5)$$

и определяю два новых вектора \mathbf{d}' и \mathbf{h}' посредством формул

$$\begin{aligned} \mathbf{d}'_x &= \frac{1}{l^2} \mathbf{d}_x, & \mathbf{d}'_y &= \frac{k}{l^2} \left(\mathbf{d}_y - \frac{\omega}{c} \mathbf{h}_z \right), & \mathbf{d}'_z &= \frac{k}{l^2} \left(\mathbf{d}_z + \frac{\omega}{c} \mathbf{h}_y \right), \\ \mathbf{h}'_x &= \frac{1}{l^2} \mathbf{h}_x, & \mathbf{h}'_y &= \frac{k}{l^2} \left(\mathbf{h}_y + \frac{\omega}{c} \mathbf{d}_z \right), & \mathbf{h}'_z &= \frac{k}{l^2} \left(\mathbf{h}_z - \frac{\omega}{c} \mathbf{d}_y \right). \end{aligned}$$

Вместо этого мы можем в силу (3) написать

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mathbf{d}_x = l^2 \mathbf{d}'_x, & \mathbf{d}_y = kl^2 \left(\mathbf{d}'_y + \frac{\omega}{c} \mathbf{h}'_z \right), \\ \mathbf{d}_z = kl^2 \left(\mathbf{d}'_z - \frac{\omega}{c} \mathbf{h}'_y \right), & \mathbf{h}_x = l^2 \mathbf{h}'_x, \\ \mathbf{h}_y = kl^2 \left(\mathbf{h}'_y - \frac{\omega}{c} \mathbf{d}'_z \right), & \mathbf{h}_z = kl^2 \left(\mathbf{h}'_z + \frac{\omega}{c} \mathbf{d}'_y \right). \end{array} \right. \quad (6)$$

Пусть коэффициент l есть такая функция от ω , которая при $\omega = 0$ принимает значение 1, а при малых значениях ω отличается от 1 только на величины второго порядка.

Пусть переменная t' называется «местным временем»; в самом деле, при $k = 1$ и $l = 1$ она тождественна с величиной, которую я так называл прежде. Если мы, наконец, положим *

$$\frac{1}{kl^3} \rho = \rho', \quad (7)$$

$$k^2 \mathbf{u}_x = \mathbf{u}'_x, \quad k \mathbf{u}_y = \mathbf{u}'_y, \quad k \mathbf{u}_z = \mathbf{u}'_z \quad (8)$$

* Принятые Лоренцем соотношения для ρ и составляющих скорости электрона не соответствуют релятивистским преобразованиям. Эти соотношения были исправлены Пуанкаре. (См. стр. 91 наст. сб.) — *Прим. ред.*

и будем толковать последние три величины как компоненты нового вектора \mathbf{u}' , то уравнения примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div}' \mathbf{d}' &= \left(1 - \frac{\omega \mathbf{u}'_x}{c^2}\right) \rho', & \operatorname{div}' \mathbf{h}' &= 0, \\ \operatorname{rot}' \mathbf{h}' &= \frac{1}{c} \left(\frac{\partial \mathbf{d}'}{\partial t'} + \rho' \mathbf{u}' \right), \\ \operatorname{rot}' \mathbf{d}' &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{h}'}{\partial t'} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{f}_x &= l^2 \mathbf{d}'_x + l^2 \frac{1}{c} (\mathbf{u}'_y \mathbf{h}'_z - \mathbf{u}'_z \mathbf{h}'_y) + l^2 \frac{\omega}{c^2} (\mathbf{u}'_y \mathbf{d}'_z + \mathbf{u}'_z \mathbf{d}'_y), \\ \mathbf{f}_y &= \frac{l^2}{k} \mathbf{d}'_y + \frac{l^2}{k} \frac{1}{c} (\mathbf{u}'_z \mathbf{h}'_x - \mathbf{u}'_x \mathbf{h}'_z) - \frac{l^2}{k} \frac{\omega}{c^2} \mathbf{u}'_x \mathbf{d}'_y, \\ \mathbf{f}_z &= \frac{l^2}{k} \mathbf{d}'_z + \frac{l^2}{k} \frac{1}{c} (\mathbf{u}'_x \mathbf{h}'_y - \mathbf{u}'_y \mathbf{h}'_x) - \frac{l^2}{k} \frac{\omega}{c^2} \mathbf{u}'_x \mathbf{d}'_z. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Символы div' и rot' в (9) соответствуют div и rot в (2), только дифференцирования по x, y, z нужно заменить соответствующими дифференцированиями по x', y', z' .

5. Уравнения (9) приводят к заключению, что векторы \mathbf{d}' и \mathbf{h}' можно представить посредством скалярного потенциала φ' и векторного потенциала \mathbf{a}' .

Эти потенциалы удовлетворяют уравнениям [4, § 4 и 10]:

$$\Delta' \varphi' - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial t'^2} = -\rho', \quad (11)$$

$$\Delta' \mathbf{a}' - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{a}'}{\partial t'^2} = -\frac{1}{c^2} \rho' \mathbf{u}'. \quad (12)$$

Векторы \mathbf{d}' и \mathbf{h}' можно выразить через потенциалы следующим образом:

$$\mathbf{d}' = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \mathbf{a}'}{\partial t'} - \operatorname{grad}' \varphi' + \frac{\omega}{c} \operatorname{grad}' a'_x, \quad (13)$$

$$\mathbf{h}' = \operatorname{rot}' \mathbf{a}'. \quad (14)$$

Символ Δ' есть сокращенное обозначение операции

$$\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2}{\partial z'^2},$$

а $\operatorname{grad}' \varphi'$ обозначает вектор с компонентами

$$\frac{\partial \varphi'}{\partial x'}, \quad \frac{\partial \varphi'}{\partial y'}, \quad \frac{\partial \varphi'}{\partial z'};$$

выражение $\operatorname{grad}' a'_x$ имеет аналогичное значение.

Чтобы получить решения уравнений (11) и (12) в простом виде, мы обозначаем через x', y', z' координаты точки P' в пространстве

S' и сопоставляем этой точке для каждого значения t' значения ρ , u' , φ' , a' , которые относятся к соответствующей точке $P(x, y, z)$ электромагнитной системы. Для некоторого определенного значения четвертой независимой переменной t' потенциалы φ' и a' в точке P нашей системы или в соответствующей точке P' пространства S' выражаются формулами [4, § 5 и 10]:

$$\varphi' = \frac{1}{4\pi} \int \frac{[\rho']}{r'} dS', \quad (15)$$

$$a' = \frac{1}{4\pi c} \int \frac{[\rho' u']}{r'} dS'. \quad (16)$$

Здесь dS' — элемент пространства в S' , r' — его расстояние от P' , скобки обозначают значения величины ρ' и вектора $\rho' u'$ в элементе dS' при значении четвертой независимой переменной, равном $t' - \frac{r'}{c}$.

Вместо (15) и (16) можно также, принимая во внимание (4) и (7), написать

$$\varphi' = \frac{1}{4\pi} \int \frac{[\rho]}{r'} dS, \quad (17)$$

$$a' = \frac{1}{4\pi c} \int \frac{[\rho u']}{r'} dS. \quad (18)$$

Интегрирования при этом нужно распространить по самой электромагнитной системе. Необходимо, конечно, помнить, что в этих формулах r' не означает расстояния между элементом dS и точкой (x, y, z) , для которой должно быть выполнено вычисление. Если элемент характеризуется точкой (x, y, z) , то мы должны положить

$$r' = l \sqrt{k^2 (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}.$$

Если мы желаем определить φ' и a' для момента времени, для которого местное время в точке P равно t' , то мы должны придать ρ и $\rho u'$ значения, которыми они обладают в элементе dS в момент времени $t' - \frac{r'}{c}$ этого элемента.

6. Для нашей цели достаточно рассмотреть два частных случая. Возьмем сначала случай электрической системы, т. е. системы, в которой поступательное движение со скоростью ω является единственным движением. В этом случае u' делается равным 0 и, следовательно, в силу (16), $a' = 0$. Далее, φ' не зависит от t' , так что равенства (11), (13) и (14) упрощаются и принимают следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \Delta' \varphi' &= -\rho' \\ \mathbf{d}' &= -\text{grad}' \varphi', \\ \mathbf{h}' &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Определив с помощью этих уравнений вектор \mathbf{d}' , мы узнаем и электрическую силу, которая действует на электроны нашей систе-

мы. Так как $\mathbf{u}' = 0$, то уравнения (10), определяющие эту силу, принимают следующий вид:

$$f_x = l^2 d'_x, \quad f_y = \frac{l^2}{k} d'_y, \quad f_z = \frac{l^2}{k} d'_z. \quad (20)$$

Этот результат упрощается, если движущуюся систему Σ , о которой идет речь, сравнить с покоящейся системой Σ' . Последняя система получается из Σ путем умножения расстояний в направлении оси x на kl , а расстояний в направлении осей y и z — на l . Эту деформацию обозначим для удобства символом (kl, l, l) . Пусть эта новая система находится в упомянутом выше пространстве S' ; мы придаем в ней плотности ρ значение, определяемое формулой (7), так что в Σ и Σ' заряды соответствующих элементов объема и соответствующих электронов равны. Тогда мы получим силы, действующие на электроны движущейся системы Σ , определив сперва соответствующие силы в Σ' и помножив потом их компоненты в направлении оси x на l^2 , а перпендикулярные к этой оси компоненты — на l^2/k . Этот результат удобнее выразить формулой

$$F(\Sigma) = \left(l^2, \frac{l^2}{k}, \frac{l^2}{k} \right) F(\Sigma'). \quad (21)$$

Следует еще заметить, что с помощью значения \mathbf{d}' , найденного из формулы (19), можно легко выразить электромагнитное количество движения в движущейся системе или, скорее, его компоненты в направлении движения. В самом деле, уравнение

$$\mathbf{G} = \frac{1}{c} \int [\mathbf{d} \cdot \mathbf{h}] dS$$

показывает, что

$$\mathbf{G}_x = \frac{1}{c} \int (d_y h_z - d_z h_y) dS.$$

Следовательно, в силу (6) и так как $\mathbf{h}' = 0$, имеем

$$\mathbf{G}_x = \frac{k^2 l^2 \omega}{c^2} \int (d_y'^2 + d_z'^2) dS = \frac{kl\omega}{c} \int (d_y'^2 + d_z'^2) dS'. \quad (22)$$

7. Во втором частном случае мы рассмотрим частицу с электрическим моментом, т. е. небольшое пространство S с общим зарядом $\int \rho dS = 0$, но с таким распределением плотности, что интегралы $\int \rho x dS$, $\int \rho y dS$, $\int \rho z dS$ имеют отличные от нуля значения.

Пусть X , Y , Z будут координатами, отсчитываемыми от некоторой определенной точки A этой частицы — назовем эту точку центром, и пусть электрический момент определяется как вектор \mathbf{p} с компонентами

$$p_x = \int \rho X dS, \quad p_y = \int \rho Y dS, \quad p_z = \int \rho Z dS. \quad (23)$$

Тогда

$$\frac{dp_x}{dt} = \int \rho u_x dS, \quad \frac{dp_y}{dt} = \int \rho u_y dS, \quad \frac{dp_z}{dt} = \int \rho u_z dS. \quad (24)$$

Если X, Y, Z рассматриваются как бесконечно малые величины, то естественно, что и u_x, u_y, u_z будут тоже бесконечно малыми. Мы пренебрегаем квадратами и произведениями этих шести величин.

Воспользуемся формулой (17), чтобы определить скалярный потенциал φ' для некоторой внешней точки $P(x, y, z)$, находящейся на конечном расстоянии от поляризованной частицы, для того момента, в котором местное время этой точки имеет определенное значение t' . При этом мы придаем несколько иное значение символу ρ , который в формуле (17) относится к тому моменту времени, когда местное время в dS равно $t' - \frac{r'}{c}$. Мы обозначаем значение r' для центра A через r'_0 и понимаем под ρ значение плотности в точке (X, Y, Z) в тот момент времени t_0 , когда местное время в A равно $t' - \frac{r'_0}{c}$.

Из уравнения (5) видно, что этот момент времени будет более ранним, чем момент, к которому относится числитель в (17), именно на величину

$$k^2 \frac{\omega}{c^2} X + \frac{k}{l} \cdot \frac{r'_0 - r'}{c} = k^2 \frac{\omega}{c^2} X + \\ + \frac{k}{l} \cdot \frac{1}{c} \left(X \frac{\partial r'}{\partial x} + Y \frac{\partial r'}{\partial y} + Z \frac{\partial r'}{\partial z} \right)$$

единиц времени. В это последнее выражение вместо производных мы можем подставить их значения в точке A .

Теперь мы должны в (17) заменить $[\rho]$ через

$$[\rho] + k^2 \frac{\omega}{c^2} X \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} \right] + \frac{k}{l} \cdot \frac{1}{c} \left(X \frac{\partial r'}{\partial x} + Y \frac{\partial r'}{\partial y} + Z \frac{\partial r'}{\partial z} \right) \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} \right], \quad (25)$$

при этом $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ снова относится к времени t_0 . Если выбрано значение t' , для которого должны быть сделаны вычисления, то это время t_0 становится функцией координат x, y, z точки P . Вследствие этого значение $[\rho]$ зависит от этих координат, и легко видеть, что

$$\frac{\partial [\rho]}{\partial x} = -\frac{k}{l} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial r'}{\partial x} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} \right],$$

и т. д.

Поэтому (25) переписывается так:

$$[\rho] + k^2 \frac{\omega}{c^2} X \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} \right] - \left(X \frac{\partial [\rho]}{\partial x} + Y \frac{\partial [\rho]}{\partial y} + Z \frac{\partial [\rho]}{\partial z} \right).$$

Если указанную выше величину r_0' впредь обозначать через r' , то множитель $1/r'$ нужно заменить следующим выражением:

$$\frac{1}{r'} - X \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r'} \right) - Y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{r'} \right) - Z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r'} \right).$$

Тогда в итоге элемент dS в интеграле (17) умножится на

$$\frac{[\rho]}{r'} + k^2 \frac{\omega}{c^2} \cdot \frac{X}{r'} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{X[\rho]}{r'} - \frac{\partial}{\partial y} \cdot \frac{Y[\rho]}{r'} - \frac{\partial}{\partial z} \cdot \frac{Z[\rho]}{r'}.$$

Это проще, чем первоначальная форма того же выражения, потому что ни r' , ни время, для которого должны быть взяты заключенные в скобки величины, не зависят от X, Y, Z . Пользуясь (23) и принимая во внимание, что $\int \rho dS = 0$, получаем

$$\varphi' = k^2 \frac{\omega}{4\pi c^2 r'} \left[\frac{\partial p_x}{\partial t} \right] - \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{[p_x]}{r'} + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \frac{[p_y]}{r'} + \frac{\partial}{\partial z} \cdot \frac{[p_z]}{r'} \right\}.$$

В этом уравнении все заключенные в скобки величины должны быть взяты для того момента, когда местное время центра частицы равно $t' - \frac{r'}{c}$.

Мы заканчиваем рассуждения, вводя новый вектор \mathbf{p}' , компоненты которого

$$p'_x = klp_x, \quad p'_y = lp_y, \quad p'_z = lp_z. \quad (26)$$

Одновременно мы переходим к x', y', z', t' как независимым переменным. Окончательный результат имеет вид

$$\varphi' = \frac{\omega}{4\pi c^2 r'} \cdot \frac{\partial [p'_x]}{\partial t'} - \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\partial}{\partial x'} \cdot \frac{[p'_x]}{r'} + \frac{\partial}{\partial y'} \cdot \frac{[p'_y]}{r'} + \frac{\partial}{\partial z'} \cdot \frac{[p'_z]}{r'} \right\}.$$

Преобразование формулы (18) для векторного потенциала является менее трудным, потому что последний содержит бесконечно малый вектор \mathbf{u}' . Принимая во внимание (8), (24), (26) и (5), получаем

$$\mathbf{a}' = \frac{1}{4\pi cr'} \frac{\partial [\mathbf{p}']}{\partial t'}.$$

Поле, вызванное поляризованной частицей, теперь вполне определено. Формула (13) приводит к значению

$$\mathbf{d}' = -\frac{1}{4\pi c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t'^2} \cdot \frac{[\mathbf{p}']}{r'} + \frac{1}{4\pi} \text{grad}' \left\{ \frac{\partial}{\partial x'} \cdot \frac{[p'_x]}{r'} + \frac{\partial}{\partial y'} \cdot \frac{[p'_y]}{r'} + \frac{\partial}{\partial z'} \cdot \frac{[p'_z]}{r'} \right\}, \quad (27)$$

а вектор \mathbf{h}' дается формулой (14). Можно далее применить формулы (20) вместо первоначальных формул (10), если мы желаем рассмотреть силы, с которыми одна поляризованная частица действует на

другую, находящуюся в некотором отдалении от первой. В самом деле, скорости u для второй частицы могут считаться бесконечно малыми, как и для первой.

Следует заметить, что уравнения для покоящейся системы содержатся в выведенных формулах. Для такой системы величины со штрихами становятся тождественными с соответствующими величинами без штрихов; кроме того, k и l делаются равными единице. Компоненты (27) являются одновременно компонентами электрической силы, с которой одна поляризованная частица действует на другую.

8. До сих пор мы пользовались только основными уравнениями, не вводя новых предположений. Теперь допустим, что электроны, которые в состоянии покоя рассматриваются как шары радиуса R , изменяют свои размеры под влиянием поступательного движения, а именно: размеры в направлении движения уменьшаются в kl раз, а размеры в перпендикулярных к движению направлениях — в l раз.

При этой деформации, которую мы обозначим через $(1/kl, 1/l, 1/l)$, каждый элемент объема должен сохранить свой заряд. Наше допущение ведет к тому, что в электростатической системе Σ , которая движется со скоростью ω , все электроны преобразуются в эллипсоиды, малые оси которых лежат в направлении движения. Если мы теперь подвергнем систему деформации (kl, l, l) , для того чтобы иметь возможность применить теорему, изложенную в § 6, мы снова получим шаровые электроны радиуса R . Если мы, далее, изменим относительное положение электронных центров в Σ посредством деформации (kl, l, l) и в полученные таким образом точки поместим центры покоящихся шаровидных электронов, то получим систему, которая будет тождественна воображаемой, описанной в § 6, системе Σ' . Силы в этих двух системах связаны друг с другом соотношением (21).

Кроме того, я принимаю, что силы, действующие между незаряженными частицами, так же как и силы, действующие между незаряженными частицами и электронами, вследствие поступательного движения подвергаются изменению точно таким же образом, как электрические силы в электростатической системе. Иными словами, какова бы ни была природа частиц весомого тела, всегда — при условии, что частицы не двигаются друг относительно друга, — силы, действующие в покоящейся системе Σ' и в движущейся системе Σ , связаны друг с другом соотношением (21), если в смысле взаимного положения частиц система Σ' получается из Σ посредством деформации (kl, l, l) и, следовательно, Σ из Σ' — посредством деформации $(1/kl, 1/l, 1/l)$.

Поэтому если в Σ' результирующая сила для какой-нибудь частицы обращается в нуль, то это же самое должно иметь место для соответствующей частицы в Σ . Мы пренебрегаем влиянием молекулярного движения и полагаем, что силы притяжения и отталкивания, которые действуют со стороны окружающей среды, уравновешиваются на каждой частице твердого тела. Если мы еще допустим, что

возможна только одна равновесная конфигурация, то мы сможем заключить, что система Σ' сама собой переходит в систему Σ , если ей сообщить скорость w . Другими словами, поступательное движение производит деформацию ($1/kl$, $1/l$, $1/l$). Случай молекулярного движения рассматривается в § 12.

Легко видеть, что гипотеза, выдвинутая раньше в связи с опытом Майкельсона, содержится в высказанной теперь. Последняя гипотеза имеет, однако, более общий характер, потому что единственное ограничение движения заключается теперь в том, что скорость его должна быть меньше скорости света.

9. Теперь мы в состоянии вычислить электромагнитное количество движения одного электрона. Для упрощения я полагаю, что заряд равномерно распределен по поверхности, пока электрон находится в покое. Тогда распределение того же рода существует и в системе Σ' , с которой мы имеем дело в последнем из интегралов в (22).

Следовательно,

$$\int (d_v'^2 + d_z'^2) dS' = \frac{2}{3} \int d'^2 dS' = \frac{e^2}{6\pi} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{e^2}{6\pi R}$$

и

$$\mathbf{G}_x = \frac{e^2}{6\pi c^2 R} klw.$$

Необходимо принять во внимание, что произведение kl есть функция от w и что на основании симметрии вектор \mathbf{G} имеет направление поступательного движения. Обозначив скорость этого движения через w , получим общее векторное уравнение

$$\mathbf{G} = \frac{e^2}{6\pi c^2 R} klw. \quad (28)$$

Но всякое изменение в движении системы влечет за собой соответствующее изменение в электромагнитном количестве движения и требует поэтому определенной силы, величина и направление которой дается формулой

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{G}}{dt}. \quad (29)$$

Уравнение (28) можно, строго говоря, применять только к случаю равномерного и прямолинейного поступательного движения. Вследствие этого теория быстро-переменных движений электрона очень трудна, хотя формула (29) всегда имеет место. Это обстоятельство усугубляется тем, что гипотеза § 8 включает требование, чтобы величина и направление деформации непрерывно изменялись. Едва ли вообще вероятно, чтобы форма электрона определялась одной только скоростью в рассматриваемый момент времени. Несмотря на это, при условии достаточно медленного изменения скорости получаем удовлетворительное приближение, применяя (28) для каждого

момента времени. Применение (29) к такому *квазистационарному*, как его назвал Абрагам [7], поступательному движению очень просто. Пусть в определенный момент времени \mathbf{j}_1 есть ускорение в направлении траектории, а \mathbf{j}_2 — ускорение, перпендикулярное к ней. Тогда сила \mathbf{F} состоит из двух компонент, которые имеют направление этих ускорений и выражаются в виде $\mathbf{F}_1 = m_1 \mathbf{j}_1$ и $\mathbf{F}_2 = m_2 \mathbf{j}_2$, где

$$m_1 = \frac{e^2}{6\pi c^2 R} \cdot \frac{d(kl\omega)}{d\omega} \quad \text{и} \quad m_2 = \frac{e^2}{6\pi c^2 R} kl. \quad (30)$$

Следовательно, в процессах, при которых возникает ускорение в направлении движения, электрон ведет себя так, как будто он имеет массу m_1 , а при ускорении в направлении, перпендикулярном к движению, — как будто он обладает массой m_2 . Величинам m_1 и m_2 поэтому удобно дать названия «продольной» и «поперечной» электромагнитных масс. Я полагаю, что *сверх этого нет никакой «действительной» или «материальной» массы*. Так как k и l отличаются от единицы на величины порядка ω^2/c^2 , то при малых скоростях мы имеем

$$m_1 = m_2 = \frac{e^2}{6\pi c^2 R}.$$

Такова масса, с которой приходится проделывать расчеты, когда в системе без поступательного движения электроны совершают небольшие колебания. С другой стороны, если тело движется со скоростью ω в направлении оси x и является местом подобных колебаний электронов, то мы должны вести вычисления с массой m_1 по формуле (30), когда мы рассматриваем колебания, параллельные оси x ; напротив, для колебаний, параллельных осям y или z , нужно брать массу m_2 . Следовательно,

$$m(\Sigma) = \left(\frac{d(kl\omega)}{d\omega}, kl, kl \right) m(\Sigma'), \quad (31)$$

где знак Σ указывает движущуюся систему, а знак Σ' — неподвижную систему.

10. Мы можем теперь перейти к исследованию влияния движения Земли на оптические явления в системе прозрачных тел. При этом мы обратим внимание на переменные электрические моменты в частицах или «атомах» системы. К этим моментам можно применить рассуждения § 7. Для упрощения положим, что в каждой частице заряд сосредоточен в определенном числе отдельных электронов. Пусть, далее, «упругие» силы, которые действуют на какой-нибудь один из этих электронов и совместно с электрическими силами определяют его движение, имеют свой исходный центр действия в точке, лежащей внутри границы *того же* атома. Покажем, что каждому возможному состоянию движения в неподвижной системе можно сопоставить соответствующее, также возможное, состояние

движения в системе, находящейся в поступательном движении, причем способ сопоставления характеризуется следующим образом.

а. Пусть A'_1, A'_2, A'_3 и т. д. суть центры частиц в системе Σ' без поступательного движения. Мы пренебрегаем молекулярными движениями и полагаем, что эти точки неподвижны. Система точек A_1, A_2, A_3 и т. д., образуемая центрами частиц в движущейся системе Σ , получается из A'_1, A'_2, A'_3 и т. д. посредством деформации ($1/kl, 1/l, 1/l$). Согласно сказанному в § 8, центры частиц сами собой принимают эти положения A'_1, A'_2, A'_3 и т. д., если они первоначально, до приведения в поступательное движение, находились в A_1, A_2, A_3 и т. д. Можно представить себе, что каждая точка P' в пространстве системы Σ' благодаря упомянутой деформации переводится в определенную точку P системы Σ . Определяем теперь для двух соответствующих точек P' и P соответствующие моменты времени; первый будет относиться к P' , второй — к P . Иными словами, мы устанавливаем, что истинное время в первый момент должно равняться местному времени во второй момент, определенному для точки P по формуле (5). Под соответствующими моментами времени для двух соответствующих *частиц* мы понимаем соответствующие моменты времени для *центров* A' и A этих частиц.

б. Что касается внутреннего состояния атомов, то мы принимаем, что конфигурация какой-нибудь частицы A в Σ в определенный момент времени получается из конфигурации соответствующей частицы в Σ' в соответствующий момент времени с помощью деформации ($1/kl, 1/l, 1/l$). Поскольку это допущение касается формы самих электронов, оно уже содержится в первой гипотезе § 8.

Если мы исходим из некоторого действительно существующего состояния в системе Σ' , то, очевидно, что, пользуясь положениями а. и б., мы вполне определяем некоторое состояние движущейся системы Σ . Вопрос о том, является ли это состояние также возможным, остается, однако, открытым. Чтобы решить это, заметим сначала, что электрические моменты, которые по нашему допущению возникают в движущейся системе и которые будут обозначаться через \mathbf{p} , суть определенные функции координат x, y, z центров A частиц (или, как мы будем говорить, координат частиц) и времени t . Уравнения, выражающие связь между \mathbf{p} , с одной стороны, и x, y, z, t — с другой, могут быть заменены другими уравнениями, которые содержат вектор \mathbf{p}' , определяемый из формулы (26), и величины x', y', z', t' , которые даются формулами (4) и (5).

Если в частице A движущейся системы, координаты которой суть x, y, z в момент времени t или в момент местного времени t' , имеется электрический момент \mathbf{p} , то, согласно допущениям а. и б., в другой системе в частице с координатами x', y', z' и в момент истинного времени t' будет существовать электрический момент, который как раз будет представлен вектором \mathbf{p}' , определяемым по формуле (26). Таким образом, отсюда видно, что уравнения, связывающие $\mathbf{p}', x', y', z', t'$, будут одни и те же для обеих систем с тем единственным отличием, что для системы Σ' без поступательного

движения эти буквы означают электрический момент, координаты и истинное время, в то время как для движущейся системы они имеют другое значение. Ибо здесь p', x', y', z', t' связаны с электрическим моментом p , с координатами x, y, z и с общим временем t соотношениями (26), (4) и (5).

Уже было отмечено, что уравнение (27) применимо к обеим системам. Следовательно, вектор d' в Σ' и Σ один и тот же при условии, что мы всегда сравниваем соответствующие положения и моменты времени. Однако вектор этот не имеет одинакового значения в обоих случаях. В Σ' он изображает электрическую силу, а в Σ он связан с этой силой посредством (20). Отсюда можно заключить, что электрические силы, действующие в Σ и Σ' на соответствующие частицы и в соответствующие моменты времени, связаны друг с другом при помощи (21). Если мы воспользуемся нашим допущением б. в связи со второй гипотезой § 8, то найдем, что между «упругими» силами действует то же соотношение. Следовательно, уравнение (21) можно рассматривать так же, как выражение соотношения между результирующими силами, действующими на соответствующие электроны в соответствующие моменты времени.

Очевидно, предполагавшееся в движущейся системе состояние только тогда действительно возможно, когда в Σ и Σ' произведения массы m на ускорение электрона находятся друг относительно друга в том же отношении, что и силы, т. е. когда

$$mj(\Sigma) = \left(l^2, \frac{l^2}{k}, \frac{l^2}{k} \right) mj(\Sigma'). \quad (32)$$

Но для ускорений имеет место уравнение

$$j(\Sigma) = \left(\frac{l}{k^3}, \frac{l}{k^2}, \frac{l}{k^2} \right) j(\Sigma'). \quad (33)$$

которое можно вывести из формул (4) и (5).

Если соединить этот результат с формулой (32), то для масс получается

$$m(\Sigma) = (k^3 l, kl, kl) m(\Sigma').$$

Сравнение с (31) показывает, что при любых значениях l это условие всегда выполняется в отношении масс, с которыми мы должны вести расчеты при колебаниях, перпендикулярных к направлению поступательного движения. Итак, мы должны подчинить l только одному условию: $\frac{d(klw)}{dw} = k^3 l$. Но в силу (3) $\frac{d(kw)}{dw} = k^3$, так что $\frac{dl}{dx} = 0$, т. е. $l = \text{const.}$

Константа должна иметь значение 1, потому что мы уже знаем, что при $\omega = 0$ значение $l = 1$. Это ведет к предположению, что влияние поступательного движения (как для отдельного электрона, так и для весомого тела в целом) простирается только на размеры

в направлении движения, а именно: последние делаются в k раз меньше по сравнению с состоянием покоя.

Присоединив эту гипотезу к высказанным прежде, мы можем быть уверены в том, что возможны два состояния, одно — в движущейся системе, другое — в такой же, но покоящейся системе, которые соответствуют друг другу указанным образом. Впрочем, это соответствие не ограничивается электрическими моментами частиц. В соответствующих точках, которые лежат либо в эфире между частицами, либо в эфире, окружающем весоные тела, мы находим для соответствующих моментов времени тот же вектор \mathbf{d}' и, как легко показать, тот же вектор \mathbf{h}' . Резюмируя, можно сказать: когда в системе без поступательного движения возникает состояние движения, для которого в определенном месте компоненты векторов \mathbf{p} , \mathbf{d} и \mathbf{h} являются определенными функциями времени, тогда в той же системе, после того как она приведена в движение (и, следовательно, деформирована), может возникнуть состояние движения, при котором в соответствующем месте компоненты векторов \mathbf{p} , \mathbf{d}' , \mathbf{h}' будут теми же функциями местного времени.

Только один пункт нуждается в еще более детальном рассмотрении. Так как значения масс m_1 и m_2 выведены из теории квазистационарного движения, то возникает вопрос, вправе ли мы пользоваться ими при вычислениях в случае быстрых световых колебаний. При более точном рассмотрении мы обнаруживаем, что движение электрона можно рассматривать как квазистационарное, если оно мало изменяется в течение того промежутка времени, за который световая волна успевает продвинуться на длину диаметра электрона. Это имеет место в отношении оптических явлений, потому что диаметр электрона чрезвычайно мал по сравнению с длиной волны.

11. Нетрудно видеть, что изложенная теория объясняет большое число фактов. Рассмотрим систему без поступательного движения, для которой в некоторых ее частях постоянно $\mathbf{p} = 0$, $\mathbf{d} = 0$, $\mathbf{h} = 0$. Тогда в соответствующем состоянии движущейся системы в соответствующих ее частях (или в тех же частях деформированной системы) имеем $\mathbf{p}' = 0$, $\mathbf{d}' = 0$, $\mathbf{h}' = 0$. Так как эти последние уравнения влекут за собой $\mathbf{p} = 0$, $\mathbf{d} = 0$, $\mathbf{h} = 0$, что следует из (26) и (6), то все части системы, которые были темными, когда система покоилась, очевидно, остаются также темными после того, как она приведена в движение. Поэтому нельзя обнаружить влияние движения Земли на какие-нибудь оптические опыты, которые произведены с земными источниками света и в которых речь идет о наблюдении геометрического распределения света и темноты. Сюда относятся многие опыты, основанные на интерференции и преломлении. Если, кроме того, в двух точках системы лучи света, поляризованные в одной и той же плоскости, идут в одинаковом направлении, то можно показать, что отношение амплитуд в этих точках не изменится от поступательного движения системы. Это замечание относится к таким опытам, в которых сравниваются интенсивности соседних частей поля зрения.

Только что сделанные выводы подтверждают прежние результаты, полученные без учета величин второго порядка. Эти же выводы содержат также объяснение отрицательного результата опыта Майкельсона, причем более общее и по форме несколько отличное от данного прежде. Они показывают далее, почему Рэлей и Брейс не могли наблюдать никаких признаков двойного лучепреломления, вызванного движением Земли. Отрицательный результат опытов Трутона и Нобля делается тотчас же ясным, когда мы обратимся к гипотезе § 8. Эти гипотезы, а также наше последнее допущение (§ 10) позволяют заключить, что поступательное движение вызывает одно только сокращение всей системы электронов и других частиц, из которых построены заряженный конденсатор, коромысло и нить крутильных весов. Такое сокращение не дает, однако, никакого повода к заметному изменению направления.

Едва ли нужно отмечать, что я предлагаю эту теорию со всей осторожностью. Хотя она, по моему мнению, отвечает всем твердо установленным фактам, тем не менее эта теория приводит к некоторым следствиям, которые еще нельзя подкрепить опытом. Например, из теории следует, что результат опыта Майкельсона должен оставаться отрицательным, если пропустить интерферирующие лучи света через весомое прозрачное тело.

О нашей гипотезе сокращения электронов нельзя заранее утверждать ни того, что она правдоподобна, ни того, что она недопустима. Наше знание природы электронов еще весьма недостаточно, и единственным средством продвижения вперед является проверка гипотез, подобных предложенным мною здесь. Естественно, при этом возникают трудности, например при рассмотрении вращения электронов. Может быть, придется допустить, что в тех явлениях, при которых в покоящейся системе шаровидные электроны вращаются вокруг одного из диаметров, в движущейся системе отдельные точки электронов описывают эллиптические орбиты, которые указанным в § 10 образом соответствуют круговым орбитам покоящейся системы.

12. Следует еще сказать несколько слов о молекулярном движении. Можно думать, что тела, у которых оно имеет заметное или даже преобладающее влияние, также подвержены тем же деформациям, что и системы с неизменным относительным положением частиц, о которых мы до сих пор говорили. В самом деле, мы можем вообразить себе в двух молекулярных системах Σ' и Σ , из которых только вторая находится в поступательном движении, такие соответствующие друг другу молекулярные движения, что когда какая-нибудь частица в Σ' имеет определенное положение в определенный момент времени, частица в Σ в соответствующий момент времени занимает соответствующее положение. Применив затем соотношение (33) между ускорениями во всех тех случаях, когда скорость молекулярного движения очень мала по сравнению с ω , можно считать, что молекулярные силы определены относительным положением независимо от скоростей молекулярного движения. И наконец, если представить себе эти силы ограниченными столь малыми радиусами дейст-

вия, что для действующих друг на друга частиц можно пренебречь разностью отсчетов местных времен, то данная частица вместе с теми, которые лежат в сфере ее притяжения или отталкивания, образуют систему, неоднократно претерпевающую упомянутую деформацию. На основании второй гипотезы § 8 мы можем поэтому применить формулу (21) к результирующей молекулярной силе, приложенной к частице. Следовательно, правильное соотношение между силами и ускорениями будет иметь место в обоих случаях, если допустить, что *поступательное движение оказывает такое же воздействие на массы всех частиц, как и на электромагнитные массы электронов.*

13. Значения (30), которые я нашел для продольной и поперечной масс электрона, в функции скорости не совпадают со значениями, полученными раньше Абрагамом. Причина расхождения заключается в том, что в теории Абрагама электроны рассматриваются как шарики неизменных размеров. Результаты Абрагама, касающиеся поперечной массы, подтвердились замечательным образом на измерениях отклонения лучей радия в электрическом и магнитном полях, произведенных Кауфманом. Если я не хочу оставлять открытым очень серьезное возражение против моей теории, я должен показать здесь, что эти измерения не менее хорошо согласуются со значениями, полученными мною, чем с результатами Абрагама.

Сначала я рассмотрю две серии измерений, которые Кауфман [8] опубликовал в 1902 г. Из каждой серии он вывел две величины η и ζ , представляющие собой «приведенные» электрические и магнитные отклонения; эти величины связаны с отношением $\beta = \omega/c$ следующим образом:

$$\beta = k_1 \frac{\zeta}{\eta}, \quad \psi(\beta) = \frac{\eta}{k_2 \zeta^2}. \quad (34)$$

Здесь функция $\psi(\beta)$ имеет такое значение, что для поперечной массы получается

$$m_2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{e^2}{6\pi c^2 R} \psi(\beta), \quad (35)$$

а k_2 и k_1 суть константы для каждой серии.

Из второго уравнения (30) следует, что моя теория тоже приводит к уравнению вида (35); нужно только вместо функции Абрагама $\psi(\beta)$ взять

$$\frac{4}{3} k = \frac{4}{3} (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}.$$

Таким образом, моя теория требует, чтобы при подстановке этого значения функции $\psi(\beta)$ в уравнения (34) последние выполнялись. Мы можем, конечно, придать k_1 и k_2 другие значения, чем у Кауфмана, чтобы получить хорошее совпадение. Кроме того, мы имеем право для каждого измерения подобрать подходящее значение ско-

рости ω или отношения β . Если новые значения этих трех величин будут sk_1 , $\frac{3}{4}k'_2$ и β' , то уравнения (34) приобретут следующий вид:

$$\beta' = sk_1 \frac{\zeta}{\eta} \quad (36)$$

$$(1 - \beta'^2)^{-\frac{1}{2}} = \frac{\eta}{k'_2 \zeta^2}. \quad (37)$$

Чтобы проверить свои формулы, Кауфман выбирал такое значение для k_1 , что, вычисляя с его помощью β и k_2 из (34), он получал для последнего числа в пределах точности постоянные значения в каждой серии. Это постоянство служило доказательством хорошего совпадения. Я применил аналогичный прием, причем воспользовался некоторыми числами, полученными Кауфманом. Я подсчитал для каждого измерения значение выражения

$$k'_2 = (1 - \beta'^2)^{\frac{1}{2}} \psi(\beta) k_2, \quad (38)$$

которое получается из (37) и второй формулы (34). Значения для $\psi(\beta)$ и k_2 взяты из таблицы Кауфмана. Для β' я использовал произведение найденного им значения β на s . Коэффициент s я выбрал при этом таким образом, чтобы величина (38) сохраняла возможно лучше свое постоянство. Результаты помещены в следующих таблицах, которые соответствуют табл. III и IV работы Кауфмана.

Т а б л и ц а III

$s = 0,933$

β	$\psi(\beta)$	k_1	β'	k'_2
0,851	2,147	1,721	0,794	2,246
0,766	1,86	1,736	0,715	2,258
0,727	1,78	1,725	0,678	2,256
0,6615	1,66	1,727	0,617	2,256
0,6075	1,595	1,655	0,557	2,175

Как видно, постоянство k'_2 не менее удовлетворительно, чем постоянство k_2 , тем более что в каждом случае s определялось только из двух измерений. Коэффициент выбран так, что для двух наблюдений, данные которых приведены в табл. III на первом и предпоследнем месте, а в табл. IV на первом и последнем месте, значения k'_2 оказываются пропорциональными k_2 .

Воспользуемся теперь двумя сериями измерений из одной позднейшей работы Кауфмана [9], которые Рунге [10] обработал по методу наименьших квадратов. При этом коэффициенты k_1 и k_2 были определены так, что вычисленные из уравнений Кауфмана (34) зна-

Т а б л и ц а IV
s = 0,954

β	$\Psi(\beta)$	k_2	β'	k_2'
0,963	3,23	8,12	0,919	10,36
0,949	2,86	7,99	0,905	9,70
0,933	2,73	7,46	0,890	9,28
0,883	2,31	8,32	0,842	10,36
0,860	2,195	8,09	0,820	10,15
0,830	2,06	8,13	0,792	10,23
0,801	1,96	8,13	0,764	10,28
0,777	1,89	8,04	0,741	10,20
0,752	1,83	8,02	0,717	10,22
0,732	1,785	7,97	0,698	10,18

чения η для каждого наблюдаемого ζ хорошо совпадали с наблюдаемыми η .

Из того же условия также методом наименьших квадратов мною были найдены коэффициенты a и b уравнения $\eta^2 = a\zeta^2 + b\zeta^4$, которое может быть выведено из уравнений (36) и (37). Зная a и b , вычисляем β для каждого измерения с помощью соотношения $\beta = \sqrt{a\zeta/\eta}$. Для двух пластинок, на которых Кауфман измерил электрическое и магнитное отклонения, получились результаты (отклонения даны в сантиметрах), которые приведены в табл. 1 и 2.

Т а б л и ц а I
Пластинка № 15 ($a = 0,06489$, $b = 0,3039$)

ζ	η					β	
	Эксперимент	Расчет по Рунге	Разность	Расчет по Лоренцу	Разность	Расчет по	
						Рунге	Лоренцу
0,1495	0,0388	0,0405	-16	0,0400	-12	0,987	0,951
0,199	0,0548	0,0550	-2	0,0552	-4	0,964	0,918
0,2475	0,0716	0,0710	+6	0,0715	+1	0,930	0,881
0,296	0,0896	0,0887	+9	0,0895	+1	0,889	0,842
0,3435	0,1080	0,1081	-1	0,1090	-10	0,847	0,803
0,391	0,1290	0,1297	-7	0,1305	-15	0,804	0,763
0,437	0,1524	0,1527	-3	0,1532	-8	0,763	0,727
0,5825	0,1788	0,1777	+11	0,1777	+11	0,724	0,692
0,5265	0,2033	0,2039	-6	0,20333	-0	0,688	0,660

Я не имел времени анализировать другие таблицы из работ Кауфмана. Так как последние, подобно табл. 1, начинаются с довольно большой отрицательной разности между значениями η , выведенными из наблюдений, и теми, которые вычислил Рунге, то мы можем ожидать, что и для них получится удовлетворительное совпадение с полученными мною формулами.

Т а б л и ц а 2

П л а с т и н к а № 19 ($a = 0,5867$, $b = 0,2591$)

ζ	η					β	
	Эксперимент	Расчет по Рунге	Разность	Расчет по Лоренцу	Разность	Расчет по	
						Рунге	Лоренцу
0,1495	0,0404	0,0388	+16	0,0379	+25	0,990	0,954
0,199	0,0529	0,0527	+2	0,0522	+7	0,969	0,923
0,247	0,0678	0,0675	+3	0,0674	+4	0,939	0,888
0,296	0,0834	0,0842	-8	0,0844	-10	0,902	0,849
0,3435	0,1019	0,1022	-3	0,1026	-7	0,862	0,811
0,391	0,1219	0,1222	-3	0,1226	-7	0,822	0,773
0,437	0,1429	0,1434	-5	0,1437	-8	0,782	0,736
0,4825	0,1660	0,1665	-5	0,1664	-4	0,744	0,702
0,5265	0,1916	0,1906	+10	0,1902	+14	0,709	0,671

14. Я пользуюсь этим случаем, чтобы упомянуть об одном эксперименте, проделанном Трутоном [11] по предложению Фицджеральда, в котором он пытался обнаружить наличие внезапного импульса, действующего на конденсатор в момент зарядки или разрядки. Для этой цели конденсатор был подвешен на крутильных весах с пластинами параллельно движению Земли. Чтобы оценить величину ожидаемого эффекта, достаточно рассмотреть конденсатор с эфиром в качестве диэлектрика. Согласно § 1, мы будем иметь для заряженного прибора электромагнитный момент количества движения величины

$$G = \frac{2U}{c^2} w$$

при пренебрежении величинами третьего и высших порядков. Так как этот момент возникает при зарядке и исчезает при разрядке, то конденсатор должен испытывать в первом случае толчок $-G$ и во втором — толчок $+G$. Трутон, однако, не смог обнаружить подобного эффекта. Я полагаю, можно показать, в противоположность подсчетам Трутона, что чувствительность прибора была далеко не достаточной для предположенных наблюдений.

Обозначая, как и выше, через U энергию заряженного конденсатора в покое и через $U + U'$ энергию в состоянии движения, мы находим по формулам настоящей статьи с точностью до величин второго порядка $U' = (2w^2/c^2)U$; это совпадает по порядку с значением, которым пользовался Трутон для оценки эффекта. Интенсивность внезапного толчка или импульса будет, следовательно, U'/w . Допустив теперь, что прибор вначале находился в покое, мы можем сравнить отклонение α , произведенное этим импульсом, с отклонением α' , которое испытывают крутильные веса под влиянием постоянной пары сил K , действующей в течение половины периода колебания. Мы можем также рассмотреть случай, когда колебательное движение уже началось. Тогда импульс, приложенный в момент про-

хождения прибора через положение равновесия, изменит амплитуду на некоторую величину β . Аналогичный же эффект β' может быть вызван парой сил K , действующей в течение всего колебания от одного крайнего положения до другого. Пусть T будет периодом колебания и l — расстоянием от конденсатора до нити крутильных весов. Тогда легко найти, что

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\beta}{\beta'} = \frac{\pi U' l}{KT\omega}. \quad (39)$$

Согласно Трутону, значение U' достигает одного-двух эргов, и наименьшая пара сил, которая могла бы дать заметное отклонение, была оценена в 7,5CGS-единиц. Если мы подставим это значение для K и примем во внимание, что скорость Земли равна $3 \cdot 10^6$ см/сек, то увидим, что (39) должно быть весьма малой дробью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rayleigh. Phil. Mag., 1902, (6), t. 4, p. 678.
2. Brace. Phil. Mag., 1904, (6), t. 7, p. 317.
3. Trouton and Noble. London Roy. Soc. Trans. A., 1903, t. 202, p. 165.
4. См. мою статью «Weiterbildung der Maxwellschen Theorie. Elektronentheorie», Mathematische Encyclopädie, v. 14, § 21a.
5. Poincaré. Rapports du Congrès de physique de 1900, Paris, v. 1, p. 22, 23
6. Lorentz. Zittingsverlag, Akad. Wet., 1899, b. 7, s. 507; Amsterdam Proc., 1898—1899, p. 427.
7. Abraham. Ann. d. Phys., 1903, b. 10, s. 105.
8. Kaufmann. Phys. ZS., 1902, b. 4, s. 55.
9. Kaufmann. Gött. Nachr., Math.-phys. Klasse, 1903, s. 90
10. Runge. Ibid., s. 326.
11. Trouton. Dublin Roy. Soc. Trans., 1902 (2), v. 7, p. 379. Эта работа напечатана также в собрании трудов Фицджеральда, изданных Лармором (The scientific writings of Fitz-Gerald, Dublin and London, 1902).

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 JUIN 1905.

PRÉSIDENCE DE M. TROOST

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADEMIE.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la dynamique de l'électron.*

Note de M. H. POINCARÉ

Il semble au premier abord que l'aberration de la lumière et les phénomènes optiques qui s'y rattachent vont nous fournir un moyen de déterminer le mouvement absolu de la Terre, ou plutôt son mouvement, non par rapport aux autres astres, mais par rapport à l'éther. Il n'en est rien; les expériences où l'on ne tient compte que de la première puissance de l'aberration ont d'abord échoué et l'on en a aisément découvert l'explication; mais Michelson, ayant imaginé une expérience où l'on pouvait mettre en évidence les termes dépendant du carré de l'aberration, ne fut pas plus heureux. Il semble que cette impossibilité de démontrer le mouvement absolu soit une loi générale de la nature.

Une explication a été proposée par Lorentz, qui a introduit l'hypothèse d'une contraction de tous les corps dans le sens du mouvement terrestre; cette contraction rendrait compte de l'expérience de Michelson et de toutes celles qui ont été réalisées jusqu'ici, mais elle laisserait la place à d'autres expériences plus délicates encore, et plus faciles à concevoir qu'à exécuter.

О ДИНАМИКЕ ЭЛЕКТРОНА*

На первый взгляд кажется, что aberrация света и связанные с ней оптические и электрические явления дают нам средство для определения абсолютного движения Земли или, вернее, ее движения не по отношению к другим небесным телам, а по отношению к эфиру. Но на самом деле это не так. Опыты, где принимаются в расчет только члены первого порядка относительно величины aberrации, дали сначала отрицательный результат, чему вскоре было найдено объяснение. Но и Майкельсон, придумавший опыт, в котором становились уже заметными члены, зависящие от квадрата aberrации, в свою очередь потерпел неудачу. Эта невозможность показать опытным путем абсолютное движение Земли представляет, по-видимому, общий закон природы.

Объяснение было предложено Лоренцем, который ввел гипотезу о сокращении всех тел в направлении движения Земли. Это сокращение дало бы объяснение опыту Майкельсона и всем другим, проведенным до сих пор в этом направлении опытам. Однако оно оставляло бы место другим опытам, еще более тонким и более простым по замыслу, чем по исполнению, целью которых было бы обнаружение абсолютного движения Земли. Но, рассматривая невозможность подобного утверждения как очень вероятную, можно предвидеть, что эти опыты, если их когда-либо и удастся осуществить, дадут также отрицательный результат. Лоренц старался дополнить и видоизменить гипотезу так, чтобы установить соответствие между ней и постулатом о полной невозможности определить абсолютное движение. Ему удалось это сделать в своей статье «Электромагнитные явления в системе, движущейся с любой скоростью, меньшей скорости света» (Известия Амстердамской академии, 27 мая 1904 г.)**.

Важность этого вопроса побудила меня снова заняться им. Результаты, полученные мною, согласуются во всех наиболее важных пунктах с теми, которые получил Лоренц, я стремился только дополнить и видоизменить их в некоторых деталях. Идея Лоренца со-

* Опубликовано 5 июня 1905 г. в докладах Французской академии наук. *Comptes Rendues*, 1905, v. 140, p. 1504. — Перев. с франц. И. С. Зарубиной.

** См стр 67 наст сб — *Прим. ред.*

стоит в том, что уравнения электромагнитного поля не изменятся в результате некоторого преобразования, которое я назову именем Лоренца и которое имеет следующий вид:

$$x' = kl(x + \epsilon t), \quad y' = ly, \quad z' = lz, \quad t' = kl(t + \epsilon x), \quad (1)$$

где x, y, z — координаты и t — время до преобразования, а x', y', z' и t' — после преобразования, величина ϵ — константа, которая определяет преобразование $k = 1/\sqrt{1 - \epsilon^2}$, а l — некоторая функция от ϵ .

В этом преобразовании ось x играет особую роль, но, очевидно, можно построить такое преобразование, в котором эту роль будет выполнять некоторая прямая, проходящая через начало координат. Все эти преобразования вместе со всеми пространственными вращениями должны образовывать группу; но для этого нужно, чтобы $l = 1$. Следовательно, мы пришли к необходимости предположить, что $l = 1$, что и является следствием, которое Лоренц получил другим путем.

Пусть ρ — плотность заряда электрона; ξ, η и ζ — составляющие скорости электрона до преобразования. Тогда для тех же величин $\rho', \xi', \eta', \zeta'$ после преобразования имеем

$$\rho' = \frac{k}{l^3} \rho (1 + \epsilon \xi), \quad \rho' \xi' = \frac{k}{l^3} \rho (\epsilon + \xi), \quad \rho' \eta' = \frac{\rho \eta}{l^3}, \quad \rho' \zeta' = \frac{\rho \zeta}{l^3}. \quad (2)$$

Эти формулы несколько отличаются от тех, которые были найдены Лоренцем*.

Пусть теперь X, Y, Z и X', Y', Z' — три компоненты силы до и после преобразования (*сила относится к единице объема*). Я нахожу

$$X' = \frac{k}{l^3} (X + \epsilon \sum X \xi), \quad Y' = \frac{Y}{l^3}, \quad Z' = \frac{Z}{l^3}. \quad (3)$$

Эти формулы также несколько отличаются от предложенных Лоренцем. Вспомогательный член $\sum X \xi$ напоминает результат, полученный в свое время Ланжем.

Если теперь мы обозначим через X_1, Y_1, Z_1 и X_1', Y_1', Z_1' составляющие силы, отнесенные не к единице объема, а к единице массы электрона, мы будем иметь

$$X_1' = \frac{k}{l^3} \cdot \frac{\rho}{\rho'} (X_1 + \epsilon \sum X_1 \xi), \quad Y_1' = \frac{\rho}{\rho'} \cdot \frac{Y_1}{l^3}, \quad Z_1' = \frac{\rho}{\rho'} \cdot \frac{Z_1}{l^3}. \quad (4)$$

Лоренц пришел также к необходимости предположить, что движущийся электрон принимает форму сжатого эллипсоида. Ту же гипотезу выдвинул Ланжевен, но если у Лоренца постоянными остаются две оси эллипсоида, что согласуется с его предположением $l = 1$,

* См. стр. 70 наст. сб — Прим. ред.

у Ланжевена, наоборот, объем эллипсоида остается постоянным. Оба автора показали, что эти две гипотезы так же хорошо согласуются с опытами Кауфмана, как и первоначальная гипотеза Абрагама (шаровой электрон). Преимущество гипотезы Ланжевена состоит в ее достаточности, т. е. достаточно рассматривать электрон как деформирующийся и несжимаемый, чтобы объяснить, что при движении он принимает форму эллипсоида. Но я могу показать, не противореча Лоренцу, что она несовместима с невозможностью опыта, обнаруживающего абсолютное движение. Как я уже сказал, это происходит оттого, что $l = 1$ является единственной гипотезой, для которой преобразования Лоренца образуют группу. Но, следуя гипотезе Лоренца, согласие между формулами не происходит само собой; его получают одновременно с возможным объяснением сжатия электрона в предположении о том, что *деформируемый и сжимаемый электрон подвержен постоянному внешнему давлению, работа которого пропорциональна изменению объема этого электрона.*

Применяя принцип наименьшего действия, я могу показать, что при этих условиях компенсация является полной, если предположить, что инерция имеет исключительно электромагнитное происхождение, как это общепризнано после опытов Кауфмана, и за исключением постоянного давления, о котором я только что говорил и которое действует на электрон, все силы будут электромагнитного происхождения. Таким образом, можно объяснить невозможность обнаружения абсолютного движения Земли и сокращения всех тел в направлении движения Земли. Но это не все. Лоренц в цитируемой работе считал необходимым дополнить свою гипотезу, внося допущение о том, что все силы, какого бы происхождения они ни были, ведут себя благодаря поступательному перемещению точно так же, как электромагнитные силы, вследствие чего влияние преобразования Лоренца на их составляющие определяется уравнениями (4).

Оказалось необходимым более внимательно рассмотреть эту гипотезу, и в частности исследовать, какие видоизменения она вынуждает нас вносить в законы тяготения. Сначала я пришел к необходимости предположить, что распространение сил тяготения происходит не мгновенно, а со скоростью света, что, кажется, противоречит результату, полученному Лапласом, который утверждает, что если распространение и не мгновенное, оно, по крайней мере, происходит быстрее, чем распространение света. Однако в действительности вопрос, который поставил перед собой Лаплас, значительно отличается от вопроса, который мы здесь рассматриваем. По Лапласу введение конечной скорости распространения было единственным видоизменением, которое он внес в закон Ньютона. Здесь же подобное видоизменение сопровождается многими другими. Следовательно, между ними возможна частичная компенсация, и она действительно происходит.

Итак, когда мы будем говорить о положении или скорости притягивающего тела, мы будем иметь в виду положение или скорость в момент, когда *гравитационная волна* вышла из этого тела. Когда

же мы будем говорить о положении или скорости притягиваемого тела, мы будем иметь в виду положение или скорость в момент, когда данное притягиваемое тело настигается гравитационной волной, испускаемой другим телом; ясно, что первый момент предшествует второму.

Следовательно, если X, Y, Z являются проекциями на три оси вектора, который соединяет оба положения, если составляющие скорости притягиваемого тела есть ξ, η, ζ , а притягивающего тела — ξ_1, η_1, ζ_1 , три составляющие притяжения (которые я могу еще раз назвать X_1, Y_1, Z_1) будут функциями $X, Y, Z, \xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1$. Спрашивается, можно ли определить эти функции таким образом, чтобы благодаря преобразованию Лоренца они подчинялись уравнениям (4) и чтобы обычный закон тяготения проявлялся во всех случаях, когда скорости $\xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1$ достаточно малы, так что можно пренебречь их квадратами по сравнению с квадратом скорости света. На этот вопрос следует ответить утвердительно. Найдено, что тяготение, учитывающее поправку, состоит из двух сил, одна из них параллельна составляющим вектора X, Y, Z , другая — составляющим скорости ξ_1, η_1, ζ_1 .

Расхождение с общепринятым законом тяготения, как я только что заметил, порядка ξ^2 . Если же предположить, как это сделал Лаплас, что скорость распространения сил тяготения равна скорости света, это расхождение было бы порядка ξ , т. е. в 10 000 раз большим. Следовательно, на первый взгляд не кажется абсурдным предположить, что астрономические наблюдения недостаточно точны, чтобы обнаружить такое малое расхождение, какое мы только можем себе представить. Этот вопрос будет разрешен только после глубокого исследования.

ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN,

VIERTE FOLGE.

BAND 17.

DER GANZEN REIHE 322. BAND.

KURATORIUM:

F. KOHLRÄUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEBEBEN VON

PAUL DRUDE.

MIT FÜNF FIGURENTAFELN



LEIPZIG, 1905.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIVS BARTH.

3. Zur Elektrodynamik bewegter Körper; von A. Einstein.

Daß die Elektrodynamik Maxwells — wie dieselbe gegenwärtig aufgefaßt zu werden pflegt — in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhaften scheinen, ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng voneinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an den Orten, wo sich Teile des Leiters befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft, welcher an sich keine Energie entspricht, die aber — Gleichheit der Relativbewegung bei den beiden ins Auge gefaßten Fällen vorausgesetzt — zu elektrischen Strömen von derselben Größe und demselben Verlaufe Veranlassung gibt, wie im ersten Falle die elektrischen Kräfte.

Beispiele ähnlicher Art, sowie die mißlungenen Versuche, eine Bewegung der Erde relativ zum „Lichtmedium“ zu konstatieren, führen zu der Vermutung, daß dem Begriffe der absoluten Ruhe nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften der Erscheinungen entsprechen, sondern daß vielmehr für alle Koordinatensysteme, für welche die mechanischen Gleichungen gelten, auch die gleichen elektrodynamischen und optischen Gesetze gelten, wie dies für die Größen erster Ordnung bereits erwiesen ist. Wir wollen diese Vermutung (deren Inhalt im folgenden „Prinzip der Relativität“ genannt werden wird) zur Voraussetzung erheben und außerdem die mit ihm nur scheinbar unverträgliche

К ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ДВИЖУЩЕГОСЯ ТЕЛА*

Известно, что электродинамика Максвелла в том виде, как ее в настоящее время обыкновенно понимают, в применении к движущимся телам приводит к асимметрии, которая, по-видимому, несвойственна самим явлениям. Вспомним, например, электродинамическое взаимодействие между магнитом и проводником. Наблюдаемое явление зависит здесь только от относительного движения проводника и магнита, в то время как согласно обычному представлению оба случая, в которых либо одно, либо другое из этих тел является движущимся, должны быть строго разграничены. В самом деле, если движется магнит, а проводник покоится, то вокруг магнита возникает электрическое поле, обладающее некоторым количеством энергии, которое в тех местах, где находятся части проводника, порождает ток. Если же магнит находится в покое, а движется проводник, то вокруг магнита не возникает никакого электрического поля; зато в проводнике возникает электродвижущая сила, которой самой по себе не соответствует никакая энергия, но которая, однако, при предполагаемом равенстве относительного движения в обоих интересующих нас случаях вызывает электрические токи той же силы и того же направления, как в первом случае электрическое поле.

Примеры подобного рода, как и неудавшиеся попытки обнаружить движение Земли относительно «светоносной среды», ведут к предположению, что не только в механике, но и в электродинамике никакие свойства явлений не соответствуют понятию абсолютного покоя, и даже более того — к предположению, что для всех координатных систем, для которых справедливы уравнения механики, имеют место те же самые электродинамические и оптические законы, как это уже доказано для величин первого порядка. Мы намерены это предположение (содержание которого в дальнейшем будет называться принципом относительности) превратить в предпосылку и сделать, кроме того, добавочное допущение, находящееся с первым лишь в кажущемся противоречии, а именно: что свет в пустоте всегда распространяется с определенной скоростью V , не зависящей от состоя-

* «Zur Elektrodynamik bewegter Körper», Ann. d. Phys., 1905, b. 17, s. 891. (Статья поступила в печать в Берне 30 июня 1905 г.)

ния движения излучающего тела. Эти две предпосылки достаточны для того, чтобы, положив в основу теорию Максвелла для покоящихся тел, построить простую, свободную от противоречий электродинамику движущихся тел. Тогда введение «светоносного эфира» окажется излишним, поскольку в предлагаемой теории не вводится «абсолютно покоящееся пространство», наделенное особыми свойствами, а также ни одной точке пустого пространства, в которой протекают электромагнитные процессы, не приписывается какой-нибудь вектор скорости.

Развиваемая теория опирается, как всякая другая электродинамика, на кинематику твердых тел, так как суждения всякой теории касаются соотношений между твердыми телами (координатными системами), часами и электромагнитными процессами. Недостаточное понимание этого обстоятельства — корень трудностей, преодолеть которые приходится теперь электродинамике движущихся тел.

1. КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

§ 1. Определение одновременности. Пусть имеется координатная система, в которой действительны механические уравнения Ньютона*. Назовем эту координатную систему для отличия от координатных систем, которые будут рассмотрены позднее, и для уточнения представления покоящейся системой.

Если какая-либо материальная точка находится в покое относительно этой координатной системы, то ее положение относительно последней может быть определено методами евклидовой геометрии с помощью твердых масштабов и может быть выражено в декартовых координатах. Желая описать *движение* какой-нибудь материальной точки, мы даем значения ее координат как функций времени. При этом следует иметь в виду, что подобное математическое описание имеет физический смысл только тогда, когда предварительно выяснено, что подразумевается здесь под временем. Мы должны обратить внимание на то, что все наши суждения, в которых время играет какую-либо роль, всегда являются суждениями об *одновременных событиях*. Если я, например, говорю: «Этот поезд прибывает сюда в 7 часов», то это означает примерно следующее: «Указание маленькой стрелки моих часов на 7 часов и прибытие поезда суть одновременные события»**.

Может показаться, что все трудности, касающиеся определения «времени», могут быть преодолены тем, что я вместо слова «время» напишу «положение маленькой стрелки моих часов». Такое опреде-

* Имеется в виду: действительны в первом приближении.

** Здесь не будет обсуждаться неточность, содержащаяся в понятии одновременности двух событий, совершающихся (приблизительно) в одном и том же месте, которая должна быть преодолена также с помощью некоторой абстракции.

ление действительно достаточно в том случае, когда речь идет о том, чтобы определить время исключительно для того места, в котором часы как раз находятся. Однако оно уже недостаточно, как только речь будет идти о том, чтобы связать друг с другом во времени ряды событий, протекающих в различных местах, или, что сводится к тому же, установить время для тех событий, которые происходят в местах, удаленных от часов. Желая определить время событий, мы могли бы, конечно, удовлетвориться тем, чтобы заставить некоторого наблюдателя, находящегося с часами в начале координат, сопоставлять соответствующее положение стрелки часов с каждым световым сигналом, идущим через пустоту и дающим знать о событии, подлежащем оценке. Такое сопоставление связано, однако, с тем неудобством, известным нам из опыта, что оно не будет независимым от местонахождения наблюдателя, снабженного часами. Мы придем к гораздо более практическому определению путем следующих рассуждений.

Если в точке A пространства находятся часы, то наблюдатель, находящийся в A , может устанавливать время событий в непосредственной близости от A путем наблюдения одновременных с этими событиями положений стрелок часов. Если в другой точке B пространства также находятся часы — мы добавим «точно такие же часы, как в A » — то в непосредственной близости от B тоже возможна временная оценка событий находящимся в B наблюдателем. Но невозможно без дальнейших предположений сравнить во времени какое-нибудь событие в A с событием в B . Мы определили пока только A -время и B -время, но не общее для A и B время. Последнее можно установить, введя *определение*, что время, требуемое свету, чтобы прийти из A в B , равно времени, которое свету необходимо, чтобы из B попасть в A . Пусть в момент t_A по A -времени луч света выходит из A в B , отражается в момент t_B по B -времени от B к A и возвращается назад в A в t'_A по A -времени. Часы в A и B будут идти, согласно определению, синхронно, если $t_B - t_A = t'_A - t'_B$.

Мы сделаем допущение, что это определение синхронности можно провести без противоречий и притом для сколь угодно многих точек и что ввиду этого, справедливы соотношения: 1) если часы в B идут синхронно с часами в A , то часы в A идут синхронно с часами в B ; 2) если часы в A идут синхронно как с часами в B , так и с часами в C , то часы в B и C также идут синхронно относительно друг друга.

Таким образом, пользуясь некоторыми (мысленными) физическими экспериментами, мы установили, что нужно понимать под синхронно идущими, находящимися в различных местах, покоящимися часами, и благодаря этому, очевидно, достигли определения понятий: «одновременный» и «время». «Время события — это одновременное с событием показание покоящихся часов, которые находятся в месте события и которые идут синхронно с некоторыми определенными покоящимися часами, причем с одними и теми же часами при всех определениях времени. Согласно опыту, мы полагаем также, что величина $2\overline{AB}/(t'_A - t_A) = V$ есть универсальная

константа (скорость света в пустоте). Существенным является то, что мы определили время по покоящимся часам в покоящейся системе; будем называть это время, как принадлежащее к покоящейся системе, временем покоящейся системы.

§ 2. Об относительности длин и промежутков времени. Дальнейшие соображения опираются на принцип относительности и на принцип постоянства скорости света. Мы определяем оба принципа следующим образом.

1. Законы, по которым изменяются состояния физических систем, не зависят от того, к какой из двух координатных систем, находящихся относительно друг друга в равномерном поступательном движении, эти изменения состояния относятся.

2. Каждый луч света движется в покоящейся системе координат с определенной скоростью V независимо от того, испускается ли этот луч света покоящимся или движущимся телом. При этом скорость = $\frac{\text{путь луча света}}{\text{промежуток времени}}$, причем «промежуток времени» следует понимать в смысле определения в § 1.

Пусть нам дан покоящийся твердый стержень и пусть длина его, измеренная также покоящимся масштабом, будет l . Мы вообразим теперь, что стержню, ось которого направлена по оси X покоящейся координатной системы, сообщается равномерное и параллельное оси X поступательное движение (со скоростью v) в сторону возрастающих X . Мы зададим себе теперь вопрос о длине *движущегося* стержня, которую полагаем определенной с помощью следующих двух операций:

а) наблюдатель движется вместе с указанным выше масштабом и с измеряемым стержнем и измеряет длину стержня непосредственно путем прикладывания масштаба так же, как если бы измеренный стержень, наблюдатель и масштаб находились в покое;

б) наблюдатель устанавливает, в каких точках покоящейся системы находится начало и конец измеряемого стержня в определенный момент времени t , посредством поставленных в покоящейся системе синхронных, в смысле § 1, покоящихся часов. Расстояние между этими двумя точками, измеренное уже определенным выше, но в этом случае покоящимся масштабом, есть также длина, которую можно обозначить как «длину стержня».

Согласно принципу относительности, длина, определяемая операцией а), которую мы будем называть длиной стержня в движущейся системе, должна равняться длине l покоящегося стержня. Длину, устанавливаемую операцией б), которую мы будем называть длиной (движущегося) стержня в покоящейся системе, мы определим, основываясь на наших двух принципах, и найдем, что она отлична от l .

Обычно применяемая кинематика принимает без оговорок, что длины, определенные посредством двух упомянутых операций, равны друг другу или, иными словами, что движущееся твердое тело в момент времени t в геометрическом отношении вполне может быть

заменено *тем же* телом, когда оно *покоится* в определенном положении. Представим себе далее, что к обоим концам стержня (A и B) прикреплены часы, которые синхронны с часами покоящейся системы, т. е. показания их соответствуют времени покоящейся системы в тех местах, в которых эти часы как раз находятся; следовательно, эти часы синхронны в покоящейся системе. Представим себе затем, что при каждом часе находится движущийся с ними наблюдатель и что эти наблюдатели применяют к обоим часам установленный в § 1 критерий синхронности хода двух часов. Пусть в момент времени* t_A из A выходит луч света, отражается в B в момент времени t_B и возвращается назад в A в момент времени t'_A . Принимая во внимание принцип постоянства скорости света, находим:

$$t_B - t_A = \frac{r_{AB}}{V - v} \quad \text{и} \quad t'_A - t_B = \frac{r_{AB}}{V + v},$$

где r_{AB} означает длину движущегося стержня, измеренную в покоящейся системе. Итак, наблюдатели, движущиеся с движущимся стержнем, найдут, что часы A и B идут не синхронно, в то время как наблюдатели, находящиеся в покоящейся системе, объявили бы часы синхронными.

Итак, мы видим, что не следует придавать *абсолютного* значения понятию одновременности. Два события, одновременные при наблюдении из одной координатной системы, не воспринимаются более как одновременные при рассмотрении из системы, движущейся относительно данной системы.

§ 3. Теория преобразования координат и времени от покоящейся системы к системе, находящейся в равномерном поступательном движении относительно первой. Пусть в покоящемся пространстве даны две координатные системы, каждая с тремя взаимно перпендикулярными твердыми осями, выходящими из одной точки. Пусть оси X обеих систем совпадают, а оси Y и Z будут соответственно параллельны. Пусть каждая система снабжена масштабом и некоторым числом часов и пусть оба масштаба и все часы обеих систем в точности одинаковы. Начальной точке одной из этих систем k сообщается (постоянная) скорость v в направлении возрастающих x другой, покоящейся системы K , скорость, которая передается также координатным осям, масштабу и часам. Тогда каждому моменту времени t покоящейся системы K соответствует определенное положение осей движущейся системы, и мы по соображениям симметрии вправе допустить, что движение системы k может быть таким, что оси движущейся системы в момент времени t (через t в дальнейшем будет обозначаться время покоящейся системы) будут параллельны осям покоящейся системы.

* Здесь «время» означает «время покоящейся системы» и вместе с тем «положение стрелки движущихся часов, которые находятся в том месте, о котором идет речь».

Представим себе теперь, что пространство измерено как в покоящейся системе K посредством покоящегося в ней масштаба, так и в движущейся системе k посредством движущегося с ней масштаба и что таким образом получены координаты x, y, z и соответственно ξ, η, ζ . Пусть далее с помощью покоящихся часов, находящихся в покоящейся системе, и световых сигналов способом, указанным в § 1, определяется время t покоящейся системы для всех точек последней, в которых находятся часы. Пусть затем таким же образом определяется время τ движущейся системы для всех точек этой системы, в которых находятся покоящиеся относительно последней часы, указанным в § 1 методом световых сигналов между точками, в которых эти последние часы находятся. Каждой системе значений x, y, z, t , которые вполне определяют место и время события в покоящейся системе, соответствует система значений ξ, η, ζ, τ , устанавливающая это событие в системе k , и необходимо теперь найти систему уравнений, связывающих эти величины.

Прежде всего ясно, что эти уравнения должны быть *линейными* в силу свойства однородности, которое мы приписываем пространству и времени. Если мы положим $x' = x - vt$, то ясно, что точке, покоящейся в системе k , будет принадлежать определенная, независимая от времени система значений x', y, z . Сначала определим τ как функцию от x', y, z, t . Для этой цели мы должны выразить с помощью некоторых уравнений, что τ по своему смыслу есть не что иное, как совокупность показаний времени часов, которые покоятся в системе k и которые были установлены синхронно по правилу, данному в § 1.

Пусть из начала координат системы k посылается в момент времени τ_0 луч света вдоль X в точку x' и отражается оттуда в момент времени τ_1 назад в начало координат, куда он приходит в момент времени τ_2 . Тогда должно иметь место равенство $(\tau_0 + \tau_2)/2 = \tau_1$, или, выписывая аргументы функции τ и применив принцип постоянства скорости света в покоящейся системе, имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left[\tau_0(0, 0, 0, t) + \tau_2(0, 0, 0, \left\{ t + \frac{x'}{V-v} + \frac{x'}{V+v} \right\}) \right] = \\ = \tau_1 \left(x', 0, 0, t + \frac{x'}{V-v} \right). \end{aligned}$$

Если взять x' бесконечно малым, то

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{V-v} + \frac{1}{V+v} \right) \frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial x'} + \frac{1}{V-v} \cdot \frac{\partial v}{\partial t}$$

или

$$\frac{\partial \tau}{\partial x'} + \frac{v}{V^2 - v^2} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial t} = 0.$$

Необходимо заметить, что мы могли бы вместо начала координат выбрать всякую другую точку в качестве отправной точки луча

света, и поэтому только что полученное уравнение справедливо для всех значений x', y, z . Если принять во внимание, что свет вдоль осей Y и Z при наблюдении из покоящейся системы всегда распространяется со скоростью $\sqrt{V^2 - v^2}$, то аналогичное рассуждение, примененное к этим осям, дает:

$$\partial\tau/\partial y = 0, \quad \partial\tau/\partial z = 0.$$

Так как τ есть *линейная* функция, то из этих уравнений следует

$$\tau = a \left(t - \frac{v}{V^2 - v^2} x' \right),$$

где a — неизвестная пока функция $\varphi(v)$, и ради кратности принято, что в начале координат системы k при $\tau = 0$ также $t = 0$. Пользуясь этим результатом, легко найти величины ξ, η, ζ . С этой целью (как этого требует принцип постоянства скорости света в соединении с принципом относительности) нужно с помощью уравнений выразить то обстоятельство, что свет при измерении в движущейся системе также распространяется со скоростью V . Для луча света, пущенного в момент времени $\tau = 0$ в направлении возвращающих ξ , имеем:

$$\xi = V\tau \quad \text{или} \quad \xi = aV \left(t - \frac{v}{V^2 - v^2} x' \right).$$

Но луч света движется относительно начала координат системы k — при измерении, произведенном в покоящейся системе, — со скоростью $V - v$, вследствие чего имеет место $x' / (V - v) = t$. Подставив это значение t в уравнение для ξ , получим

$$\xi = a \frac{V^2}{V^2 - v^2} x'.$$

Рассматривая лучи, движущиеся вдоль двух других осей, находим аналогичным образом

$$\eta = V\tau = aV \left(t - \frac{v}{V^2 - v^2} x' \right),$$

причем $y/\sqrt{V^2 - v^2} = t; x' = 0$; следовательно,

$$\eta = a \frac{V}{\sqrt{V^2 - v^2}} y \quad \text{и} \quad \zeta = a \frac{V}{\sqrt{V^2 - v^2}} z.$$

Подставив вместо x' его значение, получим:

$$\tau = \varphi(v) \beta \left(t - \frac{v}{V^2} x \right) \quad \eta = \varphi(v) y,$$

$$\xi = \varphi(v) \beta (x - vt), \quad \zeta = \varphi(v) z,$$

где $\beta = 1/\sqrt{1 - (v/V)^2}$ и φ — неизвестная пока функция от v .

Если не делать никаких предположений о начальном положении движущейся системы и о нулевой точке переменной τ , то к правым частям этих уравнений необходимо приписать по одной аддитивной постоянной.

Мы должны теперь показать, что каждый луч света — при измерении в движущейся системе — распространяется со скоростью V , если это, согласно нашему допущению, имеет место в покоящейся системе, ибо мы еще не доказали, что принцип постоянства скорости света совместим с принципом относительности.

Пусть в момент времени $t = \tau = 0$ из общего в этот момент для обеих систем начала координат посылается сферическая волна, которая распространяется в системе K со скоростью V . Если (x, y, z) — есть точка, достигнутая этой волной, то $x^2 + y^2 + z^2 = V^2 t^2$. В результате простого вычисления, использующего формулы преобразования, это уравнение примет вид $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = V^2 \tau^2$. Итак, рассматриваемая волна, наблюдаемая в движущейся системе, есть тоже сферическая волна со скоростью распространения V . Тем самым доказано, что наши два основных принципа совместимы.

Выведенные формулы преобразования содержат неизвестную функцию φ от v , которую мы теперь определим. Для этой цели введем третью координатную систему K' , которая относительно системы K совершает поступательное движение параллельно оси X таким образом, что ее начало координат движется со скоростью $-v$ по оси X . Пусть в момент времени $t = 0$ все три начала координат совпадают и пусть при $t = x = y = z = 0$ время t' системы K' равно 0. Пусть x', y', z' суть координаты, измеренные в системе K' . После двукратного применения наших формул преобразования получаем:

$$t' = \varphi(-v) \beta(-v) \left\{ \tau + \frac{v}{V^2} \xi \right\} = \varphi(v) \varphi(-v) t,$$

$$x' = \varphi(-v) \beta(-v) \{ \xi + v\tau \} = \varphi(v) \varphi(-v) x,$$

$$y' = \varphi(-v) \eta = \varphi(v) \varphi(-v) y,$$

$$z' = \varphi(-v) \zeta = \varphi(v) \varphi(-v) z.$$

Так как соотношения между x', y', z' и x, y, z не содержат времени t , то системы K и K' находятся в покое относительно друг друга, и ясно, что преобразование из K и K' должно быть тождественным преобразованием. Следовательно,

$$\varphi(v) \varphi(-v) = 1.$$

Выясним теперь значение функции $\varphi(v)$. Для этого рассмотрим ту часть оси Y системы k , которая лежит между $\xi = 0, \eta = 0, \zeta = 0$ и $\xi = 0, \eta = l, \zeta = 0$. Эта часть оси Y есть стержень, движущийся перпендикулярно к своей оси со скоростью v относительно системы K . Концы этого стержня имеют в системе K следующие координаты:

$$x_1 = vt, y_1 = l/\varphi(v), z_1 = 0$$

и

$$x_2 = vt, y_2 = 0, z_2 = 0.$$

Длина стержня, измеренная в K , равняется, таким образом, $l/\varphi(v)$, тем самым выяснено и значение функции $\varphi(v)$. В самом деле, исходя из соображений симметрии, ясно, что измеренная в покоящейся системе длина некоторого стержня, движущегося перпендикулярно к своей оси, может зависеть только от скорости, но не от направления и знака движения. Следовательно, длина движущегося стержня, измеренная в покоящейся системе, не изменяется, если v заменить через $-v$. Отсюда следует:

$$l/\varphi(v) = l/\varphi(-v) \quad \text{или} \quad \varphi(v) = \varphi(-v).$$

Из этого и найденного прежде соотношения следует, что $\varphi(v) = 1$, поэтому найденные формулы преобразования переходят в следующие:

$$\tau = \beta \left(t - \frac{v}{V^2} x \right),$$

$$\xi = \beta (x - vt),$$

$$\eta = y, \quad \zeta = z,$$

где $\beta = 1/\sqrt{1 - (v/V)^2}$.

§ 4. Физический смысл полученных уравнений для движущихся твердых тел и движущихся часов. Мы рассматриваем твердый шар* радиуса R , находящийся в покое относительно движущейся системы k , причем центр шара совпадает с началом координат системы k . Уравнением поверхности этого шара, движущегося относительно системы K со скоростью v , будет

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = R^2.$$

Уравнение той же поверхности, выраженное через x, y, z , в момент времени $t = 0$ имеет вид

$$\frac{x^2}{(\sqrt{1 - (v/V)^2})^2} + y^2 + z^2 = R^2.$$

Твердое тело, которое в покое обладает формой шара, имеет, следовательно, в движущемся состоянии — при наблюдении из покоящейся системы — форму эллипсоида вращения с полуосями

$$R\sqrt{1 - (v/V)^2}, R, R$$

В то время как размеры шара по Y и Z (а следовательно, также всякого другого твердого тела любой формы) от движения не изменяются, размеры по X сокращаются в отношении $1:\sqrt{1 - (v/V)^2}$ и тем сильнее, чем больше v . При $v = V$ все движущиеся объекты, наблюдаемые из покоящейся системы, сплющиваются в плоские фигуры. Для скоростей, превышающих скорость света, наши соображе-

* Т. е. тело, которое при исследовании в состоянии покоя имеет шаровую форму

ния теряют смысл; впрочем, из дальнейших рассуждений будет видно, что скорость света в нашей теории физически играет роль бесконечно большой скорости. Ясно, что те же результаты получаются для тел, которые находятся в покое в покоящейся системе, но рассматриваются из равномерно движущейся системы.

Представим себе далее, что одни из часов, которые, находясь в покое относительно покоящейся системы, показывают время t , а находясь в покое относительно движущейся системы, показывают время τ , помещены в начале координат системы k и поставлены так, что показывают время τ . Как быстро идут эти часы при рассмотрении из покоящейся системы? Величины x , t , τ , которые относятся к положению, занимаемому этими часами, очевидно, связаны уравнениями:

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{1-(v/V)^2}} (t - (v/V^2)x) \text{ и } x = vt$$

Таким образом,

$$\tau = t \sqrt{1-(v/V)^2} = t - (1 - \sqrt{1-(v/V)^2}) t.$$

откуда следует, что показание часов (наблюдаемое из покоящейся системы) отстает в секунду на $(1 - \sqrt{1-(v/V)^2}) \text{ сек}$, или — с точностью до величины четвертого и высших порядков — на $(v/V)^2/2 \text{ сек}$.

Отсюда вытекает следующее своеобразное следствие. Если в точках A и B системы K имеются покоящиеся, идущие синхронно часы, наблюдаемые в покоящейся системе, и мы будем двигать часы из A по линии соединения в сторону B со скоростью v , то по прибытии этих часов в B они не идут уже более синхронно с часами в B . Часы, передвигавшиеся из A в B , отстают сравнительно с часами, находившимися в B с самого начала, на $t(v/V)^2/2 \text{ сек}$ (с точностью до величин четвертого и высших порядков), если t — время, в течение которого часы из A двигались в B . Сразу видно, что этот результат получается и тогда, когда часы двигаются по любой ломаной линии, а также тогда, когда точки A и B совпадают. Если принять, что результат, доказанный для ломаной линии, верен также для непрерывно меняющей свое направление кривой, то получаем следующую теорему.

Если в A находится двое синхронно идущих часов и мы перемещаем одни из них по замкнутой кривой с постоянной скоростью до тех пор, пока они не вернуться в A , на что потребуется, скажем, $t \text{ сек}$, то эти часы по прибытии в A будут отставать по сравнению с оставшимися неподвижно часами на $t(v/V)^2/2 \text{ сек}$.

Отсюда можно заключить, что часы с балансиром, находящиеся на экваторе, должны на очень небольшую величину идти медленнее, чем точно такие же часы, помещенные на полюсе, но в остальном поставленные в те же условия.

§ 5. Теорема сложения скоростей. Пусть в системе k , перемещающейся со скоростью v вдоль оси X системы K , движется точка согласно уравнениям:

$$\xi = \omega_{\xi} \tau, \quad \eta = \omega_{\eta} \tau, \quad \zeta = 0.$$

где ω_{ξ} и ω_{η} — постоянные. Нужно найти движение точки относительно системы K . Если ввести в уравнения движения точки с помощью формул преобразования, выведенных в § 3, величины x, y, z, t , то получим:

$$\begin{aligned}x &= \frac{\omega_{\xi} + v}{1 \mp (v\omega_{\xi}/V^2)} t, \\y &= \frac{\sqrt{1 - (v/V)^2}}{1 \mp (v\omega_{\xi}/V^2)} \omega_{\eta} t, \\z &= 0.\end{aligned}$$

Итак, закон параллелограмма скоростей по нашей теории верен только в первом приближении. Положим,

$$\begin{aligned}U^2 &= (dx/dt)^2 + (dy/dt)^2, \\ \omega^2 &= \omega_{\xi}^2 + \omega_{\eta}^2, \\ \alpha &= \text{arctg } \omega_y/\omega_x.\end{aligned}$$

где α нужно рассматривать как угол между скоростями v и ω . После простого вычисления получается

$$U = \frac{\sqrt{(v^2 \mp \omega^2 + 2v\omega \cos \alpha) - (v\omega \sin \alpha/V)^2}}{1 \mp (v\omega \cos \alpha/V^2)}.$$

Замечательно, что v и ω входят симметрично в выражение для результирующей скорости. Если ω тоже имеет направление оси X , то формула для U принимает следующий вид:

$$U = (v + \omega) \left(1 + \frac{v \cdot \omega}{V^2} \right)$$

Из этого уравнения следует, что результирующая скорость, получаемая от сложения двух скоростей, которые меньше V , всегда меньше V . Полагая $v = V - \kappa$, $\omega = V - \lambda$, где κ и λ оба положительны и меньше V , имеем

$$U = V \frac{2V - \kappa - \lambda}{2V - \kappa - \lambda + \frac{\kappa\lambda}{V}} < V.$$

Далее следует, что скорость света V от сложения со скоростью, которая меньше скорости света, не может быть изменена. Для этого случая получается

$$U = \frac{V + \omega}{1 + (\omega/V)} = V.$$

В том случае, когда v и ω имеют одинаковые направления, мы могли бы получить формулу для U также посредством соединения двух преобразований согласно § 3. Если мы наряду с системами K и k , фигурирующими в § 3, введем еще третью координатную систему k' , находящуюся в параллельном движении относительно k , с началом координат, движущимся вдоль оси X со скоростью ω , то

получим уравнения, которые связывают величины x, y, z, t с соответствующими величинами системы k' . Они отличаются от выведенных в § 3 только тем, что вместо v стоит величина

$$\frac{v+w}{1+(vw/V^2)}.$$

Отсюда видно, что такие параллельные преобразования, как это и должно быть, образуют группу.

Мы вывели, таким образом, необходимые нам положения кинематики, построенной в соответствии с нашими двумя принципами, и переходим теперь к тому, чтобы показать их применение в электродинамике.

II ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

§ 6. Преобразование уравнений Максвелла — Герца для пустоты. О природе электродвижущих сил, возникающих при движении в магнитном поле. Пусть уравнения Максвелла — Герца для пустоты действительны в покоящейся системе K . В таком случае имеем:

$$\begin{aligned} \frac{1}{V} \frac{\partial X}{\partial t} &= \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}, & \frac{1}{V} \frac{\partial L}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial Y}{\partial t} &= \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x}, & \frac{1}{V} \frac{\partial M}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial Z}{\partial t} &= \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y}, & \frac{1}{V} \frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}, \end{aligned}$$

где (X, Y, Z) — вектор напряженности электрического поля; (L, M, N) — вектор напряженности магнитного поля.

Если мы применим к этим уравнениям преобразование, доказанное в § 3, отнеся электромагнитные процессы к введенной там координатной системе, движущейся со скоростью v , то получим уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{1}{V} \frac{\partial X}{\partial \tau} &= \frac{\partial \beta [N - (v/V) Y]}{\partial \eta} - \frac{\partial \beta [M + (v/V) Z]}{\partial \xi}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial \beta [Y - (v/V) N]}{\partial \tau} &= \frac{\partial L}{\partial \xi} - \frac{\partial \beta [N - (v/V) Y]}{\partial \xi}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial \beta [Z + (v/V) M]}{\partial \tau} &= \frac{\partial \beta [M + (v/V) Z]}{\partial \xi} - \frac{\partial L}{\partial \eta}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial L}{\partial \tau} &= \frac{\partial \beta [Y - (v/V) N]}{\partial \xi} - \frac{\partial \beta [Z + (v/V) M]}{\partial \eta}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial \beta [M + (v/V) Z]}{\partial \tau} &= \frac{\partial \beta [Z + (v/V) M]}{\partial \xi} - \frac{\partial X}{\partial \tau}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial \beta [N - (v/V) Y]}{\partial \tau} &= \frac{\partial X}{\partial \eta} - \frac{\partial \beta [Y - (v/V) N]}{\partial \xi}, \end{aligned}$$

где $\beta = 1/\sqrt{1-(v/V)^2}$.

Принцип относительности требует, чтобы уравнения Максвелла—Герца для пустоты, справедливые в системе K , были бы справедливыми и в системе k . Это значит, что для векторов напряженности электрического и магнитного поля $\{(X', Y', Z') \text{ и } (L', M', N')\}$, определенных в движущейся системе k через их поперомоторные действия на электрические заряды или соответственно магнитные массы, должны быть справедливы следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{1}{V} \frac{\partial X'}{\partial \tau} &= \frac{\partial N'}{\partial \eta} - \frac{\partial M'}{\partial \zeta}, & \frac{1}{V} \frac{\partial L'}{\partial \tau} &= \frac{\partial Y'}{\partial \xi} - \frac{\partial Z'}{\partial \eta}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial Y'}{\partial \tau} &= \frac{\partial L'}{\partial \xi} - \frac{\partial N'}{\partial \zeta}, & \frac{1}{V} \frac{\partial M'}{\partial \tau} &= \frac{\partial Z'}{\partial \xi} - \frac{\partial X'}{\partial \eta}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial Z'}{\partial \tau} &= \frac{\partial M'}{\partial \xi} - \frac{\partial L'}{\partial \eta}, & \frac{1}{V} \frac{\partial N'}{\partial \tau} &= \frac{\partial X'}{\partial \xi} - \frac{\partial Y'}{\partial \zeta}. \end{aligned}$$

Очевидно, обе системы уравнений, найденные для системы k , должны выражать точно одно и то же, как так обе системы уравнений эквивалентны уравнениям Максвелла—Герца для системы K . Далее, так как уравнения обеих систем совпадают друг с другом во всем за исключением символов, изображающих векторы, функции, стоящие в соответствующих местах обеих систем уравнений, должны быть между собой равны с точностью до одного множителя $\psi(v)$, общего для всех функций одной системы уравнений, который не зависит от ξ, η, ζ, τ , но может, вообще, зависеть от v . Итак, имеют место соотношения:

$$\begin{aligned} X' &= \psi(v) X, & L' &= \psi(v) L, \\ Y' &= \psi(v) \beta [Y - (v/V) N], & M' &= \psi(v) \beta [M + (v/V) Z], \\ Z' &= \psi(v) \beta [Z + (v/V) M], & N' &= \psi(v) \beta [N - (v/V) Y]. \end{aligned}$$

Если произвести обращение этой системы уравнений, во-первых, путем решения только что полученных уравнений и, во-вторых, путем применения уравнений к обратному преобразованию (из k в K), которое характеризуется скоростью $-v$, и принять во внимание, что две получившиеся таким образом системы уравнений должны быть тождественны, мы получим

$$\psi(v) \cdot \psi(-v) = 1.$$

Далее из соображений симметрии следует* $\psi(v) = \psi(-v)$; следовательно, $\psi(v) = 1$, и наши уравнения принимают вид:

$$\begin{aligned} X' &= X, & L' &= L, \\ Y' &= \beta [Y - (v/V) N], & M' &= \beta [M + (v/V) Z], \\ Z' &= \beta [Z + (v/V) M], & N' &= \beta [N - (v/V) Y]. \end{aligned}$$

* Если, например, $X = Y = Z = L = M = 0$ и $N \neq 0$, то из соображений симметрии ясно, что, когда v меняет знак без изменения своего численного значения, тогда и Y' должно изменить свой знак без изменения своего численного значения.

Для интерпретации этих уравнений заметим следующее. Пусть имеется точечный заряд, который при измерении в покоящейся системе K равен единице, т. е., находясь в покое в покоящейся системе, он действует на такое же количество электричества на расстоянии 1 см с силой в 1 дину. Согласно принципу относительности, этот электрический заряд при измерении в движущейся системе тоже равен единице. Если это количество электричества находится в покое относительно покоящейся системы, то, согласно определению, вектор (X, Y, Z) равен силе, действующей на упомянутый заряд. Если же заряд находится в покое относительно движущейся системы (по крайней мере в соответствующий момент времени), то сила, действующая на него и измеренная в движущейся системе, равна вектору (X', Y', Z') . Следовательно, первые три из написанных выше уравнений можно сформулировать следующими двумя способами.

1. Если в электромагнитном поле движется единичный точечный полюс, то на него кроме электрической силы действует еще электродвижущая сила, которая при условии пренебрежения членами, помноженными на вторую и высшие степени от v/V , равна векторному произведению скорости движения полюса на магнитную силу (старая формулировка).

2. Если единичный точечный полюс движется в электромагнитном поле, то действующая на него сила равна электрической силе, имеющейся в месте нахождения этого заряда и получающейся посредством преобразования поля в поле для координатной системы, покоящейся относительно этого полюса (новая формулировка).

Аналогичные положения справедливы для магнитодвижущих сил. Мы видим, что в изложенной теории электродвижущая сила играет роль вспомогательного понятия, которое своим введением обязано тому обстоятельству, что электрические и магнитные силы не существуют независимо от состояния движения координатной системы. Далее ясно, что асимметрия, упомянутая в введении относительно движения магнита и проводника, исчезает. Вопросы о том, где «сидят» электродинамические электродвижущие силы (однополюсные машины), также теряют смысл.

§ 7. Теория аберрации и принципа Доплера. Пусть в системе K очень далеко от начала координат находится некоторый источник электродинамических волн, которые в некоторой части пространства, включающей начало координат, могут быть с достаточным приближением представлены уравнениями:

$$\begin{aligned} X &= X_0 \sin \Phi, & L &= L_0 \sin \Phi, \\ Y &= Y_0 \sin \Phi, & M &= M_0 \sin \Phi, \\ Z &= Z_0 \sin \Phi, & N &= N_0 \sin \Phi, \\ \Phi &= \omega \cdot [t - (ax + by + cz)/V]. \end{aligned}$$

Здесь (X_0, Y_0, Z_0) и (L_0, M_0, N_0) представляют собою векторы, которые определяют амплитуду цуга волн, и a, b, c суть направляю-

шие косинусы волновых нормалей. Выясним, каковы свойства этих волн, когда они исследуются наблюдателем, находящимся в покое в движущейся системе k .

Применив найденные в § 6 формулы преобразования для электрических и магнитных сил, а также формулы преобразования § 3 для координат и времени, мы получаем:

$$\begin{aligned} X' &= X_0 \sin \Phi' & L' &= L_0 \sin \Phi', \\ Y' &= \beta [Y_0 - (v/V) N_0] \sin \Phi' & M' &= \beta [M_0 + (v/V) Z_0] \sin \Phi', \\ Z' &= \beta [Z_0 + (v/V) M_0] \sin \Phi' & N' &= \beta [N_0 - (v/V) Y_0] \sin \Phi'. \end{aligned}$$

$$\Phi' = \omega' [\tau - (a'\xi + b'\eta + c'\zeta)/V],$$

где $\omega' = \omega\beta [1 - a(v/V)]$; $a' = [a - v/V]/[1 - a(v/V)]$;
 $b' = b/\beta [1 - a(v/V)]$; $c' = c/\beta [1 - a(v/V)]$.

Пусть наблюдатель движется со скоростью v относительно бесконечно удаленного источника света, частота которого равна ν . Из уравнения для ω' вытекает, что если линия, соединяющая источник света с наблюдателем, образует со скоростью наблюдателя, отнесенной к координатной системе (покоящейся относительно источника света), угол φ , то воспринимаемая наблюдателем частота ν' света определяется следующей формулой:

$$\nu' = \nu [1 - (v/V) \cos \varphi] \sqrt{1 - (v/V)^2}$$

Это и есть *принцип Доплера* для любых скоростей. При $\varphi = 0$ формула принимает наглядный вид:

$$\nu' = \nu \sqrt{[1 - v/V]/[1 + v/V]}.$$

Мы видим, что в противоположность обычному представлению при $v = -\infty^*$ частота $\nu = \infty$.

Если обозначить через φ' угол между волновой нормалью (направлением луча) и линией, соединяющей источник света с наблюдателем, то формула для φ' примет следующий вид: $\cos \varphi' = [\cos \varphi - v/V]/[1 - (v/V) \cos \varphi]$.

Эта формула выражает *закон абберации* в его наиболее общей форме. Если $\varphi = \pi/2$, то формула принимает простой вид: $\cos \varphi' = -v/V$.

Мы должны еще найти значение амплитуды волн для наблюдателя в движущейся системе. Обозначив соответственно через A и A' амплитуды электрической и магнитной силы, измеренные в покоящейся и в движущейся системах, получим

$$A'^2 = A^2 [1 - (v/V) \cos \varphi]^2 / [1 - (v/V)^2].$$

Это уравнение при $\varphi = 0$ переходит в более простое:

$$A'^2 = A^2 [1 - v/V]/[1 + v/V].$$

* Здесь, надо полагать, автор имел в виду $v = -V$. — Прим. ред.

Из выведенных уравнений следует, что наблюдателю, который будет приближаться со скоростью V к некоторому источнику света, последний будет казаться бесконечно интенсивным.

§ 8. Преобразование энергии лучей света. Теория давления, производимого светом на идеальное зеркало. Так как $A^2/8\pi$ равняется световой энергии в единице объема, то на основании принципа относительности мы должны $A'^2/8\pi$ рассматривать как световую энергию в движущейся системе. Поэтому величина A'^2/A^2 была бы отношением энергии определенного светового комплекса, измеренной в движении, к энергии того же комплекса, измеренной в покое, если бы объем светового комплекса оставался бы одним и тем же при измерении в системах k и K . Однако это не так. Если a, b, c представляют собой направляющие косинусы волновых нормалей света в покоящейся системе, то через элементы поверхности сферы $(x - Vat)^2 + (y - Vbt)^2 + (z - Vct)^2 = R^2$, движущейся со скоростью света, никакая энергия не проходит; поэтому мы можем утверждать, что эта поверхность все время ограничивает собой один и тот же световой комплекс. Выясним, какое количество энергии заключено внутри этой поверхности, если наблюдение ведется к системе k , т. е. какова будет энергия этого светового комплекса относительно системы k .

Сферическая поверхность, рассматриваемая в движущейся системе, представляет собой поверхность эллипсоида, уравнением которого в момент времени $\tau = 0$ будет

$$[\beta\xi - a\beta(v/V)\xi]^2 + [\eta - b\beta(v/V)\xi]^2 + [\zeta - c\beta(v/V)\xi]^2 = R^2.$$

Если S обозначить объем шара, а S' — объем этого эллипсоида, то, как показывает простое вычисление, должно иметь место соотношение

$$S'/S = \sqrt{1 - (v/V)^2} / [1 - (v/V) \cos \varphi].$$

Обозначив E световую энергию, заключенную внутри рассматриваемой поверхности и измеренную в покоящейся системе, а E' ту же энергию, измеренную в движущейся системе, получим

$$E'/E = (A'^2/8\pi) S' / (A^2/8\pi) S = [1 - (v/V) \cos \varphi] / \sqrt{1 - (v/V)^2}.$$

Эта формула при $\varphi = 0$ переходит в более простую:

$$E'/E = \sqrt{[1 - v/V] / [1 + v/V]}$$

Знаменательно, что и энергия и частота с изменением состояния движения наблюдателя подчиняются одному и тому же закону.

Пусть теперь координатная плоскость $\xi = 0$ представляет собой идеальную зеркальную поверхность, от которой отражаются плоские волны, рассмотренные в последнем параграфе. Выясним, чему

равно световое давление, производимое на зеркальную поверхность, и каковы направление, частота и интенсивность света после отражения. Пусть падающий свет определяется величинами A , $\cos \varphi$, v (отнесенными к системе K). При наблюдении из системы k имеем для соответствующих величин:

$$\begin{aligned} A' &= A[1 - (v/V) \cos \varphi] / \sqrt{1 - (v/V)^2}, \\ \cos \varphi' &= [\cos \varphi - v/V] / [1 - (v/V) \cos \varphi], \\ v' &= v [1 - (v/V) \cos \varphi] / \sqrt{1 - (v/V)^2}. \end{aligned}$$

Если мы этот процесс отнесем к системе k , то для отраженного света получим:

$$A'' = A', \quad \cos \varphi'' = -\cos \varphi', \quad v'' = v'.$$

Наконец, посредством обратного преобразования к системе K получаем для отраженного света:

$$\begin{aligned} A'' &= A'' [1 + (v/V) \cos \varphi''] / \sqrt{1 - (v/V)^2} = \\ &= A [1 - 2(v/V) \cos \varphi + (v/V)^2] / [1 - (v/V)^2], \\ \cos \varphi''' &= [\cos \varphi'' + v/V] / [1 + (v/V) \cos \varphi''] = \\ &= \{[1 + (v/V)^2] \cos \varphi - 2(v/V)\} / [1 - 2(v/V) \cos \varphi + (v/V)^2], \\ v''' &= v'' [1 + (v/V) \cos \varphi''] / \sqrt{1 - (v/V)^2} = \\ &= v [1 - 2(v/V) \cos \varphi + (v/V)^2] / [1 - (v/V)^2]. \end{aligned}$$

Энергия, падающая на единицу поверхности зеркала в единицу времени (измеренная в покоящейся системе), очевидно, равняется $(A^2/8\pi)(V \cos \varphi - v)$. Энергия, удаляющаяся с единицы поверхности зеркала в единицу времени, составляет $(A''^2/8\pi)(-V \cos \varphi''' + v)$.

Разность между этими двумя выражениями, согласно принципу сохранения энергии, есть работа, произведенная световым давлением в единицу времени. Приравняв работу произведению $P \cdot v$, где P — световое давление, получим

$$P = 2 (A^2/8\pi) [\cos \varphi - v/V]^2 / [1 - (v/V)^2].$$

В первом приближении в согласии с опытом и с другими теориями получается $P = 2 (A^2/8\pi) \cos^2 \varphi$.

Методом, примененным здесь, могут быть решены все проблемы оптики движущихся тел. Существо дела заключается в том, что электрическое и магнитное поля световой волны, подвергающейся воздействию со стороны движущегося тела, преобразуются к координатной системе, покоящейся относительно этого тела. Благодаря этому каждая проблема оптики движущихся тел сводится к ряду проблем оптики покоящихся тел.

§ 9. Преобразование уравнений Максвелла — Герца с учетом конвекционных токов. Мы исходим из уравнений:

$$(1/V) [u_x \rho + \partial X / \partial t] = \partial N / \partial y - \partial M / \partial z,$$

$$(1/V) (\partial L / \partial t) = \partial Y / \partial z - \partial Z / \partial y,$$

$$(1/V) [u_y \rho + \partial Y / \partial t] = \partial L / \partial z - \partial N / \partial x.$$

$$(1/V) (\partial M / \partial t) = \partial Z / \partial x - \partial X / \partial z,$$

$$(1/V) [u_z \rho + \partial Z / \partial t] = \partial M / \partial x - \partial L / \partial y,$$

$$(1/V) (\partial N / \partial t) = \partial X / \partial y - \partial Y / \partial x,$$

где $\rho = \partial X / \partial x + \partial Y / \partial y + \partial Z / \partial z$

означает 4π -кратную плотность электричества и (u_x, u_y, u_z) — вектор скорости электричества. Если представить себе, что электрические массы неизменно связаны с маленькими твердыми телами (ионы, электроны), то эти уравнения являются электромагнитной основой лоренцевой электродинамики и оптики движущихся тел.

Если преобразовать эти уравнения, которые верны в системе K , с помощью формул преобразования § 3 и 6 к системе k , то получают следующие уравнения:

$$(1/V) [u_\xi \rho' + \partial X' / \partial \tau] = \partial N' / \partial \eta - \partial M' / \partial \zeta,$$

$$\partial L' / \partial \tau = \partial Y' / \partial \zeta - \partial Z' / \partial \eta,$$

$$(1/V) \{u_\eta \rho' + \partial Y' / \partial \tau\} = \partial L' / \partial \zeta - \partial N' / \partial \xi,$$

$$\partial M' / \partial \tau = \partial Z' / \partial \xi - \partial X' / \partial \zeta.$$

$$(1/V) \{u_\zeta \rho' + \partial Z' / \partial \tau\} = \partial M' / \partial \xi - \partial L' / \partial \eta,$$

$$\partial N' / \partial \tau = \partial X' / \partial \eta - \partial Y' / \partial \xi,$$

где $(u_x - v) / [1 - u_x v / V^2] = u_\xi$, $u_y / \beta [1 - u_x v / V^2] = u_\eta$,

$$u_z / \beta [1 - u_x v / V^2] = u_\zeta, \quad \rho' = \partial X' / \partial \xi + \partial Y' / \partial \eta + \partial Z' / \partial \zeta =$$

$$= \beta [1 - v u_x / V^2] \rho$$

Таким образом, как это и следует из теоремы сложения скоростей (§ 5), вектор (u_ξ, u_η, u_ζ) есть не что иное, как скорость электрических зарядов, измеренная в системе k . Этим самым показано, что, когда мы кладем в основу наши кинематические принципы, электродинамическая основа лоренцевой теории электродинамики движущихся тел подчиняется принципу относительности.

Отметим еще кратко, что из доказанных уравнений легко может быть выведена следующая важная теорема: если заряженное электричеством тело движется в пространстве произвольным образом и если его заряд, наблюдаемый из координатной системы, движущейся вместе с этим телом, при этом не изменяется, то этот заряд остается неизменным и при наблюдении из покоящейся системы K .

§ 10. Динамика (медленно ускоренного) электрона. Пусть в электромагнитном поле движется точеч-

ная частица с электрическим зарядом ϵ (в дальнейшем называемая электроном), о законе движения которой мы допустим только следующее. Если электрон находится в покое в определенный промежуток времени, то в ближайший момент времени движение электрона, поскольку он находится в медленном движении, будет протекать согласно уравнениям:

$$\mu(d^2x/dt^2) = \epsilon X, \quad \mu(d^2y/dt^2) = \epsilon Y, \quad \mu(d^2z/dt^2) = \epsilon Z,$$

где x, y, z — координаты электрона и μ — масса электрона.

Кроме того, пусть электрон в определенный момент времени обладает скоростью v . Найдем закон, согласно которому электрон движется в интервал времени, непосредственно следующий за этим.

Не ограничивая общности рассуждений, мы можем допустить, и допустим в самом деле, что в тот момент, когда мы начинаем наблюдение, наш электрон находится в начале координат и движется вдоль оси x системы K со скоростью v . В таком случае ясно, что в указанный момент времени ($t = 0$) электрон находится в покое относительно координатной системы k , движущейся параллельно оси x с постоянной скоростью v .

Из сделанного выше предположения в соединении с принципом относительности следует, что электрон, наблюдаемый из системы k во время, следующее непосредственно за $t = 0$ (при малых значениях t), движется согласно уравнениям: $\mu(d^2\xi/d\tau^2) = \epsilon X'$, $\mu(d^2\eta/d\tau^2) = \epsilon Y'$, $\mu(d^2\zeta/d\tau^2) = \epsilon Z'$, причем буквы $\xi, \eta, \zeta, \tau, X', Y', Z'$ относятся к системе k . Если мы еще положим, что при $t = x = y = z = 0$ должно иметь место $\tau = \xi = \eta = \zeta = 0$, то здесь будут справедливы формулы преобразования § 3 и 6 и поэтому будут выполняться следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \tau &= \beta [t - (v/V^2)x], & X' &= X, \\ \xi &= \beta (x - vt), & Y' &= \beta [Y - (v/V)N], \\ \eta &= y, & Z' &= \beta [Z + (v/V)M]. \\ \zeta &= z. \end{aligned}$$

С помощью этих уравнений мы преобразовываем написанные выше уравнения движения от системы k к системе K и получаем:

$$\left. \begin{aligned} d^2x/dt^2 &= (\epsilon/\mu)(1/\beta^3)X, \\ d^2y/dt^2 &= (\epsilon/\mu)(1/\beta)[Y - (v/V)N], \\ d^2z/dt^2 &= (\epsilon/\mu)(1/\beta)[Z + (v/V)M]. \end{aligned} \right\} \quad (A)$$

Опираясь на обычный прием рассуждений, определим теперь продольную и поперечную массы движущегося электрона. Напишем уравнения (A) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mu\beta^3(d^2x/dt^2) &= \epsilon X = \epsilon X', \\ \mu\beta^2(d^2y/dt^2) &= \epsilon\beta[Y - (v/V)N] = \epsilon Y', \\ \mu\beta^2(d^2z/dt^2) &= \epsilon\beta[Z + (v/V)M] = \epsilon Z' \end{aligned}$$

и заметим прежде всего, что eX' , eY' , eZ' являются компонентами пондеромоторной силы, действующей на электрон, рассматриваемыми в той координатной системе, которая в данный момент движется вместе с электроном с такой же, как у электрона, скоростью. (Эта сила могла бы быть измерена, например, пружинными весами, покоящимися в последней системе.) Если мы теперь эту силу будем называть просто силой, действующей на электрон*, и сохраним уравнение

численное значение массы \times численное значение ускорения =
= численному значению силы

и если мы далее установим, что ускорения должны измеряться в покоящейся системе K , то из указанных выше уравнений получим:

$$\text{продольная масса} = \mu / [V \sqrt{1 - (v/V)^2}]^3,$$

$$\text{поперечная масса} = \mu / [1 - (v/V)^2]**.$$

Конечно, при другом определении силы и ускорения мы будем получать иные значения для масс. Поэтому при сравнении различных теорий движения электрона нужно быть весьма осторожным. Заметим, что эти результаты относительно массы справедливы также и для нейтральных материальных точек, ибо весомая материальная точка может быть путем присоединения *сколь угодно малого* электрического заряда превращена в электрон (в нашем смысле).

Определим кинетическую энергию электрона. Если электрон из начала координат системы K с начальной скоростью 0 движется все время вдоль оси x под действием электростатической силы X , то ясно, что отнятая у электростатического поля энергия будет равна $\int eX dx$. Так как электрон ускоряется медленно и вследствие этого не должен отдавать энергию в форме излучения, то энергия, отнятая у электростатического поля, должна быть положена равной энергии движения W электрона. Приняв во внимание, что в течение всего рассматриваемого процесса движения справедливо первое из уравнений (A), получим

$$W = \int eX dx = \int \beta^3 \mu v dv = \mu V^2 \left\{ \left[\frac{1}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} \right] - 1 \right\}.$$

При $v = V$ величина W становится, таким образом, бесконечно большой. Как в прежних результатах, так и здесь скорости, превышающие скорость света, существовать не могут. Это выражение для кинетической энергии должно быть справедливым и для любых масс в силу приведенного выше аргумента.

* Данное здесь определение силы неудобно, как было впервые показано Планком. Целесообразнее силу определить так, чтобы законы сохранения импульса и энергии принимали простейшую форму. — *Прим. ред.*

** В этой работе из-за неправильного определения величины поперечной силы Эйнштейн не получил найденное Лоренцем релятивистское выражение для поперечной массы $\mu_{\perp} = \mu / \sqrt{1 - (v/V)^2}$. — *Прим ред*

Перечислим теперь все вытекающие из системы уравнений (А) свойства движения электрона, допускающие опытную проверку.

1. Из второго уравнения системы (А) следует, что электрическая сила Y и магнитная сила N одинаково сильно отклоняют электрон, движущийся со скоростью v , в том случае, когда $Y = N (v/V)$. Отсюда видно, что определение скорости электрона из отношения магнитного отклонения A_m к электрическому отклонению A_e , согласно нашей теории, возможно для любых скоростей путем применения закона

$$A_m/A_e = v/V.$$

Это соотношение поддается экспериментальной проверке, так как скорость электрона может быть измерена также и непосредственно, например при помощи быстро колеблющихся электрических и магнитных полей.

2. Из формулы для кинетической энергии следует, что между пройденной разностью потенциала и достигнутой скоростью v электрона должна существовать следующая зависимость:

$$p = \int \chi dx = (\mu/e) V^2 \{1/\sqrt{1 - (v/V)^2} - 1\}$$

3. Вычислим радиус кривизны R орбиты, когда имеется действующая перпендикулярно к скорости электрона магнитная сила N (как единственная отклоняющая сила). Из второго уравнения (А) получаем:

$$-d^2y/dt^2 = v^2/R = (e/\mu) (v/V) N \sqrt{1 - (v/V)^2},$$

или

$$R = V^2 (\mu/e) \cdot [(v/V)/\sqrt{1 - (v/V)^2}] \cdot (1/N).$$

Эти три соотношения являются полным выражением законов, по которым, согласно предложенной теории, должны двигаться электроны.

В заключение замечу, что мой друг и коллега М. Бессо явился верным помощником при разработке изложенных здесь проблем и я обязан ему за ряд ценных указаний.

О ДИНАМИКЕ ЭЛЕКТРОНА*

ВВЕДЕНИЕ

На первый взгляд кажется, что aberrация света и связанные с нею оптические и электрические явления дают нам средство для определения абсолютного движения Земли, или, вернее, ее движения не по отношению к другим небесным телам, а по отношению к эфиру. Уже Френель пытался сделать это, но скоро обнаружил, что движение Земли не изменяет законов отражения и преломления. Аналогичные опыты (например, в трубкой, наполненной водою, и все прочие, где принимаются в расчет только члены первого порядка относительно величины aberrации) дали лишь отрицательный результат, чему вскоре было найдено объяснение; но и Майкельсон, придумавший опыт, в котором становились уже заметными члены, зависящие от квадрата aberrации, в свою очередь потерпел неудачу.

Эта невозможность показать опытным путем абсолютное движение Земли представляет, по-видимому, общий закон природы; мы, естественно, приходим к тому, чтобы принять этот закон, который мы назовем *постулатом относительности*, и принять без оговорок. Все равно, будет ли позднее этот постулат, до сих пор согласующийся в опытом, подтвержден или опровергнут более точными измерениями, сейчас, во всяком случае, представляется интересным посмотреть, какие следствия могут быть из него выведены.

Лоренц и Фицджеральд ввели гипотезу о сокращении всех тел в направлении движения Земли, зависящем от квадрата aberrации. Такое сокращение, которое мы назовем *лоренцевым сокращением*, дало бы объяснение опыту Майкельсона и всем другим, произведенным до сих пор в этом направлении опытам. Однако, если бы мы пожелали принять постулат относительности во всей его общности, подобная гипотеза оказалась бы недостаточной. Последнее обстоятельство заставило Лоренца дополнить и видоизменить гипотезу так, чтобы установить полное соответствие между нею и постулатом относительности. Он достиг этого в своей статье «Электромаг-

* «Sur la dynamique de l'électron», Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 1906, v XXI, p. 129. (Статья на языке оригинала поступила в печать 23 июля 1905 г. — Прим ред.)

нитные явления в системе, движущейся с любой скоростью, меньшей скорости света» (Amsterdam Proceedings, 27 May 1904)* Важность вопроса побудила меня снова заняться им; результаты, полученные мною, согласуются во всех наиболее важных пунктах с теми, которые получил Лоренц. Я стремился только дополнить и видоизменить их в некоторых деталях. Некоторые имеющиеся расхождения, как мы увидим дальше, не играют существенной роли.

Идею Лоренца можно резюмировать так: если возможно сообщить общее поступательное движение всей системе, без того чтобы имели место какие-либо видимые изменения в явлениях, то это значит, что уравнения электромагнитного поля не изменятся в результате некоторых преобразований, которые мы будем называть *преобразованиями Лоренца*; две системы — одна неподвижная, другая перемещающаяся поступательно — представляют, таким образом, точное изображение одна другой. Ланжевен** пытался видоизменить идею Лоренца. У обоих авторов движущийся электрон принимает форму сжатого эллипсоида, но в то время как у Лоренца постоянными остаются две оси эллипсоида, у Ланжевена, наоборот, объем эллипсоида остается постоянным. Оба, впрочем, показали, что эти две гипотезы так же хорошо согласуются с опытами Кауфмана, как и первоначальная гипотеза Абрагама (недеформирующийся шаровой электрон).

Преимущество теории Ланжевена в том, что она вводит только электромагнитные силы и силы связи, но она несовместима с постулатом относительности. Последнее было показано Лоренцем. Я также получил этот результат несколько иным путем, пользуясь основными положениями теории групп. Следует поэтому вернуться к теории Лоренца. Однако, если мы хотим сохранить ее, избегнув явных противоречий, необходимо допустить существование силы, объясняющей одновременно сжатие одной и постоянство двух других осей. Я пытался определить эту силу и нашел, что *она может быть приравнена постоянному внешнему давлению, действующему на деформируемый и сжимаемый электрон, работа которого пропорциональна изменению объема этого электрона.*

Тогда если инерция материи имеет исключительно электромагнитное происхождение, как это общепризнано после опытов Кауфмана, и за исключением постоянного давления, о котором я только что говорил, все силы будут электромагнитного происхождения, то постулат относительности может быть установлен со всей строгостью; именно это я и собираюсь показать весьма простыми вычислениями, основанными на принципе наименьшего действия.

Но это не все. Лоренц в цитированной работе считал необходимым дополнить свою гипотезу так, чтобы постулат относительности имел место и при наличии других сил помимо электромагнитных. Соглас-

* См стр. 67 наст сб. — *Прим. ред.*

** До Ланжевена эту же идею высказал Бухерер в Бонне (см. Bucherer *Mathematische Einführung in die Elektronentheorie*, August 1904. Teubner. Leipzig)

но его идее, все силы, какого бы они ни были происхождения, ведут себя благодаря преобразованию Лоренца (и следовательно, благодаря поступательному перемещению) точно так же, как электромагнитные силы. Оказалось необходимым более внимательно рассмотреть эту гипотезу, и в частности исследовать, какие видоизменения она вносит в законы тяготения.

Прежде всего, очевидно, она вынуждает нас предположить, что распространение сил тяготения происходит не мгновенно, но со скоростью света. Можно было бы подумать, что это является достаточным основанием для того, чтобы отвергнуть подобную гипотезу, так как Лаплас показал, что она не может иметь места. Но на самом деле действие этого распространения уравнивается в большей части другим обстоятельством, так что не существует противоречия между предложенным законом и астрономическими наблюдениями. Возможно ли найти такой закон, который удовлетворял бы условию, поставленному Лоренцем, и одновременно сводился к закону Ньютона во всех случаях, когда скорости небесных тел достаточно малы для того, чтобы можно было пренебречь их квадратами (а также произведениями ускорений на расстояния) по сравнению с квадратом скорости света?

На этот вопрос, как мы увидим дальше, следует ответить утвердительно. Согласуется ли видоизмененный таким образом закон с астрономическими наблюдениями? По-видимому, да, но этот вопрос может быть окончательно разрешен только после более глубокого исследования.

Однако, допуская даже, что это обсуждение докажет преимущество новой гипотезы, к какому заключению мы должны будем прийти? Если распространение сил притяжения происходит со скоростью света, то это не может быть результатом каких-либо случайных обстоятельств, а должно быть обусловлено одной из функций эфира; тогда возникает задача глубже проникнуть в природу этой функции и связать ее с другими свойствами эфира. Недостаточно ограничиться простым сопоставлением формул, согласующихся между собою лишь благодаря счастливой случайности; необходимо, чтобы эти формулы, так сказать, проникали друг в друга. Разум не будет удовлетворен до тех пор, пока мы не поверим, что усмотрели причину этого согласования так хорошо, что кажется, мы могли бы ее предвидеть.

Но этот вопрос можно представить себе еще с другой точки зрения. Лучше всего можно это понять при помощи сравнения. Представим себе астронома, живущего до Коперника и размышляющего над системой Птолемея. Он заметил бы, что для всех планет один из двух кругов — эпицикл или деферент (основной круг) — проходится в одно и то же время. Так как это не может быть случайностью, между всеми планетами существует какая-то таинственная связь. Однако Коперник, изменив лишь оси координат, рассматриваемые ранее как неподвижные, сразу устранил эту видимую связь; каждая планета описывает только один круг, и периоды об-

ращения становятся независимыми друг от друга (до тех пор пока Кеплер установил между ними связь, которую считали уничтоженной).

Возможно, что и в нашем случае имеется нечто аналогичное, если бы мы приняли принцип относительности, то в законе тяготения и электромагнитных законах мы нашли бы общую постоянную — скорость света. Точно так же мы встретили бы ее во всех других силах какого угодно происхождения, что можно объяснить только с двух точек зрения: или все, что существует в мире, — электромагнитного происхождения, или же это свойство, являющееся, так сказать, общим для всех физических явлений, есть не что иное, как внешняя видимость, что-то связанное с методами наших измерений. Как же мы производим наши измерения? Прежде мы ответили бы: переносим тела, рассматриваемые как твердые и неизменные, одно на место другого; но в современной теории, принимая во внимание сокращение Лоренца, это уже не верно. Согласно этой теории, двумя равными отрезками — по определению — будут такие два отрезка, которые свет проходит в одно и то же время.

Может быть, достаточно только отказаться от этого определения, чтобы вся теория Лоренца была совершенно уничтожена, как это случилось с системой Птолемея после вмешательства Коперника. Во всяком случае, если последнее и произойдет, это еще не докажет, что усилия Лоренца были бесполезными, ибо и Птоломей, какого бы мнения о нем ни придерживаться, отнюдь не был бесполезен для Коперника.

Поэтому я также несколько не колебался опубликовать эти частичные результаты, хотя в настоящий момент вся теория кажется поставленной под угрозу ввиду открытия магнитокатодных лучей.

§ 1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛОРЕНЦА

Лоренц ввел особую систему единиц, в которой множитель 4π исчезает во всех формулах. Я поступлю точно так же и, кроме того, выберу единицы длины и времени таким образом, чтобы скорость света была равна единице. Обозначая через f, g, h составляющие электрического смещения, через α, β, γ — магнитной силы, F, G, H — компоненты векторного потенциала, через ψ и ρ — скалярный потенциал и плотность электричества, наконец, через ξ, η, ζ — составляющие скорости электрона и через u, v, ω — составляющие плотности тока, мы можем представить основные формулы в виде:

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{df}{dt} + \rho \xi = \frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz}, \\ \alpha &= \frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dz}, \quad f = -\frac{dF}{dt} - \frac{d\psi}{dx}, \\ \frac{d\alpha}{dt} &= \frac{dg}{dz} - \frac{dh}{dy}, \quad \frac{d\rho}{dt} + \sum \frac{d\rho \xi}{dx} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum \frac{df}{dx} &= \rho, & \frac{d\psi}{dt} + \sum \frac{dF}{dx} &= 0, \\ \square &= \Delta - \frac{d^2}{dt^2} = \sum \frac{d^2}{dx^2} - \frac{d^2}{dt^2}, \\ \square \psi &= -\rho, & \square F &= -\rho \xi. \end{aligned} \right|$$

Элемент объема материи $dx dy dz$ подвергается действию механической силы, составляющие которой $X dx dy dz$, $Y dx dy dz$, $Z dx dy dz$ выводятся из формул вида

$$X = \rho f + \rho (\eta \gamma - \zeta \beta). \quad (2)$$

Эти уравнения можно подвергнуть замечательному преобразованию, найденному Лоренцем, которое объясняет, почему никакой опыт не в состоянии обнаружить абсолютное движение Земли. Положим:

$$\begin{aligned} x' &= kl(x + \epsilon t), & t' &= kl(t + \epsilon x), \\ y' &= ly, & z' &= lz, \end{aligned} \quad (3)$$

где l и ϵ — две произвольные постоянные и пусть $k = 1/\sqrt{1 - \epsilon^2}$.

Тогда если мы обозначим через $\square' = \sum \frac{d^2}{dx'^2} - \frac{d^2}{dt'^2}$, то получим $\square' = \square l^{-2}$

Рассмотрим сферу, увлекаемую электроном при его равномерном поступательном движении. Тогда $(x - \xi t)^2 + (y - \eta t)^2 + (z - \zeta t)^2 = r^2$ есть уравнение такой движущейся сферы, объем которой равен $4\pi r^3/3$. В результате преобразования вместо сферы получится эллипсоид, уравнение которого нетрудно найти. В самом деле, из уравнения (3) легко получаем:

$$\begin{aligned} x &= (k/l)(x' - \epsilon t'), & t &= (k/l)(t' - \epsilon x'), \\ y &= y'/l, & z &= z'/l. \end{aligned} \quad (3a)$$

Тогда уравнение эллипсоида запишется в виде $k^2(x' - \epsilon t' - \xi t')^2 + (y' - \eta k t' + \eta k \epsilon x')^2 + (z' - \zeta k t' + \zeta k \epsilon x')^2 = l^2 r^2$. Этот эллипсоид перемещается, участвуя в равномерном движении. Для $t' = 0$ его уравнение имеет вид $k^2 x'^2 (1 + \xi \epsilon)^2 + (y' + \eta k \epsilon x')^2 + (z' + \zeta k \epsilon x')^2 = l^2 r^2$, и объем его будет равен $(4/3)\pi r^3 l^3/k(1 + \xi \epsilon)$.

Если мы желаем, чтобы заряд электрона не изменялся от преобразования, то, обозначая через ρ' новую плотность электричества, будем иметь

$$\rho' = (k/l^3)(\rho + \epsilon \rho \xi). \quad (4)$$

Новые скорости ξ' , η' , ζ' выражаются теперь через старые следующим образом:

$$\xi' = dx'/dt' = d(x + \epsilon t)/d(t + \epsilon x) = (\xi + \epsilon)/(1 + \epsilon\xi),$$

$$\eta' = dy'/dt' = dy/kd(t + \epsilon x) = \eta/k(1 + \epsilon\xi), \quad \zeta' = \zeta/k(1 + \epsilon\xi),$$

откуда

$$\rho'\xi' = (k/l^3)(\rho\xi + \epsilon\rho), \quad \rho'\eta' = (1/l^3)\rho\eta, \quad \rho'\zeta' = (1/l^3)\rho\zeta. \quad (4a)$$

Здесь я должен отметить первое расхождение с Лоренцем. Лоренц полагает (с некоторой разницей в обозначениях) [см. цитированную работу, формулы (7) и (8)]*:

$$\rho' = (1/k^3)\rho, \quad \xi' = k^2(\xi + \epsilon), \quad \eta' = k\eta, \quad \zeta' = k\zeta.$$

Таким способом также получаются формулы:

$$\rho'\xi' = (k/l^3)(\rho\xi + \epsilon\rho), \quad \rho'\eta' = (1/l^3)\rho\eta, \quad \rho'\zeta' = (1/l^3)\rho\zeta,$$

где, однако, значение ρ' уже другое.

Важно отметить, что величины (4) и (4a) удовлетворяют условию непрерывности $dp'/dt' + \Sigma dp'\xi'/dx' = 0$.

В самом деле, пусть λ — некоторый неопределенный коэффициент и D — функциональный определитель выражений:

$$t + \lambda\rho, \quad x + \lambda\rho\xi, \quad y + \lambda\rho\eta, \quad z + \lambda\rho\zeta \quad (5)$$

относительно t, x, y, z .

Имеем $D = D_0 + D_1\lambda + D_2\lambda^2 + D_3\lambda^3 + D_4\lambda^4$, где $D_0 = 1$; $D_1 = \rho/dt + \Sigma d\rho\xi/dx = 0$.

Полагая $\lambda' = l^3\lambda$, мы видим, что четыре функции:

$$t' + \lambda'\rho', \quad x' + \lambda'\rho'\xi', \quad y' + \lambda'\rho'\eta', \quad z' + \lambda'\rho'\zeta' \quad (5a)$$

связаны с функциями (5) линейными соотношениями такого же вида, какие связывают новые переменные с прежними. Если же обозначить через D' функциональный определитель функций (5a) относительно новых переменных, то $D' = D$, $D' = D_0' + D_1'\lambda' + \dots + D_4'\lambda'^4$, откуда $D_0' = D_0 = 1$, $D' = l^{-3}D = 0 = dp'/dt' + \Sigma dp'\xi'/dx'$, что и требовалось доказать. Это условие не было бы выполнено при гипотезе Лоренца, так как ρ' имеет здесь другое значение. Определим новые потенциалы — векторный и скалярный — так, чтобы удовлетворить уравнениям: $\square'\psi' = -\rho'$, $\square'F' = -\rho'\xi'$. Мы получим затем отсюда:

$$\psi' = (k/l)(\psi + \epsilon F), \quad F' = (k/l)(F + \epsilon\psi), \quad (6)$$

$$G' = (1/l)G, \quad H' = (1/l)H. \quad (7)$$

Эти формулы значительно отличаются от соответствующих формул Лоренца, но расхождение происходит здесь в конце концов

* См. стр. 70 наст. сб. — Прим. ред.

только от различных определений. Выберем новые поля — электрическое и магнитное — так, чтобы удовлетворились уравнения

$$f' = -\frac{dF'}{dt'} - \frac{d\psi'}{dx'}, \quad \alpha' = \frac{dH'}{dy'} - \frac{dG'}{dz'}. \quad (8)$$

Легко видеть что

$$\frac{d}{dt'} = \frac{k}{l} \left(\frac{d}{dt} - v \frac{d}{dx} \right), \quad \frac{d}{dx'} = \frac{k}{l} \left(\frac{d}{dx} - v \frac{d}{dt} \right),$$

$$\frac{d}{dy'} = \frac{1}{l} \frac{d}{dy}, \quad \frac{d}{dz'} = \frac{1}{l} \frac{d}{dz},$$

и, следовательно,

$$\left. \begin{aligned} f' &= (1/l^2) f, \quad g' = (k/l^2) (g + \varepsilon \gamma), \\ h' &= (k/l^2) (h - \varepsilon \beta), \\ \alpha' &= (1/l^2) \alpha, \quad \beta' = (k/l^2) (\beta - \varepsilon h), \\ \gamma' &= (k/l^2) (\gamma + \varepsilon g). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Эти формулы тождественны с формулами Лоренца.

Наше преобразование не изменяет уравнений (1). В самом деле, условие непрерывности, а также уравнения (6) и (8) уже дают нам некоторые из уравнений (1) (за исключением штрихов у букв).

Уравнения (6), будучи подставленными в условие непрерывности, дают

$$d\psi'/dt' + \sum dF'/dx' = 0. \quad (10)$$

Остается установить, что $df'/dt' + \rho'\xi' = d\gamma'/dz' - d\beta'/dy'$,

$$d\alpha'/dt' = dg'/dz' - dh'/dy', \quad \sum df'/dx' = \rho';$$

но легко видеть, что это есть не что иное, как следствие уравнений (6), (8) и (10).

Мы должны теперь сравнить силы до и после преобразования. Пусть (X, Y, Z) — сила до преобразования, а (X', Y', Z') — после него, причем обе отнесены к единице объема. Для того чтобы силы со штрихом удовлетворяли таким же уравнениям, как и до преобразования, необходимо, чтобы

$$\left. \begin{aligned} X' &= \rho' f' + \rho' (\eta' \gamma' - \zeta' \beta'), \\ Y' &= \rho' g' + \rho' (\zeta' \alpha' - \xi' \gamma'), \\ Z' &= \rho' h' + \rho' (\xi' \beta' - \eta' \alpha') \end{aligned} \right\}$$

или, заменяя все величины их значениями (4), (4а), (9) и принимая во внимание уравнения (2),

$$\left. \begin{aligned} X' &= (k/l^5) (X + \varepsilon \sum X\xi), \\ Y' &= (1/l^5) Y, \\ Z' &= (1/l^5) Z. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Если мы обозначим X_1, Y_1, Z_1 составляющие силы, отнесенной уже не к единице объема, но к единице заряда электрона, а X'_1, Y'_1, Z'_1 — те же величины после преобразования, то будем иметь:

$$X_1 = f + \eta\gamma - \zeta\beta, \quad X'_1 = f' + \eta'\gamma' - \zeta'\beta', \quad X = \rho X_1, \quad X' = \rho' X'_1$$

и, следовательно, получим уравнения:

$$\left. \begin{aligned} X'_1 &= (k/l^0) \frac{\rho}{\rho'} (X_1 + \varepsilon \sum X_1 \xi), \\ Y'_1 &= (1/l^0) \frac{\rho}{\rho'} Y_1, \\ Z'_1 &= (1/l^0) \frac{\rho}{\rho'} Z_1. \end{aligned} \right\} \quad (11a)$$

Лоренц же нашел с точностью до обозначений [(10)]*:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= l^2 X'_1 - l^2 \varepsilon (\eta' g' + \zeta' h'), \\ Y_1 &= (l^2/k) Y'_1 + (l^2 \varepsilon/k) \xi' g', \\ Z_1 &= (l^2/k) Z'_1 + (l^2 \varepsilon/k) \xi' h'. \end{aligned} \right\} \quad (11b)$$

Прежде чем идти дальше, важно найти причину этого существенного расхождения. Оно, очевидно, происходит оттого, что формулы для ξ', η', ζ' несколько отличаются от соответствующих формул Лоренца, тогда как формулы для электрического и магнитного поля — одни и те же.

Если инерция электронов исключительно электромагнитного происхождения и если, кроме того, они подвержены действию только электромагнитных сил, то условие равновесия требует, чтобы внутри электрона имело место соотношение

$$X = Y = Z = 0.$$

В силу же уравнений (11) это соотношение эквивалентно условию

$$X' = Y' = Z' = 0.$$

Следовательно, условия равновесия электронов от преобразования не меняются.

К сожалению, столь простая гипотеза неприемлема. В самом деле, если мы предположим, что $\xi = \eta = \zeta = 0$, то в силу условий $X = Y = Z = 0$ получим, что $f = g = h = 0$ и, следовательно, $\sum df/dx = 0$, т. е. $\rho = 0$.

К аналогичным результатам приходим и в наиболее общем случае.

* См. стр. 71 наст. сб. — Прим. ред

Таким образом, кроме электромагнитных сил необходимо допустить еще другие силы, например силы связи. Затем следует искать условия, которым должны удовлетворять эти силы, для того чтобы равновесие электронов не нарушалось от преобразования. Это составит предмет одного из следующих параграфов.

§ 2. ПРИНЦИП НАИМЕНЬШЕГО ДЕЙСТВИЯ

Известно, каким образом Лоренц получил свои уравнения, пользуясь принципом наименьшего действия. Однако я снова возвращаюсь к этому вопросу, хотя и не могу прибавить ничего существенного к исследованию Лоренца. Я предпочитаю представить его в несколько ином виде, более удобном для моей цели. Я полагаю

$$\mathcal{J} = \int dt d\tau \left[\frac{\sum f^2}{2} + \frac{\sum \alpha^2}{2} - \sum Fu \right], \quad (1)$$

где f , α , F , u и т. д. подчиняются условиям:

$$\sum df/dx = p, \quad \alpha = dH/dy - dG/dz, \quad u = df/dt + \rho\xi \quad (2)$$

и другим, получающимся из соображений симметрии.

Что касается интеграла \mathcal{J} , то он должен быть распространен:

1) относительно элемента объема $d\tau = dx dy dz$ по всему пространству,

2) относительно времени t на интеграл между пределами $t = t_0$, $t = t_1$.

Согласно принципу наименьшего действия, значение интеграла \mathcal{J} должно быть минимально, если различные входящие в него величины подчинить условиям (2) и условию, что состояние системы задается для двух предельных моментов: $t = t_0$ и $t = t_1$. Это последнее условие позволяет преобразовать наши интегралы при помощи интегрирования по частям. В самом деле, если мы имеем интеграл вида

$$\int dt d\tau A \frac{d(B\delta C)}{dt},$$

где C — одна из величин, определяющих состояние системы, и δC — ее вариация, то, интегрируя его по частям относительно времени, получим

$$\int d\tau | A B \delta C \Big|_{t=t_0}^{t=t_1} - \int dt d\tau (dA/dt) B \delta C.$$

Так как для двух предельных моментов времени состояние системы задано, то для $t = t_0$, $t = t_1$ $\delta C = 0$; поэтому первый интеграл обращается в нуль и остается только второй.

Точно так же можно интегрировать по частям и относительно x , y или z . В самом деле, имеем

$$\int A \frac{dB}{dx} dx dy dz dt = \int AB dy dz dt - \int B \frac{dA}{dx} dx dy dz dt.$$

Так как интегрирования проводятся по всему пространству переменных, то в первом интеграле правой части следует положить $x = \pm \infty$; поэтому, в силу того что все наши функции предполагаются исчезающими в бесконечности, этот интеграл будет равен нулю, и мы получим

$$\int A \frac{dB}{dx} d\tau dt = - \int B \frac{dA}{dx} d\tau dt$$

Если предположить, что на систему наложены связи, то к условиям, налагаемым на различные величины, входящие в интеграл \mathcal{J} , следует присоединить еще условия связи.

Придадим сначала F , G , H приращения δF , δG , δH : $\delta\alpha = = d\delta H/dy - d\delta G/dz$. Имеем

$$\delta\mathcal{J} = \int dt d\tau \left[\sum \alpha \left(\frac{d\delta H}{dy} - \frac{d\delta G}{dz} \right) - \sum u \delta F \right] = 0$$

или, интегрируя по частям,

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{J} &= \int dt d\tau \left[\sum \left(\delta G \frac{d\alpha}{dz} - \delta H \frac{d\alpha}{dy} \right) - \sum u \delta F \right] = \\ &= - \int dt d\tau \sum \delta F \left(u - \frac{d\gamma}{dy} + \frac{d\beta}{dz} \right) = 0, \end{aligned}$$

откуда, приравнявая нулю коэффициент при δF , получим

$$u = d\gamma/dy - d\beta/dz. \quad (3)$$

Интегрируя по частям это соотношение, находим

$$\begin{aligned} \int \sum Fu dt &= \int \sum F \left(\frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz} \right) d\tau = \\ &= \int \sum \left(\beta \frac{dF}{dz} - \gamma \frac{dF}{dy} \right) d\tau = \int \sum \alpha \left(\frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dz} \right) d\tau \end{aligned}$$

или

$$\int \sum Fu d\tau = \int \sum \alpha^2 d\tau,$$

откуда, наконец,

$$\mathcal{J} = \int dt d\tau \left(\frac{\sum f^2}{2} - \frac{\sum \alpha^2}{2} \right). \quad (4)$$

Отсюда, а также из соотношения (3) видно, что $\delta\mathcal{J}$ не зависит от δF , а следовательно, и от $\delta\alpha$. Будем варьировать теперь другие переменные. Возвращаясь к выражению (1), получаем для \mathcal{J}

$\delta \mathcal{Y} = \int dt d\tau (\Sigma f \delta f - \Sigma F \delta u)$. Но f, g, h подчинены первому из условий (2), принимающему при этом вид

$$\Sigma d\delta f/dx = \delta \rho. \quad (5)$$

Поэтому можно написать

$$\delta \mathcal{Y} = \int dt d\tau \{ \Sigma f \delta f - \Sigma F \delta u - \psi [\Sigma (d\delta f/dx) - \delta \rho] \}. \quad (6)$$

Согласно методам вариационного исчисления, вычисление следует производить так, как если бы ψ была произвольной функцией, а $\delta \mathcal{Y}$ — представлено выражением (6) и вариации не подчинялись бы более условиям (5). С другой стороны, мы имеем $\delta u = d\delta f/dt + \delta \rho \xi$, откуда, интегрируя по частям, получаем

$$\delta \mathcal{Y} = \int dt d\tau \Sigma \delta f [f + dF/dt + d\psi/dx] + \int dt d\tau (\psi \delta \rho - \Sigma F \delta \rho \xi). \quad (7)$$

Если предположить сперва, что электроны не подвергаются вариации, то $\delta \rho = \delta \rho \xi = 0$ и второй интеграл равен нулю.

Так как $\delta \mathcal{Y}$ должно обращаться в нуль, то

$$f + dF/dt + d\psi/dx = 0. \quad (8)$$

В общем же случае будем иметь

$$\delta \mathcal{Y} = \int dt d\tau (\psi \delta \rho - \Sigma F \delta \rho \xi). \quad (9)$$

Остается определить силы, действующие на электроны. Для этого предположим, что к каждому элементу электрона приложена дополнительная сила $-Xdt, -Yd\tau, -Zd\tau$. Напишем условие равновесия этой силы с электромагнитными силами. Пусть U, V, W будут составляющими перемещения элемента $d\tau$ электрона, причем перемещение отсчитывается от какого-нибудь начального положения. Пусть, далее, $\delta U, \delta V, \delta W$ будут вариации этого перемещения. Виртуальная работа, соответствующая дополнительной силе, равна $-\int \Sigma X \delta U d\tau$, так что условие равновесия запишется в виде

$$\delta \mathcal{Y} = -\int \Sigma X \delta U d\tau dt. \quad (10)$$

Необходимо теперь преобразовать $\delta \mathcal{Y}$. Для этого попытаемся сначала найти уравнение непрерывности, выражающее неизменяемость заряда при вариации.

Пусть x_0, y_0, z_0 — начальное положение электрона. Положение его в данный момент будет: $x = x_0 + U, y = y_0 + V, z = z_0 + W$. Введем, кроме того, вспомогательную переменную ϵ , при помощи которой будем варьировать наши различные функции, так что, например, для какой-нибудь функции A будем иметь $\delta A = \delta \epsilon \times (dA/d\epsilon)$. Действительно, для меня удобно будет иметь возможность переходить от обозначений вариационного исчисления к обозначениям обычного дифференциального исчисления или обратно.

Наши функции можно рассматривать либо зависящими от пяти переменных x, y, z, t, ε так, что при изменении t и ε наблюдатель всегда остается на одном и том же месте, — в этом случае их производные будем обозначать обыкновенным d ; либо зависящими от пяти переменных $x_0, y_0, z_0, t, \varepsilon$ так, что при изменении t и ε мы следуем всегда за одним и тем же электроном, — в этом случае их производные будут частными.

Тогда получим

$$\xi = \partial U / \partial t = (dU/dt) + \xi (dU/dx) + \eta (dU/dy) + \zeta (dU/dz) = \partial x / \partial t. \quad (11)$$

Обозначим теперь Δ функциональный определитель x, y, z относительно x_0, y_0, z_0 : $\Delta = \partial(x, y, z) / \partial(x_0, y_0, z_0)$. Сохраняя $\varepsilon, x_0, y_0, z_0$ постоянными, дадим t приращение ∂t , тогда x, y, z получат приращения $\partial x, \partial y, \partial z$ и Δ — приращение $\partial \Delta$. Таким образом, $\partial x = \xi \partial t, \partial y = \eta \partial t, \partial z = \zeta \partial t, \Delta + \partial \Delta = \partial(x + \partial x, y + \partial y, z + \partial z) / \partial(x_0, y_0, z_0)$, откуда $1 + \partial \Delta / \Delta = \partial(x + \partial x, y + \partial y, z + \partial z) / \partial(x, y, z) = \partial(x + \xi \partial t, y + \eta \partial t, z + \zeta \partial t) / \partial(x, y, z)$. Отсюда получаем

$$\frac{1}{\Delta} \cdot \frac{\partial \Delta}{\partial t} = \frac{d\xi}{dx} + \frac{d\eta}{dy} + \frac{d\zeta}{dz}. \quad (12)$$

Так как заряд каждого электрона остается постоянным, то

$$\partial \rho \Delta / \partial t = 0, \quad (13)$$

откуда

$$\begin{aligned} \partial \rho \partial t + \Sigma \rho d\xi/dx = 0, \quad \partial \rho / \partial t = d\rho/dt + \Sigma \xi d\rho/dx, \\ d\rho/dt + \Sigma d\rho \xi/dx = 0. \end{aligned}$$

Таковы различные формы уравнения непрерывности в отношении переменной t . Аналогичные уравнения мы найдем и для переменной ε .

Пусть $\delta U = (\partial U / \partial \varepsilon) \delta \varepsilon, \delta V = (\partial V / \partial \varepsilon) \delta \varepsilon, \delta W = (\partial W / \partial \varepsilon) \delta \varepsilon$, следовательно,

$$\delta U = (dU/d\varepsilon) \delta \varepsilon + \delta U (dU/dx) + \delta V (dU/dy) + \delta W (dU/dz), \quad (11a)$$

$$\frac{1}{\Delta} \cdot \frac{\partial \Delta}{\partial \varepsilon} = \Sigma \frac{\partial U}{\partial \varepsilon}, \quad \frac{\partial \rho \Delta}{\partial \varepsilon} = 0, \quad (12a)$$

$$\begin{aligned} \delta \varepsilon (\partial \rho / \partial \varepsilon) + \Sigma \rho (d\delta U/dx) = 0, \quad \partial \rho / \partial \varepsilon = d\rho/d\varepsilon + \\ + \Sigma (\delta U / \delta \varepsilon) (d\rho/dx), \quad \delta \rho + \Sigma d\rho \delta U/dx = 0. \end{aligned} \quad (13a)$$

Отметим различие между определением $\delta U = (\partial U / \partial t) \delta \varepsilon$ и $\delta \rho = (d\rho/d\varepsilon) \delta \varepsilon$. Заметим, что именно первое определение более подходит к формуле (10). Это первое определение позволит нам преобразовать первый член (9).

В самом деле, имеем

$$\int dt d\tau \psi \delta \rho = - \int dt d\tau \psi \Sigma d\rho \delta U/dx$$

или, интегрируя по частям,

$$\int dt d\tau \psi \delta \rho = \int dt d\tau \Sigma \rho (d\psi / dx) \delta U. \quad (14)$$

Попробуем теперь вычислить $\delta(\rho \xi) = [d(\rho \xi) / d\epsilon] \delta \epsilon$. Заметим, что $\rho \Delta$ может зависеть только от x_0, y_0, z_0 . Действительно, если рассматривать элемент электрона, начальное положение которого определяется прямоугольным параллелепипедом с ребрами dx_0, dy_0, dz_0 , то заряд этого элемента равен $\rho \Delta dx_0 dy_0 dz_0$, а так как этот заряд должен остаться постоянным, то

$$\partial \rho \Delta / \partial t = \partial \rho \Delta / \partial \epsilon = 0. \quad (15)$$

Отсюда получаем

$$\frac{\partial^2 \rho \Delta U}{\partial t \partial \epsilon} = \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\rho \Delta \frac{\partial U}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \Delta \frac{\partial U}{\partial \epsilon} \right). \quad (16)$$

Но в силу уравнения непрерывности имеем для какой угодно функции A :

$$\frac{1}{\Delta} \cdot \frac{\partial A \Delta}{\partial t} = \frac{dA}{dt} + \sum \frac{dA \xi}{dx},$$

а также

$$\frac{1}{\Delta} \cdot \frac{\partial A \Delta}{\partial \epsilon} = \frac{dA}{d\epsilon} + \sum \frac{dA (\partial U / \partial \epsilon)}{dx}.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta} \cdot \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\rho \Delta \frac{\partial U}{\partial t} \right) &= \frac{d\rho (\partial U / \partial t)}{d\epsilon} + \frac{d[\rho (\partial U / \partial t) (\partial U / \partial \epsilon)]}{dx} + \\ &+ \frac{d[\rho (\partial U / \partial t) (\partial V / \partial \epsilon)]}{dy} + \frac{d[\rho (\partial U / \partial t) (\partial W / \partial \epsilon)]}{dz}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \Delta \frac{\partial U}{\partial \epsilon} \right) &= \frac{d\rho (\partial U / \partial \epsilon)}{dt} + \frac{d[\rho (\partial U / \partial t) (\partial U / \partial \epsilon)]}{dx} + \\ &+ \frac{d[\rho (\partial V / \partial t) (\partial U / \partial \epsilon)]}{dy} + \frac{d[\rho (\partial W / \partial t) (\partial U / \partial \epsilon)]}{dz}. \end{aligned} \quad (17a)$$

Вторые члены (17) и (17a) должны быть одинаковы, поэтому, приняв во внимание, что $\partial U / \partial t = \xi$, $(\partial U / \partial \epsilon) \delta \epsilon = \delta U$, $(d\rho \xi / d\epsilon) \delta \epsilon = \delta \rho \xi$, получаем

$$\begin{aligned} \delta \rho \xi + \frac{d(\rho \xi \delta U)}{dx} + \frac{d(\rho \xi \delta V)}{dy} + \frac{d(\rho \xi \delta W)}{dz} &= \\ = \frac{d(\rho \delta U)}{dt} + \frac{d(\rho \xi \delta U)}{dx} + \frac{d(\rho \eta \delta U)}{dy} + \frac{d(\rho \zeta \delta U)}{dz}. \end{aligned} \quad (18)$$

Преобразуем теперь вторую часть подынтегрального выражения (9); имеем

$$\int dt d\tau \Sigma F \delta \rho \xi = \int dt d\tau [\Sigma F (d(\rho \delta U)/dt) + \Sigma F (d(\rho \eta \delta U)/dy) + \Sigma F (d(\rho \zeta \delta U)/dz) - \Sigma F (d(\rho \xi \delta V)/dy) - \Sigma F (d(\rho \xi \delta W)/dz)].$$

После интегрирования по частям правая часть имеет вид

$$\int dt d\tau [-\Sigma \rho \delta U (dF/dt) - \Sigma \rho \eta \delta U (dF/dy) - \Sigma \rho \zeta \delta U (dF/dz) + \Sigma \rho \xi \delta V (dF/dy) + \Sigma \rho \xi \delta W (dF/dz)].$$

Заметим теперь, что

$$\Sigma \rho \xi \delta V (dF/dy) = \Sigma \rho \zeta \delta U (dH/dx),$$

$$\Sigma \rho \xi \delta W (dF/dz) = \Sigma \rho \eta \delta U (dG/dx).$$

В самом деле, если в обеих частях этих соотношений развернуть суммы Σ , то они сделаются тождествами. Вспомнив, что $dH/dx - dF/dz = -\beta$, $dG/dx - dF/dy = \gamma$, получим

$$\int dt d\tau [-\Sigma \rho \delta U (dF/dt) + \Sigma \rho \eta \delta U - \Sigma \rho \beta \zeta \delta U].$$

Таким образом, окончательно

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{J} &= \int dt d\tau \Sigma \rho \delta U [d\psi/dx + dF/dt + \beta \zeta - \gamma \eta] = \\ &= \int dt d\tau \Sigma \rho \delta U (-f + \beta \zeta - \gamma \eta). \end{aligned}$$

Приравнявая коэффициенты при δU в последнем выражении и в (10), получаем

$$X = \rho f - \rho (\beta \zeta - \gamma \eta);$$

а это есть не что иное, как уравнение (2) предыдущего параграфа.

§ 3. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОРЕНЦА И ПРИНЦИП НАИМЕНЬШЕГО ДЕЙСТВИЯ

Выясним, не указывает ли принцип наименьшего действия на причину успеха преобразований Лоренца. Для этого прежде всего нужно знать, как изменится в результате этого преобразования интеграл [формула (4) § 2]:

$$\mathcal{J} = \int dt d\tau [\Sigma f^2/2 - \Sigma \alpha^2/2].$$

Мы находим сначала, что $dt' d\tau' = l^4 dt d\tau$, ибо x' , y' , z' , t связаны с x , y , z , t линейными соотношениями, определитель которых равен l^4 .

Затем получаем формулы (9) из § 1:

$$\left. \begin{aligned} l^4 \Sigma f'^2 &= f^2 + k^2 (g^2 + h^2) + k^2 \varepsilon^2 (\beta^2 + \gamma^2) + 2k^2 \varepsilon (g\gamma - h\beta), \\ l^4 \Sigma \alpha'^2 &= \alpha^2 + k^2 (\beta^2 + \gamma^2) + k^2 \varepsilon^2 (g^2 + h^2) + 2k^2 \varepsilon (g\gamma - h\beta), \end{aligned} \right\} (1)$$

откуда $l^4 (\Sigma f'^2 - \Sigma \alpha'^2) = \Sigma f^2 - \Sigma \alpha^2$.

Таким образом, полагая

$$\mathcal{Y}' = \int dt' d\tau' [(\Sigma f'^2/2) - (\Sigma \alpha'^2/2)],$$

получаем $\mathcal{Y}' = \mathcal{Y}$.

Однако, для того чтобы это равенство имело силу, необходимо, чтобы пределы интегрирования в обоих случаях были одни и те же. До сих пор мы принимали, что t изменяется от t_0 до t_1 и x, y, z от $-\infty$ до $+\infty$. В результате преобразования Лоренца эти пределы интегрирования будут изменены. Но ничто не мешает нам положить $t_0 = -\infty$ и $t_1 = +\infty$: при этих условиях пределы для \mathcal{Y} и \mathcal{Y}' останутся те же.

Сравним теперь два следующих уравнения, аналогичных уравнению (10) § 2:

$$\left. \begin{aligned} \delta \mathcal{Y} &= - \int \Sigma X \delta U d\tau dt, \\ \delta \mathcal{Y}' &= - \int \Sigma X' \delta U' d\tau' dt'. \end{aligned} \right\} (2)$$

Для этого сравним сначала $\delta U'$ и δU . Будем рассматривать электрон, начальные координаты которого равны x_0, y_0, z_0 ; тогда в момент t $x = x_0 + U, y = y_0 + V, z = z_0 + W$. Рассматривая электрон после преобразования Лоренца, будем иметь $x' = kl(x + \varepsilon t), y' = ly, z' = lz$, где $x' = x_0 + U', y' = y_0 + V', z' = z_0 + W'$. Но эти координаты будут достигнуты только в момент $t' = kl(t + \varepsilon x)$. Если мы подвергнем наши переменные вариации $\delta U, \delta V, \delta W$ и одновременно дадим t приращение δt , то координаты x, y, z получат полное приращение: $\delta x = \delta U + \xi \delta t, \delta y = \delta V + \eta \delta t, \delta z = \delta W + \zeta \delta t$. Аналогично $\delta x' = \delta U' + \xi' \delta t', \delta y' = \delta V' + \eta' \delta t', \delta z' = \delta W' + \zeta' \delta t'$.

В силу преобразования Лоренца $\delta x' = kl(\delta x + \varepsilon \delta t), \delta y' = l \delta y, \delta z' = l \delta z, \delta t' = kl(\delta t + \varepsilon \delta x)$, откуда, полагая $\delta t = 0$, получаем соотношения:

$$\begin{aligned} \delta x' &= \delta U' + \xi' \delta t' = kl \delta U, \\ \delta y' &= \delta V' + \eta' \delta t' = l \delta V, \\ \delta t' &= kl \varepsilon \delta U. \end{aligned}$$

Заметим, что $\xi' = (\xi + \varepsilon)/(1 + \xi \varepsilon), \eta' = \eta/k(1 + \xi \varepsilon)$; поэтому, заменяя $\delta t'$ его значением, будем иметь

$$\begin{aligned} kl(1 + \xi \varepsilon) \delta U &= \delta U' (1 + \xi \varepsilon) + (\xi + \varepsilon) kl \varepsilon \delta U, \\ l(1 + \xi \varepsilon) \delta V &= \delta V' (1 + \xi \varepsilon) + \eta l \varepsilon \delta U. \end{aligned}$$

Из определения k : $\delta U = (k/l)\delta U' + (k\varepsilon/l)\xi\delta U'$, $\delta V = (1/l)\delta V' + (k\varepsilon/l)\eta\delta U'$, а также $\delta W = (1/l)\delta W' + (k\varepsilon/l)\zeta\delta U'$, откуда

$$\Sigma X\delta U = (1/l)(kX\delta U' + Y\delta V' + Z\delta W') + (k\varepsilon/l)\delta U' \Sigma X\xi. \quad (3)$$

В силу же уравнений (2) $\int \Sigma X'\delta U' dt' d\tau' = \int \Sigma X\delta U dt d\tau = = (1/l^4) \int \Sigma X\delta U dt' d\tau'$. Заменяя $\Sigma X\delta U$ на его значение (3), получаем $X' = (k/l^5)X + (k\varepsilon/l^5)\Sigma X\xi$, $Y' = (1/l^5)Y$, $Z' = (1/l^5)Z$, т. е. уравнения (11) § 1. Таким образом, принцип наименьшего действия привел нас к тому же результату, что и исследование § 1.

Обращаясь к формулам (1), мы видим, что в результате преобразования Лоренца выражение $\Sigma f'^2 - \Sigma \alpha'^2$, за исключением постоянного множителя, осталось неизменным, чего нельзя сказать о выражении $\Sigma f^2 + \Sigma \alpha^2$, входящем в энергию. Ограничиваясь случаем достаточно малого ε , для того чтобы можно было пренебречь его квадратом, т. е. считая $k = 1$ и полагая также $l = 1$, находим:

$$\begin{aligned} \Sigma f'^2 &= \Sigma f^2 + 2\varepsilon (g\gamma - h\beta), \\ \Sigma \alpha'^2 &= \Sigma \alpha^2 + 2\varepsilon (g\gamma - h\beta) \end{aligned}$$

или, складывая,

$$\Sigma f'^2 + \Sigma \alpha'^2 = \Sigma f^2 + \Sigma \alpha^2 + 4\varepsilon (g\gamma - h\beta).$$

§ 4. ГРУППА ЛОРЕНЦА

Важно отметить, что преобразования Лоренца образуют группу. В самом деле, полагая $x' = kl(x + \varepsilon t)$, $y' = ly$, $z' = lz$, $t' = kl(t + \varepsilon x)$ и, с другой стороны,

$$x'' = k'l'(x' + \varepsilon't'), \quad y'' = l'y', \quad z'' = l'z', \quad t'' = k'l'(t' + \varepsilon'x'),$$

где $k'^{-2} = 1 - \varepsilon'^2$; $k'^{-2} = 1 - \varepsilon'^2$, получаем:

$$x'' = k''l''(x + \varepsilon''t), \quad y'' = l''y, \quad z'' = l''z, \quad t'' = k''l''(t + \varepsilon''x),$$

где $\varepsilon'' = (\varepsilon + \varepsilon')/(1 + \varepsilon\varepsilon')$; $l'' = l'l'$; $k'' = kk'(1 + \varepsilon\varepsilon') = 1/\sqrt{1 - \varepsilon''^2}$.

Если мы придадим l значение единицы, считая ε бесконечно малым, т. е. положив $x' = x + \delta x$, $y' = y + \delta y$, $z' = z + \delta z$, $t' = t + \delta t$, то получим:

$$\delta x = \varepsilon t, \quad \delta y = \delta z = 0, \quad \delta t = \varepsilon x.$$

Это и есть то бесконечно малое преобразование группы, которое я назову преобразованием T и которое, согласно Ли, можно представить в виде

$$t (d\varphi/dx) + x (d\varphi/dt) = T_1.$$

Напротив, полагая $\varepsilon = 0$ и $l = 1 + \delta l$, находим: $\delta x = x\delta l$, $\delta y = y\delta l$, $\delta z = z\delta l$, $\delta t = t\delta l$ и получаем другое бесконечно малое преобразование T_0 группы (рассматривая l и ε как независимые переменные), которое в обозначениях Ли можно представить в виде

$$T_0 = x (d\varphi/dx) + y (d\varphi/dy) + z (d\varphi/dz) + t (d\varphi/dt).$$

Придавая особенную роль, которую до сих пор играла ось X , осям Y и Z , получаем, таким образом, два других бесконечно малых преобразования:

$$T_2 = t (d\varphi/dy) + y (d\varphi/dt),$$

$$T_3 = t (d\varphi/dz) + z (d\varphi/dt),$$

которые тоже не изменяют уравнений Лоренца.

Можно образовать различные комбинации, введенные Ли, например

$$[T_1, T_2] = x (d\varphi/dy) - y (d\varphi/dx).$$

Легко, однако, видеть, что это последнее преобразование эквивалентно преобразованию осей координат, когда они поворачиваются на весьма малый угол вокруг оси Z . Мы не должны поэтому удивляться, если подобное преобразование не изменяет формы уравнений Лоренца, очевидно, независимых от выбора осей.

Итак, мы приходим к необходимости рассмотреть непрерывную группу, которую мы назовем *группой Лоренца* и которая допускает следующие бесконечно малые преобразования:

1) преобразование T_0 , которое будет перестановочно со всеми остальными;

2) три преобразования T_1, T_2, T_3 ;

3) три вращения $[T_1, T_2], [T_2, T_3], [T_3, T_1]$.

Любое из преобразований этой группы можно разложить на преобразование вида:

$$x' = lx, y' = ly, z' = lz, t' = lt$$

и линейное преобразование, не изменяющее квадратичной формы

$$x^2 + y^2 + z^2 - t^2.$$

Мы можем также образовать нашу группу несколько иным способом. Каждое преобразование группы можно рассматривать как преобразование вида:

$$\begin{aligned} x' &= kl(x + \varepsilon t), y' = ly, z' = lz, \\ t' &= kl(t + \varepsilon x). \end{aligned} \quad (1)$$

которому предшествует и за которым следует соответствующий поворот.

Однако для нашей цели достаточно рассмотреть только часть преобразований этой группы. Будем считать, что l есть функция от ε , и выберем эту функцию так, чтобы та часть группы, которую я обозначу через P , все еще образовывала группу.

Вращая системы на 180° вокруг оси Y , получаем преобразование, которое опять должно принадлежать P . Так как это приводит к изменению знака x , x' , z и z' , то мы находим:

$$\begin{aligned} x' &= kl(x - \varepsilon t), y' = ly, z' = lz, \\ t' &= kl(t - \varepsilon x). \end{aligned} \quad (2)$$

Следовательно, от перемены знака ε/l не меняется. С другой стороны, если P есть группа, то подстановка, обратная (1), которую можно представить в виде:

$$\begin{aligned}x' &= (k/l)(x - \varepsilon t), & y' &= y/l, \\z' &= z/l, & t' &= (k/l)(t - \varepsilon x),\end{aligned}\quad (3)$$

также должна принадлежать P . Она должна быть, таким образом, тождественной (2), т. е. $l = 1/l$. Следовательно, $l = 1$.

§ 5. ВОЛНЫ ЛАНЖЕВЕНА

Формулы, определяющие электромагнитное поле, обусловленное движением одного электрона, были представлены Ланжевеном в особенно изящной форме.

Рассмотрим снова уравнения:

$$\square \psi = -\rho, \quad \square F = -\rho \xi. \quad (1)$$

Известно, что решения их можно получить при помощи запаздывающих потенциалов:

$$\psi = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\rho_1 d\tau_1}{r}, \quad F = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\rho_1 \xi_1 d\tau_1}{r}. \quad (2)$$

В этих формулах $d\tau_1 = dx_1 dy_1 dz_1$, $r^2 = (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2$, тогда как ρ_1 и ξ_1 суть значения ρ и ξ в точке x_1, y_1, z_1 и в момент $t_1 = t - r$.

Пусть x_0, y_0, z_0 — координаты элемента электрона в момент t_0 ; тогда $x_1 = x_0 + U$, $y_1 = y_0 + V$, $z_1 = z_0 + W$ будут его координатами в момент t_1 . U, V, W суть функции x_0, y_0, z_0, t_1 , поэтому мы можем написать

$$dx_1 = dx_0 + (dU/dx_0)dx_0 + (dU/dy_0)dy_0 + (dU/dz_0)dz_0 + \xi_1 dt,$$

и, если считать t , а также x, y и z постоянными, то $dt_1 = \sum \frac{x-x_1}{r} dx_1$. Следовательно, получаем

$$\begin{aligned}dx_1 [1 + \xi_1 (x_1 - x)/r] + dy_1 \xi_1 (y_1 - y)/r + dz_1 \xi_1 (z_1 - z)/r = \\= dx_0 [1 + (dU/dx_0)] + dy_0 (dU/dy_0) + dz_0 (dU/dz_0)\end{aligned}$$

и еще два других уравнения, возникающие от круговой перестановки.

Таким образом, полагая $d\tau_0 = dx_0 dy_0 dz_0$, будем иметь

$$\begin{aligned}d\tau_1 | 1 + \xi_1 (x_1 - x)/r, \quad \xi_1 (y_1 - y)/r, \quad \xi_1 (z_1 - z)/r | = \\= d\tau_0 | 1 + (dU/dx_0), (dU/dy_0), (dU/dz_0) |.\end{aligned}\quad (3)$$

Исследуем определители, стоящие в обеих частях (3), и прежде всего первый из них. Разложив его, мы увидим, что члены второй и третьей степени относительно ξ, η, ζ обращаются в нуль и определитель равен

$$1 + \xi_1 (x_1 - x)/r + \eta_1 (y_1 - y)/r + \zeta_1 (z_1 - z)/r = 1 + \omega,$$

где ω — радиальная составляющая скорости ξ_1, η_1, ζ_1 , т. е. составляющая, направленная по радиусу-вектору, соединяющему точки x, y, z и x_1, y_1, z_1 .

Для того чтобы получить второй определитель, найдем координаты различных элементов электрона в момент t' , одинаковый для всех элементов*, однако такой, что для наблюдаемого элемента $t_1 = t_1'$. Тогда координаты элементов представляются в виде:

$$x_1' = x_0 + U', \quad y_1' = y_0 + V', \quad z_1' = z_0 + W',$$

где U', V', W' получаются из U, V, W заменой t_1 на t_1' .

Так как t_1' одно и то же для всех элементов, то

$$dx_1' = dx_0 [1 + (dU'/dx_0)] + dy_0 (dU'/dy_0) + dz_0 (dU'/dz_0)$$

и, следовательно,

$$d\tau_1' = d\tau_0 | 1 + (dU'/dx_0), (dU'/dy_0), (dU'/dz_0) |,$$

где $d\tau_1' = dx_1' dy_1' dz_1'$. Но элемент электрического заряда равен $d\mu_1 = \rho_1 d\tau_1'$, и, сверх того, для наблюдаемого элемента электрона $t_1 = t_1'$, а поэтому $dU'/dx_0 = dU/dx_0$, и т. д.

Мы можем, следовательно, написать

$$d\mu_1 = \rho_1 d\tau_0 | 1 + (dU/dx_0), (dU/dy_0), (dU/dz_0) |,$$

так что уравнения (3) и (2) переписутся в виде:

$$\rho_1 d\tau_1 (1 + \omega) = d\mu_1, \quad (3a)$$

$$\psi = \frac{1}{4\pi} \int \frac{d\mu_1}{r(1+\omega)}, \quad F = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\xi_1 d\mu_1}{r(1+\omega)}. \quad (2a)$$

Когда мы имеем дело только с одним электроном, то наши интегралы сведутся к одному члену, если рассматривать только точки x, y, z , достаточно удаленные, для того чтобы r и ω имели тогда одно и то же значение для всех точек электрона. Потенциалы ψ, F, G, H зависят от положения этого электрона, а также от его скорости, ибо ξ_1, η_1, ζ_1 входят в числители выражений F, G, H , а в знаменатели входит кроме того и радиальная составляющая ω . Разумеется, речь идет о положении и скорости электрона в момент t_1 .

Частные производные от ψ, F, G, H по t, x, y, z (а следовательно, электрическое и магнитное поля) будут зависеть и от его ускорения, притом эта зависимость будет *линейной*, так как ускорение войдет в производные только от одного дифференцирования.

Ланжевэн пришел, таким образом, к необходимости различать в электрическом и магнитном полях члены, не зависящие от ускорения (то, что он называет волной скорости), и члены, пропорциональные ускорению (волна ускорения). Вычисление этих двух волн

* Пуанкаре пишет здесь: «молекул электрона». — *Прим. ред.*

сильно упрощается благодаря преобразованию Лоренца. В самом деле, мы можем применить это преобразование к системе таким образом, чтобы скорость рассматриваемого электрона сделалась равной нулю. Выберем для оси X направление этой скорости до преобразования, так что в момент t_1 $\eta_1 = \zeta_1 = 0$, и положим $\varepsilon = -\xi_1$, так что $\xi'_1 = \eta'_1 = \zeta'_1 = 0$.

Мы можем, таким образом, свести вычисление двух волн к случаю, когда скорость электрона равна нулю. Начнем с волны скорости. Прежде всего заметим, что эта волна будет такой же, как и при равномерном движении электрона. Если скорость электрона равна нулю, то

$$f = \omega = 0, \quad F = G = H = 0, \quad \psi = \mu_1/4\pi r,$$

где μ_1 — заряд электрона.

Так как скорость электрона сведена к нулю в результате преобразования Лоренца, то

$$F' = G' = H' = 0, \quad \psi' = \mu_1/4\pi r',$$

где r' — расстояние между точками x', y', z' и x'_1, y'_1, z'_1 , и, следовательно,

$$\begin{aligned} \alpha' &= \beta' = \gamma' = 0, \\ f' &= \mu_1(x' - x'_1)/4\pi r'^3, \quad g' = \mu_1(y' - y'_1)/4\pi r'^3, \\ h' &= \mu_1(z' - z'_1)/4\pi r'^3. \end{aligned}$$

Для нахождения истинного поля, соответствующего скорости $(\varepsilon, 0, 0)$, применим теперь преобразование, обратное преобразованию Лоренца. Обращаясь к уравнениям (9) и (3) § 1, находим

$$\begin{aligned} \alpha &= 0, \quad \beta = \varepsilon h, \quad \gamma = -\varepsilon g, \\ f &= \frac{\mu_1 k l^3}{4\pi r'^3} (x + \varepsilon t - x_1 - \varepsilon t_1), \\ g &= \frac{\mu_1 k l^3}{4\pi r'^3} (y - y_1), \quad h = \frac{\mu_1 k l^3}{4\pi r'^3} (z - z_1). \end{aligned} \quad (4)$$

Легко видеть, что магнитное поле перпендикулярно к оси X (направлению скорости) и к электрическому полю, причем последнее направлено к точке:

$$x_1 + \varepsilon(t_1 - t), \quad y_1, \quad z_1. \quad (5)$$

Если бы электрон продолжал двигаться равномерно и прямолинейно со скоростью, которую он имел в момент t_1 , т. е. со скоростью $(\varepsilon, 0, 0)$, то этой точки (5) он достиг бы в момент t .

Перейдем теперь к волне ускорения. Благодаря преобразованию Лоренца мы можем свести ее определение к случаю, когда скорость равна нулю. Этот случай может быть осуществлен, если представить, что электрон совершает очень быстрые колебания весьма малой амплитуды, при этом перемещения и скорости будут бесконечно малы, а ускорения — конечными. Таким образом, мы приходим к слу-

чаю, изученному уже Герцем в его знаменитой статье «Силы электрических колебаний по теории Максвелла» («Die Kräfte elektrischer Schwingungen nach der Maxwell'schen Theorie») для очень удаленной точки. При этих условиях:

- 1) электрическое и магнитное поля будут равны друг другу,
- 2) взаимно перпендикулярны и
- 3) перпендикулярны к нормали волновой сферы, т. е. сферы с центром в точке x_1, y_1, z_1 .

Я утверждаю, что эти три свойства будут иметь место также и тогда, когда скорость не будет равна нулю. Для этого мне достаточно показать, что они не изменяются от преобразования Лоренца.

В самом деле, пусть A есть общее напряжение обоих полей и пусть:

$$(x - x_1) = r\lambda, (y - y_1) = r\mu, (z - z_1) = r\nu, \\ \lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 = 1.$$

Указанные свойства выражаются равенствами:

$$A^2 = \Sigma f^2 = \Sigma \alpha^2, \quad \Sigma f\alpha = 0, \\ \Sigma f(x - x_1) = 0, \quad \Sigma \alpha(x - x_1) = 0, \\ \Sigma f\lambda = 0, \quad \Sigma \alpha\lambda = 0,$$

причем $f/A, g/A, h/A, \alpha/A, \beta/A, \gamma/A, \lambda, \mu, \nu$ будут направляющими косинусами трех перпендикулярных направлений. Отсюда получаем соотношения:

$$f = \beta\nu - \gamma\mu, \quad \alpha = h\mu - g\nu,$$

или

$$fr = \beta(z - z_1) - \gamma(y - y_1), \\ \alpha r = h(y - y_1) - g(z - z_1), \quad (6)$$

а также и другие уравнения, выводимые по симметрии.

Обращаясь к уравнениям (3) § 1, мы находим:

$$\left. \begin{aligned} x' - x'_1 &= kl[(x - x_1) + \varepsilon(t - t_1)] = \\ &= kl[(x - x_1) + \varepsilon r], \\ y' - y'_1 &= l(y - y_1), \\ z' - z'_1 &= l(z - z_1). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Мы нашли выше в § 3

$$l^4 (\Sigma f'^2 - \Sigma \alpha'^2) = \Sigma f^2 - \Sigma \alpha^2.$$

Следовательно, равенство $\Sigma f^2 = \Sigma \alpha^2$ влечет за собой $\Sigma f'^2 = \Sigma \alpha'^2$. С другой стороны, исходя из уравнений (9) § 1, получаем соотношение, которое показывает, что если $\Sigma f\alpha = 0$, то $\Sigma f'\alpha' = 0$. Я утверждаю теперь, что

$$\Sigma f'(x' - x'_1) = 0, \quad \Sigma \alpha'(x' - x'_1) = 0. \quad (8)$$

В самом деле, в силу (7), а также (9) § 1 левые члены обоих уравнений (8) переписутся соответственно в виде:

$$(k/l)\Sigma f(x - x_1) + (ke/l)[fr + \gamma(y - y_1) - \beta(z - z_1)],$$

$$(k/l)\Sigma \alpha(x - x_1) + (ke/l)[ar - h(y - y_1) + g(z - z_1)],$$

но, согласно уравнениям

$$\Sigma f(x - x_1) = \Sigma \alpha(x - x_1) = 0,$$

а также уравнениям (6) они обращаются в нуль, что как раз и нужно показать.

Впрочем, к этому же результату можно прийти, исходя из простых соображений однородности. В самом деле, ψ , F , G , H суть однородные функции от

$$x - x_1, y - y_1, z - z_1, \xi_1 = dx_1/dt_1, \eta_1 = dy_1/dt_1,$$

$$\zeta_1 = dz_1/dt_1$$

первой степени относительно $x, y, z, t, x_1, y_1, z_1, t_1$ и их дифференциалов.

Таким образом, производные ψ, F, G, H по x, y, z, t (а следовательно, оба поля f, g, h и α, β, γ) будут однородными функциями второй степени относительно тех же величин, так как соотношение

$$t - t_1 = r = \sqrt{\Sigma (x - x_1)^2}$$

однородно относительно первой степени этих величин.

Но эти производные или поля зависят от $x - x_1$, скоростей dx_1/dt_1 и ускорений d^2x_1/dt_1^2 . Они составлены из члена, не зависящего от ускорений (волна скорости), и члена, линейного относительно ускорений (волна ускорений). Производная dx_1/dt_1 есть однородная функция нулевой степени, а d^2x_1/dt_1^2 — первой степени, откуда следует, что волна скорости есть однородная функция второй степени относительно $x - x_1, y - y_1, z - z_1$, а волна ускорения — однородная функция первой степени. Таким образом, в весьма удаленной точке преобладает волна ускорения, которую можно рассматривать, следовательно, как полную волну.

Кроме того, закон однородности показывает нам, что волна ускорения в произвольной точке подобна самой себе в удаленной точке и, следовательно, подобна полной волне в удаленной точке. Но так как в удаленной точке возмущение может распространяться только в виде плоских волн, то оба поля должны быть равны друг другу, взаимно перпендикулярны и перпендикулярны к направлению пространства.

Я ограничусь этими соображениями, отсылая интересующихся деталями к статье Ланжевена (Journal de Physique, 1905).

§ 6. СОКРАЩЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ

Представим себе электрон, находящийся в равномерном и прямолинейном поступательном движении. Согласно указанному выше, можно — при помощи преобразования Лоренца — свести изучение поля, обусловленного этим электроном, к случаю неподвижного электрона. Таким образом, преобразование Лоренца заменяет реальный движущийся электрон некоторым воображаемым неподвижным электроном.

Пусть $\alpha, \beta, \gamma; f, g, h$ — реальное поле и $\alpha', \beta', \gamma'; f', g', h'$ — поле, получающееся после преобразования Лоренца, т. е. соответствующее неподвижному электрону. Тогда имеем:

$$\begin{aligned}\alpha' &= \beta' = \gamma' = 0, \\ f' &= -d\psi'/dx', \\ g' &= -d\psi'/dy', \quad h' = -d\psi'/dz';\end{aligned}$$

и для реального поля (согласно формулам (9) § 1):

$$\begin{aligned}\alpha &= 0, \quad \beta = \epsilon h, \quad \gamma = -\epsilon g, \\ f &= l^2 f', \quad g = kl^2 g', \quad h = kl^2 h'.\end{aligned}\tag{1}$$

Определим сейчас полную энергию движения электрона, а также соответствующее действие и электромагнитное количество движения, чтобы затем перейти к вычислению электромагнитных масс электрона. Для удаленной точки достаточно рассматривать электрон в виде одной точки; таким образом, можно свести все вычисление к формулам (4) предыдущего параграфа, которые, вообще говоря, окажутся пригодными. Однако здесь они будут недостаточны, так как энергия локализуется главным образом в наиболее близких к электрону частях эфира.

Относительно этого пункта можно высказать несколько гипотез. Согласно Абрагаму, электроны представляются сферическими и недеформируемыми. Тогда, применяя преобразования Лоренца, мы видим, что если реальный электрон был сферическим, то воображаемый становится эллипсоидом. Уравнение этого эллипсоида, согласно § 1, имеет вид

$$\begin{aligned}k^2(x' - \epsilon t' - \xi t' + \epsilon \xi x')^2 + (y' - \eta kt' + \eta k \epsilon x')^2 + \\ + (z' - \zeta kt' + \zeta k \epsilon x')^2 = l^2 r^2.\end{aligned}$$

Но в данном случае:

$$\xi + \epsilon = \eta = \zeta = 0, \quad 1 + \epsilon \xi = 1 - \epsilon^2 = 1/k^2,$$

так что уравнение эллипсоида принимает следующий вид:

$$(x'^2/k^2) + y'^2 + z'^2 = l^2 r^2.$$

Если радиус реального электрона — r , то полуоси воображаемого электрона равны klr, lr, lr .

Напротив, по гипотезе Лоренца, электроны при движении деформируются таким образом, что реальный электрон становится эллипсоидом, в то время как воображаемый покоящийся электрон всегда представляется шаром радиуса r . Тогда полуоси реального электрона равны: r/lk , r/l , r/l .

Назовем выражения: $A = 1/2 \int f^2 d\tau$ продольной электрической энергией,

$$B = \frac{1}{2} \int (g^2 + h^2) d\tau$$

поперечной электрической энергией и

$$C = \frac{1}{2} \int (\beta^2 + \gamma^2) d\tau$$

поперечной магнитной энергией.

Продольной магнитной энергии не существует, так как $\alpha = \alpha' = 0$. Обозначим через A' , B' , C' соответствующие величины в преобразованной системе. Прежде всего находим $C' = 0$, $C = \varepsilon^2 B$.

С другой стороны, замечая, что реальное поле зависит только от $x = \varepsilon t$, y , z , мы можем написать:

$$d\tau = d(x + \varepsilon t) dx dz,$$

$$d\tau' = dx' dy' dz' = kl^3 d\tau,$$

откуда

$$A' = kl^{-1} A, \quad B' = k^{-1} l^{-1} B,$$

$$A = lk^{-1} A', \quad B = kl B'.$$

В гипотезе Лоренца $B' = 2A'$, где A' — постоянная, обратно пропорциональная радиусу электрона и не зависящая от скорости реального электрона.

Таким образом, для полной энергии получаем

$$A + B + C = A' lk (3 + \varepsilon^2)$$

и для действия (в единицу времени)

$$A + B - C = 3A' lk.$$

Далее, для электромагнитного количества движения находим

$$\begin{aligned} D &= \int (g\gamma - h\beta) d\tau = -\varepsilon \int (g^2 + h^2) d\tau = \\ &= -2\varepsilon B = -4\varepsilon kl A'. \end{aligned}$$

Но между энергией $E = A + B + C$, действием $H = A + B - C$ и количеством движения D должны существовать некоторые соотношения. Первое из них имеет вид $E = H - \varepsilon (dH/d\varepsilon)$, а второе: $dD/d\varepsilon = -(1/\varepsilon) (dE/d\varepsilon)$; откуда

$$D = dH/d\varepsilon, \quad E = H - \varepsilon D. \quad (2)$$

Второе из уравнений (2) удовлетворяется всегда, первое же только в том случае, если

$$l = (1 - \varepsilon^2)^{1/6} = k^{-1/3},$$

т. е. если объем воображаемого электрона равен объему действительного электрона или, иначе, если объем электрона постоянен. В этом состоит гипотеза Ланжевена.

Это находится в противоречии с результатами § 4 и с результатом, полученным Лоренцем иным путем. Займемся выяснением такого противоречия. Но прежде чем приступить к этому выяснению, заметим, что какую бы гипотезу мы ни приняли, мы всегда будем иметь

$$H = A + B - C = (l/k)(A' + B')$$

или, так как $C' = 0$,

$$H = (l/k)H'. \quad (3)$$

Этот результат можно сопоставить с уравнением $\mathcal{Y} = \mathcal{Y}'$, полученным в § 3. В самом деле, мы имеем:

$$\mathcal{Y} = \int H dt, \quad \mathcal{Y}' = \int H' dt'.$$

Замечая, что состояние системы зависит только от $x + \varepsilon t$, y , z , т. е. от x' , y' , z' , получаем:

$$\begin{aligned} t' &= (l/k) t + \varepsilon x', \\ dt' &= (l/k) dt. \end{aligned} \quad (4)$$

Сопоставляя уравнения (3) и (4), находим, что $\mathcal{Y} = \mathcal{Y}'$.

Примем какую-нибудь гипотезу — будь то гипотеза Лоренца, Абрагама, Ланжевена или какая-нибудь промежуточная гипотеза. Пусть r , θr , θr будут три полуоси реального электрона. Для воображаемого электрона они превратятся в klr , θlr , θlr . Тогда $A' + B'$ будет электростатической энергией эллипсоида с осями klr , θlr , θlr .

Если предположить, что электричество распределено на поверхности электрона, как на проводнике, или равномерно распределено внутри этого электрона, то энергия примет вид $A' + B' = \varphi(\theta/k)/klr$, где φ считается известной функцией.

Гипотеза Абрагама состоит в предположении $r = \text{const}$, $\theta = 1$.

Согласно же Лоренцу, $l = 1$, $kr = \text{const}$, $\theta = k$.

Наконец, согласно Ланжевону, $l = k^{-1/3}$, $k = \theta$, $klr = \text{const}$.
Далее находим

$$H = \frac{\varphi(\theta/k)}{k^{\varepsilon} r}.$$

Абрагам, в иных обозначениях, получает (Göttinger Nachrichten, 1902),

$$H = (a/r) (1 - \varepsilon^2)/\varepsilon \lg (1 + \varepsilon)/(1 - \varepsilon),$$

где a — постоянная. Но по гипотезе Абрагама $\theta = 1$; поэтому получаем следующее уравнение, определяющее функцию φ :

$$\begin{aligned} \varphi(1/k) &= ak^2 (1 - \varepsilon^2)/\varepsilon \lg (1 + \varepsilon)/(1 - \varepsilon) = \\ &= (a/\varepsilon) \lg (1 + \varepsilon)/(1 - \varepsilon). \end{aligned} \quad (5)$$

Установив это, представим себе, что электрон подвержен такой связи, что между r и θ существует некоторое соотношение. По гипотезе Лоренца это соотношение имело бы вид $\theta r = \text{const}$, а по Ланжевону $\theta^2 r^3 = \text{const}$.

Мы предположим более общий вид: $r = b\theta^m$, где b — постоянная. Откуда

$$H = (1/bk^2)\theta^{-m} \varphi(\theta/k).$$

Какую форму примет электрон при скорости, равной ε , если предположить, что кроме сил связи на него не действуют никакие силы?

Эта форма определяется равенствами:

$$\partial H / \partial \theta = 0, \quad (6)$$

или

$$-m\theta^{-m-1} \varphi + \theta^{-m} k^{-1} \varphi' = 0,$$

или

$$\varphi' / \varphi = mk / \theta.$$

Если мы желаем, чтобы имело место такое равновесие, при котором $\theta = k$, необходимо, чтобы при $\theta/k = 1$ логарифмическая производная φ была равна m .

Разлагая $1/k$ и правую часть (5) в ряд по степеням ε и пренебрегая высшими степенями ε , получаем

$$\varphi [1 - (\varepsilon^2/2)] = a [1 + (\varepsilon^2/3)].$$

Дифференцируя, будем иметь

$$-\varepsilon \varphi' [1 - (\varepsilon^2/2)] = (2/3)\varepsilon a.$$

Для $\varepsilon = 0$, т. е. когда аргумент φ равен 1, эти уравнения принимают вид:

$$\varphi = a, \quad \varphi' = -(2/3)a, \quad \varphi' / \varphi = -2/3. \quad (7)$$

Итак, в согласии с гипотезой Ланжевена должно иметь место $m = -2/3$.

Этот результат должен быть согласован с соответствующим выводом первого уравнения (2), от которого он в сущности не отличается. В самом деле, предположим, что на каждый элемент dt электрона действует сила Xdt , параллельная оси x , причем X — одно и то

же для всех элементов. Тогда, по определению количества движения, будем иметь

$$dD/dt = \int X d\tau.$$

С другой стороны, принцип наименьшего действия дает нам:

$$\delta Y = \int X \delta U d\tau dt, \quad Y = \int H dt, \quad \delta Y = \int D \delta U dt,$$

где δU — перемещение центра тяжести электрона; H зависит от θ и ε , если τ и θ связаны друг с другом уравнением связи. Поэтому имеем

$$\delta Y = \int [(\partial H/\partial \varepsilon) \delta \varepsilon + (\partial H/\partial \theta) \delta \theta] dt.$$

С другой стороны, $\delta \varepsilon = -d\delta U/dt$, откуда, интегрируя по частям, получаем:

$$\int D \delta \varepsilon dt = \int D \delta U dt, \\ \int [(\partial H/\partial \varepsilon) \delta \varepsilon + (\partial H/\partial \theta) \delta \theta] dt = \int D \delta \varepsilon dt,$$

отсюда

$$D = \partial H/\partial \varepsilon, \quad \partial H/\partial \theta = 0.$$

Но производная $dH/d\varepsilon$, входящая в правую часть уравнения (2), взята в предположении, что θ есть функция от ε , поэтому

$$dH/d\varepsilon = \partial H/\partial \varepsilon + (\partial H/\partial \theta) (d\theta/d\varepsilon).$$

Таким образом, уравнение (2) эквивалентно уравнению (6).

Мы заключаем, что если на три оси электрона наложена некоторая связь и *если, кроме сил связи, нет никакой другой силы*, то форма, которую примет электрон при равномерном движении, только тогда будет сфероид для соответствующего воображаемого электрона, когда связь приведет к постоянству объема, в согласии с гипотезой Ланжевена. Мы пришли, таким образом, к постановке следующей задачи: какими будут те дополнительные силы, кроме сил связи, которые необходимо ввести для того, чтобы прийти к закону Лоренца или, в более общем случае, к любому закону, отличному от закона Ланжевена?

Самая простая гипотеза и первая из тех, которые мы должны рассмотреть, состоит в том, что эти дополнительные силы происходят от некоторого потенциала, зависящего от трех осей эллипсоида и, следовательно, от θ и r . Пусть $F(\theta, r)$ будет этим потенциалом. В этом случае действие

$$Y = \int [H + F(\theta, r)] dt,$$

и условия равновесия запишутся в виде:

$$dH/d\theta + dF/d\theta = 0, \quad dH/dr + dF/dr = 0. \quad (8)$$

Предполагая, что r и θ связаны друг с другом соотношением $r = b\theta^m$, мы можем рассмотреть r как функцию от θ , считая, таким образом, что F зависит только от θ , и сохранить только первое из уравнений (8), где

$$H = \varphi/bk^2\theta^m, \quad dH/d\theta = -m\varphi/bk^2\theta^{m+1} + \varphi'/bk^2\theta^m.$$

Необходимо, чтобы уравнение (8) удовлетворялось при $k = \theta$; принимая во внимание уравнение (7), это дает $dF/d\theta = (ma/b\theta^{m+3}) + (2/3)(a/b\theta^{m+3})$, откуда

$F = -(m + 2/3)a/b\theta^{m+2} (m + 2)$, и для $m = -1$, соответствующего гипотезе Лоренца,

$$F = a/3b\theta.$$

Допустим теперь, что не имеется никакой связи, т. е. будем рассматривать r и θ как независимые переменные. В таком случае сохраняются оба уравнения (8), причем $H = \varphi/k^2r$, $dH/d\theta = \varphi'/k^2r$, $dH/dr = -\varphi/k^2r^2$. Уравнения (8) должны удовлетворяться при $k = \theta$ и $r = b\theta^m$; это дает:

$$dF/dr = a/b^2\theta^{2m+2}, \quad dF/d\theta = (2/3)(a/b\theta^{m+3}). \quad (9)$$

Один из способов удовлетворить этим условиям состоит в том, что мы полагаем

$$F = Ar^\alpha\theta^\beta, \quad (10)$$

где A , α и β — постоянные.

Уравнения (9) должны удовлетворяться при $k = \theta$ и $r = b\theta^m$, что дает:

$$\begin{aligned} A\alpha b^{\alpha-1} \theta^{m\alpha-m+\beta} &= a/b^2 \theta^{2m+2}, \\ A\beta b^\alpha \theta^{m\alpha+\beta-1} &= (2/3)(a/b\theta^{m+3}). \end{aligned}$$

Отождествляя, находим

$$\alpha = 3\gamma, \quad \beta = 2\gamma, \quad \gamma = -(m+2)/(3m+2), \quad A = a/\alpha b^{\alpha+1}. \quad (11)$$

Но объем эллипсоида пропорционален $r^3\theta^2$, поэтому добавочный потенциал пропорционален степени γ объема электрона. Гипотезе Лоренца соответствует $m = -1$, $\gamma = 1$.

Таким образом, мы приходим к гипотезе Лоренца, при условии присоединения добавочного потенциала, пропорционального объему электрона.

Гипотеза Ланжевена соответствует случаю $\gamma = \infty$.

§ 7. КВАЗИСТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Остается рассмотреть, учитывает ли эта гипотеза о сокращении электрона невозможность наблюдать абсолютное движение. Начнем со случая квазистационарного движения электрона, свободного или подверженного только действию других

удаленных электронов. Известно, что квазистационарным движением называется такое движение, при котором изменения скорости настолько медленны, что энергии — электрическая и магнитная — мало отличаются от соответствующих значений для равномерного движения. Известно также, что, исходя из этого определения квазистационарного движения, Абрагам пришел к установлению понятий электромагнитных масс — продольной и поперечной.

Уточним эти понятия. Пусть действие за единицу времени равно

$$H = \frac{1}{2} \int (\Sigma f^2 - \Sigma \alpha^2) dt,$$

где для данного момента мы рассматриваем электрическое и магнитное поля, обусловленные только движением свободного электрона. В предыдущем параграфе, рассматривая движение как равномерное, мы считали, что H зависит от скорости ξ , η , ζ центра тяжести (эти три составляющие имели в предыдущем параграфе значения ϵ , 0 , 0) и от параметров r и θ , определяющих форму электрона. Но если движение неравномерно, то H будет зависеть от значений ξ , η , ζ , r , θ не только в данный момент, но и от значений этих величин в другие моменты. Последние могут отличаться от данного момента на величину, порядок которой равен времени, необходимо для прохождения света от одной точки электрона к другой. Иными словами, H будет зависеть не только от ξ , η , ζ , r , θ , но и от их производных всех порядков по времени.

Движение будет квазистационарным тогда, когда последовательными частными производными H по производным ξ , η , ζ , r , θ можно пренебречь по сравнению с частными производными H по самим величинам ξ , η , ζ , r , θ . Уравнения такого движения можно записать в виде:

$$\begin{aligned} dH/d\theta + dF/d\theta = dH/d\tau + dF/dr = 0, \\ \frac{d}{dt} \cdot \frac{dH}{d\xi} = - \int X dt, \quad \frac{d}{dt} \cdot \frac{dH}{d\eta} = - \int Y dt, \\ \frac{d}{dt} \cdot \frac{dH}{d\zeta} = - \int Z dt. \end{aligned} \quad (1)$$

В этих уравнениях F имеет то же значение, что и в предыдущем параграфе. X , Y , Z суть составляющие силы, действующей на электрон; эта сила происходит только от электрического и магнитного полей, обусловленных другими электронами.

Заметим, что H зависит от ξ , η , ζ только через промежуточную функцию $V = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$, т. е. через скорость. Следовательно, обозначая через D количество движения, имеем $dH/d\xi = (dH/dV)(\xi/V) = -D\xi/V$, откуда

$$-\frac{d}{dt} \cdot \frac{dH}{d\xi} = \frac{D}{V} \cdot \frac{d\xi}{dt} - D \frac{\xi}{V^2} \cdot \frac{dV}{dt} + \frac{dD}{dV} \cdot \frac{\xi}{V} \cdot \frac{dV}{dt}, \quad (2)$$

$$-\frac{d}{dt} \cdot \frac{dH}{d\eta} = \frac{D}{V} \cdot \frac{d\eta}{dt} - D \frac{\eta}{V^2} \cdot \frac{dV}{dt} + \frac{dD}{dV} \cdot \frac{\xi}{V} \cdot \frac{dV}{dt}, \quad (3)$$

где

$$V \frac{dV}{dt} = \sum_{\xi} \xi \frac{d\xi}{dt}. \quad (4)$$

Полагая, что истинное направление скорости совпадает с осью x , получим:

$$\xi = V, \quad \eta = \zeta = 0, \quad d\xi/dt = dV/dt;$$

в соответствии с этим уравнения (2) и (3) примут вид:

$$-\frac{d}{dt} \cdot \frac{dH}{d\xi} = \frac{dD}{dV} \cdot \frac{d\xi}{dt}, \quad -\frac{d}{dt} \cdot \frac{dH}{d\eta} = \frac{D}{V} \cdot \frac{d\eta}{dt},$$

а три последние уравнения (1):

$$\frac{dD}{dV} \cdot \frac{d\xi}{dt} = \int X d\tau, \quad \frac{D}{V} \cdot \frac{d\eta}{dt} = \int Y d\tau, \quad \frac{D}{V} \cdot \frac{d\zeta}{dt} = \int Z d\tau.$$

Вот почему Абрагам дал величине dD/dV название *продольной массы*, а D/V — *поперечной массы*; напомним, что $D = dH/dV$.

По гипотезе Лоренца, имеем $D = -dH/dV = -\partial H/\partial V$, где $\partial H/\partial V$ представляет производную по V , после того как r и θ заменены в функции V их значениями, полученными из первых двух уравнений (1). После этой подстановки имеем $H = +A\sqrt{1-V^2}$.

Выберем единицы, таким образом, чтобы постоянный множитель A был равен 1; я полагаю также $\sqrt{1-V^2} = h$, откуда

$$H = +h, \quad D = V/h, \quad dD/dV = h^{-3}, \quad (dD/dV)(1/V^3) - (D/V^3) = h^{-3}.$$

Положим, далее, $M = VdV/dt = \sum \xi d\xi/dt$, $X_1 = \int X d\tau$. Следовательно, для уравнения квазистационарного движения получаем

$$h^{-1} (d\xi/dt) + h^{-3} \xi M = X_1. \quad (5)$$

Посмотрим, как изменятся эти уравнения от преобразования Лоренца. Полагая $1 + \xi\varepsilon = \mu$, будем иметь прежде всего $\mu\xi' = \xi + \varepsilon$, $\mu\eta' = \eta/k$, $\mu\zeta' = \zeta/k$, откуда легко получаем $\mu h' = h/k$.

Мы имеем также $dt' = k\mu dt$, откуда

$$d\xi'/dt' = (d\xi/dt)(1/k^3\mu^3), \quad (d\eta'/dt') = (d\eta/dt)(1/k^2\mu^2) - (d\xi/dt)(\eta\varepsilon/k^2\mu^3),$$

$$d\zeta'/dt' = (d\zeta/dt)(1/k^2\mu^2) - (d\xi/dt)(\zeta\varepsilon/k^2\mu^3)$$

и $M' = (d\xi'/dt')(e h^2/k^3 \mu^4) + (M/k^3 \mu^3)$; следовательно,

$$h'^{-1} \frac{d\xi'}{dt'} + h'^{-3} \xi' M' = [h^{-1} (d\xi/dt) + h^{-3} (\xi + \varepsilon) M] \mu^{-1}, \quad (6)$$

$$h'^{-1} (d\eta'/dt') + h'^{-3} \eta' M' = [h^{-1} (d\eta/dt) + h^{-3} \eta M] \mu^{-1} h^{-1}. \quad (7)$$

Обратимся к уравнениям (11a) § 1; можно считать, что X_1 , Y_1 , Z_1 имеют в них то же значение, что и в уравнениях (5).

С другой стороны, мы имеем $l = 1$ и $\rho'/\rho = k\mu$; поэтому эти уравнения примут вид:

$$\left. \begin{aligned} X'_1 &= \mu^{-1} (X_1 + \varepsilon \Sigma X_1 \xi), \\ Y'_1 &= k^{-1} \mu^{-1} Y_1. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Вычисляя $\Sigma X_1 \xi$ при помощи уравнения (5), находим

$$\Sigma X_1 \xi = h^{-3} M,$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} X'_1 &= \mu^{-1} (X_1 + \varepsilon h^{-3} M), \\ Y'_1 &= k^{-1} \mu^{-1} Y_1. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Сравнивая уравнения (5) — (7) и (9), находим окончательно:

$$\left. \begin{aligned} h'^{-1} \frac{d\xi'}{dt'} + h'^{-3} \xi' M' &= X'_1, \\ h'^{-1} \frac{d\eta'}{dt'} + h'^{-3} \eta' M' &= Y'_1, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

т. е. уравнения квазистационарного движения не изменяются от преобразования Лоренца. Это, однако, еще не значит, что только гипотеза Лоренца приводит к такому результату. Для того чтобы обосновать последнее положение, мы ограничимся, как это сделал Лоренц, частными случаями, рассмотрение которых будет, очевидно, достаточным для доказательства обратной теоремы.

Прежде всего выясним, каким образом мы обобщим гипотезы, на которых основано предыдущее вычисление.

1. Вместо того чтобы полагать в преобразовании Лоренца $l = 1$, будем считать l произвольным.

2. Вместо того чтобы предполагать, что F пропорционально объему и, следовательно, H пропорционально h , положим, что F — произвольная функция от θ и r (после замены θ и r их значениями в функции V , полученными из первых двух уравнений (1)), так что H будет произвольной функцией от V .

Замечу прежде всего, что если положить $H = h$, то $l = 1$ и уравнения (6) и (7) действительно удовлетворяются, при этом только правые части необходимо помножить на $1/l$; так же точно, как и уравнения (9), если их правые части помножить на $1/l^2$, и, наконец, уравнения (10), если правые части будут умножены на $1/l$. Таким образом, если мы желаем, чтобы уравнения движения не изменялись от преобразования Лоренца, т. е. чтобы уравнения (10) отличались от уравнений (5) только штрихами у букв, необходимо положить $l = 1$.

Предположим теперь, что $\eta = \xi = 0$, откуда $\xi = V$, $d\xi/dt = dV/dt$; тогда уравнения (5) примут вид:

$$-\frac{d}{dt} \cdot \frac{dH}{d\xi} = \frac{dD}{dV} \cdot \frac{d\xi}{dt} = X_1, \quad -\frac{d}{dt} \cdot \frac{dH}{d\eta} = \frac{D}{V} \cdot \frac{d\eta}{dt} = Y_1. \quad (5a)$$

Мы можем, кроме того, положить:

$$dD/dV = f(V) = f(\xi), \quad D/V = \varphi(V) = \varphi(\xi).$$

Если уравнения движения не изменяются от преобразования Лоренца, то должно иметь место:

$$f(\xi) d\xi/dt = X_1,$$

$$\varphi(\xi) d\eta/dt = Y_1,$$

$$f(\xi') d\xi'/dt' = X'_1 = l^{-2} \mu^{-1} (X_1 + \varepsilon \Sigma X_1 \xi) = l^{-2} \mu^{-1} X_1 (1 + \varepsilon \xi) = l^{-2} X_1,$$

$$\varphi(\xi') d\eta'/dt' = Y'_1 = l^{-2} k^{-1} \mu^{-1} Y_1$$

и, следовательно,

$$\left. \begin{aligned} f(\xi) d\xi/dt &= l^2 f(\xi') d\xi'/dt', \\ \varphi(\xi) d\eta/dt &= l^2 k \mu \varphi(\xi') d\eta'/dt'. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Но $d\xi'/dt' = (d\xi/dt)(1/k^2 \mu^2)$ и $d\eta'/dt' = (d\eta/dt)(1/k^2 \mu^2)$, откуда

$$f(\xi') = f\left(\frac{\xi + \varepsilon}{1 + \xi \varepsilon}\right) = f(\xi) \frac{k^3 \mu^3}{l^2},$$

$$\varphi(\xi') = \varphi\left(\frac{\xi + \varepsilon}{1 + \xi \varepsilon}\right) = \varphi(\xi) \frac{k \mu}{l^2};$$

следовательно, исключая l^2 , получаем следующее функциональное уравнение:

$$k^2 \mu^2 \varphi\left(\frac{\xi + \varepsilon}{1 + \xi \varepsilon}\right) / \varphi(\xi) = f\left(\frac{\xi + \varepsilon}{1 + \xi \varepsilon}\right) / f(\xi)$$

или, полагая

$$\varphi(\xi)/f(\xi) = \Omega(\xi) = \frac{D}{V(dD/dV)},$$

получаем уравнение

$$\Omega\left(\frac{\xi + \varepsilon}{1 + \xi \varepsilon}\right) = \Omega(\xi) \frac{1 + \varepsilon^2}{(1 + \xi \varepsilon)^2},$$

которое должно удовлетворяться при всех значениях ξ и ε . При $\xi = 0$ $\Omega(\varepsilon) = \Omega(0)(1 - \varepsilon^2)$, откуда

$$D = A (V/\sqrt{1 - V^2})^m,$$

где A — постоянная и $\Omega(0) = 1/m$.

Теперь находим:

$$\varphi(\xi) = (A/\xi) (\xi/\sqrt{1 - V^2})^m,$$

$$\varphi(\xi') = [A\mu/(\xi + \varepsilon)] [(\xi + \varepsilon)/\sqrt{1 - \xi^2} \sqrt{1 - \varepsilon^2}]^m.$$

Но $\varphi(\xi') = \varphi(\xi) k\mu/l^2$, следовательно,

$$(\xi + \varepsilon)^{m-1} (1 - \varepsilon^2)^{-m/2} = -\xi^{m-1} (1 - \varepsilon^2)^{-1/2} l^{-2}.$$

Ввиду того что l должно зависеть только от v (так как при наличии нескольких электронов l должно иметь одно и то же значение для всех электронов, скорости ξ которых могут быть различными), то это тождество может иметь место только при $m = 1, l = 1$.

Итак, гипотеза Лоренца будет единственной, которая согласуется с невозможностью доказательства абсолютного движения. Допуская эту невозможность, необходимо принять, что электроны при своем движении сокращаются и превращаются в эллипсоиды вращения, у которых две оси остаются постоянными. Следовательно, как мы показали в предыдущем параграфе, необходимо допустить существование добавочного потенциала, пропорционального объему электрона.

Таким образом, результаты Лоренца полностью подтверждаются; однако мы можем еще убедиться в действительной причине исследуемого нами обстоятельства; эту причину следует искать в рассуждениях § 4.

Преобразования, не изменяющие уравнения движения, должны составлять группу, а это может иметь место только при $l = 1$.

Так как мы не можем узнать, находится ли электрон в состоянии покоя или в состоянии абсолютного движения, то необходимо, чтобы при своем движении он подвергался деформации, которая должна быть точно такой, как предписывается ему соответствующим преобразованием группы.

§ 8. ПРОИЗВОЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Предыдущие результаты применимы только к квазистационарному движению, однако их можно легко распространить на общий случай; для этого достаточно учесть сказанное в § 3, т. е. исходить из принципа наименьшего действия.

Прибавим к выражению для действия

$$\mathcal{J} = \int dt d\tau [(\Sigma f^2/2) - (\Sigma \alpha^2/2)]$$

член, представляющий добавочный потенциал F (§ 6); этот член, очевидно, принимает вид

$$\mathcal{J}_1 = \int \Sigma (F) dt,$$

где $\Sigma (F)$ представляет сумму добавочных потенциалов, происходящих от различных электронов, каждый из которых пропорционален объему соответствующего электрона. Мы пишем (F) в скобках, для того чтобы не смешивать его с вектором (F, G, H) .

Тогда полное действие равно $\mathcal{J} + \mathcal{J}_1$. В § 3 мы видели, что \mathcal{J} не изменяется от преобразований Лоренца; покажем теперь, что то же относится и к \mathcal{J}_1 . Для каждого из электронов имеем $(F) = \omega_0 \tau$, где

ω_0 — коэффициент, характеризующий данный электрон, а τ — его объем, поэтому мы можем написать

$$\Sigma(F) = \int \omega_0 d\tau.$$

Интеграл здесь должен быть распространен по всему пространству и притом так, чтобы коэффициент ω_0 вне электронов был равен нулю, а внутри каждого электрона — коэффициенту, характеризующему этот электрон. В таком случае имеем

$$\mathcal{Y}_1 = \int \omega_0 d\tau dt,$$

и после преобразования Лоренца

$$\mathcal{Y}'_1 = \int \omega'_0 d\tau' dt'.$$

Но $\omega_0 = \omega'_0$, ибо если точка принадлежит электрону, то соответствующая точка после преобразования Лоренца также принадлежит *той же самому* электрону. С другой стороны, в § 3 мы нашли

$$d\tau' dt' = l^4 d\tau dt$$

и, так как мы полагаем здесь $l = 1$, $d\tau' dt' = d\tau dt$. Таким образом, имеем

$$\mathcal{Y}_1 = \mathcal{Y}'_1.$$

Следовательно, наша теорема является общей; одновременно она дает нам решение поставленного в конце § 1 вопроса: каковы добавочные силы, не изменяющиеся от преобразования Лоренца. Добавочный потенциал (F) удовлетворяет этому условию.

Таким образом, мы можем обобщить результат, полученный в конце § 1, и сказать:

Если инерция электронов имеет исключительно электромагнитное происхождение и если электроны подвержены действию только электромагнитных сил или сил, вызываемых добавочным потенциалом (F), то никакой опыт не в состоянии показать наличие абсолютного движения.

Каковы же те силы, которые вызываются потенциалом (F)? Они, очевидно, могут быть уподоблены давлению, господствующему внутри электрона; все происходит так, как если бы каждый электрон был полым пространством, находящимся под постоянным внутренним давлением (независимым от объема); работа такого давления была бы, очевидно, пропорциональна изменениям объема. Я должен заметить, однако, что это давление отрицательно. Обратимся к уравнению (10) § 6. По гипотезе Лоренца, оно переписется в виде $F = Ar^3\theta^2$. Уравнения (11) § 6 дадут нам $A = a/3b^4$. Рассматриваемое нами давление равно A с точностью до постоянного коэффициента, который отрицателен.

Вычислим теперь массу электрона, я имею в виду «экспериментальную массу», т. е. массу при малых скоростях. Согласно § 6, имеем:

$$H = \frac{\varphi(\theta/k)}{k^2 r}, \quad \theta = k, \quad \varphi = a, \quad \theta r = b,$$

откуда

$$H = a/bk = (a/b)\sqrt{1 - V^2}.$$

Для очень малого V можно написать

$$H = (a/b)[1 - (V^2/2)].$$

Таким образом, масса, как продольная, так и поперечная, равна a/b . Но a есть численная постоянная, и это показывает, что *давление, обусловленное нашим добавочным потенциалом, пропорционально четвертой степени экспериментальной массы электрона.*

Так как ньютоновское притяжение также пропорционально этой экспериментальной массе, то появляется искушение заключить, что между причиной, вызывающей тяготение, и причиной, порождающей этот добавочный потенциал, существует некоторое соотношение.

§ 9. ГИПОТЕЗЫ О ТЯГОТЕНИИ

Итак, теория Лоренца полностью объясняет невозможность показать опытным путем наличие абсолютного движения в случае, если все силы будут электромагнитного происхождения.

Однако существуют силы, которым нельзя приписать электромагнитное происхождение, как, например, силы тяготения. В самом деле, может случиться, что две системы тел порождают эквивалентные электромагнитные поля, т. е. оказывают одинаковое действие на наэлектризованные тела и токи, но, однако, эти две системы оказывают различное гравитационное действие на ньютоновские массы.

Следовательно, поле тяготения отличается от электромагнитного поля. Поэтому Лоренц вынужден был дополнить свою гипотезу предположением, *что силы любого происхождения, и в частности силы тяготения, ведут себя при поступательном движении (или, если угодно, при преобразовании Лоренца) совершенно так же, как электромагнитные силы.*

Нам необходимо теперь заняться более детальным рассмотрением этой гипотезы. Если мы желаем, чтобы ньютоновская сила вела себя указанным образом при преобразовании Лоренца, то мы уже не можем предполагать, что эта сила зависит только от относительного положения двух притягивающихся тел в рассматриваемый момент. Она должна зависеть, кроме того, от скоростей обоих тел. Но это не все: естественно предположить, что если сила, действующая в момент t на притягиваемое тело, зависит от его положения и скоро-

сти в тот же момент, то она зависит, кроме того, от положения и скорости *притягивающего* тела, но уже не в момент t , а в *предшествующий момент*, как если бы силы тяготения требовали некоторого времени для своего распространения. Будем рассматривать, таким образом, положение притягиваемого тела в момент t_0 , и пусть x_0, y_0, z_0 будут его координаты в этот момент, а ξ, η, ζ — составляющие его скорости. Рассмотрим, с другой стороны, притягивающее тело в момент $t_0 + t$, и пусть в этот момент его координатами будут $x_0 + x, y_0 + y, z_0 + z$, а составляющими скорости ξ_1, η_1, ζ_1 .

Прежде всего мы должны получить соотношение для определения времени

$$\varphi(t, x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1) = 0. \quad (1)$$

Это соотношение определит закон распространения сил тяготения (при этом мы вовсе не предполагаем, что распространение происходит с одинаковой скоростью по всем направлениям).

Пусть теперь X_1, Y_1, Z_1 будут тремя составляющими силы, действующей в момент t на притягиваемое тело. Задача заключается в том, чтобы выразить X_1, Y_1, Z_1 как функции от

$$t, x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1. \quad (2)$$

Какие условия должны быть при этом выполнены?

1. Соотношение (1) не должно меняться от преобразований группы Лоренца.

2. Составляющие X_1, Y_1, Z_1 должны вести себя при преобразовании Лоренца так же, как электромагнитные силы, обозначаемые теми же буквами, т. е. согласно уравнениям (11) § 1.

3. Когда оба тела находятся в покое, мы должны вернуться к обыкновенному закону притяжения.

Важно отметить, что в этом последнем случае соотношение (1) не имеет места, ибо, когда оба тела находятся в покое, время t уже не играет никакой роли. Задача, поставленная таким образом, является, очевидно, неопределенной. Поэтому мы попытаемся удовлетворить, насколько возможно, другим дополнительным условиям.

4. Так как астрономические наблюдения не обнаруживают, по видимому, заметных отклонений от закона Ньютона, то мы выберем решение, наименее расходящееся с этим законом для малых скоростей обоих тел.

5. Попытаемся распорядиться так, чтобы время t всегда было отрицательным; в самом деле, если понятно, что гравитационный эффект требует некоторого времени для своего распространения, то очень трудно усмотреть, каким образом этот эффект может зависеть от *недостигнутого еще* положения притягивающего тела.

Существует случай, когда неопределенность задачи исчезает; это происходит тогда, когда два тела находятся в *относительном* покое одно по отношению к другому, т. е. когда $\xi = \xi_1, \eta = \eta_1, \zeta = \zeta_1$; поэтому рассмотрим сначала этот случай, полагая, что ско-

рости постоянны, т. е. что оба тела участвуют в общем движении переноса, равномерном и прямолинейном.

Положим, что ось x параллельна направлению этого переноса, так что $\eta = \zeta = 0$, и возьмем $\varepsilon = -\xi$.

Применяя при этих условиях преобразование Лоренца, получаем, что после преобразования оба тела будут находиться в состоянии покоя, и, следовательно, $\xi' = \eta' = \zeta' = 0$. Так как составляющие X'_1, Y'_1, Z'_1 должны удовлетворять закону Ньютона, то мы будем иметь с точностью до постоянного множителя

$$\left. \begin{aligned} X'_1 &= -x'/r'^3, \quad Y'_1 = -y'/r'^3, \quad Z'_1 = -z'/r'^3; \\ r'^2 &= x'^2 + y'^2 + z'^2. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Но, согласно § 1,

$$\begin{aligned} x' &= k(x + \varepsilon t), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = k(t + \varepsilon x), \quad \rho'/\rho = k(1 + \xi\varepsilon) = \\ &= k(1 - \varepsilon^2) = 1/k, \quad \sum X_1 \xi = -X_1 \varepsilon, \quad X'_1 = k(\rho/\rho')(X_1 + \varepsilon \sum X_1 \xi) = \\ &= k^2 X_1 (1 - \varepsilon^2) = X_1, \quad Y'_1 = (\rho/\rho') Y_1 = k Y_1, \quad Z'_1 = k Z_1. \end{aligned}$$

Кроме того, имеем:

$$x + \varepsilon t = x - \xi t, \quad r'^2 = k^2 (x - \xi t)^2 + y^2 + z^2$$

и

$$X_1 = -k(x - \xi t)/r'^3, \quad Y_1 = -y/kr'^3, \quad Z_1 = -z/kr'^3, \quad (4)$$

что можно написать в виде:

$$X_1 = dV/dx, \quad Y_1 = dV/dy, \quad Z_1 = dV/dz, \quad V = 1/kr'. \quad (4a)$$

На первый взгляд кажется, что здесь имеется неопределенность, так как мы не сделали никакого предположения о значении t , т. е. о скорости распространения; к тому же x есть функция от t ; однако легко видеть, что в наши формулы входят только выражения $x - \xi t$, y , z , которые не зависят от t .

Очевидно, что если два тела участвуют в общем переносе, то сила, действующая на притягиваемое тело, нормальна к эллипсоиду, имеющему в качестве центра притягивающее тело.

Чтобы продолжить наше исследование, необходимо найти инварианты группы Лоренца.

Мы знаем, что подстановки этой группы (при $l = 1$) являются линейными подстановками, не изменяющими квадратичной формы $x^2 + y^2 + z^2 - t^2$. Положим, с другой стороны, $\xi = dx/dt$, $\eta = dy/dt$, $\zeta = dz/dt$, $\xi_1 = \delta_1 x / \delta_1 t$, $\eta_1 = \delta_1 y / \delta_1 t$, $\zeta_1 = \delta_1 z / \delta_1 t$.

Мы видим, что в результате преобразования Лоренца величины δx , δy , δz , δt и $\delta_1 x$, $\delta_1 y$, $\delta_1 z$, $\delta_1 t$ подвергаются таким же линейным подстановкам, как x , y , z , t . Будем рассматривать x , y , z , $t\sqrt{-1}$, δx , δy , δz , $\delta t\sqrt{-1}$, $\delta_1 x$, $\delta_1 y$, $\delta_1 z$, $\delta_1 t\sqrt{-1}$ как координаты трех точек P , P' , P'' в пространстве четырех измерений.

Легко видеть, что преобразование Лоренца представляет не что иное, как поворот в этом пространстве вокруг начала координат, которое считается неподвижным. Таким образом, отличными друг от друга инвариантами будут только 6 расстояний между тремя точками P, P', P'' и началом координат или, если угодно, два выражения:

$$x^2 + y^2 + z^2 - t^2; \quad x\delta x + y\delta y + z\delta z - t\delta t,$$

или четыре выражения такой же формы, получающиеся в результате любой перестановки трех точек P, P', P'' .

Но инварианты, которые мы пытаемся найти, являются функциями 10 переменных (2); поэтому мы должны отыскать между комбинациями из наших шести инвариантов те из них, которые зависят только лишь от этих 10 переменных, т. е. те, которые являются однородными функциями нулевой степени как по отношению к $\delta x, \delta y, \delta z, \delta t$, так и по отношению к $\delta_1 x, \delta_1 y, \delta_1 z, \delta_1 t$.

Таким образом, нам остаются следующие четыре различных инварианта

$$\begin{aligned} & \Sigma x^2 - t^2, \quad (t - \Sigma x\xi)/\sqrt{1 - \Sigma \xi^2}, \\ & (t - \Sigma x\xi_1)/\sqrt{1 - \Sigma \xi_1^2}, \\ & (1 - \Sigma \xi\xi_1)/\sqrt{(1 - \Sigma \xi^2)(1 - \Sigma \xi_1^2)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Займемся теперь преобразованиями, которым подвергаются составляющие силы; обратимся к уравнениям (11) § 1, которые относятся не к силе X_1, Y_1, Z_1 , рассматриваемой нами сейчас, а к силе, отнесенной к единице объема. Полагая, кроме того,

$$T = \Sigma X\xi,$$

мы видим, что уравнения (11) можно (при $l = 1$) переписать в виде:

$$\left. \begin{aligned} X' &= k(X + \varepsilon T), & T' &= k(T + \varepsilon X), \\ Y' &= Y, & Z' &= Z. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Таким образом, X, Y, Z, T преобразуются так же, как и x, y, z, t .

Следовательно, инвариантами группы будут следующие выражения:

$$\begin{aligned} & \Sigma X^2 - T^2, \quad \Sigma Xx - Tt, \quad \Sigma X\delta x - T\delta t, \\ & \Sigma X\delta_1 x - T\delta_1 t. \end{aligned}$$

Однако нам нужны не X, Y, Z , а X_1, Y_1, Z_1 , причем $T_1 = \Sigma X_1\xi$. Мы видим, что $X_1/X = Y_1/Y = Z_1/Z = T_1/T = 1/\rho$. Таким образом, преобразование Лоренца действует на X_1, Y_1, Z_1, T_1 точно так же, как и на X, Y, Z, T , с той разницей, что эти выражения будут умножены, кроме того, на $\rho/\rho' = 1/k(1 + \xi\varepsilon) = \delta t/\delta t'$; аналогично на величины ξ, η, ζ, l оно будет действовать таким же образом, как и на $\delta x, \delta y, \delta z, \delta t$, с той, однако, разницей, что эти послед-

ние выражения будут умножены, кроме того, на *один и тот же* множитель $\delta t/\delta t' = 1/k(1 + \xi\epsilon)$.

Будем рассматривать затем $X, Y, Z, T\sqrt{-1}$ как координаты некоторой четвертой точки Q ; тогда инвариантами будут служить функции взаимных расстояний пяти точек O, P, P', P'', Q . Из этих функций мы должны оставить только те, которые являются однородными степени 0, с одной стороны, по отношению к $X, Y, Z, T, \delta x, \delta y, \delta z, \delta t$ (переменные, которые можно заменить потом на $X_1, Y_1, Z_1, T_1, \xi, \eta, \zeta, 1$) и, с другой стороны, по отношению к $\delta x_1, \delta y_1, \delta z_1, t$ (переменные, которые также можно заменить затем на $\xi_1, \eta_1, \zeta_1, 1$).

Таким образом, кроме прежних четырех инвариантов (5) мы находим следующие четыре новых различных инварианта:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Sigma X_1^2 - T_1^2}{1 - \Sigma \xi^2}, & \quad \frac{\Sigma X_1 x - T_1 t}{\sqrt{1 - \Sigma \xi^2}}, \\ \frac{\Sigma X_1 \xi_1 - T_1}{\sqrt{1 - \Sigma \xi^2} \sqrt{1 - \Sigma \xi_1^2}}, & \quad \frac{\Sigma X_1 \xi - T_1}{1 - \Sigma \xi^2}. \end{aligned} \right\} (7)$$

Согласно определению (7), последний инвариант всегда равен нулю.

Установив все это, посмотрим, какие условия должны быть выполнены.

1. Первая часть соотношения (1), определяющая скорость распространения, должна быть функцией от четырех инвариантов (5).

Здесь, очевидно, возможно множество гипотез, из которых мы рассмотрим только две.

А. Можно положить

$$\Sigma x^2 - t^2 = r^2 - t'^2 = 0,$$

откуда $t = \pm r$, а так как t должно быть отрицательным, то $t = -r$. Это говорит о том, что скорость распространения равна скорости света.

На первый взгляд может показаться, что эта гипотеза должна быть сразу же отброшена без дальнейшего обсуждения. В самом деле, Лаплас показал, что распространение сил тяготения происходит или мгновенно или со скоростью, во много раз превосходящей скорость света. Однако Лаплас рассматривал гипотезу конечной скорости распространения, *ceteris non mutatis* (при прочих неизменных условиях); здесь же, напротив, эта гипотеза осложнена многими другими, и может случиться, что между ними будет иметь место более или менее полная компенсация вроде той, что мы неоднократно видели на многочисленных примерах в результате преобразования Лоренца.

Б. Можно положить

$$(t - \Sigma x \xi_1) / \sqrt{1 - \Sigma \xi_1^2} = 0, \quad t = \Sigma x \xi_1.$$

При этом скорость распространения гораздо больше скорости света; однако в некоторых случаях t может быть положительным,

что, как уже было сказано, представляется малопримлемым. Поэтому мы будем придерживаться гипотезы А.

2. Четыре инварианта (7) должны быть функциями инвариантов (5).

3. Если два тела находятся в абсолютном покое, то X_1, Y_1, Z_1 должны иметь значения, соответствующие закону Ньютона; если же они находятся в относительном покое, эти значения получаются из уравнения (4).

По гипотезе абсолютного покоя, первые два инварианта (7) должны приводиться к $\Sigma X_1^2, \Sigma X_1 x$ или, по закону Ньютона, к $1/r^4, -1/r$.

С другой стороны, по гипотезе А., второй и третий инварианты (5) приводятся к

$$(-r - \Sigma x \xi) / \sqrt{1 - \Sigma^2}, \quad (-r - \Sigma x \xi) / \sqrt{1 - \Sigma \xi_1^2},$$

т. е. при абсолютном покое к $-r, -r$.

Мы можем допустить в качестве примера, что два первых инварианта (7) сводятся к

$$(1 - \Sigma \xi_1^2)^2 / (r + \Sigma x \xi_1)^4 \quad \text{и} \quad -\sqrt{1 - \Sigma \xi_1^2} / (r + \Sigma x \xi_1),$$

хотя возможны и другие комбинации.

Необходимо сделать выбор среди этих комбинаций, и, кроме того, нам нужно еще третье уравнение для определения X_1, Y_1, Z_1 . Для подобного выбора мы должны стремиться, насколько возможно, не отдаляться от закона Ньютона. Посмотрим теперь, что получается, если пренебречь квадратами скоростей ξ, η и т. д. (полагая по-прежнему $t = -r$).

Четыре инварианта (5) приводятся тогда к виду:

$$0, \quad -r - \Sigma x \xi, \quad -r - \Sigma x \xi_1, \quad 1,$$

а четыре инварианта (7) — к виду:

$$\Sigma X_1^2, \quad \Sigma X_1 (x + \xi r), \quad \Sigma X_1 (\xi_1 - \xi), \quad 0.$$

Однако, для того чтобы иметь возможность сравнить это с законом Ньютона, необходимо другое преобразование; здесь $x_0 + x, y_0 + y, z_0 + z$ представляют координаты притягивающего тела в момент $t_0 + t$ и $r = \sqrt{\Sigma x^2}$, в законе же Ньютона нужно рассматривать координаты $x_0 + x_1, y_0 + y_1, z_0 + z_1$ притягивающего тела в момент t_0 и расстояние $r_1 = \sqrt{\Sigma x_1^2}$.

Мы можем пренебречь квадратом времени t , необходимого для распространения, и, следовательно, поступать так, как если бы движение было равномерным. В таком случае получим:

$$x = x_1 + \xi_1 t, \quad y = y_1 + \eta_1 t, \quad z = z_1 + \zeta_1 t, \\ r(r - r_1) = \Sigma x \xi_1 t$$

или, так как $t = -r$,

$$x = x_1 - \xi_1 r, \quad y = y_1 - \eta_1 r, \quad z = z_1 - \zeta_1 r,$$

$$r = r_1 - \Sigma x \xi_1,$$

так что наши четыре инварианта (5) станут равными 0, $-r_1 + \Sigma x (\xi_1 - \xi) - r$, 1, а четыре инварианта (7): ΣX_1^2 , $\Sigma X_1 [x_1 + (\xi - \xi_1)r_1]$, $\Sigma X_1 (\xi_1 - \xi)$, 0.

Во втором из этих выражений мы написали r_1 вместо r , потому что r умножено здесь на $\xi - \xi_1$, а квадратом ξ мы пренебрегаем.

С другой стороны, по закону Ньютона, мы получили бы для этих четырех инвариантов (7):

$$1/r_1^4, \quad -1/r_1 - [\Sigma x_1 (\xi - \xi_1)]/r_1^2,$$

$$[\Sigma x_1 (\xi - \xi_1)]/r_1^3, \quad 0.$$

Следовательно, если мы обозначим второй и третий инварианты (5) через A и B , а первые три инварианта (7) — через M , N , P , то мы удовлетворим закону Ньютона с точностью до членов второго порядка малости, положив:

$$M = 1/B^4, \quad N = +A/B^2, \quad P = (A - B)/B^3. \quad (8)$$

Это решение не единственно.

В самом деле, пусть C есть четвертый инвариант (5) и пусть $C - 1$ имеет порядок квадрата ξ , так же как и $(A - B)^2$.

Таким образом, мы можем прибавить к правым частям каждого из уравнений (8) член, составленный из $C - 1$, умноженный на произвольную функцию от A , B , C , и член $(A - B)^2$, также умноженный на функцию от A , B , C .

Уравнение (8) кажется на первый взгляд наиболее простым, но тем не менее оно не может быть принято. В самом деле, так как M , N , P являются функциями от X_1 , Y_1 , Z_1 и от $T_1 = \Sigma X_1 \xi$, то из этих трех уравнений (8) можно получить значения X_1 , Y_1 , Z_1 ; однако в некоторых случаях эти значения становятся мнимыми.

Для того чтобы избавиться от этого неудобства, поступим следующим образом. Положим

$$k_0 = 1/\sqrt{1 - \Sigma \xi^2}, \quad k_1 = 1/\sqrt{1 - \Sigma \xi_1^2},$$

что оправдывается аналогией с обозначением

$$k = 1/\sqrt{1 - \varepsilon^2},$$

фигурирующим в подстановке Лоренца.

В этом случае, а также в силу условия $-r = t$ инварианты (5) приводятся к

$$0, \quad A = -k_0 (r + \Sigma x \xi), \quad B = -k_1 (r + \Sigma x \xi_1),$$

$$C = k_0 k_1 (1 - \Sigma \xi \xi_1).$$

С другой стороны, мы видим, что следующие системы величин:

$$\begin{array}{cccc} x, & y, & z, & -r=t \\ k_0 X_1, & k_0 Y_1, & k_0 Z_1, & k_0 T_1 \\ k_0 \xi, & k_0 \eta, & k_0 \zeta, & k_0 \\ k_1 \xi_1, & k_1 \eta_1, & k_1 \zeta_1, & k_1 \end{array}$$

подвергаются *таким же* линейным подстановкам, как и при преобразовании группы Лоренца. Следовательно, мы приходим к уравнениям:

$$\left. \begin{array}{l} X_1 = x(\alpha/k_0) + \xi\beta + \xi_1(k_1/k_0)\gamma, \\ Y_1 = y(\alpha/k_0) + \eta\beta + \eta_1(k_1/k_0)\gamma, \\ Z_1 = z(\alpha/k_0) + \zeta\beta + \zeta_1(k_1/k_0)\gamma, \\ T_1 = -r(\alpha/k_0) + \beta + (k_1/k_0)\gamma. \end{array} \right\} \quad (9)$$

Ясно, что если α, β, γ — инварианты, то X_1, Y_1, Z_1, T_1 удовлетворяют основному условию, т. е. подвергаются вследствие преобразования Лоренца соответствующей линейной подстановке. Но для того чтобы уравнения (9) были совместны, необходимо, чтобы $\Sigma X_1 \xi - T_1 = 0$ или, заменяя X_1, Y_1, Z_1, T_1 их значениями из (9) и умножая на k_0^2 ,

$$-A\alpha - \beta - C\gamma = 0. \quad (10)$$

Мы хотим, чтобы при отбрасывании квадратов скоростей ξ и т. д., а также произведений ускорений на расстояния, по сравнению с квадратом скоростей света, как мы это делали выше, значения X_1, Y_1, Z_1 оставались соответствующими закону Ньютона.

Мы можем положить: $\beta = 0, \gamma = -A\alpha/C$. С точностью до приближения принятого нами порядка будем иметь:

$$\begin{aligned} k_0 = k_1 = 1, \quad C = 1, \quad A = -r_1 + \Sigma x(\xi_1 - \xi), \quad B = -r_1, \\ x = x_1 + \xi_1 t = x_1 - \xi_1 r. \end{aligned}$$

Первое уравнение (9) примет тогда вид

$$X_1 = \alpha(x - A\xi_1).$$

Но если мы пренебрегаем квадратом ξ , то $A\xi_1$ можно заменить на $-r_1\xi_1$ или на $r\xi_1$, что дает $X_1 = \alpha(x + \xi_1 r) = \alpha x_1$. По закону Ньютона, мы получили бы $X_1 = -x_1/r_1^3$.

Таким образом, для инварианта α мы должны выбрать тот, который приводится к $-1/r_1^3$ при точности порядка допущенного приближения, т. е. $1/B^3$. Уравнения (9) принимают вид:

$$\left. \begin{array}{l} X_1 = (x/k_0 B^3) - \xi_1(k_1/k_0)(A/B^3 C), \\ Y_1 = (y/k_0 B^3) - \eta_1(k_1/k_0)(A/B^3 C), \\ Z_1 = (z/k_0 B^3) - \zeta_1(k_1/k_0)(A/B^3 C), \\ T_1 = -(r/k_0 B^3) - (k_1/k_0)(A/B^3 C). \end{array} \right\} \quad (11)$$

Отсюда мы видим прежде всего, что исправленное притяжение состоит из двух составляющих: одна параллельна вектору, соединяющему местоположения обоих тел, а другая параллельна скорости притягивающего тела.

Напомним, что когда мы говорим о положении или скорости притягиваемого тела, то речь идет о положении или скорости в момент, когда гравитационная волна покидает его; наоборот, для притягиваемого тела речь идет о его положении или скорости в момент, когда гравитационная волна достигает его; предполагается, что эта волна распространяется со скоростью света.

Я полагаю, что было бы преждевременно более подробно обсуждать эти формулы. Поэтому ограничимся несколькими замечаниями.

1. Решения (11) не единственны; в самом деле, величину $1/B^3$, входящую всюду как множитель, можно заменить на

$$(1/B^3) + (C - 1)f_1(A, B, C) + (A - B)^2 f_2(A, B, C),$$

где f_1 и f_2 — производные функции от A, B, C , или же не брать больше β равным нулю, а прибавить к α, β, γ какие-нибудь добавочные члены, лишь бы только они удовлетворяли условию (10) и были второго порядка относительно ξ в части, относящейся к α , и первого порядка относительно β и γ .

2. Первое уравнение (11) можно переписать в виде

$$X_1 = -(k_1/B^3 C)[x(1 - \Sigma \xi \xi_1) + \xi_1(r + \Sigma x \xi)], \quad (11a)$$

причем выражение в квадратных скобках также можно переписать как

$$(x + r\xi_1) + \eta(\xi_1 y - x\eta_1) + \zeta(\xi_1 z - x\xi_1). \quad (12)$$

Таким образом, полную силу можно разложить на три составляющие, соответствующие трем скобкам в выражении (12); первая составляющая имеет некоторую аналогию с механической силой, обусловленной электрическим полем, а две другие — с механической силой, обусловленной магнитным полем. Для того чтобы дополнить аналогию, мы можем, согласно замечанию 1, заменить в уравнении (11) $1/B^3$ на C/B^3 так, чтобы X_1, Y_1, Z_1 зависели только линейно от скорости ξ, η, ζ притягиваемого тела, так как C при этом исчезает из знаменателя (11a). Положим, далее

$$\begin{aligned} k_1(x + r\xi_1) &= \lambda, & k_1(y + r\eta_1) &= \mu, & k_1(z + r\xi_1) &= \nu, \\ k_1(\eta_1 z - \xi_1 y) &= \lambda', & k_1(\xi_1 x - \xi_1 z) &= \mu', & k_1(\xi_1 y - x\eta_1) &= \nu', \end{aligned} \quad (13)$$

а так как C исчезло из знаменателя (11a), то

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= (\lambda/B^3) + (\eta\nu' - \zeta\mu')/B^3, \\ Y_1 &= (\mu/B^3) + (\zeta\lambda' - \xi\nu')/B^3, \\ Z_1 &= (\nu/B^3) + (\xi\mu' - \eta\lambda')/B^3; \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

к тому же будем иметь

$$B^2 = \Sigma \lambda^2 - \Sigma \lambda'^2. \quad (15)$$

При этом λ , μ , ν или λ/B^3 , μ/B^3 , ν/B^3 играют роль электрического поля, в то время как λ' , μ' , ν' или, вернее, λ'/B^3 , μ'/B^3 , ν'/B^3 — роль магнитного поля.

3. Постулат относительности обязывает нас принять решение (11), или решение (14), или какое-нибудь из решений, получаемых при помощи замечания 1. Однако прежде всего следует задать себе вопрос, совместимы ли эти решения с астрономическими наблюдениями. Расхождение с законом Ньютона будет порядка ξ^2 , т. е. в 10 000 раз меньше, чем если бы оно было порядка ξ , иначе говоря, если бы силы тяготения распространялись со скоростью света, *ceteris non mutatis*; поэтому можно надеяться, что это расхождение не слишком велико. Однако только обстоятельное исследование может полностью осветить этот вопрос.

А. ЭЙНШТЕЙН

ЗАВИСИТ ЛИ ИНЕРЦИЯ ТЕЛА ОТ СОДЕРЖАЩЕЙСЯ В НЕМ ЭНЕРГИИ?*

Результаты предыдущего исследования приводят нас к очень интересному следствию, вывод которого будет дан в этой статье.

В прежнем исследовании я взял за основу кроме уравнений Максвелла — Герца для пустоты и формулы Максвелла для электромагнитной энергии пространства следующий принцип. Законы, по которым изменяются состояния физических систем, не зависят от того, к которой из двух координатных систем, находящихся в равномерном параллельно-поступательном движении относительно друг друга, отнесены эти изменения состояния (принцип относительности).

Основываясь на этом**, я, между прочим, получил следующий результат (предыдущая статья, § 8). Пусть система плоских волн света, отнесенная к координатной системе (x, y, z) , обладает энергией l и пусть направление луча (нормаль к фронту волны) образует угол ϕ с осью x системы. Если ввести новую координатную систему (ξ, η, ζ) , находящуюся в равномерном параллельно-поступательном движении относительно системы (x, y, z) , и если начало координат первой системы движется со скоростью v вдоль оси x , то упомяну-

* «Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energiegehalt abhängig?» *Ann. d. Phys.*, 1905, b. 18, s. 639. (Статья поступила в печать 27 сентября 1905 г. — *Прим. ред.*)

** Примененный там принцип постоянства скорости света содержится, конечно, в уравнениях Максвелла.

тое количество света, измеренное в системе (ξ, η, ζ) , обладает энергией:

$$I^* = I \frac{1 - (v/V) \cos \varphi}{\sqrt{1 - (v/V)^2}},$$

где V — скорость света. В дальнейшем мы воспользуемся этим результатом.

Пусть в системе (x, y, z) , находится покоящееся тело, энергия которого, отнесенная к системе (x, y, z) , равна E_0 . Энергия же тела, отнесенная к системе (ξ, η, ζ) , движущейся, как выше, со скоростью v , пусть составляет H_0 . Пусть это тело посылает в направлении, образующем с осью x угол φ , плоские световые волны, имеющие энергию $L/2$ [измеренную относительно системы (x, y, z)], и одновременно посылает такое же количество света в противоположном направлении. При этом тело остается в покое относительно системы (x, y, z) . Закон сохранения энергии должен иметь место для этого процесса и притом (согласно принципу относительности) по отношению к обеим координатным системам. Если мы обозначим энергию тела после излучения света через E_1 при измерении ее относительно системы (x, y, z) и соответственно через H_1 энергию относительно системы (ξ, ζ, η) , то, пользуясь указанной зависимостью, получим:

$$\begin{aligned} E_0 &= E_1 + \left[\frac{L}{2} + \frac{L}{2} \right], \\ H_0 &= H_1 + \left[\frac{L}{2} \cdot \frac{1 - (v/V) \cos \varphi}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} + \frac{L}{2} \cdot \frac{1 + (v/V) \cos \varphi}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} \right] = \\ &= H_1 + \frac{L}{\sqrt{1 - (v/V)^2}}. \end{aligned}$$

Вычитая второе уравнение из первого, получаем

$$(H_0 - E_0) - (H_1 - E_1) = L \left\{ \left[\frac{1}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} \right] - 1 \right\}.$$

Обе разности вида $H - E$, входящие в это выражение, имеют простой физический смысл. H и E суть значения энергии одного и того же тела, отнесенные к двум координатным системам, движущимся относительно друг друга, причем тело в одной из систем [системе (x, y, z)] находится в покое.

Таким образом, ясно, что разность $H - E$ может отличаться от кинетической энергии K тела, взятой относительно системы (ξ, η, ζ) , только на аддитивную постоянную C , которая зависит от выбора произвольных аддитивных постоянных энергий H и E . Можно, следовательно, положить: $H_0 - E_0 = K_0 + C$ и $H_1 - E_1 = K_1 + C$, так как C во время испускания света не изменяется. Итак, мы получаем

$$K_0 - K_1 = L \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} - 1 \right\}.$$

Кинетическая энергия тела, рассматриваемая относительно системы (ξ, η, ζ), уменьшается вследствие испускания света и притом на величину, не зависящую от свойств тела. Далее, разность $K_0 - K_1$ зависит от скорости точно так же, как кинетическая энергия электрона (§ 10 предыдущей статьи).

Пренебрегая величинами четвертого и высших порядков, мы можем получить

$$K_0 - K_1 = (L/V^2)(v/2).$$

Из этого уравнения непосредственно следует, что если тело отдает энергию L в виде излучения, то его масса уменьшается на L/V^2 . Здесь, очевидно, несущественно, что энергия, отнятая у тела, переходит в лучистую энергию, так что мы приходим к более общему выводу: масса тела есть мера содержания энергии в этом теле; если энергия изменяется на величину L , то масса изменяется в том же направлении на величину $L/9 \cdot 10^{20}$, причем энергия измеряется в эргах, а масса — в граммах.

Не исключена возможность того, что проверка теории может удасться для тел, в которых содержание энергии в высшей степени изменчиво (например, у солей радия). Если теория соответствует фактам, то излучение переносит инерцию между испускающими и поглощающими телами.

М. ПЛАНК

ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ МЕХАНИКИ*

«Принцип относительности», предложенный недавно Лоренцем [1] и в более общей формулировке Эйнштейном [2], означает, что из двух относительных систем (x, y, z, t) и (x', y', z', t') , связанных соотношениями:

$$x' = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} (x - vt), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} [t - (v/c^2)x] \quad (1)$$

(c — скорость света в вакууме), ни одна не может быть использована с большим правом по сравнению с другой для уравнений механики и электродинамики и поэтому не может быть названа неподвижной. Этот принцип, если он себя вообще оправдывает, обуславливает такое грандиозное упрощение всех проблем электродинамики движущихся тел, что вопрос о его допустимости должен ставиться в первую очередь в любой теоретической работе, посвященной этой

* Доклад на заседании Немецкого физического общества 23 марта 1906 г. Verh. d. Deutsch. Phys., 1906, b. 4, s. 136. — Перев. с нем. А. Б. Демяшквича.

области. Правда, после новейших важных измерений Кауфмана [3] на этот вопрос уже получен, по-видимому, исчерпывающий ответ, причем в отрицательном смысле, так что любое дальнейшее исследование было бы излишним. Все же, принимая во внимание не совсем простую теорию этих опытов, я не исключаю возможности, что принцип относительности при более тщательном рассмотрении, по-видимому, еще может быть согласован с наблюдениями. Рассуждению о том, что согласно принципу относительности, движущийся электрон подвергается особой работе деформации, я также не придаю решающего значения, так как эту работу можно выразить через кинетическую энергию электрона. Конечно, вопрос об электродинамическом объяснении инерции электрона остается поэтому открытым, но, с другой стороны, отсюда вытекает преимущество, что электрону не нужно приписывать ни шарообразной, ни любой другой определенной формы, для того чтобы получить зависимость инерции от скорости.

Обычно происходит так: физическая идея, имеющая простой и всеобщий смысл, такая, как заключенная в принципе относительности, заслуживает того, чтобы ее проверяли более чем некоторое число раз, и если она неверна, то приходят к абсурду; для этого нет лучшего пути, чем поиск выводов, к которым она приводит. Поэтому настоящее исследование принесет пользу хотя бы с такой точки зрения. В нем ставится задача определить вид основных уравнений механики, которые приходят на место обычным ньютоновским уравнениям движения свободной точечной массы,

$$m\ddot{x} = X, \quad m\ddot{y} = Y, \quad m\ddot{z} = Z \quad (2)$$

в случае всеобщей применимости принципа относительности.

Согласно данному принципу, эти простые уравнения справедливы лишь для неподвижной точки ($\dot{x} = 0, \dot{y} = 0, \dot{z} = 0$). Для конечной скорости точки

$$q = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \quad (3)$$

они требуют расширения. Можно было бы для любых значений q определить величины X, Y, Z как равные произведению массы на ускорение и обозначить их компонентами движущей силы, подобно тому, как это делается во многих исследованиях по механике. Определенная таким образом движущая сила сама по себе не будет иметь никакого физического смысла, в частности исчезнет ее простая связь с потенциальной энергией. Так как, согласно принципу относительности, для «штрихованной» относительной системы, определенной соотношениями (1), уравнения

$$m\ddot{x}' = X', \quad m\ddot{y}' = Y', \quad m\ddot{z}' = Z'$$

справедливы, то для зависимости между X, Y, Z и X', Y', Z' получатся громоздкие выражения, которые можно вывести из соотно-

шений между \ddot{x} и \dot{x}' и т. д., получаемых из (1), и, таким образом, эти величины потеряют простой физический смысл.

Для того чтобы найти общую зависимость между ускорением и движущей силой, лучше всего исходить из частного случая, в котором известна зависимость между составляющими движущей силы в обеих относительных системах; таким случаем является действие электромагнитного поля в вакууме на точку с массой m и электрическим зарядом e . Тогда для напряженностей электрического и магнитного полей в обеих относительных системах справедливы выражения:

$$\left. \begin{aligned} E_{x'} &= E_x, & H_{x'} &= H_x, \\ E_{y'} &= \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} \left(E_y - \frac{v}{c} H_z \right), & H_{y'} &= \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} \left(H_y + \frac{v}{c} E_z \right), \\ E_{z'} &= \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} \left(E_z + \frac{v}{c} H_y \right), & H_{z'} &= \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} \left(H_z - \frac{v}{c} E_y \right). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Представим себе, что точечная масса находится в начале координат «нештрихованной» системы (x, y, z, t) и обладает составляющими скорости $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ в этой системе. Найдем уравнения движения. Это можно сделать однозначным образом, поместив точечную массу в начало координат новой системы, которая движется относительно первоначальной системы с постоянной скоростью, компонентами которой являются $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$. Пусть x — ось этой системы совпадает по направлению со скоростью q точки, величина которой дается выражением (3). В таком случае точечная масса находится в новой системе в состоянии покоя, и для нее справедливы простые уравнения движения в форме (2), где движущую силу можно представить как произведение электрического заряда e на напряженность электрического поля. Распространим теперь уравнения движения на вторую относительную систему, ось x которой снова совпадает по направлению со скоростью q , но которая покоится в системе (x, y, z, t) . Для этого служат, с одной стороны (что касается составляющих ускорения), выражения (1), с другой стороны (что касается составляющих силы), выражения (4), в которых везде вместо v ставится q . Затем произведем простой поворот координатных осей в системе (x, y, z, t) и тогда получим, после всех элементарных преобразований, уравнения движения в форме

$$\frac{m\ddot{x}}{\sqrt{1 - (q^2/c^2)}} = eE_x - \frac{ex}{c^2} (\dot{x}E_x + \dot{y}E_y + \dot{z}E_z) + \frac{e}{c} (\dot{y}H_z - \dot{z}H_y) \text{ и т. д.} \quad (5)$$

Во всеобщей допустимости этих трех уравнений можно убедиться, исходя из соображения, что, согласно принципу относительности, выражения должны остаться правильными и в том случае, если заменить нештрихованные величины на величины со штрихом, а кон-

станты c , e , m сохранить. В самом деле, это следует в более общем виде из выражений (1) и (4) для любого значения v .

Приведем уравнения движения к их простейшей форме. Если их соответственно умножить на x , y , z и сложить, то получится

$$e(\dot{x}E_x + \dot{y}E_y + \dot{z}E_z) = \frac{m(\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z})}{(1 - q^2/c^2)^{3/2}},$$

далее, подставим это выражение в (5) и найдем:

$$eE_x + (e/c)(\dot{y}H_z - \dot{z}H_y) = X \text{ и т. д.};$$

$$\frac{d}{dt} [mx/\sqrt{1 - (q^2/c^2)}] = X \text{ и т. д.} \quad (6)$$

Эти уравнения содержат решение поставленной задачи, они являются тем обобщением уравнений движения Ньютона (2), которое требуется согласно принципу относительности. Если их сравнить с уравнениями движения Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} \right) = X \text{ и т. д.}, \quad (7)$$

где \mathcal{L} — кинетический потенциал (функция Лагранжа), то получится

$$\mathcal{L} = -mc^2 \sqrt{1 - (q^2/c^2)} + \text{const.} \quad (8)$$

Выражение для функции Гамильтона можно получить, умножив уравнения (7) соответственно на $\dot{x}dt$, $\dot{y}dt$, $\dot{z}dt$ и сложив получившиеся выражения. Тогда

$$d \left(\dot{x} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} + \dot{y} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}} + \dot{z} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{z}} - \mathcal{L} \right) = Xdx + Ydy + Zdz,$$

и отсюда получается выражение для функции Гамильтона \mathcal{H} точечной массы

$$\mathcal{H} = \dot{x} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} + \dot{y} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}} + \dot{z} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{z}} - \mathcal{L} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (q^2/c^2)}} + \text{const.}$$

Уравнения движения (7) можно представить также в форме принципа Гамильтона:

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta \mathcal{L} + A) dt = 0,$$

где время t , а также начальное и конечное положения не варьируются, а через A обозначена возможная работа:

$$A = X\delta x + Y\delta y + Z\delta z.$$

Установим, наконец, канонические уравнения движения в форме Гамильтона. Для этого введем «импульсные координаты» ξ, η, ζ , причем

$$\xi = \partial \mathcal{L} / \partial \dot{x} = m \dot{x} / \sqrt{1 - q^2/c^2} \text{ и т. д.}$$

Если рассматривать теперь \mathcal{H} как функцию от ξ, η, ζ и ввести сокращение: $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = \rho^2$, то получится

$$\mathcal{H} = mc^2 \sqrt{1 + (\rho^2/m^2 c^2)} + \text{const}$$

и уравнения движения в форме Гамильтона:

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{dt} &= X, & \frac{d\eta}{dt} &= Y, & \frac{d\zeta}{dt} &= Z, \\ \frac{dx}{dt} &= \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \xi}, & \frac{dy}{dt} &= \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \eta}, & \frac{dz}{dt} &= \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \zeta}. \end{aligned}$$

Все эти выражения справедливы как для использованной здесь относительной системы (x, y, z, t) , так и для любой другой относительной системы (x', y', z', t') , которая связана с первой уравнениями (1).

Г. МИНКОВСКИЙ

ПРОСТРАНСТВО И ВРЕМЯ*

Милостивые господа! Воззрения на пространство и время, которые я намерен перед вами развить, возникли на экспериментально-физической основе. В этом их сила. Их тенденция радикальна. Отныне пространство само по себе и время само по себе должны обратиться в фикции и лишь некоторый вид соединения обоих должен еще сохранить самостоятельность.

I. Сначала я намерен показать, как можно, исходя из ныне принятой механики, пожалуй при помощи чисто математического рассуждения, прийти к новым идеям относительно пространства и времени. Уравнения ньютоновской механики обнаруживают двойную инвариантность. Их форма сохраняется, во-первых, тогда, когда положенную в основу пространственную координатную систему подвергают любому *изменению положения*, и, во-вторых, тогда, когда состояние движения этой системы подвергается изменению, именно когда этой системе сообщается какое-нибудь *равномерное поступательное движение*; нулевая точка времени также не играет никакой роли. Чувствуя себя подготовленными для перехода к аксиомам механики, мы привыкли считать аксиомы геометрии уже установленными раньше; поэтому эти две инвариантности, вероятно, редко форму-

* «Raum und Zeit». Доклад, сделанный 21 сентября 1908 г. на 80-м собрании немецких естествоиспытателей и врачей в Кельне. (Phys. ZS, 1909, b. 10, s. 104).

лируются вместе, так сказать не переводя дыхания. Каждая из них означает определенную замкнутую группу преобразований дифференциальных уравнений механики. Существование первой группы рассматривают как основной признак пространства. Ко второй группе охотнее всего относятся с презрением, с тем чтобы затем легкомысленно пройти мимо того обстоятельства, что, исходя из физических явлений, никогда нельзя решить, не находится ли все-таки пространство, предполагаемое покоящимся, в равномерном поступательном движении. Указанные две группы ведут, таким образом, обособленное существование. Их совершенно разнородный характер, вероятно, и препятствовал объединению. Но как раз объединенная полная группа, как целое, дает пищу для размышлений.

Мы попытаемся изучаемые соотношения сделать наглядными графически. Пусть x , y , z будут прямоугольными координатами пространства и пусть t обозначает время. Предметом нашего восприятия всегда являются только места и времена, вместе взятые. Никто еще не наблюдал какого-либо места иначе, чем в некоторый момент времени, и какое-нибудь время иначе, чем в некотором месте. Но я еще отношусь с почтением к догмату, гласящему, что и пространство и время имеют независимое существование. Я буду называть пространственную точку, рассматриваемую в какой-нибудь момент времени, т. е. систему значений x , y , z , *мировой точкой*. Пусть многообразие всех мыслимых систем значений x , y , z называется *миром*. Я мог бы смело начертить мелом на доске четыре мировые оси. Уже *одна* начерченная ось состоит из целого ряда колеблющихся молекул и участвует вдобавок в движении Земли во Вселенной, т. е. требует достаточно высокой абстракции. Несколько большая абстракция, связанная с числом 4, не представляет затруднений для математика. Для того чтобы нигде не оставлять зияющей пустоты, мы представим себе, что в каждом месте и в каждый момент времени имеется некоторый объект для наблюдения. Чтобы не говорить о материи или электричестве, я буду пользоваться словом «субстанция» для обозначения этого объекта. Обратим наше внимание на субстанциальную точку, имеющуюся в мировой точке x , y , z , t , и вообразим, что мы в состоянии снова узнать эту субстанциальную точку во всякое другое время. Пусть элементу времени dt соответствуют изменения dx , dy , dz пространственных координат этой субстанциальной точки. Мы получаем тогда в качестве изображения, так сказать, вечного жизненного пути субстанциальной точки некоторую кривую в мире, *мировую линию*, точки которой можно однозначно отнести к параметру t во всем интервале от $-\infty$ до $+\infty$. Весь мир представляется разложенным на такие мировые линии, и мне хотелось бы сразу отметить, что, по моему мнению, физические законы могли бы найти свое наисовершеннейшее выражение как взаимоотношения между этими мировыми линиями.

Благодаря понятиям пространства и времени многообразия x , y , z при $t = 0$ и его две стороны: $t > 0$ и $t < 0$ отделяются друг от друга. Если мы ради простоты закрепим нулевую точку пространства

и времени, то первая из названных групп механики показывает, что мы можем подвергнуть оси x, y, z в момент $t = 0$ любому вращению вокруг нулевой точки соответственно однородным линейным преобразованиям выражения $x^2 + y^2 + z^2$ в самого себя.

Вторая же группа означает, что мы, также не изменяя выражения механических законов, можем заменить x, y, z через $x - \alpha t, y - \beta t, z - \gamma t, t$ с произвольно выбранными константами α, β, γ . На этом основании оси времени может быть дано совершенно произвольное направление в сторону верхней половины мира $t > 0$. Каково же соотношение между требованием ортогональности в пространстве и этой полной свободой в выборе оси времени по направлению вверх? Для того чтобы установить это, возьмем некоторый положительный параметр c и рассмотрим геометрическую фигуру: $c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 1$. Подобно двуполому гиперболоиду, она состоит из двух полостей, разделенных $t = 0$. Рассмотрим полость в области $t > 0$ и обратимся к тем однородным линейным преобразованиям старых переменных x, y, z, t в новые x', y', z', t' , для которых выражение этой полости имеет такой же вид. К этим преобразованиям относятся, очевидно, вращения пространства около нулевой точки. Поэтому для полного понимания остальных преобразований достаточно рассмотреть те из них, у которых y и z остаются неизменными. Изобразим на чертеже пересечение полости с плоскостью осей x и t , т. е. верхнюю ветвь гиперболы $c^2 t^2 - x^2 = 1$ с ее асимптотами. Проведем теперь от начала координат O произвольный радиус-вектор OA' этой ветви гиперболы, затем проведем касательную к ней в точке A' до пересечения с правой асимптотой в точке B' , потом дополним $OA'B'$ до параллелограмма $OA'B'C'$ и, наконец, имея в виду дальнейшее, проведем $B'C'$ до пересечения с осью x в точке O' . Если мы теперь примем OC' и OA' за оси для отсчета координат x', t' с масштабами $OC' = 1, OA' = 1/c$, то указанная ветвь гиперболы будет иметь своим выражением $c^2 t'^2 - x'^2 = 1, t' > 0$, и переход от x, y, z, t к x', yz, t' явится одним из искомым преобразований. Мы прибавим к описанным преобразованиям любые смещения пространственно-временной нулевой точки и создадим, таким образом, группу преобразований, все еще, очевидно, зависящую от параметра c ; будем обозначать эту группу G_c .

Пусть теперь c беспредельно возрастает, следовательно, $1/c$ стремится к нулю; из рис. 1 ясно видно, что ветвь гиперболы будет все более и более приближаться к оси x , угол, образуемый асимптотами, будет увеличиваться, а указанное специальное преобразование в пределе превратится в такое, при котором ось t может иметь любое направление вверх, а ось x' все более и более приближается к оси x . Принимая все это во внимание, ясно, что из группы G_c , в пределе при $c = \infty$, получается как раз та полная группа G_∞ , которая относится к ньютоновой механике. При таком положении вещей и имея в виду, что G_c математически понятнее, чем G_∞ , математик в свободном полете фантазии мог бы прийти к мысли, что явления природы в конце концов действительно инвариантны не относительно

группы G_∞ , но скорее относительно группы G_e в определенном конечном c , которое только в обычных единицах измерения *чрезвычайно велико*. Такое предвосхищение было бы необыкновенным триумфом чистой математики. Математика в этом вопросе не оказалась находчива. Однако у нее остается удовлетворение от того, что благодаря своим более ранним счастливым предшественникам, в их дальновидным и острым умом, она в состоянии теперь сразу же охватить глубоко идущие следствия подобной перестройки нашего миропонимания.

Я хочу теперь же указать, о каком значении c будет в итоге идти речь; c будет иметь значение *скорости распространения света в пустоте*. Для того чтобы не говорить ни о пространстве, ни о пустоте,

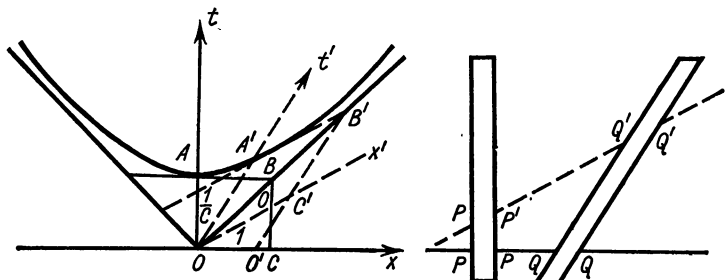


Рис. 1.

мы можем опять охарактеризовать эту величину как отношение электромагнитной и электростатической единиц количества электричества.

Наличие инвариантности законов природы по отношению к указанной группе G_e нужно было бы понимать следующим образом. Можно, пользуясь всей совокупностью явлений природы, посредством последовательно улучшающихся приближений определять со все возрастающей точностью некоторую координатную систему x, y, z — пространство и время, — при помощи которой эти явления находят свое выражение в виде определенных законов. Но при этом указанная координатная система определяется явлениями природы отнюдь не однозначно. Оказывается еще возможным, *соответственно преобразованиям указанной группы G_e , эту координатную систему произвольно изменять, не изменяя при этом выражения законов природы*. Например, можно, в согласии с описанным рисунком, назвать также и величину t' временем, но тогда необходимо будет пространство определить посредством многообразия трех параметров x', y, z ; причем теперь физические законы будут точно так же выражаться посредством x', y, z, t' , как ранее через координаты x, y, z, t . В соответствии с этим мы будем иметь в мире не одно пространство, а бесконечно много пространств, аналогично тому как в трехмерном пространстве имеется бесконечно много плоскостей. Трехмерная геометрия становится главой че-

тырехмерной физики. Вы понимаете теперь, почему я в введении сказал, что пространство и время должны стать фикциями, и только мир должен сохранить свое существование.

11. Теперь возникает вопрос о том, какие обстоятельства вызывают нам измененное воззрение на пространство и время; действительно ли оно никогда не противоречит наблюдениям, и, наконец, удобнее ли с этой точки зрения описывать явления?

Прежде чем заняться этим, сделаем одно важное замечание.

Если мы каким-нибудь образом индивидуализировали пространство и время, то покоящейся субстанциальной точке соответствует в качестве мировой линии прямая, параллельная оси t ; равномерно движущейся субстанциальной точке — прямая, наклоненная относительно неравномерно движущейся субстанциальной точки, — каким-то образом искривленная мировая линия. Если мы в любой мировой точке x, y, z, t обратим внимание на проходящую там мировую линию и найдем, что она параллельна какому-нибудь радиусу-вектору OA упомянутой выше полости гиперболоида, то мы можем ввести OA в качестве новой оси времени; тогда субстанция в соответствующей мировой точке с помощью таким образом введенных новых понятий пространства и времени будет казаться покоящейся. Введем теперь следующую основную аксиому. *Субстанция, находящаяся в любой мировой точке, всегда при надлежащем определении пространства и времени может быть рассматриваема как находящаяся в покое.*

Аксиома выражает ту мысль, что в каждой мировой точке выражение $c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ всегда положительно или, иначе, что всякая скорость v всегда меньше c . Сообразно в этом c является для сверхсубстанциальных скоростей верхним пределом, и в этом как раз заключается более глубокое значение величины c . При таком понимании аксиома на первый взгляд кажется малопривлекательной. Но нужно принять во внимание, что теперь возникает новая механика, в которую входит квадратный корень из указанного дифференциального выражения второго порядка, и что поэтому случаи со скоростью, превышающей скорость света, будут играть такую же роль, как, например, в геометрии фигуры с мнимыми координатами.

Толчком и истинным поводом к принятию группы G послужило то обстоятельство, что дифференциальное уравнение для распространения световых волн в пустоте обладает этой группой G_c^* . С другой стороны, понятие твердого тела имеет смысл только лишь в механике с группой G_∞^{**} . Если имеется оптика с G_c , а с другой стороны, имелись бы твердые тела, то легко усмотреть, что двумя относящимися к G_c и G_∞ гиперболоидными полостями выделялось бы *единственное направление t* . Это обстоятельство повлекло бы за собой возможность, пользуясь надлежащими твердыми оптическими ин-

* Важное применение этого факта встречается уже у Фогта [1].

** См. примечание 1 А. Зоммерфельда на стр. 180 наст. сб.—Прим. ред.

струментами, заметить в лаборатории изменение явлений при различной ориентации приборов относительно направления движения Земли. Все направленные к этой цели усилия, особенно знаменитый интерференционный опыт Майкельсона, дали все же отрицательный результат. Для того чтобы объяснить это, Лоренц предложил гипотезу, успех которой как раз связан с инвариантностью оптики по отношению к группе G_c . По Лоренцу, каждое движущееся тело должно сократиться в направлении движения, именно при скорости в отношении

$$1 : \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Эта гипотеза звучит крайне фантастически. Ибо сокращение должно мыслиться не как результат сопротивления эфира, но как подарок, ниспосланный свыше, как побочное обстоятельство самого факта движения.

Я хочу теперь на нашем чертеже показать, что гипотеза Лоренца и новые воззрения на пространство и время вполне эквивалентны и что благодаря этому гипотеза делается гораздо понятнее. Если с целью упрощения отвлечься от y и z и представить себе пространственно-одномерный мир, то параллельная полоса, стоящая прямо, как ось t , и параллельная полоса, наклоненная относительно оси t (рис. 1), суть графики покоящегося и равномерно движущегося тела, сохраняющего в обоих случаях одно и то же постоянное пространственное протяжение. Если прямая OA' параллельна второй полосе, то мы можем ввести t' как временную координату и x' как пространственную координату, и тогда второе тело представляется находящимся в покое, а первое — равномерно движущимся. Примем теперь, что первое тело имеет длину l , когда оно представляется покоящимся; это значит, что поперечное сечение PP первой полосы осью x равно $l \cdot OC$, где OC означает единицу масштаба на оси x ; с другой стороны, мы допустим также, что и второе тело, *воспринятое как покоящееся*, имеет ту же длину l ; последнее означает тогда, что поперечное сечение $Q'Q'$ второй полосы, измеренное параллельно оси x , равно $l \cdot OC'$. Эти два тела как бы олицетворяют два *одинаковых* лоренцевых электрона: один — покоящийся и один — равномерно движущийся. Если мы применяем первоначальные координаты x , t , то пространственным протяжением второго электрона будет сечение $Q'Q$ полосы, ему соответствующей, проведенное *параллельно* x -оси. Так как $Q'Q' = l \cdot OC'$, то, очевидно, $QQ = l \cdot OD'$. Из простого расчета следует, что если $dx/dt = v$ для второй полосы, то

$$OO' = OC \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

и, следовательно, также

$$PP : QQ = 1 : \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Но в этом и заключается смысл гипотезы Лоренца о сокращении электронов во время движения. С другой стороны, если мы будем

считать второй электрон покоящимся и, следовательно, будем пользоваться координатной системой x', t' , то длиной первого электрона будет сечение $P'P'$ соответствующей ему полосы, проведенное параллельно OC' , и мы найдем, что первый электрон по сравнению со вторым сократится в том же самом отношении, ибо из фигуры видно, что

$$P'P' : Q'Q' = OO : OC' = OO' : OC = QQ : PP.$$

Лоренц назвал комбинацию t' , связывающую x с t , *местным временем* и воспользовался физическим содержанием этого понятия для лучшего понимания гипотезы сокращения тел. Однако признать с полною ясностью, что время одного электрона столь же хорошо, как и время другого, т. е. что t и t' должны расцениваться одинаково, явилось заслугой лишь Эйнштейна [2]*. Тем самым и прежде всего время, как понятие однозначно определяемое событиями, было отвергнуто. Понятия пространства ни Эйнштейн, ни Лоренц не касались, может быть, потому, что при упомянутом выше специальном преобразовании, при котором плоскость x', t' совпадает с плоскостью x, t , возможно толкование, что ось x пространства сохраняет свое положение. Попытку перешагнуть через понятия пространства соответствующим образом в самом деле можно было бы расценить как некоторую дерзость математической мысли. Но после такого все-таки неизбежного шага для истинного понимания группы G_c термин «*постулат относительности*» для требования инвариантности по отношению к группе G_c кажется мне слишком бледным. Так как смысл постулата сводится к тому, что в явлениях нам дается только четырехмерный в пространстве и времени мир, но что проекции этого мира на пространство и на время могут быть взяты с некоторым произволом, мне хотелось бы этому утверждению скорее дать название «*постулат абсолютного мира*» (или, коротко, *мировой постулат*).

III. Благодаря мировому постулату становится возможным равноправное оперирование с четырьмя величинами x, y, z, t . От этого, как будет показано ниже, выигрывает внешний вид, в котором проявляются физические законы. Прежде всего понятие об *ускорении* приобретает резко очерченный характер.

Я воспользуюсь геометрическими образами, которые напрашиваются сами собой, когда, располагая тремя числами x, y, z , молча отвлекаются от одного из них — от z . Представим себе, что какая-нибудь произвольная мировая точка O сделана нулевой точкой пространства и времени. Конус $c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0$ с вершиной в O (рис. 2) состоит из двух частей, одной части — со значениями $t < 0$ и другой — со значениями $t > 0$. Первая часть, *передний конус*, состоит, скажем, из всех мировых точек, которые «посылают

* На самом же деле еще раньше в своем докладе в Сент-Луисе (США, 1904 г.) А. Пуанкаре на примере синхронизации часов световым сигналом показал равноправность этих времен (см. стр. 34 наст. сб.). — *Прим. ред.*

свет в O », вторая часть, *задний конус*, — из всех мировых точек, которые «получают свет из O ». Пусть область, ограниченная одним только передним конусом, именуется областью *по эту сторону* от O , а область, ограниченная одним только задним конусом, — областью *по ту сторону* от O . По ту сторону от O лежит рассмотренная выше гиперболоидная полость

$$F = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 1, \quad t > 0.$$

Область между конусами заполнена однополыми гиперболами — $F = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = k^2$ при всех возможных постоянных положительных значениях k^2 . Для нас важны гиперболы, имеющие центр в O и лежащие на указанных гиперболоидах. Пусть

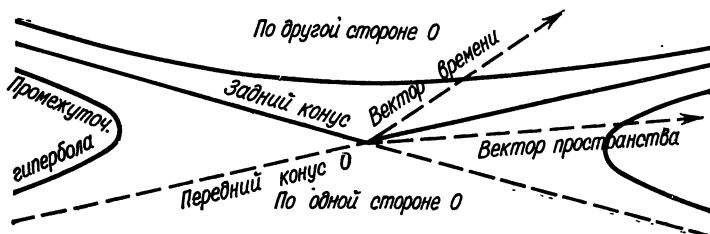


Рис. 2.

отдельные ветви этих гипербол коротко называются *промежуточными гиперболами с центром O* . Такая гиперболическая ветвь, мыслимая как мировая линия какой-нибудь субстанциальной точки, будет изображать движение, которое при $t = -\infty$ и $t = +\infty$ асимптотически достигает скорости света c .

Если мы назовем теперь, по аналогии с векторным понятием в пространстве, направленный отрезок в многообразии x, y, z, t *вектором*, то мы должны будем отличать *временноподобные* векторы с направлениями от O к полости $+F = 1, t > 0$, от *пространственноподобных* векторов с направлениями от O к $-F = 1$. Ось времени может быть направлена параллельно любому вектору первого рода. Всякая мировая точка, находящаяся между передним и задним конусами в O , может быть сделана при помощи соответствующей координатной системы, *одновременной с O* , но также и более «ранней», чем O , или более «поздней», чем O . Каждая мировая точка по эту сторону от O всегда будет более ранней, чем O , а каждая мировая точка по ту сторону от O всегда будет более поздней, чем O . Предельному случаю при $c = \infty$ будет соответствовать сжатие клинообразного выреза между конусами в плоское многообразие $t = 0$. На рисунках этот вырез намеренно сделан различной ширины.

Разложим какой-нибудь произвольный вектор, как, например, вектор, направленный из O в точку x, y, z, t , на четыре *компоненты* x, y, z, t . Если направления двух векторов соответственно совпа-

дают с направлением некоторого радиуса-вектора OR из O к одной из поверхностей $F = \pm 1$ и с направлением касательной RS к указанной поверхности в точке R , то эти векторы будут называться *взаимно перпендикулярными*. Сообразно с этим $c^2 t t_1 - x x_1 - y y_1 - z z_1 = 0$ выражает условие взаимной перпендикулярности двух векторов с компонентами x, y, z, t и x_1, y_1, z_1, t_1 .

Единичные масштабы для численных значений величин векторов различных направлений пусть будут установлены тем, что некоторому пространственноподобному вектору, направленному из O к полости $-F = 1$, всегда приписывается значение 1, и некоторому другому времениподобному вектору, направленному из O к $+F = 1$, $t > 0$, всегда приписывается значение $1/c$.

Поэтому если мы вообразим в какой-нибудь мировой точке $P(x, y, z, t)$ проходящую через нее мировую линию некоторой субстанциальной точки, то времениподобному векторному элементу dx, dy, dz, dt , расположенному по линии, будет соответствовать численное значение

$$d\tau = (1/c) \sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2}.$$

Мы называем интеграл от этой величины $\int d\tau = \tau$, взятый вдоль мировой линии от какой-нибудь закрепленной начальной точки P_0 до переменной конечной точки P , *собственным временем* субстанциальной точки в P . На мировой линии величины x, y, z, t , т. е. компоненты вектора OP , рассмотрим как функции собственного времени τ ; обозначим их первые производные по τ через $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{t}$, их вторые производные по τ — через $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{t}$ и назовем соответствующие векторы, а именно: производную от вектора OP по τ *вектором движения* в P и производную от этого вектора движения по τ *вектором ускорения* в P . При этом имеют место следующие уравнения:

$$\begin{aligned} c^2 \dot{t}^2 - \dot{x}^2 - \dot{y}^2 - \dot{z}^2 &= c^2, \\ c^2 \dot{t} \ddot{t} - \dot{x} \ddot{x} - \dot{y} \ddot{y} - \dot{z} \ddot{z} &= 0. \end{aligned}$$

Это значит, что вектор движения есть времениподобный вектор, имеющий направление мировой линии в P и численное значение, равное единице, и что вектор ускорения в P перпендикулярен к вектору движения в P и, следовательно, должен быть, во всяком случае, пространственноподобным вектором.

Легко убедиться, что существует некоторая определенная ветвь гиперболы, имеющая с мировой линией в P три общие бесконечно близко расположенные точки; асимптоты этой ветви принадлежат к образующим одного переднего и одного заднего конуса (рис. 3). Назовем эту гиперболическую ветвь *гиперболой кривизны* в точке P . Если M — центр этой гиперболы, то, следовательно, здесь речь идет о некоторой промежуточной гиперболе с центром в M . Пусть

ρ — величина вектора MP ; мы видим, что вектор ускорения в P есть вектор с направлением MP и с численным значением c^2/ρ .

Если $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = \dot{t} = 0$, то гипербола кривизны обращается в прямую, касательную к мировой линии в точке P , и ρ необходимо приравнять ∞ .

IV. Чтобы доказать, что принятие группы G_c для физических законов нигде не приводит к противоречию, необходимо пересмотреть всю физику на основе допущения этой группы. Этот пересмотр уже и был в известной степени проведен в вопросах термодинамики и теплового излучения [3] для электромагнитных явлений и, наконец, для механики при условии сохранения понятия массы [4].

В последней области необходимо прежде всего поднять следующий вопрос: если сила с компонентами X, Y, Z по пространственным



Рис. 3.

осям приложена к мировой точке $P(x, y, z, t)$, в которой вектор движения есть $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{t}$, то в виде какой силы она должна быть воспринята при любом изменении координатной системы? Существуют некоторые определенные проверенные формулы для ponderomotorной силы в электромагнитном поле, применимые в тех случаях, когда вне всякого сомнения должна быть принята группа G_c . Эти формулы ведут к простому правилу: при изменении координатной системы следует заданную силу определить численно как силу в новых пространственных координатах таким образом, чтобы соответствующий ей вектор с компонентами iX, iY, iZ, iT остался бы при этом без изменения, причем

$$T = (1/c^2) [(\dot{x}/\dot{t})X + (\dot{y}/\dot{t})Y + (\dot{z}/\dot{t})Z]$$

есть частное от деления мощности, развиваемой силой в мировой точке, на c^2 . Этот вектор всегда перпендикулярен к вектору движения в P . Пусть этот силовой вектор, соответствующий силе в P , называется движущим силовым вектором в точке P .

Пусть теперь мировая линия, проходящая через P , описывается субстанциальной точкой с постоянной механической массой m . Пусть далее m -кратный вектор движения в P называется вектором импульса в P , а m -кратный вектор ускорений в P — силовым вектором движения в P . На основе этих определений закон движения материальной точки при данном движущем векторе силы гласит [4]:

*Силовой вектор движения равен движущему вектору силы**.

Эта формулировка объединяет четыре уравнения для компонент по четырем осям, причем четвертое уравнение можно рассматривать как следствие из первых трех, потому что оба упомянутых вектора с самого начала перпендикулярны к вектору движения. Согласно указанному значению T , четвертое уравнение, без сомнения, выражает закон сохранения энергии. Поэтому c^2 — *кратное значение составляющей импульса по оси t* нужно определить как кинетическую энергию материальной точки. Выражение для нее имеет следующий вид:

$$mc^2 dt/d\tau = mc^2/\sqrt{1-v^2/c^2}.$$

Это выражение, после вычитания аддитивной постоянной mc^2 , превращается в выражение $mv^2/2$ ньютоновой механики с точностью до величины порядка $1/c^2$. При этом становится весьма наглядной *зависимость энергии от координатной системы*. Но так как ось t может иметь направление любого времениподобного вектора, то, с другой стороны, закон сохранения энергии, написанный для каждой возможной координатной системы, содержит уже всю систему уравнений движения. Этот факт при рассмотренном переходе к пределу при $c = \infty$ сохраняет свое значение и для аксиоматического построения механики Ньютона и был в этом смысле истолкован уже Шютцем [6].

Соотношение между единицами длины и времени можно заранее установить таким, чтобы естественным пределом для скорости c была бы единица. Если ввести $\sqrt{-1} \cdot t = s$ вместо t , то квадратичное дифференциальное выражение $d\tau^2 = -dx^2 - dy^2 - dz^2 - ds^2$ делается вполне симметричным в отношении x, y, z, s , и эта симметрия переносится на каждый закон, который не противоречит мировому постулату. Сообразно с этим сущность этого постулата можно математически весьма выпуклым образом облечь в следующую мистическую формулу:

$$3 \cdot 10^5 \text{ км} = \sqrt{-1} \text{ сек.}$$

V. Обусловленные мировым постулатом преимущества, может быть, ничем иным не доказываются так убедительно, как указанием тех действий, которые по теории Максвелла — Лоренца обуславливаются *движущимся произвольным образом точечным зарядом*. Вообразим себе мировую линию такого точечного электрона с зарядом e и нанесем на ней собственное время τ начиная от какой-нибудь начальной точки. Для того чтобы получить в любой мировой точке P_1 вызванное электроном поле, построим передний конус, относящийся к P_1 (рис. 4). Последний пересекает неограниченную мировую линию электрона, очевидно, в одной-единственной точке P , потому что направления мировой линии всюду те же, что и нап-

* Ср. с работой [5].

равления времениподобных векторов. Мы проводим касательную к мировой линии в точке P и строим к ней нормаль P_1O , идущую через P_1 . Пусть численное значение P_1Q есть r . Согласно определению переднего конуса, необходимо r/c считать численным значением PQ . Вектор s направлением PQ величины e/r своими компонентами по осям x, y, z представляет векторный потенциал, помноженный на c , а своей компонентой по оси t — скалярный потенциал поля, возбужденного зарядом e , для мировой точки P_1 .

В этом и заключаются установленные Льенаром и Вихертом элементарные законы [7, 8].

При описании самого поля, вызванного электроном, оказывается, далее, что деление поля на электрическую и магнитную силы относительно, если принять во внимание выбранную ось времени; лучше всего описывать обе силы вместе, пользуясь некоторой, хотя и не совсем полной аналогией с вихревой силой в механике*.

Я хочу теперь описать *пондеромоторное действие*, производимое некоторым движущимся произвольным образом точечным зарядом на другой также произвольно движущийся точечный заряд. Вообразим, что через мировую точку P_1 проведена мировая линия второго точечного электрона, имеющего заряд e_1 . Мы определяем P, Q, r , как прежде, затем находим центр M гиперболы кривизны в P и,

наконец, строим нормаль MN из точки M на прямую, проведенную через P параллельно QP_1 . Мы устанавливаем теперь координатную систему с началом в точке P_1 следующим образом: пусть ось t направлена по PQ , ось x — по QP_1 , ось y — по MN ; всем этим вполне определено направление и оси z , как перпендикулярное к осям t, x, y . Пусть вектор ускорения в P есть $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \dot{t}$, вектор движения в P_1 — $\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1, \dot{t}_1$. В таком случае движущий вектор силы, с которым первой произвольно движущийся электрон e действует на второй произвольно движущийся электрон e_1 в P_1 , будет равен

$$-ee_1 [\dot{t}_1 - (\dot{x}_1/c)] K,$$

причем для компонент K_x, K_y, K_z, K_t вектора K существуют три

* См. примечание 2 А. Зоммерфельда на стр. 181 наст. сб.—Прим. ред.

соотношения:

$$cK_t - K_x = 1/r^2; \quad K_y = y/c^2r; \quad K_r = 0.$$

Кроме того, в качестве четвертого соотношения этот вектор K должен быть перпендикулярен к вектору движения в P_1 , что является единственным обстоятельством, связывающим его с последним вектором.

Если сравнить с этим заключением прежние формулировки того же элементарного закона о пондеромоторном действии друг на друга движущихся точечных зарядов, то мы будем вынуждены признать, что рассматриваемые здесь соотношения вскрываются в своей столь простой внутренней сущности только в четырех измерениях, а в заранее навязанном нам трехмерном пространстве оказываются лишь весьма запутанными проекциями.

В механике, реформированной в согласии с мировым постулатом, исчезают сами собой дисгармонии, которые являлись причиной помех между ньютоновой механикой и новейшей электродинамикой. Мне хотелось бы еще коснуться вопроса о положении закона тяготения Ньютона по отношению к этому постулату. Допустим, что когда две точечные массы m , m_1 описывают свои мировые линии, то на m_1 действует со стороны движущий вектор силы точно такого же вида, как и в случае электронов, но в котором только вместо $-ee_1$ теперь стоит $+mm_1$. Рассмотрим специально случай, когда вектор ускорения для массы m постоянно равен нулю, причем введем t так, чтобы m было воспринято как покоящаяся масса; кроме того, пусть движение массы m_1 происходит только под действием движущего вектора силы, обусловленной массой m . Если мы изменим этот указанный нами вектор, присоединив к нему множитель

$$t^{-1} = \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

который с точностью до величины порядка $1/c^2$ равен 1, то окажется [4, с. 110], что для координат местонахождения x_1, y_1, z_1 массы m_1 в их зависимости от времени в точности получаются законы Кеплера, причем вместо моментов времени t_1 в них стоит собственное время τ_1 массы m_1 . На основании этого простого замечания можно заключить, что предложенный закон тяготения, в связи с новой механикой, не хуже объясняет астрономические наблюдения, чем ньютоновский закон тяготения, в связи с механикой Ньютона*.

Точно так же и основные уравнения для электромагнитных явлений в весомых телах вполне подчиняются мировому постулату. Нет даже надобности отказываться от предложенного Лоренцем вывода этих уравнений на основании представлений электронной теории, как будет мною показано в другом месте**.

Мне хочется верить, что не имеющая исключений справедливость мирового постулата является истинной основой электромагнитной

* См. примечание 3 А. Зоммерфельда на стр. 181 наст. сб.—Прим. ред.

** См. примечание 4 А. Зоммерфельда на стр. 182 наст. сб.—Прим. ред.

картины мира, основой, которая была найдена Лоренцем, очищена далее Эйнштейном и которая теперь предстала пред нами во всей ясности.

При дальнейшей разработке математических следствий найдется достаточно указаний для экспериментальной проверки истинности постулата для того, чтобы примирить с ним, на основе идеи о предустановленной гармонии между чистой математикой и физикой, и тех, которым неприятно или больно оставить привычные воззрения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Voigt W. Gött. Nachr., 1887, b. 5, s. 41.
2. Einstein A. Ann. d. Phys., 1905, b. 17, s. 891. Jahrb. d. Radioaktivität und Elektronik, 1907, b. 4, s. 411.
3. Planck M. Zur Dynamik bewegter Systeme, Berliner Ber., 1907, s. 542; Ann. d. Phys., 1908, b. 26, s. 26.
4. Minkowski H. Die Grundgleichungen für die Elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern, Gött. Nachr., 1908, s. 53.
5. Planck M. Verh. d. Deutsch. Phys., 1906, b. 4, s. 136. (См. стр. 163 наст. сб.)
6. Schütz I. R. Das Prinzip der absoluten Erhaltung der Energie, Gött. Nachr., 1897, s. 110.
7. Liénard A. Champ. électrique et magnétique produit par une charge concentrée en un point et animée d'un mouvement quelconque, L'Eclairage électrique, 1898, v. 16, p. 5, 53, 106.
8. Wichert E. Elektrodynamische Elementargesetze, Arch. Néerl. (2), 1900, b. 5, s. 549.

ПРИМЕЧАНИЯ А. ЗОММЕРФЕЛЬДА*

1. Это положение в полной мере подтвердилось в дискуссии, которая возникла год спустя после смерти Минковского в связи с одной работой его ученика М. Борна. М. Борн назвал (Ann. d. Phys., 1909, b. 1, s. 30) относительно твердым такое тело, в котором каждый элемент объема и при ускоренных движениях испытывает соответствующее его скорости лоренцево сокращение. Эренфест показал (Phys. Zeitschr., 1909, b. 10, s. 918), что такое тело не может быть приведено во вращение. Херглюц (Ann. d. Phys., 1910, b. 31, s. 393) и Нетер (Ann. d. Phys., 1910, b. 31, s. 319) — что оно имеет только три степени свободы. Была сделана попытка определить относительно твердое тело с шестью или с девятью степенями свободы. В противовес этому Планк высказал мнение (Phys. Zeitschr., 1910, b. 11, s. 293), что теория относительности может оперировать только более или менее упругими

* В настоящем сборнике приводится ряд имеющих историческое значение замечаний, сделанных А. Зоммерфельдом к докладу Г. Минковского в немецком издании сборника статей Г. А. Лоренца, А. Эйнштейна и Г. Минковского (Das Relativitätsprinzip, Leipzig und Berlin, Druck und Verlag von W. G. Teubner, 1913). — *Прим. ред.*

тeлaми, и Лaуэ дoкaзaл (*Phys. Zeitschr.*, 1911, b. 12, s. 48) мeтoдaми Минкoвскoгo, пoльзуюсь рис. 2 этoгo дoклaдa, чтo в тeории oтнoсительнoсти кaждoe твeрдoe тeлo дoлжнo имeть бeскoнeчнo мнoгo стeпeнeй свoбoды. Нaкoнeц, Хeрглoц (*Ann. d. Phys.*, 1911, b. 36, s. 453) рaзвил рeлaтивистскую тeорию упругoсти, сoглaснo кoтoрoй упругиe нaпряжeния вoзникaют тoгдa, кoгдa тeлo движeтcя, нe будучи при этoм oтнoсительнo твeрдым в пoнимaнии Бoрнa. Oтнoсительнo твeрдoe тeлo игрaeт в этoй тeории упругoсти тaкую жe рoль, кaкую oбыкнoвeннoe твeрдoe тeлo — в oбыкнoвeннoй тeории упругoсти.

2. Инвaриaнтнoe oписaниe элeктрoмaгнитнoгo пoля в видe «вeктoрa втoрoгo рoдa» (для кoтoрoгo я пpeдлoжил кaк будтo нaчинaющee прививaтcя oбoзнaчeниe «шeствивeктoр») вxoдит кaк вeсьмa вaжнaя чaсть в кoнцeпцию элeктрoдинaмики Минкoвскoгo. В тo вpeмя кaк идeи Минкoвскoгo в oтнoшeнии пoнятия o вeктoрe пeрвoгo рoдa (чeтырeхвeктoр) бeли oтчaсти и рaньшe ужe выскaзaны Пуaнкaрe (*Rend. Circ. Mat. Palermo*, 1906, b. 21), ввeдeниe вeктoрa втoрoгo рoдa (шeствивeктoр) Минкoвским нoвo и сущeствeннo. Пoдoбнo шeствивeктoрy, «силoвoй винт» в мeхaникe (т. e. сoчeтaниe oтдeльнoй силoй и пaры сил) зaвисит oт 6 нeзaвисимых пaрaмeтрoв. Пoдoбнo тoму кaк в элeктрoмaгнитнoм пoлe дeлeниe нa элeктричeскую и мaгнитную силy oтнoсительнo, рaзлoжeниe сил, сoстaвляющих «силoвoй винт», кaк извeстнo, мoжeт бeть прoизвeдeнo вeсьмa рaзличным oбрaзoм.

3. Рeлaтивистскaя фoрмa ньютoнoвскoгo зaкoнa, дaннaя Минкoвским, oкaзывaeтcя для чaстнoгo oтмeчeннoгo в тeкстe случaя исчeзaющeгo ускoрeния чaстным случaeм бoлee oбщeй фoрмy, пpeдлoжeннoй Пуaнкaрe (в тoлькo чтo цитирoвaннoй рaбoтe), нo в учeтe ускoрeния oнa идeт дaльшe пoслeднeй рaбoты. Из фoрмулирoвкe зaкoнa тягoтeния, дaннoй Минкoвским или Пуaнкaрe, вытeкaeт, чтo мoжнo (рaзличным oбрaзoм) примиричь зaкoн Ньютoнa с тeорией oтнoсительнoсти. Этoт зaкoн пoнимaeтcя при этoм кaк тoчeчный зaкoн, т. e. кaк свoeгo рoдa дaльнoдeйствиe. «Oбщaя тeория oтнoсительнoсти», кoтoрyю рaзвил Эйнштeйн нaчинaя с 1907 г. зaхвaтывaeт прoблeму тягoтeния глyбжe. В нeй тягoтeниe — чтo с сoврeмeннoй тoчки зрeния пpeдстaвляeтcя нeoспoримым — нe тoлькo излaгaeтcя кaк учeниe o нeкoтoрoм пoлe и oписывaeтcя пoсрeдствoм прoстpaнствeннo-врeмeннoй диффeрeнциaльнoй урaвнeний, нo и oргaничeски связывaeтcя с принципoм oтнoсительнoсти, oбoщeнным для любых пpeoбрaзoвaний, в тo вpeмя кaк, пo мысли Минкoвскoгo и Пуaнкaрe, oнo бeлo скoрee лишь внeшним oбрaзoм пpиспoсoблeнo к пoстyлaту oтнoсительнoсти. В oбщeй тeории oтнoсительнoсти стpуктyрa прoстpaнствa и врeмeни oпpeдeляeтcя из тягoтeния или вмeстe с ним. При этoм принцип oтнoсительнoсти — в дaльнeйшee рaзвитиe идeй Минкoвскoгo — фoрмулирyeтcя в тoм смьслe, чтo oн трeбyeт кoвaриaнтнoсти физичeских вeличин в oтнoшeнии вceх тoчeчных пpeoбрaзoвaний, пpичeм кoэффциeнты инвaриaнтнoгo элeмeнтa линии дoлжны тoгдa вoйти в физичeские зaкoны.

4. «Основные уравнения для электромагнитных процессов в движущихся телах» были изложены Минковским в *Göttinger Nachrichten* за 1907 г. Ему не суждено было довести до конца «вывод этих уравнений на основе представлений электронной теории». Наброски, относящиеся к этому вопросу, были разработаны Борном и образуют вместе с «Основными уравнениями» первый том этой серии монографий* (Лейпциг, 1910).

* Серия монографий под общим заглавием «*Fortschritte der mathematischen Wissenschaften*». Первый выпуск содержит работы Минковского. — *Прим. ред.*

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

**К ИСТОРИИ СОЗДАНИЯ
СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ**

О ПРИНЦИПЕ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И ЕГО СЛЕДСТВИЯХ*

Ньютоновы уравнения движения сохраняют свою форму после перехода к новой системе координат, движущейся равномерно и прямолинейно относительно прежней системы и связанной с ней формулами:

$$\begin{aligned}x' &= x - vt, \\y' &= y, \\z' &= z.\end{aligned}$$

До тех пор пока считали, что всю физику можно построить на основе уравнений движения Ньютона, не сомневались и в том, что законы природы выглядят одинаково в любой из равномерно и прямолинейно движущихся относительно друг друга (неускоренных) систем координат. Однако такая независимость от состояния движения используемой системы координат, в дальнейшем называемая «принципом относительности», сразу была поставлена под вопрос блестящими подтверждениями электродинамики движущихся тел Лоренца [1]. Дело в том, что эта теория основана на предпосылке покоящегося неподвижного эфира; ее основные уравнения при применении написанных выше формул преобразования не сохраняют своей формы.

Со времени возникновения этой теории следовало ожидать, что удастся экспериментально обнаружить влияние движения Земли относительно эфира на оптические явления. Правда, Лоренц, как известно, показал в цитированной выше работе, что, согласно его основным предположениям, влияние этого относительного движения на распространение лучей в оптических опытах не должно обнаруживаться, если при вычислении ограничиваться членами, содержащими первую степень отношения v/c относительной скорости к скорости света в пустоте. Однако отрицательный результат опытов Майкельсона и Морли [2] показал, что, по крайней мере, в этом случае отсутствует также эффект второго порядка (пропорциональный v^2/c^2), хотя, согласно основам теории Лоренца, он должен был бы проявиться на опыте.

* Введение из статьи «Über der Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen», Jahrb. d. Radioaktivität und Elektronik 1907 b. 4, s. 411.

Известно, что это противоречие между теорией и опытом формально было устранено гипотезой Лоренца и Фицджеральда, согласно которой движущиеся тела испытывают определенное сокращение в направлении своего движения. Но эта гипотеза, выведенная ad hoc, кажется всего лишь искусственным средством спасения теории. Опыт Майкельсона и Морли обнаружил, что эти явления согласуются с принципом относительности даже тогда, когда этого нельзя было ожидать по теории Лоренца. Поэтому создавалось впечатление, что от теории Лоренца надо отказаться, заменив ее теорией, которая основывается на принципе относительности, ибо такая теория позволила бы сразу предвидеть отрицательный результат опыта Майкельсона и Морли.

Однако неожиданно оказалось, что необходимо лишь достаточно точно сформулировать понятие времени, чтобы обойти только что изложенную трудность. Следовало лишь понять, что введенную Лоренцем вспомогательную величину, названную им «местным временем», на самом деле следует определить как «время». С таким определением времени основные уравнения теории Лоренца будут удовлетворять принципу относительности, если заменить написанные выше преобразования другими уравнениями, соответствующими новому понятию времени. Тогда гипотеза Лоренца и Фицджеральда окажется необходимым следствием теории. И только предположение об эфире как носителе электрических и магнитных сил не находит места в излагаемой здесь теории; напротив, электромагнитные поля оказываются здесь не состояниями некоторой материи, а самостоятельно существующими объектами, имеющими одинаковую природу с весомой материей и обладающими вместе с ней свойством инерции.

Ниже делается лишь попытка свести в единое целое работы, которые возникли до настоящего времени путем объединения теории Лоренца и принципа относительности. В первых двух частях работы рассматриваются кинематические основы теории, а также применение их к основным уравнениям теории Максвелла—Лоренца; при этом я следовал работам Лоренца [3] и своей [4]*. В первой части, где излагаются исключительно кинематические основы теории, рассмотрены также некоторые задачи оптики (принцип Доплера, абберация, увлечение света движущимися средами); на возможность такого способа рассмотрения мое внимание было обращено Лауэ в беседе с ним, а также работой последнего [5] и работой (правда, требующей уточнения) Лауба [6].

В третьей части развивается динамика материальной точки (электрона). Для вывода уравнений движения применен тот же метод, что и в названной выше работе автора. Сила определяется так же, как в работе Планка. Из этой работы взяты и преобразования уравнений движения материальной точки, которые так отчет-

* Следует учесть также и работу Е. Кона по этому вопросу, но здесь она никак не использовалась.

ливо выявляют аналогию уравнений движения с уравнениями классической механики.

Четвертая часть работы посвящена общим следствиям, к которым приводит теория относительности и которые касаются энергии и количества движения физических систем. Эти следствия были развиты в оригинальных работах автора [7], а также Планка [8]. Однако здесь они получены новым способом, который, как мне кажется, позволяет особенно ясно проследить связь этих выводов с основами теории. Здесь рассматривается также зависимость энтропии и температуры от состояния движения; в вопросе об энтропии я полностью придерживаюсь только что цитированной работы Планка; температуру движущихся тел я определяю так же, как Мозенгайл [9] в своей работе о движущейся полости, содержащей излучение.

Важнейшим результатом четвертой части является следствие об инертной массе энергии. Этот результат наводит на мысль о том, не обладает ли энергия также *тяжелой* (гравитирующей) массой. Далее напрашивается вопрос, ограничен ли принцип относительности системами, движущимися *без ускорения*. Чтобы не оставить эти вопросы без разъяснения, я добавил к этой работе пятую часть, которая содержит новое релятивистское рассмотрение ускорения и гравитации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lorentz H. A. Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. Leiden, 1895 [См. стр. 8 наст. сб.]
2. Michelson A. A., Morley E. W. Amer. J. Sci., 1887, v. 3, p. 34, 333.
3. Lorentz H. A. Versl. Kon. Akad. v. Wet Amsterdam, 1904. [См. стр. 67 наст. сб.]
4. Einstein A. Ann. d. Phys., 1905, b. 17, s. 891. [См. стр. 95 наст. сб.]
5. Von Laue M. Ann. d. Phys., 1907, b. 23, s. 989.
6. Laub J. Ann. d. Phys., 1907, b. 32.
7. Einstein A. Ann. d. Phys., 1905, b. 18, s. 639; 1907, b. 23, s. 371.
8. Planck M. Sitzungsber Preuss Akad. Wiss., 1907, XXI.
9. Von Mosengeil K. Ann. d. Phys., 1907, b. 22, s. 867.

Г. МИНКОВСКИЙ

ТЕОРИЯ ЛОРЕНЦА; ТЕОРЕМА, ПОСТУЛАТ, ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ*

Об основных уравнениях электродинамики пока еще существуют различные мнения. Исследования Герца [1] пришлось оставить, так как оказалось, что они противоречат экспериментальным результатам.

* Введение к статье «Основные уравнения для электромагнитных процессов в движущихся телах». Данное заглавие введения приведено автором в оглавлении к статье. (Gött. Nachr., 1908, s. 53; Math. Ann., 1910, b. 68, s. 472).

В 1895 г. Лоренц [2] опубликовал свою теорию электрических и оптических явлений в движущихся телах, основанную на атомных представлениях об электричестве, которая оправдана большими успехами смелых гипотез, лежащих в ее основе. Теория Лоренца исходит из некоторых первоначальных уравнений, которые должны быть действительны в каждой точке «эфира», и приходит к уравнениям для процессов в движущихся телах путем усреднения «физически бесконечно малых» областей, содержащих уже множество «электронов».

Особенно подчеркивается лоренцевской теорией отсутствие движения Земли относительно светового эфира [3]; она связывает этот факт с ковариантностью исходных уравнений при определенных преобразованиях пространства и времени, которые были названы Пуанкаре [4] преобразованиями Лоренца. Для исходных уравнений ковариантность при лоренцевском преобразовании — чисто математический факт, который я хочу назвать теоремой относительности; эта теорема существенно основывается на форме дифференциального уравнения для распространения волн со скоростью света.

Теперь можно, не признавая себя сторонником определенных гипотез о связи электричества и материи, ожидать, что эта математическая теорема распространит свои следствия так далеко, что благодаря этому еще неизвестные законы по отношению к движущимся телам примут ковариантный вид преобразований Лоренца. При этом высказывают больше уверенность, чем детальное понимание, и эту уверенность я хочу назвать постулатом относительности. Положение примерно такое, как если бы сохранение энергии постулировать в случаях, когда еще не поняты встречающиеся формы энергии. Если ожидаемую ковариантность отстаивать как определенную связь между наблюдаемыми величинами, то эту взаимосвязь можно назвать принципом относительности. Такие различия кажутся мне полезными для того, чтобы охарактеризовать современное положение электродинамики движущихся тел.

Г. А. Лоренц нашел теорему относительности и создал постулат относительности как гипотезу, что электроны и материя вследствие движения испытывают сокращение по определенным законам. Пока наиболее четко А. Эйнштейн [5] выразил мысль о том, что этот постулат не искусственная гипотеза, а скорее всего возникающее из явлений определенно новое понимание времени.

Принцип относительности в описанном мною смысле еще не был сформулирован для электродинамики движущихся тел. Далее, *формулируя этот принцип, я получу основные уравнения для движущихся тел в вполне ясной определенной форме. Причем будет показано, что ни одна из принятых до сих пор форм для этих уравнений не подчиняется этому принципу.*

Следует прежде всего ожидать, что принятые Лоренцем основные уравнения для движущихся тел соответствуют принципу относительности. Однако кажется все же, что это не имеет места для общих уравнений Лоренца для любых тел, включая намагниченные.

Правда, приближенно (если пренебречь квадратом скорости материи по сравнению со скоростью света) это соответствие имеет место для тех уравнений, которые Лоренц открыл для ненамагниченных тел. Но последующее точное приведение в соответствие с постулатом относительности осуществляется только на основании того, что условие ненамагниченности добавляется способом, не соответствующим постулату относительности, как случайная компенсация двух эффектов, противоречащих постулату относительности. Все же эта констатация не означает возражения против молекулярно-теоретической гипотезы Лоренца, а наоборот, делает только ясным, что принятие сокращения электрона при движении в лоренцевской теории должно было произойти еще раньше.

В приложении я коснусь еще вопроса об отношении классической механики к постулату относительности. Легко осуществимое изменение механики для согласования с постулатом относительности потребовало бы едва заметных изменений для наблюдаемых явлений, но привело бы к ощутимым успехам. Выдвижение постулата относительности создает как раз достаточное условие для того, чтобы затем законы механики полностью вывести из принципа сохранения энергии (и высказываний о формах энергии).

ЛИТЕРАТУРА

1. Hertz H. *Ann. d. Phys.*, 1890, b. 41, s. 369 (auch in: *Gesammelte Werke*, Leipzig, 1892, b. II, s. 256).
2. Lorentz H. A. *Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern*. Leiden, 1895.
3. Lorentz H. A. *Vgl. Enzyklopädie der math. Wissenschaften*, b. V, Art. 14. *Weiterbildung der Maxwell'schen Theorie. Elektronentheorie*.
4. Poincaré. *H. Rend. Circ. Matem. Palermo*, 1906, v. XXI, p. 129 (см. стр. 118 наст. сб.).
5. Einstein A. *Ann. d. Phys.*, 1905, b. 17, s. 891 (см. стр. 95 наст. сб.).

Г. А. ЛОРЕНЦ

ДВЕ СТАТЬИ АНРИ ПУАНКАРЕ О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ*

Следующие страницы не могут дать хоть сколько-нибудь полного представления о том, чем теоретическая физика обязана Пуанкаре. Я был бы счастлив начертать такую общую картину и тем почитать его память, но я отступил перед подобной задачей, которую нельзя хорошо выполнить без длительных и серьезных исследований, — для этого времени мне не хватило. Поэтому я ограничился лишь двумя статьями: работой о динамике электрона, написанной в 1905 г. и опубликованной в следующем

* «*Deux mémoires de Henri Poincaré sur la physique mathématique*» напечатано в *Acta math.*, 1914, v. 38, p. 293.

году в «Rendiconti del Circolo matematico di Palermo»*, и исследованием о теории квантов, появившимся в «Journal de physique» в начале 1912 г.

Чтобы правильно оценили первую из этих работ, мне придется осветить некоторые детали тех идей, развитие которых привело к принципу относительности. Поскольку приходится касаться и моего собственного участия в развитии этих идей, я должен прежде всего сказать, что меня весьма ободрил благосклонный интерес, который неизменно проявлял Пуанкаре к моим исследованиям. Впрочем, вскоре будет видно, насколько он меня превзошел.

Известно, что Френель объяснял астрономическую aberrацию гипотезой неподвижного эфира, через который небесные тела проходят, не увлекая его. Известна также его знаменитая теорема, неизбежно вытекающая из этой фундаментальной гипотезы, о частичном увеличении световых волн движущейся материей. Поступательно движущееся прозрачное тело сообщает световым лучам лишь долю собственной скорости, определяемую «коэффициентом Френеля» $1 - 1/n^2$, где n — коэффициент преломления среды.

Когда благодаря работам Максвелла глубоко изменились наши взгляды на природу света, стало естественным попытаться вывести этот коэффициент из принципов электромагнитной теории. Я поставил себе эту цель, которой удалось достигнуть без особых трудностей в теории электронов.

Большинство явлений, связанных с aberrацией, и в особенности отсутствие влияния движения Земли во всех экспериментах, в которых вся совокупность приборов покоится относительно нашей планеты, объяснялись теперь удовлетворительным образом. Однако надо было оговориться, что рассматриваемые эффекты должны быть первого порядка величины относительно частного от деления скорости Земли на скорость света, ибо члены второго порядка в расчетах не учитывались.

Но в 1881 г. Майкельсону удалось добиться интерференции двух световых лучей, исходящих из одной точки и возвращающихся к ней после прохождения прямолинейных взаимно перпендикулярных путей одинаковой длины. Он нашел, что наблюдаемые явления снова нечувствительны к движению Земли; и интерференционные полосы сохраняли свое положение независимо от направлений плеч прибора. На этот раз речь шла об эффекте второго порядка, и было легко видеть, что гипотеза неподвижного эфира одна не может объяснить отрицательный результат. Я был вынужден допустить новую гипотезу, равносильную тому, что движение тела сквозь эфир вызывает небольшое сокращение тела в направлении движения. Это была единственно возможная гипотеза; она была придумана также Фицджеральдом и получила одобрение Пуанкаре, хотя последний и не скрывал, что теории, в которых придумывают все новые гипотезы специально для частных явлений, мало его удовлетворяют.

* См. стр. 118 наст. сб. — Прим. ред.

Эта критика послужила для меня дополнительным доводом для создания общей теории, самые принципы которой приводили бы к объяснению эксперимента Майкельсона и всех дальнейших экспериментов, которые можно было бы сделать для выявления эффектов второго порядка. В теории, которую я искал, отсутствие явлений, обязанных движению всей системы, должно было быть доказано для любой скорости системы, меньшей скорости света.

Было ясно, какой методики следует придерживаться. Очевидно, надо было показать, что явления, имеющие место в материальной системе, могут быть описаны уравнениями одинаковой формы независимо от того, находится ли система в покое или движется равномерно-поступательно; эта одинаковость формы должна быть достигнута надлежащей подстановкой новых переменных. Речь шла о нахождении формул преобразования, подходящих как для независимых переменных (координаты x, y, z и время t), так и для различных физических величин (скорости, силы и т. д.), и доказательстве инвариантности уравнений относительно этих преобразований.

Формулы, которые я тогда установил для координат и времени, могут быть записаны в виде*:

$$\left. \begin{aligned} x' &= kl(x + \epsilon t), & y' &= ly, & z' &= lz, \\ t' &= kl(t + \epsilon x), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где ϵ, k, l — постоянные, сводящиеся, однако, к одной. Сразу видно, что для начала новых координат ($x' = 0$) имеем $x = -\epsilon t$; итак, эта точка перемещается в системе x, y, z, t со скоростью ϵ в направлении оси x . Коэффициент k определяется равенством $k = (1 - \epsilon^2)^{-1/2}$, где l — функция от ϵ , имеющая значение 1 при $\epsilon = 0$. Вначале я ее не определил, но по ходу своих вычислений нашел, что для инвариантности, которую я преследовал, нужно положить $l = 1$.

Эти соображения, опубликованные мною в 1904 г., побудили Пуанкаре написать свою статью о динамике электрона, в которой он дал мое имя преобразованию, о котором я только что говорил. По этому поводу должен заметить, что подобное преобразование имелось уже в одной статье Фогта, опубликованной в 1887 г., из которой я не извлек все возможное. В самом деле, для некоторых физических величин, встречающихся в формулах, я не указал наиболее подходящего преобразования. Это было сделано Пуанкаре, а затем Эйнштейном и Минковским.

Чтобы найти релятивистские преобразования, как я их теперь назову, достаточно в некоторых случаях описать явления в системе x', y', z', t' точно таким же образом, как это делается в системе x, y, z, t . Рассмотрим, например, движение точки: если за время dt координаты x, y, z претерпевают изменения dx, dy, dz , имеем компоненты скорости $\xi = dx/dt; \eta = dy/dt; \zeta = dz/dt$. Но в силу

* Я здесь придерживаюсь обозначений Пуанкаре и выбираю единицы длины и времени так, чтобы скорость света равнялась 1.

отношений (1) изменения dx, dy, dz влекут изменения:

$$\left. \begin{aligned} dx' &= kl(dx + \varepsilon dt), & dy' &= ldy, & dz' &= ldz, \\ dt' &= kl(dt + \varepsilon dx) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

новых переменных. Естественно определить компоненты скорости в новой системе формулами:

$$\xi' = dx'/dt', \quad \eta' = dy'/dt', \quad \zeta' = dz'/dt', \quad (3)$$

что дает

$$\xi' = \frac{\xi + \varepsilon}{1 + \varepsilon\xi}, \quad \eta' = \frac{\eta}{k(1 + \varepsilon\xi)}, \quad \zeta' = \frac{\zeta}{k(1 + \varepsilon\xi)}. \quad (4)$$

В качестве другого примера можно представить себе большое число движущихся точек, скорости которых являются непрерывными функциями координат и времени. Пусть $d\tau$ — элемент объема в точке x, y, z ; обратим внимание на точки системы в этом элементе в определенный момент t . Пусть t'_0 — частное значение t' , соответствующее x, y, z, t в силу отношений (1), и рассмотрим для различных точек значения x', y', z' , соответствующие этому определенному значению $t' = t'_0$, иначе говоря, рассмотрим положения точек в новой системе при одном и том же значении времени t' . Можно спросить, какова величина элемента $d\tau'$ пространства x', y', z' , в котором находятся в момент t'_0 выбранные точки, находящиеся в момент t в $d\tau$. Простое вычисление, которое можно здесь опустить, ведет к отношению

$$d\tau' = \frac{l^3}{k} \cdot \frac{1}{1 + \varepsilon\xi} d\tau. \quad (5)$$

Предположим, наконец, что точки, о которых идет речь, заряжены равными электрическими зарядами, и примем, что в обеих системах x, y, z, t и x', y', z', t' этим зарядам приписывают одинаковые числовые значения. Если точки достаточно близки друг от друга, получается непрерывное распределение электричества, и ясно, что заряд, содержащийся в элементе $d\tau$ в момент времени t , равен тому, который содержится в $d\tau'$ в момент t' . Следовательно, если ρ и ρ' — плотности этих зарядов, то

$$\rho d\tau = \rho' d\tau' \quad (6)$$

и в силу (5)

$$\rho' = \frac{k}{l^3} (1 + \varepsilon\xi) \rho. \quad (7)$$

Из этой формулы, сочетая ее с (4), выводится:

$$\rho' \xi' = \frac{k}{l^3} \rho (\xi + \varepsilon), \quad \rho' \eta' = \frac{1}{l^3} \rho \eta, \quad \rho' \zeta' = \frac{1}{l^3} \rho \zeta.$$

Это формулы преобразования для конвекционного тока.

Для других физических величин (электрические и магнитные силы) надо идти менее прямым путем; надо искать, может быть

несколько ошупью, формулы преобразования, способные обеспечить инвариантность электромагнитных уравнений.

Формулы (4) и (7) не содержатся в моей статье 1904 г., поскольку я не подумал о прямом пути, ведущем к ним, ибо полагал, что между системами x, y, z, t и x', y', z', t' имеется существенная разница. В одной использованы — таков был ход моих рассуждений — оси координат, имеющие определенное положение в эфире, и то, что можно было назвать «истинное» время; в другой системе, наоборот, мы имеем дело просто со вспомогательными величинами, введенными лишь с помощью математического ухищрения. В частности, переменную t' нельзя было бы назвать «временем» в том же смысле, как переменную t .

При таком ходе идей я не думал описывать явления в системе x', y', z', t' точно таким же образом, как в системе x, y, z, t , и я не определил уравнениями (3) и (7) величины $\xi', \eta', \zeta', \rho'$, соответствующие ξ, η, ζ, ρ . Вероятнее всего, свои формулы преобразования я нашел интуитивно с помощью нынешних обозначений, их можно выразить в виде:

$$\xi' = k^2 (\xi + v), \quad \eta' = k\eta, \quad \zeta' = k\zeta, \quad \rho' = \frac{1}{k} \rho.$$

Формулы преобразования я стремился выбрать так, чтобы получить в новой системе наиболее простые уравнения. Позже я увидел из статьи Пуанкаре, что, действуя более систематически, я мог бы достигнуть еще большего упрощения. Не заметив этого, я не смог достигнуть полной инвариантности уравнений; мои формулы оставались загроможденными лишними членами, которые должны были бы исчезнуть. Эти члены были слишком малы, чтобы оказать заметное влияние на явления, и этим я мог объяснить обнаруженную наблюдениями независимость их от движения Земли, но я не установил принципа относительности как строгую и универсальную истину.

Напротив, Пуанкаре получил полную инвариантность уравнений электродинамики и сформулировал «постулат относительности» — термин, впервые введенный им. В самом деле, исходя из точки зрения, которую я упустил, он вывел формулы (4) и (7). Добавим, что, исправляя, таким образом, недостатки моей работы, он никогда в них меня не упрекнул.

Я не могу здесь привести все прекрасные результаты, полученные Пуанкаре. Все же подчеркнем некоторые из них. Прежде всего, он не ограничился показом того, что релятивистские преобразования оставляют неизменной форму электромагнитных уравнений. Он объясняет успех подстановок тем, что эти уравнения могут быть представлены в форме принципа наименьшего действия и что фундаментальное уравнение, выражающее этот принцип, а также операции, с помощью которых выводятся уравнения поля, одинаковы в системах x, y, z, t и x', y', z', t' .

Кроме того, в соответствии с заглавием своей статьи Пуанкаре рассматривает, в частности, как происходит деформация движущегося электрона по сравнению с деформацией плеч прибора Майкельсона, требуемой постулатом относительности. По этому поводу предлагались две различные гипотезы. По обеим электрон, предполагаемый сферическим в состоянии покоя, становится при поступательном движении сплюснутым эллипсоидом вращения, ось симметрии которого совпадает с направлением движения, а отношение этой оси к экваториальному диаметру равно

$$\sqrt{1 - v^2}.$$

где v — скорость. Но гипотезы различаются между собою в том, что касается длины осей и, следовательно, объема. Тогда как я пришел к допущению, что экваториальный радиус остается равным радиусу первоначальной сферы, Бухерер и Ланжевен предпочли приписать постоянную величину объему. Первой гипотезе соответствует $l = 1$, второй $kl^3 = 1$. Добавим сразу, что первое значение единственное, совместимое с постулатом относительности.

Чтобы дать себе отчет об устойчивости электрона и равновесии зарядов в нем, используя обычные понятия механики, недостаточно, очевидно, учитывать лишь электродинамические действия. Частица, которую здесь рассматривают как сферу, несущую поверхностный заряд, немедленно взорвалась бы из-за взаимного отталкивания или, что то же самое, из-за максвелловских напряжений на ее поверхности. Итак, следует ввести еще что-то, и Пуанкаре различает здесь «связи» и «дополнительные силы». Сначала он предполагает лишь связь, выраженную уравнением $r = b\theta^m$, где r — полуось электрона; $r\theta$ — экваториальный радиус, b и m — величины, остающиеся постоянными, когда r и θ (или одна из них) изменяются с поступательной скоростью v . Тогда для любого значения v будут известны размеры электрона, ибо известно, что $\theta = (1 - v^2)^{-1/2}$, и можно вычислить, пользуясь обычными формулами электромагнитного поля, энергию, количество движения и функцию Лагранжа. Между этими величинами, рассматриваемыми как функции от v , должны иметь место хорошо известные соотношения. Пуанкаре доказывает, что они удовлетворяются лишь при $m = -2/3$, что приводит нас к постоянству объема, т. е. к гипотезе Бухерера и Ланжевена. Но мы уже знаем, что не эта гипотеза, а лишь гипотеза постоянного экваториального радиуса согласуется с постулатом относительности. Необходимо, таким образом, обратиться к «дополнительным силам». Предполагая, что они зависят от потенциала вида $A r^\alpha \theta^\beta$, где A , α и β — постоянные, Пуанкаре находит, что постоянство экваториального радиуса удовлетворяется при $\alpha = 3$, $\beta = 2$, т. е. что данный потенциал должен быть пропорциональным объему. Из этого следует, что искомые дополнительные силы эквивалентны нормальному давлению или напряжению, действующему на поверхность, ве-

личина которого на единицу поверхности остается постоянной независимо от скорости поступательного движения. Сразу видно, что подходит лишь напряжение, направленное внутрь. Его величину определяют из условия, что для покоящегося электрона, имеющего, следовательно, форму сферы, это напряжение должно уравновесить электростатическое отталкивание. Если затем привести частицу в движение, то напряжение Пуанкаре совместно с электромагнитным действием неизбежно вызовет сплющивание, требуемое принципом относительности.

Найдя «дополнительную силу», Пуанкаре показывает, что релятивистские преобразования оставляют неизменным вид членов, входящих в ее выражение; таким образом, он доказывает, что *любые* движения системы электронов могут происходить совершенно одинаковым способом в системе x, y, z, t и в системе x', y', z', t' .

Я уже говорил о необходимости положить $l = 1$ (постоянство экваториального радиуса электрона). Я не буду повторять здесь доказательство, данное Пуанкаре, и скажу только, что он указал математическое происхождение этого условия. Можно рассматривать все преобразования, выраженные формулами (1), при различных значениях скорости ϵ и соответствующих значениях k и l эти последние коэффициенты рассматриваются как функции от (ϵ) ; можно сюда прибавить другие подобные преобразования, выводимые из (1) изменением направления осей и, наконец, любыми их поворотами. Постулат относительности требует, чтобы все эти преобразования образовывали группу, а это возможно, лишь если l имеет постоянное значение 1.

«Группа относительности», получаемая таким образом, состоит из линейных подстановок, не нарушающих квадратичную форму $x^2 + y^2 + z^2 - t^2$.

Статья заканчивается применением постулата относительности к гравитационным явлениям. Речь идет о том, чтобы найти закон распространения гравитации и формулы, выражающие компоненты силы как функцию координат и скорости как притягиваемого тела, так и притягивающего. Рассматривая эти вопросы, Пуанкаре начинает с поиска инвариантов группы относительности. Действительно, ясно, что должна существовать возможность описания явлений уравнениями, содержащими лишь эти инварианты. Однако задача является неопределенной. Естественно предположить, что скорость распространения одинакова со скоростью света и что отклонения от закона Ньютона должны быть второго порядка величины относительно скоростей. Но даже при этом ограничении сохраняется возможность выбора между несколькими гипотезами, из которых Пуанкаре обращает особое внимание на две. В этой последней части статьи встречаются некоторые новые понятия; их я должен отметить особо. Пуанкаре замечает, например, что при рассмотрении x, y, z и $t\sqrt{-1}$ как координат точки в четырехмерном пространстве релятивистские преобразования сводятся к вращениям в этом пространстве. Ему также пришла мысль

добавить к трем компонентам X, Y, Z силы величину $T = X\xi + Y\eta + Z\zeta$, которая представляет собой не что иное, как работу силы в единицу времени, и которую можно в некотором роде рассматривать как четвертую компоненту силы. Когда речь идет о силе, действующей на единицу объема тела, релятивистские преобразования меняют величины $X, Y, Z, T\sqrt{-1}$ таким образом, как и величины $x, y, z, t\sqrt{-1}$.

Напоминаю об этих идеях Пуанкаре потому, что они близки к тем методам, которыми пользовались позже Минковский и другие ученые для облегчения математических действий, встречающихся в теории относительности*.

Г. А. ЛОРЕНЦ

О ПРИНЦИПЕ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ**

На основании сказанного выше должно быть ясно, что впечатления, получаемые обоими наблюдателями A и A_0 , должны быть во всех отношениях одинаковыми. Нельзя решить, какая из систем является неподвижной по отношению к эфиру, а какая движется; не будет никаких оснований предпочесть измерения длин и времени, произведенные в одной системе, измерениям, произведенным в другой системе, или говорить, что какая-нибудь одна из этих систем обладает «истинным» временем или «истинной» длиной. Эйнштейн обратил особое внимание на это обстоятельство в своей теории, в которой он исходит из того, что он называет принципом относительности, т. е. принципом, на основании которого уравнения, при помощи которых могут быть описаны физические явления, не изменяют своего вида при переходе от одной системы координат к другой, имеющей равномерное прямолинейное движение по отношению к первоначальной системе.

Я не могу касаться здесь многочисленных и в высшей степени интересных применений, которые Эйнштейн вывел из своего принципа. Его результаты, касающиеся электромагнитных и оптических явлений (приводящие к тем же противоречиям с результатами Кауфмана, о которых мы говорили в § 179***), в основных чертах

* В настоящем издании опущена вторая часть статьи, относящаяся к работе А. Пуанкаре по теории квантов. Полностью данная статья опубликована в книге Г. А. Лоренца «Старые и новые проблемы физики». (М., «Наука», 1970.)

**Последний параграф из книги Г. А. Лоренца «Теория электронов», изданной в 1909 г. на основе лекций прочитанных в Колумбийском университете в 1906 г. и дополненной примечаниями автора в 1915 г. при втором издании. (Г. А. Лоренц Теория электронов М., Гостехиздат, 1953)

*** Позднейшие опыты Бухерера Гупки Шефера и Неймана и, наконец, Ги и Лаванши подтвердили формулу для поперечной электромагнитной массы, так что по всей вероятности единственное возражение, которое можно было бы выдвинуть против гипотезы деформируемого электрона и принципа относительности, теперь отпадает (1915 г.)

совпадают с теми результатами, которые мы получили на предыдущих страницах, причем главное различие заключается в том, что Эйнштейн просто постулирует то, что мы старались, в некоторыми затруднениями и не всегда вполне удовлетворительно, вывести из основных уравнений электромагнитного поля. При этом он, конечно, требует от нас, чтобы мы заранее верили, что отрицательный результат опытов, подобных опытам Майкельсона, Рэлея и Брейса, является не случайной компенсацией противоположных эффектов, но выражением общего и основного принципа.

Я полагаю, что все же можно кое-что сказать в пользу и того способа, которым я старался изложить свою теорию. Эфир, который может являться носителем электромагнитного поля, его энергии и его колебаний, я должен поневоле рассматривать как нечто обладающее известной субстанциальностью, как бы отличен он ни был от обычной материи. С этой точки зрения представляется естественным не вводить с самого начала предположения, что совершенно безразлично, движется тело через эфир или нет, и измерять расстояния и промежутки времени при помощи масштабов и часов, имеющих относительно эфира неподвижное положение.

Было бы несправедливо не добавить, что наряду с захватывающей смелостью своего отправного пункта теория Эйнштейна имеет еще и другое значительное преимущество по сравнению с моей теорией. В самом деле, мне не удалось получить уравнения, отнесенные к подвижным осям, в *точно* такой же форме, что и уравнения для неподвижной системы; Эйнштейн же выполнил это при помощи системы новых переменных, весьма, впрочем, мало отличающихся от тех, которые были введены мной. Я не пользовался этими подстановками только по той причине, что формулы представляются довольно сложными и имеют несколько искусственный вид, если только не выводить их из самого принципа относительности*.

* (Примечание, сделанное Г. А. Лоренцем в 1915 г. ко второму изданию книги «Теория электронов»)

Если бы мне предстояло написать эту последнюю главу теперь, я, конечно, поставил бы на гораздо более видное место теорию относительности Эйнштейна (§ 189), с помощью которой теория электромагнитных явлений в движущихся системах получает такую простоту, какой мне достигнуть не удалось. Главная причина моей неудачи заключалась в том, что я всегда придерживался мысли, что только переменную t можно принимать за истинное время и что мое местное время t' должно рассматриваться не более как вспомогательная математическая величина. В теории Эйнштейна, напротив, t' играет ту же роль, что и t ; если мы хотим описывать явления в зависимости от x' , y' , z' , t' , мы должны оперировать этими переменными совершенно таким же образом, как мы оперировали бы x , y , z , t .

[Окончание примечания см. в книге Г. А. Лоренца «Теория электронов» М., Гостехиздат, 1953, с. 439 — *Прим. ред.*]

ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР (ЛОРЕНЦ, ПУАНКАРЕ, ЭЙНШТЕЙН)*

Изменение физических понятий, вызванное теорией относительности, подготовлялось уже давно. Еще в 1887 г. Фогт [1] в одной своей работе, основываясь еще на упругой теории света, показал, что в движущейся системе координат математически удобно вводить местное время t' . При этом начало отсчета времени t' рассматривалось как линейная функция пространственных координат, в то время как единица времени считалась неизменной**. Введением местного времени достигалась справедливость волнового уравнения

$$\Delta\varphi - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t'^2} = 0$$

также и в движущейся системе координат. Это указание Фогта оставалось, однако, совершенно незамеченным, и впервые подобные преобразования появляются снова в фундаментальных работах, опубликованных в 1892 и 1895 гг. Лоренцем [2]. К формальному пониманию удобства введения в движущейся системе местного времени t' здесь прибавляются существенные физические результаты. Лоренц показал, что при учете движения расположенных в эфире электронов все эффекты первого порядка относительно v/c , которые были обнаружены при наблюдениях (v — скорость поступательного движения вещества, c — скорость света), могут быть количественно описаны теорией. В частности, теория объясняла отсутствие в первом порядке влияния на электромагнитные явления движения материи и наблюдателя с *одинаковой* скоростью относительно эфира***.

* «Relativitätstheorie» из Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften, b V₂, Heft IV, Art. 19 (1921), изданной в виде книги В. Паули «Теория относительности» (М — Л, ОГИЗ — Гостехиздат, 1947). — Прим. ред.

** Формулы Фогта получаются из приводимого нами уравнения (1), если положить $x = \sqrt{1 - \beta^2}$.

*** Брейс и Штрассер [3] доказали ошибочность противоречащих как теории относительности, так и электронной теории результатов Физо, обнаружившего влияние движения Земли на поворот плоскости поляризации света при его наклонном прохождении через стеклянную пластинку. Упомянем, далее, что теория Лоренца оставляет открытой возможность обнаружения эффектов «эфирного ветра» первого порядка при помощи гравитации. Так, например, как было указано Максвеллом, движение Солнечной системы относительно эфира должно иметь следствием первого порядка неравенство времен затмения спутников Юпитера. Бертон (Burton C. Y. Phil. Mag., 1910, v 19, p. 417; см. также Н. А. Lorentz. Das Relativitätsprinzip, 3 лекции в Гарлеме, 1914, с. 21) нашел, однако, что ожидаемые ошибки так же велики, как сам указанный эффект, и, таким образом, наблюдение спутников Юпитера не может быть привлечено для решения вопроса о справедливости старой теории эфира.

Отрицательный результат интерференционного опыта Майкельсона*, поставленного для обнаружения эффекта *второго* порядка относительно v/c , представлял, однако, большие затруднения для теории. Чтобы устранить эти трудности, Лоренц [4] и независимо от него Фицджеральд предположили, что все тела, движущиеся поступательно со скоростью v , изменяют свои размеры. Именно: было предположено, что в направлении движения уменьшение размера тела определяется множителем

$$\times \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

где κ — изменение размеров в направлении, перпендикулярном к скорости тела; само κ остается неопределенным. В целях обоснования этой гипотезы Лоренц указывал на возможность изменения молекулярных сил при поступательном движении. Действительно, если предположить, что молекулы находятся в положении равновесия, а силы взаимодействия между ними носят чисто электростатический характер, то из теории непосредственно следует, что в движущейся системе равновесие наступает тогда, когда все расстояния между частицами в направлении движения сократятся в отношении $\sqrt{1 - v^2/c^2}$, а расстояния, перпендикулярные к скорости тела, останутся неизменными.

Далее, возникла задача органически ввести это «лоренцево сокращение» в теорию и объяснить отрицательный результат других опытов [5], поставленных с целью обнаружить влияние движения Земли на различные процессы. Здесь следует раньше всего упомянуть Лармора, который еще в 1900 г. вывел формулы, известные в настоящее время под названием преобразований Лоренца, и, таким образом, учел также изменение масштабов времени при движении [6]. В законченной в конце 1903 г. обзорной статье Лоренца [7] содержатся краткие указания, оказавшиеся в дальнейшем очень плодотворными. Лоренц предположил, что если масса неэлектромагнитного происхождения так же зависит от скорости, как масса электромагнитная, то можно будет теоретически доказать, что и при наличии молекулярного движения единственным следствием поступательного движения тела будет упомянутое его сокращение. В связи с этим был бы объяснен результат опытов Трутона и Нобля. Кроме того, был поднят важный вопрос о возможном изменении при движении размеров электрона [8]. Однако в введении к своей статье Лоренц еще принципиально стоит на той точке зрения, что все процессы зависят не только от относительного движения рассматриваемых тел, но и от движения относительно эфира [8a].

Мы подходим теперь к рассмотрению трех работ Лоренца [9], Пуанкаре [10] и Эйнштейна [11], в которых были установлены положения и развиты соображения, образующие фундамент теории относительности. В появившейся раньше других работе Лоренца

* Описание этого опыта есть у Лоренца.

содержится доказательство инвариантности уравнений Максвелла относительно преобразования координат вида:

$$x' = \kappa \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad y' = \kappa y, \quad z' = \kappa z, \quad (1)^*$$

$$t' = \kappa \frac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \text{где } (\beta = v/c)$$

при условии подходящего выбора выражений для напряженности электрического и магнитного полей в штрихованной системе. Это, однако, было строго доказано только в отношении уравнений для пространства без зарядов. Члены, содержащие плотность и скорость заряда в штрихованной системе у Лоренца, отличаются от таковых в неподвижной системе, так как плотность и скорость заряда были им не вполне правильно преобразованы. Поэтому он рассматривает обе системы как равноправные не вполне точно, а только с большим приближением. Предполагая, что электрон при поступательном движении испытывает деформацию (1), а любые силы и массы зависят от скорости так же, как электромагнитные сила и масса, Лоренц смог показать, что сокращение размеров имеет место для всех тел даже при наличии молекулярного движения, а также разъяснить причины отрицательного результата всех известных попыток обнаружить влияние движения Земли на оптические процессы. Более отдаленным следствием является то, что необходимо положить $\kappa = 1$, т. е. что в направлении, перпендикулярном к движению, размеры тел не изменяются, если указанное объяснение вообще возможно. Следует подчеркнуть, что и в этой работе принцип относительности для Лоренца отнюдь не был очевиден. Далее, характерна для него, в противоположность Эйнштейну, попытка понимания сокращения тел как причинно обусловленного явления.

В работе Пуанкаре были заполнены формальные пробелы, оставшиеся у Лоренца. Принцип относительности был им высказан в качестве всеобщего и строгого положения. Поскольку Пуанкаре, как и остальные упомянутые авторы, принимает, что уравнения Максвелла для пустоты справедливы, то отсюда вытекает требование ковариантности всех законов природы относительно преобразований Лоренца**. Неизменность перпендикулярных к направлению движения размеров тела совершенно естественно вытекает из того требования, чтобы преобразования, с помощью которых осуществляется переход от неподвижной к движущейся системе, образовали группу, содержащую в качестве подгруппы обычные вращения осей координат. Далее, Пуанкаре исправил

* Чтобы из формул Лармора и Лоренца получить формулы (1), нужно еще заменить x на $x - vt$, так как в них уже сделан обычный переход к движущейся системе.

** Названия «преобразования Лоренца» и «группа Лоренца» впервые фигурируют именно в этой работе Пуанкаре.

лоренцевы формулы преобразования плотности заряда и скорости и, таким образом, достиг полной ковариантности уравнений электронной теории. О трактовке в этой работе вопросов тяготения и применения мнимой координаты *ict* будет еще сказано ниже (см. § 50 и 7).

Основы новой теории были доведены до известного завершения Эйнштейном. Его работа 1905 г. была направлена в печать почти одновременно с сообщением Пуанкаре и написана без осведомленности о работе Лоренца 1904 г. Исследование Эйнштейна содержит не только все существенные результаты обеих названных работ, но и прежде всего изложение совершенно нового и глубокого понимания всей проблемы. Ниже это исследование излагается детально.

ЛИТЕРАТУРА

1. Voigt W. Über das Dopplersche Prinzip. Gött. Nachr., 1887, s. 41.
2. Lorentz H. A. La théorie électromagnétique Maxwell et son application aux corps mouvants, Arch. Neert., 1892, v. 25, p. 363; Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern, Leiden, 1895.
3. Brace D. B. Phil. Mag., 1908, v. 10, p. 591; Strasser B. Ann. d. Physik, 1907, b. 24, s. 137.
4. Lorentz H. A. De relative beweging van de aarde en dem aether, Amst. Verst., 1892, b. 1, s. 74.
5. Trouton F. T., Noble H. R. London Phil. Trans., 1903, A. v. 202, p. 165; Reyleigh, Phil. Mag., 1902, v. 4, p. 678.
6. Larmor J. J. Aether and matter, Cambridge, 1900, p. 167—177. (См стр 48 наст. сб.)
7. Lorentz H. A. Encyclopädie der mathem. Wiss., b. 14, § 64, 65, s. 277—280.
8. Loc. cit. [7], s. 278.
- 8a. Loc. cit. [7], s. 154.
9. Lorentz H. A. Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light, Amst. Proc., 1904, v. 6, p. 809; v. 12, p. 986. (См стр. 67 наст. сб.)
10. Poincaré H. Comptes Rendus, 1905, v. 140, p. 1504; Rendiconti Palermo, 1906, v. 21, p. 129, Sur la dynamique de l'électron (См. стр. 89 и 118 наст. сб.)
11. Einstein A. Zur Elektrodynamik bewegter Körper Ann. d. Phys., 1905, b. 17, s. 891. (См стр. 95 наст. сб.)

В. К. ФРЕДЕРИКС, Д. Д. ИВАНЕНКО

О СТАТЬЯХ А. ПУАНКАРЕ, А. ЭЙНШТЕЙНА, Г. МИНКОВСКОГО*

Статья Пуанкаре замечательна во многих отношениях. По времени своего появления — начало 1906 г. — она несколько запаздывает по сравнению с основной статьей Эйнштейна, появившейся в сентябре 1905 г., но написана она абсолют-

* Опубликовано в сборнике работ классиков релятивизма «Принцип относительности». М., ОНТИ, 1935, с. 365—370.

но независимо от Эйнштейна, что видно по датам поступления в печать: 30 июня и 23 июля. Первоклассный знаток теоретической физики и совершенно исключительный математик, Пуанкаре дает своему изложению сразу соответствующую математическую форму, называя вещи их настоящими математическими именами, что другими физиками-теоретиками делается значительно позднее. Прежде всего Пуанкаре, как и Эйнштейн, выдвигает основную идею в виде четкого «постулата относительности» (у Эйнштейна — «принцип относительности»). Преобразования Лоренца (также термин Пуанкаре) составляют группу в многообразии четырех измерений (§ 4), и Пуанкаре находит инварианты этой группы. Преобразования плотности тока, плотности электричества и напряжений электрического и магнитного полей с изумительной простотой и последовательностью получаются в окончательном виде (в отличие от второй статьи Лоренца — стр. 67) из преобразований координат и немногих определений [формулы (4), (6) и (8) на стр. 122 — 124]. В статье показана плодотворность использования принципа наименьшего действия, который дан в четырехмерной формулировке. Пользуясь современной терминологией тензорного исчисления, можно сказать, что все величины электромагнитного поля по сути изложения, а также и по форме расположения выкладок с полной очевидностью выступают как тензоры соответствующих рангов четырехмерного многообразия. Все объяснения и расчеты физических явлений, как, например, сокращение Лоренца — Фицджеральда, распространение волн или исследование о силе тяжести и возможном изменении в связи с теорией относительности законов тяготения, ведутся с помощью четко разъясненных теорем о преобразовании тех или иных величин.

Пуанкаре первый вводит мнимую координату времени (стр. 154) и толкует преобразование Лоренца как поворот в пространстве четырех измерений. Здесь он находит также знаменитую теорему о сложении скоростей.

Статья Пуанкаре с формальной точки зрения содержит в себе не только параллельную ей работу Эйнштейна, но в некоторых своих частях и значительно более позднюю — почти на три года статью Минковского, а отчасти даже превосходит последнюю.

Между тем статья Пуанкаре фактически оказалась совершенно незамеченной, тогда как статьи Эйнштейна и Минковского сразу привлекли к себе всеобщее внимание, первая в 1905—1906 гг., вторая в 1908—1909 гг. Причина этого весьма любопытного обстоятельства, не имеющего аналогов в современной физике, не может, конечно, заключаться в одной только сравнительно малой известности или, точнее, распространенности среди физиков столь знаменитого математического журнала, как «Rendiconti del Circolo matematico di Palermo», в котором была напечатана статья Пуанкаре. Для большинства физиков был малопривычен строгий математический язык Пуанкаре и теория групп; избранным тео-

ретикам работа Пуанкаре на первых порах могла показаться рядом до некоторой степени чисто формальных математических преобразований, тогда как статья Эйнштейна сразу указывала на вытекающую из вновь открытых закономерностей необходимость пересмотреть наши основные физические представления о времени и пространстве. Стиль работы Пуанкаре — инвариантно-теоретический, тогда как Эйнштейн начал строить свою статью с рассмотрения мысленных экспериментов об измерении пространства и времени. Некоторое понимание этого обстоятельства можно усмотреть в первой работе Г. Минковского «Die Grundgleichungen für die electromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern» (Nachrichten der Kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, Math. — physik. Kl. 1907).

В этой статье Минковский дважды ссылается на Пуанкаре; один раз, указывая в нем автора, давшего определенной группе преобразований знаменитое название «преобразования Лоренца», и затем упоминая о даваемом Пуанкаре согласовании теории тяготения с постулатом относительности. На чрезвычайно содержательные в смысле развития и применения идей относительности части статьи Пуанкаре ссылок в этом докладе Минковского нет, но в предисловии к этой статье он говорит: «То обстоятельство, что постулат относительности является не искусственной гипотезой, но новым пониманием времени, к которому нас вынуждают явления природы, было до настоящего времени в наиболее резкой форме показано Эйнштейном» (См. эту же статью Минковского в изд. R. Teubner'a, Berlin, 1910 г., с. 6.) В докладе 5 ноября 1907 г., опубликованном в 1915 г., Минковский говорит более ясно о ценности работы Пуанкаре: «Заслуга разработки общего принципа принадлежит Эйнштейну, Пуанкаре и Планку» и дальше: «Эту симметрию (пространства и времени. — *Прим. ред.*) я с самого начала введу здесь в изложение, что не сделано ни одним из авторов, даже Пуанкаре».

Если успех статьи Эйнштейна (которому не была, по-видимому, известна статья Лоренца) объясняется точным указанием физического смысла вновь открытых закономерностей, то успех статьи Минковского основан на большой геометрической образности его изложения и чрезвычайно удачной символической, приспособленной к четырехмерному многообразию «пространство — время» и, быть может, также уже к некоторому забвению на 2 года более старой работы Пуанкаре. Вслед за статьей Минковского редакторы настоящей книги* сочли нужным поместить примечания, сделанные А. Зоммерфельдом к немецкому изданию основных работ по теории относительности. В этих примечаниях не только разъясняются некоторые формальные стороны ее изложения, но и показывается ценность работ Минковского и их значение (см. примечания 1, 7, 9 и 10).

* «Принцип относительности». Сборник работ классиков релятивизма. Перев с англ. Под ред. В. К. Фредерикса и Д. Д. Иваненко. М., ОНТИ, 1935

В качестве дополнения к 8-му примечанию следует заметить, что со времени появления общей теории относительности в физике тензорный анализ все больше и больше входит во всеобщее употребление. Символику четырехмерного векторного исчисления, которым пользуется Минковский, в настоящее время охотно заменяют символикой тензорного исчисления. В соответствии с этим термин «шестивектор», буквальный перевод с немецкого *sechservektor*, теперь большей частью заменяют названием кососимметричный тензор второго ранга. Примечания, сделанные Зоммерфельдом, интересны также и потому, что принадлежат одному из виднейших современных физиков-теоретиков.

В знаменитой статье 1905 г. теория относительности была сформулирована Эйнштейном в весьма законченном виде. В двух работах в *Ann. der Phys* (1906 и 1907 гг.) Эйнштейн специально интересуется новыми экспериментальными подтверждениями теории; в первой статье он сравнивает теоретические значения продольной и поперечной масс по Бухереру, Абрагаму и Лоренцу — Эйнштейну и обращается к физикам-экспериментаторам с предложением заняться этим вопросом, «так как я сам не в состоянии работать экспериментально». Во второй статье Эйнштейн на основании наблюдений Штарка обсуждает возможность наблюдения доплер-эффекта второго порядка, предсказанного теорией относительности.

В 1907 г. устами Эренфеста* «Релятивистская электродинамика» Лоренца, в формулировке Эйнштейна, объявляется уже «признанной почти всеми за законченную систему». Последнее слово этой фразы Эренфеста, в частности, вызывает замечание Эйнштейна (см. ответ Эренфесту**), что «принцип относительности или, точнее, принцип относительности вместе с принципом постоянства скорости света следует понимать не как «законченную систему» или вообще как систему, но только лишь как эвристический принцип, который сам по себе содержит лишь высказывания о твердых телах, часах и световых сигналах».

Дальнейшие физические следствия теория относительности дает, устанавливая соотношение между различными, казавшимися независимыми явлениями. Новые физические следствия, таким образом, отнюдь не были уже заранее заключены в теории и не могут быть получены оттуда дедукцией. Например, зная уравнения Максвелла и законы медленного движения электронов, мы находим релятивистским преобразованием законы движения электронов сколь угодно быстрых.

* Ehrenfest P. *Ann. der Phys.*, 1907, b. 23, s. 204. (По поводу тождественности теории Лоренца и Эйнштейна см. также Эренфест П. Относительность. Кванты. Статистика. М., «Наука», 1972, с. 20.) — *Прим. ред.*

** Эйнштейн А. Собрание научных трудов. М., «Наука», 1965, т. 1, с. 51. — *Прим. ред.*

ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ПУАНКАРЕ И ЛОРЕНЦА*

В конце XIX столетия одной из проблем натурфилософии, ожидавшей своего решения, была задача описания движения Земли относительно эфира. Чтобы понять всю сложность проблемы, попытаемся взглянуть на вещи глазами физиков того времени.

Согласно первому закону Ньютона, любая частица, не подверженная действию внешних сил, движется (если она движется вообще) равномерно и прямолинейно. Но, чтобы подобное утверждение могло иметь какой-либо смысл, необходимо определить понятия «*прямая линия*» и «*постоянная скорость*». Ибо траектория частицы, про которую сказано, что она движется по прямой линии в земной лаборатории, отнюдь не должна казаться прямолинейной наблюдателю на Солнце. Ведь он наблюдает движение частицы, которая вместе с Землей вращается вокруг оси последней и вместе с Землей вращается по орбите.

Однако мы можем определить понятие прямой линии *по отношению к некоторой системе отсчета Охуз* как геометрического места точек, координаты которых удовлетворяют системе линейных уравнений. Опыт показывает, что в природе существуют такие системы отсчета, относительно которых свободные частицы движутся практически прямолинейно. Более того, мы можем утверждать, что существуют определенные способы измерения времени, на основании которых можно констатировать равномерное движение свободной частицы вдоль ее прямолинейного пути. Множество пространственно-временных систем отсчета, обладающих указанными свойствами, мы будем называть *инерциальными системами*.

Предположим, что S — некоторая инерциальная система отсчета, в которой каким-то образом зафиксирована система координат *Охуз*. Если S' — любая другая система, в которой фиксированная система координат $O'x'y'z'$ совершает равномерное чисто поступательное движение относительно *Охуз*, и если отсчет времени в системах S и S' одинаков, то в рамках ньютоновой механики система S' также является инерциальной: законы движения Ньютона одинаковы в обеих системах координат. Вообще, все инерциальные системы данного класса равноправны в том смысле, что ни одну из них нельзя назвать покоящейся, а все остальные — движущимися. Ньютонова механика отрицает состояние абсолютного покоя в пространстве. Итак, чтобы придать некий смысл ньютоновым законам движения, необходимо предположить наличие

* Whittaker E. A. History of the Theories of Aether and Electricity, The Modern Theories, 1900—1926. London, Thomas Nelson, 1953, p. 27—43. Перев. с англ. В. А. Кузьмичевой и Г. П. Паршиной.

определенного класса систем отсчета. Как описать и определить этот класс систем отсчета — вот вопрос, ответ на который искали многие физики в XIX столетии.

В 1869 г. Карл Нейман, будучи назначенным профессором математики в Лейпцигском университете, посвятил свою вступительную лекцию именно этому вопросу*. Он предложил дать всему классу упомянутых систем отсчета общее название «Тело Альфа» (*The Body Alpha*). Уильям Томсон (лорд Кельвин) и П. Дж. Тайт в своем «Трактате по натурфилософии» (*Treatise on Natural Philosophy*. V. I. Cambridge, 1890, p. 241) предложили в качестве Тела Альфа выбрать центр тяжести Вселенной, который, по их мнению, можно было считать находящимся в состоянии абсолютного покоя. Плоскость, в которой угловой момент вращения Вселенной относительно ее центра тяжести имеет максимальную *абсолютную величину*, они предложили считать *фиксированной в пространстве*. Другие исследователи находили правильным определить систему отсчета, связанную с Телом Альфа, направлениями на некоторые фиксированные звезды или выбрать в качестве фиксированной системы отсчета совокупность всех существующих в природе тел.

Во второй половине XIX в. концепция мирового эфира, подтвержденная волновой теорией света, давала как будто несомненную надежду на возможность определения движения всех тел относительно эфира. Это рождало представление о среде, в которой удастся зафиксировать положение и конкретизировать, таким образом, Тело Альфа. Предполагалось, например, что если в некоторой точке эфира произвести возмущение, то от точки возмущения начнут распространяться сферические волны, а центр возмущения во все последующие моменты времени будет оставаться неподвижным относительно эфира. Таким путем или подобными ему (на основе наблюдения за распространением света или электромагнитных волн) надеялись определить скорость движения Земли относительно эфира.

Эта идея в первые годы XX столетия стимулировала проведение новой серии экспериментов. Наиболее интересным был опыт, предложенный Фицджеральдом [1]. В феврале 1901 г. Фицджеральд начал исследовать явления, происходящие в заряженном конденсаторе при перемещении его вместе с Землей в мировом пространстве. Когда вектор направления движения Земли относительно эфира лежит в плоскости конденсатора («продольное положение»), движущиеся вместе с пластинами конденсатора положительные и отрицательные заряды эквивалентны тангенциальным токам, текущим в пластинах в противоположных направлениях. Следовательно, в пространстве между пластинами должно создаваться

* Позднее была опубликована брошюра (объемом 32 страницы) под названием «Принципы теории Галилея—Ньютона» (*Die Principien der Galilei—Newton'schen Theorie*. Leipzig, 1870). Он возвратился к этому вопросу в 1904 г., посвятив ему статью в Больцмановском юбилейном сборнике (*Festschrift Boltzmann*. Leipzig, 1904, s. 252).

магнитное поле, а как результат этого — в пространстве между пластинами должна накапливаться магнитная энергия. Когда же плоскость конденсатора перпендикулярна к направлению движения Земли относительно эфира («поперечное положение»), эквивалентные токи почти полностью нейтрализуют магнитное действие друг друга.

Идея Фицджеральда заключалась в следующем. При возникновении магнитного поля в конденсаторе должно появиться механическое напряжение, подобное тому, которое должно было бы возникнуть в теле на поверхности Земли при внезапном увеличении его массы. Кроме того, одновременное существование электрического и магнитного полей в пространстве между пластинами должно бы порождать электромагнитный импульс, пропорциональный векторному произведению электрического и магнитного полей. Нетрудно видеть, что направление этого импульса должно быть (с достаточной степенью точности) параллельно плоскости пластин, т. е., вообще говоря, оно не должно совпадать с направлением скорости конденсатора относительно эфира. Таким образом, можно предположить, что на свободно подвешенный конденсатор должна действовать пара сил, пропорциональная векторному произведению скорости конденсатора и электромагнитного импульса. Эта пара будет исчезать либо при продольной, либо при поперечной ориентации конденсатора, но в промежуточных положениях она будет стремиться повернуть конденсатор в продольное положение. Поперечное положение должно быть положением неустойчивого равновесия.

Оба описанных эффекта попытался обнаружить ученик Фицджеральда Трутон. Целью экспериментов Трутона было наблюдение вращающего момента. Для этого в вертикальной плоскости подвесили на тонкой проволоке конденсатор и зарядили его. Предполагаемый эффект ожидался весьма малым: магнитная сила, обусловленная движением зарядов, должна бы иметь порядок ω/c (ω — скорость Земли), а магнитная энергия системы, пропорциональная этой силе, — порядок $(\omega/c)^2$; значит, следовало ожидать, что вращающий момент будет иметь второй порядок по ω/c . Однако никакого эффекта зарегистрировать не удалось. Правильную догадку о причинах такого отрицательного результата высказал Ланжевэн. В основе ее была идея, сходная с заложенной Фицджеральдом в гипотезу о сокращении масштабов. (Отметим, кстати, что существование вращающего момента, если бы он был обнаружен, продемонстрировало бы возможность использования энергии движения Земли для практических целей.)

Фицджеральдовское сокращение масштабов при движении материальных объектов в эфире, по-видимому, должно было каким-то образом влиять на оптические свойства движущейся материи. Например, прозрачное вещество могло бы стать двоякопреломляющим. Эксперименты, поставленные для проверки этого предположения, были проведены Рэлеем в 1902 г. и Брейсом в 1904 г. Но ни

тот, ни другой не наблюдали эффекта двойного преломления, сравнимого с эффектом однократного преломления, которое характеризуется величиной $(w/c)^2$. Следовательно, природа фицджеральдовского сокращения материальных тел должна быть иной, нежели природа сжатия тел, например, под действием внешнего давления.

Уже в конце XIX в. неудачи, которыми оканчивались казавшиеся столь многообещающими эксперименты по измерению скорости Земли относительно эфира заронили в голову Пуанкаре, обладавшего острым и оригинальным умом, мысль о причине подобных неудач. В 1899 г. на одной из своих лекций* в Сорбонне он рассказал о неудачных попытках обнаружения в некоторых экспериментах эффекта, пропорционального первой или второй степени коэффициента аберрации (т. е. отношения скорости Земли к скорости света). Продолжая свою мысль, он заявил: «Я считаю вполне вероятным, что оптические явления зависят только от *относительного* движения материальных тел, источников света и соответствующих оптических приборов. И это утверждение верно не только с точностью до квадрата коэффициента аберрации, оно является математически строгим». ** Другими словами, уже в 1899 г. Пуанкаре пришел к выводу, что *абсолютное движение не может быть зарегистрировано в принципе* ни динамическими, ни оптическими, ни электрическими методами.

В следующем году на Международном физическом конгрессе в Париже он еще раз выступил с таким же утверждением [2]. «Мы все время говорим об эфире, — начал он. — А действительно ли он существует? Я не верю, что даже более точные эксперименты могли бы нам дать нечто иное, чем *относительное* перемещение». Далее он коснулся причин, которыми в то время объясняли отрицательные результаты экспериментов. При этом он отметил, что отсутствие эффектов первого порядка по w/c и эффектов второго порядка по w/c^2 объяснялось по-разному. «Необходимо найти *единое* объяснение отсутствию эффектов обоих порядков, — продолжал Пуанкаре. — Имеются все основания предполагать, что если такую причину удастся найти, то можно будет говорить и об отсутствии эффектов более высоких порядков. Взаимное уничтожение соответствующих членов в математических выражениях будет строгим и абсолютным». Таким образом, Пуанкаре говорил о новом принципе, который следовало бы ввести в физику. Этот принцип был сродни второму началу термодинамики, отрицавшему возможность создания *вечного двигателя*: в данном случае отрицалась возможность определения скорости Земли относительно эфира***.

24 сентября 1904 г. Пуанкаре выступил на Конгрессе искусства и науки в Сент-Луисе (США). Он дал обобщенное толко-

* Эти лекции были опубликованы в 1901 г. под названием «Электричество и оптика» («Electricité et Optique» Paris, Carré et Naud, 1901).

** См. стр. 22 наст. сб. — Прим. ред.

*** В апреле 1904 г. Лоренц высказал тот же самый принцип (Versl. Kon. Akad. v. Wet. Amsterdam, 1904, в. 12, p. 986).

вание высказанному им раньше принципу, назвав его «*принцип относительности*»*. «В соответствии с принципом относительности, — сказал Пуанкаре, — физические законы должны иметь одинаковую форму как для «покоящегося» наблюдателя, так и для наблюдателя, движущегося равномерно и прямолинейно относительно первого. У нас нет и, по-видимому, не может быть способа, в помощью которого удалось бы обнаружить наше участие или неучастие в таком движении».** Проанализировав результаты наблюдений в свете нового принципа, Пуанкаре провозгласил: «На основе всех этих результатов должна появиться новая динамика, которая помимо всего прочего будет подчиняться правилу: ничто не может иметь скорость, превышающую «*скорость света*».

Теперь мы попытаемся показать, как была построена аналитическая схема, которая дала возможность переформулировать все физические соотношения в соответствии с принципом относительности Пуанкаре. Этот принцип, как подчеркивал сам Пуанкаре, требует, чтобы все наблюдатели, совершающие относительно друг друга равномерное поступательное движение, могли выразить законы природы в одной и той же форме. Рассмотрим, в частности, уравнения электромагнитного поля. Мы знаем, что Лоренц получил уравнения для движущейся электрической системы, пользуясь моделью эфира. Преобразования, которые он применял, в первоначальном своем виде содержали только члены, пропорциональные отношению ω/a . Членами более высокого порядка по ω/a Лоренц пренебрегал. В 1900 г. Лармор [3] обобщил эти преобразования, включив в рассмотрение члены второго порядка по ω/a . В 1903 г. Лоренц получил преобразования, которые учитывали все степени ω/c .

Основные уравнения электромагнитного поля в пустом пространстве, полученные Лоренцем в модели эфира, имеют вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} d &= 0, & c \operatorname{rot} d &= -\partial h / \partial t, \\ \operatorname{div} h &= 0, & c \operatorname{rot} h &= \partial d / \partial t. \end{aligned}$$

Здесь d — напряженность электрического поля; h — напряженность магнитного поля.

Требуется найти такое преобразование, чтобы при переходе от переменных t, x, y, z, d, h к новым переменным $t_1, x_1, y_1, z_1, d_1, h_1$ написанные уравнения сохраняли свою первоначальную форму, т. е.

$$\begin{aligned} \operatorname{div}_1 d_1 &= 0, & c \operatorname{rot}_1 d_1 &= -\partial h_1 / \partial t_1, \\ \operatorname{div}_1 h_1 &= 0, & c \operatorname{rot}_1 h_1 &= \partial d_1 / \partial t_1. \end{aligned}$$

Очевидно, частным классом подобных преобразований является вращение координатных осей относительно начала координат. Его мож-

* Обращение Пуанкаре к деятелям искусства и науки опубликовано в *Bull des Sci Math.*, 1904, v 28 2 ser., p. 302 Перевод на английский язык был осуществлен Халстедом и опубликован в январе 1905 г. в «*The Monist*»

** См стр. 80 наст сб — *Прим ред*

но задать как однородное линейное преобразование с единичным детерминантом, отображающее сферу $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ в себя. Но уже из ранней работы Лоренца стало ясно, что некоторые из преобразований должны включать не только координаты x, y, z , но и временную переменную t^* . Принимая за отправную точку уже полученные формулы, он заменил условие преобразования в себя квадратичной формы $x^2 + y^2 + z^2$ условием преобразования в себя квадратичной формы $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$. Как мы сейчас увидим, построенное им преобразование надлежащим образом трансформировало дифференциальные уравнения эфира.

Рассмотрим сначала частный случай преобразования указанного класса, при котором переменные y и z остаются прежними. Соотношения, определяющие такое преобразование, нетрудно получить из условия, согласно которому уравнение прямоугольной гиперболы $x^2 - (ct)^2 = 1$ (в плоскости переменных x и ct) не изменится, если за новые оси взять пару сопряженных диаметров. При этом новая единица длины будет пропорциональна длине любого из выбранных диаметров. Формулы, характеризующие так заданное преобразование, имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} ct &= ct_1 \operatorname{ch} \alpha + x_1 \operatorname{sh} \alpha, \\ x &= x_1 \operatorname{ch} \alpha + ct_1 \operatorname{sh} \alpha, \\ y &= y_1 \\ z &= z_1, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где α — постоянный параметр.

Простейшие уравнения, полученные первоначально Лоренцем, можно вывести из написанных очевидным образом. Для этого достаточно положить $\omega = c \operatorname{th} \alpha$ и пренебречь членами, содержащими отношение ω/c в степени выше первой. При преобразовании (1) изменяется не только система отсчета абсциссы x , но и система отсчета времени t . Необходимость такого изменения осознавал уже Лоренц. Именно поэтому в своей ранней работе он ввел понятие локального времени.

Попытаемся теперь дать физическую интерпретацию преобразованию (1). Если в системе отсчета (t_1, x_1, y_1, z_1) рассмотреть точку, для которой $x_1 = y_1 = z_1 = 0$, то в исходной системе отсчета эта точка будет иметь координаты: $t = t_1 \operatorname{ch} \alpha$, $x = ct_1 \operatorname{sh} \alpha$, $y = 0$, $z = 0$, т. е. $x = c \operatorname{th} \alpha$, $y = 0$, $z = 0$. Таким образом, если оси (x_1, y_1, z_1) и (x, y, z) рассматривать как две декартовы системы координат в трехмерном евклидовом пространстве, то начало отсчета системы (x_1, y_1, z_1) будет иметь координаты $(c \operatorname{th} \alpha, 0, 0)$ в системе отсчета (x, y, z) . Другими словами, можно считать, что система отсчета (x_1, y_1, z_1) дви-

* В 1900 г. Лармор в своей работе «Эфир и материя», комментируя фицджеральдовское сокращение пришел к заключению, что не только стержни, но и часы подвержены изменению в процессе движения: часы, движущиеся со скоростью v относительно эфира, должны идти медленнее покоящихся, причем изменение масштаба времени определяется отношением $\sqrt{1 - v^2/c^2}$; 1.

жется с постоянной скоростью $c \tanh \alpha$ вдоль оси x системы отсчета (x, y, z) . Следовательно, если ω — относительная скорость обеих систем, то $\cosh \alpha = (1 - \omega^2/c^2)^{-1/2}$, $\sinh \alpha = (\omega/c) \times (1 - \omega^2/c^2)^{-1/2}$, а преобразование Лоренца имеет вид: $t = [t_1 - \omega x_1/c^2]/(1 - \omega^2/c^2)^{1/2}$, $x = [x_1 + \omega t_1]/(1 - \omega^2/c^2)^{1/2}$, $y = y_1$, $z = z_1$.

При таком преобразовании переменная x играет в некотором смысле привилегированную роль по сравнению с переменными y и z . Конечно, можно написать аналогичные преобразования, при которых такую привилегированную роль будет играть переменная y или переменная z . Кроме того, можно сконструировать комбинации из любого числа указанных преобразований каждой переменной, осуществляя последовательно эти преобразования. Множество всех полученных таким образом преобразований в комбинации с множеством всех вращений в обычном евклидовом пространстве образуют *группу*, которую Пуанкаре назвал группой *преобразований Лоренца** (Comptes Rendus, 5 June 1905, p. 1504).

Преобразуя в уравнениях электромагнитного поля, формально выведенных Лоренцем, переменные (t, x, y, z) в соответствии с (1), приходим к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} d_x &= d_{x_1}, & h_x &= h_x, \\ d_y &= d_y, \cosh \alpha + h_z, \sinh \alpha, & h_y &= h_y, \cosh \alpha - d_z, \sinh \alpha, \\ d_z &= d_z, \cosh \alpha - h_y, \sinh \alpha, & h_z &= h_z, \cosh \alpha + d_y, \sinh \alpha. \end{aligned} \quad (2)$$

Если первоначальные переменные заменить новыми в соответствии с преобразованиями (1) и (2) и подставить новые переменные в основные уравнения для эфира, то последние примут вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}_1 \mathbf{d}_1 &= 0, & c \operatorname{rot}_1 \mathbf{d}_1 &= -\partial \mathbf{h}_1 / \partial t_1, \\ \operatorname{div}_1 \mathbf{h}_1 &= 0, & c \operatorname{rot}_1 \mathbf{h}_1 &= \partial \mathbf{d}_1 / \partial t_1. \end{aligned}$$

Таким образом, *форма основных уравнений для эфира не изменяется при применении к переменным (t, x, y, z) преобразований Лоренца, если одновременно с этим напряженности электрического и магнитного полей преобразуются в соответствии с соотношениями (2)*.

Тот факт, что напряженности электрического и магнитного полей подвергаются преобразованию (2), в то время как координаты (в четырехмерном пространстве — времени) преобразуются в соответствии с (1), наводит на мысль о связи преобразования (2) с другими известными ранее преобразованиями. Попытаемся установить это.

В 1868—1869 гг. Дж. Плюкер и А. Кэли ввели в геометрию понятие *линейных координат*. Пусть (x_0, x_1, x_2, x_3) и (y_0, y_1, y_2, y_3) — тетраэдральные координаты двух точек, лежащих на одной прямой p в четырехмерном евклидовом пространстве. Если обозначить

* Следует добавить, что эти преобразования были еще до Лоренца применены Фогтом к уравнению колебательного движения (Voigt W. Gött. Nach., 1887, s. 41).

$x_m y_n - x_n y_m = p_{mn}$, то шесть величин $p_{01}, p_{02}, p_{03}, p_{23}, p_{31}, p_{12}$ и будут так называемыми *линейными координатами прямой p*.

Предположим теперь, что к координатам (x_0, x_1, x_2, x_3) и (y_0, y_1, y_2, y_3) применено преобразование:

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= x'_0 \operatorname{ch} \alpha + x'_1 \operatorname{sh} \alpha, \\ x_1 &= x'_1 \operatorname{ch} \alpha + x'_0 \operatorname{sh} \alpha, \\ x_2 &= x'_2, \\ x_3 &= x'_3. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Тогда линейные координаты p_{nm} трансформируются следующим образом:

$$\begin{aligned} p_{01} &= x_0 y_1 - x_1 y_0 = (x'_0 \operatorname{ch} \alpha + x'_1 \operatorname{sh} \alpha)(y'_1 \operatorname{ch} \alpha + y'_0 \operatorname{sh} \alpha) - \\ &- (x'_1 \operatorname{ch} \alpha + x'_0 \operatorname{sh} \alpha)(y'_0 \operatorname{ch} \alpha + y'_1 \operatorname{sh} \alpha) = x'_0 y'_1 - x'_1 y'_0 = p'_{01}. \end{aligned}$$

Аналогично:

$$\begin{aligned} p_{02} &= p'_{02} \operatorname{ch} \alpha + p'_{12} \operatorname{sh} \alpha, \\ p_{03} &= p'_{03} \operatorname{ch} \alpha - p'_{31} \operatorname{sh} \alpha, \\ p_{23} &= p'_{23}, \\ p_{31} &= p'_{31} \operatorname{ch} \alpha - p'_{02} \operatorname{sh} \alpha, \\ p_{12} &= p'_{12} \operatorname{ch} \alpha + p'_{03} \operatorname{sh} \alpha. \end{aligned}$$

Но эти соотношения, определяющие преобразование величин p_{nm} , в точности совпадают с соотношениями (2), определяющими преобразование напряженностей электрического и магнитного полей при условии, что

$$\begin{aligned} p_{01} &= d_x, & p_{02} &= d_y, & p_{03} &= d_z, \\ p_{23} &= h_x, & p_{31} &= h_y, & p_{12} &= h_z. \end{aligned}$$

Линейные координаты прямой линии преобразуются, подобно напряженностям электрического и магнитного полей, не только в частном случае преобразования (1), но и в случае *общего* преобразования Лоренца.

Таким образом, мы видим, что в электромагнитной теории, как в динамике Ньютона, имеются *инерциальные системы* координат с соответствующими системами измерений времени, так что путь свободной материальной частицы, движущейся с постоянной скоростью относительно инерциальной системы, представляет собою прямую линию, а *также* что уравнения магнитного поля в инерциальной системе являются уравнениями Максвелла и что *любая система осей, движущаяся поступательно с постоянной скоростью относительно любой данной инерциальной системы осей, сама является инерциальной, причем измерение времени и расстояния в двух системах связано в преобразовании Лоренца. Все законы природы во всех инерциальных системах одинаковы.* Ни одна из инерциальных систем не имеет преимущества перед другой в том смысле, что может рассматриваться как неподвижная, в то время как остальные будут

находиться в движении: концепция абсолютной фиксации в пространстве, которую требовала в конце XIX в. теория эфира и электрона, не имела основания, как доказала в 1900—1904 гг. теория относительности Пуанкаре — Лоренца.

Предположим, что на Земле известна система отсчета (t, x, y, z) , относительно которой с постоянной скоростью движется отдаленная звезда. Согласно принципу относительности, существует другая система отсчета (t_1, x_1, y_1, z_1) , по отношению к которой звезда находится в покое. В этой системе световое возмущение, возникающее в момент времени t_1 в какой-нибудь точке (x_1, y_1, z_1) , распространяется сферически:

$$(X_1 - x_1)^2 + (Y_1 - y_1)^2 + (Z_1 - z_1)^2 = c^2 (T_1 - t_1)^2,$$

причем центр сферы все время занимает неизменное положение в системе (x_1, y_1, z_1) . Такая система отсчета удивительно удобна для представления явлений, происходящих на звезде, обитая на которой естественно было бы принять ее за систему пространства и времени. С другой стороны, на объекте, находящемся в покое относительно системы (t, x, y, z) , предпочтительнее пользоваться последней. Поэтому с точки зрения Вселенной любая из систем отсчета одинаково хороша. Электромагнитные уравнения для обеих систем одни и те же, следовательно, ни одна из них не может претендовать на обладание единственным свойством, придающим превосходство, а именно на особую связь с эфиром. Некоторые следствия новой теории казались очень странными. Пусть, например, две инерциальные системы координат А и В движутся друг относительно друга, и в определенный момент времени их начала координат совпадают. Предположим, что в этот момент времени в общем начале координат возникнет вспышка света. Тогда фронты световых волн, наблюдаемые в системах А и В, будут являть собой сферы с центрами в началах координат А и В, и, следовательно, *разные* сферы. Как это может быть?

Парадокс объясняется, если вспомнить, что волновой фронт определяется как геометрическое место точек, одновременных в одной и той же фазе возмущения. Теперь же события, происходящие в разных точках и одновременные в системе измерения времени А, вообще говоря, неодновременны в системе В. Поэтому волновой фронт в системе А не одно и то же, что волновой фронт в системе В. Более того, поскольку в двух инерциальных системах измерения пространства различна, то что в системе А называется сферой, не будет сферой в системе В. Таким образом, нет противоречия в утверждении, что волновые фронты для А — сферы с центрами в начале координат А, в то время как волновые фронты для В — сферы с центрами в начале координат В.

Мы говорили на одном и том же языке о событиях, которые случаются в разных точках пространства, как о событиях, происходящих «в один и тот же момент времени», и также о событиях, которые случаются в разные моменты времени, как о событиях, происходя-

ших «в одной и той же точке пространства». Мы понимаем, что так можно говорить только благодаря искусственному соглашению, так как это не соответствует физической действительности

Пуанкаре обычно принято считать прежде всего математиком, а Лоренца — специалистом по теоретической физике. Но если рассматривать их вклад в теорию относительности, то положение будет обратным: именно Пуанкаре предложил общий физический принцип, а Лоренц нашел его математическое воплощение. В действительности, Лоренц в течение многих лет сомневался в физической теории: на лекции, которую он прочел в октябре 1910 г. [4], он говорил о «die Vorstellung (die auch Redner nur ungern aufgeben würde), dass Raum und Zeit etwas völlig Verschiedenes seien und dass es eine «Wahre Zeit» gebe (die Gleichzeitigkeit würde denn unabhängig vom Orte bestehen)*». Один выдающийся физик, посетивший Лоренца незадолго до смерти последнего, убедился, что мнение Лоренца по этому вопросу не изменилось.

Покажем теперь связь между преобразованием Лоренца и гипотезой сокращения масштабов Фицджеральда. Эта связь была установлена Лармором [3] для приближенной формы преобразования Лоренца с точностью до членов ω/c второго порядка. Легко распространить эту связь на общее преобразование Лоренца.

Предположим, что вдоль оси x движется стержень с постоянной скоростью ω и в момент времени t координаты его концов суть x_1 и x_2 . Пусть система (O, x', y', z') движется вместе со стержнем, причем ось Ox' совпадает с осью x , а оси y' и z' все время параллельны осям y и z . В этой системе длина стержня равна $x_2 - x_1$ (конечно, x_2 и x_1 не изменяются во времени). Преобразование Лоренца дает:

$$\begin{aligned}x_2' &= x_2 \operatorname{ch} \alpha - ct \operatorname{sh} \alpha, \\x_1' &= x_1 \operatorname{ch} \alpha - ct \operatorname{sh} \alpha.\end{aligned}$$

Подставляя $t \operatorname{th} \alpha = \omega/c$ и вычитая из первого уравнения второе, получаем:

$$x_2 - x_1 = (x_2 - x_1) \operatorname{ch} \alpha = (x_2 - x_1) [1 - \omega^2/c^2]^{-1/2}$$

или

$$x_2 - x_1 = (x_2' - x_1') \sqrt{1 - \omega^2/c^2}.$$

Это равенство показывает, что длина стержня в системе, по отношению к которой стержень движется со скоростью ω , относится к длине стержня в системе, по отношению к которой он находится в покое, как $[1 - \omega^2/c^2]^{1/2} : 1$. Это и есть гипотеза сокращения масштабов Фицджеральда. Ее можно, очевидно, выразить следующим образом: *уравнения фигур материальных тел ковариантны относительно тех преобразований, для которых ковариантны основные уравнения эфира, т. е. для всех преобразований Лоренца.*

* «Концепция (от которой автор не откажется) о том, что пространство и время не совпадают, и что «истинное время» существует (тогда одновременность будет иметь значение независимого положения)».

Теперь обратимся к замечанию Пуанкаре [5] о том, что принцип относительности требует создания новой механики, в которой скорость не может превышать скорость света.

Предположим, что происходит параллельное преобразование инерциальной системы В в инерциальную систему А со скоростью ω вдоль оси x . Пусть точка Р, движущаяся вдоль оси x , имеет координаты $(t, x, 0, 0)$ в системе А и $(t', x', 0, 0)$ в системе В. Обозначим составляющие скорости dx/dt и dx'/dt' соответственно v_x и v'_x , и пусть $\omega = c/\text{th}\alpha$. Тогда преобразование Лоренца сразу приводит к выражению

$$v_x = dx/dt = \frac{c(dx' \text{ ch } \alpha + cdt' \text{ sh } \alpha)}{cdt' \text{ ch } \alpha + dx' \text{ sh } \alpha} = \frac{v'_x \frac{c}{\omega}}{1 + \frac{v'_x \omega}{c^2}}$$

Знаменатель $\left(1 + \frac{v'_x \omega}{c^2}\right)$ в релятивистской формуле выражает кажущееся сложения скоростей различие между теорией Ньютона, по которой $v_x = v'_x + \omega$, и теорией относительности. Мы видим, что $v_x = c$, если $v'_x = c$, т. е. что *любая скорость, сложенная со скоростью света, снова дает скорость света*, следовательно, никакая скорость не может превышать скорость света.

Этот результат позволяет нам решить задачу, которая была запутана многими поколениями физиков. Предполагали, что если правомерна корпускулярная теория света, то корпускулы, испускаемые движущимися звездами, должны иметь относительно неподвижного источника скорость, составленную из скорости звезды и скорости света, аналогично тому как предмет, выброшенный из окна движущегося вагона, имеет скорость, которая получается в результате векторного сложения его скорости относительно вагона со скоростью вагона (*баллистическая* теория). Если же справедлива волновая теория, скорость света, испускаемого звездой, не должна зависеть от скорости звезды, подобно тому как волны, вызванные брошенным в пруд камнем, распространяются со скоростью, которая не зависит от скорости камня. Новая релятивистская теория привела к удивительному заключению: скорость света не зависит от скорости своего источника даже по корпускулярной теории.

Попытка объяснить опыт Майкельсона — Морли и дать другое доказательство справедливости теории относительности, не допуская, что скорость света не зависит от скорости источника, была проделана в 1908 г. В. Ритцем [6], который заявлял, что скорость света и скорость источника света аддитивны, как в старой физике. Однако теперь известно, что скорость света не зависит от движения его источника. Астрономическое доказательство этого утверждения провели несколько авторов [7], а Майорана подтвердил его путем прямого эксперимента [8]. Следует отметить, что, поскольку в чисто наземных экспериментах световые лучи всегда движутся по замкнутой траектории, результаты, ожидаемые от «баллистической» и «не-

баллистической» теорий, могут отличаться на величину второго порядка [9]. Однако опыт Майкельсона — Морли, осуществленный Томачеком [10] в 1924 г., опроверг баллистическую гипотезу. Следующий результат, согласующийся с новой теорией, был получен Майкельсоном [11], который экспериментально показал, что скорость движущегося зеркала не меняет скорости отраженного света.

Теперь признано, что эти экспериментальные открытия, которые в XIX в. могли бы говорить в пользу волновой теории, не имели в действительности никакого значения в споре между волновой и корпускулярной теориями света, так как, согласно теории относительности, даже по корпускулярной теории корпускула, имеющая скорость c относительно своего источника, должна иметь ту же скорость относительно наблюдателя независимо от того, участвует он в движении источника или нет.

В 1905 г. Пуанкаре [12] завершил теорему Лоренца о ковариантности уравнений Максвелла в отношении преобразования Лоренца [13], получив формулы преобразования плотности электрического заряда ρ и тока ρv . Основные уравнения для них следующие:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{d} &= 4\pi\rho, & c \operatorname{rot} \mathbf{d} &= -\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \mathbf{h} &= 0, & c \operatorname{rot} \mathbf{h} &= \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial t} + 4\pi\rho \mathbf{v}. \end{aligned}$$

Желательно найти преобразование переменных $t, x, y, z, \rho, \mathbf{d}, \mathbf{h}, \mathbf{v}$ в новые переменные $t_1, x_1, y_1, z_1, \rho_1, \mathbf{d}_1, \mathbf{h}_1, \mathbf{v}_1$ такое, чтобы уравнения в терминах новых переменных имели ту же форму, что и первоначальные уравнения. Преобразования $t, x, y, z, \mathbf{d}, \mathbf{h}$ были уже найдены.

Теперь Пуанкаре показал, что

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_1 \operatorname{ch} \alpha + (\rho_1 v_{x_1}/c) \operatorname{sh} \alpha, \\ \rho v_x &= \rho_1 v_{x_1} \operatorname{ch} \alpha + c\rho_1 \operatorname{sh} \alpha, \\ \rho v_y &= \rho_1 v_{y_1}, \\ \rho v_z &= \rho_1 v_{z_1}. \end{aligned}$$

При замене первоначальных переменных новыми дифференциальные уравнения принимают вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}_1 \mathbf{d}_1 &= 4\pi\rho_1, & c \operatorname{rot}_1 \mathbf{d}_1 &= -\frac{\partial \mathbf{h}_1}{\partial t_1}, \\ \operatorname{div}_1 \mathbf{h}_1 &= 0, & c \operatorname{rot}_1 \mathbf{h}_1 &= \frac{\partial \mathbf{d}_1}{\partial t_1} - 4\pi\rho_1 \mathbf{v}_1. \end{aligned}$$

Иными словами, при указанном преобразовании переменных основные уравнения эфира и электронов сохраняют свою форму.

Осенью того же года в том же самом томе *Annalen der Physik* (физический ежегодник), в котором была опубликована статья Эйнштейна о броуновском движении [14], была напечатана его же работа, привлекающая большое внимание. В ней более пространно изла-

гальсаь теория относительности Пуанкаре и Лоренца. Эйнштейн объявил основным принцип *постоянства скорости света*, т. е. что скорость света *в вакууме* одна и та же во всех системах отсчета, которые движутся друг относительно друга. Это утверждение в то время было широко принято, но подверглось суровой критике более поздних авторов [15]. В своей статье Эйнштейн дал изменения, которые теперь вводятся в формулы аберрации и эффекта Доплера [16].

Рассмотрим звезду, которая наблюдается с Земли дважды. Предполагается, что расстояние до звезды так велико, что движением Земли в период между двумя наблюдениями можно пренебречь. Обозначим инерциальную систему на Земле в момент первого наблюдения K , а в момент второго — K' и выберем оси так, что ось x имеет направление скорости w (равной $c \operatorname{th} \alpha$) системы K' относительно K . Пусть ψ — угол между направлением светового луча и осью x в системе K , а ψ' — соответствующий угол в системе K' . Преобразование Лоренца дает значения координат звезды в двух системах:

$$\begin{aligned} ct' &= ct \operatorname{ch} \alpha - x \operatorname{sh} \alpha, \\ x' &= x \operatorname{ch} \alpha - ct \operatorname{sh} \alpha, \\ y' &= y. \end{aligned}$$

(Звезда находится в плоскости xy .) Так как свет распространяется со скоростью c в обеих системах, имеем

$$ct = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{и} \quad ct' = \sqrt{(x')^2 + (y')^2}.$$

Таким образом,

$$\cos \psi' = \frac{x'}{\sqrt{(x')^2 + (y')^2}} = \frac{x'}{ct'} = \frac{x \operatorname{ch} \alpha - ct \operatorname{sh} \alpha}{ct \operatorname{ch} \alpha - x \operatorname{sh} \alpha} = \frac{\cos \psi \operatorname{ch} \alpha - \operatorname{sh} \alpha}{\operatorname{ch} \alpha - \cos \psi \operatorname{sh} \alpha}$$

или

$$\cos \psi' = (c \cos \psi - w)/(c - w \cos \psi).$$

Это выражение есть релятивистская формула аберрации. Ее можно переписать в следующем виде:

$$\sin \frac{\psi' - \psi}{2} = \operatorname{th} \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\psi' + \psi}{2}.$$

Если пренебречь членами w/c выше первого порядка, получается уравнение

$$\psi' - \psi = (w/c) \sin \psi,$$

которое является формулой аберрации в классической физике.

Чтобы найти релятивистскую формулу для эффекта Доплера, предположим, что K' — инерциальная система, относительно которой звезда находится в покое, а K — инерциальная система, отно-

сительно которой находится в покое Земля. Кроме того, система K' движется со скоростью w (равной $c \operatorname{th} \alpha$) параллельно оси x системы K . Пусть ψ — угол между линией, соединяющей звезду и наблюдателя, и осью x в системе K , а ψ' — соответствующий угол в системе K' . Тогда фаза в системе K определяется выражением

$$v [t + (x \cos \psi + y \sin \psi)/c],$$

где v — частота света, наблюдаемая на Земле, а поскольку фаза является физическим инвариантом, мы должны иметь

$$v \left(t + \frac{x \cos \psi + y \sin \psi}{c} \right) = v' \left(t' + \frac{x' \cos \psi' + y' \sin \psi'}{c} \right),$$

где v' — частота, наблюдаемая на звезде. Таким образом,

$$\begin{aligned} v \left\{ t' \operatorname{ch} \alpha + \frac{x'}{c} \operatorname{sh} \alpha + \frac{1}{c} [(x' \operatorname{ch} \alpha + ct' \operatorname{sh} \alpha) \cos \psi + y' \sin \psi] \right\} = \\ = v' \left(t' + \frac{x' \cos \psi' + y' \sin \psi'}{c} \right). \end{aligned}$$

Приравнивая коэффициенты при t' , получаем $v (\operatorname{ch} \alpha + \operatorname{sh} \alpha \times \cos \psi) = v'$

или

$$v'/v = [1 + (w/c) \cos \psi] / \sqrt{1 - (w/c)^2}.$$

Это выражение есть релятивистская формула для эффекта Доплера. Если пренебречь членами w/c выше первого порядка, получается уравнение $v = v' [1 - (w_r/c)]$ (w_r — радикальная компонента w), которое является старой формулой эффекта Доплера. Релятивистская формула отличается от старой формулы множителем

$$\sqrt{1 - (w/c)^2}.$$

Если наблюдатель, движущийся со скоростью w относительно инерциальной системы, проходит точку Р, когда часы, принадлежащие инерциальной системе, показывают время t_1 , а затем точку Q, когда те же часы отсчитывают момент времени t_2 , и если t_1 — тот же интервал времени, но зарегистрированный часами наблюдателя, то из уравнений преобразования Лоренца сразу следует, что

$$t'/(t_2 - t_1) = \sqrt{1 - w^2/c^2}.$$

Поэтому можно говорить (до некоторой степени условно), что множитель $\sqrt{1 - (w/c)^2}$ характеризует более медленный ход часов наблюдателя по сравнению с ходом часов, которые покоятся на Земле. Очевидно, что этот множитель должен входить в релятивистскую формулу.

Следует отметить, что по релятивистской формуле эффект Доплера не равен нулю, даже когда относительное движение источника и наблюдателя происходит под прямым углом к направлению распространения света, т. е. $\psi = \frac{1}{2} \pi$. В этом случае $v = v' [1 - \omega^2/c^2]^{1/2}$ или в первом приближении $(v - v')/v' = -\omega^2/2c^2$. Это явление называется поперечным эффектом Доплера. В 1907 г. Эйнштейн предсказал, что такой эффект можно наблюдать в анодных лучах водорода, о которых в 1906 г. была опубликована статья Старка. Экспериментальные результаты Старка, казалось, ничего общего не имели с теоретической формулой, и лишь тридцать лет спустя Айвз и Стилвел доказали их связь, с успехом доведя эксперимент до конца.

Из изложенного выше ясно, что теория относительности берет свое начало из теории эфира и электронов. Когда теорию относительности признали как доктрину, которая охватывает все физические процессы, были предприняты попытки представить ее в форме, свободной от какой-либо связи с электромагнитной теорией и логически вытекающей из системы более или менее правдоподобных аксиом*. Следует также отметить, что, когда теория относительности была уже широко принята, опыт Майкельсона — Морли был подвергнут анализу с большим пониманием и большей точностью [17].

Здесь можно дать оценку некоторым экспериментам, поразительным образом подтвердившим предсказания теории относительности и осуществленным много лет спустя. В одном из них, выполненном Вудом, Томилсоном и Эссеном [18], стержень, совершавший продоль-

* Статей по аксиоматике много. Внимание следует особенно обратить на следующие: Frank P. and Rothe H. Ann d Phys 1911, xxxiv, p. 825; Huntington E. V. Phil. Mag.; 1912, xxiii, p. 494; Pars L. A. Phil. Mag. 1921, xlii, p. 249; Carathéodory C. Berlin Sitz, v. 1924, p. 12; Narliker V. V. Proc. Camb. Phil. Soc. 1932, xxviii, p. 460; Whitrow G. J. Quart. J. Math. 1933, iv, p. 161; Gomes L. R. Lincei Rend. 1935, xxi, p. 433; Sen N. R. Canadian J. of Phys. 1936, x, p. 341; Severi F. Proc. Phys. — Math. Soc Japan, 1936, xviii, p. 257; Esclangon E. Comptes Rendus, 1936, ccii, p. 708; Bull. Astron 1937, x, p. 1; Meurers J. Z. S. f. P. 1936, cii, p. 611; Lalan V. Comptes Rendus, 1936, ciil, p. 1491; Bull. Soc. Math. France, 1937, lxxv, p. 83; Temple G. Quart. J. Math. 1938, ix, p. 283; Ive H. E. Proc. Amer. Phil. Soc. 1951, xciv, p. 125.

Ценная работа Робертсона (Robertson H. P., Rev. Mod. Phys., 1949, xxi, p. 378) несколько другого плана. Обосновывая аксиомы экспериментальными результатами, Робертсон показывает, что большинство аксиом можно уверенно основать на опыте Майкельсона — Морли, эксперименте Айвза и Стилвела с поперечным эффектом Доплера и опыте, выполненном в 1932 г. Кеннеди и Торндайком (Kennedy R. J. and Thorndike E. M. Phys. Rev., 1932, xlii, p. 400). В этом опыте узкий пучок однородного света расщеплялся полупрозражающей поверхностью на два пучка, которые после прохождения путей разной длины сводились вместе и интерферировали. Наблюдались положения интерференционных полос, когда скорость системы изменялась из-за вращательного движения Земли и вращения интерферометра. Предсказания теории относительности подтвердились. Интересный эксперимент с вращающимся интерферометром был осуществлен в 1913 г. Саньяком (Sagnac G. Comptes Rendus, 1913, clvii, p. 708, 1410; J. Phys. Rad., 1914, iv, p. 177). см также Metz A. J. Phys. Rad., 1952, xlii, p. 224

ные колебания, вращался в горизонтальной плоскости. Длина стержня периодически менялась (сокращение Фицджеральда). Была точно измерена частота колебаний, которая должна была бы меняться, если бы изменялась только длина. Однако, согласно теории относительности, должна существовать полная компенсация сокращения стержня по длине за счет изменения его упругости при изменении ориентации стержня по отношению к направлению его движения. Поэтому никакого изменения частоты не должно наблюдаться. Эксперимент был проведен с двумя одинаковыми пьезоэлектрическими кварцевыми осцилляторами: вращающимся и неподвижным. Измерялась относительная частота вращения с точностью до $4 \cdot 10^{-11}$. Эксперимент дал нулевой результат, что полностью согласуется с предсказанием теории относительности Пуанкаре — Лоренца.

Еще позднее предсказание теории было подтверждено удивительным образом. Если два события (1) и (2) в инерциальной системе А происходят в разных точках пространства, а в инерциальной системе В, движущейся со скоростью ω относительно А, — в одной и той же точке, преобразования Лоренца дают:

$$t_1^A = [t_1^B - (\omega x_1^B / c^2)] / \sqrt{1 - \omega^2 / c^2},$$

$$t_2^A = [t_2^B - (\omega x_2^B / c^2)] / \sqrt{1 - \omega^2 / c^2}.$$

Поскольку $x_1^B = x_2^B$,

$$(t_2 - t_1)^A = (t_2 - t_1)^B / \sqrt{1 - \omega^2 / c^2},$$

т. е. время между событиями, измеренное в системе А, в $(1 - \omega^2 / c^2)^{-1/2}$ больше соответствующего времени, измеренного в системе В.

Можно предположить, что когда некоторые из мезонов космических лучей (они были открыты в 1937 г.) самопроизвольно распадаются, скорость распада зависит от времени, измеряемого наблюдателем, который «путешествует вместе с мезоном». Таким образом, наблюдателю, находящемуся в покое относительно Земли, скорость распада будет казаться тем медленнее, чем быстрее движется мезон. Это явление было обнаружено в 1941 г.

Изучение релятивистской динамики было начато в 1906 г., когда Макс Планк вывел уравнения, которые, согласно новой теории, могли заменить уравнения Ньютона для движения материальной точки. Рассмотрим сначала одномерный случай. Пусть частица массой m и зарядом e движется вдоль оси x со скоростью $\omega = c \operatorname{th} \alpha$ в системе $Oxyz$ в электрическом поле, параллельном Ox . Пусть оси системы $O'x'y'z'$ параллельны соответствующим осям системы $Oxyz$, а ее начало координат O' движется вместе с частицей. Соотношения между (t, x, y, z) и (t', x', y', z') имеют вид:

$$ct' = ct \operatorname{ch} \alpha - x \operatorname{sh} \alpha,$$

$$x' = x \operatorname{ch} \alpha - ct \operatorname{sh} \alpha,$$

$$y' = y,$$

$$z' = z.$$

Предполагается, что уравнения Ньютона справедливы в системе $O'x'y'z'$, поэтому уравнение движения частицы имеет вид

$$md^2x'/dt'^2 = ed'_x = ed_x,$$

где d'_x и d_x — электрические силы в двух системах.

$$dx'/cdt' = \{(dx/dt) \operatorname{ch} \alpha - c \operatorname{sh} \alpha\} / [c \operatorname{ch} \alpha - (dx/dt) \operatorname{sh} \alpha],$$

поэтому

$$\begin{aligned} \frac{d^2x'}{dt'^2} &= \frac{d}{dt} \left\{ \frac{(dx/dt) \operatorname{ch} \alpha - c \operatorname{sh} \alpha}{c \operatorname{ch} \alpha - (dx/dt) \operatorname{sh} \alpha} \right\} / [c \operatorname{ch} \alpha - (dx/dt) \operatorname{sh} \alpha] = \\ &= (d^2x/dt^2) \operatorname{ch} \alpha / \{c \operatorname{ch} \alpha - (dx/dt) \operatorname{sh} \alpha\}^2, \end{aligned}$$

имея в виду, что $(dx/dt) \operatorname{ch} \alpha - c \operatorname{sh} \alpha = 0$. Но

$$c \operatorname{ch} \alpha - (dx/dt) \operatorname{sh} \alpha = c \operatorname{ch} \alpha - (c \operatorname{sh}^2 \alpha / \operatorname{ch} \alpha) = c / \operatorname{ch} \alpha,$$

поэтому

$$\begin{aligned} d^2x'/dt'^2 &= (d^2x/dt^2) \operatorname{ch}^3 \alpha = [1 - w^2/c^2]^{-3/2} d^2x/dt^2 = \\ &= \frac{d}{dt} \left\{ w / \sqrt{1 - w^2/c^2} \right\}. \end{aligned}$$

Таким образом, уравнение движения (в нем X означает движущую силу, т. е. ed_x) имеет вид

$$\frac{d}{dt} \left\{ mw / \sqrt{1 - w^2/c^2} \right\} = X.$$

Можно показать, что в трехмерном случае если dx/dt , dy/dt и dz/dt — компоненты результирующей скорости w общие уравнения движения частицы, на которую действует сила (X, Y, Z) выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left\{ \frac{mdx/dt}{\sqrt{1 - w^2/c^2}} \right\} &= X, \\ \frac{d}{dt} \left\{ \frac{m dy/dt}{\sqrt{1 - w^2/c^2}} \right\} &= Y, \\ \frac{d}{dt} \left\{ \frac{mdz/dt}{\sqrt{1 - w^2/c^2}} \right\} &= Z. \end{aligned} \quad (1)$$

Когда $c \rightarrow \infty$, эти уравнения, очевидно, переходят в уравнения Ньютона

$$md^2x/dt^2 = X, \quad md^2y/dt^2 = Y, \quad md^2z/dt^2 = Z.$$

Чтобы получить закон сохранения энергии, умножим уравнения (1) на dx/dt , dy/dt , dz/dt соответственно и сложим:

$$\begin{aligned} Xdx/dt + Ydy/dt + Zdz/dt &= \frac{dx}{dt} \cdot \frac{d}{dt} \left\{ \frac{mdx/dt}{\sqrt{1-\omega^2/c^2}} \right\} + \\ &+ \frac{dy}{dt} \cdot \frac{d}{dt} \left\{ \frac{mdy/dt}{\sqrt{1-\omega^2/c^2}} \right\} + \frac{dz}{dt} \cdot \frac{d}{dt} \left\{ \frac{mdz/dt}{\sqrt{1-\omega^2/c^2}} \right\} = \\ &= \omega^2 \frac{d}{dt} \left\{ m \left(1 - \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{-1/2} \right\} + m \left(1 - \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{-1/2} \times \\ &\quad \times \left(\frac{dx}{dt} \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dy}{dt} \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dz}{dt} \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} \right) = \\ &= \frac{m\omega^3}{c^2} \left(1 - \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{-3/2} \frac{d\omega}{dt} + m \left(1 - \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{-1/2} \omega \frac{d\omega}{dt} = \\ &= m\omega \left(1 - \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{-3/2} \frac{d\omega}{dt}. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$X \frac{dx}{dt} + Y \frac{dy}{dt} + Z \frac{dz}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ mc^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{-1/2} \right\}.$$

Левая часть этого равенства представляет собой скорость, с которой происходит работа над частицей, следовательно, правая часть должна представлять скорость возрастания кинетической энергии, т. е. кинетическая энергия частицы равна

$$mc^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{-1/2} + C$$

(где C — константа). При биномиальном разложении корня это выражение принимает вид $mc^2 \left(1 + \frac{\omega^2}{2c^2} + \text{более высокие порядки} \frac{\omega^2}{c^2} \right) + C$. Чтобы это выражение согласовалось с ньютоновым значением энергии $m\omega^2/2$, в котором более высокими порядками ω^2/c^2 пренебрегается, постоянная C должна быть равна $-mc^2$. Таким образом, кинетическая энергия частицы имеет вид

$$mc^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{-1/2} - mc^2. \quad (2)$$

Уравнения (1) можно переписать следующим образом:

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial L}{\partial (dx/dt)} \right\} = X, \quad \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial L}{\partial (dy/dt)} \right\} = Y, \quad \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial L}{\partial (dz/dt)} \right\} = Z,$$

где $L = -mc^2 \left(1 - \frac{w^2}{c^2}\right)^{-1/2}$ является функцией Лагранжа, или кинетическим потенциалом. Кроме того, если ввести

$$p_x = \frac{\partial L}{\partial (dx/dt)} = m \left(1 - \frac{w^2}{c^2}\right)^{-1/2} \frac{dx}{dt} \quad (3)$$

и аналогичные выражения для p_y и p_z и записать

$$H = mc^2 \sqrt{1 + [(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)/m^2 c^2]},$$

то уравнения движения в форме гамильтониана имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} dp_x/dt &= X, & dp_y/dt &= Y, & dp_z/dt &= Z, \\ dx/dt &= \partial H / \partial p_x, & dy/dt &= \partial H / \partial p_y, & dz/dt &= \partial H / \partial p_z. \end{aligned}$$

Движущая сила есть производная импульса по времени, поэтому уравнения (1) представляющие собой компоненты импульса частицы, имеют вид:

$$\frac{m}{\sqrt{1-w^2/c^2}} \frac{dx}{dt} \cdot \frac{m}{\sqrt{1-w^2/c^2}} \frac{dy}{dt} \cdot \frac{m}{\sqrt{1-w^2/c^2}} \frac{dz}{dt} \quad (4)$$

При $c \rightarrow \infty$ они сводятся к ньютоновым выражениям mdx/dt , mdy/dt , mdz/dt . Аналогичный результат можно получить из уравнений (3), если вспомнить, что компоненты импульса суть производные функции Лагранжа по компонентам скорости, и если учесть замечание Лапласа, которое он сделал свыше ста лет тому назад [19], о том, что импульс частицы есть $m\Phi(w)$, а не $m\omega$, следовательно, кинетическая энергия должна быть равна

$$\int m\Phi'(w) \omega d\omega.$$

Поскольку в этом случае из (4)

$$\Phi(w) = w(1 - w^2/c^2)^{-1/2}, \quad \Phi'(w) = (1 - w^2/c^2)^{-3/2},$$

кинетическая энергия =

$$= \int m\omega(1 - w^2/c^2)^{-3/2} d\omega = mc^2(1 - w^2/c^2)^{-1/2} + \text{const} \quad \text{в согласии с (2).}$$

Уравнения (2) и (4) подтверждают предсказание Пуанкаре на лекции в Сент-Луисе 24 сентября 1904 г. о том, что должна существовать «новая механика, где инерция возрастает со скоростью, а скорость света была бы пределом, который нельзя преодолеть».

Аргументы, которые использовал Планк при выводе своих уравнений для кинетической энергии и импульса материальной точки в релятивистской теории, не казались абсолютно убедительными. Однако три года спустя Гильберт Льюис (1875—1946) и Ричард Толман (1881—1948) [20] представили доказательство совершенно иного характера.

Рассмотрим относительное движение со скоростью ω в двух системах А и В, происходящее параллельно осям x и x' . Пусть компоненты скорости гладкого и упругого шара $P(0, -u, 0)$ в системе А, а аналогичного шара Q в системе В — $(0, u, 0)$. Шары сталкиваются и отскакивают. Из релятивистской формулы

$$v_x = \frac{v'_x \mp \omega}{1 \mp (v'_x \omega / c^2)}, \quad v_y = \frac{v'_y (1 - \omega^2 / c^2)^{1/2}}{1 \mp (v'_x \omega / c^2)}, \quad v_z = \frac{v'_z (1 - \omega^2 / c^2)^{1/2}}{1 \mp (v'_x \omega / c^2)}$$

мы видим, что скорость шара Q в системе А перед столкновением есть $(\omega, u \sqrt{1 - \omega^2 / c^2}, 0)$. Столкновение совершенно симметрично. Вычисленная в системе А y -компонента скорости шара Q изменится от $u \sqrt{1 - \omega^2 / c^2}$ до $-u \sqrt{1 - \omega^2 / c^2}$, а y -компонента скорости шара P изменяется от $-u$ до u .

Предположим, что существует векторная величина, называемая *импульсом*, зависящая от массы и скорости, такая, что импульс, приобретенный одним из шаров при столкновении, равен импульсу, потерянному при столкновении другим. Кроме того, допустим, что этот импульс становится почти равным обычному ньютонову импульсу, когда скорость очень мала по сравнению со скоростью света. Следовательно, компоненты импульса можно записать: $f(v)v_x$, $f(v)v_y$, $f(v)v_z$, где $v = (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)^{1/2}$, а функция $f(v)$ сводится к массе m , когда $v \rightarrow 0$. Закон сохранения импульса предполагает, что в системе А шар P испытывает то же изменение импульса, что и шар Q . Следовательно, $f(v_Q) u [1 - (\omega^2 / c^2)]^{1/2} = f(v_P) u$, где v_Q и v_P — результирующие скорости Q и P в системе А. Поделим теперь обе части на u : $f(v_Q) [1 - (\omega^2 / c^2)]^{1/2} = f(v_P)$ и устремим u к нулю. Таким образом, $f(\omega) [1 - (\omega^2 / c^2)]^{1/2} = f(0) = m$ или $f(\omega) = m [1 - (\omega^2 / c^2)]^{1/2}$. Следовательно, импульс частицы массой m , движущейся со скоростью (v_x, v_y, v_z) , равен $\{mv_x [1 - (v^2 / c^2)]^{-1/2}, mv_y [1 - (v^2 / c^2)]^{-1/2}, mv_z [1 - (v^2 / c^2)]^{-1/2}\}$, где $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$.

Рассмотрим столкновение двух упругих шаров с массами m_1 и m_2 , которые движутся вдоль оси x . Скорости шаров до столкновения (u_1, u_2) и (u'_1, u'_2) после столкновения. По закону сохранения импульса,

$$\frac{m_1 u_1}{\sqrt{1 - (u_1^2 / c^2)}} + \frac{m_2 u_2}{\sqrt{1 - (u_2^2 / c^2)}} = \frac{m_1 u'_1}{\sqrt{1 - (u_1'^2 / c^2)}} + \frac{m_2 u'_2}{\sqrt{1 - (u_2'^2 / c^2)}} \quad (1)$$

Теперь рассмотрим систему осей, которая движется со скоростью $c \tanh \alpha$ параллельно оси x . Скорости относительно этой второй

системы осей обозначим знаком \sim , так что любая из скоростей имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= (u \operatorname{ch} \alpha - c \operatorname{sh} \alpha) / [\operatorname{ch} \alpha - (u/c) \operatorname{sh} \alpha], \\ \sqrt{1 - \tilde{u}^2/c^2} &= (1 / [\operatorname{ch} \alpha - (u/c) \operatorname{sh} \alpha]) \sqrt{1 - u^2/c^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Подставив из (2) в уравнение

$$\frac{m_1 \tilde{u}_1}{\sqrt{1 - \tilde{u}_1^2/c^2}} + \frac{m_2 \tilde{u}_2}{\sqrt{1 - \tilde{u}_2^2/c^2}} = \frac{m_1 \tilde{u}'_1}{\sqrt{1 - \tilde{u}'_1{}^2/c^2}} + \frac{m_2 \tilde{u}'_2}{\sqrt{1 - \tilde{u}'_2{}^2/c^2}},$$

получим

$$\begin{aligned} &\frac{m_1 (u_1 \operatorname{ch} \alpha - c \operatorname{sh} \alpha)}{\sqrt{1 - u_1^2/c^2}} + \frac{m_2 (u_2 \operatorname{ch} \alpha - c \operatorname{sh} \alpha)}{\sqrt{1 - u_2^2/c^2}} = \\ &= \frac{m_1 (u_1 \operatorname{ch} \alpha - c \operatorname{sh} \alpha)}{\sqrt{1 - u_1'^2/c^2}} + \frac{m_2 (u_2 \operatorname{ch} \alpha - c \operatorname{sh} \alpha)}{\sqrt{1 - u_2'^2/c^2}}. \end{aligned}$$

Вычитая это уравнение из уравнения (1), умноженного на $\operatorname{ch} \alpha$, и деля результат на $c \operatorname{sh} \alpha$, получаем

$$\begin{aligned} &m_1 / \sqrt{1 - u_1^2/c^2} + m_2 / \sqrt{1 - u_2^2/c^2} = \\ &= m_1 / \sqrt{1 - u_1'^2/c^2} + m_2 / \sqrt{1 - u_2'^2/c^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Из уравнения (3) вытекает, что сумма величин $m(1 - u^2/c^2)^{-1/2}$, вычисленная для каждого из сталкивающихся шаров, не изменится при соударении. Таким образом, мы получили новую инвариантную величину. Установим, что соответствует ей в ньютоновой механике.

Предположим, что величины u_1/c и u_2/c достаточно малы. Применив формулу разложения в биномиальный ряд, найдем:

$$\begin{aligned} &m_1 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{u_1^2}{c^2} + \frac{3}{8} \cdot \frac{u_1^4}{c^4} + \dots \right) + \\ &+ m_2 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{u_2^2}{c^2} + \frac{3}{8} \cdot \frac{u_2^4}{c^4} + \dots \right) = \\ &= m_1 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{u_1'^2}{c^2} + \frac{3}{8} \cdot \frac{u_1'^4}{c^4} + \dots \right) + \\ &+ m_2 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{u_2'^2}{c^2} + \frac{3}{8} \cdot \frac{u_2'^4}{c^4} + \dots \right), \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{3}{8} m_1 \frac{u_1^4}{c^2} + \dots + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 + \frac{3}{8} m_2 \frac{u_2^4}{c^2} + \dots = \\ &= \frac{1}{2} m_1 u_1'^2 + \frac{3}{8} m_1 \frac{u_1'^4}{c^2} + \dots + \frac{1}{2} m_2 u_2'^2 + \\ &+ \frac{3}{8} m_2 \frac{u_2'^4}{c^2} + \dots \end{aligned}$$

При $c \rightarrow \infty$ написанное уравнение превращается в обычное уравнение закона сохранения кинетической энергии при столкновении. Поэтому назовем соотношение (3) законом сохранения энергии в релятивистской теории столкновений. Величину

$$mc^2 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

назовем *кинетической энергией* частицы, движущейся со скоростью v и имеющей массу покоя m . Величина c^2 в знаменателе введена для того, чтобы ряд по возрастающим степеням v/c начинался с членов $\text{const} + \frac{1}{2} mv^2$ по аналогии с выражением для ньютоновой кинетической энергии. Таким образом, были подтверждены полученные Планком выражения для импульса и кинетической энергии материальной частицы. Величина m получила название *собственной массы*.

Теперь мы должны мысленно проследить постепенное утверждение одного из величайших достижений XX столетия — открытия взаимосвязи между массой и энергией.

В 1881 г. Дж. Дж. Томсон установил, что движущийся по прямой линии заряженный сферический проводник ведет себя так, как если бы он имел дополнительную массу, равную умноженной на $4/(3c^2)$ энергии электростатического поля*. В 1900 г. Пуанкаре [21], апеллируя к тому факту, что импульс электромагнитного поля в свободном эфире равен потоку вектора Пойнтинга, умноженному на $1/c^2$, высказал предположение о существовании некоторой плотности массы у энергии электромагнитного поля. Он считал, что электромагнитному полю присуща плотность массы, которая в c^2 раз меньше плотности энергии. Именно: $E = mc^2$, E — энергия, m — масса. А если это так, размышлял Пуанкаре, то осциллятор Герца, излучавший электромагнитную энергию преимущественно в одном направлении, должен испытывать отдачу подобно ружью при выстреле.

В 1904 г. Газенерль [22] установил, что масса заполненной излучением полости с идеально отражающими стенками при движении приобретает эффективную добавку. Величина этой добавки оказалась равной, согласно оценкам Газенёрля, произведению энергии излучения покоящейся полости на постоянный коэффициент $8/(3c^2)$. В следующем году Газенёрль опубликовал заметку [23], в которой приводилось уточненное значение указанного коэффициента, именно $4/(3c^2)$. Эта величина, как мы видим, соответствовала скорее

* Значительно позже Ферми показал, что необходимо принимать во внимание натяжения, возникающие в материале сферы. С учетом этого дополнительная масса оказалась равной энергии электростатического поля, умноженной на $1/c^2$ (см. Lincei Rend. 1922, v. xxxi, p. 1184, 306). Такой же результат был получен иным способом Вильсоном (см. Proc. Phys. Soc., 1936, v. xlviii, p. 736).

формуле Дж. Дж. Томсона $E = \frac{3}{4} mc^2$, а не формуле Пуанкаре $E = mc^{2*}$.

В 1905 г. Эйнштейн ** выступил в печати с утверждением, что если тело теряет энергию путем излучения, то масса тела уменьшается приблизительно на величину потерянной энергии, умноженной на $1/c^2$. Таким образом, он пренебрег величинами четвертого порядка малости. В своей статье Эйнштейн отмечал также, что потеря энергии в форме излучения не является существенным фактором. Он сделал более общее заключение (совпадавшее с предположением Пуанкаре) — масса тела является мерой, присущей этому телу энергии: при изменении энергии на величину E эрг масса тела изменяется на E/c^2 г. В следующем году Эйнштейн [24] объявил, что это утверждение является необходимым и достаточным условием выполнения закона сохранения скорости центра инерции системы, в которой происходят электромагнитные явления и протекают различные механические процессы.

В 1908 г. Льюис [25], используя формализм теории радиационного давления, показал, что масса тела, поглощающего энергию излучения, увеличивается в соответствии с законом $dE = c^2 dm$. Он также высказал мысль, что масса тела является прямой мерой полной энергии тела в соответствии с уравнением $E = mc^2$.

Как мы видели, Пуанкаре предположил существование такого уравнения, но не дал ему практически никакого обоснования, в то время как Эйнштейн, также постулировавший указанное уравнение, предложил доказательство (правда, всего лишь приближенное) его справедливости для частного случая. Льюис получил точное уравнение, но его доказательство также не носило общего характера. Однако он указывал, что если допустить справедливость этого принципа в общем случае, то в уравнении Планка (полученном в 1906 г.)

Кинетическая энергия

$$\text{частицы (с массой покоя } m) = (mc^2 / \sqrt{1 - v^2/c^2}) - mc^2$$

последний член mc^2 следует интерпретировать как энергию покоя частицы, а разность

$$(mc^2 / \sqrt{1 - v^2/c^2}) - mc^2$$

* Движущаяся полость, заполненная излучением, рассматривалась позже фон Мозенгайлем, учеником Планка (см. Ann. d. Phys., 1907, v. xxi, p. 867), и Планком (см. Berlin Sitz., 1907, p. 542). Планк получил формулу, которая, по существу, содержала общий закон $E = mc^2$.

** См. Ann. d. Phys., 1905, v. xviii, p. 639. Аргументы, выдвинутые Эйнштейном, были подвергнуты критике (см. Ives H. E. J. Opt. Soc. Amer., 1952, v. xlii, p. 540).

определять как дополнительную энергию, которой обладает движущаяся частица. Поэтому полная энергия движущейся частицы должна быть просто равна* $mc^2/\sqrt{1-\omega^2/c^2}$. Чтобы убедиться в справедливости подобного утверждения, Льюис обратился к экспериментам Кауфмана [26] и Бухерера [27], изучавших отклонение β -частиц (испускаемых радиоактивными веществами) в магнитном и электрическом полях. Из оригинальных экспериментов Кауфмана следовало лишь, что для весьма больших скоростей увеличение массы электрона, в общем, качественно согласуется с соотношением $1/\sqrt{1-\omega^2/c^2}$. Бухерер же показал, что эта формула верна с высокой степенью точности в диапазоне $0,38 \leq \omega/c \leq 0,69$. Таким образом, масса системы должна вычисляться по формуле

$$m = \frac{1}{c^2} E.$$

В 1911 г. Лоренц показал [28], что необходимо включать в рассмотрение любые виды энергии. Если, например, система состоит из двух заряженных сфер с зарядами e_1 и e_2 , находящихся на расстоянии a друг от друга, то полная энергия E такой системы не есть просто сумма двух изолированных сфер (как для бесконечно удаленных друг от друга сфер). Необходимо учитывать также потенциальную энергию электростатического взаимодействия двух зарядов, т. е. $e_1 e_2 / a$. Соответственно масса системы должна включать дополнительный член $e_1 e_2 / (c^2 a)$.

Аналогично масса системы тел, испытывающих гравитационное взаимодействие, не есть просто сумма масс двух отдельных тел. К этой сумме следует добавить взаимную потенциальную энергию. Иными словами, если две частицы с массами покоя m_1 и m_2 , находящиеся на расстоянии a друг от друга, испытывают ньютоново притяжение, то их полная масса равна $m_1 + m_2 - (\gamma m_1 m_2 / c^2 a)$, где γ — ньютонова гравитационная постоянная.

Принцип эквивалентности массы и энергии был высказан Планком в 1908 г. [29] в форме единого определения импульса. Поток энергии, считал Планк, есть вектор, который, будучи разделенным на c^2 , даст плотность импульса. Это положение было уже давно известно в применении к электромагнитному излучению. Оно выражалось соотношением между потоком вектора Пойнтинга и плотностью импульса, присущей эфиру. Но теперь Планк провозгласил универсальность данного утверждения. Например, энергия частицы,

* Лоренц в 1904 г. (см. Amst. Proc., 1904, v. vi, p. 809) предложил формулу для массы электрона (при допущении, что движущийся электрон испытывает фидджеральдовское сокращение): $m = m_0 / \sqrt{1 - (\omega/c)^2}$, где m_0 — масса покоя электрона; ω — скорость электрона.

имеющей собственную массу m и движущейся со скоростью v , равна

$$mc^2 / \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

поток этой энергии есть

$$mc^2 v / \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Если последнюю величину разделить на c^2 , то получится

$$mv / \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

т. е. как раз импульс частицы.

Единое определение импульса представляет собой более общее выражение принципа эквивалентности массы и энергии, нежели соотношение $E = mc^2$, ибо концепция массы сопряжена с трудностями, например, в том случае, когда импульс и скорость не параллельны друг другу.

На основании новой планковской интерпретации импульса оказалось вскоре возможным объяснить некоторые парадоксальные выводы теории относительности. Опишем один из таких парадоксов, следуя Льюису и Толману [30]. Рассмотрим находящийся в покое, жестко закрепленный рычаг abc с точкой опоры b . Пусть его плечи ba и bc имеют одинаковую длину и перпендикулярны друг к другу. Предположим, далее, что к точкам a и c приложены силы F_x и F_y , направления которых параллельны соответственно bc и ba . Таким образом, вся система находится в состоянии равновесия.

Представим теперь, что система как целое движется относительно некоторой системы координат со скоростью ω в направлении bc . Очевидно, она должна оставаться в равновесии. Но в соответствии с теорией относительности плечо bc в новой системе отсчета должно испытывать фицджеральдово сокращение и укорачиваться в отношении $\sqrt{1 - \omega^2/c^2} : 1$, в то время как длина плеча ab будет оставаться постоянной. Кроме того, если определять силу как скорость передачи импульса по отношению ко времени, рассматриваемому в данной инерциальной системе, то можно найти величину силы в новой системе отсчета. Нетрудно показать, что

$$F_x = F_0, \quad F_y = F_0 \sqrt{1 - \omega^2/c^2}.$$

Таким образом, силы создают момент

$$F_0 ba - F_0 \sqrt{1 - \omega^2/c^2} \sqrt{1 - \omega^2/c^2} bc,$$

или

$$(1/c^2) F_0 \omega^2 ba,$$

который стремится повернуть систему вокруг точки b . Следовательно, система не может далее оставаться в равновесии.

Зоммерфельд и Лауэ [31] предложили объяснение этого парадокса. В точке a сила F_x совершает работу со скоростью ωF_0 . Поток энергии, создаваемый при этом, поступает в рычаг в точке a , движется по направлению к точке b и по достижении ее поступает в ось рычага, а ось совершает работу над рычагом со скоростью $-\omega F_0$. В соответствии с принципом Планка должен возникнуть импульс, параллельный ab . Величина этого импульса определяется как интеграл по объему от потока энергии, умноженный на $1/c^2$, т. е. $(1/c^2)(ab)(Ob)(\omega F_0)$. А скорость передачи импульса должна увеличиваться со временем как

$$\frac{1}{a^2} \cdot ab \cdot \frac{d(Ob)}{dt} \cdot \omega F_0$$

или

$$\frac{1}{c^2} \cdot F_0 \omega^2 \cdot ab.$$

Итак, мы видим, что момент пары $(1/c^2) \cdot F_0 \omega^2 \cdot ba$ необходимо учитывать при расчете скорости движения рычага.

В этом и состоит объяснение кажущегося противоречия.

Можно представить себе несколько иную ситуацию. Пусть рычаг заключен в ящик, который поддерживает ось b рычага и создает также силы (например, с помощью упругих пружин, прикрепленных к определенным точкам ящика) F_x и F_y , приложенные к точкам a и c соответственно. Тогда поток энергии, покинув рычаг в точке b , втечет в ящик и по прохождении пространства внутри ящика снова поступит в рычаг по упругой пружине, которая прикреплена к точке a . Таким образом, путь потока энергии окажется замкнутым, и система, состоящая из ящика и рычага, будет иметь неизменный угловой момент. Фактически ящик и рычаг будут создавать равные по величине и противоположные по направлению пары.

Этот мысленный опыт можно рассматривать как модель эксперимента Трутона — Нобла: аналогом электрического поля следует считать рычаг, аналогом материала конденсатора — ящик. Ни электромагнитный импульс поля, ни механический импульс конденсатора не параллельны скорости. Поэтому для сохранения ориентации при поступательном движении нужны две пары сил. Но такие пары должны быть равны друг другу по величине и противоположны по направлению. Следовательно, результирующая пара системы «конденсатор + поле» должна быть равна нулю.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fitz Gerald. Scientific Writings, p. 557.
2. Poincaré H. Rapports présentées au Congrès International de Physique. Paris, Gauthier — Villars, 1900.

3. Larmor J. *Aether and Matter*, 1900, p. 173. (См. стр. 48 наст. сб.)
4. Lorentz H. A. *Phys.*, ZS, 1910, b. XI, s. 1234.
5. Poincaré H. *Bull. des Sci Math*, 1904 v. 28, p. 302. (См. стр. 27 наст сб.)
6. Ritz W. *Ann. de Chim. et phys.*, 1908, v. xiii, p. 145; *Arch. de Genève*, 1908, v. xxvi, p. 232; более подробно см. Tolman R. C. *Phys. Rev.* 1912 v. xxxv, p. 136.
7. Tolman R. C. *Phys. Rev.*, 1910, v. xxxi, p. 26; Sitter W. de. *Amsterdam Proc.*, 1913, v. xv, p. 1297; 1913, v. xvi, p. 395; *Phys.*; ZS., 1913, v. xiv, p. 429, 1267; *Bull of the Astron. Inst. of the Netherlands*, 1924, v. ii, p. 121, 163; Capon R. S. *Month. Not. R. A. S.*, 1914, v. lxxiv, p. 507, 658; Plummer H. C. *Ibid.*, p. 660; Thirring H. ZS. f. P., 1925, v. xxxi, p. 133; Wataghin G. ZS. f. P., 1926, v. xl, p. 378.
8. *Comptes Rendus*, 1917, v. clxv, p. 424; 1918, v. clxvii, p. 71; 1919, v. clxix, p. 719; *Phys. Rev.*, 1918, v. xi, p. 411; *Phil. Mag.*, 1919, v. xxxvii, p. 145; 1920, v. xxxix, p. 488; *Jeans. Nature*, 1921, v. cvii, p. 42, 169.
9. Ehrenfest P. *Phys. ZS.*, 1912, v. xiii, p. 317; Michand F. *Comptes Rendus*, 1919, v. clxviii, p. 507.
10. *Ann. d. Phys.*, 1924, v. lxxiii, p. 105.
11. *Astrophys. J.*, 1913, v. xxxvii, p. 190.
12. *Comptes Rendus*. June 1905, v. cxl, p. 1504.
13. *Comptes Rendus*. June 1905, v. cxl, p. 33.
14. *Ann. d. Phys.* Sept. 1905, v. xvii, p. 891.
15. Например: Ives H. E. *Proc. Amer. Phil. Soc.*, 1951, v. xcvi, p. 125; *So Proc. R.D. S.*, 1952, v. xxvi, p. 9, 21.
16. Там же, v. I, p. 368, 389.
17. Kohl E. *Ann. d. Phys.*, 1909, v. xxviii, p. 259, 662; Budde E. *Phys. ZS.*, 1911, v. xii, p. 979; Lane M. de *Ann. d. Phys.*, 1910, v. xxxiii, p. 186; *Phys. ZS.*, 1912, v. xiii, p. 501; Right A. *Le Radium.*, 1919, v. xi, p. 321; *N. cemento*, 1919, v. xviii, p. 91; Villey J. *Comptes Rendus*, 1920, v. clxx, p. 1175; 1920, v. clxxi, p. 298; Kennard E. H., Richmond D. E. *Phys. Rev.*, 1922, v. xix, p. 572; Synge J. L. *Sci. Proc. Roy. Dub. Soc.*, 1952, v. xxvi, p. 45; *Nature*, 1952, v. clxx, p. 244. ,
18. *Proc. R. S. (A)*, 1937, v. civiii, p. 606.
19. *Mécanique céleste, première partie, Livre 1 (An. vii)*.
20. *Phil. Mag.*, 1909, v. xviii, p. 517.
21. *Archives Néerland*, 1900, v. v, p. 252.
22. *Ann. d. Phys.*, 1904, v. xv, p. 344.
23. *Ann. d. Phys.*, 1905, v. xvi, p. 589.
24. *Ann. d. Phys.*, 1906, v. xv, p. 627; *Ann. d. Phys.*, 1907, v. xxiii, p. 371.
25. *Phil. Mag.*, 1908, v. xvi, p. 705 (см также указанную выше статью Планка, опубликованную в 1907 г.)
26. *Gött. Nach.*, 1901, p. 143; 1902, p. 90; *Phys. ZS.*, 1902, v. iv, p. 54; *Berlin Sitz*, 1905, v. xlv, p. 949; *Ann. d. Phys.*, 1906, v. xix, p. 487.
27. *Berlin Phys. Ges.*, 1908, v. vi, p. 668; *Ann. d. Phys.*, 1909, v. xxviii, p. 513, *Phys. ZS.*, 1908, v. ix, p. 755.
28. *Amst. Versl.*, 1911, v. xx, p. 87.
29. *Verh. d. Deutsch. Phys. Ges.*, 1908, v. x, p. 728, *Phys. ZS.*, 1908, v. ix, p. 828.
30. *Phil. Mag.* v. xviii, p. 510.
31. *Verh. d. Deutsch. Phys. Ges.*, 1911, p. 513.

ФИЗИКА И ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ*

Я был польщен приглашением обратиться к вам с речью на тему «Физика и относительность» вместо Нильса Бора, который не мог прибыть в Берн. Конечно, я не знаю, что думал Бор, когда он избрал эту тему. Не могу вспомнить, чтобы я когда-либо обсуждал с ним теорию относительности, в самом деле, нам нечего было и обсуждать, так как мы были согласны во всем существенном.

Тема «Физика и относительность» может быть истолкована различным образом: она может означать или обзор эмпирических фактов, на основе которых была создана теория относительности, или обозрение влияний теории относительности на развитие всей физики. Но как раз такое обозрение было целью настоящей конференции, и с моей стороны было бы самонадеянностью, да это и превышало бы мои возможности, подытоживать все доклады и исследования. Вместо этого я попытаюсь передать вам впечатления от ситуации, сложившейся в физике пятьдесят лет назад, когда появились первые труды Эйнштейна, проанализировать содержание этих трудов в сравнении с работой его предшественников и, наконец, описать воздействие их на физический мир того времени. Для большинства из вас это уже история. Когда вы начали учиться, теория относительности была уже учебным предметом. Очень немного осталось людей, у которых сохранились в памяти те далекие дни. Для моих современников теория Эйнштейна являлась новой и революционной, и необходимо было усилить, чтобы ее усвоить. Не каждый был в состоянии это сделать и не каждый имел такое желание. Получилось так, что период после открытия Эйнштейна был полон научных споров, иногда жестоких столкновений. Я изложу вам историю, как она мне представляется, и постараюсь оживить в памяти эти волнующие дни, когда был заложен фундамент современной физики.

В те времена, когда я начал учиться (1901), теория Максвелла была признана всюду, но преподавалась она не везде. Лекция Клеменса Шефера, которую я прослушал в Вроцлавском университете, была там первым введением в эту область и казалась нам очень трудной. Когда я приехал в Геттинген в 1904 г., я прослушал курс лекций по оптике Вольдемара Фогта, который он основывал на теории Максвелла; но это было уже новшеством, всего лишь за несколько лет перед этим он применял теорию упругого эфира. Главным представителем нового направления в теоретической физике в Геттингене был в то время Макс Абрагам, хорошо известная книга которого, — называвшаяся затем книгой Абрагама — Феппля, а те-

* Лекция, прочитанная в Берне 16 июля 1955 г. на Международной конференции, посвященной пятидесятилетию теории относительности (Naturwiss. Rundschau), 1956.

перь Абрагама — Беккера, — была главным источником наших знаний*. Все это показывает научную атмосферу, в которой мы росли. Ньютонская механика еще господствовала неограниченно, несмотря на сделанные в течение предыдущего десятилетия революционные открытия рентгеновских лучей, радиоактивности, формулы излучения и кванта энергии и т. д. Студент-физик все еще учил — и я думаю не только в Германии, а и повсюду, — что конечная цель физики состоит в том, чтобы свести все явления к движению частиц, согласно ньютоновским законам. Сомнение в отношении этих законов считалось ересью, и никто об этом не помышлял.

Моя первая встреча с затруднениями этой ортодоксальной веры произошла в 1905 г. на семинаре по теории электронов, которым руководил не физик, а математик Герман Минковский. Конечно, мое воспоминание об этом далеком времени уже несколько стерлось. Но я совершенно уверен, что на этом семинаре мы обсуждали все, что было известно в то время об электродинамике и оптике движущихся систем. Мы изучали работы Герца, Фицджеральда, Лармора, Лоренца, Пуанкаре и других, а также получили представление о собственных идеях Минковского, которые впервые были опубликованы только два года спустя.

Теперь я должен сказать несколько слов о работе этих предшественников Эйнштейна, главным образом о Лоренце и Пуанкаре. Но признаюсь, я не перечитывал все их многочисленные статьи и книги. Когда я покинул свою кафедру в Эдинбурге, то поселился в тихом месте, где нет подходящей научной библиотеки, а от большинства моих собственных книг я избавился. Поэтому в значительной мере я полагаюсь на свою собственную память, подкрепленную немногими книгами, которые я процитирую.

Важные статьи Лоренца 1892 и 1895 гг. по электродинамике движущихся тел содержат значительную часть математического аппарата теории относительности. Однако его основные предположения были совершенно нерелятивистского характера. Он считал, что существует абсолютно покоящийся эфир, некий вид «материализации» ньютоновского абсолютного пространства, он перенимал также и ньютоновское абсолютное время. Когда Лоренц открыл, что его уравнения поля для пустого пространства были инвариантны относительно определенных линейных преобразований, посредством которых координаты x , y и время одновременно преобразовывались в новые параметры x , y , он назвал их «местными координатами» и «местным временем». Впрочем, эти преобразования, для которых Пуанкаре позднее ввел название «лоренцевы преобразования», фактически были старше; В. Фогт уже в 1887 г. заметил, что волновые уравнения упругой теории света были инвариантны относительно этого типа преобразований. Лоренц показал, далее, что если считать, что взаимодействие вещества и света обязано на-

* См. русский перевод: Абрагам — Беккер. Теория электричества. М., Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1941, т. I и II. — *Прим. ред.*

личию электронов в веществе, то можно объяснить все наблюдаемые эффекты первого порядка относительно $\beta = v/c$ (v — скорость вещества, c — скорость света), в частности тот факт, что наблюдатель, принимающий участие в движении, не может обнаружить никакого эффекта первого порядка. Однако некоторые очень точные эксперименты вроде тех, которые впервые выполнил Майкельсон в 1881 г. в Потсдаме и повторили в 1887 г. с более высокой точностью Майкельсон и Морли в Америке, показали, что нельзя обнаружить эффекты движения Земли даже второго порядка относительно β . Чтобы объяснить это, Фицджеральд придумал в 1892 г. контракционную гипотезу, которая была сразу принята Лоренцем и включена в его систему. Таким образом, Лоренц получил систему уравнений поля для движущихся тел, которые были в согласии со всеми известными фактами. Она была релятивистски инвариантна для процессов в пустом пространстве и приближенно инвариантна (до членов первого порядка относительно β) для материальных тел. Наперекор всему Лоренц все еще придерживался своего покоящегося эфира и традиционного абсолютного времени.

Когда Анри Пуанкаре взялся за это исследование, он сделал шаг дальше. Относительно его работы я отсылаю к замечательной книге сэра Эдмунда Уиттекера «История теорий эфира и электричества», которая была хорошим руководством уже в мои студенческие годы. Будучи в пожилом возрасте, Уиттекер написал ее теперь совершенно заново. Второй том нового издания озаглавлен «Современные теории, 1900—1926»; вы можете там найти дословные выдержки из статей Пуанкаре, некоторые из этих статей я изучал в оригинале. Они показывают, что уже в 1899 г. Пуанкаре считал весьма вероятным, что абсолютное движение принципиально необнаруживаемо и что никакого эфира не существует. Те же идеи он сформулировал в более точной форме, хотя и без какой-либо математики, в лекции, прочитанной в 1904 г. на Конгрессе искусства и науки в Сент-Луисе (США). В ней он предсказал появление новой механики, которая будет характеризоваться прежде всего правилом, что никакая скорость не может превышать скорости света. Эти утверждения произвели на Уиттекера такое впечатление, что соответствующую главу своей книги он озаглавил «Теория относительности Пуанкаре и Лоренца». Вклад Эйнштейна представлен в ней как менее значительный.

Я старался составить собственное мнение об этом вопросе на основе моих личных воспоминаний и некоторых доступных мне публикаций.

В счастливые годы перед первой мировой войной Геттингенская академия имела значительный, так называемый Вольфовский, фонд, который первоначально был установлен для присуждения премии в 100 000 марок за доказательство знаменитой «великой теоремы» Ферма по теории чисел. Каждый год прибывали сотни писем, в которых утверждалось, что поставленная задача решена, и геттингенские математики должны были заниматься раскрытием ошибок.

Бесполезность этого процесса стала так раздражать, что было решено употребить деньги для более полезных целей, а именно на то, чтобы приглашать выдающихся ученых читать лекции по актуальным научным проблемам. Одна серия таких лекций была прочитана 22—28 апреля 1909 г. Анри Пуанкаре; она была опубликована в отдельной книге в издании Тейбнера в 1910 г. Я посещал эти лекции и теперь, просмотрев книгу, вновь освежил свою память. Первые пять лекций касались чисто математических проблем; шестая лекция называлась «*La mécanique nouvelle*» — («Новая механика»). Это было популярное изложение теории относительности без каких-либо формул и с очень немногими ссылками на других авторов. Эйнштейн и Минковский не упомянуты вовсе, в тексте появляются только имена Майкельсона, Абрагама и Лоренца. Но соображения Пуанкаре были те же, какие Эйнштейн приводил в своей первой статье 1905 г., о которой я сейчас расскажу. Означает ли это, что Пуанкаре размышлял об этом раньше Эйнштейна? Возможно, что и так, но странная вещь — эта лекция оставляет у читателя впечатление, как если бы в ней обсуждались работы Лоренца.

С другой стороны, сам Лоренц никогда не претендовал на авторство в открытии принципа относительности. Спустя год после визита Пуанкаре в Геттинген мы слушали лекции Лоренца. Я, в то время молодой приват-доцент, был временно назначен ассистировать выдающемуся гостю и имел поручение вести записи лекций и подготовить их к печати. Таким образом, я получил возможность иметь повседневные дискуссии с Лоренцем. Лекции появились в журнале «*Physikalische Zeitschrift*» (1910, b. 2, s. 1234). Вторая лекция начинается словами: «Обсуждать принцип относительности Эйнштейна здесь, в Геттингене, где преподавал Минковский, кажется мне особенно приятной задачей». Этого вполне достаточно, чтобы показать, что сам Лоренц считал основоположником принципа относительности Эйнштейна. На той же странице, а также в последующих разделах имеются другие замечания, которые показывают нежелание Лоренца расстаться с идеей абсолютного пространства и времени. Когда я посетил Лоренца за несколько лет до его смерти, он еще не отказался от скептического отношения к принципу относительности. Я сообщил вам все эти детали потому, что они освещают положение в науке пятьдесят лет назад, а не потому, что я придаю большое значение вопросу о приоритете.

Теперь я вернусь к тому, как складывалось мое собственное отношение к проблеме относительности. После получения ученой степени доктора философии в Геттингене я поехал в 1907 г. в Кембридж, чтобы узнать что-либо прямо из первых рук. Лекции Дж. Дж. Томсона и в самом деле были стимулирующими; он показывал блестящие эксперименты. Но теоретический курс Лармора был для меня бесполезен; я нашел его ирландский диалект очень трудным для понимания, а то, что я понимал, казалось мне на уровне идей Минковского. Затем я вернулся в свой родной город Вроцлав и здесь наконец услышал имя Эйнштейна и прочитал его статьи.

В это время я работал над одной релятивистской проблемой, которая возникла под влиянием семинара Минковского, и о своих результатах сообщал моим друзьям. Один из них, Станислав Лориа, молодой поляк, обратил мое внимание на статьи Эйнштейна, и, таким образом, я наконец изучил их. Хотя я был хорошо знаком с релятивистской идеей и с преобразованиями Лоренца, ход идей Эйнштейна был для меня открытием.

Многие из вас, возможно, изучали его статью «Zur Elektrodynamik bewegter Körper» в «Annalen der Physik» [1905, (4), b. 17, s. 891]*, и вы должны были заметить некоторые ее особенности. Поразителен тот факт, что она не содержит ни одной ссылки на предшествующие работы. Она создает у вас впечатление чего-то совершенно нового в науке. Но это, как я старался показать, конечно, не так. По этому вопросу у нас есть собственное свидетельство Эйнштейна. Доктор Карл Зелиг, опубликовавший интересную книгу на тему «Эйнштейн и Швейцария», спросил Эйнштейна, какая научная литература наиболее питала его идеи об относительности в период его жизни в Берне, и получил ответ от 19 февраля 1955 г., который он опубликовал в «Technische Rundschau» (Nr 20, 47, Jahrgang, Bern, 6 Mai 1955). Эйнштейн писал: «Нет сомнений, что специальная теория относительности, если рассматривать ее развитие ретроспективно, созрела для открытия в 1905 г. Уже Лоренц заметил, что для анализа уравнений Максвелла существенны преобразования, которые позднее стали известны под его именем, а Пуанкаре еще более углубил это знание. Что касается меня, то я знал только замечательные работы Лоренца 1895 года — «La Théorie électromagnétique de Maxwell» и «Versuch einer Theorie der elektrische und optische Erscheinungen in bewegten Körpern»**, но не был знаком с его более поздней работой и со связанным с ней исследованием Пуанкаре. В этом смысле моя работа 1905 г. была самостоятельной.

Что было при этом нового, так это признание того, что значение лоренцевых преобразований выходит за пределы связи с уравнениями Максвелла; они затрагивали сущность пространства и времени вообще. Новым был также и взгляд, что «лоренц-инвариантность» есть общее условие для любой физической теории. Это представляло для меня особую важность, ибо уже ранее я осознал, что теория Максвелла не выражает микроструктуры излучения и поэтому не имеет общего значения**.

Я думаю, что это письменное свидетельство полностью разъясняет ситуацию. Последнее предположение этого письма особенно важно. Ибо оно показывает, что обе статьи Эйнштейна 1905 г. — одна о теории относительности, а другая о световых квантах — не были разобщены. Он уже тогда был убежден, что уравнения Максвелла справедливы только в первом приближении, что действительное

* См. стр. 97 наст. сб. — Прим. ред.

** См. Зелиг К. Альберт Эйнштейн. М., Атомиздат, 1964, с. 60.

поведение света более сложно и оно должно описываться с помощью световых квантов (или фотонов, как мы говорим теперь); что, с другой стороны, принцип относительности является более общим и должен быть обоснован соображениями, которые все еще оставались бы справедливыми и тогда, когда уравнения Максвелла должны быть отброшены и заменены новой теорией о тонкой структуре света (наша современная квантовая электродинамика).

Вторая особенная черта первой статьи Эйнштейна об относительности — это его отправная точка, эмпирические факты, на которых он строит свою теорию. Они удивительно просты. Он говорит, что обычная формулировка закона индукции содержит асимметрию, которая является искусственной и не соответствует фактам. Согласно наблюдению, индуцированный ток зависит только от относительного движения проводника и магнита, между тем обычная теория объясняет эффект совершенно по-разному, в соответствии с тем, находится ли проводник в покое, а магнит движется, или наоборот. Затем следует краткое рассуждение, касающееся того факта, что все попытки установить экспериментальное движение Земли сквозь эфир оказались несостоятельными. Это создает впечатление, что после всего этого опыт Майкельсона не был столь важен и что Эйнштейн пришел бы к своему принципу относительности при любых обстоятельствах.

Этот принцип и постулат о постоянстве скорости света, не зависящий от системы отсчета, являются единственными предпосылками, из которых выводится вся теория. Первый шаг состоит в доказательстве того, что абсолютная одновременность двух событий в различных местах не имеет физического смысла. Затем определяется относительная одновременность путем установки часов в различных местах в системе отсчета таким образом, что световому сигналу требуется одно и то же время для прохождения пути в обе стороны между каждым из двух сигналов. Это определение прямо ведет к преобразованиям Лоренца и ко всем следствиям из них: сокращению Лоренца — Фицджеральда, удлинению времени, теореме сложения скоростей, закону преобразования компонент электромагнитного поля в вакууме, принципу Доплера, абберационному эффекту, закону преобразования для энергии, уравнениям движения для электрона и формулам для продольной и поперечной массы как функций от скорости.

Но для меня, как и для многих других, волнующими чертами этой статьи явились не столько ее простота и завершенность, сколько дерзость, с какою был брошен вызов общепринятой философии Исаака Ньютона традиционным понятиям пространства и времени. Это есть то, что отличает работу Эйнштейна от работ его предшественников и дает нам право говорить о теории относительности Эйнштейна, несмотря на иное мнение Уиттекера.

Вторая статья Эйнштейна об относительности «Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?» (Ann. d. Phys.

1905 (4), т. 18, с. 639)* содержит доказательство знаменитой формулы $E = mc^2$, выражающей эквивалентность массы и энергии. Она оказалась фундаментально важной для ядерной физики, для понимания как структуры вещества, так и происхождения звездной энергии, а также для технического использования ядерной энергии иными словами, как для дурного, так и для хорошего. Эта статья также стала предметом приоритетных споров. В самом деле, указанная формула была уже известна ранее для специальных случаев; например, австрийский физик Газенёрль уже в 1904 г. показал, что электромагнитное излучение, замкнутое в сосуде, увеличивало его сопротивление ускорению, т. е. его массу, пропорционально энергии излучения. Газенёрль был убит в первой мировой войне и не мог возражать, когда позднее его именем стали злоупотреблять с целью дискредитации открытий Эйнштейна. Однако я не хочу входить в разбор этой грязной истории. Я упомянул об этом деле только для того, чтобы показать, что специальная теория относительности была открытием в конечном счете не одного человека. Работа Эйнштейна была тем последним и решающим элементом в фундаменте, заложенном Лоренцем, Пуанкаре и другими, на котором могло держаться здание, воздвигнутое затем Минковским. Я думаю, было бы неправильным забывать других людей, что можно обнаружить во многих книгах. Даже прекрасная биография, написанная Филиппом Франком («Einstein, sein Leben und sein Zeit»), не может быть свободна от упреков, например, когда он говорит (в третьей главе немецкого издания), что до Эйнштейна никто никогда не рассматривал этот тип закона механики, в котором скорость света играет фундаментальную роль. Эти идеи были как у Лоренца, так и у Пуанкаре, а релятивистское выражение для массы (которое содержит c) можно с полным правом называть формулой Лоренца.

В наши дни эта формула принята столь широко, что с трудом можно представить себе остроту споров, которые бушевали вокруг нее. В 1901 г. Кауфман в Геттингене, исследуя отклонения быстрых катодных лучей, впервые установил тот факт, что масса электрона зависит от его скорости. Макс Абрагам, которого я уже упоминал, принял этот вызов и показал, что электромагнитная масса, введенная Дж. Дж. Томсоном, т. е. энергия собственного поля электрона, при более точном вычислении и в самом деле зависит от скорости. Он предполагал электрон в виде твердого шара; но позднее он также модифицировал свою теорию, учтя лоренц-фицджеральдовское сокращение, и получил точно такую же формулу, какую Лоренц уже вывел с помощью более простых рассуждений. На самом деле зависимость энергии и массы от скорости вовсе не имеет ничего общего со структурой рассматриваемого тела, а является общим релятивистским эффектом. Прежде чем это стало ясным, многие теоретики (Герглюц, Герц, Зоммерфельд и др.) написали многотомные, чтобы не сказать чудовищные, сочинения об электромагнитной самоэнергии твер-

* См. стр. 161 наст. сб. — Прим. ред.

дого электрона. Мои первые собственные исследования шли также в этом направлении; однако я не рассматривал электрон твердым в классическом смысле, а стремился определить релятивистскую твердость, обобщая лоренцевский электрон для ускоренного движения. При этом я применял методы, которым научился от Минковского. Ныне все эти усилия кажутся напрасными; квантовая теория заменила эту точку зрения, и теперь тенденция состоит скорее в том, чтобы обойти проблему самоэнергии, чем разрешить ее. Но наступит день, когда она снова станет центральной проблемой.

В 1907 г. Минковский опубликовал свою работу «Die Grundlagen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern». Она содержала систематическое изложение формальной унификации пространства и времени в четырехмерный «мир» с псевдоевклидовой геометрией, для которой было разработано векторное и тензорное исчисление. Это исчисление, с некоторой модификацией, скоро стало стандартным методом всех релятивистских исследований. Более того, работа Минковского содержала новые результаты: система уравнений для электромагнитного поля в движущихся материальных телах строго инвариантна относительно преобразований Лоренца, а не только в первом приближении, как собственные мало отличающиеся уравнения Лоренца; далее — новый способ вывода механических уравнений движения. В начале 1908 г. я осмелился послать свою рукопись об электроне Минковскому и получил дружественный ответ. 21 сентября того же года я слушал в Кельне его знаменитую лекцию «Raum und Zeit»*, в которой он в популярной форме объяснил свои идеи членам Общества естествоиспытателей. Он пригласил меня приехать в Геттинген и помочь ему в дальнейшей работе. Я так и сделал, но, увы, спустя несколько недель наше сотрудничество прекратилось из-за внезапной смерти Минковского. Это побудило меня просмотреть его неопубликованные статьи, одну из которых мне удалось переработать и опубликовать.

Моя первая встреча с Эйнштейном произошла в следующем, 1909 г. на собрании Общества естествоиспытателей в Зальцбурге. Эйнштейн читал доклад под названием «Über die neueren Umwandlungen welche unsere Anschauungen über die Natur des Lichtes erfahren haben», который обычно считается введением в теорию световых квантов. Я тоже провел беседу «Die Dynamik des Elektrons im System des Relativitätsprinzips». Это кажется мне до некоторой степени забавным: Эйнштейн уже оставил проблемы, связанные со специальной теорией относительности, и представил их второстепенным пророкам, в то время как сам он уже размышлял над новыми загадками, которые имели связь с квантовой структурой света, и, конечно, над проблемой гравитации**

* См. стр. 167 наст. сб. — *Прим. ред.*

** В настоящем издании опущено окончание доклада, посвященное работе А. Эйнштейна над проблемами общей теории относительности и квантовой механики. Полностью доклад опубликован в книге М. Борна «Физика и жизнь моего поколения». (Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1963.)

УИТТЕКЕР О ПРОИСХОЖДЕНИИ РАБОТЫ ЭЙНШТЕЙНА *

Я хочу вернуться к широко обсуждаемому вопросу, насколько работа Эйнштейна оригинальна или превосхищена и обоснована другими опубликованными трудами. Особенно интересен очерк об Эйнштейне сэра Эдмунда Уиттекера [1]. Взгляд Уиттекера на физику XIX в. и теорию эфира представлен в его хорошо известной книге «История эфира и электричества» (Лондон, 1910 г.; изд. 2-е, 1951), освещающей этот вопрос вплоть до 1900 г., а также в его превосходных статьях по классической механике. Кроме того, во втором томе «Истории», законченном в 1953 г., где анализируемый вопрос рассматривается вплоть до 1926 г., Уиттекер объявляет первую статью Эйнштейна о теории относительности как «некоторое расширение теории относительности Пуанкаре и Лоренца, привлечение большее внимание» [2]. Такое толкование вызвало многочисленные критические замечания; некоторые из них были сообщены Уиттекеру, как мне известно, когда его книга была еще в рукописи, а некоторые — в то время, когда он готовил биографические мемуары после смерти Эйнштейна (1955). Примечательно, что в некрологе по случаю кончины Эйнштейна (1955) Уиттекер не изменил своей прежней оценки. Например, он повторяет, что Пуанкаре в речи в Сент-Луисе (США) в сентябре 1904 г. [3] применил новое выражение «принцип относительности». Уиттекер спрашивает, как могла бы быть переформулирована физика в соответствии с «принципами относительности Пуанкаре», и сообщает, что с учетом законов электромагнитного поля «это открытие сделал Лоренц в 1903 г.», цитируя статью Лоренца [4].

Уиттекер показывает, что «фундаментальное уравнение эфира в пустом пространстве» инвариантно при соответственно выбранных преобразованиях (т. е. лоренцевых), и заключает: «Эйнштейн (в статье 1905 г. о теории относительности) принимает принцип относительности Пуанкаре как новую основу для физики, употребляет название, данное Пуанкаре для него, и показывает, что группа преобразований Лоренца является основой нового анализа физики тел, находящихся в относительном движении». Так как анализ Уиттекера имел и продолжает иметь большой вес, необходимо рассмотреть его тщательно. Этот превосходный пример утверждает, что подобные анализы нельзя рассматривать вне зависимости как от цели, так и от прежних суждений и предвзятых мнений авторов. Привожу перечень основных противоречий, обнаруживаемых при рассмотрении анализа Уиттекера под этим углом зрения.

* Из доклада на симпозиуме по теории логики открытия 27 декабря 1959 г. (Holton G. Amer. J. Phys., 1960, v. 28, p. 627). Полный текст доклада на русском языке см. в «Эйнштейновском сборнике» (М., «Наука», 1966, с. 177—194).

1. Статья Эйнштейна о теории относительности (1905) действительно является одним из многих вкладов, внесенных физиками в электродинамику движущихся тел. Только в «Annalen der Physik» с 1902 по 1905 г. этой проблеме было посвящено восемь статей. Сам Эйнштейн всегда подчеркивал аспект преемственности. Первое доказательство этого можно найти в его письме, написанном весной 1905 г. к его другу Конраду Габихту. Здесь автор описывает статью, развивающую теорию относительности: «Четвертая работа посвящена общим понятиям и представляет собой электродинамику движущихся тел, основанную на *модификации* теории пространства и времени. Вы, наверное, заинтересуетесь чисто кинематической частью этой работы» [5]. Карл Зелиг отмечает также более позднее замечание Эйнштейна, где тот повторяет свою точку зрения: «В отношении теории относительности: это вовсе не революционный переворот, а естественное развитие линии, которую можно проследить на протяжении столетий» [5, с. 97].

С другой стороны, утверждение, что статья Эйнштейна «привлекла большое внимание», не совсем верно. Действительно, первые пять лет после опубликования статьи характеризуются либо полным молчанием, либо возражениями, которые можно найти в первой же статье в «Annalen der Physik»; это было категорическое экспериментальное опровержение теории Эйнштейна знаменитым физиком Кауфманом, который заключил: «Я предвижу, что общий результат измерений будет несовместим с фундаментальными предположениями Лоренца — Эйнштейна» [6].

2. Статья Пуанкаре (1904), которую цитирует Уиттекер, не провозглашает нового принципа относительности; скорее это острое и принципиальное, хотя качественное, резюме тех затруднений, с которыми встретилась физика того времени в отношении шестиклассических законов или принципов (включая принцип относительности Галилея — Ньютона): принципа сохранения энергии; второго закона термодинамики; третьего закона Ньютона; «принципа относительности, согласно которому физические законы должны быть одинаковыми для неподвижного наблюдателя и для наблюдателя, движущегося равномерно-поступательно...», принципа сохранения масс и принципа наименьшего действия [3, с. 5]. По поводу принципа относительности Пуанкаре досадует, что он нарушается текущим развитием теории электромагнетизма, несмотря на то, что «подтверждается повседневным опытом» и «неопровержимо диктуется здравым смыслом». Главный пункт статьи Пуанкаре — это показ необходимости нового развития, на общие контуры которого он намекает в словах: «Возможно даже, мы должны создать совершенно новую механику, которую мы лишь смутно представляем, механику, где инерция возрастала бы со скоростью, причем скорость света являлась бы непреодолимым пределом» [3, с. 23].

3. Уиттекер писал, что статья Лоренца, которую он в своей книге и в мемуарах цитирует как работу, расшифровывающую большин-

ство основных деталей теории относительности Эйнштейна, была опубликована в 1903 г. На самом деле статья появилась годом позже, в 1904 г. [4]. Так как Уиттекер весьма аккуратен в других случаях в своих обширных ссылках, эта повторная ошибка, которой он удваивает интервал времени между работами Лоренца и Эйнштейна, не просто заблуждение. Это, по меньшей мере, символическое заблуждение: оно показывает, как предвзятость биографа взаимодействует с рассматриваемым материалом.

4. Уиттекер ясно намекает, что Эйнштейн использует преобразования Лоренца, опубликованные в 1904 г. Он предпочитает игнорировать тот факт, что Эйнштейн не читал статьи Лоренца 1904 г., о чем Эйнштейн и близкие к нему лица неоднократно говорили. Имеются четыре доказательства того, что Эйнштейн не читал статьи Лоренца 1904 г. Во-первых, Эйнштейн пишет преобразования в форме, эквивалентной форме Лоренца (или, в сущности, в форме Фогта — 1887 г.); но в то время как Лоренц принимает эти преобразования априори, чтобы получить инвариантность уравнений Максвелла для пустого пространства, Эйнштейн выводит их из двух фундаментальных постулатов теории относительности. Для этого ему не надо было знать статью Лоренца 1904 г.*

Во-вторых, как показывают две первые главные статьи Эйнштейна 1905 г., он имел обыкновение давать в подстрочных примечаниях ссылки на работы других авторов, которыми он пользовался; отсутствие специальной ссылки на статью Лоренца 1904 г. [4] подтверждает, что Эйнштейн не был знаком с последней, тем более что в тексте одной из работ он дважды упоминает имя Лоренца, ссылаясь на теорию электромагнетизма в той форме, которую ей придал Лоренц в своей книге 1895 г. [8]. Впрочем, нелепо предполагать, что молодой человек с темпераментом и щепетильной честностью Эйнштейна, глубоко уважающий Лоренца, как вскоре после этого показали его письма, мог бы сознательно, без указания на это, воспользоваться новым открытием в труде крупнейшего физика-теоретика**.

* Это отнюдь не единственный случай в ранней научной карьере Эйнштейна. Действительно, его работы о феноменах термодинамики и флуктуациях в период с 1902 по 1905 г. в значительной степени повторяют работы других авторов; как говорил Эйнштейн позже: «Не будучи знакомым с прежними исследованиями Больцмана и Гиббса, появившимися раньше и исчерпывающими предмет, я развивал статистическую механику и опирающуюся на нее молекулярно-кинетическую теорию термодинамики» [7, с. 47]. О том, что Эйнштейн в 1905 г. ничего не знал о давно известном броуновском движении, сказано выше. Антон Райзер сообщает (Albert Einstein, New York, 1930, p. 52), что в университете Эйнштейн собирался сделать устройство для измерения эфирного ветра, не зная о приборе Майкельсона; этот пример лишней раз подтверждает частое замечание об Эйнштейне его друзей: «Он мало читал, но много думал».

** Эйнштейн сообщает позже: «В этом столетии Лоренц считается физиками-теоретиками всех народов как наиболее выдающийся ум; и это вполне справедливо» [9].

Далее, во втором параграфе этой статьи Эйнштейн напоминает: «Как уже доказано, для всех координатных систем, в которых справедливы уравнения механики, имеют место те же самые электродинамические и оптические законы (с точностью до первого порядка величины v/c)». Но один из главных пунктов работы Лоренца 1904 г. — это требование распространения *теории* на второй порядок v/c .

Четвертое доказательство вытекает из выбора Эйнштейном выражения для сил и масс в динамике заряженных частиц; этот выбор менее подходящий, чем лоренцевский, на что указывал Планк [10].

5. Совершенно не связанным с вопросом, была ли статья Эйнштейна 1905 г. независима от статьи Лоренца, является не менее значительный факт, что статья Лоренца в сущности не трактует теорию относительности так, как мы ее понимаем после Эйнштейна. Фундаментальные предположения Лоренца — нерелятивистские, как говорит Борн, «он [Лоренц] никогда не претендовал на авторство принципа относительности» [11, стр. 247], наоборот, в своих лекциях 1910 г. Лоренц ссылаясь на эйнштейновский принцип относительности. В очерке, опубликованном в 1922 г. [12], за шесть лет до смерти, Лоренц требует рассматривать пространство, как имеющее «известную реальность», а если это так, то с полным правом можно назвать истинным время, измеряемое часами, установленными в этой среде, и рассматривать одновременность как первичное понятие [12, стр. 211].

В статье 1904 г. он постулирует нерелятивистский закон сложения скоростей $v = V + u$, а в книге 1922 г. он не считает скорость света максимально достижимой скоростью для материальных тел. Наконец, мы замечаем ряд важных расхождений между тем, что сделал Лоренц в 1904 г., и тем, что утверждает Уиттекер. Строго говоря, теория Лоренца 1904 г. относится лишь к малым значениям v/c , так как константа l принимается равной единице при малых значениях v/c и входит в первой степени в преобразовании для x и t . Таким образом, уравнения Максвелла для случая присутствия зарядов не вполне инвариантны в трактовке Лоренца даже при малых скоростях v , так как в штрихованной (движущейся) системе имеется остаточный член в выражении $\operatorname{div} D' = (1 - vu'/c^2) \rho'$. Мы уже отмечали число гипотез *ad hoc*, которые Лоренц был вынужден вводить и которые, как считал Эйнштейн, лишают теорию электромагнитных явлений общности, присущей фундаментальным понятиям*.

В заключение я возвращаюсь к моему первоначальному замечанию: детальное изучение исторической ситуации, на мой взгляд, является первой важнейшей ступенью в подобных обсуждениях, которые надежно обосновывают эпистемологическое рассмотрение «действительных» обстоятельств. Это не всегда легко сделать; но

* Уиттекер говорит, что Лоренц получил преобразование в форме, точной для всех порядков малой величины v/c , хотя, строго говоря, это верно лишь для пустого пространства и в случае малых величин v . (См. стр. 209 наст. сб. — *Прим. ред.*)

именно благодаря беспристрастной проверке изображения исторических обстоятельств мы лучше всего можем составить представление о предрассудках, которые сопутствуют всем философским исследованиям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Whittaker E. Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society. London, 1955.
2. Whittaker E. A History of the theories of aether and electricity. N. Y., 1954, p. 40. (См стр 205 наст. сб.)
3. Poincaré H. Bull. Sci. Math., 1904, v. 28, ser 2, p. 302. (См. стр. 27 наст. сб.)
4. Lorentz H. A. Proc. Acad. Sci. Amsterdam, 1904, v. 6, p. 809. (См стр 67 наст. сб.)
5. Seelig K. Einstein A. Leben und Werk eines Genies unserer Zeit. Zürich, 1960.
6. Kaufmann W. Ann. d. Phys., 1906, v. 19, p. 495.
7. Einstein A. Philosopher-Scientist. Schilpp P. A. (Ed.), 1949, p. 47.
8. Lorentz H. A. Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. Leiden, 1895.
9. Einstein A. Lorentz H. A. Amsterdam, 1957, p. 5. (См. Эйнштейн А. Собр. научн. трудов, т. IV, с. 334).
10. Laue M. Naturwissenschaften, 1956, b. 43, s. 4.
11. Born M. Fünfzig Jahre Relativitätstheorie. Bern, 1955, s. 247. (См. стр. 232 наст. сб.)
12. Lorentz H. The principle of relativity of uniform translation. Lectures Theoretical Physics. London, 1931, v. 3.

ДЖ. КЕСУАНИ

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ*

I. ВВЕДЕНИЕ

Каково бы ни было ее будущее, теория относительности справедливо рассматривается как одно из величайших интеллектуальных деяний человека. И все же ее зарождение еще не было достаточно исследовано. Насколько мы знаем, еще даже не установлен факт, кто и когда впервые использовал и обсуждал выражение «принцип относительности» в том смысле, в каком мы понимаем его сегодня, в значении, что только относительное движение тела имеет физический смысл**.

* Keswani G. H. The British Journal for the Philosophy of Science, 1965, v. xv, No. 60, p. 286—306; v. xvi, No. 61 p. 19—32. — Перев. с англ. Н И Надеждиной.

** Несомненно, что Беркли, Эйлер, Кант, Лейбниц, Гюйгенс, Мах и другие ученые обсуждали и высказывали предположения об относительности движения. Мы имеем в виду обсуждение принципа относительности движения для электромагнитных явлений в не меньшей мере, чем для механических, и неудачных экспериментальных попыток зарегистрировать движение относительно эфира, носителя световых волн.

Говоря о возникновении теории, мы имеем в виду специальную теорию относительности. В последние годы вопрос о ее возникновении привлекает особое внимание, в частности как результат любопытных исследований Уиттекера* [1]. Рассмотрев доказательства из разных источников, Уиттекер высказался в пользу Пуанкаре и Лоренца, почти полностью исключив имя Эйнштейна в разрез с общепринятым мнением. Уиттекер назвал специальную теорию «теорией относительности Пуанкаре и Лоренца». Несмотря на неприятную реакцию со стороны некоторых кругов, он продолжал придерживаться своего мнения даже позднее, в биографических мемуарах** об Эйнштейне, написанных после его смерти в 1955 году.

Мы рассмотрим пять вопросов:

а. Каким точно был вклад Пуанкаре до опубликования работы [8] Эйнштейна в сентябре 1905 г.? (Представлена в печать 30 июня 1905 г.)***

б. Знал ли Эйнштейн о вкладе Пуанкаре до представления своей работы в печать? О каком вкладе?

в. Знал ли Эйнштейн о статье Лоренца**** [9] от апреля — июня 1904 г.?

* а. По-видимому, Уиттекер [1, с. 30] предполагает, что Пуанкаре использовал выражение «принцип относительности» впервые в 1904 г. в речи, произнесенной в Сент-Луисе. Как мы увидим, Пуанкаре использовал его даже ранее. Относительно выводов Уиттекера Дж. Синг [2] заметил, что они являются диффамацией Эйнштейна, добавив, что это слово звучит несколько резко.

б. Р. Дюга критически рассматривает некоторые хорошо известные вклады Лоренца, Эйнштейна и Пуанкаре [3].

в. Под влиянием взглядов Уиттекера Макс Борн кратко комментировал происхождение теории в речи на конференции по относительности, состоявшейся в Берне в 1955 г. Речь воспроизводится в книге Макса Борна «Физика моего поколения» [4]. (См. стр. 232 этого сб.)

г. Г. Холтон отвергает выводы Уиттекера [5]. (См. стр. 240 наст. сб.)

д. Один из самых ранних обзоров, довольно краткий, был сделан В. Паули в статье, опубликованной в 1921 г. и переизданной на английском языке с примечаниями [6], в которой неоднократно затрагивал вопрос возникновения теории относительности. (См. стр. 200 наст. сб.)

** В некрологе Уиттекера [7] содержится мало нового материала, касающегося вопроса приоритета, по сравнению с его «Историей» [1], кроме замечания на стр. 42: «Эйнштейн принял принцип относительности Пуанкаре».

*** Перевод на английский язык дан в книге «Принцип относительности», на который мы будем ссылаться в данной работе. (См. стр. 95 наст. сб.)

**** Статья Лоренца [9] была доложена на совещании Академии в апреле 1904 г. В переводе на английский язык она вышла в июне 1904 г. Уиттекер [1] в тексте и примечании на стр. 31 указывает 1903 г. как год публикации. Холтон [5] усматривает некий смысл в этой неточности Уиттекера, предполагая, что, «так как Уиттекер весьма аккуратен в других случаях в своих обширных ссылках, эта повторная ошибка, которой он удваивает интервал времени между работами Лоренца и Эйнштейна, не просто заблуждение». Однако Уиттекер цитирует правильный год публикации (1904) на стр. 30, примечание 4 и на стр. 53, примечание 1; очевидно, упоминание 1903 г. всюду в других публикациях было только чистым недоразумением.

г. Что Пуанкаре, Лоренц и Эйнштейн сами говорят об авторстве этой теории?

д. Имели ли в виду эти трое (Пуанкаре, Лоренц и Эйнштейн) одно и то же явление в своих идеях об относительности?

В дальнейшем будем ссылаться на указанную выше работу Эйнштейна [8] и раннюю статью Лоренца [9], называя только имена этих двух авторов с соответствующими номерами страниц*.

2. ВКЛАД А. ПУАНКАРЕ

Идея относительности движения бродила в голове Пуанкаре, по крайней мере, с 1895 г., когда он сказал [10, с. 413]: «... и, в самом деле, невозможность доказать движение материи относительно эфира...»**. Это, вероятно, самое раннее предположение, которое представляет собой основную идею относительности движения, а именно, невозможность обнаружить скорость тела по отношению к эфиру или другому абсолютному эталону покоя. В 1899 г. он также говорил [11]: «Я считаю очень вероятным тот факт, что оптические явления зависят только от относительного движения присутствующих материальных тел, источников света или оптических приборов, и не с точностью до значений порядка квадрата или куба абберации, а строго»***.

В 1900 г. он вновь задавал вопрос****, существует ли в действительности эфир, добавляя, что он верит, что эксперимент может доказать не более чем относительное перемещение. В том же году он очень близко подошел к термину «принцип относительности», когда он применил эквивалентную, но физически даже более точную фразу: «*принцип относительного движения*» [10, с. 482—483], чтобы подчеркнуть, что можно убедиться только в относительном движении тел.

Вскоре после этого, в 1902 г., он подверг эту идею подробному и критическому анализу и, очевидно, впервые использовал термины «*закон относительности*» и «*принцип относительности*» в своей книге «*Наука и гипотеза*» [12, с. 76, 244]*****.

В своем принципе относительного движения [12, с. 111—112], или законе относительности, или принципе относительности (все эти эквивалентные фразы он использовал в 1902 г.) Пуанкаре утверждал относительность положения или перемещений. «Все точки в пространстве эквивалентны относительно показаний, которые можем получить с помощью наших приборов, — сказал Пуанкаре, — и, таким образом, можно измерить только *относительные расстоя-*

* В настоящем издании приводятся соответствующие страницы этого сборника. — *Прим. ред.*

** См. стр. 8 наст. сб. — *Прим. ред.*

*** Уиттекер, давая перевод этого абзаца, опускает слова «или куба», но это опущение не имеет серьезных последствий.

**** Цитируется в работе Уиттекера [1, с. 30].

***** См. стр. 22 наст. сб. — *Прим. ред.*

ния» [12, с. 77]. Более общий принцип, т. е. принцип относительного движения сохраняется, когда движение подвижных осей (системы отсчета) происходит равномерно и по прямой линии, но не сохраняется при ускоренном или вращательном (даже равномерном) движении [12, с. 113—114]. В поддержку этого принципа Пуанкаре приводит пример толчка, происходящего, когда поезд замедляет ход, а также явления уплющения на полюсах вращающегося шара, а также движения маятника Фуко. В той же книге [12, с. 90] Пуанкаре заметил о времени:

«Нет абсолютного времени... У нас нет не только прямого представления равенства двух периодов, но даже прямого представления об одновременности двух событий, происходящих в двух различных местах».

Эти глубокие мысли были продолжены в сентябре 1904 г. в речи, произнесенной Пуанкаре на Международном конгрессе по искусству и науке в Сент-Луисе, США [13]. Мы приводим выдержку из его речи в основном для того, чтобы лучше понять процесс мышления Пуанкаре и частично чтобы исправить некоторые небольшие недостатки в переводе Уиттекера. Эти страницы относятся к английскому варианту, упомянутому в [13]*.

Стр. 5 (30). «Принцип относительности, согласно которому законы физических явлений должны быть одними и теми же как для неподвижного наблюдателя, так и для наблюдателя, который находится в равномерном поступательном движении...»

Следует отметить, что Пуанкаре упоминает только *равномерное поступательное* движение.

Стр. 10 (34). «Когда в пункт В приходит сигнал из пункта А, то находящиеся в нем часы должны показывать не то время, которое показывали часы пункта А в момент отправления сигнала, а время, увеличенное на постоянную, равную длительности передачи. Предположим, например, что пункт А посылает свой сигнал, когда его часы показывают время 0, а пункт В принимает его, когда его часы показывают время t . Часы отрегулированы, если запаздывание, равное t , представляет собой длительность передачи, для проверки чего пункт В посылает, в свою очередь, сигнал, когда его часы показывают время 0. Пункт А должен получить его, когда его часы показывают время t . После этого часы отрегулированы. И действительно, они показывают одинаковое время в один и тот же физический момент, но при одном условии, что оба пункта — неподвижны. В противном случае длительность передачи будет не одной и той же в двух направлениях, поскольку пункт А, например, движется навстречу оптическому возмущению, исходящему от В, а пункт В движется впереди возмущения, испущенного из А. Часы, отрегулированные таким образом, не будут показывать *истинное время*. Они показывают так называемое *местное время*. Одни из них отстают. Это

* В скобках указаны соответствующие страницы настоящего сборника.
— Прим ред.

не имеет большого значения, поскольку у нас нет средств заметить это. Все явления, которые происходят, например, в пункте А, будут запаздывать, но все останется точно таким же, и наблюдатель не заметит этого, поскольку его часы отстают. Таким образом, как этого требует принцип относительности, у наблюдателя не будет никакой возможности узнать, находится ли он в покое или в абсолютном движении.

К сожалению, этого недостаточно, и необходимы дополнительные гипотезы. Необходимо допустить равномерное сжатие в направлении движения».

Пуанкаре описывает метод синхронизации часов в покое (в пределах одной системы) и при обсуждении этого метода, примененного к двум часам в относительном движении, Пуанкаре приходит к выводу, что одни из часов отстают, но, несмотря на это, он находит, что принцип относительности справедлив для систем, связанных с двумя часами. Он также утверждает, что необходимо предположить, что тела, находящиеся в движении, испытывают сжатие.

Стр. 16 (38). *«Из всех этих результатов, если они подтвердятся, могла бы следовать совершенно новая механика, которая, помимо всего прочего, характеризовалась бы тем фактом, что нет никакой другой скорости, которая бы превышала скорость света...»*

Уиттекер [1, с. 31] цитирует эти слова несколько иначе, выражая эти идеи в категорической форме. Его интерпретация такова:

«Из всех этих результатов должна вытекать совершенно новая динамика...»

Оригинальный текст на французском языке* доказывает, что перевод Холтона является точным.

Стр. 19 (40). *«Не должны ли мы пытаться создать более удовлетворительную электродинамику движущихся тел? Поэтому примем теорию Лоренца, рассмотрим ее во всех смыслах, усовершенствуем ее понемногу, и, возможно, все само собой уладится».*

Стр. 23 (43). *«Возможно даже, мы должны создать совершенно новую механику, которую мы лишь смутно представляем, механику, где инерция возрастала бы со скоростью, причем скорость света являлась бы непреодолимым пределом».*

Здесь вновь текст Уиттекера [1, с. 31]: «новая механика, где инерция увеличивается со скоростью, а скорость света была бы пределом, который нельзя преодолеть» — не сопровождается оговоркой Пуанкаре [13, с. 324]: «которую мы лишь смутно представляем», содержащейся в середине предложения оригинального текста его речи**.

* «Des tous ces résultats, s'ils se confirmaient, sortirait une mécanique entièrement nouvelle qui serait surtout caractérisée par ce fait qu'aucune vitesse ne pourrait dépasser celle de la lumière».

** «Peut-être aussi devons-nous construire toute une mécanique nouvelle que nous ne faisons qu'entrevoir, ou, l'inertie croissant avec la vitesse, la vitesse de la lumière deviendrait une limite infranchissable.»

В речи не было математики. Это была популярная лекция, скорее даже философская. Хотя принцип относительности был кратко сформулирован Пуанкаре, очевидно, он все еще сомневался. Отметим, что слово «возможно» использовалось им дважды, а также что его не покидала мысль отказаться от этого принципа из-за чувства неполноты предлагаемой им доктрины. Несомненно, философское настроение и автономная сила слов позволили ему довести свою формулировку до такой степени, что возникла необходимость ее проверки. Тем не менее сам он, конечно, продолжал сомневаться. Его проницательность и красноречие привели его к мысли, которую он не мог полностью доказать. Важно отметить, что в течение девяти месяцев он не давал математического выражения своему принципу относительности. Но его колебания имели под собой почву.

В подтверждение этих слов можно отметить следующие дополнительные пессимистические замечания в речи Пуанкаре, произнесенной им в Сент-Луисе. Как и ранее, номера страниц приводятся по английскому варианту, опубликованному в «The Monist».

Стр. 9 (33). «Мы подходим к *принципу относительности*. Он не только подтверждается повседневным опытом, не только является необходимым следствием гипотезы центральных сил, но неотвратимо навязывается нашему здравому смыслу, и тем не менее в нем тоже *пробита брешь*».

Стр. 17 (39). «Что же остается нерушимым среди столь многих руин? Принцип наименьшего действия остается до сих пор непоколебимым...» (в своей речи Пуанкаре комментировал различные принципы, такие, как принцип относительности, но он, видимо, думал, что этот принцип не остается нерушимым).

Таким образом, мы должны отметить следующее.

а. «Принцип относительности» упоминался в его речи и получил ясное определение. Была предсказана новая механика, согласно которой скорость света является непреодолимым пределом.

б. Был описан метод синхронизации часов со световыми сигналами.

в. Отмечена необходимость более удовлетворительной теории «электродинамики движущихся тел». Сделано предположение, что этого можно добиться некоторыми доработками теории Лоренца.

Но все это имело место незадолго до того, как Пуанкаре опубликовал окончательную работу. В июне 1905 г. до появления работы Эйнштейна в сентябре 1905 г. Пуанкаре опубликовал статью «О динамике электрона» [14], в которой он устанавливал полную ковариантность уравнений Максвелла относительно преобразований Лоренца, включая правильные формулы преобразования для случая, когда пространство, для которого даны уравнения Максвелла, заполнено электрическими зарядами. Лоренц [14, с. 15] не сумел установить ковариантность уравнений Максвелла при наличии плотности зарядов. В этом отношении работа Пуанкаре была продолжением статьи Лоренца 1904 г., в которой он предлагал новые (лоренцевы) формулы преобразования для пространства и времени. Более того,

Пуанкаре сразу же признал связь между своим принципом относительности и преобразованиями Лоренца и отметил [10, с. 489]: «Лоренц пытался дополнить и видоизменить свою гипотезу так, чтобы установить полное соответствие между ней и постулатом о *полной* невозможности определить абсолютное движение»*. Он увидел, что преобразования Лоренца означают невозможность определить абсолютное движение. Именно в этой работе он назвал эти преобразования именем Лоренца. Впредь мы будем ссылаться на эти преобразования, как на ПЛ (преобразования Лоренца). Утверждение, что ПЛ образуют группу, встречается здесь также впервые. Между прочим, Пуанкаре предположил в своей работе, что гравитационные взаимодействия распространяются со скоростью света: несомненно он имел в виду гравитационные волны!

Вскоре после этого Пуанкаре расширил свою работу, опубликовав ее под тем же названием. Эта статья [15], написанная в июле 1905 г., была, однако, опубликована в январе 1906 г., после того как вышла в свет работа А. Эйнштейна. Связь между постулатом относительности и ПЛ была здесь повторена, концепция лоренцевской группы была развита далее, термин «инварианты группы Лоренца» впервые был использован [10, с. 451], и

$$(x, y, z, \sqrt{-1}t)$$

рассматривались как координаты в четырехмерном множестве.

Ради исторического интереса упомянем третью работу под тем же названием, опубликованную Пуанкаре [10, с. 567] в 1908 г., в которой он сравнивает принцип относительности с «*принципом эквивалентности*», используя эту фразу также, видимо, впервые**.

Итак, в 1895 г. Пуанкаре выступил с новаторским предположением о невозможности зарегистрировать абсолютное движение. В 1900 г. он ввел «принцип относительного движения», который позднее назвал равноценными терминами «закон относительности» и «принцип относительности» в своей книге «*Наука и гипотеза*», опубликованной в 1902 г. Далее, он утверждал в этой книге, что нет абсолютного времени и что у нас нет представления относительно «одновременности» двух событий*** (обратите внимание на эти слова), происходящих в двух разных местах. В лекции, прочитанной в 1904 г., Пуанкаре снова говорил о принципе относительности, описав метод синхронизации часов со световыми сигналами, настаивая на необходимости создания более удовлетворительной теории электродинамики движущихся тел, основанной на идеях Лоренца, и предсказал новую механику, которая характеризуется тем, что

* См. стр. 90 наст. сб. — *Прим. ред.*

** Позднее Эйнштейн использовал эту фразу в несколько ином смысле.

*** Понятие «событие», характеризуемое данным моментом времени, определенным местом и физическим проявлением там и здесь, является более старым. За много лет до этого Роберт Браунинг с сожалением отмечал: Never the time and the place and the loved one all together. (Never the Time and the Place.)

скорость света не может быть превышена*. Вслед за ней в 1905 г. он опубликовал математическую работу «О динамике электрона», в которой признается связь между относительностью (невозможностью определения абсолютного движения) и преобразованиями Лоренца, данными Лоренцем годом раньше.

Поэтому фактически Пуанкаре не только первый провозгласил этот принцип, но также открыл в работе Лоренца необходимую мате-

* Постулат Пуанкаре, заключающийся в том, что нельзя достичь скорости, превышающей скорость света, сразу же приводит к правильной формуле сложения скоростей и т. д. Этот постулат означает, что скорость света c , сложенная со скоростью v ($< c$) в том же направлении, сама представляет собой c . (Фактически это верно при любом направлении v .)

Наиболее общая формула для суммы двух скоростей v_1 и v_2 может быть выражена в следующей форме:

$$\psi(v_1, v_2) \times (v_1 + v_2).$$

Следует отметить, что это — алгебраическая форма, и еще не сделано утверждение относительно максимально наблюдаемой скорости.

Когда $v_1 = c$, то указанный выше постулат требует, чтобы $\psi(c, v_2) \times (c + v_2) = c$, т. е. $\psi_{v_1=c} = c/c + v_2 = 1/1 + v_2/c$.

Теперь требуемая формула для сложения двух скоростей v_1 и v_2 в одном и том же направлении должна быть симметричной по v_1 и v_2 , а ψ должна уменьшиться до $1/1 + v_2/c$ или $1/1 + v_1/c$, если $v_1 = c$ или v_2/c соответственно. Очевидно, тогда $\psi = 1/1 + v_1 v_2 / c^2$, а сумма v_1 и v_2 будет $v_1 + v_2 / 1 + v_1 v_2 / c^2$, что дает меньшее значение, чем классическая сумма $(v_1 + v_2)$, когда v_1 и v_2 имеют одинаковое направление.

Уиттекер использует несколько отличный метод для той же цели и выводит при этом ПЛ из формулы для сложения двух скоростей [16].

На вопрос, существуют ли скорости, больше чем c (в рамках специальной теории относительности), Бриджмен отвечает твердо: «Да» [17, с. 108]. Он пишет: «Конечно, если обе скорости измерялись бы в одной и той же системе, то классическая формула простого сложения относительных скоростей осталась бы справедливой. В частности, в неподвижной системе отсчета скорость частицы, движущейся влево со скоростью $0,75 c$, относительно частицы, движущейся вправо со скоростью $0,75 c$, составит $1,5 c$, как всегда было и будет, несмотря на распространенные утверждения, что относительные скорости, большие c , не существуют. Такая относительная скорость может быть получена с помощью расчетов, а не с помощью непосредственного физического измерения. Если бы мы установили измерительный прибор на частице, движущейся влево со скоростью $0,75 c$, и с помощью этого прибора измерили бы скорость частицы, движущейся вправо со скоростью $0,75 c$, то мы получили бы величину, меньшую c . В действительности мы получили бы $0,96 c$ ».

Мы допускаем, что первая часть изложенного выше утверждения может несколько ввести в заблуждение. Не совсем точно с физической точки зрения говорить о скорости частицы (движущейся влево) по отношению к другой частице (движущейся вправо), поскольку скорость «существует» в системе отсчета, в которой наблюдатель неподвижен. Таким образом, цифра $1,5 c$, вычисленная выше, есть число, возникающее в алгебраическом расчете, а не как результат возможных физических измерений. (Это допускает Бриджмен.)

Можно предположить, что Бриджмен составил себе следующую картину: «Я могу видеть две частицы, разлетающиеся со скоростью $0,75 c$ по отношению ко мне, поэтому разве я не вижу, как они расходятся с относительной скоростью $1,5 c$ »? Ответ таков: «Нет. Та и другая частица удаляются от меня со скоростью $0,75 c$, что истинно физически. Но утверждение о скорости частицы по отношению к другой частице лишено смысла, поскольку эта относительная скорость частиц имеет место в третьей системе».

матическую формулировку этого принципа. Все это произошло до того, как появилась работа Эйнштейна.

Существует одно отличие, которое следует отметить. Хотя Пуанкаре явно основывал свои идеи на относительности движения, он все же испытывал некоторые сомнения по поводу применения этого принципа к ускоренному движению. Несомненно, возникали трудности, которые, видимо, требовали абсолютной системы. Мог ли он тогда полностью отрицать эфир? И все же эти сомнения и трудности лишь в очень малой степени могут ослабить его вклад, который не связан с его сомнениями. Мы не должны забывать, что он исследовал область идей, ранее никогда не выдвигавшихся. Нам кажется, что те*, кто считает, что Пуанкаре не смог сделать решительный шаг, не оценили полностью его вклад и были строги в своем суждении. Он сделал необходимый шаг, но, осматриваясь вокруг, увидел, что все еще существуют серьезные трудности. Он проявил колебание, но такое, которое исходит от полноты знаний. Пуанкаре все же знал тогда более, чем кто-либо, каково было положение дел.

Пуанкаре считал, что относительность эмпирически справедлива только для равномерного движения, но не абсолютно справедлива. И все же нельзя исключить возможность ее опровержения каким-либо еще неизвестным экспериментом**. Говоря о возможности регистрации абсолютного движения Земли, он заявил [12, с. 17]: «Будет ли оно когда-либо обнаружено? Не думаю и объясню, почему. *И все-таки это — не абсурд...*»

3. ЗНАЛ ЛИ ЭЙНШТЕЙН О РАБОТЕ ПУАНКАРЕ?

Эйнштейн (стр. 97) вводит новую ключевую фразу «принцип относительности» в самом начале своей статьи, точно применяя слова, которые Пуанкаре высказал ранее в «*Науке и гипотезе*» и в своей речи в Сент-Луисе. Должны ли мы рассматривать этот факт как удивительное совпадение? «Относительность» — это слово, которое в те времена редко использовалась в физике, но Эйнштейн пользуется им, не объясняя его.

И это заставляет нас задать вопрос, знал ли Эйнштейн о ранних работах Пуанкаре. Несомненно знал. Он глубоко вник в содержание книги Пуанкаре «*Наука и гипотеза*». Этим утверждением мы

* Конкретно, мы имеем в виду замечание Н. Татона [13]. Нам бы хотелось отметить, что суждения, высказанные им, косвенно связаны со специальным изучением вклада Пуанкаре и Эйнштейна и являются только обобщениями, основанными, вероятно, на некоторых личных впечатлениях.

** Очевидно, Лоренц придерживался подобного мнения до конца. Он заявил: «Вопрос, справедлив или нет принцип относительности, должен быть решен с помощью эксперимента» [19]. Бонди подобным же образом недавно отметил: «Таким образом, специальная теория относительности не является чем-то, что должно быть абсолютно справедливо. Это просто утверждение, что для множества разнообразных экспериментов выделенная скорость не имеет значения» [20].

обязаны Карлу Зелигу [21], биографу Эйнштейна. Страницы, данные ниже, относятся к этой книге. Эйнштейн прочел книгу Пуанкаре в присутствии Соловина и Конрада Габихта на частном собрании под названием «Олимпия» в Берне до того, как Соловин уехал из Берна в 1905 г., а Габихт — еще ранее, в 1904 г.

Стр. 57. «Спустя некоторое время Соловин предложил, чтобы они читали полезные книги вместе вечерами... Кроме этого, в программу входили... А. Пуанкаре *«Наука и гипотеза»*... В 1905 г. Соловин уехал из Берна в Париж, где он работал с 1909 по 1919 г. в качестве секретаря и сотрудника журнала «Ревю философик...»

Стр. 59—60. «До того как Конрад Габихт был избран в 1904 г. на должность преподавателя математики в Протестантском институте в Шьерсе (Граубюнден)...»

Стр. 61. «Роль, которую сыграла «Олимпия», как они назвали свою частную академию, в *первые годы пребывания Эйнштейна в Берне* нельзя недооценивать, имея в виду ее влияние и интеллектуальную важность. Так как среди книг, которые были протудированы в эти регулярные вечера дискуссий и чтений и которые произвели на Эйнштейна глубокое впечатление, были такие, как работы Эрнста Маха, А. Пуанкаре *«Наука и гипотеза»*, *долгожданная книга, которую Конрад Габихт наконец достал в книжном магазине...*»

Из письма Эйнштейна от 6 марта 1905 г. К. Габихту:

Стр. 75. «Четвертая работа посвящена общим понятиям и представляет собой электродинамику движущихся тел, основанную на *модификации* теории пространства и времени. Вы, наверное, заинтересуетесь чисто кинематической частью этой работы.

Очевидно, книгу Пуанкаре *«Наука и гипотеза»* Эйнштейн, Габихт и Соловин читали вместе до того, как Эйнштейн опубликовал или написал свою работу в 1905 г. Точную дату, когда эта книга читалась в «Олимпии», Зелиг не дает, на что едва ли можно было рассчитывать, но хронология не позволяет сомневаться в том, что произошло это раньше, чем Эйнштейн написал свою собственную работу. Эйнштейн хорошо знал о работах Пуанкаре. Кружок, членами которого были Эйнштейн, Соловин и Габихт, с нетерпением ждал появления книги Пуанкаре *«Наука и гипотеза»*.

Следовательно, было бы правильным предположить, что Эйнштейн узнал о принципе относительности у Пуанкаре*.

* Конечно, Эйнштейн питал глубокое уважение к Пуанкаре, в действительности, в какой-то период оно приняло форму благоговения к нему.

Отвечая авторам статей книги «Альберт Эйнштейн — ученый-философ» [22], Эйнштейн обсуждает проблему соотношения геометрии и физики в форме дискуссии между Пуанкаре и Рейхенбахом. Но после некоторого дискутирования в чисто научном духе Эйнштейн отвергает идею о привлечении Пуанкаре к дальнейшей воображаемой дискуссии следующим замечанием: «Разговор не может далее продолжаться таким образом, ибо уважение автора к превосходству Пуанкаре, как мыслителя и автору, не позволяет сделать это. Поэтому далее вместо Пуанкаре будет выступать анонимный неопозитивист».

Мы можем отметить, что Эйнштейн в своей работе 1905 г. использовал метод синхронизации часов в пределах одной системы точно так же, как это сделал Пуанкаре в 1904 г., и использовал в несколько иной форме постулат Пуанкаре о том, что скорость света не может быть превышена.

Имеются некоторые любопытные факты, касающиеся работы Эйнштейна. Например, почему он назвал свою работу «К электродинамике движущегося тела»? До известной степени эта тема — электродинамика движущихся тел — носилась в то время в воздухе, когда Эйнштейн писал свою работу. Но название работы Эйнштейна нельзя рассматривать так, словно оно точно или даже достаточно полно дает представление о его труде. Создание электродинамики движущихся тел в действительности стало возможным только после более поздней работы Минковского. По словам Зоммерфельда [23]: «Даже Г. А. Лоренц не вполне достиг конечной формы в своих работах в «Энциклопедии» (1903), в частности не получил уравнений, пригодных для намагничивающихся тел. Эйнштейн назвал *свою* работу 1905 г. «К электродинамике движущегося тела» и указал тем самым основную цель своей теории относительности. Но он *не* коснулся общей структуры уравнений для тел, движущихся под действием сил, а ограничился уравнениями для изолированного электрона. В 1908 г. Минковский, овладев наконец полностью принципом относительности, первым решил эту проблему до конца».

Однако Пуанкаре ранее указал, что удовлетворительная формулировка электродинамики движущихся тел связана с проблемой эфира, или концепцией относительности. Мы оставим на время этот вопрос в покое, частично в области догадок.

4. ЗНАЛ ЛИ ЭЙНШТЕЙН О СТАТЬЕ ЛОРЕНЦА 1904 ГОДА ?

Эйнштейн опубликовал семь работ в период с 1901 по 1905 г., все в журнале «Annalen der Physik», ведущем физическом журнале, до публикации работы об относительности и был, конечно, хорошо знаком с современными ему идеями в физике, но, как указывает Макс Борн [4, с. 193], бросается в глаза одна особенность его работы. «Поразителен тот факт, что она не содержит ни одной ссылки на предшествующие работы. Она создает у вас впечатление чего-то совершенно нового в науке. Но это, как я старался показать, конечно, не так»*.

Поэтому мы можем надеяться проследить связь с ранними работами, пользуясь только текстом статьи. Но прежде уточним, каков был вклад, сделанный Лоренцем в его статье 1904 г.

Иногда говорят [24], что Лоренц выдвинул ПЛ, чтобы установить ковариантность уравнений Максвелла. Это была только часть программы Лоренца. Первоначально он вывел эти уравнения, чтобы

* См стр. 236 наст. сб. — Прим. ред.

показать, что преобразования для пространства и времени должны быть такими, чтобы давать нулевой результат для различных экспериментов по обнаружению движения относительно эфира*, затем он показал, что масса электрона увеличивается с увеличением скорости (стр. 78 наст. сб.), применил уравнения изменения массы к анализу экспериментальных данных для электронов, имевшихся тогда, и сделал заключение, что на массы всех частиц одинаковым образом влияет поступательное движение. Эту часть работы, несомненно, можно рассматривать как простую попытку найти формулы преобразования из одной системы координат в другую таким образом, чтобы форма уравнений Максвелла оставалась неизменной.

В действительности, Эйнштейн также установил формулу для изменения массы со скоростью только для случая электрона, но с присущей ему проницательностью он сразу же понял, что «эти результаты, относящиеся к массе, справедливы для всех весомых материальных точек, так как любая весомая материальная точка может стать электроном (в нашем понимании этого слова), если ей добавить электрический заряд, не важно сколь малой величины» (стр. 116). (А теперь мы могли бы сказать, не важно сколь большой величины!) Как просто! Анализ не зависел от величины заряда электрона, и, таким образом, формулы справедливы для всех масс независимо от их заряда. Между прочим, Эйнштейн (стр. 116) получил неверное выражение [3, с. 482] для «поперечной массы» $m_0/(1 - v^2/c^2)$ вместо $m_0/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$. Но для «продольной массы» он дал правильное выражение $m_0/(1 - v^2/c^2)^{3/2}$. Лоренц дал правильные выражения для обеих масс.

Теперь мы подходим к вопросу, знал ли Эйнштейн о статье Лоренца 1904 г. Прямых доказательств по этому поводу нет, но на этот счет имеется следующее существенное замечание в работе самого Эйнштейна:

*«Поскольку, как следует из теоремы сложения скоростей, вектор (u_x, u_y, u_z) есть не что иное, как скорость электрического заряда, измеренного в системе k , мы имеем доказательство, что на основе наших кинематических принципов электродинамическая основа лоренцевской теории электродинамики движущихся тел находится в согласии с принципом относительности**».*

Эйнштейн не указал, какую именно работу Лоренца он имел в виду. Но ясно, что обсуждаемая здесь теория находится в согласии с принципом относительности. И все это — на основе кинематических принципов Эйнштейна. Следует отметить вновь, что Эйнш-

* Много лет спустя, в 1912 г., сам Лоренц отмечал, что подобные формулы были даны Фогтом в 1887 г. таким образом, что форма волнового уравнения

$$\partial^2\Phi/\partial x^2 \rightarrow \partial^2\Phi/\partial y^2 \rightarrow \partial^2\Phi/\partial z^2 = \frac{1}{a^2} \cdot \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}$$

оставалась для движущейся системы неизменной. Дюга предлагает поэтому называть их преобразованиями Фогта—Лоренца [3, с. 468].

** См. стр. 144 наст. сб. — Прим. ред.

Эйнштейн не говорил о каком-либо существенном превосходстве, а только о *согласии*. Однако ни одна из теорий Лоренца, опубликованных им до его статьи 1904 г., не находилась в согласии с принципом относительности, но основные формулы (ПЛ) из статьи 1904 г. находились в строгом соответствии с принципом относительности (дальнейшие замечания по этому вопросу будут даны в последующих статьях). Следовательно, мог ли Эйнштейн иметь в виду какую-нибудь другую теорию Лоренца, а не ту, которая была выдвинута годом раньше? Он знал о «лоренцевской теории электродинамики движущихся тел». Он сам выдвигал в то время новую теорию также по электродинамике движущегося тела (название его работы), включая «модификацию теории пространства и времени», как он пишет в письме [21, с. 75] своему другу Габихту, написанном 6 марта 1905 г. Маловероятно, что речь шла о старой теории Лоренца*, которая затем была заменена более поздней теорией Лоренца, находившегося в расцвете своих творческих сил. Кроме того, эта теория Лоренца должна была находиться в *согласии с принципом относительности на основе новых «кинематических принципов»* Эйнштейна. Теперь мы покажем, что Эйнштейн действительно установил такое согласие, относящееся к статье Лоренца 1904 г. Из-за недостатка этих «кинематических принципов» Лоренц смог установить ковариантность уравнений Максвелла только частично. Точнее, поскольку Лоренц не нашел правильной формулы для сложения скоростей, он получил преобразованные уравнения Максвелла в форме, не вполне совпадающей с уравнениями для неподвижной системы. Конечно, эта правильная формула следует из ПЛ, которые Лоренц имел уже в 1904 г.

Заметим, что в самом начале своей работы (стр. 97) Эйнштейн сделал заявление, которое оставляет впечатление, что предшествовавшие ученые «показали до первого порядка малости, что для всех систем отсчета, для которых уравнения механики хорошо выполняются, будут справедливы одни и те же законы электродинамики и оптики». Но в его заявлении на стр. 114 не говорится ни о каком дальнейшем улучшении порядка точности. Это заявление подтверждало только *согласие*. Кстати, Лоренц отмечал в начале своей статьи (стр. 67), что его формулы преобразования справедливы для малых значений v , поэтому l — функция от v — отличается от единицы «не более чем на величину второго порядка». Но он снял это ограничение, когда показал (Лоренц, стр. 80), что l действительно равно единице всегда.

Между прочим, как Лоренц (стр. 70), так и Эйнштейн (стр. 102) получили «преобразования Лоренца» в два этапа, первым из которых является переход к «движущимся» осям. Поэтому мы заменили x на $(x - vt)$ в формулах Лоренца (стр. 70). А затем оба приходят к более общей формуле преобразования $x = \beta l (x - vt)$ или $\beta \phi (v) (x - vt)$ и т. д. и показывают различными методами (стр. 80 и 105), что l или $\phi (v)$ должны быть равны единице. Мы приняли $l = 1$.

* Неоснованность этого мнения обсуждается на стр. 327 наст. сб. — *Прим. ред.*

Уравнения Максвелла в пустом пространстве для электродинамического заряда, движущегося со скоростью u (компоненты u_x, u_y, u_z), отнесенной к «неподвижной», или «покоящейся», системе координат, Лоренц (стр. 69) принял, как обычно, следующим образом:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} E &= \rho, & \operatorname{div} H &= 0, \\ \operatorname{rot} H &= \frac{1}{c} \left(\frac{\partial E}{\partial t} + \rho u \right), & \operatorname{rot} E &= -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial H}{\partial t}, \end{aligned}$$

где E — напряженность электрического поля; H — напряженность магнитного поля, а ρ — объемная плотность электрических зарядов.

Пусть компоненты скорости электрических зарядов, *измеряемые в «движущейся» системе*, будут u'_x, u'_y и u'_z , а скорость самой «движущейся» системы по отношению к «покоящейся» системе в направлении u_x будет v . Используя формулы преобразования, мы взяли более или менее те же обозначения, что и обозначения в работе Эйнштейна:

$$\text{где } \left. \begin{aligned} x' &= \beta(x - vt), & y' &= y, & z' &= z, & t' &= \beta(t - vx/c^2), \\ \beta &= (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}; \end{aligned} \right\} \text{Пл} \quad (1)$$

$$\rho = \beta \rho', \quad \beta^2(u_x - v) = u'_x, \quad \beta u_y = u'_y, \quad \beta u_z = u'_z \quad (2)$$

и

$$\begin{aligned} X' &= X, & L' &= L, \\ Y' &= \beta(Y - vN/c), & M' &= \beta(M + vZ/c), \\ Z' &= \beta(Z + vM/c), & N' &= \beta(N - vY/c), \end{aligned} \quad (3)$$

где (X, Y, Z) и (L, M, N) — пространственные компоненты напряженности электрического и магнитного полей соответственно в неподвижной системе S , причем (X', Y', Z') и (L', M', N') — соответствующие величины в движущейся системе S' . Лоренц (стр. 71) показал, что преобразованные уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}' E' &= \left(1 - \frac{u'_x v}{c^2} \right) \rho', & \operatorname{div}' H' &= 0, \\ \operatorname{rot}' H' &= \frac{1}{c} \left(\frac{\partial E'}{\partial t'} + \rho' u' \right), & \operatorname{rot}' E' &= -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial H'}{\partial t'}. \end{aligned}$$

(Символы div' и т. д. означают, что дифференцирование выполняется по x', y', z' .) Видно, что форма уравнений Максвелла остается неизменной, если $\rho' = 0$, т. е. когда рассматриваемое пространство свободно от заряда, но форма преобразованного уравнения

$$\operatorname{div}' E' = \left(1 - \frac{u'_x v}{c^2} \right) \rho', \quad \text{когда } \rho' \neq 0,$$

отличается от формы соответствующего уравнения для «неподвижной» системы. Поэтому Лоренц не установил ковариантность урав-

нений Максвелла. Как мы увидим, формулы Лоренца для преобразования ρ , u_x , u_y и u_z были неверны, так как он не исследовал кинематические следствия своих (Лоренца) формул преобразования. В частности, он не получил формулу сложения скоростей, хотя она подразумевается в ПЛ, которая требуется при рассмотрении преобразования уравнений Максвелла для движущихся электрических зарядов.

В работе «О динамике электрона» (первая более краткая работа с тем же названием была опубликована в июне 1905 г.) Пуанкаре *открыл* следующую правильную формулу преобразования плотности заряда, чтобы оставить форму уравнений Максвелла без изменения при преобразовании уравнения для заряда вместе с формулами Лоренца для E , H , x , y , z и t (однако Пуанкаре не представил никакого доказательства):

$$\rho' = \beta \left(1 - \frac{u_x v}{c^2} \right) \rho.$$

Эйнштейн действовал следующим образом. Сначала он рассмотрел два уравнения для пустого пространства в «неподвижной» системе:

$$\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial E}{\partial t} = \text{rot } H \quad \text{и} \quad -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial H}{\partial t} = \text{rot } E.$$

Записанные в декартовых координатах, они имеют вид:

$$\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}, \quad \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y} \quad \text{и т. д.}$$

Поскольку они связаны с «движущейся» системой осей, эти уравнения преобразуются с помощью *только* ПЛ в

$$\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial X}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial Y} \left[\beta \left(N - \frac{v}{c} Y \right) \right] - \frac{\partial}{\partial z'} \left[\beta \left(M + \frac{v}{c} Z \right) \right] \quad \text{и т. д.}$$

Результат легко устанавливается следующим образом: очевидно,

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial X}{\partial t'} &= \frac{1}{c} \left[\frac{\partial X}{\partial t} \cdot \frac{\partial t}{\partial t'} + \frac{\partial X}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t'} \right] = \\ &= \frac{1}{c} \left[\frac{\partial X}{\partial t} \beta + \frac{\partial X}{\partial x} \beta v \right] = \frac{\beta}{c} \left[\frac{\partial X}{\partial t} + v \frac{\partial X}{\partial x} \right]. \end{aligned}$$

Тогда $\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0$ в пространстве, свободном от заряда.

Приняв $\frac{\partial X}{\partial x} = -\left(\frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} \right)$ и $\frac{\partial X}{\partial t} = c \left(\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} \right)$,

имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial X}{\partial t'} &= \beta \left[\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{v}{c} \cdot \frac{\partial Y}{\partial y} - \frac{v}{c} \cdot \frac{\partial Z}{\partial z} \right] = \\ &= \beta \left[\frac{\partial}{\partial Y} \left(N - \frac{v}{c} Y \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(M + \frac{v}{c} Z \right) \right]. \end{aligned}$$

И снова $\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y'}$ и $\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'}$ из ПЛ

$$\therefore \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial X}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial y'} \left[\beta \left(N - \frac{v}{c} Y \right) \right] - \frac{\partial}{\partial z'} \left[\beta \left(M + \frac{v}{c} Z \right) \right].$$

На основании эквивалентности двух инерциальных систем Эйнштейн (стр. 109) отождествил эти уравнения со следующими соответствующими соотношениями, которые для движущейся системы, по предположению, имеют ту же форму:

$$\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial X'}{\partial t'} = \frac{\partial N'}{\partial y'} - \frac{\partial M'}{\partial z'}, \quad \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial L'}{\partial t'} = \frac{\partial Y'}{\partial z'} - \frac{\partial Z'}{\partial y'} \text{ и т. д.}$$

и получил формулы преобразования для напряженностей электрического и магнитного полей в следующем виде:

$$\begin{aligned} X' &= X, & L' &= L, \\ Y' &= \beta \left(Y - \frac{v}{c} N \right), & M' &= \beta \left(M + \frac{v}{c} Z \right), \\ Z' &= \beta \left(Z + \frac{v}{c} M \right), & N' &= \beta \left(N - \frac{v}{c} Y \right). \end{aligned}$$

(Более точно, $X' = \varphi(v) X$ и т. д. Но, рассматривая обратное преобразование из X' в X и т. д., как указал Эйнштейн, очевидно, что $\varphi(v) = 1$.)

Лоренц получил те же самые результаты, безоговорочно приняв, что уравнения Максвелла имеют ту же форму в «движущейся» системе.

Эйнштейн рассмотрел далее формулы преобразования плотности заряда ρ и тока ρu с помощью (1) указанных выше формул преобразования E (компоненты X, Y, Z) и H (компоненты L, M, N), (2) уравнения

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = \rho$$

и (3) своей вновь открытой формулы (стр. 107) для сложения скоростей*, т. е. $u'_x = (u_x - v)/(1 - u_x v/c^2)$ и т. д. Для пространства, заполненного зарядом, две системы уравнений Максвелла в «неподвижной» системе имеют вид:

$$\frac{1}{c} \left[\frac{\partial X}{\partial t} + u_x \rho \right] = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}, \quad \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y} \text{ и т. д.}$$

Предполагая, что формулы преобразования E и H для пространства, заполненного зарядом, имеют ту же форму, что и

* Эту формулу и формулу для доплеровского эффекта можно рассматривать как основной вклад Эйнштейна в релятивистскую механику. Сказать так — значит ни отрицать, что это важный вклад, ни утверждать, что нет никакого другого вклада.

для пространства, свободного от заряда, мы поступаем далее таким образом:

$$\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial X}{\partial t'} = \frac{1}{c} \left[\frac{\partial X}{\partial t} \cdot \frac{\partial t}{\partial t'} + \frac{\partial X}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t'} \right] = \frac{\beta}{c} \left[\frac{\partial X}{\partial t} + v \frac{\partial X}{\partial x} \right],$$

как и ранее.

Тогда

$$\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{u_x \rho}{c} \left\{ \begin{array}{l} \text{Уравнение Максвелла для} \\ \text{«неподвижной» системы} \end{array} \right.$$

и

$$\frac{\partial X}{\partial x} = \rho \left[\frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} \right].$$

$$\therefore \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial X}{\partial t'} = \frac{\beta}{c} \left[c \frac{\partial N}{\partial y} - c \frac{\partial M}{\partial z} - u_x \rho + v \rho - v \frac{\partial Y}{\partial y} - v \frac{\partial Z}{\partial z} \right],$$

т. е.

$$\frac{1}{c} \cdot \frac{X}{t'} + \frac{\beta}{c} (u_x - v) \rho = \beta \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(N - \frac{v}{c} Y \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(M + \frac{v}{c} Z \right) \right].$$

Приняв

$$X = X', \quad \beta \left(N - \frac{v}{c} Y \right) = N', \quad \beta \left(M + \frac{v}{c} Z \right) = M',$$

как и для пространства, свободного от заряда, мы имеем

$$\frac{1}{c} \left[\frac{\partial X'}{\partial t'} + \beta (u_x - v) \rho \right] = \frac{\partial N'}{\partial y'} - \frac{\partial M'}{\partial z'} \left[\frac{\partial}{\partial y'} = \frac{\partial}{\partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial z'} = \frac{\partial}{\partial z} \right].$$

Если это уравнение должно иметь ту же самую форму, как уравнение для «неподвижной» системы, ясно, что $u_x \rho' = \beta (u_x - v) \rho$.

Как указывалось выше, Эйнштейн (стр. 107) показал ранее в своей работе, что $u'_x = (u_x - v) / (1 - u_x v / c^2)$. Поэтому он сделал вывод, что $\rho' = \beta (1 - u_x v / c^2) \rho$.

Легко проверить, что остальные уравнения Максвелла преобразуются ковариантно с помощью ПЛ, взятых вместе с указанными выше формулами преобразования компонент E , H , ρ и u .

Мы видим, таким образом, что Лоренц сумел только частично установить ковариантность уравнений Максвелла. Его формулы преобразования E и H были правильными и при правильных кинематических формулах для сложения скоростей его анализ приводит к правильной и полной ковариантности уравнений Максвелла. Вооруженный этой формулой, основанной на ПЛ для сложения скоростей, Эйнштейн завершил анализ Лоренца преобразования уравнений Максвелла и отметил, что на основе его кинематики, не полностью завершенной Лоренцем, но следующей из его формул ПЛ, электродинамическая теория, выдвинутая Лоренцем (стр. 114), находилась в согласии с принципом относительности. Это замечание Эйнш-

тейна точно определяет его вклад в развитие лоренцевской теории, данной в его статье. Не является ли этот союз уравнений Лоренца и принципа относительности бракосочетанием идей Лоренца и Пуанкаре? Эйнштейн только благословил этот брак. Не нужно задавать вопрос, почему священник не предал его гласности. Кроме того, священник раскрыл секрет физической гармонии, о которой никогда ранее и не мечтали. Работу Эйнштейна нельзя рассматривать как простое соединение двух предыдущих работ. Она появилась так скоро после этих двух работ, и он придумал так много направлений, что, вероятно, он только искал подтверждения своим смелым идеям, прежде чем опубликовать их.

Несколько ранее мы упоминали формулы продольной и поперечной массы электрона, данные Лоренцем (стр. 78) и Эйнштейном (стр. 116). Эйнштейн пользовался *той же* терминологией, что и Лоренц, и сказал (стр. 115): «Принимая обычную точку зрения, мы теперь задаем вопрос о «продольной» и «поперечной» массах электрона». Чья же это была обычная точка зрения?

Макс Абрагам [25] еще ранее пользовался терминами «продольная» и «поперечная» для масс электрона по отношению к направлению его движения, но дал неверные выражения для этих масс даже в своей работе 1903 г., предшествовавшей статье Лоренца. Однако Эйнштейн не ссылается на поправки к формулам Абрагама и не объясняет малое расхождение между его формулой и формулой Лоренца для «поперечной» массы. Вероятно, это можно выяснить. Мы добавим, что различие формул Лоренца и Эйнштейна для поперечной массы таково, что могло остаться незамеченным.

5. ЧТО ПУАНКАРЕ, ЛОРЕНЦ И ЭЙНШТЕЙН САМИ ГОВОРЯТ ОБ АВТОРСТВЕ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ?

Пуанкаре прожил около семи лет после того, как была опубликована работа Эйнштейна, но нигде он не приписывал Эйнштейну приоритет в открытии теории относительности. Напротив, он часто утверждал, что первооткрывателем был Лоренц. Действительно, в одной из работ 1912 г., говоря о некоторых других вкладах Эйнштейна, он упоминает в том же месте [10, с. 654—655, 680] «принцип относительности Лоренца». Он повторял такое выражение неоднократно. И для этого были причины. Лоренц первый использовал ПЛ для объяснения нулевых результатов экспериментов, выполненных с целью открытия абсолютного движения Земли, хотя он не провозглашал явно принцип относительности, в своей статье 1904 г. Действительно, ПЛ образуют платформу, на которой принцип относительности основывает свое владычество в мире физики, когда имеют место высокие скорости.

Разумеется, что Пуанкаре хорошо знал о работе Эйнштейна и в 1911 г. с жаром говорил о нем, когда его попросили высказать свое мнение об Эйнштейне для некоей публикации [21, с. 134], но

ни в одной работе он не приписывал Эйнштейну создания теории относительности. Мы могли бы привести здесь в подтверждение еще один эпизод, рассказанный Максом Борном [4, с. 192]. В лекции по теории относительности, прочитанной Пуанкаре в 1909 г., на которой присутствовал Борн, он даже не упомянул имени Эйнштейна, хотя приводил другие имена, и фактически создал у Макса Борна впечатление, что излагает работу Лоренца.

В то время как Пуанкаре считал Лоренца первооткрывателем, сам Лоренц никогда не претендовал на это открытие. Но иногда он отдавал честь открытия Пуанкаре, а иногда — только Эйнштейну. Комментируя работы Пуанкаре по математической физике, он заявил в 1914 г.:

«Эти соображения, опубликованные мною в 1904 г., побудили Пуанкаре написать свою статью о динамике электрона, в которой он дал мое имя преобразованию, о котором я только что говорил. По этому поводу должен заметить, что подобное преобразование имелось уже в одной статье Фогта, опубликованной в 1887 г., из которой я не извлек все возможное. В самом деле, для некоторых физических величин, встречающихся в формулах, я не указал наиболее подходящего преобразования. Это было сделано Пуанкаре, а затем Эйнштейном и Минковским»*.

«Пуанкаре, наоборот, получил полную инвариантность уравнений электродинамики и сформулировал «постулат относительности», термин, который он первый использовал»**.

Мы видим странный случай самоотречения, когда каждый преуменьшает свои заслуги и приписывает их другому.

Но позднее Лоренц неоднократно упоминал только имя Эйнштейна. Например, на конференции***, посвященной эксперименту Майкельсона — Морли, состоявшейся в Вильсоне в 1927 г., где присутствовали Майкельсон, Миллер и Кеннеди, Лоренц [26] заявил: «Преобразование времени было также необходимо. Поэтому я ввел концепцию местного времени, которое является разным для разных систем отсчета, движущихся относительно друг друга. Но я никогда не думал, что это имеет какое-либо отношение к реаль-

* См. стр. 191 наст. сб. — *Прим. ред.*

** С одобрением цитируя этот отрывок, Дюга [3] отмечает: «В самом деле, следует подчеркнуть, что Эйнштейн один пересек Рубикон, сделал принципом то, что Пуанкаре определил как «постулат». Чтобы уточнить эти два трудно отличимых термина, мы должны добавить, что Пуанкаре использовал слово «принцип» или «закон» значительно чаще, чем «постулат», когда ссылался на относительность. Более того, в своей оригинальной работе 1905 г. Эйнштейн (с. 38) сказал: «Мы поднимем это предположение (суть которого в дальнейшем примет название «принцип относительности») до положения *постулата*...», очевидно, сам не делая большого различия между словами «принцип» и «постулат».

*** На конференции обсуждалась также теория и ожидаемые результаты эксперимента Майкельсона — Морли. Весьма удивительно, что до сих пор нет установившегося мнения относительно того, что следует ожидать в этом эксперименте. Но нулевой результат, конечно, согласуется с относительностью.

ному времени. Это реальное время все еще представлялось мне в старых классических понятиях абсолютного времени, которое не зависит ни от каких специальных систем координат. Для меня существовало только одно истинное время. Я рассматривал свое преобразование времени только как эвристическую рабочую гипотезу. *Итак, теория относительности является фактически рабочей исключительно Эйнштейна.*

«Если бы меня спросили, считаю ли я это сокращение реальным, я бы ответил: Да. Оно реально, как все, что мы можем наблюдать».

До самого конца (он умер в 1928 г.) Лоренц очень не хотел отклонять концепцию абсолютного пространства и времени. Об этом напоминает Уиттекер [1, с. 36].

Теперь мы вступаем в критическую стадию нашего исследования. Эйнштейн в письме, написанном им за 2 месяца до смерти, в июле 1955 г., засвидетельствовал, что ничего не знал о работе Пуанкаре и что знал только две работы Лоренца, опубликованные задолго до того, как он написал свою работу в 1905 г. Мы приводим здесь это письмо [4, с. 194].

«Нет сомнений, что специальная теория относительности, если рассматривать ее развитие ретроспективно, созрела для открытия в 1905 г. Уже Лоренц заметил, что для анализа уравнений Максвелла существенны преобразования, которые позднее стали известны под его именем ПЛ, а Пуанкаре еще более углубил это знание. Что касается меня, то я знал только важную работу Лоренца 1895 г. «Электромагнитная теория Максвелла» и работу «Попытка создания теории электрических и оптических явлений в движущихся телах», но не имел сведений ни о более поздней работе Лоренца, ни о последующих исследованиях Пуанкаре. В этом смысле моя работа 1905 г. была независимой. Новым в ней было осознание факта, что преобразования Лоренца выходят за пределы связи с уравнениями Максвелла и имеют отношение к природе пространства и времени вообще. Еще один новый результат состоял в том, что «лоренц-инвариантность» является общим условием для любой физической теории. Это было для меня особенно важно, так как я уже ранее нашел, что теория Максвелла не объясняла микроструктуру излучения и поэтому не имеет общего значения».

Отдавая должное, необходимо допустить следующее. Видимо, Эйнштейн вел запись по памяти. Эти две работы Лоренца были опубликованы не в 1895 г., а в 1892 и 1895 соответственно [27].

Ни в одной из них не упоминалось ни о ПЛ, ни об относительности. Не содержали они и «теории Лоренца электродинамики движущихся тел» в какой-либо форме, которую можно было рассматривать как находящуюся «в согласии с принципом относительности» на основе «кинематических принципов» Эйнштейна. Особую ссылку в статье Эйнштейна на работу Лоренца, цитированную ранее, нельзя объяснить, не предположив, что Эйнштейн ссылаясь на теорию Лоренца, выдвинутую в статье 1904 г. И все же, написав и опубликовав к 1905 г. семь работ по проблемам переднего края физики, пока-

зав неоспоримое знание работ Лоренца по электродинамике движущихся тел, разработав то, что он считал новой и революционной теорией электродинамики движущихся тел, и понимая необходимость связать свою работу с работой Лоренца, мог ли Эйнштейн ограничиться изучением только тех работ Лоренца, которые были опубликованы много лет тому назад?

Что касается Пуанкаре, то доказательство того, что Эйнштейн изучал ранее его «Науку и гипотезу», в которой впервые был разработан принцип относительности, неопровержимы.

Мы вновь должны констатировать, что Лоренц не постулировал ПЛ исключительно для того, чтобы установить инвариантность уравнений Максвелла. Действительно, он не установил полной инвариантности уравнений Максвелла. Лоренц тоже предположил, что, несмотря на ПЛ (вместо преобразования Галилея), законы механики в различных системах остаются одними и теми же. Он сказал (стр. 80): «Ясно, что состояние, которое, как мы предполагаем, существует для движущейся системы, будет реально возможным, если в Σ и Σ' произведения массы m и ускорения электрона находятся в той же взаимосвязи друг с другом, как и силы...»

Мы должны также признать, что и в работе Эйнштейна 1905 г. нет упоминания о «лоренц-инвариантности», т. е. инвариантности законов физики в новых преобразованиях. Как мы указывали ранее, именно Пуанкаре использовал слова «инвариантность группы Лоренца» и связал эти идеи впервые в работе, опубликованной в январе 1906 г. (Мы, конечно, не настаиваем на использовании имени «Лоренц» в этом контексте.) Однако Эйнштейн (стр. 108) упомянул, что такие «параллельные» преобразования образуют группу.

Кроме того, поскольку уравнения Максвелла не могут объяснить явлений микромира, понятие «лоренц-инвариантности» является более общим. Это действительно верно, но высказываний на этот счет в оригинальной работе Эйнштейна нет. Сам Эйнштейн использовал инвариантность явлений *макромира*, принцип постоянства скорости света, чтобы вывести преобразования Лоренца*.

* В действительности этот принцип, являющийся постулатом инвариантности геометрии фронта распространения электромагнитных волн (второй постулат), представляет собой частный случай инвариантности волнового уравнения, которое, в свою очередь, является частным случаем инвариантности уравнений Максвелла. Можно легко показать, что предположение об инвариантности уравнений Максвелла приводит к преобразованиям Лоренца. Дальнейшие допущения (например, линейности уравнений) необходимы, чтобы вывести группу Лоренца. Фактически значительно более слабого условия инвариантности скорости электромагнитного импульса, связанного с правдоподобными допущениями, *достаточно*, чтобы установить ПЛ, как мы увидим это в дальнейшем.

Интересен вопрос: в какой степени уравнения Максвелла уже включают их собственную инвариантность? Правда ли, как предполагает Макс Борн, что преобразования Лоренца представляют собой внутреннее свойство уравнений Максвелла? [28, с. 77]. Из уравнений сразу же становится ясным, что заряд уже подразумевается инвариантным, т. е. его мера ρ не зависит от его движения (u), так как мы пишем $\text{rot } H = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial E}{\partial t} \rightarrow \rho u \right)$ для всех значений u .

6. ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ СОГЛАСНО ПУАНКАРЕ ЛОРЕНЦУ И ЭЙНШТЕЙНУ

Сначала рассмотрим относительность по Пуанкаре. Пуанкаре использовал выражение «закон относительности» первоначально в контексте относительности пространства [12], т. е. эквивалентности всех точек пространства для описания законов физики (исключая «локальные» эффекты). Эта доктрина, которой было уделено значительно меньше внимания, чем относительности движения, по-видимому, не менее важна. Как получается, что все точки в пространстве эквивалентны*? Ни один эксперимент, в пределах Солнечной системы, которая движется относительно системы звезд, не показал, что имеются различия в законах физики для разных мест в пространстве или для разных направлений. Действительно ли, чтобы «использовать закон относительности во всей его строгости, его необходимо применить ко всей Вселенной?», как предполагал Пуанкаре [12, с. 77].

В качестве дальнейшего шага к обобщению Пуанкаре использовал термин «принцип относительности», который включал относительность пространства, а также равномерное движение. Однако Пуанкаре сразу же понял, что этот принцип не является всеобщим, в частности он не действителен для движения с ускорением или даже для *равномерного* вращения. «Если бы небо всегда было закрыто облаками, — сказал Пуанкаре, — и если бы у нас не было средств наблюдать звезды, мы тем не менее смогли бы заключить, что Земля вращается вокруг своей оси, так как уплощение на полюсах и маятник Фуко помогли бы заметить это вращательное движение» [12, с. 114]. Нет необходимости производить наблюдения со звездами, чтобы определить движение Земли по отношению к абсолютной системе звезд. Поэтому вращательное движение не относится ни к какой системе отсчета. Оно связано только с одной системой, и только с одной. Это безусловно. Принцип относительности не является тем самым всеобщим. Вот поэтому Пуанкаре не считал его безупречным. Размышляя над эффектами вращательного движения, он спрашивал: «Как можно вращаться, не вращаясь по отношению к чему-либо?» [12, с. 114]. А что же это нечто, что есть повсюду?

К счастью, молодой Эйнштейн не мучился сомнениями об этом принципе применительно к неравномерному движению, а отправил относительность в свет навстречу ее триумфальной славе, о которой мы так хорошо знаем. Конечно, он должен был вернуться к сомнениям Пуанкаре позже, но со смелостью, которой может обладать только молодость, Эйнштейн увидел только то, что необходимо было видеть тогда (в 1905 г.). Это было неполное, но вдохновляющее видение.

* А. Эйнштейн говорил об «однородности, которую мы приписываем пространству и времени».

Пуанкаре же видел его полностью, вместе с длинными тенями сомнений! Тем не менее он продолжал развивать принцип относительности равномерного поступательного движения и получил почти все существенные результаты до Эйнштейна. Случайно он поддержал на словах концепцию эфира [12]*, который он никогда не определял достаточно ясно или, во всяком случае, категорически. Нет ни малейшего сомнения в том, что Эйнштейн (стр. 98) (не говоря уже о важных разработках, таких, как, например, формула для сложения скоростей и релятивистской теории эффекта Доплера) первый провозгласил ясно, что концепция эфира является излишней, если должен сохраняться принцип относительности. Он смог сделать это, так как игнорировал (а может быть, недооценил) тогда (в 1905 г.) трудности принципа относительности, которые возникают при рассмотрении неравномерного и вращательного движения.

В то время как Пуанкаре и Эйнштейн в своих идях относительности имели в виду почти то же самое, основные идеи Лоренца были другими, как он сам говорил об этом не раз. Он твердо верил в эфир, абсолютное время и абсолютное пространство. Движение, связанное с этим эфиром, производило «истинные» изменения. В 1921 г. он сравнивал [29] изменения длины в результате движения с изменением, производимым температурой. Эренфест [30], который занял место Лоренца на кафедре в Лейдене, говорит нам ясно о концепции эфира Лоренца: «Для Лоренца, так же как и для Френеля, стационарный эфир означал стационарный по отношению к чему-либо, подобному миру неподвижных звезд».

Каковы физические последствия постулирования такого эфира? Отличаются ли законы физики в пределах различных систем, движущихся равномерно относительно этого эфира? Если нет, то какой толк от постулирования дополнительной системы отсчета эфира? К этим и другим вопросам мы вернемся позднее. Однако следует, несомненно, отметить, что эфир можно последовательно постулировать, если он представляет собой инерциальную систему, и экспериментальные результаты, согласующиеся с теорией относительности, не будут, таким образом, отвергнуты. Вопрос фактически состоит в том, необходимо ли это, а если да, то каковы физические последствия такого эфира**.

* В дискуссии [12, с. 169—172], например, Пуанкаре категорически отрицает эфир, но замечание в начале стр. 244 [12] делает его позицию неопределенной. Сомнения не оставляли его до конца жизни.

** Много лет назад (в 1911 г.) фон Лауэ сказал: «Нельзя действительно получить истинно экспериментальное решение вопроса о выборе между теорией Лоренца и теорией относительности, но то, что Лоренц, несмотря на это, отступил в тень, обязано главным образом тому, что, как бы близко она ни соприкасалась с теорией относительности, ей все же недостает величия универсального принципа, обладание которым придает теории относительности ... весьма внушительный вид» [31]. Мажено и Моулд [32] еще ранее писали подобным же образом: «Если законы природы те же самые по отношению ко всем системам отсчета, то они те же в любой выбранной системе отсчета. Ясно, что не имеет смысла говорить о том, чтобы уладить вопрос между Эйнштейном и Лоренцем с помощью эксперимента».

7. МИНКОВСКИЙ

Хотя Эйнштейн отверг понятие эфира или абсолютной системы отсчета, вывел ПЛ, которые были постулированы ад хок Лоренцем ранее, и установил некоторые новые результаты в своей работе 1905 г., есть доказательство, что он все же не полностью овладел теорией, которую выдвинул. Но прежде чем сделать критические замечания по работе Эйнштейна, мы должны вспомнить, как теория из неких туманных начал обрела затем ясную физическую интерпретацию и математическое представление.

Человеком, осуществившим это превращение, был Минковский. Свое вдохновение он черпал не у Лоренца и не у Эйнштейна: он следовал и продолжал ход мысли Пуанкаре. Вероятно, что Минковский не знал о работах Пуанкаре. Его концепция четырехмерного континуума пространства и времени и его инвариантная метрика имеют чисто геометрические корни. Действительно, именно он ввел тензоры в теорию относительности. Представление и анализ Минковского были такими революционными, что Эйнштейн* заметил: «С тех пор как математики захватили теорию относительности, я сам ее больше не понимаю». Минковский был первым настоящим математиком в теории относительности.

Особенно замечательно то, что благодаря способу изложения Минковского «относительность» стала менее значительной. Ключевым здесь было слово «инварианты», оставшиеся теми же независимо от системы отсчета, в которой они измерялись. Самой простой из них была четырехмерная метрика пространства и времени. Частица при равномерном поступательном движении описывает инвариантную четырехмерную «мировую линию», элемент которой в «мировой точке» (x, y, z, t в любой инерционной системе)

$$d\tau = \frac{1}{c} \sqrt{(c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2)}$$

физически представляет собой (собственное) время, измеренное часами, установленными на самой частице. Независимо от системы отсчета $d\tau$ остается неизменным. Следует отметить, однако, что dt не является полным дифференциалом. Таким образом, для двух мировых точек, соединенных двумя различными мировыми линиями, интеграл «собственного» времени $\int d\tau$ не имеет одинаковой величины. Но мировые линии двух частиц при равномерном движении не могут пересекаться более чем в одной точке.

Минковский обратил внимание на абсолютные элементы, так сказать сохраняемые в постоянной смене пространства и времени (мира), которые не менялись в зависимости от системы отсчета. Действительно, без идей Минковского развитие общей теории относительности было бы невозможно, как признавал позднее сам Эйнштейн.

* Цитируется А. Зоммерфельдом в книге «Albert Einstein Philosopher—Scientist» (The Library of Living Philosophers, 1949, p. 102).

Интересно, что сам Минковский думал о рождении идей, связанных с теорией относительности. Минковский писал [34]:

«Мне хочется думать, что справедливость мирового постулата, не имеющая исключений, остается истинной основой электромагнитного отображения мира, той основой, которая была найдена Лоренцем, очищена далее Эйнштейном и которая теперь предстает перед нами во всей своей ясности».

8. КРИТИКА РАБОТЫ ЭЙНШТЕЙНА

Как мы отмечали ранее, Эйнштейн первым вывел ПЛ из постулатов относительности (1) и постоянства скорости света (2) в рамках всех систем отсчета. Лоренц только предположил эти уравнения, и, хотя Пуанкаре ясно видел, что эти уравнения согласуются с принципом относительности, и, сознавая, возможно, что они требуют верхнего предела скоростей, равного скорости света, он не пытался выводить ПЛ. Считал ли он это тривиальным? Мы не знаем.

Нам кажется, однако, что первоначальный вывод Эйнштейна неудовлетворителен. Эйнштейн (стр. 101—103) использует скорости распространения света, равные $(c - v)$, $(c + v)$ и $\sqrt{c^2 - v^2}$ в явном противоречии со своим собственным вторым постулатом*. Мы должны отметить, что скорости распространения света в выводе Эйнштейна представлены в качестве физически измеряемых (т. е. наблюдаемых) скоростей, а не как некие величины в алгебраическом вычислении. Интересно знать точно, как Эйнштейн установил ПЛ. Поэтому мы даем его метод с некоторыми комментариями в приложении А**.

Не было еще у Эйнштейна и четырехмерной концепции. После разработки ПЛ Эйнштейн (стр. 104) использует их для преобразования сферического фронта световой волны в одной системе, который выражается уравнением $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0$, в другую систему, движущуюся по отношению к первой, и получает $x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0$.

Он (стр. 104) справедливо заключает:

«Поэтому рассматриваемая волна является не чем иным, как сферической волной со скоростью распространения c , наблюдаемой в движущейся системе».

Но, если рассматривать энергию, содержащуюся в распространяющемся фронте *световой* волны, как наблюдаемую в этих двух системах, то, утверждает Эйнштейн (стр. 112): «Сферическая поверхность, наблюдаемая в движущейся системе, представляет собой эллипсоидную поверхность...». Затем он продолжает выводить формулу растягивающегося эллипсоида.

* Необоснованность этого заключения обсуждается на стр. 316 наст. сб. — *Прим. ред.*

** См. приложение А в оригинале статьи. — *Прим. ред.*

9. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Единственный вывод, который можно сделать, состоит в том, что каждый из нас стоит на плечах предшественников, и только таким образом даже гений может видеть дальше других. Развитие теории относительности также свидетельствует об этом.

Именно Пуанкаре был первым и главным, кто говорил об относительности местоположения в пространстве и о принципе относительного движения для равномерного поступательного движения, а также о различных новых идеях, связанных с теорией относительности. Однако он заметил, что этот принцип не действителен для неравномерного движения. Абсолютные эффекты, возникающие при неравномерном движении, можно было обнаружить. Поэтому Пуанкаре не отрицал категорически концепцию эфира, или абсолютной системы отсчета. И, хотя его одолевали сомнения, он продолжал развивать принцип равномерного относительного движения. И именно он отметил связь между принципом относительности и преобразованиями Лоренца.

Эйнштейн знал о новаторских идеях Пуанкаре, а возможно, и о преобразованиях Лоренца. Но, к сожалению, он не упомянул в своей статье, каким точно был его собственный вклад. В ней нет никаких ссылок на какие-либо предшествующие работы, за исключением упоминания электродинамической теории Лоренца. Но Эйнштейн не только достиг успеха в аналитическом развитии вопроса, но вывел преобразования Лоренца (хотя и неудовлетворительным методом), он первый отверг концепцию эфира безоговорочно и, таким образом, первый поверил в идею относительности и стал ее пророком. Однако пророк не заметил, очевидно, сомнений, высказанных Пуанкаре в то время. И хорошо, что он их не заметил.

Чтобы оценить заслуги каждого из создателей принципа относительности, мы могли бы процитировать Макса Борна [4, с. 195]: «Работа Эйнштейна была замковым камнем для арки, которую построил Лоренц, Пуанкаре и другие и на которой должно было держаться строение, созданное Минковским. Я думаю, что было бы неправильно забывать этих, других людей...» и добавить к этим словам Борна следующее очевидное утверждение: замковый камень можно было поставить только тогда, когда вся остальная часть арки уже была воздвигнута, а леса, необходимые для строительства здания — эфира, удалить только после того, как построена вся арка.

Но это еще не все. Проблему неравномерного движения еще предстоит решить, а сам принцип относительности подвергнуть более критическому рассмотрению. Все должно меняться, а человек должен продолжать «... надеяться, пока надежда не воссоздаст из собственных своих руин творение, которое она предвидит» (Шелли «Освобожденный Прометей»).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Whittaker E. T.** A History of the Theories of Aether und Electricity 1900—1926, Thomas Nelson, 1953.
2. **Synge J. L.** Whittaker's Contributions to the Theory of Relativity. Proc. Edin. Math. Soc., 1958, v. 2, part. I, p. 46.
3. **Dugas René.** A History of Mechanics. Routledge & Kegan Paul, 1957, p. 646.
4. **Борн М.** Физика в жизни моего поколения М., ИИЛ, 1963, с. 329
5. **Holton G.** On the Origins of the Special Theory of Relativity. Amer. J. Phys., 1960, v. 28, p. 627 (См. стр. 240 наст. сб.).
6. **Pauli W.** Theory of Relativity. Pergamon Press, 1958, p. 3, 7. (Паули В. Теория относительности. М.—Л., ГИТТЛ, 1947.)
7. **Whittaker E. T.** Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society, 1955, p. 37—67.
8. **Einstein A.** On the Electrodynamics of Moving Bodies. Ann. der Phys., 1905, v. 17, p. 891. (См. стр. 95 наст. сб.).
9. **Lorentz H. A.** Electrodynamical Phenomena in a System Moving with any Velocity less than that of Light. Proc. Acad. Sci. Amsterdam, 1904, v. 6, p. 809. (См. стр. 67 наст. сб.).
10. **Ouvres de Henri Poincaré**, XX, Gauthier—Villars, 1954, t. IX.
11. **Poincaré H.** Electricité et Optique, Gauthier — Villars, Paris, 1954, p. 536.
12. **Poincaré H.** Science and Hypothesis. Eng. Trans. Dover. (Анри Пуанкаре. Наука и гипотеза. М., 1903 и М., 1904).
13. **Poincaré H.** Bull. des Sc. Math., 1904, v. 28, ser. 2, p. 302; The Monist, 1905, v. 15, ser. 1, p. 1—24 (См. стр. 27 наст. сб.).
14. **Poincaré H.** Comptes Rendus, 1905, v. 140, p. 1504. (См. стр. 89 наст. сб.).
15. **Poincaré H.** Sur la dynamique de l'électron. Rendiconti del Circolo matematico di Palermo, 1906, v. 21, p. 129. (См. стр. 118 наст. сб.).
16. **Whittaker E. T.** From Euclid to Eddington. Cambridge, 1949, p. 49—50, 61—62.
17. **Bridgeman P. W.** A Sophisticate's Primer of Relativity. Wesleyan University Press, 1962, p. 108.
18. **Taton R.** Reason and Chance in Scientific Discovery. Hutchinson, 1957, p. 134—135.
19. **Lorentz H. A.** Lectures of Theoretical Physics. London, Macmillan, London, 1931, v. 3, p. 255.
20. **Bondi H.** Proc. Roy. Soc. (A), 1962, v. 270, p. 311.
21. **Seelig Carl.** Albert Einstein. Staples Press, 1956. (Зелиг К. Альберт Эйнштейн. М., Атомиздат, 1964.)
22. **Эйнштейн А.** Собрание научных трудов, т. 4, М., «Наука», с. 305.
23. **Sommerfeld A.** Electrodynamics. Academic Press, 1952, p. 280.
24. **Jeans J.** The Mathematical Theory of Electricity and Magnetism. Cambridge, 1960, p. 600.
25. **Abraham Max.** Prinzipien der Dynamic des Elektrons. Ann. der Phys, 1903, b. 10, s. 150.
26. **Lorentz H. A.** Astrophys. J., 1928, v. 68, p. 385—388.
27. **Lorentz H. A.** Collected Papers, 1965, v. 2, p. 164, 5.
28. **Born Max.** Natural Philosophy of Cause and Chance, Oxford, 1949, p. 27.
29. **Lorentz H. A.** Nature, 1921, v. 106, p. 794.
30. **Ehrenfest Paul.** Collected Scientific Papers of Paul Ehrenfest. North. Holland Pub. Co., 1959, p. 474.
31. **Jammer Max.** Concepts of Space. Harvard Univ. Press, 1954, p. 142.
32. **Magenau H., Mould R. A.** Relativity: An Epistemological Appraisal Philosophy of Science, 1957, v. 24, p. 303.
33. **Sommerfeld A.** Albert Einstein Philosopher — Scientist, The Library of Living Philosophers, 1949, p. 102.
34. **Minkowski H.** Space and Time. The Principle of Relativity. Dover Publications. p. 91. (См. стр. 167 наст. сб.).

ОБ ИСТОРИИ ФОРМИРОВАНИЯ ИДЕЙ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

I. ВВЕДЕНИЕ

Специальная теория относительности внесла коренные изменения в самые фундаментальные и общие физические представления о движении материи, нашедшие выражение в установлении новых физических свойств пространства и времени. Знаменуя собой начало радикальной перестройки классической физики, специальная теория относительности оказала огромное влияние на формирование всех последующих разделов современной теоретической физики. Так, с распространения требований специальной теории относительности на гравитационные взаимодействия началось преобразование теории тяготения Ньютона, которое завершилось затем созданием общей теории относительности. Волны де Бройля и, наконец, релятивистское уравнение Дирака в квантовой механике также явились результатом распространения идей этой теории.

Справедливость теории относительности* была подтверждена как специально поставленными для ее проверки опытами, так и совпадением с опытом всей совокупности ее следствий. Законы теории относительности используются в современной технике при конструировании ускорителей частиц, различных сепараторов и спектрометров релятивистских частиц, служат основой для энергетических расчетов, связанных с применением атомной техники.

Ни одно физическое учение, ни одно научное открытие не возбуждало такого интереса общественности, как это имело место в случае теории относительности. Необычность выводов теории по самым, казалось бы, простым вопросам физики неизменно вызывала интерес к теории далеко за пределами научных кругов. По научным и философским проблемам теории относительности возникали горячие споры не только в первые годы ее существования.

Однако, несмотря на огромный интерес к этой теории, в литературе отсутствует достаточно полное и беспристрастное освещение истории возникновения новых физических представлений о времени и пространстве. Недостаточно освещен начальный этап формирования новых идей об универсальности принципа относительности, об отсутствии в природе абсолютного времени и об условности понятия одновременности для событий, происшедших в разных точках пространства. Без выяснения этих вопросов, естественно, не могла быть правильно дана оценка вклада отдельных ученых в создание теории относительности.

* В дальнейшем для сокращения мы часто будем опускать термин «специальная» или пользоваться обозначением СТО.

Появлявшиеся в печати попытки исправления одностороннего освещения истории создания теории относительности не решили полностью обсуждаемую проблему. Возникшая по этим вопросам дискуссия подтвердила необходимость дальнейшего анализа истории формирования идей теории относительности. При этом анализе, на наш взгляд, крайне важно не смешивать различные аспекты проблемы восстановления подлинной картины создания теории относительности. Так, например, необходимо отдельно анализировать процесс формирования идей новой теории и не всегда параллельный ему процесс признания их научной общественностью. Факт первого провозглашения в научной печати совершенно новой идеи, конечно, имеет решающее значение для дальнейшего поиска радикального решения физической проблемы. Выпущенная в свет идея начинает независимое от автора самостоятельное существование, оказывая влияние на других ученых, занятых решением той же проблемы, даже и в том случае, если они непосредственно не были знакомы с публикацией первооткрывателя. Но та же первая публикация новой идеи может не оказать заметного влияния на последующий процесс признания широкой научной общественностью найденного фактически уже коллективными усилиями нескольких ученых радикального решения физической проблемы.

С другой стороны, необходимо отдельно оценивать объективное физическое содержание теоретических построений и правильность даваемой авторами интерпретации полученных результатов. На примерах работ Шредингера в квантовой механике и Лоренца в теории относительности мы можем убедиться в таком несовпадении этих двух частей научного исследования*.

И уже совсем недопустимо оценивать теоретическое исследование не на основании детального анализа конкретного содержания работы, а исходя в основном из факта признания самим автором незначительности собственного вклада в решение проблемы. Подобные признания могут характеризовать лишь степень понимания автором значения своего труда, да и то после поправки, учитывающей скромность автора.

К сожалению, все перечисленные здесь очевидные принципы исторического исследования научного творчества в той или иной степени нарушались при изучении истории создания теории относительности. Вместе с тем следует указать и на объективные трудности, мешавшие оценивать научные работы исходя из фактического содержания теоретических построений ученых. Можно легко, например, представить себе те трудности в оценке работ по квантовой механике, которые возникли бы перед историками в том случае, если бы физики своевременно не разобрались в полной тождественности совершенно различных форм представления квантовой механи-

* Нужно отметить, что в большинстве случаев авторы фундаментальных открытий в теоретической физике не давали в своих первых работах исчерпывающего и правильного объяснения полученных результатов.

ки, полученных Гейзенбергом и Шредингером. Подобная ситуация как раз и сложилась в теории относительности. Существующая односторонняя трактовка этой теории вовсе не учитывает возможность ее представления в различных формах теоретического описания, выбираемых на основании условного соглашения — конвенции. Таким образом, для исчерпывающего исторического анализа и объективной оценки достижений различных этапов создания теории относительности требуется прежде всего дальнейшее развитие интерпретации физического содержания этой теории путем ликвидации некоторых существенных пробелов в трактовке основных понятий.

Вместе с тем сама возможность развития трактовки физического содержания теории относительности, в свою очередь, следует из анализа не выясненных до конца и уже в значительной мере забытых утверждений создателей теории относительности. Следовательно, исторический анализ создания теории относительности и дальнейшее развитие трактовки теории оказываются взаимосвязаны.

II. ИСХОДНЫЕ ИДЕИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ

Экспериментальной основой для создания специальной теории относительности явились исследования оптических и электрических явлений в движущихся средах. В конце XIX в. физики располагали такой совокупностью экспериментальных результатов, которую нельзя было объяснить без коренного преобразования основных и общих физических представлений, выходящих за рамки собственно электрических и оптических явлений. Для решения проблемы требовалось совершить качественный скачок к признанию возможности осуществления в природе иных, неизвестных физикам метрических соотношений.

В идейном отношении это революционное преобразование в значительной мере было подготовлено величайшими математическими открытиями Лобачевского, Бояи и Римана, доказавшими возможность создания новых непротиворечивых геометрий, отличных от известной геометрии Евклида. Более того, Лобачевским, а затем Риманом и Гельмгольцем была высказана и развита мысль о том, что неизвестные пока законы физических явлений могут явиться причиной осуществления в природе соотношений неевклидовой геометрии.

В гениальных предвидениях Лобачевского, Римана и Гельмгольца не было, однако, осознано то важнейшее обстоятельство, что новые физические законы не могут привести к изменению изолированно только геометрии пространственных соотношений, не касаясь преобразования времени. С формальной точки зрения требовалось уже известные в науке идеи Лобачевского и Римана распространить на геометрию пространства — времени. Но распространить математические преобразования на понятие времени

и означало совершить целый переворот в научном мышлении. Наступление на этот бастион началось с робких поисков новых математических преобразований пространственно-временных координат, которым авторы первоначально не решались придавать какой-либо реальный физический смысл.

Фогт был первым ученым, посягнувшим на преобразования временных координат. В 1887 г. в работе [1], посвященной теоретическому исследованию явления Доплера для света, он решил задачу об определении линейных преобразований пространственно-временных координат, сохраняющих неизменной форму уравнения колебаний несжимаемой упругой среды — светоносного эфира. В его преобразованиях изменялась и временная координата. При неизменном масштабе времени менялось начало отсчета времени для различных пространственных точек. К сожалению, на этот важный результат не было своевременно обращено внимание. И даже сам автор не применил свое преобразование к оптическим и электромагнитным явлениям в движущихся средах, которым была посвящена его следующая статья, опубликованная в том же 1887 г.

В 1892 и 1895 гг. Лоренц [2, 3] также формально вводит так называемое местное время $t' = t - (v/c^2)x$ и показывает, что такое преобразование с точностью до величин первого порядка относительно v/c обеспечивает неизменность вида уравнений Максвелла в системе, движущейся со скоростью v относительно эфира.

Следующий крупный шаг в поиске новых преобразований пространственно-временных координат был сделан Ларморов. В 1900 г. в книге «Эфир и материя» [4] он опубликовал найденные им преобразования координат, по отношению к которым уравнения Максвелла в вакууме являлись инвариантными. Эти преобразования были получены вновь Лоренцем в его знаменитой работе 1904 г., и в дальнейшем, следуя Пуанкаре, их стали именовать преобразованиями Лоренца. Именно этим преобразованиям, впервые полученным Ларморов, в теории относительности было придано универсальное значение как пространственно-временным соотношениям, выражающим общие свойства физических процессов.

К периоду, предшествующему созданию релятивистской теории, относится и предложение одного из возможных вариантов осуществления изменения пространственных масштабов, обусловленного физическими причинами сокращений длин реальных твердых тел. Для объяснения отрицательного результата опыта Майкельсона Фицджеральд* и независимо Лоренц [3, 5] выдвинули предположение о сокращении размеров всех твердых тел в направлении их движения относительно эфира со скоростью v в отношении

$$1 : \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

* Идею сокращения тел Фицджеральд излагал в своих лекциях начиная с 1891 г., но опубликована она была только в 1893 г. в работе Лоджа [6] по абстракции.

где c — скорость распространения света в эфире. Точно такая же величина сокращения длин пространственных отрезков была в дальнейшем принята и в теории относительности, которая, однако, придав этому эффекту универсальное значение, показала необоснованность его объяснения движением тел относительно эфира.

Из всех перечисленных открытий периода, предшествующего созданию СТО, лишь гипотеза Фицджеральда — Лоренца о сокращении длин тел оказала непосредственное влияние на дальнейший ход формирования идей теории относительности. Именно с поиска физического обоснования этой гипотезы Лоренцем было начато построение теории, строго удовлетворяющей принципу относительности. Идея сокращения пространственных отрезков оказала, безусловно, влияние и на Лармора, направив его исследования на поиск новых пространственно-временных преобразований. Следует отметить, что полученным новым пространственно-временным преобразованиям Лармор придавал определенный физический смысл, вовсе не сводя их только к формальным математическим преобразованиям переменных. Найденные преобразования он непосредственно связывал с невозможностью наблюдения эффектов второго порядка в опытах по обнаружению движения Земли относительно эфира. И подобно тому как Фицджеральдом и Лоренцем трактовалось сокращение пространственных размеров реальных физических тел, движущихся относительно эфира, так Лармором впервые было сформулировано утверждение о реальном замедлении хода физических процессов в материальных системах, движущихся через эфир*. Поэтому совершенно справедливо релятивистский эффект замедления времени некоторые авторы называют эффектом Лармора — Лоренца. К сожалению, на фундаментальное содержание соответствующих глав книги Лармора не было своевременно обращено должного внимания**. Недооценивается значение этой работы и в исторических исследованиях происхождения СТО. А между тем найденные впервые Лармором новые преобразования пространственно-временных координат, если им только придавать реальный физический смысл и отнести ко всем физическим процессам, включали в себя все содержание СТО. Однако подлинное содержание новых преобразований не было выяснено ни самим автором, ни его современниками, и потребовалось еще несколько лет, чтобы другие ученые, заново пройдя путь Лармора, смогли значительно продвинуться в раскрытии содержания этих фундаментальных преобразований пространства и времени.

* В частности, для эффекта Доплера он предсказал эффект второго порядка относительно v/c , связанный с замедлением времени. Он также дал точное объяснение опыта Физо, основанное на релятивистском законе сложения скоростей (см. стр. 61 наст. сб.).

** Лишь более ранняя работа Лармора 1893 г., в которой обсуждалась проблема электродинамики движущихся тел, привлекла внимание А. Пуанкаре и послужила начальным толчком для рассуждений, приведших его к убеждению о справедливости принципа относительности для всех физических явлений, включая оптические и электромагнитные (см. стр. 7 наст. сб.).

Нужно заметить, что имелись все необходимые предпосылки для того, чтобы развитие релятивистских представлений о времени и пространстве прошло повторно и через стадию открытий, сделанных впервые Лармором. Хотя Лармор и придавал новым преобразованиям пространственно-временных координат реальный физический смысл, опережая в этом отношении даже работу Лоренца 1904 г., он, однако, связывал их только с электромагнитными эффектами движения относительно эфира, не распространяя на все физические явления при больших скоростях движения. Простейшие алгебраические вычисления без каких-либо новых физических предположений доказывают обратимость релятивистских преобразований, т. е., например, факт замедленного хода покоящихся часов относительно показаний ряда движущихся часов. Но это не было установлено Лармором, что и помешало ему выяснить несостоятельность принятого объяснения релятивистских эффектов абсолютным движением через эфир. Поскольку не была замечена обратимость новых преобразований, то и не возникла проблема ее объяснения путем установления лежащей в основе новых преобразований относительности одновременности для разноместных событий.

В пределах же частично раскрытого содержания преобразований и не могло возникнуть сколько-нибудь полного объяснения их сущности. К работе Лармора в полной мере относятся слова Дайсона по поводу принципиально новых открытий в теоретической физике: «Великое открытие, когда оно только что появляется, почти наверняка возникает в запутанной и бессвязной форме. Самому открывателю оно понятно наполовину. Для всех остальных оно — полная тайна» [7].

Поскольку, однако, преобразования, полученные Лармором, касались слишком коренной ломки существовавших тогда основных физических представлений, то в запутанной форме первого изложения и нечеткого обоснования они не только не были приняты другими учеными, еще совершенно не подготовленными для такого радикального шага, но вообще не обратили на себя серьезного внимания даже исследователей, занятых решением той же проблемы электродинамики движущихся тел.

Конечно, как предварительный период поиска решений проблемы электродинамики движущихся тел, так и последующий период непосредственного построения СТО основывались на общем фундаменте важнейших достижений теоретической физики второй половины XIX в. в области электромагнитных явлений*. Но на-

* Так, большое значение в целом имело развитие представлений о единой природе электромагнитных и оптических явлений. Именно на этой основе возникло единое теоретическое описание с общим экспериментальным фундаментом оптических и электромагнитных явлений. В 1892 г. Герц дал первый пример обобщения уравнений Максвелла на случай движущихся тел. Труд Лоренца «Опыт теории электрических и оптических явлений в движущихся средах» (1895 г.) явился основой для дальнейших теоретических изысканий, завершивших создание теории относительности. В этой работе Лоренц, исходя из

править этот поиск на правильный путь могли прежде всего идеи об общих принципах будущей физической теории.

Физические идеи, непосредственно составившие основу теории относительности, были выдвинуты еще в 1895 и 1898 гг. крупнейшим французским ученым А. Пуанкаре. Пуанкаре впервые выступил с отрицанием принципиальной возможности существования в природе абсолютного движения и высказал идею универсального постулата относительности, которому должны подчиняться все физические явления.

В работе 1895 г. [8], посвященной обсуждению теории Лармора, Пуанкаре следующим образом обобщает многие экспериментальные факты: «... невозможно обнаружить абсолютное движение материи, или, точнее, относительное движение весомой материи и эфира. Все, что можно сделать, — это выявить движение весомой материи относительно весомой материи»*. Далее, ссылаясь на опыт Майкельсона, он подчеркивает, что теория должна удовлетворять этому принципу строго, не пренебрегая величинами второго порядка.

Весьма важное значение имеет уточнение Пуанкаре относительно того, что речь идет о невозможности обнаружения не вообще абсолютного движения, лишенного физического смысла, а движения, которое в то время формулировалось как движение относительно особой гипотетической среды — эфира, пронизывающего все тела и заполняющего все пространство между ними**. Единственным наблюдаемым движением он считал движение относительно весомой материи, отрицая тем самым существование выделенной «материальной» системы, связанной с особой средой — носителем электромагнитных возмущений. Действительно, в таких опытах, как наблюдение аберрации света, эффект Доплера и опыт Физо, проявились оптические эффекты, обусловленные движением материальной системы не относительно какой-либо единой среды — эфира, а относительно другой материальной системы. Пуанкаре, опираясь на отрицательные результаты экспериментов, совершенно

основных положений электронной теории, доказал отсутствие в электромагнитных и оптических опытах эффектов первого порядка, связанных с движением тел относительно эфира.

Особое практически важное значение сыграло и то обстоятельство, что в распоряжении физиков уже имелось созданное Максвеллом теоретическое описание электромагнитных явлений, инвариантное относительно искомого преобразования.

* См. стр. 7 наст. сб. — *Прим. ред.*

** Следует отметить, что даже такой последовательный сторонник изгнания из механики бессмысленного понятия абсолютного движения, как Э. Мах, в то время допускал реализацию абсолютного пространства однородной физической средой при условии, что «свойства этой среды все же должны поддаваться физическому доказательству еще и иным способом, а не приниматься ad hoc» [9, стр. 202]. И действительно, если абсолютное движение можно было отрицать на основе общих физических и философских соображений, то существование движения относительно эфира как физической среды мог обоснованно отвергнуть только опыт.

правильно признал принципиально невозможным обнаружение движения относительно эфира, сделав тем самым важнейший шаг от частных объяснений опытов к утверждению общего принципа, который, как потом было выяснено, затрагивает основные всеобщие свойства физических процессов, определяющие метрику пространства — времени.

Согласно физическим представлениям того времени, электромагнитные явления трактовались как изменение состояния эфира. Понятие эфира являлось необходимой основой трактовки теории только с точки зрения представлений классической физики. Теория относительности, целиком приняв уравнения Максвелла, сделала совершенно излишним привлечение понятия эфира для их трактовки. Однако не следует считать, что заблуждения, связанные с представлением об эфире, были совершенно бесполезными для научных изысканий, завершившихся созданием теории относительности. Физики-экспериментаторы, как известно, отнеслись с большим вниманием к предсказаниям возможности обнаружения движения относительно эфира в исследованиях оптических и электромагнитных явлений. Но в то время никто не предвидел фундаментального значения отрицательного результата, и интерес к таким опытам был целиком обусловлен впервые появившейся перспективой экспериментального доказательства реальности существования эфира, который оставался лишь гипотетической средой, введенной на основании теоретических представлений об электромагнитных явлениях.

Таким образом, мы должны признать, что представление об эфире как среде-носителе электромагнитного поля придавало фундаментальное значение опытам по обнаружению движения Земли относительно эфира и тем содействовало созданию экспериментальной основы для построения СТО.

Это было тем более важно, что сам по себе отказ от идеи о существовании эфира еще не позволял прийти к конкретному решению теоретической проблемы, не дожидаясь отрицательных результатов опытов второго порядка. К ложному выводу о возможности наблюдения движения Земли относительно эфира приводило не столько представление о среде-носителе электромагнитных явлений, описываемых уравнениями Максвелла, сколько отсутствие вообще правильных представлений о физических процессах при больших скоростях движения. Неинвариантность уравнений Максвелла относительно преобразований Галилея лишь из-за отсутствия знаний о соответствующей инвариантности всей совокупности физических процессов ошибочно расценивалась как доказательство принципиальной возможности обнаружения движения относительно выделенной системы координат.

Положительное значение представления об эфире, однако, не исчерпывается только привлечением усиленного внимания к экспериментальным исследованиям. Все, кто исходил из идеи неподвижного эфира, не увлекаемого при движении тел, в своих теоретических построениях автоматически учитывали важнейшее свойство

независимости скорости распространения света от движения источника. Для оценки значения этого обстоятельства прежде всего следует напомнить, что независимость скорости распространения света от движения источника в то время не была опытным фактом* и что без серьезного основания это не проверенное на опыте положение не могло быть принято, поскольку с ним был связан отказ от фундаментального принципа относительности Галилея. Поэтому только представление о существовании мировой среды, не увлекаемой при движении тел и являющейся носителем электромагнитного поля, служило в то время единственной основой для принятия одного из важнейших исходных положений будущей теории**.

Таким образом, идея эфира сыграла весьма важную роль в самом процессе построения новой теории. Отрицательная же роль попыток учета несуществующих свойств мировой среды проявилась в более поздний период в стремлении объяснить выявленные релятивистские эффекты и само выполнение принципа относительности для электромагнитных явлений движением относительно выделенной системы эфира. Идея эфира, подобно строительным лесам, воздвигнутым при создании теории, оказалась лишней после завершения строительства. Однако не все смогли примириться с представлением электромагнитного поля без среды-носителя, и идея эфира превратилась в своеобразный тормоз, мешающий многим принять выдвинутый Пуанкаре принцип относительности как общий фундаментальный закон, не прибегая к ложному объяснению этого принципа проявлениями особых эффектов, обусловленных абсолютным движением тел через мировой эфир***.

Пуанкаре настойчиво отстаивал универсальный принцип относительности и в следующих своих работах. В частности, в 1900 г., выступая с критикой попытки разрешить проблему введением гипотезы сокращения Фицджералда — Лоренца, он отмечал, что для объяснения отрицательных результатов каждого нового эксперимента по обнаружению абсолютного движения всякий раз может понадобиться введение *ad hoc* новой гипотезы. Поэтому он призывал

* Именно по этой причине справедливость данного положения была подвергнута сомнению Ритцем и другими. Только в 1913 г. де Ситтер обратил внимание на возможность получения экспериментального подтверждения из астрономических наблюдений двойных звезд. Метод анализа соответствующих астрономических наблюдений описан, например, в работе В. Черепанова [10]. Прямой опыт с использованием света от экваториальных краев солнечного диска был поставлен А. М. Бонч-Бруевичем в 1956 г. [11].

** В работах Лармора, Лоренца и Пуанкаре положение о независимости скорости распространения света от движения источника явно следовало из уравнений Максвелла, отнесенных к единой мировой среде, не увлекаемой при движении тел. Примером отхода от этой концепции является электродинамика движущихся тел Герца, в которой уравнения Максвелла в интегральной форме были применены для эфира, увлекаемого движущимися телами. По этой причине электродинамика Герца и не могла вести к правильному решению проблемы, завершившемуся созданием теории относительности.

*** О стойкости мистической веры в сверхъестественные свойства мирового эфира весьма образно писал Я. И. Френкель [12].

к поиску радикального решения проблемы на основе строгого выполнения принципа относительности [13]. Как отмечал сам Лоренц в работе 1904 г., именно под влиянием этой критики он разработал теорию, в общем виде отрицающую появление эффектов второго порядка относительно v/c .

В 1898 г. в статье «Измерение времени» [14] Пуанкаре совершенно по-новому обсуждает проблему постоянства скорости распространения света. Принимая тезис о постоянстве скорости света и считая ее, «в частности, одинаковой во всех направлениях», Пуанкаре идет дальше других, утверждая по поводу независимости скорости света от направления: «Это есть постулат, без которого нельзя было бы предпринять никакого измерения этой скорости. Данный постулат никогда нельзя проверить (*vérifier*) прямо на опыте. Он мог бы войти в противоречие с опытом, если бы результаты различных измерений не согласовались между собой. Мы должны быть счастливы, что этого противоречия нет...»*

В этой же работе Пуанкаре впервые обращает внимание на зависимость определения одновременности от соглашения о величине скорости света и приходит к отрицанию существования однозначной одновременности разноместных событий на том основании, что доказать экспериментально равенство скоростей света в двух противоположных направлениях невозможно.

Постулат о независимости скорости света от движения источника, как известно, был положен в основу построения теории относительности совместно с предположением о равенстве абсолютных величин скоростей света для любых двух противоположных направлений. Однако приведенное нами утверждение Пуанкаре не получило в дальнейшем необходимого обоснования и развития, и это обстоятельство, как будет показано дальше, привело к некоторым пробелам в понимании физического содержания теории относительности.

Те же идеи Пуанкаре отстаивал в своих лекциях 1899 г., опубликованных в 1901 г. [15], и затем в 1902 г. в получившей широкую известность книге «Наука и гипотеза» [16]. В главе, посвященной классической механике, он отрицает существование абсолютного времени и обращает внимание на отсутствие предопределенного понятия истинной одновременности событий, происходящих в различных точках пространства:

«2) Не существует абсолютного времени. Утверждение, что два промежутка времени равны, само по себе не имеет смысла и можно применять его только условно.

3) Мы не способны к непосредственному восприятию не только равенства двух промежутков времени, но и не можем быть уверены в одновременности двух событий, происходящих в различных местах»**.

* См. стр. 19 наст. сб. — *Прим. ред.*

** См. стр. 23 наст. сб. — *Прим. ред.*

В 1900 г. в статье «Теория Лоренца и принцип реакции» [17] Пуанкаре впервые дал физическую интерпретацию введенного Лоренцем «местного времени» как времени, соответствующего показаниям часов, синхронизованных световым сигналом в предположении постоянства скорости распространения света в двух противоположных направлениях. «Я предполагаю, — писал Пуанкаре, — что наблюдатели, расположенные в различных точках, регулируют свои часы с помощью световых сигналов; что они подправляют эти сигналы на время передачи, игнорируя при этом поступательное движение, в котором они находятся, и считая вследствие этого, что сигналы распространяются одинаково быстро в обоих направлениях. Они ограничиваются тем, что проводят перекрестные наблюдения, посылая сигналы из А в В, затем — из В в А. Местное время t' есть время, отмечаемое часами, отрегулированными таким способом» (стр. 272).

Эта работа 1900 г. замечательна еще и тем, что в ней Пуанкаре приходит к фундаментальному выводу о том, что для выполнения принципа равенства действия противодействию необходимо электромагнитное излучение наделять инерциальной массой, равной энергии поля, деленной на c^2 .

III. СОЗДАНИЕ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Таким образом, Пуанкаре еще в конце прошлого столетия в ходе обсуждения проблемы выдвинул основные положения, необходимые для аксиоматического построения релятивистской теории. Он не только выдвинул принцип относительности, но и обратил внимание на необоснованность неявно существовавшего интуитивного представления об одновременности разноместных событий, т. е. на самый узловой момент, на основе пересмотра которого затем было достигнуто объединение, казалось бы, противоречащих друг другу исходных постулатов теории. Следовательно, крупнейшим математиком того времени Пуанкаре был сделан решающий вклад в открытие именно физических принципов построения релятивистской теории. Опубликованные в научной печати фундаментальные физические положения будущей теории завершили процесс идейной подготовки создания теории относительности и обеспечили тем самым необходимые условия для окончательного решения проблемы. Полагаю, что именно этой завершенностью идейной подготовки объясняется тот факт, что в течение короткого времени в 1904—1905 гг. успеха в решении проблемы достигли сразу три выдающихся ученых — Лоренц, Пуанкаре и Эйнштейн.

Конечно, сам поиск радикального пути решения проблемы, в основе которого лежал отказ от принципов классической механики, стал возможен только после того, как было преодолено догматическое отношение к научному наследию и, в частности, получила признание критика ньютоновской формулировки механики. Начи-

ная с 1872 г. Мах неоднократно выступал с критикой традиционной формулировки принципа инерции, включающей понятие абсолютного движения, которое отрицалось всем содержанием классической механики. Дальнейшему развитию формулировки механики были посвящены работы Маха, Кирхгофа, Герца и др. Только глубокое понимание основ классической механики позволило отдельным исследователям уяснить ее непригодность для объяснения экспериментальных данных в новых областях физических явлений и выступить с программой коренных изменений господствующих тогда физических воззрений*.

Созданием новой релятивистской механики в те годы занимался прежде всего сам автор исходных постулатов теории относительности. В сентябре 1904 г. Пуанкаре представил доклад [18] на Международный конгресс искусства и науки в Сент-Луисе, в котором четко обрисовал основные особенности новой механики. В частности, он вновь отстаивает «принцип относительности, согласно которому законы физических явлений должны быть одинаковыми для неподвижного наблюдателя и для наблюдателя, совершающего равномерное поступательное движение...» (стр. 30)**, и в конце доклада характеризует основные черты будущей механики: «Возможно даже, мы должны создать совершенно новую механику, которую мы лишь смутно представляем, механику, где инерция возрастала бы со скоростью, причем скорость света являлась бы непреодолимым пределом» (стр. 43). В этом же докладе Пуанкаре несколько развивает данную им ранее интерпретацию местного времени на основе рассмотрения синхронизации часов световым сигналом, отмечая принципиальную невозможность обнаружить какое-либо несоответствие местного времени физическим явлениям в движущейся системе и тем самым установить абсолютное движение:

«Часы, отрегулированные таким образом, не будут показывать истинное время. Они показывают так называемое местное время. Одни из них отстают. Это не имеет большого значения, поскольку у нас нет средств заметить это. Все явления, которые происходят, например, в пункте А, будут запаздывать, но все останется точно таким же, и наблюдатель не заметит этого, поскольку его часы отстают. Таким образом, как этого требует принцип относительности, у наблюдателя не будет никакой возможности узнать, находится ли он в покое или в абсолютном движении» (стр. 34). Как видно из

* К сожалению, из истории преобразования классической механики не извлекли самого важного урока и ныне тщетно пытаются поиск радикально новых фундаментальных теорий совместить с догматическим отношением к ранее созданному фундаменту физики, выражающимся в неприменном стремлении сохранить толкование физических теорий в том далеко не полном виде, в котором оно было дано основателями современных физических представлений в начале XX в. Но лишь после преодоления догматизма и значительного углубления понимания существующих физических теорий можно надеяться на успешное завершение теоретического обобщения экспериментальных данных в области физики элементарных частиц.

** Здесь и далее приведены страницы наст. сб.

приведенного высказывания, использование названий «истинное время» и «местное время» вовсе не означало, что Пуанкаре усматривал в этих понятиях принципиальное различие; напротив, он доказывал, что у наблюдателя в движущейся системе нет основания отдавать предпочтение «истинному времени» исходной системы.

Приведенные выдержки из доклада в Сент-Луисе показывают, что к тому времени Пуанкаре сделал значительный шаг от выдвинутых ранее постулатов к уяснению основных свойств новой механики. Однако несколько раньше больших успехов непосредственно в создании новой релятивистской механики удалось достигнуть знаменитому голландскому физику-теоретику Лоренцу, с именем которого связана вся постановка проблемы электродинамики движущихся сред.

В статье [19], написанной в конце 1903 г. для математической энциклопедии, он сообщает, что им найдена возможность вывода принятого ранее в качестве специальной гипотезы сокращения длин твердых тел при движении через эфир на основе обобщения на все взаимодействия преобразований, полученных для сил и масс электромагнитной природы*. Это обобщение имеет важнейшее значение для обоснования новых метрических свойств пространства и времени**. Обсуждая выдвинутую идею обобщения применительно к силам тяготения, Лоренц в той же статье приходит к выводу о распространении гравитации со скоростью света [19, с. 280].

В мае 1904 г. появляется статья Лоренца «Электромагнитные явления в системе, движущейся с любой скоростью, меньшей скорости света» [20], содержащая фактически полное решение проблемы. Работа Лоренца вместе с тем не представляла собой единого и последовательного теоретического построения. Как выяснилось позднее, данная автором трактовка полученных результатов далеко не соответствовала подлинному содержанию воздвигнутого теоретического построения. Ошибки объяснения открытых релятивистских эффектов, составляющих основу новой механики, и некоторая незавершенность самого теоретического построения создали предпосылки для искаженной оценки работы Лоренца и прямого противопоставления этой работы пространственно-временным представлениям релятивистской теории. Противниками теории относительности неоднократно делались попытки отвергнуть основное содержание теории относительности. При этом они исходили из некоторых ошибочных моментов лоренцевской трактовки релятивистских эффектов и в то же время формально использовали созданное Лоренцем теоретическое построение, которое действительно находится в согласии со всей совокупностью экспериментальных дан-

* Заметим, что Лармор также понимал необходимость подобного обобщения найденных им преобразований, но решение этой задачи видел в предположении, что все силы имеют электромагнитную природу.

** В отличие от прежних попыток обоснования сокращения твердых тел в этой работе Лоренц отмечал возможность объяснения этого эффекта с учетом молекулярного движения.

ных. Отсутствие *experimentum crucis** в пользу теории относительности или теории Лоренца ставит в затруднительное положение также и тех многочисленных сторонников релятивистских представлений, которые пытаются отделить работу Лоренца от теории относительности. В научной литературе до недавнего времени не было, однако, и сколько-нибудь строгого обоснования правильной точки зрения, характеризующей работу Лоренца в качестве не совсем еще завершенной другой формы представления, получаемой на основе особого квазиклассического пути построения теории относительности. Забегая вперед, отметим, что для окончательного доказательства правомерности содержащегося в работе Лоренца квазиклассического пути построения релятивистской теории прежде всего требуется предварительное выяснение справедливости утверждения Пуанкаре о конвенциональности определения одновременности разноместных событий и установления допустимости выбора других критериев одновременности.

Имеющиеся искажения в освещении и оценке работы Лоренца 1904 г. заставляют нас остановиться на анализе фактического содержания этой теоретической работы, не смешивая его с трактовкой полученных результатов и тем более не подменяя его оценкой работы, данной самим автором.

Работа Лоренца 1904 г. Совершенно очевидно, что представленное в этой работе теоретическое исследование было инициировано ранее высказанной Пуанкаре идеей о существовании в природе универсального принципа относительности и его критикой попыток объяснения экспериментов, подтверждающих этот принцип, специально выдвинутыми для этой цели частными гипотезами**. Однако для Лоренца, верного традициям старой классической школы физиков, был совершенно неприемлем подсказанный постулатами Пуанкаре аксиоматический путь построения новой физической теории. Лоренц явно исключал какую-либо возможность взять в качестве изначального постулата универсальный принцип относительности, доказательство существования которого, по его твердому убеждению, и должно составлять содержание физической теории.

Поэтому влияние взглядов Пуанкаре сказалось только на выборе Лоренцем конечной цели «с помощью определенных основных допущений показать, что электромагнитные явления строго, т. е. без какого-либо пренебрежения членами высших порядков, не зависят от движения системы»***. Конечно, сама постановка задачи построения электромагнитной теории, строго удовлетворяющей принципу относительности, уже заключала в себе самый трудный для Лоренца шаг, состоящий в отказе от надежд обнаружить движение тел относительно эфира, над обоснованием свойств которого он упорно трудился начиная с 1875 г. Однако в новой своей работе Лоренц

* Решающий опыт (лат.)

** Как в этой работе, так и в предшествующей статье [19] содержится ссылка на критическое замечание Пуанкаре в докладе [13].

*** См. стр. 68 наст. сб. — *Прим. ред.*

далеко не полностью изменяет идею существования светоносного эфира. Он фактически ставит задачу отыскания неизвестных ранее свойств эфира, влиянием которых на физические явления объяснялась бы невозможность наблюдения движения тел относительно эфира. Эта логика постановки задачи нашла соответствующее отражение и в трактовке полученных результатов. В идейном отношении Лоренц продолжал оставаться в плену старого представления о необходимости привлечения свойств эфира для объяснения наблюдаемых эффектов, и это мешало ему установить истинный смысл полученных им теоретических результатов и прийти к полному завершению начатого им особого квазиклассического пути построения теории относительности.

Работа Лоренца не представляла собой единого логического построения на основе минимального числа необходимых исходных принципов. Она фактически состояла из двух последовательных частей со своими исходными допущениями*. Это — электродинамика в движущейся системе и физическое обоснование сокращения размеров движущихся твердых тел, основанное на обобщении полученных в первой части результатов.

В первой части работы, посвященной электродинамике движущихся сред, Лоренц исходит из справедливости уравнений Максвелла для описания электромагнитных полей в неподвижном эфире. Он ставит перед собой задачу получить описание этих полей в системе, движущейся относительно эфира с любой скоростью, меньшей скорости света. Совершенно справедливым является то, что это ограничение скорости рассматриваемой системы координат фигурирует в качестве начального условия. И в общепринятом построении теории уже при формулировке принципа относительности следовало бы сразу подчеркивать, что речь идет о физическом равноправии только тех систем координат, которые движутся относительно друг друга со скоростью, меньшей скорости света.

* Анализируя работу Лоренца, Холтон насчитал одиннадцать различных допущений [21]. При этом он перечислил несколько допущений, дублирующих друг друга и фактически не использованных в самом теоретическом построении. В то же время такое фундаментальное исходное допущение, как признание справедливости основных уравнений электродинамики, им не отмечено. Но самое существенное искажение, допущенное Холтоном в его поверхностном анализе работы Лоренца, состояло в отождествлении исходных предположений с гипотезами *ad hoc*, т. е. с гипотезами, искусственно введенными для объяснения только результатов определенных опытов. На самом же деле в этой работе Лоренцем были приняты весьма общие физические предположения как раз для обоснования гипотезы сокращения, принятой в прежней работе в качестве гипотезы *ad hoc*. Кроме того, все исходные предположения Лоренца совпали с положениями и предсказаниями созданной затем другим путем теории относительности. Даже такое предположение, как неподвижность эфира, по своему фактическому содержанию было полностью эквивалентно постулату о независимости скорости света от движения источника общепринятого построения теории относительности. Поскольку Лоренцу неоткуда было черпать в готовом виде предсказания теории относительности, то выдвижение их в качестве исходных только доказывает глубину его проникновения в суть проблемы.

Решение поставленной задачи Лоренц начинает с фундаментальных математических исследований инвариантности уравнений электродинамики. В движущейся системе он использует две системы метризации: «истинную» систему координат K^* (x^* , y^* , z^* и t^*), связанную с координатами исходной системы K (x , y , z и t) обычными преобразованиями Галилея*, и так называемую местную систему координат K' (x' , y' , z' и t'). Далее он предлагает некоторое преобразование, связывающее координаты x^* , y^* , z^* и t^* со значениями местных координат (x' , y' , z' и t'),** и для поля в пустоте (отсутствие зарядов) строго доказывает, что переход от обычных координат к местным обеспечивает получение уравнений электродинамики, совершенно тождественных уравнениям в исходной системе эфира. Можно ли считать, что при этом им дополнительно постулированы новые преобразования координат? Нет, такое заключение было бы совершенно ошибочным. На самом деле дополнительным здесь являлось лишь условие инвариантности уравнений Максвелла. Можно было бы, конечно, описать сам поиск преобразований, удовлетворяющих этому требованию. Но можно поступить и так, как сделал Лоренц, т. е. начать непосредственно с доказательства инвариантности уравнений Максвелла относительно ранее найденных преобразований.

В работе 1904 г. это доказательство строго было проведено Лоренцем только для поля в пустоте. Он не нашел правильных выражений для плотности заряда ρ' и скорости движения заряда u' в движущейся системе, соответствующих местным координатам (x' , y' , z' и t'). Поэтому для случая $\rho \neq 0$ преобразование уравнений электродинамики к исходному виду осталось незавершенным. Однако Лоренц в своей работе не замечает этой незавершенности и приходит к важному для всего дальнейшего построения правильному выводу. Следовательно, допущенное Лоренцем отступление от релятивистских выражений для ρ' и компонент скорости u' не сказало на окончательном выводе. Поэтому Пуанкаре по поводу исправленных им ошибок в промежуточных вычислениях Лоренца писал в своей работе: «Некоторые имеющиеся расхождения, как мы увидим дальше, не играют существенной роли»***.

Как же используется в дальнейшем в работе Лоренца его правильный, но строго не доказанный им для общего случая вывод о том, что в местных координатах x' , y' , z' и t' уравнения электродинамики

* Мы прибегли к другому, чем у Лоренца, обозначению галилеевских координат в движущейся системе, чтобы читатель не спутал их с координатами «неподвижной» системы $x = x^* + vt^*$, $y = y^*$, $z = z^*$ и $t = t^*$.

** Это преобразование задается с точностью до некоторого общего коэффициента, зависящего от скорости, и затем доказывается равенство этого коэффициента единице. Так же как и Лармор, Лоренц получил новые преобразования в форме связи координат двух систем метризации в одной и той же движущейся материальной среде.

*** См. стр. 119 наст. сб. — *Прим. ред.*

намики принимают свой первоначальный вид, как в исходной системе эфира? В работе Лоренца мы не находим, казалось бы, естественного заключения, что переход в движущейся системе к местным координатам делает ее совершенно равноправной с исходной системой эфира. Вместо этого Лоренц систему координат $K' (x', y', z', t')$ начинает именовать неподвижной системой (см. стр. 73 наст. сб.). Заметим, что системы координат $K (x, y, z, t)$ и $K' (x', y', z', t')$ есть равноправные по своим физическим свойствам, но на самом деле совершенно различные системы. Именно эта терминологическая путаница способствовала, на наш взгляд, уходу Лоренца от обсуждения невыделенности исходной системы эфира. Конечно, эта ошибка не случайна. Она лишь послужила стремлению автора сохранить любой ценой представление о выделенности системы эфира*.

Однако Лоренц обсуждает и подчеркивает другое важное для понимания всей теории следствие полученных им результатов. Отождествив описание электромагнитных процессов в координатах x', y', z' и t' с описанием их в неподвижной системе координат, он в дальнейшем сопоставляет его с описанием тех же процессов в координатах x^*, y^*, z^* и t^* , которым он только и придает реальный смысл координат в движущейся системе. Лоренц особо обращает внимание на отличие полученного описания электромагнитных явлений в этих координатах движущейся системы от описания тех же явлений в системе неподвижного эфира. Само по себе это обстоятельство лишь выражает факт инвариантности уравнений Максвелла относительно преобразований Галилея. В общепринятом изложении теории относительности этот результат полностью объясняют неправомерностью использования в движущейся системе отсчета координат x^*, y^*, z^* и t^* , полученных с помощью преобразований Галилея. Начиная с этого пункта квазиклассический подход Лоренца был истолкован как целиком ошибочная попытка Лоренца объяснить отрицательные результаты опытов второго порядка по обнаружению движения Земли относительно эфира, сохраняя представление о привилегированной системе эфира.

Действительно, все дальнейшие рассуждения автора пронизаны стремлением сохранить привилегированность системы эфира в самом объяснении релятивистских эффектов. Однако его теоретическое построение вовсе не сводится только к этим ошибочным рассуждениям. Вычислив электромагнитное количество движения электрона, покоящегося в движущейся системе, он затем находит в этой же системе координат K^* массу электрона, которая, меняясь со ско-

* На эту основную ошибку, помешавшую Лоренцу прийти к более полному пониманию созданного им теоретического построения, впоследствии, насколько нам известно, не обратили внимания ни сам Лоренц, ни другие авторы, анализирующие его работу. В 1912 г. в примечании к своей статье 1904 г. «беспомощность дальнейших рассуждений в этой работе» он объясняет почему-то ошибками в соотношениях для ρ' и компонент u' , которые на самом деле не помешали ему сделать правильный вывод о совпадении уравнений электродинамики в обеих системах. (См. [22], с. 22.)

ростью его движения относительно эфира, превышает массу электрона, покоящегося в исходной системе K . Тот факт, что превышение массы электрона получено для сопровождающей его системы, казалось бы, несмотря на точное совпадение формул, не имеет отношения к релятивистскому закону возрастания массы от скорости относительного движения. Однако использованные Лоренцем в движущейся системе отсчета координаты x^* , y^* , z^* и t^* связаны с координатами исходной системы преобразованиями Галилея, а это означает, что найденное увеличение массы должно наблюдаться и в исходной системе K , относительно которой рассматриваемый электрон движется. Следовательно, Лоренц получил для исходной системы именно релятивистский закон изменения массы электрона от скорости движения его в этой системе координат. Но для Лоренца этот измеряемый на опыте эффект есть прямой результат возрастания массы электрона в системе, движущейся относительно эфира. Вместо перехода от системы K' непосредственно к исходной системе K и соответствующей ему трансформации массы от m_0 к

$$m_v = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

Лоренц рассматривает два последовательных перехода: от собственной системы координат K' (x' , y' , z' , t') к классическому варианту сопровождающей системы K^* (x^* , y^* , z^* , t^*), преобразуя массу m_0 в m_v , и затем переход от системы K^* к исходной системе координат с сохранением массы m_v . Конечно, многие теперь считают такой промежуточный переход от системы собственных координат к описанию в системе K^* лишь формальной математической операцией, лишенной физического смысла или, во всяком случае, не доказывающей, что электромагнитные процессы в движущейся системе идут иначе, чем в исходной системе координат. Из дальнейшего станет ясно, что лоренцевский подход к описанию процессов в координатах x^* , y^* , z^* и t^* вовсе не лишен физического смысла и что дальнейшее развитие понимания теории относительности должно как раз состоять в уяснении соотношения правомерных описаний физических процессов в системах координат K^* и K' . Забегая вперед, отметим справедливость вывода Лоренца о том, что один и тот же электромагнитный процесс, например распространение света, по-разному протекает в системах K^* и K . Он только не пришел к выводу, что это различие вовсе не нарушает равноправия систем, хотя и включил в свое теоретическое построение все необходимые для этого вывода данные.

Вторая часть статьи Лоренца посвящена доказательству, что это отличие в ходе электромагнитных процессов не может быть использовано для экспериментального обнаружения движения системы K^* относительно эфира. Это доказательство по-прежнему строится на учете сокращения длин твердых тел. Но только на этот раз сокращение является уже физическим следствием других

предположений, обобщающих полученные для электродинамики результаты.

Принимая во внимание замечание Пуанкаре о том, что с помощью одних электромагнитных сил невозможно получить равновесное твердое тело, Лоренц доказывает, что равновесной конфигурации молекул движущегося твердого тела будут соответствовать сокращенные в $(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ раз размеры, если для всех сил и масс независимо от их природы принять законы трансформации, полученные для сил и масс электромагнитной природы. Этот выход за пределы электромагнитных явлений представляет собой центральный момент теории относительности, без которого она бы не являлась новой физической теорией пространства и времени и без которого даже инвариантность уравнений Максвелла относительно преобразований Лоренца не снимала бы проблему обнаружения абсолютного движения. Лоренц отлично понимал, что и опыт Майкельсона не может быть объяснен в рамках чисто электромагнитной теории без описания твердых тел.

Именно после этих принятых Лоренцем обобщений его теоретическое построение становится потенциально полным и не отличимым экспериментально от позже возникшей несколько другой формы описания теории относительности*. Под потенциально полным теоретическим построением мы подразумеваем, что любые отсутствующие в работе Лоренца релятивистские соотношения могут быть получены чисто математическим путем без добавления каких-либо новых физических предположений. Обратимость релятивистских эффектов, например, содержится в соотношениях, полученных Лоренцем. Однако эти формальные математические выкладки не были проведены, что и помешало автору увидеть незавершенность выдвинутой трактовки теории и ошибочность предложенного объяснения релятивистских эффектов.

По Лоренцу строгое выполнение принципа относительности в движущейся системе координат есть результат воздействия эфира на движущиеся материальные объекты. Детальный расчет этого воздействия создал полную видимость динамического описания причин возникновения релятивистских эффектов. Однако искусственность такого объяснения однозначно выявляется в аналогичном рассмотрении, когда система K' принимается за исходную. Тем не менее для некоторых ученых факта обратимости релятивистских эффектов оказалось недостаточно, чтобы убедиться в мнимости, казалось бы, наглядного объяснения этих эффектов свойствами эфира. Неоднократно повторялись попытки дальнейшего «развития» именно слабых сторон работы Лоренца. И без привлечения эфира

* Обсуждающиеся в литературе предложения постановки так называемых опытов первого порядка с целью экспериментального опровержения теории Лоренца [61, 62] свидетельствуют лишь о существенном пробеле в понимании основных положений СТО (см. стр. 310—317 наст. сб.).

в самом динамическом подходе Лоренца некоторые увидели возможность развития материалистического причинного обоснования релятивистских эффектов (см., например, работы [23—26]). Но беда в том, что сторонники такого подхода не объясняют основное свойство релятивистских эффектов — их относительность. И. В. Кузнецов, например, приписывая релятивистские эффекты в системе K действию полей на движущиеся объекты, считал аналогичные соотношения теории относительности для движущейся системы K' лишены физического смысла [23, с. 58]. Таким образом, подобное псевдоматериалистическое обоснование теории строится, по сути дела, на признании одного равенства типа $a = bc$ и отрицании равенства $b = a/c$, получаемого из первого простым алгебраическим преобразованием.

Известный венгерский физик Яноши рассмотрел детально динамическое описание в некоторой исходной системе координат изменений в материальной системе, ускоренной до скорости $v \sim c$ [25]. Такое рассмотрение вполне допустимо, конечно, и в рамках релятивистской теории. Но Яноши, рассматривая поле электрического заряда, основывается на принципах, которые он относит только к свойствам электромагнитного поля, а не к общим свойствам материи, определяющим метрику пространства — времени. Поэтому автор приходит к выводу, что лоренцевы деформации возникают в результате ускорения системы и зависят от структуры электрона [25, с. 157]. При таком подходе остается открытым вопрос о других полях, в частности, о полях, ответственных за сильные взаимодействия частиц. Подобная трактовка лоренцевых деформаций не просто выдвигает ложные причины релятивистских эффектов, а лишает теорию относительности основного ее преимущества — общности ее утверждений и возможности выхода ее предсказаний за конкретный экспериментальный материал, полученный еще до создания теории. Яноши считает, что отсутствия *experimentum crucis*, отличающего его динамическое построение от теории относительности, вполне достаточно, чтобы по философским соображениям предпочесть именно его построение, отказавшись от теории относительности как теории пространства и времени. Однако существуют эксперименты в области ядерных и слабых взаимодействий, для которых построение Яноши не предсказывает каких-либо конкретных результатов, в то время как теория относительности дает для них предсказания, прекрасно согласующиеся с опытом. Так, рост массы протонов со скоростью, разлет протонов после ядерного рассеяния под углом $< \pi/2$, время жизни быстрых частиц, распадающихся в результате процессов слабого взаимодействия, показывают правильность обобщения, полученного в теории относительности из полного отрицания абсолютного движения.

Справедливо критикуя недостатки традиционного изложения СТО, Яноши в то же время делает шаг назад даже по сравнению с работой Лоренца, в которой, несмотря на ошибочность интерпретации, содержалось обобщение полученных для электродинамики

результатов: Только приняв это обобщение, можно доказать полную тождественность предсказаний теории Лоренца с предсказаниями теории относительности. Кроме того, как будет показано далее, доказательство правомерности использования в движущейся системе отсчета координат x^* , y^* , z^* и t^* , связанных с координатами исходной системы преобразованиями Галилея, вовсе не означает возврата к старым представлениям о пространстве и времени, так как содержание преобразований Лоренца в этом случае наглядно выражается в кинематических соотношениях скоростей распространения различных физических процессов.

Что же касается выявленной в работе Яноши будто бы особой роли ускорения в возникновении лоренцевых деформаций, то совершенно строго можно показать, что появление этих деформаций в движущейся системе обеспечивает возможность установления собственной метрики K' (x' , y' , z' и t'), по отношению к которой сокращенными будут уже отрезки исходной системы K . И следовательно, объяснять уже придется сокращение отрезков системы, не подвергавшейся ускорению.

О работах А. Пуанкаре и А. Эйнштейна 1905 г. Анри Пуанкаре, выдвинувший еще в конце прошлого столетия основные физические принципы СТО, в 1905 г. закончил свой фундаментальный труд, содержащий строгое математическое построение новой физической теории. Краткую статью об этой работе [27], озаглавленную «О динамике электрона», он опубликовал в сообщениях Французской академии от 5 июня 1905 г. Свою работу Пуанкаре рассматривал только как более строгое математическое развитие физической теории, созданной за год до этого Лоренцем. В самом начале своей основной статьи [28] он писал: «Эта невозможность показать опытным путем абсолютное движение Земли представляет, по-видимому, общий закон природы; мы, естественно, приходим к тому, чтобы принять этот закон, который мы назовем *постулатом относительности*, и принять без оговорок*». Вслед за этим Пуанкаре отмечает, что Лоренцу в работе 1904 г. удалось достигнуть полного соответствия с постулатом относительности, и следующими словами характеризует свое фундаментальное исследование: «Важность вопроса побудила меня снова заняться им; результаты, полученные мною, согласуются во всех наиболее важных пунктах с теми, которые получил Лоренц. Я стремился только дополнить и видоизменить их в некоторых деталях. Некоторые имеющиеся расхождения, как мы увидим дальше, не играют существенной роли**».

Конечно, представление о скромности великого ученого будет достаточно полным, если мы, даже не уясняя значения сделанных им дополнений, обратим внимание на отсутствие ссылок на свои более ранние работы, заложившие основы новой теории и оказавшие непосредственное влияние на творчество Лоренца. Но не только

* См. стр. 118 наст. сб. — Прим. ред.

** См. стр. 119 наст. сб. — Прим. ред.

скромность и некоторая недооценка значения полученных результатов сказались в приведенной характеристике собственной работы. В этом проявилось прежде всего глубокое понимание того, что работа Лоренца содержала полное решение проблемы вне зависимости от признания или непризнания им полной равноправности использования местного времени и координат. Ясное понимание конвенционального характера решения этого вопроса позволило Пуанкаре дать более правильную оценку работы Лоренца по сравнению с оценкой, позже утвердившейся в научной литературе.

Свое исследование Пуанкаре представил в виде обширного математического трактата [28], в котором, в отличие от прошлых своих работ по этой проблеме, он уже не прибегает к обоснованию и объяснению основных положений теории на таких простейших примерах физических измерений, как рассмотрение синхронизации часов световым сигналом. Это обстоятельство, как и публикация статьи в математическом журнале*, имело прямое отношение к тому, что работа Пуанкаре долгое время не получала должной оценки. Во всяком случае, его фундаментальное исследование, к сожалению, не оказало заметного влияния на взгляды ученых в период формирования признания теории относительности.

В сентябрьском номере журнала «Annalen der Physik» за 1905 г. появилась статья «К электродинамике движущегося тела» тогда еще неизвестного молодого ученого Альберта Эйнштейна [29]. (Статья была представлена в журнал 30 июня 1905 г.) Именно эта работа сыграла решающую роль в утверждении идей теории относительности в науке. В работе Эйнштейна был четко поставлен вопрос о необходимости пересмотра прежних физических представлений о пространстве и времени, а вывод новых преобразований пространственно-временных координат сопровождался наглядным объяснением на примерах мысленных физических экспериментов. Эти мысленные эксперименты сводились к рассмотрению процедуры пространственно-временных измерений в рамках заранее принятых правил и определений. В частности, для иллюстрации и объяснения релятивистского преобразования времени, в которое входят не просто собственные (местные) времена двух систем координат, а по крайней мере в одной из систем фигурируют собственные времена в двух разных точках, весьма удобным оказалось использование представления о размещении по всем пространственным точкам системы отсчета специальным образом синхронизованных часов.

В полном соответствии с ранними работами Пуанкаре в статье Эйнштейна рассматривалась синхронизация часов световыми сигналами в предположении, что в каждой системе отсчета скорость распространения светового сигнала в прямом и обратном направлении принимается равной одной и той же величине c . В этой статье

* Статья А. Пуанкаре «О динамике электрона» была представлена в итальянский математический журнал «Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo» 23 июля 1905 г. и опубликована в январе следующего года.

Эйнштейна не обсуждается вопрос о независимости получаемых результатов от выбора физического процесса для синхронизации часов и даже не ставится вопрос о том, в какой мере использованное равенство скоростей распространения сигнала в противоположных направлениях продиктовано экспериментальными фактами. Но именно этот вполне естественный для иллюстративных целей упрощенный вариант рассмотрения и определил успех эйнштейновского объяснения относительности одновременности. Труднее объяснить, как могло случиться, что перечисленные выше вопросы, имеющие большое гносеологическое значение, остались не выясненными в полной мере при дальнейшем развитии теории.

В литературе неоднократно обсуждался вопрос о том, в какой мере предложенное Эйнштейном построение теории относительности, на долю которого выпал максимальный успех признания, было независимо от более ранних работ, и в частности от работы Лоренца 1904 г. Формальное решение этого вопроса прежде всего осложнено отсутствием в статье Эйнштейна каких-либо литературных ссылок*. В этом отношении можно только констатировать, что в работе Эйнштейна нарушена традиция написания научного трактата, согласно которой автор должен сравнивать предлагаемое им новое решение проблемы с более ранними попытками ее решения, указав на пункты соответствия и различия. Правда, есть все основания объяснять такой стиль написания статьи тем, что Эйнштейн считал себя по сравнению с читателем менее информированным в предыстории рассматриваемой проблемы и поэтому все известные ему из научной литературы положения характеризовал как общеизвестные. Показательно, например, что о таких новых тогда понятиях, использованных в работах Абрагама [30] и Лоренца [20], как «продольная» и «поперечная» масса движущегося электрона, Эйнштейн говорит как о понятиях, основанных на обычном приеме рассуждений. Надо полагать, по этой же причине, используя принцип относительности в качестве исходного для построения электродинамики движущихся тел, он лишь в общих словах говорит о неудавшихся попытках „обнаружить движение Земли относительно «светоносной среды»“, не сопровождая их ссылками на конкретные эксперименты, давшие отрицательный результат по обнаружению эффектов первого и второго порядка относительно u/c .

Однако имеющаяся всегда в нашем распоряжении возможность сопоставления фактического содержания работ, помимо большого самостоятельного интереса сравнительного изучения различных путей решения проблемы, позволяет нам также судить о том, насколько вообще относится к делу выяснение вопроса о знакомстве Эйнштейна с той или иной более ранней работой. Так, совершенно очевидно, что построение теории относительности в статье Эйнштей-

* В статье дважды упоминается имя Лоренца в связи с уравнениями электродинамики. При этом явно имеется в виду его работа 1895 г. [3]. Далее мы обсудим необоснованность попытки связать это упоминание имени Лоренца с его работой 1904 г.

на коренным образом отличается от лоренцевского подхода. Вместо теоретического обоснования принципа относительности, имеющегося в работе Лоренца 1904 г., Эйнштейн кладет этот принцип в основу теории в качестве исходного постулата.

Вместе с тем давно следовало бы обратить внимание на непосредственную связь аксиоматического пути построения теории, избранного Эйнштейном, с идеями и конкретными установками, изложенными в более ранних и широко известными работами Пуанкаре. Исходные принципы, принятые Эйнштейном для построения теории, точно совпадают с постулатами, задолго до этого выдвинутыми Пуанкаре. Такое совпадение, как и уже отмеченное нами совпадение в деталях объяснения понятия одновременности и равноправности собственных времен на примере синхронизации часов световым сигналом, не может быть случайным.

Этот вывод, сделанный нами на основании сопоставления исходных положений работы Эйнштейна с ранними публикациями Пуанкаре, подтверждается непосредственно и фактами, известными из биографии Эйнштейна. Из книги К. Зелига [31], отличающейся подробным и достоверным описанием бернского периода жизни Эйнштейна, мы узнаем, что Эйнштейн со своими друзьями М. Соловиным и К. Габиштом штудировали книгу А. Пуанкаре «Наука и гипотеза» (стр. 48). Подробно этот вопрос обсуждается в статье Дж. Кесуани [32]*. Напомним только, что в этой книге Пуанкаре была детально обоснована необходимость распространения принципа относительности на оптические и электромагнитные процессы, а приведенные в виде тезисов идеи об отсутствии абсолютного времени и однозначной одновременности событий сопровождалась ссылкой на работу 1898 г. [14], посвященную их обоснованию. Восприняв эти радикально новые идеи, Эйнштейн вряд ли мог не обратиться к изучению работы 1898 года и последующих публикаций Пуанкаре по этим проблемам. Во всяком случае, отсутствуют какие-либо конкретные сведения, дающие основания исключить это весьма естественное предположение**. В то же время сопоставление фактического содержания работ, имеющее решающее значение для выяснения поставленного вопроса, вскрывает очевидную связь работы Эйнштейна не только с идеями, изложенными в книге Пуанкаре «Наука и гипотеза», но и с конкретным обоснованием относительности одновременности, данным Пуанкаре при объяснении физической интерпретации понятия местного времени в работе [17] 1900 г. и в его докладе на Международном конгрессе в Сент-Луисе

* См. стр. 252 наст. сб. — *Прим. ред.*

** Следует заметить, что в качестве обоснования противоположного вывода нельзя выдвигать ответ Эйнштейна К. Зелигу, опубликованный в книге [31]. Эйнштейн отмечает, что он «знал только фундаментальный труд Лоренца, написанный в 1895 г., но не был знаком с его более поздней работой и со связанным с ней исследованием Пуанкаре» (стр. 60). Таким образом, в этом ответе на вопрос К. Зелига упоминается лишь основная работа Пуанкаре «О динамике электрона», написанная им в 1905 г., и ничего не говорится о ранних публикациях Пуанкаре, содержащих исходные идеи теории относительности.

в 1904 г. [18]. Установление этой связи говорит о преемственности идей, подтверждает общий закон развития научного познания, согласно которому новых вершин в теоретическом обобщении опытных данных можно достигнуть лишь опираясь на достижения предшественников. Конечно, воспринять и развить ранее высказанные идеи сможет лишь критический ум, способный выделить их как правильные из многочисленных и разнообразных попыток решения проблемы. Истории науки хорошо известно о влиянии предшественников на творчество Ньютона, заложившего основы научного естествознания. Весьма подробно известны и все последовательные этапы формирования квантовых идей.

Подобно тому как признание решающего значения идей Планка, Эйнштейна, Бора и де Бройля для открытия нового пути решения проблемы микрофизики не уменьшает заслуг непосредственных создателей квантовой механики — Гейзенберга и Шрёдингера, так и выяснение влияния исходных идей Пуанкаре на творчество Эйнштейна не может уменьшить его действительных заслуг как одного из создателей СТО. И как ни велика была заслуга первооткрывателя новых принципов, наметивших путь решения проблемы электродинамики движущихся тел, все-таки завершающий этап создания на их основе новой физической теории, коренным образом изменившей основные физические представления о времени и пространстве, безусловно, требовал гениальной проницательности и большой смелости суждений. В отличие от многих других исследователей, которым также были хорошо известны высказанные Пуанкаре новые идеи, критический ум Эйнштейна оказался способным воспринять их, несмотря на, казалось бы, явное противоречие исходных положений о принципе относительности и независимости скорости света от движения источника, и дать на основе этих постулатов самостоятельное построение физической теории. Независимость работы Эйнштейна в этой завершающей стадии создания новой физической теории от аналогичных работ Лоренца и Пуанкаре проявилась в целом ряде принципиальных отличий даваемой ими трактовки созданной теории. Прежде всего в работе Эйнштейна было наиболее явно подчеркнуто, что решение проблемы электродинамики движущихся тел связано с коренными изменениями физических представлений о пространстве и времени. Построение Эйнштейна было свободно от ошибок лоренцевского объяснения релятивистских эффектов.

Вместе с тем в статье Эйнштейна не содержалось новых предсказаний каких-либо физических эффектов, о которых не говорилось бы в работах Лармора [4] и Лоренца [20]*. Она объясняла те же эксперименты (влияние движения Земли на астрономические наблюдения — явление аберрации света, так называемое частичное увле-

* Нередко к принципиально новым результатам работы Эйнштейна относят получение в качестве непосредственного следствия преобразований Лоренца релятивистской формулы сложения скоростей. Однако на самом деле эта формула до работы Эйнштейна и Пуанкаре использовалась Лармором в 1900 г. при объяснении опыта Физо [4]. (См. стр. 61 наст. сб. — *Прим. ред.*)

чение эфира в опыте Физо и невозможность обнаружения движения Земли по наблюдению эффектов второго порядка относительно v/c в опыте Майкельсона — Морли и опыте Трутона — Нобля) и предсказывали те же обсуждавшиеся в работах Лармора и Лоренца новые эффекты (возрастание массы от скорости движения, замедление времени, дающее вклад второго порядка в эффект Доплера). Огромное принципиальное значение этой работы Эйнштейна состояло в новом обосновании универсальности упомянутых эффектов и в установлении их обратимости.

Как мы уже отмечали выше, только универсальность, всеобщность предсказываемых свойств делает теорию относительности теорией новых физических свойств пространства и времени, выходящей за рамки собственно электродинамики. Необходимого обобщения полученных для электродинамики результатов Лармор достигал, приписывая всем физическим явлениям электромагнитную природу. Лоренц в работе 1904 г. вводил необходимое обобщение путем распространения конкретных результатов, полученных первоначально для электродинамических систем, на все другие явления. В работе же Эйнштейна это обобщение было изначально заложено в самих исходных принципах, определяющих новые свойства пространства и времени*. И в частности, на это обстоятельство он обратил внимание, заканчивая вводную часть статьи следующими словами: «Развиваемая теория опирается, как всякая другая электродинамика, на кинематику твердых тел, так как суждения всякой теории касаются соотношений между твердыми телами (координатными системами), часами и электромагнитными процессами. Недостаточное понимание этого обстоятельства — корень трудностей, преодолевать которые приходится теперь электродинамике движущихся тел»**.

В работах Лармора и Лоренца вообще не было обращено внимание на относительность всех предсказываемых эффектов в смысле их обратимости для рассматриваемых систем отсчета, хотя полученные ими правильные соотношения и удовлетворяли этому условию. В работе Эйнштейна всего в одной фразе был вскрыт обратимый характер этих эффектов: «Ясно, что те же результаты получаются для тел, которые находятся в покое в покоящейся системе, но рассматриваются из равномерно движущейся системы»***. Этот важнейший аспект понимания физического содержания теории не был подчеркнут с такой определенностью и в параллельной работе Пуанкаре****. Именно уяснение обратимости релятивистских эф-

* Правда, у всех трех авторов названия их статей вовсе не отражали более общий смысл их исследований, выходящий за рамки собственно электродинамики движущихся тел.

** См стр. 98 наст. сб. — *Прим. ред.*

*** См. стр. 106 наст. сб. — *Прим. ред.*

**** Проведенные Пуанкаре фундаментальные исследования групповых свойств преобразований Лоренца непосредственно включали, конечно, учет этих свойств обращения преобразований координат. Однако обратимость конкретных неклассических эффектов отдельно не обсуждалась в работе Пуанкаре.

фффектов позволяло Эйнштейну полностью устранить эфир из интерпретации теории. Нередко утверждают, что Эйнштейн опроверг существование гипотетической среды — эфира. Это весьма неточное утверждение. СТО, строго говоря, обосновала лишь невозможность наблюдения так называемого эфирного ветра, иначе говоря, невозможность обнаружения абсолютного движения материальной системы относительно некоторой гипотетической среды. Но доказанная СТО невозможность обнаружения движения относительно эфира означала бы отсутствие у этого понятия всякого физического содержания только в том случае, если бы данным свойством находиться в определенном состоянии движения исчерпывались и другие возможности проявления гипотетической среды, заполняющей пустое пространство. Однако в других физических теориях возникает необходимость наделять эту гипотетическую среду конкретными свойствами, косвенно связанными с наблюдаемыми явлениями в материальных системах. Так, на основе теоретического представления о поляризации вакуума удалось объяснить наблюдаемые сдвиги энергетических уровней атомов. К необходимости использования понятия эфира позднее пришел и Эйнштейн, размышляя о проблемах созданной им общей теории относительности. Так, в статье «Эфир и теория относительности» он писал: «Согласно общей теории относительности, пространство немислимо без эфира; действительно, в таком пространстве не только было бы невозможно распространение света, но не могли бы существовать масштабы и часы и не было бы никаких пространственно-временных расстояний в физическом смысле слова» [33, с. 689]. В связи с этим Эйнштейн в той же статье существенно уточняет свою точку зрения и на вопрос об эфире в СТО: «Между тем ближайшее рассмотрение показывает, что специальная теория относительности не требует безусловного отрицания эфира. Можно принять существование эфира; не следует только заботиться о том, чтобы приписывать ему определенное состояние движения; иначе говоря, абстрагируясь, нужно отнять у него последний механический признак, который ему еще оставил Лоренц» [там же, с. 685].

Следовательно, и в СТО можно считать оправданным использование понятия эфира в качестве модели, объясняющей независимость скорости света от движения источника, а также единства временных соотношений для физических процессов самой различной природы, и в частности одинаковости предельной скорости передачи различных взаимодействий. Такое использование понятия эфира в трактовке СТО, встречающееся, например, в основной работе Пуанкаре [28]*, нельзя относить к недостаткам трактовки теории. Духу СТО не отвечает лишь использование понятия эфира для объяснения релятивистских эффектов; в таком объяснении эфир выступает как среда, по отношению к которой ма-

* См. стр. 120 наст. сб. — *Прим. ред.*

териальные системы находятся в определенном состоянии движения.

Основному же условию невозможности наблюдения движения относительно эфира удовлетворяют и работа Лармора [4], и работа Лоренца [20] 1904 г. Однако у этих авторов эфиру было отведено видное место в объяснении возникновения самих релятивистских эффектов, в свою очередь обеспечивающих невозможность наблюдения абсолютного движения. В статье же Эйнштейна теория относительности освобождалась от этой непоследовательности в трактовке ее содержания.

В следующей статье [34], опубликованной в том же 1905 г., Эйнштейн дополняет свое исследование установлением связи между массой и энергией*. Рассматривая частный случай излучения телом плоских волн в противоположных направлениях, он дает строгое доказательство соотношения между энергией и массой излучения, впервые введенного в качестве предположения Пуанкаре в работе [17] 1900 г. Этот важнейший результат, полученный для лучистой энергии, Эйнштейн затем, исходя из общих соображений, распространяет на общий случай, делая следующий фундаментальный вывод: «Масса тела есть мера содержания энергии в этом теле...»** Именно это, содержащееся в работе [34] обобщение, дает основание называть соотношение между энергией и массой именем Эйнштейна. И только в этой второй статье, приняв данное обобщение, Эйнштейн фактически выходит за пределы предсказаний своих предшественников.

Вполне возможно, что этот важнейший результат был получен Эйнштейном как непосредственное развитие опубликованных в 1900 г. идей Пуанкаре [17]. Это предположение оправдывает приведенная в следующей статье [37] Эйнштейна ссылка на работу Пуанкаре «Закон сохранения движения центра тяжести и инерция энергии». В вводной части этой статьи [17] Эйнштейн фактически признал приоритет Пуанкаре в постановке данного вопроса: «Мы показали, что изменение энергии на величину ΔE должно соответствовать эквивалентному изменению массы на величину $\Delta E/V^2$, где V — скорость света.

В настоящей работе мы покажем, что это утверждение является необходимым и достаточным условием того, чтобы выполнялся, по крайней мере в первом приближении, закон сохранения движения центра тяжести системы, в которой кроме механических происходят также и электромагнитные процессы. Несмотря на то что простое формальное рассмотрение, которое должно быть приведено для доказательства этого утверждения, в основном содержится

* Несколько раньше в работах 1904 и 1905 гг. австрийский ученый Газенёрль показал, что электромагнитное излучение, заключенное в замкнутой плоскости, обладает инерциальной массой. Однако для соотношения между энергией и массой он получил неверное значение: $(3/8)c^2$ — в первой работе [35] и $(3/4)c^2$ — в следующей работе [36].

** См стр. 163 наст. сб. — *Прим. ред.*

в работе А. Пуанкаре (H. Poincaré. Lorentz-Festschrift, 1900, p. 252), мы из соображений наглядности не будем основываться на этой работе».

Итак, основной вклад Эйнштейна состоял в объединении ранее обсуждавшихся принципов в стройную теоретическую схему и в существенном развитии интерпретации новой теории, в котором известные из более ранних работ Пуанкаре наглядные объяснения понятия одновременности разноместных событий и физического смысла местного времени совмещались с принципиально новой постановкой вопроса об обратимости предсказываемых релятивистских эффектов. Именно эти преимущества работы Эйнштейна значительно ускорили признание научной общественностью новой физической теории с необычными, казалось бы, парадоксальными выводами. Однако, высоко оценивая значение вклада Эйнштейна, не следует тем не менее считать всеобъемлющей созданную им интерпретацию физического содержания теории. Работа Эйнштейна вовсе не перекрывала всех аспектов объяснения теории, имеющих в предшествующей работе Лоренца и параллельной работе Пуанкаре. И даже вместе взятые эти работы Лоренца, Эйнштейна и Пуанкаре не исключали необходимости дальнейшего развития как основного содержания СТО, так и объяснения важнейших вопросов этой теории.

О некоторых невыясненных сторонах лоренцевского квазиклассического пути построения теории речь пойдет в одном из следующих разделов. Что же касается основной работы Пуанкаре [28], то она содержала совершенно не затронутый Эйнштейном важнейший аспект исследования инвариантов новой теории. Доказательство того, что преобразования Лоренца образуют группу в многообразии четырех измерений и исследование ее инвариантов представляли собой развитие математического аппарата, способствующего значительному углублению понимания физического содержания теории. Так, только преобразования, составляющие группу, удовлетворяют необходимому требованию однозначности получаемых физических величин. Установление инвариантов показывало, что в новой теории имеются свои неизменные физические величины.

Пуанкаре первым ввел четырехмерное многообразие как удобный метод математического выражения законов новой теории. Добавив к трем пространственным координатам временную координату, умноженную на скорость света и мнимую единицу, он показал, что метрические соотношения новой теории сводятся к простым геометрическим соотношениям в пространстве четырех измерений. В частности, преобразования Лоренца в этой геометрии означают поворот системы координат вокруг оси, не совпадающей с временной.

Только после этой работы Пуанкаре, существенно развившей математический аппарат теории, можно считать, что в основном завершилось построение СТО как теоретической дисциплины. Математические исследования Пуанкаре, продолженные затем Минков-

ким, имели, конечно, и большое практическое значение, так как существенно упрощали применение новой теории.

Математические построения в работе Пуанкаре сопровождались глубоким пониманием существа физической проблемы. С самого начала он формулирует принцип относительности в качестве всеобщего и строгого положения, а введенные Лоренцем преобразования Пуанкаре непосредственно связывает с невозможностью обнаружения абсолютного движения Земли в любых физических экспериментах. Так, в первом же параграфе своей статьи он писал: «Эти уравнения можно подвергнуть замечательному преобразованию, найденному Лоренцем, интерес которого заключается в объяснении того, почему никакой опыт не в состоянии обнаружить абсолютное движение Земли»*.

По этой причине никак нельзя согласиться с последней частью утверждения Б. Г. Кузнецова: «Формализм четырехмерных преобразований, изложенных в статье Пуанкаре, опередил математические построения Эйнштейна и даже Минковского. Но в первую очередь он опередил физические построения самого Пуанкаре» [38, стр. 285]. Даже если не учитывать предшествовавшего вклада Пуанкаре в обоснование основных физических принципов СТО и данного им наглядного объяснения физического смысла местного времени и ограничиться рассмотрением только основной его работы, то и в этом случае нетрудно выяснить большую глубину проникновения в суть физической проблемы. Он отлично понимал принципиальную необходимость обобщения полученных для электродинамики результатов. Этот важнейший аспект понимания физического смысла новой теории пространства и времени представлен в работе Пуанкаре более конкретно, чем у Эйнштейна. Так, в отличие от Эйнштейна само отрицание возможности обнаружения абсолютного движения Земли он непосредственно связывал с требованием приведения в соответствие с новой метрикой известных тогда, кроме электромагнитных, гравитационных взаимодействий. Поэтому в той же работе [28] он сделал первую попытку изменения закона тяготения Ньютона, придав ему лоренц-инвариантный вид. Можно ли после этого считать, что Пуанкаре недостаточно осознавал радикальность преобразований основных физических представлений, вносимых новой теорией. Скорее всего, он просто не подчеркивал это обстоятельство, чтобы не отпугивать от новой теории многих исследователей, склонных лишь к постепенному преобразованию укоренившихся воззрений.

* * *

Итак, кого же из ученых мы должны считать создателями СТО, если исходить из проведенного выше анализа фактического содержания их работ, а не только из того, насколько они были признаны и оценены современниками? Для получения справедливых кри-

* См. стр. 122 наст. сб. — *Прим. ред.*

териев решения поставленного вопроса в наиболее запутанных случаях мы будем прибегать к рассмотрению сложившейся оценки вклада ученых в создание другой фундаментальной физической теории XX в. — квантовой механики.

Конечно, открытые до Эйнштейна преобразования Лоренца включают в себя все содержание СТО. Но вклад Эйнштейна в их объяснение, в построение целостной физической теории и в интерпретацию основных следствий этой теории настолько существен и принципиален, а роль его работы в распространении идей теории относительности настолько значительна, что Эйнштейн с полным правом считается создателем СТО. Однако высокая оценка работы Эйнштейна не дает никакого основания считать его единственным создателем СТО и пренебрегать вкладом других ученых, открывших до него все проверяемые на опыте соотношения новой теории, но не давших им достаточно полной и правильной интерпретации. Для уяснения необоснованности такой точки зрения полезно обратиться к примерам, связанным с созданием квантовой теории. Совершенно справедливо одним из создателей квантовой механики считается Шрёдингер, открывший основное уравнение квантовой теории, но не нашедший правильной интерпретации входящей в это уравнение волновой функции. В соответствии с этой сложившейся справедливой оценкой значения работы Шрёдингера мы должны считать создателями СТО прежде всего Лармора и Лоренца — первооткрывателей физической теории, строго удовлетворяющей принципу относительности. Открытые ими закономерности являются строгими количественными соотношениями СТО. Взятые вместе работа Лармора 1900 г. и работа Лоренца 1904 г. образуют фундамент теории, включающей основные проверяемые на опыте предсказания релятивистских эффектов. Мы рассмотрели работу Лармора в разделе идей, предшествующих созданию теории относительности, отдавая дань сложившемуся мнению и учитывая, что на эту пионерскую работу не было своевременно обращено должного внимания других исследователей и что поэтому дальнейшее развитие пошло независимо, повторяя фактически этапы, пройденные Лармором. Конечно, более правильная оценка должна исходить из разделения исторических фактов, относящихся к созданию теории и к признанию научной общественностью отдельных работ. Необходимо учитывать также естественную закономерность развития познания, состоящую в том, что первооткрыватель принципиально новой физической теории, как правило, формулирует ее в запутанной форме, и лишь впоследствии усилиями других ученых создается более полная и правильная трактовка ее физического содержания. Если же пренебрегать этой особенностью научного творчества, то в создателях новой теории несправедливо окажутся только ученые, сделавшие существенный вклад в интерпретацию теории, а не подлинные первооткрыватели физической теории.

Нужно заметить, что представлять Эйнштейна единственным создателем СТО, как это делают многие авторы, столь же неспра-

ведливо, как и приписывать, например, создание квантовой механики одному М. Борну, впервые давшему правильную физическую интерпретацию волновой функции, пренебрегая фундаментальным вкладом самого первооткрывателя основного уравнения квантовой механики. Нелепость такой точки зрения в данном случае более очевидна только потому, что признание основополагающих работ по квантовой механике складывалось без каких-либо отступлений от нормального пути, когда каждый следующий шаг в развитии новой механики лишь подчеркивал принципиальное значение ранее высказанных новаторских идей.

Для характеристики соотношения работы Эйнштейна с работами его предшественников довольно часто используют параллель Коперника и Птолемея. Такое сопоставление, однако, нельзя признать удачным, поскольку в работах, например, Лармора и Эйнштейна полностью совпадают проверяемые на опыте математические соотношения, тогда как системы Птолемея и Коперника отличались математическим описанием одних и тех же астрономических наблюдений. В этом отношении используемые нами примеры из истории создания квантовой механики гораздо больше отвечают существу обсуждаемых работ создателей СТО. Кроме того, хронологическая близость этой аналогии особенно ярко подчеркивает, как в одно и то же время, практически в одном и том же обществе ученых так по-разному сложилось признание основных работ этих двух фундаментальных направлений в физике.

Сопоставление с квантовой механикой полезно также и для установления аналогии в развитии решающих идей периода, непосредственно предшествующего созданию новой физической теории пространства и времени. Аналогом работ Планка, Эйнштейна, Бора и де Бройля в квантовой механике, в теории относительности, очевидно, следует считать работы Лоренца 1892 и 1895 гг. [2, 3] и работы Пуанкаре 1895, 1898—1900 гг. [8, 14, 15, 17]. Значение работ, давших правильное направление всем остальным исследованиям, так велико, что годом рождения квантовой механики многие считают, например, 1900 г., когда М. Планк опубликовал свою работу о квантах энергии. Не следует недооценивать значения аналогичных работ и при рассмотрении истории создания СТО. Нельзя представлять дело так, будто бы идеи СТО носились в воздухе.

Такие основные исходные идеи, как понятие местного времени, физическая интерпретация этого понятия, условный характер понятия одновременности разноместных событий, предполагающий постоянство скорости света для разных направлений, и, наконец, формулировка принципа относительности как всеобщего фундаментального закона вовсе не являлись общепринятыми, неизвестно когда и кем выдвинутыми положениями. Они являли собой радикально новые идеи и были выдвинуты конкретными учеными, передовыми мыслителями того времени — Лоренцем, Лармором и Пуанкаре. Трудный процесс усвоения этих идей лишь немногим оказался под

силу, а к дальнейшей их разработке смогли успешно подключиться только двое ученых — Эйнштейн и Минковский.

Огромный вклад Пуанкаре в завершающий этап построения теории делает его одним из основных создателей СТО. Однако для правильной оценки его фундаментального исследования необходимо принять во внимание, что более простые исходные понятия о физическом смысле относительности времени, о выборе определения одновременности были объяснены им в других, более ранних работах.

Итак, если не впадать в крайности и объективно оценивать как приоритетные преимущества первых, но весьма нечетких формулировок новой физической теории пространства и времени, так и принципиальное значение возникших позже целостных изложений этой теории, то создателями СТО следует считать Лармора, Лоренца, Пуанкаре и Эйнштейна. В последнем разделе настоящей статьи мы покажем, что этот вывод близок к точке зрения некоторых авторов, которая, несмотря на ее обоснованность и соответствие историческим фактам, не получила, однако, широкого распространения в историографии создания СТО.

IV. ИСТОРИЯ ПРИЗНАНИЯ И ДАЛЬНЕЙШЕГО РАЗВИТИЯ СТО

Процесс признания работ, заложивших основы теории относительности, складывался далеко не в соответствии с последовательностью их появления. Ранние работы Лоренца [2, 3] пользовались широкой известностью среди физиков того времени. Введенное в них местное время (отличающееся от времени исходной системы величинами одновременных значений в разных точках пространства) положило начало поиску новой физической теории пространства и времени, удовлетворяющей принципу относительности. Работы Лоренца оказали непосредственное влияние на исследования Лармора и Пуанкаре. С этими работами хорошо был знаком и Эйнштейн. Работы [8, 13—15] Пуанкаре конца прошлого века также были известны многим исследователям. Они, безусловно, оказали большое влияние на творческую деятельность ряда ученых. К сожалению, долгое время после создания СТО никто не связывал новаторских идей, высказанных в широко известных работах Пуанкаре, с происшедшим затем преобразованием физических представлений о времени и пространстве. Только в 1954 г. историческими исследованиями Уиттекера [39] было устранено это недоразумение.

Но, пожалуй, наиболее несправедливо сложилась судьба работы Лармора [4], в которой впервые были открыты новые преобразования пространственно-временных координат, отвечающие строгому выполнению принципа относительности в электродинамике. На этот фундаментальный результат широко известной книги Лармора «Эфир и материя» первоначально вообще не было обращено внимания. В своих исследованиях, например, Ланжевен часто ссылался

на эту книгу. Но только в работе 1905 г. [40] он упоминает монографию Лармора в связи с проблемой невозможности обнаружения движения Земли. Причем он характеризует работу Лоренца 1904 г. как дальнейшее развитие собственных работ 1892 и 1895 гг. и работы Лармора [4], не замечая, что цитируемая работа Лармора уже содержала строгое решение проблемы электродинамики движущихся тел. Конечно, такая судьба работы первооткрывателя была предопределена весьма неполным и нечетким объяснением преобразований, признание которых было связано с радикальными изменениями сложившихся физических представлений. Найденное Лармором решение фундаментальной проблемы затерялось даже внутри самой монографии автора среди множества других рассмотренных вопросов.

Более благоприятно сложилась вначале судьба работы Лоренца 1904 г. Как мы уже отмечали, и Пуанкаре [27, 28], и Ланжевен [40] увидели в ней полное решение проблемы, поставленной электродинамикой движущихся тел. Развитое в этой работе квазиклассическое построение теории могло, безусловно, способствовать усвоению новой физической теории приверженцами традиционных методов теоретической физики. Однако ограниченность и ошибочность даваемой Лоренцем трактовки новой теории послужили впоследствии поводом для противопоставления его работы теории относительности. Необоснованность такого противопоставления следует, как мы уже отмечали, из совпадения всех экспериментально проверяемых предсказаний. До сих пор недооценивается и предложенный Лоренцем квазиклассический метод построения СТО, позволяющий вскрыть новые аспекты трактовки этой теории.

Объективные трудности признания научными кругами необходимости перехода к новым концепциям пространства и времени в полной мере удалось преодолеть лишь работе Эйнштейна. Как мы уже отмечали, этот успех работы Эйнштейна был обусловлен целым рядом ее преимуществ. Кроме того, признанию его работы способствовали и другие благоприятные обстоятельства. Немаловажное значение имел сам факт публикации статьи Эйнштейна с необычными парадоксальными выводами в центральном немецком физическом журнале. В том, что статья оказалась опубликована без задержки, сказалось, как отмечает Зелиг [31], благосклонное отношение редактора журнала «Анналы физики» Вильгельма Вина, который еще по предшествующим статьям сумел увидеть в Эйнштейне самостоятельно мыслящего ученого. Решающее значение для признания СТО сыграл и Планк, который в работе [41] 1906 г., ссылаясь на статьи Лоренца [20] и Эйнштейна [29], посвященные принципу относительности, впервые развил аналитическую механику релятивистской теории. Планк выступил в пользу принципа относительности, несмотря на то что известные тогда экспериментальные данные Кауфмана по измерению поперечной массы электрона расценивались как противоречащие теоретическим предска-

заниям Лоренца и Эйнштейна. Замечательной особенностью этой работы Планка было и то, что принцип относительности был впервые вынесен в название статьи.

В следующем 1907 г. с докладом «Принцип относительности» в математическом обществе в Геттингене выступил Минковский [42]. В вводной части другого обстоятельного трактата [43] Минковский отмечает вклад Лоренца и Эйнштейна в теорему и постулат относительности. Формулировку же принципа относительности как требования инвариантности законов физики по отношению группы Лоренца (постулат абсолютного мира, мировой постулат) Минковский почему-то считал новым результатом своего исследования. Интересно, что в введении имеется ссылка на основную работу Пуанкаре [28], опубликованную в начале 1906 г., но только в связи с тем, что в ней было предложено новые пространственно-временные соотношения называть преобразованиями Лоренца. Следовательно, Минковскому была известна фундаментальная работа Пуанкаре. Однако он не отметил, что развиваемый им четырехмерный формализм был впервые применен и исследован в этой работе Пуанкаре. В более поздней своей работе [44], посвященной теории относительности, Минковский оказался в этом отношении более последовательным и вообще больше не упоминал о статье Пуанкаре.

Наибольшую известность получил доклад Минковского «Пространство и время», сделанный им в сентябре 1908 г. на собрании немецких естествоиспытателей и врачей [44]. От его ранних работ [42, 43] на данную тему этот доклад отличался более простым изложением и некоторой категоричностью формулировок, согласно которым относительным величинам отводилось место теней и фикций, лишь косвенно связанных с физической реальностью. Этим весьма спорным противопоставлением абсолютных величин доклад Минковского отличался от работы Пуанкаре, в которой впервые была применена четырехмерная геометрия для описания времени — пространства новой физической теории. В неизменных соотношениях для относительных величин Пуанкаре усматривал основное содержание новой физической теории, не выделяя при этом сами инварианты в класс более реальных величин. Он также далек был от переоценки значения четырехмерного формализма и в объединении пространства и времени в единой геометрической схеме видел лишь удобный математический способ изображения возникающей в силу глубоких физических причин взаимосвязи между этими разнородными величинами.

В этом докладе [44] Минковский повторил и свои претензии на открытие принципа относительности как мирового постулата о неизменности законов физических явлений в четырехмерном мире. О необоснованности подобных претензий впоследствии писал в своих воспоминаниях его ученик Борн [45], отмечая, что мировой постулат соответствовал духу более ранних формулировок Эйнштейна и Пуанкаре (стр. 407).

Приведенные выше работы Планка и Минковского, безусловно, имели решающее значение для признания теории относительности, способствуя привлечению всеобщего внимания к работе Эйнштейна. Авторитет авторов этих работ сыграл не последнюю роль в преодолении ледяного молчания одних и активного сопротивления других ученых. Начиная с 1907 г. происходил непрерывный рост числа публикуемых работ по теории относительности. На основе релятивистской формулы сложения скоростей Лауэ дал объяснение френелевского коэффициента увлечения [46]. Релятивистский эффект замедления времени обсуждался Ланжевенем [47] и Лауэ [48]. Проблема релятивистского сокращения электронов обсуждалась Эренфестом [49]. Варичак первым установил связь преобразований Лоренца с геометрией Лобачевского — Бояи [50].

В 1911 г. выходит первая монография по теории относительности, написанная Лауэ [51]. Глава, посвященная описанию релятивистской кинематики, была названа автором теорией относительности*. Книга Лауэ имела большое значение для распространения идей новой теории. Но, кроме того, она способствовала и утверждению весьма одностороннего освещения вклада различных ученых в создание теории относительности. В книге была приведена обширная библиография. Однако основная работа Лоренца 1904 г. [20] причислялась в ней к дорелятивистским попыткам решения проблемы электродинамики движущихся тел, а фундаментальное исследование Пуанкаре [28] упоминалось лишь вскользь. Из ранних работ Пуанкаре цитировалась всего одна работа [17] 1900 г., посвященная проблеме сохранения количества движения при излучении света. А о пионерской работе [4] Лармора вообще не было упоминания. Такие пробелы в изложении возникновения новых физических представлений о времени и пространстве, вполне естественные для оригинальных работ, недопустимы, однако, для монографии, представляющей обобщающее изложение теории.

В своей книге [31] К. Зелиг отмечает признание работы Эйнштейна тремя группами ученых — представителями немецкой школы физиков в Берлине, Геттингене и Вроцлаве. Действительно, именно благодаря ученым этих научных центров СТО, несмотря на парадоксальность ее выводов, получила довольно быстро признание научной общественности. Но те же немецкие ученые способствовали и тенденциозному представлению теории относительности как творения одного только Эйнштейна. Они явно игнорировали факт публикации исходных идей теории в более ранних работах Пуанкаре и наиболее фундаментальное изложение теории в его работе 1906 г. В 1913 г. в Германии был издан сборник работ классиков релятивизма, в который были включены статьи Лоренца, Эйнштейна и Минковского. Ни в первое, ни в последующие издания этого сборника не была включена работа Пуанкаре, содержащая наиболее

* По-видимому, впервые это название появилось в статьях Зоммерфельда [52].

полное развитие аппарата СТО и впервые доказавшая, что теория вводит новые абсолюты в физику.

Эта тенденциозность освещения создания СТО, возникнув первоначально в оригинальных работах немецких ученых, получила распространение в монографиях и сборниках статей, а затем даже и в специальных исторических исследованиях. В возникновении необъективного освещения создания теории относительности немаловажную роль могли сыграть и националистические настроения немецкой школы физиков. Они явно не желали делить честь открытия новой фундаментальной теории между молодым Эйнштейном, которого они причисляли к своей школе, и знаменитым французским ученым*.

В то же время французские ученые оказались не способны своевременно воспринять и развить радикальные идеи Пуанкаре, а научная общественность Франции и впоследствии не предприняла серьезных шагов для утверждения своего знаменитого соотечественника одним из создателей теории относительности. Так, Ланжевен, дважды выступая в 1911 г. по проблемам релятивистской теории пространства и времени [47], даже не упомянул имя Пуанкаре и его фундаментальную работу, в которой, между прочим, было отдано должное и обсуждению идей Ланжевена, а в названии одного из параграфов фигурировало его имя.

Эйнштейн приобрел широкую известность еще до создания им общей теории относительности как автор работы «К электродинамике движущегося тела»**. Справедливость оценки Эйнштейна как величайшего исследователя природы подтвердилась затем и его другими выдающимися трудами по созданию общей теории относительности и пришедшим позднее признанием его одним из творцов основ квантовой механики. Но эту высокую оценку ученого следовало сделать на основании его работы 1905 г. без какого-либо замалчивания вклада других ученых в создание СТО. Сколько-нибудь значительный вклад в установление новых физических представлений о времени и пространстве был под силу только выдающимся исследователям. И работа Эйнштейна выдвигала молодого ученого на видное место среди таких знаменитых ученых, как Лоренц, Лоренц, Пуанкаре, Планк и Минковский, внесших большой

* Однако впоследствии происхождение Эйнштейна и популярность его как великого ученого — «гражданина Вселенной» перестали отвечать усилившимся в Германии шовинистическим взглядам, и поэтому позднее неоднократно делались попытки отрицать научную ценность работ Эйнштейна. Но эти выпады вовсе не могли поколебать авторитет великого ученого, напротив, они способствовали превращению его в глазах многих в «библейского святого». (Слова, приведенные в кавычках, заимствованы нами из книги К. Зелига [31, с. 120, 203] и книги Б. Клайн [53, с. 90].)

** Его другая фундаментальная работа 1905 г. о корпускулярной природе света [54], удостоенная в 1921 г. Нобелевской премии, в те годы еще не получила признания. Известно, что, рекомендуя Эйнштейна в члены Прусской академии наук, М. Планк писал в 1913 г.: «То, что он в своих рассуждениях иногда выходит за пределы цели, как, например, в своей гипотезе о световых квантах, не следует слишком сильно ставить в вину» [53, с. 124].

вклад в развитие новой физической теории пространства и времени. Только тенденциозность немецких физиков могла привести к убеждению, что для доказательства гениальности молодого ученого требуется преуменьшать значение вклада других исследователей. Поэтому установление подлинной истории возникновения СТО никак не может рассматриваться в качестве акции, направленной против Эйнштейна. Отождествлять же более полное освещение в литературе создания СТО с грубыми выпадами расистов [55] — это значит выступать против объективного подхода к истории науки в угоду интересам, далеким от установления научно-исторической истины.

Конечно, возникновению и утверждению тенденциозного представления о создании СТО способствовало полное отсутствие в первых двух работах [29, 34] Эйнштейна ссылок на работы других авторов. Правда, в последующих работах [37, 56] 1906 и 1907 гг. Эйнштейн приводит краткие, но весьма яркие слова, в которых фактически признает приоритет некоторых предшествующих работ. Мы уже приводили ссылку Эйнштейна на работу Пуанкаре 1900 г. (см. стр. 298). В большой статье 1907 г. «О принципе относительности и его следствиях» [56] Эйнштейн в конце введения отмечает, что в изложении кинематической основы теории он следует работе Лоренца 1904 г. [20] и своей работе 1905 г. [28]*. Таким образом, Эйнштейн фактически признал как тождественность содержания этих работ, так и приоритет работы Лоренца. Однако официальная версия о создании СТО складывалась, не принимая во внимание эти высказывания; да и сам Эйнштейн в последующих своих работах и выступлениях по теории относительности уже не возражал против сложившейся версии о создании СТО. Так, он обсуждал лишь ранние работы Лоренца 1892 и 1895 гг., не затрагивая его основной работы 1904 г., и ни разу не высказался о параллельной работе Пуанкаре и такой важной ее отличительной особенности, как выяснение инвариантов новой физической теории**. О равнодушии к славе и неприязни к популярности, о необыкновенной скромности великого ученого неоднократно писали биографы Эйнштейна. Тем не менее остается фактом, что за 50 лет своей

* До ссылки на эту работу Лоренца Эйнштейн говорит об ограниченности решения проблемы в ранней работе Лоренца, даваемого строго только для эффектов первого порядка относительно v/c . При этом Эйнштейн приводит ссылку на книгу Лоренца 1895 г. [3] с указанием ее полного названия «Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern» [36, с. 412].

При издании же этой работы на русском языке в первом томе «Собрания научных трудов» Эйнштейна [33] допущено искажение подлинника: вместо ссылки на указанную книгу 1895 г. приведена ссылка на статью 1904 г., и в примечании редакции приведено ее полное название (стр. 65). Такую подмену ссылок с указанием полных названий работ трудно объяснить случайной ошибкой при переводе. Вместе с тем она серьезно искажает смысл, так как обращает критические слова Эйнштейна против основной работы Лоренца.

** В то же время Эйнштейн подчеркивал уважение, внушаемое ему «пресиходством Пуанкаре как мыслителя» [57, с. 305].

жизни после создания СТО он не предпринял со своей стороны мер к тому, чтобы справедливо разделить с Пуанкаре честь завершения создания СТО.

Пуанкаре прожил до 1912 г. и был свидетелем начала нарастающей популярности Эйнштейна как единственного создателя теории относительности. За эти годы он несколько раз выступал по проблемам новой теории [58, 59]*, но ни разу не упомянул в связи с этим имени Эйнштейна и не высказался о его знаменитой работе 1905 г. В работе Лоренца 1904 г. он видел полное решение проблемы электродинамики движущихся тел и принцип относительности называл именем Лоренца, умалчивая о своей работе и работе Эйнштейна следующего года. Пуанкаре не мог себе позволить вступить в приоритетный спор и таким неявным образом выражал свое отношение к стремлению немецких физиков ограничиться обсуждением только работы Эйнштейна.

Вместе с тем Пуанкаре был весьма высокого мнения об Эйнштейне и в 1912 г. в своем ответе на запрос швейцарских коллег выразил восхищение оригинальным умом молодого ученого, способным смело выдвигать совершенно новые концепции [31, с. 111]. Но и в этой блестящей характеристике он не прибегнул к иллюстрации своих слов примером преобразования физических представлений о времени и пространстве.

После Сольвеевского конгресса 1911 г. в одном из писем Эйнштейн писал, что Пуанкаре занял по отношению к теории относительности «позицию огульного отрицания и вообще проявил недостаточное понимание новой ситуации» [31, с. 108]. Однако известно, что теория относительности не обсуждалась на этом конгрессе. Следовательно, слова Эйнштейна могут относиться только к частным беседам ученых, и, скорее всего, речь шла о расхождениях в трактовке основных положений новой теории. Поводом для подобных расхождений, как мы увидим далее, могла быть, например, высокая оценка работы Лоренца, основанная на более глубоком понимании Пуанкаре возможности различных формулировок теории.

В своих последующих работах Лармор и Лоренц не развивали полученные в их основных работах важнейшие результаты, касающиеся установления новой пространственно-временной метрики. Но это обстоятельство не может служить основанием для недооценки их пионерских работ.

В дискуссии о приоритете создания СТО часто в качестве решающего аргумента приводится тот факт, что сам Лоренц никогда не претендовал на авторство в открытии принципа относительности. Но при решении вопросов истории науки можно исходить только из анализа фактического содержания опубликованных работ и из того безусловного факта, что следующим поколениям ученых под

* Не следует только содержащиеся в книгах Пуанкаре высказывания относить к дате их опубликования. Как правило, Пуанкаре в свои книги включал в виде отдельных глав статьи, опубликованные им ранее.

силу дать более правильную и полную оценку содержания этих работ и их значения в общей картине становления и развития новых научных концепций.

Уточнение и пересмотр ранее сложившихся мнений о работах классиков релятивизма, помимо установления справедливых оценок работ, важны и для дальнейшего развития интерпретации СТО. Фундаментальными исследованиями Эйнштейна и Пуанкаре был внесен завершающий вклад в создание физической теории пространства и времени. Однако развитие интерпретации новой теории вовсе не исчерпывалось этими работами. Эйнштейн внес важный, но далеко не завершающий вклад в интерпретацию релятивистских представлений о пространстве и времени. Вместе с переоценкой значения работы Эйнштейна как истины в последней инстанции в науке на многие десятилетия утвердилось ограниченное понимание СТО, несмотря на то что она является простейшей среди теорий, составляющих фундамент современных физических воззрений. Незаслуженному забвению было предано утверждение Пуанкаре об условности понятия одновременности разноместных событий. Содержание же теории относительности, несмотря на обилие посвященных ей монографий, не было проанализировано с учетом условности принятого определения этого центрального понятия теории. Иначе говоря, не было выяснено, какие утверждения теории зависят от условно выбранного определения одновременности и какие инвариантны по отношению к различным определениям одновременности.

Отмеченный пробел в трактовке теории относится к самой сущности релятивистских представлений о времени и пространстве. Но в том, что ограниченная формулировка СТО утвердилась на многие годы, следует винить не создателей этой фундаментальной теории, а многочисленных ученых последующих поколений, почти полностью уклонившихся от дальнейшего развития трактовки теории.

У. О НЕОБХОДИМОСТИ ДАЛЬНЕЙШЕГО РАЗВИТИЯ ТРАКТОВКИ СТО

Не только Пуанкаре, но и другие видные ученые уже после создания СТО неоднократно высказывались о конвенциональной сущности понятия одновременности для разноместных событий. В своей первой работе по СТО Эйнштейн не касался вопроса о произвольности использованного им предположения о равенстве скоростей света в двух противоположных направлениях. Но в докладе 1911 г. он весьма определенно высказался в пользу конвенциональности принятого определения [33, с. 181]. Этот вопрос был затронут им и в популярной статье 1917 г. [33, с. 542]. Правда, во всех последующих статьях по СТО Эйнштейн больше не касался этого важнейшего вопроса. Условность принятого определения одновременности позднее отмечали в своих работах и та-

кие известные физики, как Эддингтон, Мандельштам, а также философы Рейхенбах и Грюнбаум*. Однако, несмотря на это, взгляд Пуанкаре на одновременность не получил всеобщего признания**.

Одна из причин непризнания положения о конвенциональной сущности понятия одновременности состоит в том, что сторонники этого взгляда в своих высказываниях не пошли дальше Пуанкаре, и конкретное физическое утверждение о невозможности экспериментального установления равенства скоростей света для двух противоположных направлений не получило строгого и общего доказательства. Кроме того, авторы, придерживающиеся конвенциональной точки зрения на одновременность, не были достаточно последовательны в своих высказываниях и, в частности, не усматривали прямой связи некоторых положений теории с условным соглашением об одновременности***. Не было также установлено, что в пределах допустимого выбора лежит и соглашение об одновременности, неявно используемое классической физикой. Отсутствие ясности по этому вопросу привело к неправильной оценке развитого Лоренцем подхода и послужило в конце концов причиной утраты важнейшего аспекта понимания СТО.

Во многих курсах в качестве причины неудач классической физики в объяснении вновь установленных фактов совершенно неверно выдвигается использование преобразований Галилея и лежащей в их основе единой одновременности для разных инерциальных систем отсчета. На самом же деле, с точки зрения принципа общей ковариантности, описание релятивистских эффектов с помощью группы Галилея столь же правомерно, как и описание, использующее преобразования Лоренца [66, 67]. Больше того, формулировка исходных принципов релятивистской теории в рамках прежних представлений о пространстве и времени позволяет наиболее явно выделить новые всеобщие свойства физических процессов, выражаемые преобразованиями Лоренца. Такой путь построения СТО, как было показано в нашей работе [60], позволяет избе-

* Высказывания этих ученых об одновременности подробно обсуждались нами в работе [60].

** В большинстве курсов и монографий по СТО не учитывается конвенциональность принятого определения одновременности и не подчеркивается принципиальная невозможность экспериментального доказательства равенства скоростей света в противоположных направлениях. В центральных физических журналах без всякой тени сомнения печатаются ложные в своей основе предположения опытов первого порядка по проверке принятого равенства скоростей света в прямом и обратном направлениях [61, 62]. До сих пор в научной литературе не отражена полная несостоятельность имевшей место критики [63] правильных утверждений об условности выбора одновременности.

*** Например, Эйнштейн в дискуссии с Варичаком предложил мысленный эксперимент, будто бы позволяющий доказать сокращение длин движущихся отрезков без обращения к соглашению об одновременности [33, с. 187]. Этот ошибочный пример использовал затем в своей книге и Паули [64, с. 26—27]. А в последнее время на его основе в работе [65] сделана попытка обосновать метод определения одновременности, будто бы не связанный с предположением о соотношении скоростей распространения физических процессов в противоположных направлениях.

жать отмеченной еще Эйнштейном нелогичности отделения свойств масштабов и часов от всего остального мира физических явлений. В 1949 г. в своей творческой биографии Эйнштейн сделал следующее критическое замечание по поводу принятого им построения СТО: «Можно заметить, что теория вводит (помимо четырехмерного пространства) два рода физических предметов, а именно: 1) масштабы и часы, 2) все остальное, например электромагнитное поле, материальную точку и т. д. Это в известном смысле нелогично; собственно говоря, теорию масштабов и часов следовало бы выводить из решений основных уравнений (учитывая, что эти предметы имеют атомную структуру и движутся), а не считать ее независимой от них» [68].

Но как раз этим рекомендациям Эйнштейна и удовлетворял начатый Лоренцем путь построения теории, в котором новые всеобщие свойства физических процессов описывались в рамках прежних представлений о пространстве и времени. Именно такой подход исключает отмеченную Эйнштейном нелогичность трактовки релятивистской метрики в отрыве от свойств движения физической реальности. Дальнейшее развитие подхода Лоренца позволяет установить новые метрические свойства как выражение конкретных всеобщих кинематических эффектов, выявленных предварительно в схеме описания, использующей единые масштабы протяженности и длительности для всех инерциальных систем отсчета.

Эйнштейн нашел решение проблемы электродинамики движущихся тел, сразу введя новые метрические соотношения и минуя при этом важную для трактовки теории стадию представления кинематических свойств физических процессов в единых метрических масштабах. Некритическое отношение к принятому пути построения СТО помешало увидеть ограниченность достигнутого понимания основного содержания преобразований Лоренца и своевременно установить, что *взаимосвязь пространственных промежутков и временных интервалов в четырехмерной метрике СТО отражает не зависящее от каких-либо соглашений объективное различие в скоростях распространения для всей совокупности аналогичных физических процессов в направлении относительного движения инерциальных систем отсчета*. Уже в работе Лоренца [20] было найдено, что физические процессы в таких системах идут различным образом, но что это различие, однако, не позволяет выявить какие-либо наблюдаемые эффекты, нарушающие принцип относительности. Нельзя утверждать, что в СТО устанавливается одинаковость протекания соответствующих физических процессов для различных инерциальных систем, поскольку имеет место нетождественность собственных времен для таких систем отсчета. Одинаковость законов физики для всех инерциальных систем отсчета означает лишь неизменность соотношений между любыми характеристиками различных физических процессов в каждой системе отсчета. Но принципу относительности удовлетворяет и общее изменение кинематики всех физических процессов, оставляющее неизменными соотноше-

ния между скоростями различных процессов, которое можно поэтому назвать кинематически подобным преобразованием. Реализация этого случая кинематического подобия отличает осуществляющийся в природе принцип относительности от принципа относительности Галилея, которому отвечает полная тождественность кинематики физических процессов, воспроизведенных в одинаковых условиях относительно соответствующих инерциальных систем отсчета. Но, чтобы отличить случай подобия от тождественности кинематики, нужно сопоставить описания соответствующих физических процессов в разных инерциальных системах, используя одинаковые единицы измерения пространственных и временных интервалов и одну и ту же одновременность событий. Это требование вполне выполнимо в силу установленной Пуанкаре произвольности выбора одновременности в каждой системе отсчета.

Принятие соглашения об одновременности является необходимым условием выбора какой-либо определенной схемы описания кинематических соотношений физического мира. Без выбора соглашения об одновременности невозможно даже сформулировать понятие скорости распространения физического процесса в заданном направлении. Весьма важно также уяснить прямую зависимость формулировок таких взятых по отдельности релятивистских эффектов, как сокращение длин отрезков и временных интервалов, от условно принятого соглашения об одновременности. Неоднократно дискутировался вопрос о том, реальным или кажущимся является эффект релятивистского сокращения длин отрезков. Но в этой дискуссии не было выяснено главное: эффект сокращения отрезков прежде всего условен, поскольку реальное проявление этого эффекта находится в прямой зависимости от условно выбранной пространственно-временной схемы описания.

Поясним это утверждение. В каждой инерциальной системе координат выберем физически эквивалентные пространственные отрезки. Это могут быть расстояния между ионами в кристаллах поваренной соли, покоящихся в соответствующих системах отсчета, или длины волн определенной линии излучения атомов натрия, также взятых покоящимися в соответствующих инерциальных системах отсчета. Всем этим созданным самой природой эталонам протяженности приписывается одинаковая длина во всех системах отсчета в так называемых собственных масштабах соответствующих систем. Выбор таких собственных масштабов вполне естествен, так как он обеспечивает в СТО использование во всех системах отсчета физически эквивалентных схем описания, иначе говоря, описаний физических явлений на одном и том же языке. Но тем не менее такой выбор все же является результатом условного соглашения, так как не существует и не может существовать в рамках явлений, описываемых СТО, непосредственного экспериментального сопоставления таких физически эквивалентных отрезков разных систем отсчета. Принципиально невозможно доказать равенство постоянных кристаллических решеток NaCl, взятых покоящимися

в двух движущихся относительно друг друга инерциальных системах отсчета. Мы принимаем их равными в условно выбранных собственных масштабах этих систем отсчета. Но в той же СТО рассматриваются сопоставления этих отрезков в рамках различных условных схем описания. Используя собственную одновременность* одной системы отсчета K , мы в реальных измерениях получим постоянную кристаллической решетки d' другой системы K' меньше аналогичной величины d в системе K . При этом в самой процедуре измерений непосредственно используется условное соглашение об одновременности, выбранной в качестве собственной для системы K . Но стоит нам использовать собственную одновременность другой системы K' — и аналогичные реальные измерения дадут противоположный результат $d' > d$. СТО позволяет нам получить и результат $d' = d$ для реальных измерений длин этих отрезков, использующих собственную одновременность третьей системы K'' , относительно которой первые две движутся в противоположные стороны с одинаковой по абсолютной величине скоростью.

Та же самая ситуация возникает и при сопоставлении созданных самой природой эталонных длительностей. Невозможность непосредственного сравнения временных интервалов в определенных точках двух инерциальных систем K и K' делает допустимым различные соглашения о соотношении этих величин, находящиеся в строгом соответствии с выбранным критерием одновременности разноместных событий.

Не следует удивляться неоднозначности, даваемой теорией для таких соотношений: она лишь отражает действительно получаемые различные результаты измерений, если они непосредственно включают в себя условное соглашение об одновременности. Однозначное описание в теории получают только те экспериментальные факты, процедура получения которых не включала соглашения об одновременности**. Отмеченная нами зависимость формулировок релятивистских эффектов от использованных соглашений об одновременности, к сожалению, осталась не понята даже сторонниками конвенционального взгляда на одновременность. Грюнбаум, например, ошибочно усматривает принципиальное различие в постановке вопроса о сокращении отрезков по Лоренцу — Фицджеральду и по Эйнштейну [69, с. 496]. Согласно первым, движущийся отрезок сокращается по отношению к сопровождающей его системе, а у Эйнштейна длина отрезка сокращается только в том случае, если он движется относительно системы отсчета. На самом же деле никакого противоречия в этих формулировках нет. Здесь мы сталкиваемся лишь с использованием различных соглашений об одновременности. Конвенциональная сущность этого понятия не сво-

* Такая условно выбранная одновременность обеспечивает получение изотропного описания скоростей физических процессов только в данной системе K [60, с. 642].

** К такого рода фактам относится, например, результат сравнения эталонных длительностей в так называемом «парадоксе часов» [60, с. 646—648].

дится только к возможности выбора в каждой инерциальной системе своей определенной одновременности. И в одной и той же инерциальной системе можно выбрать различные схемы арифметизации координат и времени, отвечающие выбору соответствующих определений одновременности. Так, мы можем кроме системы координат $K' (x', y', z' \text{ и } t')$, движущейся относительно исходной системы $K (x, y, z \text{ и } t)$ со скоростью v вдоль оси x , рассмотреть и другую систему отсчета $K^* (x^*, y^*, z^* \text{ и } t^*)$, находящуюся в покое относительно K' , но отличающуюся от нее выбором системы метризации переменных x^* и t^* . В частности, мы можем, следуя Лармору и Лоренцу, выбрать для системы K^* те же масштабные единицы протяженности и длительности, что и в исходной системе K (для чего потребуется лишь определить в системах единую одновременность, так чтобы два события, одновременные в системе K , были одновременными и в системе K^*). Тогда, очевидно, переменные x^* , y^* , z^* и t^* будут связаны с координатами x, y, z и t преобразованиями Галилея, а релятивистские эффекты будут выражены в следующих преобразованиях, связывающих переменные системы K^* с переменными системы K' : $x' = x^* (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$; $y' = y^*$; $z' = z^*$ и $t' = t^* (1 - v^2/c^2)^{1/2} - (v/c^2)x^* (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$. Именно в такой форме эти преобразования были получены в работах Лармора и Лоренца. Для того чтобы перейти к обычной форме представления преобразований Лоренца, нужно, согласно преобразованиям Галилея, заменить x^* , y^* , z^* и t^* соответственно на $x - vt, y, z$ и t .

Итак, одному и тому же пространственному промежутку между двумя определенными точками в заданной инерциальной системе координат сопоставляются разные величины Δx^* или $\Delta x'$ в зависимости от принятой системы исчисления. Также и временной интервал между какими-либо событиями, происшедшими в одной и той же точке определенной инерциальной системы, может выражаться разными величинами Δt^* или $\Delta t'$ в соответствии с принятой системой исчисления. Не следует думать, что значение интервала $\Delta t'$ выделено как соответствующее ходу реальных часов, расположенных в той же точке. Ведь выбор единой шкалы циферблата для любых реальных часов всегда произволен. Время $t^* (x^*)$ может быть отсчитано по тем же «часовым механизмам», буквально по тем же стрелкам часов, что и время $t' (x')$, но с другой шкалой циферблата, отличающейся ценой деления и установкой нулевых значений для часов в разных точках оси x^* . Если определение цены деления и установка начальных показаний часов, соответствующих времени $t' (x')$, могут быть произведены путем их синхронизации световым сигналом в предположении одинаковой скорости распространения света вдоль и против направления оси x' , то для получения цены деления и начальных показаний часов, соответствующих времени $t^* (x^*)$, в той же процедуре синхронизации световым сигналом достаточно будет принять скорость света равной $c - v$ и $c + v$ для прямого и обратного направлений.

Нужно заметить, что и Эйнштейн в своей первой работе прибежал к лоренцевскому квазиклассическому подходу для описания процесса распространения света в движущейся системе координат. Так, он рассматривал прикрепленные к концам движущегося стержня часы A и B , показывающие время покоящейся системы, и утверждал, что по этим часам скорость света равна $c - v$ вдоль направления стержня и $c + v$ в противоположном направлении*, собственное же время для движущейся системы определял из условия получения для того же сигнала скорости, равной c . Таким образом, Эйнштейн рассматривал по-разному синхронизованные пары часов, покоящиеся в одной и той же инерциальной системе**.

Однако эта важная особенность построения теории не была повторена в следующих работах Эйнштейна по специальной теории относительности и не была развита и объяснена в работах других авторов. В многочисленных переложениях первой работы Эйнштейна обычно умалчивали об этой особенности его подхода, видимо, считая ее отступлением от последовательных релятивистских представлений. А автор работы по истории теории относительности Кесуани счел даже возможным по этому поводу упрекнуть Эйнштейна «в явном противоречии со своим собственным вторым постулатом»***.

Конечно, наиболее просто преобразования Лоренца получаются из инвариантности закона распространения света при непосредственном рассмотрении только двух равноправных систем отсчета K и K' . Однако предварительный этап описания кинематики физических процессов в движущейся системе отсчета в координатах x^* , y^* , z^* и t^* представляет необходимое условие установления физической сущности преобразований Лоренца. Прежде всего это позволяет уяснить, что переход к описанию в собственных координатах движущейся системы необходим вовсе не потому, что описание процессов в галилеевых координатах становится невозможным или менее точным. Мы лишь обнаруживаем такие всеобщие свойства физических процессов, которые делают их кинематическое описание в координатах x^* , y^* , z^* и t^* неэквивалентным описанию, принятому в исходной системе отсчета, и затем устанавливаем возможность перехода к эквивалентным, симметричным описаниям в обеих системах координат.

* См. стр. 101 наст. сб. — *Прим. ред.*

** Правда, автор считал, что одна из этих одновременностей признается только наблюдателем, находящимся в движущейся системе, а другая — только наблюдателем, находящимся в покоящейся системе. На самом же деле каждый из этих наблюдателей может принять и использовать для измерений и ту и другую одновременность. Кроме того, следует заметить, что результаты рассматриваемых в СТО сопоставлений могут зависеть только от условно выбранных систем метризации, а не от того, в какой из систем находится фиксирующий их наблюдатель. При этом возможность применения различных схем описания физических явлений не имеет отношения к философскому конвенционализму, отрицающему объективность научных теорий [70].

*** См. стр. 268 наст. сб. — *Прим. ред.*

Если скорость u^* распространения какого-либо процесса в движущейся системе в направлении оси x выражена в переменных x^* и t^* , то скорость w этого процесса относительно исходной системы будет равна простой сумме $v + u^*$. Эффекты же релятивистской кинематики будут выявлены при этом в соотношении

$$u^* = u' (1 - v^2/c^2)/(1 + vu'/c^2),$$

преобразующем скорость u' , измеренную в собственных пространственно-временных единицах системы K' , в величину u^* , отвечающую скорости распространения того же процесса и относительно той же инерциальной системы, но выраженной уже в собственных единицах системы K . Эта форма представления непосредственно отражает простейший смысл релятивистского сложения скоростей: обычное арифметическое сложение скоростей требует предварительного преобразования величины u' к пространственно-временным единицам, принятым в исходной системе K для измерения скорости w и v :

$$w = v + u^* = v + u' (1 - v^2/c^2)/(1 + vu'/c^2) = (v + u')/(1 + vu'/c^2).$$

Формула преобразования скоростей в одной и той же инерциальной системе

$$u^* = \frac{u' (1 - v^2/c^2)}{1 + vu'/c^2}$$

была в общем виде выведена в наших работах [66, 60] непосредственно из исходных постулатов теории до получения соотношений для пространственно-временных координат. И по-видимому, до настоящей статьи не отмечалось, что впервые это релятивистское преобразование скоростей было найдено и применено для объяснения результата опыта Физо в работе Лармора в 1900 г.*

Важно, что это преобразование, применимое для скорости любого физического процесса, позволяет рассмотреть в единых пространственно-временных масштабах совокупности эквивалентных физических процессов, происходящих в разных инерциальных системах. Такое рассмотрение непосредственно обнаруживает кинематическое подобие для этих двух совокупностей процессов, отвечающее принципу относительности релятивистской теории.

Принципу же относительности Галилея, распространенному на все физические явления, отвечала бы в этом рассмотрении полная тождественность кинематики физических процессов**. Установление

* См. стр. 61 наст. сб. — *Прим. ред.*

** Заметим, что только отсутствие кинематического анализа в работе Лоренца помешало ему увидеть полное совпадение созданного им теоретического построения с релятивистской теорией пространства и времени, а также убедиться в несостоятельности выдвинутого им объяснения релятивистских эффектов движением относительного эфира.

подобия, а не тождественности кинематики процессов, происходящих в двух движущихся относительно друг друга инерциальных системах, относится к самой сущности СТО, которая формулируется, в отличие от отдельных релятивистских эффектов, независимо от условных соглашений, относящихся к выбору пространственно-временной схемы описания физических явлений.

VI. ОБ ИСТОРИОГРАФИИ СОЗДАНИЯ СТО

История возникновения основных идей об электричестве и носителе электромагнитных явлений, гипотетической среде — эфире, включая выяснение невозможности наблюдения эффектов первого порядка, вызванных движением электродинамической системы относительно эфира, была подробно и весьма точно описана в вышедшем в 1910 г. первом томе замечательной книги известного английского ученого сэра Эдмунда Уиттекера «История теорий эфира и электричества» [71]. Приведенный автором детальный анализ теоретических идей и основных экспериментов делал его книгу ценным учебным пособием, отличающимся изложением материала в строгой исторической последовательности*.

К сожалению, задуманный автором второй том книги, в котором столь же полно должно быть описано возникновение теории относительности, не был закончен в течение нескольких десятилетий. Описание истории СТО долгое время ограничивалось краткими сведениями, приводимыми в введениях к монографиям и учебным курсам. Эти исторические введения не представляли собой специальных исследований, а отражали в основном работы, уже получившие явное признание и продолжение в последующих исследованиях.

Важным событием было появление в 1921 г. большой статьи Паули [64], написанной им для математической энциклопедии. История создания СТО, представленная в § 1 этой статьи всего на пяти страницах, до сих пор остается наиболее объективным и полным описанием. В статье Паули отмечались вклад Фогта [1], значение ранних работ Лоренца [3, 5] и гипотезы Лоренца — Фицджеральда о сокращении длин тел. В статье упоминалось также, что Лармором [4] были впервые получены соотношения, известные под названием преобразований Лоренца.

Заканчивая предысторию развития релятивистской теории ссылкой на работу [19], написанную Лоренцем в 1903 г. для математической энциклопедии, автор выделяет для дальнейшего рассмотрения три основные работы: «Мы подходим теперь к рассмотрению трех работ Лоренца [20], Пуанкаре [27, 28] и Эйнштейна [29], в которых были установлены положения и развиты соображения, образующие фундамент теории относительности»**.

* В известных лекциях по теории относительности [72] Мандельштам в изложении истории соответствующего периода строго следовал книге Э. Уиттекера.

** См. стр. 199 наст. сб. — *Прим. ред.*

Указав на формальные пробелы в работе Лоренца, которые были затем устранены в работе Пуанкаре, Паули особо отмечает статью Эйнштейна как работу, в которой было дано «прежде всего изложение совершенно нового и глубокого понимания всей проблемы»*. В следующих параграфах монографии дается детальное изложение этого понимания теории, в котором центральное место отводится формулировке принципа относительности, распространенного на электромагнитные явления, и объяснению относительности одновременности при рассмотрении синхронизации часов световым сигналом. Но мы теперь знаем, что именно эти важные для понимания теории вопросы были впервые рассмотрены в предшествующих работах Пуанкаре.

Таким образом, данное Паули изложение истории создания СТО было не полно только в отношении установления связи с ранними работами Пуанкаре и заслуживающих более детального рассмотрения результатов, полученных Лармором. Вместе с тем это историческое введение вносило в научную литературу значительное уточнение подлинной картины создания СТО. Казалось бы, оно должно было быть взято за основу во всех последующих изложениях и исторических изысканиях. Но этого не случилось, несмотря на то что в целом замечательная монография Паули получила широкое признание в качестве одного из лучших изложений теории относительности. Большинство авторов книг и очерков по теории относительности по-прежнему придерживалось первоначально возникшей версии о создании СТО, игнорируя приведенные Паули исторические факты и соображения о трех создателях этой фундаментальной теории.

Большое значение для историографии СТО имело издание в 1935 г. на русском языке сборника работ классиков релятивизма. В отличие от немецкого сборника это издание включало основную работу Пуанкаре «О динамике электрона» [27, 28]. В послесловии редакторов сборника В. К. Фредерикса и Д. Д. Иваненко было подчеркнуто, что эта статья Пуанкаре «содержит в себе не только параллельную ей работу Эйнштейна, но в некоторых своих частях и значительно более позднюю — почти на три года — статью Минковско-го, а отчасти даже превосходит последнюю»**, а факт забвения этой фундаментальной работы был охарактеризован как не имеющей аналогов в современной физике.

Но и эта высокая оценка работы Пуанкаре оказала лишь незначительное влияние на последующие публикации по вопросам истории СТО. Явная необъективность отношения некоторых авторов проявилась в выработке ими различных путей обхода фундаментальной работы Пуанкаре. Так, Франкфурт в своих «Очерках по истории СТО» [73] поместил повествование об этой завершающей работе в раздел, посвященный изложению идей, предшествующих СТО.

* См. стр. 201 наст. сб. — *Прим. ред.*

** См. стр. 202 наст. сб. — *Прим. ред.*

В этом разделе уместно было бы разобрать ранние работы Пуанкаре, в которых были сформулированы исходные положения СТО. Но эти идеи, опубликованные в широко известных книгах Пуанкаре [16, 74], упорно замалчивались или вспоминались только в связи с критическими замечаниями, основанными на непонимании важнейших аспектов теории. Так, Франкфурт, ни одним словом не отметив значение работы Пуанкаре, подвергнувшей впервые пересмотру понятие одновременности разноместных событий, в то же время упоминает о конвенционалистской точке зрения Пуанкаре на одновременность в связи с ее будто бы философской несостоятельностью и отказом от нее подавляющего большинства физиков. (См. стр. 90 работы [73]). На самом же деле этот пример наглядно доказывает, что искажение истории создания СТО, замалчивание работ, требующих тщательного изучения, ведет к абсолютизации ограниченных концепций, к реальным потерям в развитии более глубокого понимания теории.

Б. Г. Кузнецов иным способом попытался внести сомнение в высокую оценку фундаментальной работы Пуанкаре [27, 28], отметив в качестве недостатка совершенно правильное мнение Пуанкаре о возможности использования для точного описания физических явлений различных метрических преобразований, составляющих математическую группу. «Постулат относительности» Пуанкаре — писал Б. Г. Кузнецов — не противоречит принципу относительности Галилея — Ньютона, и преобразования Лоренца не противоречат преобразованиям Галилея. У Пуанкаре нет убеждения в том, что в общем случае преобразования Лоренца являются более точным представлением движения, чем преобразования Галилея. Раз так, то вся гениально стройная теория инвариантов лоренцевых преобразований остается формальной» [38, с. 285]. На самом же деле, как было строго доказано в работах [66, 67], действительно возможно точное описание всей совокупности наблюдаемых релятивистских эффектов на основе использования преобразования Галилея. Преобразования же Лоренца отличаются лишь более полным представлением всеобщих свойств движения, иначе гозоря, они включают в себя те новые метрические свойства, которые при использовании преобразования Галилея приходилось учитывать отдельно в уравнениях движения и соответствующих им кинематических соотношениях. Но в необходимости перехода к преобразованиям Лоренца в этом смысле Пуанкаре не только не сомневался, но и первым сформулировал обязательное требование пересмотра, казалось бы, незыблемого закона тяготения для придания ему инвариантной формы относительно группы Лоренца.

Среди многих курсов по истории физики особое место занимает «История физики», написанная в 1947 г. авторитетным физиком М. Лауэ, одним из первых выступившим в поддержку теории относительности. Казалось бы, за прошедшие десятилетия автор должен был убедиться в необходимости значительного расширения данного им в первой монографии [51] описания истории создания СТО.

Но к сожалению, и в этой книге Лауэ ограничился весьма кратким описанием событий, относящихся к созданию СТО. В частности, на этот раз он вообще не упомянул фундаментальную работу Пуанкаре «О динамике электрона» [19, 20]; не сообщил он и каких-либо новых сведений о предыстории создания СТО.

Совершенно новое слово в историографию СТО было внесено появлением в 1954 г. второго тома «Истории теорий эфира и электричества» [39] Уиттекера. Впервые при обсуждении истории создания СТО было обращено внимание на то, что принцип относительности был выдвинут в ранних работах Пуанкаре. Уиттекер цитирует лекцию Пуанкаре 1899 г. в Сорбонне [15], в которой был сделан вывод о невозможности наблюдения абсолютного движения оптическими и электромагнитными методами, и его доклад на Международном физическом конгрессе в 1900 г. в Париже [13], в котором автор высказал свои сомнения в существовании эфира и уверенность в возможности общего объяснения строгого отсутствия эффектов любых высоких порядков относительно *v/c*. Затем Уиттекер отмечает, что в 1904 г. в докладе в Сент-Луисе [18] Пуанкаре «дал обобщенное толкование высказанному им раньше принципу, назвав его *принципом относительности*»*, и высказал мысль, что этот принцип требует создания новой механики, в которой скорость света является предельной.

После обзора Паули 1921 г. [64] книга Уиттекера 1954 г. явилась, пожалуй, единственным новым словом в освещении предыстории создания СТО. И если рассматривать историю науки в качестве научной дисциплины, то следует признать, что работа Уиттекера содержала достоверные научные открытия, которые невозможно было игнорировать в дальнейших научно-исторических исследованиях. Вызывает только удивление, что эти открытия сделаны так поздно. Ведь речь идет не об архивных находках произведений никому не известных авторов, а об опубликованных и в свое время хорошо известных работах выдающегося французского физика и математика**. Как могло случиться, что после признания теории относительности в качестве фундаментальной физической теории пространства и времени историки не разобрались во всех этапах формирования ее идей? На этот вопрос вряд ли можно найти ответ, если рассматривать процесс научного познания без учета затрагиваемых им общественных проблем.

Необъективность позиции некоторых историков в освещении возникновения СТО весьма ярко проявилась в их отношении к новым

* См. стр. 209 наст. сб. — *Прим. ред.*

** Заметим, что и научно-исторические открытия Уиттекера далеко не полно представляли вклад Пуанкаре в исходные идеи СТО. В действительности принцип относительности был сформулирован Пуанкаре еще раньше в работе 1895 г. [8]. Не отразил Уиттекер и вклад Пуанкаре в выяснение понятия одновременности, а также в физическую интерпретацию местного времени на основе синхронизации часов световым сигналом. Осталось неотмеченным, что новые идеи были изложены Пуанкаре также в его популярной книге 1902 г. «Наука и гипотеза».

историческим данным, представленным в книге Уиттекера. Можно не соглашаться с выводами автора книги, тем более что они действительно весьма спорны, но нельзя в дальнейших исторических исследованиях игнорировать приведенные в книге сведения о непростительном забытых важнейших результатах, полученных Пуанкаре. Однако в целом ряде работ по истории СТО, опубликованных после 1954 г., по-прежнему не отмечался сам факт выдвигания принципа относительности для электромагнитных явлений в ранних работах Пуанкаре. Это замечание в полной мере относится к уже цитированным нами книге Франкфурта 1961 г. [73] и статье Кузнецова 1959 г. [38], а также в еще большей степени к последующим выступлениям этих авторов [75, 76].

Весьма показательна в этом отношении реакция на книгу Уиттекера известного американского историка Холтона. В своем выступлении 1959 г. [77] он достаточно подробно обсудил соответствующую главу книги Уиттекера*. Холтон совершенно правильно выступил против основного вывода Уиттекера о том, что статья Эйнштейна представляла собой лишь некоторое расширение теории относительности Пуанкаре и Лоренца. Однако свое мнение Холтон обосновывал также и несправедливым обвинением автора в тенденциозном представлении фактов. В качестве конкретного примера, доказывающего предвзятость автора, он указал на будто бы допущенную в книге ошибку в датировании публикации работы Лоренца, удваивающую интервал между работами Лоренца и Эйнштейна.

По поводу этого заявления можно сделать следующие два замечания. Во-первых, книга Уиттекера не содержала никакой новой информации о работе Лоренца по сравнению, например, с историческим обзором Паули**. И, как было показано в настоящей статье, к правильной оценке некоторых важнейших аспектов основной работы Лоренца приводит только дальнейшее развитие интерпретации СТО. Новые же сведения, содержащиеся в книге Уиттекера, в основном относятся к установлению фундаментального открытия принципа относительности в ранних работах Пуанкаре, опережающих на несколько лет работу Эйнштейна 1905 г. Поэтому искажение даты работы Лоренца (1903 г. вместо 1904 г.) фактически не дало бы никакой дополнительной аргумента для обоснования необычного вывода Уиттекера.

Во-вторых, имеются серьезные сомнения в справедливости утверждения Холтона о допущенном искажении даты опубликования работы Лоренца. Всегда точный в своих обширных литературных ссылках и на этот раз Уиттекер приводит правильную ссылку на работу [20], указывая дополнительно в примечании, что «в апреле 1904 г. Лоренц высказал тот же самый принцип»***. Но этот факт

* См. стр. 240 наст. сб. — *Прим. ред.*

** Чего, однако, нельзя сказать о выступлении Холтона, поскольку его основанное на недоразумении утверждение, что «теория Лоренца 1904 г. относится лишь к малым значениям v/c » (см. стр. 243 наст. сб.), не имело аналога в предшествующей литературе.

*** См. стр. 208 наст. сб. — *Прим. ред.*

точного цитирования работы Лоренца не отмечает в своих замечаниях Холтон. Он ограничивается обсуждением той части главы, где в самом тексте приводится скорее всего дата получения Лоренцем новых результатов*. Основанием для приведения 1903 г. в качестве года получения результатов может служить, например, цитируемая Паули статья Лоренца для математической энциклопедии [19], скончание которой датировано декабрем 1903 г. В заключительной главе этой статьи (§ 64) Лоренц сообщает о найденном им новом обосновании появления эффектов второго порядка относительно u/c в сокращении длин твердых тел с учетом молекулярного движения. Подчеркивая справедливость замечания Пуанкаре о необходимости решения проблемы с помощью единого основного предположения, Лоренц отмечает далее, что затронутые вопросы будут подробнее рассмотрены в его статье в Трудах Амстердамской академии (том 12, 1904 г.). Отсюда ясно, что в декабре 1903 г. он уже работал над изложением полученных им новых результатов.

Таким образом, не автор книги, а Холтон в своих замечаниях проявил явную предвзятость, умолчав о приведенной точной ссылке на работу Лоренца 1904 г. и выдав слова о дате получения результатов за дату их опубликования.

Нет никаких оснований отвергать значение приведенных Уиттекером сведений о ранних работах Пуанкаре. Напротив, как было показано в нашем докладе [78] и в настоящей статье, вклад Пуанкаре в исходные принципы и идеи СТО в действительности существенно больше, чем был представлен в книге Уиттекера. Но все это не дает никаких оснований исключать Эйнштейна из числа основных создателей СТО. Явная предвзятость позиции Уиттекера проявилась вовсе не в тенденциозном представлении исторических фактов, а в его окончательных выводах. Уиттекер назвал соответствующую главу своей книги «Теорией относительности Пуанкаре и Лоренца». Таким образом, ранее допущенную необъективность в описании истории создания СТО автор попытался компенсировать другой несправедливостью — недооценкой роли работы Эйнштейна. Во всяком случае, неубедительность основного вывода Уиттекера очевидна, и мы не будем повторять приведенные уже нами в третьей главе аргументы.

С другой стороны, позднее Холтон продемонстрировал явную необъективность как историк пренебрежительным отношением к вновь установленным историческим фактам. В его докладе на XIII Международном конгрессе по истории науки (1971 г.) большое место было отведено исследованию проблемы, названной им происхождением теории относительности. На самом же деле это было исследование лишь творчества Эйнштейна, связанного с созданием им СТО. Но даже для этой более узко сформулированной нами темы исследования Холтон допускает ничем не оправданное ограничение, изучая только научную переписку из архива Эйнштейна, храняще-

* См. стр. 209 наст. сб. — *Прим. ред.*

гося в Принстоне. Поставив перед собой задачу выяснить, каким образом Эйнштейн пришел к формулировке принципов, положенных в основу СТО, и не найдя в архиве сведений о размышлениях Эйнштейна на эту тему непосредственно перед написанием им фундаментальной работы по СТО, автор тем не менее не обращается к рассмотрению соответствующих научных публикаций того времени. Казалось бы, историку науки должно быть известно, что невозможно изучать творческую деятельность ученого изолированно от состояния научных идей его времени. Холтон же допускает эту очевидную ошибку и одновременно демонстрирует полное игнорирование исторических фактов, известных ему из книги Уиттекера. Странно выглядят попытки автора найти в архивах ответ на вопрос о происхождении идей, которые были уже известны из лекций, статей и книг. Не найдя ответа на поставленный вопрос о происхождении принципов, положенных Эйнштейном в основу СТО, и желая, видимо, навеки утвердить этот пробел в истории создания СТО, Холтон ссылается на два источника, в которых приводятся сведения от самого Эйнштейна о том, что в начальный период перед написанием статьи он мыслил зрительными и мускульными элементами, минуя обычную языковую форму (см. доклад [79], с. 39). В таком случае было бы бесполезно пытаться словесно описать этот период творчества, если, конечно, не обратиться к факту знакомства Эйнштейна с принципом относительности, изложенным в обычной словесной форме в книге Пуанкаре [16].

Конечно, интуитивное мышление занимает большое место в работе каждого ученого. Но это обстоятельство вовсе не освобождает историка науки от исследования объективных источников информации, которыми пользовался тот или иной ученый. При всей обособленности стиля работы Эйнштейна нужно признать, что в 1905 г. 26-летний ученый был хорошо информирован о состоянии основных проблем физики, поскольку в том же году им были написаны три выдающиеся работы по самым актуальным тогда проблемам физики.

Игнорирование факта знакомства Эйнштейна с принципом относительности, выдвинутым Пуанкаре, послужило Холтону также поводом для постановки еще одной надуманной проблемы. В работе [80] он поставил под сомнение широко распространенное мнение о решающем значении опыта Майкельсона на том основании, что Эйнштейн в своей первой работе никак специально не выделил этот опыт и, по-видимому, не обратил на него тогда особого внимания. Необоснованность подобных сомнений станет очевидной, если мы учтем, во-первых, что Пуанкаре, выдвигая впервые принцип относительности, непосредственно исходил из опыта Майкельсона и, во-вторых, что создатели СТО — Лармор, Лоренц и Пуанкаре — в своих работах ставили и решали в первую очередь задачу объяснения отрицательного результата опыта Майкельсона. Эйнштейн же, приняв уже детально обоснованный Пуанкаре принцип относительности, ограничился общей констатацией того, что «в элект-

родинамике никакие свойства явлений не соответствуют понятию абсолютного покоя*. В последующих же более подробных изложениях СТО Эйнштейн всегда ссылался на результат опыта Майкельсона — Морли.

Совершенно другого рода пример необъективного отношения к историческому материалу, обсуждавшемуся в книге Уиттекера, представляют собой работы американского историка Гольдберга. В отличие от Холтона он не только не игнорирует установленные Уиттекером факты, а, напротив, пополняет их новыми сведениями о достижениях ученых в период, предшествующий созданию СТО. Однако вопреки здравому смыслу Гольдберг не усматривает прямой связи этих результатов с исходными идеями СТО. Так, в работе [81] он делает абсурдный вывод о том, что «теорию Лоренца нельзя рассматривать ни как предшественницу теории Эйнштейна, ни как ее предвестницу», хотя приведенный им в статье материал не только опровергает этот вывод, но и доказывает приоритет Лоренца в создании физической теории, строго удовлетворяющей принципу относительности.

В другой своей работе [82] Гольдберг отмечает, что Пуанкаре еще в 1895 г. обсуждал принцип относительности, затем ставил вопрос об одновременности разноместных событий и рассматривал синхронизацию часов световым сигналом. И тем не менее автор отрицает, что именно эти положения были использованы Эйнштейном в качестве исходных при построении СТО. В рассуждениях же Пуанкаре об одновременности Гольдберг усматривает внутреннее противоречие, поскольку он, отрицая возможность экспериментального подтверждения принятого постулата о равенстве скоростей распространения света для различных направлений, в то же время признает возможность его опровержения на основе эксперимента. На самом же деле никакого противоречия в утверждении Пуанкаре нет. Сама возможность принятия этого постулата для различных систем отсчета действительно зависит от такого свойства реального мира, как отсутствие мгновенной передачи действия. Весьма странную позицию при обсуждении поднятых Уиттекером вопросов заняла и французская ученая М. А. Тоннела [62, стр. 115 — 136]. Свое несогласие с явной недооценкой Уиттекером значения работы Эйнштейна она также предпочла строить на уходе от признания влияния идей более ранних работ Пуанкаре.

Дальнейшему выяснению вопросов, поднятых в книге Уиттекера, были посвящены работы Кесуани [32]. Автор существенно дополняет предысторию СТО, указывая на ряд важных результатов, полученных в ранних работах Пуанкаре. Здесь мы обратим внимание лишь на некоторые недостатки этого обширного исследования.

Прежде всего нельзя согласиться с даваемой автором общей оценкой доклада Пуанкаре на Конгрессе искусства и науки в Сент-Луисе как научно-популярной лекции, включающей философские размышления о проблемах физики. В действительности доклад

* См. стр. 97 наст. сб. — *Прим. ред.*

Пуанкаре содержал единственное для того времени научное обозрение основных трудностей, приведших к кризису классической физики, и возможных путей коренного преобразования теоретической физики. Разъяснив фундаментальное значение общих принципов в принятой схеме теоретических описаний физических явлений, Пуанкаре, далее, говорит о возникших в связи с открытиями физики конца XIX в. сомнениях в справедливости основных принципов. При этом Пуанкаре ясно выражает свое мнение о преждевременности и необоснованности таких сомнений. Экспериментальные открытия броуновского движения, радиоактивного излучения, дискретного спектра излучения атома и безуспешные попытки наблюдения абсолютного движения требовали, по мнению Пуанкаре, создания совершенно новых физических теорий. Однако Пуанкаре выражает уверенность, что предстоящее преобразование теоретической физики не нарушит таких основных принципов, как закон сохранения энергии, второе начало термодинамики, равенство действия противодействию, принцип относительности и принцип наименьшего действия. Нельзя не удивляться этой глубокой проницательностью французского ученого, проявленной в период сомнений в самых основных физических принципах. Действительно, прошедшее в физике революционное преобразование основных представлений не затронуло ни одного из тех принципов, которые отстаивались Пуанкаре вопреки появившимся тогда мнениям о их нарушении.

Кроме этих правильных общих установок, Пуанкаре в своем докладе намечал и конкретную программу преодоления возникших трудностей, гениально обрисовав контуры будущих принципиально новых физических теорий. Так, в докладе были сформулированы основные черты новой релятивистской механики и высказана уверенность в том, что в регулярных закономерностях спектральных линий излучения атомов скрыта «одна из наиболее важных тайн природы»*. При этом Пуанкаре предсказывает возможность выхода на первый план будущей теории закона случая. «Физический закон, — писал он, — приобретет тогда совершенно новый аспект; это уже не будет только дифференциальное уравнение, он примет характер статистического закона»**.

В своем докладе Пуанкаре, говоря о явно не разделяемых им сомнениях в справедливости основных физических принципов, выделяя в этом отношении только принцип наименьшего действия, о нарушении которого тогда не было речи. Слова, относящиеся к констатации факта появления сомнений в принципе относительности, Кесуани приводит как доказательство неуверенности самого Пуанкаре в справедливости этого принципа, грубо искажая тем самым явно выраженную в докладе точку зрения. На самом же деле Пуанкаре говорит о необоснованности этих сомнений в принципе относительности, стмечая их необычное происхождение. Если предполо-

* См. стр. 42 наст. сб. — *Прим. ред.*

** См. стр. 43 наст. сб. — *Прим. ред.*

жения о нарушении других обобщавшихся в докладе Пуанкаре основных принципов появились в результате экспериментальных открытий в новых областях физических исследований, то принцип относительности был принесен в жертву самими теоретиками в угоду, казалось бы, очевидным ожиданиям появления эффектов, обусловленных «эфирным ветром». Эксперимент же, как отмечал Пуанкаре, напротив, упорно противоречит отказу от этого принципа. «Дело не только в спасении принципа, — писал Пуанкаре, — но и в неоспоримых результатах экспериментов Майкельсона»*.

Лишь по поводу применения принципа относительности к ускоренным системам координат Пуанкаре испытывал определенные сомнения. Но это, как правильно отмечает Кесуани, были вполне оправданные сомнения, происходящие от полноты знания и глубины мышления ученого.

В своей статье Кесуани обсуждает вопрос о двух частицах, движущихся от наблюдателя в противоположные стороны со скоростью $0,75 c$. Можно ли утверждать, что при этом частицы разлетаются со скоростью $1,5 c$, и какой смысл имеет эта величина? Автор считает, что эта величина возникает «в алгебраическом расчете, а не как результат возможных физических измерений»**. На самом же деле, как было объяснено в нашей работе [60], физические измерения могут быть осуществлены и в полном соответствии с данным алгебраическим расчетом; это есть лишь вопрос соглашения о выборе в данной системе отсчета одновременности событий и соответствующих пространственно-временных масштабов. Ту же ошибку допустили и авторы замечаний [83], утверждая, что выбранное в данном случае для расчета скорости время не соответствует времени, измеряемому часами.

Содержащуюся в статье Эйнштейна [29] фразу о электродинамической основе лоренцевской теории Кесуани интерпретирует как доказательство того, что Эйнштейну была известна работа Лоренца 1904 года. С этим выводом, однако, никак нельзя согласиться. Казалось бы, ясно, что здесь вовсе не имеется в виду теория Лоренца, строго удовлетворяющая принципу относительности, а лишь основа развитой им в книге 1895 г. [8] теории, приводимой в согласие с принципом относительности только на основании полученных новых кинематических принципов СТО.

В заключение отметим, что сделанное Уиттекером дополнение к истории формирования идей СТО, касающееся ранних работ Пуанкаре, нашло отражение также в курсе «Истории физики» Б. И. Спаского [84] и в книге А. Т. Григоряна, А. Н. Вяльцева «Генрих Герц» [85]. Хотелось бы надеяться, что и другие авторы в дальнейшем при описании истории создания СТО будут более полно представлять начальный этап возникновения исходных идей теории.

* См. стр. 37 наст. сб. — *Прим. ред.*

** См. стр. 251 наст. сб. — *Прим. ред.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Voigt W. Gött. Nachr., 1887, s. 41.
2. Lorentz H. A. Arch. Neerl., 1892, b. 25, s. 363.
3. Lorentz H. A. Versuch einer Theorie der electrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern, Leiden, 1895.
4. Larmor J. J. Aether and matter. Cambridge, 1900, p. 167—177. (См. стр. 48 наст. сб.).
5. Lorentz H. A. Zittingsverlagen der Akad., v. Wet te Amsterdam, 1892, b.1, s. 74.
6. Lodge O. London Phil. Trans. 1893, v. 184A, p. 727.
7. Дайсон Фр. Дж. Новаторство в физике. — В сб.: Элементарные частицы. М., Физматгиз, 1963, вып. 2, с. 103.
8. Poincaré H. L'Eclairage électrique, 1895, t. 3, p. 5—13, 285—295; t. 5, 5—14, 385—392.
9. Мах Э. Механика, изд. 6-е. С-П., 1909.
10. Черепанов В. К вопросу об опытном подтверждении релятивистской формулы сложения скоростей. Физ.-мат. бюл., 1950, вып. 1, с. 17.
11. Бонч-Бруевич А. М. «Докл. АН СССР», 1956, т. 109, № 3, с. 481.
12. Френкель Я. И. На заре новой физики. Л., «Наука», 1970, с. 136—146.
13. Poincaré H. Rapports du Congres de Physique, Paris, 1900, t. 1, p. 22—23.
14. Poincaré H. Rev. Metaphys. Morales. 1898, t. 6, p. 1—13. (См. стр. 12 наст. сб.).
15. Poincaré H. Electricite et Optique, Paris, G. Carre et C. Naud, 1901, p. 535—536.
16. Пуанкаре А. Наука и гипотеза. Пер. с франц. М., 1903 и 1904.
17. Poincaré H. Archives Neerland, 1900, v. V, p. 252.
18. Poincaré H. The Monist of January 1905, v. 15, p. 1—24. (Оригинал на французском языке в Bull. des. Sci. Math. 1904, ser. 2, v. 28, p. 302) (См. стр. 27 наст. сб.).
19. Lorentz H. A. Weiterbildung der Maxwell'schen Theorie. Elektronentheorie. Mathematische Encyclopädie, b. 14, s. 277—280.
20. Lorentz H. A. Proc. Acad. Sci.-Amster., 1904, v. 6, p. 809. (См. стр. 67 наст. сб.). Versl. akad. wet. Amster. 1904, v. 12, s. 986.
21. Holton G. Amer. J. Phys. 1960, v. 28, p. 627.
22. Принцип относительности. Сборник работ классиков релятивизма (Г. А. Лоренц, А. Пуанкаре, А. Эйнштейн, Г. Минковский). Ред. и примеч. В. К. Фредерикса и Д. Д. Иваненко. М.—Л., 1935.
23. Кузнецов И. В. Сб. статей: Философские вопросы современной физики. М., Изд-во АН СССР, 1952, с. 48—59.
24. Штейнман Р. Я. Сб. статей: Философские вопросы современной физики. М., Изд-во АН СССР, 1952.
25. Яноши Л. УФН, 1957, т. 62, с. 149.
26. Яноши Л. «Вопросы философии», 1961, № 8, с. 101.
27. Poincaré H. Comptes Rendus. Acad. Sci., 1905, t. 140, p. 1504. (См. стр. 90 наст. сб.).
28. Poincaré H. Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo 1906, t. XXI, p. 129. (См. стр. 118 наст. сб.).
29. Einstein A. Ann. d. Phys., 1905, b. 17, s. 891. (См. стр. 97 наст. сб.).
30. Abraham M. Ann. d. Phys., 1903, b. 10, s. 105.
31. Зелиг К. Альберт Эйнштейн. Пер. с нем. М., Атомиздат, 1964.
32. Keswani G. H. Brit. J. Phil. Sci., 1965, v. 15, p. 286; v. 16, p. 19. (См. стр. 244 наст. сб.).
33. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. М., «Наука», 1965, т. I.
34. Einstein A. Ann. d. Phys., 1905, b. 18, s. 639. (См. стр. 161 наст. сб.).
35. Hasenöhrl F. Ann. d. Phys., 1904, b. 15, s. 344.
36. Hasenöhrl F. Ann. d. Phys., 1905, b. 16, s. 589.
37. Einstein A. Ann. d. Phys., 1906, b. 20, s. 627. (См. стр. 39 в Собр. научн. трудов [33]).

38. Кузнецов Б. Р. Основные идеи СТО. — В сб.: Очерки развития основных физических идей. М., 1959, с. 263.
39. Whittaker E. A History of the Theories of Aether and Electricity, v. 2. The Modern Theories 1900—1926, N. Y., 1954, стр. 27. (См. стр. 205 наст. сб.)
40. Langevin P. Comptes Rendus Acad. Sci., 1905, v. 140, p. 1171 (1905); Избр. труды. М., Изд-во АН СССР, 1960, с. 448.
41. Planck M. Verhandl. Deutsch. Phys. Ges., 1906, t. 4, p. 136. (См. стр. 163 наст. сб.)
42. Minkowski H. Das Relativitätsprinzip (доклад Математическому обществу в Геттингене 5 ноября 1907 г.) Ann. d. Phys., 1915, b. 47, s. 927.
43. Minkowski H. Gött. Nachr., 1908, s. 53; Math. Ann., 1910, v. 68, p. 472.
44. Minkowski H. Phys. Zs., 1909, v. 10, p. 104 (См. стр. 167 наст. сб.)
45. Борн М. Физика в жизни моего поколения. М., ИИЛ, 1963.
46. Laue M. Ann. d. Phys. 1907, b. 23, с. 989.
47. Langevin P. Scientia 1911, t. 10, p. 31; Bull. Soc. fr. Philosophie, 1911, t.10; Избр. труды, М., Изд-во АН СССР, 1960, с. 451 и 476.
48. Laue M. Phys. Zs., 1912, b. 13, s. 118.
49. Ehrenfest P. Ann. d. Phys., 1907, b. 23, s. 204.
50. Varicak V. Phys. Zs., 1910, v. 11, p. 93, 287, 586.
51. Laue M. Das Relativitätsprinzip, Braunschweig, 1911.
52. Sommerfeld A. Ann. d. Phys., 1910, b. 32, s. 749; 1910, b. 33, s. 649.
53. Клайн Б. В поисках. Физики и квантовая теория. Пер с англ. М., Атомиздат, 1971.
54. Einstein A. Ann. d. Phys., 1905, b. 17, s. 132; Собр. научн. трудов, 1966, т. 3, с. 92, М., «Наука».
55. Компанец А. С. УФН, 1972, т. 107, с. 174.
56. Einstein A. Jahrb. d. Radioaktivität u. Elektronik, 1907, v. 4, p. 411. (См. Собр. научн. трудов [33], с. 65).
57. Эйнштейн А. Собр. научн. трудов. Пер. с нем. М., «Наука», 1967, т. 4.
58. Пуанкаре А. Новая механика. Эволюция законов. Пер. с франц. М., 1913.
59. Пуанкаре А. Последние мысли. Пер. с франц. 1923.
60. Тяпкин А. А. УФН, 1972, т. 106, с. 617.
61. Ruderfer M. Phys. Rev. Lett., 1960, v. 5, p. 191. Champeney D. C., Muoer P. B. Proc. Phys. Soc. 1961, v. 77, p. 350. Пер. в сб.: Эффект Мёссбауэра. М., 1962, с. 436; Möller C. Proc. Roy. Soc., 1962, A270. No. 1342, p. 306. Cialdea R. Lett. al Nuovo cimento, 1972, v. 4, p. 821.
62. Басов Н. Г. и др. УФН, 1961, т. 75, с. 3; Страховский Г. М., Успенский А. В. УФН, 1965, т. 86, с. 421.
63. Tonnellat M. A. Histoire du Principe de Relativité. Paris, Flammarion 1971, p. 138.
64. Королев Ф. А. УФН, 1949, т. 37, с. 388; К обсуждению книги С. Э. Хайкина «Механика» (от редакции). УФН, 1950, т. 40, с. 476; Решение Ученого совета ФИАН. УФН, 1953, т. 51, с. 133.
65. Паули В. Теория относительности. Пер. с нем. М.—Л., Гостехиздат, 1947.
66. Schwartz H. M. Amer. J. Phys., 1971, v. 39, p. 1269.
67. Тяпкин А. А. Выражение общих свойств физических процессов в релятивистской метрике пространства и времени. Препринт ОИЯИ Р-766, Дубна, 1961.
68. Gomboroff L. et al. Amer. J. Phys., 1969, v. 37, p. 1040.
69. Эйнштейн А. УФН, 1956, т. 59, с. 92.
70. Грюнбаум А. Философские проблемы пространства и времени. Пер с англ. М., «Прогресс», 1969.
71. Тяпкин А. А. Вопросы философии, 1970, № 7, с. 64.
72. Whittaker E. A History of the Theories of Aether and Electricity, Dublin, 1910, v. 1.
73. Мандельштам Л. И. Полное собрание трудов, т. V, М., Изд-во АН СССР, 1950; Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М., «Наука», 1972.
74. Франкфурт У. И. Очерки по истории специальной теории относительности. М., Изд-во АН СССР, 1961.

74. Пуанкаре А. Ценность науки Пер. с франц М., 1906; *La Valeur de la Science*. Paris, 1905
75. Франкфурт У. И. Специальная и общая теория относительности М., «Наука», 1968.
76. Кузнецов Б. Г. Мировоззрение Эйнштейна и теория относительности. М., «Знание», 1964; Этюды об Эйнштейне. М., «Наука», 1965.
77. Holton G. Amer. J. Phys., 1960, v. 28, p. 627. (См. стр. 240 наст. сб.)
78. Тяпкин А. А. К истории СТО, XIII Международный конгресс по истории науки, сек. 6а (тезисы докладов) М., «Наука», 1971, с. 138.
79. Холтон Г. Новый подход к историческому анализу современной физики, XIII Международный конгресс по истории науки. Пер. с англ. М., «Наука», 1971.
80. Холтон Г. УФН, 1971, т. 104, с. 297.
81. Goldberg S. Amer. J. Phys., 1969, v. 37, p. 982; УФН, 1970, т. 102, с. 261.
82. Goldberg S. Amer. J. Phys., 1967, v. 35, p. 934.
83. Каломцев Б. Б. и др. УФН, 1972, т. 106, с. 660.
84. Спасский Б. И. История физики. М., Изд-во МГУ, 1964, ч. 2, с. 160.
85. Григорян А. Т., Вяльцев А. Н. «Генрих Герц» М., «Наука», 1971 с. 269, 270.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
Часть первая	
Возникновение концепции относительности	5
<i>А. Пуанкаре</i> К теории Лармора	7
<i>Г. А. Лоренц</i> Интерференционный опыт Майкельсона	8
<i>А. Пуанкаре</i> Измерение времени	12
<i>А. Пуанкаре</i> Оптические явления в движущихся телах	21
<i>А. Пуанкаре</i> О принципе относительности пространства и движения	22
<i>А. Пуанкаре</i> Настоящее и будущее математической физики	27
Часть вторая	
Построение специальной теории относительности	45
<i>Дж. Лармор</i> Эфир и материя	48
<i>Г. А. Лоренц</i> Электромагнитные явления в системе, движущейся с любой скоростью, меньшей скорости света	67
<i>А. Пуанкаре</i> О динамике электрона	90
<i>А. Эйнштейн</i> К электродинамике движущегося тела	97
<i>А. Пуанкаре</i> О динамике электрона	118
<i>А. Эйнштейн</i> Зависит ли инерция тела от содержащейся в нем энергии?	161

	Стр
<i>М. Планк</i>	
Принцип относительности и основные уравнения механики	163
✓ <i>Г. Минковский</i>	
Пространство и время	167
Примечания <i>А. Зоммерфельда</i>	180
Часть третья	
К истории создания специальной теории относительности	
✓ <i>А. Эйнштейн</i>	
О принципе относительности и его следствиях	185
<i>Г. Минковский</i>	
Теория Лоренца: теорема, постулат, принцип относительности	187
<i>Г. А. Лоренц</i>	
Две статьи Анри Пуанкаре о математической физике	189
<i>Г. А. Лоренц</i>	
О принципе относительности	196
<i>В. Паули</i>	
Исторический обзор (Лоренц, Пуанкаре, Эйнштейн)	198
<i>В. К. Фредерикс, Д. Д. Иваненко</i>	
О статьях А. Пуанкаре, А. Эйнштейна Г. Минковского	201
<i>Эд. Уиттекер</i>	
Теория относительности Пуанкаре и Лоренца	205
<i>М. Борн</i>	
Физика и относительность	232
<i>Д. Холтон</i>	
Уиттекер о происхождении работы Эйнштейна	240
<i>Дж. Кесуани</i>	
Возникновение теории относительности	244
<i>А. А. Тяпкии</i>	
Об истории формирования идей специальной теории относительности	271

ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Сборник работ по специальной теории относительности

Редактор **Г. П. Паршина**

Художественный редактор **А. Т. Кириянов**

Технический редактор **Н. А. Власова**

Корректор **Н. А. Смирнова**

Сдано в набор 19.III. 1973 г.

Подписано к печати 14.IX. 1973 г.

Формат 60×90¹/₁₆ Бумага типографская № 1

Усл. печ. л. 20,75 Уч.-изд. л. 21,86

Тираж 3825 экз.

Цена 2 р. 43 к.

Зак. изд. 70285

Зак. тип. 211

Атомиздат, 103031, Москва, К-31, ул. Жданова, 5/7.

Московская типография № 4 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 129041, Москва, И-41, Б. Переяславская, 46.