МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА И ОРДЕНА ТРУДОВОГО
КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

Секция истории и методологии естествознания
Ученого совета по естественным наукам

ИСТОРИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ВЫПУСК III

ФИЗИКА

ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
1965

УДК 5(09)+5(018)

Печатается по постановлению
Редакционно-издательского совета
Московского университета

ИСТОРИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ВЫПУСК III

ФИЗИКА

Тематический план 1965 г. № 10

Редактор *М. Г. Зайцева* Технический редактор *Г. И. Георгиева*
Корректор *Г. И. Чугунова*

Сдано в набор 5. III 1965 г. Подписано к печати 13. IX 1965 г.
Л-49554. Формат 70×108¹/₁₆. Физ. печ. л. 20,5. Усл. печ. л. 28,7.
Уч.-изд. л. 27,25. Изд. № 617 Зак. 567 Тираж 2.000 экз.
Цена 1 р. 51 к.

Издательство Московского университета
Москва, Ленинские горы, Административный корпус.
Типография Изд-ва МГУ. Москва, Ленинские горы.

С. И. ВАВИЛОВ

СТАРАЯ И НОВАЯ ФИЗИКА[1]

История есть истинная естественная история человека.
К. Маркс.

1. О некоторых задачах истории науки

Можно надеяться, что история науки когда-нибудь сама станет наукой. Залог этому — до тривиальности очевидный рост естествознания и техники и сотни тысяч людей, творящих историю науки на земном шаре

[1] Публикуемая в настоящем сборнике статья академика С. И. Вавилова «Старая и новая физика» впервые была напечатана в книге «Памяти Карла Маркса Сборник статей к пятидесятилетию со дня смерти. 1883—1933. Л., Изд-во АН СССР, 1933». К настоящему времени этот сборник стал библиографической редкостью, поэтому замечательная статья оказалась забытой и не вошла даже в Полное собрание сочинений С. И. Вавилова.

Между тем для истории и методологии физики эта статья, написанная выдающимся ученым, крупнейшим организатором работ и создателем школы советских физиков, представляет исключительный интерес и в наше время. В ней приводятся убедительные доводы, разъясняющие, почему история и методология физики могут и должны стать самостоятельной наукой и почему физики должны активно участвовать в ее разработке. В статье развивается мысль о том, почему история науки необходима для нашего движения вперед и почему разработка ее проблем имеет решающее значение не только для правильного марксистско-ленинского понимания закономерностей развития физики, но и для более глубокого понимания перспектив ее дальнейшего развития, а следовательно, и для более обоснованного планирования развития ее самой. Особый интерес с этой точки зрения представляет история науки XIX — XX вв. в ее неразрывной связи, с одной стороны, с материалистической философией, а с другой — со все возрастающими потребностями научного и технического прогресса.

Теперь, когда физика быстро развивается, большое значение приобретает вопрос о том, чтобы наиболее активная часть наших физиков сознавала, какую существенную помощь в решении новых сложных теоретических вопросов может оказать знание истории и методологии физики, в особенности физики XX в.

Что касается самого С. И. Вавилова, то он дал нам блестящий образец историко-научного исследования, посвященного Исааку Ньютону. Параллельно с биографией великого ученого он показал путь возникновения и развития математического метода современного естествознания. Публикуемая здесь статья относится к более раннему периоду деятельности Вавилова, и идеи ее имели большое значение как для последующего его творчества, так и для его деятельности, направленной к расширению ведущейся в нашей стране работы по истории естествознания.

Написанная живо и увлекательно, затрагивающая многие интересные вопросы методологии физики, эта статья еще и еще раз напомнит многим нашим физикам, сколь важно для них, следуя примеру своих учителей — основоположников советской физики, чаще выступать с историко-методологическими работами и интересоваться проблемами физики так же глубоко, как интересовался ими С. И. Вавилов.

на наших глазах. Нельзя оставить без внимания это неустанное движение, это мощное явление природы, способное изменять Землю не менее радикально, чем землетрясения и потопы. Понять этот процесс, как всегда, значит, во многом им овладеть и научиться направлять его, куда нужно. История науки — необходимая и, пожалуй, даже достаточная [redacted] жет. Квалифицированному историку непонятен и чужд самый предмет, ученому-естественнику некогда «оглядываться», и даже стало хорошим тоном не оглядываться, за исключением спорных случаев приоритета; у него не хватает также во многих случаях нужных общеисторических и философских знаний. В этом специфическом недостатке рабочих рук кроется немаловажная причина плачевного состояния истории науки.

Не приходится поэтому удивляться, что до сих пор не дано ответов на основные и совершенно неизбежные вопросы о связи науки с донаучным или вненаучным знанием, о возможности научной формы без конкретного содержания (богословие, схоластика), т. е. науки без конкретного знания, в противоположность знанию без науки. Где переход между инстинктом, условным рефлексом, привычкой, знанием дикаря и тем, что мы называем наукой? Чем объяснить такой удивительный факт, как отсутствие всякой науки (хотя бы псевдонауки) в старой, допетровской Руси? «История науки», насчитывающая официально тысячелетия, еще не в состоянии ответить на такие вопросы.

Наука как фактор истории, как один из способов воздействия на темп и направление развития человеческого общества — явление существенно новое, насчитывающее практически едва ли свыше четырех веков. По поводу античной и средневековой науки не без основания можно было сказать:

Ihr durchstudiert die gross' und kleine Welt.
Um es am Endegehn zu lassen
Wie's Gott gefällt[1].

Но эта же характеристика звучит совершенной клеветой в отношении новой науки, осуществившей железные дороги, создавшей электротехнику и победившей бактерии. Эти этапы означали расширение областей, доступных на земле, необычайное ускорение перемещения самого человека и материальных ценностей, осуществление практически мгновенного экономного переноса энергии на огромные расстояния и, наконец, укрепление устойчивости самого человеческого организма. История науки путем анализа социально-экономических отношений должна найти причины этого величайшего процесса превращения науки в двигателя истории.

Заслуживает серьезного внимания далеко не одинаковое значение научных результатов для практики и для самой науки. Открытия книгопечатания или первых форм паровых машин являлись для общей научной системы только элементарными применениями; в сравнении с такими результатами, как создание классической механики и теории тяготения, эти открытия, имевшие колоссальные практические последствия, кажутся примитивными упражнениями школьника. Несомненно, конечно, что при изучении любого вопроса узнается нечто новое, что может быть применено для нужд человека. Потоки патентов, непосредственное участие науки в производстве, изощренные практические приборы современной техники свидетельствуют о крайне напряженной работе в этом направлении. Но нет сомнения, что даже такие совершенные итоги современной науки, как радио и авиация, оказались неизмеримо менее эффективными по своим социально-экономическим результатам, чем книгопечатание и железные дороги. Это поразительное несоответствие между структурой самой науки, ее собственной оценкой научных результатов и их значением для общества до сих пор также не затронуто историей науки. Между тем, здесь кроется один из основных организационных и, может быть, структурных вопросов самой науки.

[1] «Вы изучаете великий и малый миры, чтобы в конце концов предоставить их Богу».

Чем определялась и определяется тематика научного исследования в разные времена и в различных местах? К изучению этого, казалось бы, важнейшего вопроса для истории науки приступили только теперь и только марксисты. До сих пор вопрос оставался без ответа. В истории науки занимались тем, над чем работали такие-то лица, или, наоборот, интересовались, какие лица в разные времена работали над данной темой. Движущим стимулом сознательно или бессознательно полагалась внутренняя логика самой науки.

Между тем, беглый взгляд даже на одни хронологические даты сразу разрушает эту примитивную схему. Ограничусь одним замечательным примером из истории оптики. В XVII веке, на самой заре точного естествознания, были установлены чуть ли не все фундаментальные факты классической оптики. Гримальди открыл и подробно описал явление дифракции. Гук и Ньютон изучили ряд интерференционных явлений, и Ньютон впервые точно определил длины световых волн видимого света. Э. Бартолин открыл двойное преломление, а Ньютон вывел заключение о возможности поляризации световых лучей. О. Рёмер впервые определил скорость света, Ньютон изучил законы дисперсии и ввел понятие о монохроматическом луче, наконец, Ферма и Гюйгенс формулировали основные принципы геометрической и волновой оптики. Проходит почти 150 лет, время вполне сознательного культивирования науки, эпоха, когда работали Парижская, Берлинская и Петербургская академии и Королевское общество, время Бернулли, Эйлера, Даламбера, Кэвендиша, Ломоносова, но физическая оптика оказалась забытой. Великолепный экспериментальный и теоретический фундамент, полученный в наследство от XVII века, оставался без надстройки до XIX века.

Ни логика самой оптики, ни ссылки на случайности (в течение двух веков и на пространстве всей Европы!) не в состоянии объяснить такого положения вещей. Причины естественно искать в технических требованиях эпох, в социально-экономических условиях народов и времен, в практической надобности некоторых элементов физической оптики в XVII веке (нужды мореплавания?) и отсутствии этого стимула в XVIII веке.

Ошибочным было бы, однако, стремление искать постоянного, детального параллелизма в истории науки и в истории общества. Развитие науки, несомненно, одностороннее и прогрессивно, наука может переживать эпохи застоя, не расти, но, по самому смыслу и сути своей, она не в состоянии пойти вспять. Ее конкретные (в точном гегелевском смысле этого слова) результаты передаются, развиваясь от эпох к эпохам, от народов к народам, от одного класса к другому. Получив научное наследство, новый владелец меняет его методологические формы, отбрасывает чуждую идеологию, свойственную науке, как и всему другому, направляет науку по своему руслу, ускоряя одно и замедляя другое, но построение науки идет все же на основе унаследованного фундамента. Колоссальной иллюстрацией этого процесса служит развитие науки в совершенно необычных новых условиях социалистического общества в нашей стране. Социально-экономические факторы — основной катализатор развития науки, способный и необычайно ускорить, и затормозить ее рост, но эти процессы начинаются с того уровня, до которого уже достигла наука. Международная научная связь, принявшая внушительные формы по крайней мере с XVI века, поддерживает этот уровень на известной высоте в значительной степени независимо от местных условий. Наука первой половины XVIII века в России и современная японская наука — достаточные тому примеры.

Исключительно велико влияние на развитие науки отдельных лиц.

С полным основанием целые эпохи истории науки связываются с именами Ньютона, Фарадея, Дарвина или Пастера. Значение этого фактора снова каталитическое, ускоряющее и в свою очередь зависящее от социально-экономических условий. Гениальные итоги деятельности Леонардо да Винчи и Ломоносова не оказали по существу никакого влияния на развитие науки, учение Ньютона, между тем, необычайно ускорило его. Причины кроются, конечно, не только в личных особенностях этих людей, но в условиях среды.

Таковы некоторые факторы кинетики развития науки. Эта кинетика и ее зависимость от различных указанных и не указанных здесь условий и должны составить главную, если не единственную, задачу истории науки. Выполнив эту задачу, история науки может и должна стать истинной и единственной «теорией познания», взамен многих искусственных гносеологических построений, оперирующих с абстрактным «человеком», вне эпохи, вне класса, вне биологических особенностей.

2. Классическая и новая физика

Мы привыкли отмечать на непрерывной линии развития науки некоторые «особые точки», как будто бы являющиеся эпохами перелома, резкого качественного изменения состояния науки. Эпоха Галилея, XVI век особенно привлекает внимание в этом отношении, как начало новой науки, опирающейся на количественный, достоверный опыт. В противовес безбрежному теоретизированию, вымыслам и догадкам старой античной и средневековой науки, новая физика основывается на опыте, измерении и логике. Физика Ньютона, его механика и оптика явились величайшим примером новой науки, где на основе экспериментальных «принципов» была построена всеобъемляющая система, по схеме которой физика могла развиваться более двух веков.

Не отрицая глубины и значения этой стороны научного переворота XVI—XVII веков, не следует забывать, что корни его простираются далеко назад. Опыт, измерение и логика были методом древней астрономии, пифагорейские исследования колебания струн — несомненный прообраз новой науки. Эмпирические данные Птоломея о преломлении света вполне могут быть сопоставлены хотя бы с неудачными измерениями двойного лучепреломления в исландском шпате у Ньютона. Статика Архимеда — вполне достойный предшественник динамики Ньютона. Классическая физика Галилея и Ньютона с этой точки зрения — необходимый результат предшествующего развития, поражающий своею зрелостью и плодотворностью, но в сущности не содержащий чего-либо качественно нового.

С другой стороны, античная наука, в ее положительных результатах, и классическая физика, от Ньютона до нашего времени, тесно примыкают к донаучному и вненаучному знанию, к тому кругу представлений, образов и толкований, которые приобретаются каждым человеком постепенно со дня его рождения. Этот круг знаний есть результат каждодневного опыта, итог взаимодействий человеческого организма и окружающей среды. Каждый человек представляет себе мир некоторым вместилищем (абсолютное пространство), в котором движутся вполне дискретные тела, взаимодействуя одно с другим, проявляя силы и оставаясь при этом неизменными (постоянство массы). Ньютоновские списки основных понятий—пространства, времени, дискретных масс и сил—мы найдем, может быть не отчетливо оформленными в донаучном сознании, в индийской физике, у Аристотеля, Архимеда, точно так же как и у современного начинающего школьника. Тысячелетия работы сознательной мысли потребовались для того, чтобы прецизировать эти образы и выделить общие принципы, законы движения; для этого нужно было научиться экспериментировать (Галилей) и мыслить отвлеченно (Ньютон).

Но, раз понятые и формулированные, эти законы усваиваются без напряжения, в полном соответствии с имеющейся у каждого донаучной картиной мира. Поразительно, с какою легкостью и естественностью воспринимаются принципы классической физики в школе! Античная наука и ее новый классический наследник оказались в полном биологическом соответствии с естественными задатками человеческого сознания, явившимися итогом приспособления к среде, к ее условиям, к своим и ее масштабам. Именно о классической науке с достаточным основанием можно было сказать:

Так связан и сроднен от века
Союзом кровного родства
Разумный гений человека
С живою силой естества.

Это соответствие обыденных понятий основной научной схеме имело и имеет огромное значение для успешности развития классической физики. Благодаря этому наука опиралась постоянно на наглядные образы и модели и принципиально оставалась «понятной» даже в своих наиболее сложных и отвлеченных выводах. Наука отличалась от «ненауки» только определенностью и количественной характеристикой своих объектов и правильным применением логики.

Полная наглядность основных представлений классической науки делала возможным широкое применение метода «гипотез», т. е. предположений о сущности явлений, опирающихся на модели, целиком заимствованные из окружающего «обыденного» мира привычных человеческих масштабов. Греческая атомистика и атомистика нового времени — наиболее замечательный пример гипотезы такого рода. Учение о звуке и свете как о волновом движении также с неизбежностью опиралось на модельное представление о волнах, заимствованное из привычного образа волнующейся водной поверхности.

Эвристическое значение метода гипотез-моделей поистине колоссально. Если разобраться в действительном генезисе основных результатов классической физики за все время ее существования, мы с неизбежностью от Фалеса до Кельвина встретимся с применением моделей.

Привычность исходных образов и понятий, их «простота» и определили механицизм и связанное с ним формальнологическое мышление, характерное для естествоиспытателя и в особенности физика. Это столь же верно для античности, средних веков, как и для нового времени, и по этому признаку, точно так же и в отношении применения опыта, трудно провести линию раздела между старой и новой наукой.

Действительно новое, чуждое классической физике, ее модельности, понятности и механицизму, между тем, началось очень давно.

Научившись экспериментировать, физик получил возможность подойти к явлениям, совершенно чуждым ненаучному знанию, лежащим вне размеров обычных человеческих масштабов. Это произошло, когда Галилей впервые повернул свою трубу на звездное небо, Джильберт стал изучать свойства магнитов и Ньютон получил возможность при помощи интерференционных полос измерять сотые доли микрона. Человеку стали доступными совершенно новые миры, о которых Пифагор и Архимед могли только теоретизировать и догадываться, полагая их с совершенной неизбежностью устроенными по образу и подобию нормального человеческого, донаучного мира.

С этого времени (XVI век) наука действительно вступила в не-классическую эпоху, перед ней открылась область, полная неожиданностей, необычного, несвойственного нашему миру. Рядом с последовательным и стройным развитием классической физики постепенно развертывается исследование неизведанного круга явлений, совершенно чуждого непосредственному человеческому опыту. Человек, получив в руки телескоп, микроскоп, крутильные весы, превращается в смысле непосредственных познавательных способностей в биологически новое существо, оставаясь, однако, биологически прежним во всем остальном. Это расхождение «ученого» и человека объясняет трудности первого понимания результатов новой науки и даже неприязнь к ним при их усвоении.

Противоречие старой и новой науки обнаруживается с самого начала, оно вполне отчетливо начинает проявляться еще в XVII веке. Открытия новой физики, всемирное тяготение, свойства магнитов и электрических зарядов плохо или совсем не укладываются в классическую схему. Механические гипотезы, составляемые по традиции для объяснения тяготения, свойств электрического и магнитного поля (первые гипотезы в этой области предложены Ньютоном), не справляются с фактами. Возникают неразрешимые на основе формального, механически-наглядного мышления дилеммы дальнодействия и близкодействия, дуализма электричества и магнетизма. Вновь открытые свойства света (интерференция, дифракция, поляризация) остаются непонятными полтора века. Элементарная для нас идея взаимодействия когерентных волн ускользала от внимания Ньютона, Гюйгенса и Эйлера за отсутствием наглядного образа, доступной каждому модели. Наряду с явлениями, принципиально не поддающимися классической схеме (тяготение, электромагнетизм), затруднения представляли, таким образом, и факты, классические по существу, но требующие несколько непривычных моделей.

Новые явления, именно вследствие своей новизны, отдаленности от непосредственных интересов человеческого общества, не становились в центре внимания, долгое время не получали социального стимула развития, откладывались на огромные сроки и иногда даже забывались (достаточно вспомнить забвение дифракции).

1) Необходимость новых экспериментальных методов исследования, 2) крайняя трудность создания теории в новой области, не имеющей привычных образцов, моделей, требующей совсем иной методологии, чем классическая физика, 3) отсутствие требований со стороны общества, господствующих классов на принципиально новую научную продукцию, далекую от прямых нужд и потребностей, — вот причины крайне незначительного развития новой науки в XVIII веке и относительно медленного ее роста в XIX веке.

Но на наших глазах, с самого начала нового века, плотина прорвалась, не-классическая физика с несокрушимой мощью, разорвав все практические преграды, начала свое победоносное шествие, найдя и экспериментальные методы, и теоретические пути и получив практическое значение.

Отношения классической и новой физики вполне ясны. Наглядная, неискоренимо привычная основа классической физики, опирающейся на обыденные представления и обыденный опыт, ее изумительная плодотворность и колоссальное техническое значение вполне естественно воспитали убеждение в ее единственности и непреложности. Но это убеждение не менее естественно должно было исчезнуть при переходе к совершенно иной, не привычно-человеческой экспериментальной основе. Ожидать прежней тесной связи между «разумным гением человека» и «живою силой естества» в этой области нет никаких оснований. Для достижения прежней гармонии и «понятности» человеку нужно биологически измениться.

3. Опыт и теоретические методы новой физики

Провести резкую грань между опытом, экспериментальной методикой новой и классической физики едва ли возможно. Та и другая культивируются веками, в одних и тех же лабораториях, одними и теми же лицами. Можно утверждать только, что эксперимент новой физики недоступен «невооруженному» человеку в естественных условиях, без приборов, необычайно повышающих чувствительность его восприятия или просто открывающих качественно новые явления, скрытые от непосредственного ощущения. Опыт классической физики, наоборот, во многих случаях осуществим простыми «житейскими» средствами.

Если заглянуть, однако, в современную физическую лабораторию и посмотреть на приборы, при помощи которых сделаны наиболее неожиданные открытия новой физики, то мы встретимся в сущности с очень простыми вещами. Камера Вильсона — наиболее плодотворный прибор новой физики, с помощью которого изучен эффект Комптона, космические лучи, открыты нейтроны и положительные электроны, настолько прост и примитивен в своих основных частях, что, разумеется, с полным успехом мог быть осуществленным в XVII веке, например, руками Отто фон Герике, строившего значительно более сложные насосы. Изумительная чувствительность камеры, записывающей траекторию отдельной корпускулы, основана на крайней податливости неустойчивого равновесия (в данном случае пересыщенного пара при адиабатном расширении) к малейшим воздействиям. Тот же принцип лежит в основе конденсатора Эренгафта—Милликена, позволяющего измерять заряд одного электрона. Здесь заряженная микроскопическая частица висит в неустойчивом положении наподобие гроба Магомета, уравновешенная электрическим притяжением и силой тяжести. Использование неустойчивого электрического состояния встречаем мы также в счетчике Гейгера, приборе, считающем отдельные кванты и электроны, также поражающем простотой конструкции основных частей.

Но даже без этих простых приборов крайним напряжением своих невооруженных органов чувств, т. е. путем создания для них непривычных, неестественных условий, человек в состоянии преодолеть классические границы и заглянуть непосредственно в область явлений иного масштаба, совсем не похожих на привычную схему. Человеческий глаз после продолжительного пребывания в темноте приобретает чувствительность, превосходящую даже чувствительность только что перечисленных приборов. Такой глаз в состоянии заметить непосредственно дискретную, квантовую структуру света и обнаружить противоречивость (с классической точки зрения) природы радиации.

Не сложность или высокое техническое совершенство современных приборов определили, таким образом, рост новой физики в наше время. Наоборот, очевидно, практическая потребность в новом явилась стимулом к разработке этих методов, по сути дела возможных еще в XVII веке.

Специфичность затруднений, стоящих перед новой физикой, надо искать не столько в особенностях и технической сложности экспериментальных методов, сколько в совершенном своеобразии теоретических методов, при помощи которых новая физика должна связывать и объяснять факты. Попытки подойти с классической схемой, делавшиеся и неизбежно повторяющиеся всегда, дают только приближенно верные или совершенно неверные результаты. На этом пути остается только уверенность в соответствии, в том, что принципы классической физики — предельный случай более точных и более общих законов.

Что же должен делать физик, встречаясь с явлениями принципиально новыми, «непонятными» ему как человеку, для которых у него нет привычной осязательной модели и отсутствуют руководящие, всеобъемлющие принципы? С этим поистине трагическим затруднением впервые встретился Ньютон при изучении тяготения. Он ограничился математическим описанием эмпирического закона. Электростатические, магнетостатические и электродинамические явления, открытые Кулоном, Эрстедом, Ампером и Фарадеем, точно так же привели только к математической формулировке результатов опыта. Понимание науки как экономного, математического описания явлений природы, взгляд, что «наука сокращает нам опыты быстротекущей жизни» и этим ограничиваются ее основные функции, был распространенным в отношении новых явлений задолго до Кирхгофа и Маха. Эта profession de foi [1] отчетливо выражена Ампером в его «Mémoire sur la théorie mathématique des phénomènes électro-dynamiques uniquement déduite de l'expérience» [2]. «Наблюдать сначала факты, меняя поскольку возможно условия и производя точные измерения, и выводить из них общие законы, основанные только на опыте... таков метод Ньютона. В общем этот метод был усвоен во Франции учеными, которым физика обязана огромными успехами за последнее время, этот же метод руководил мною во всех моих исследованиях, касающихся электродинамических явлений», — пишет Ампер в этом мемуаре. Противовесом такому безотрадному описанию, требовавшему, чтобы каждый шаг в новой науке мог осуществляться только экспериментальным путем, в начале XIX века могли служить только смутные догадки, вроде интуитивных предположений Фарадея о связи всех сил природы.

Новый теоретический метод, позволяющий «обгонять» опыт, предугадывать ход явлений и в новой области, лишенной моделей, был, однако найден, и теоретическая физика вышла из тупика «чистого описания». Впервые этот метод с поразительным успехом был применен Максвеллом в области электродинамики.

Новый метод можно назвать математической гипотезой или методом математической экстраполяции. Сущность его состоит в обобщении частных эмпирических математических соотношений, в разыскании таких математических форм, которые, включая все отдельные случаи, непосредственно найденные на опыте, давали бы одновременно значительно более широкое содержание. Разумеется, единственным оправданием правильности избранной математической формы может служить ее последующее подтверждение опытом.

Со времени Максвелла математика получила для физика несравнимо более глубокое значение, чем это было в классической физике. Из подсобного орудия для количественного расчета и формулировок математика превратилась в эвристический метод, позволяющий теоретику предвосхищать опыт, указывать принципиально новые экспериментальные факты.

Развитие теории относительности и квантовой механики — потрясающие примеры могущества метода математической экстраполяции. Лишенный в мире новых масштабов конкретных образов и моделей, физик

---

[1] Исповедание веры.

[2] «Мемуар о математической теории электродинамических явлений, выведенной целиком из опыта».

нашел в математике безгранично емкий метод для создания новой теории.

В безбрежном море возможных математических форм физик, конечно, нередко ошибается, выбирая неправильную дорогу, его корректирует опыт, упомянутое уже необходимое предельное соответствие с результатами классической физики и не понятая еще и требующая внимательного изучения математическая интуиция, указывающая правильную дорогу.

Помимо роли конкретного эвристического помощника для физика математика оказалась тем единственным адекватным языком, который сумел выразить живую диалектику естественных процессов, совершенно не укладывающуюся на механические прямолинейные рельсы классической физики. Диалектика новых явлений со всей их противоречивостью воочию стала перед физиком за последние десятилетия. История как будто намеренно предохраняла исследователей от «преждевременных» открытий, которые они могли бы сделать давно, но которые разрушили бы всю стройную классическую систему. Ньютон не открыл ультрафиолетовых лучей и флуоресценции, что при его установке как будто бы необходимо должно было случиться. Ленард, пропуская катодные лучи через тонкую металлическую фольгу, не обнаружил дифракции электронов. Френель, производя интерференционные опыты с зеркалами и получив в них «неопровержимое» доказательство волновой природы света, может быть к счастью классической физики, не посмотрел, что происходит с интерферирующими пучками при крайне слабых интенсивностях. Он увидал бы, что с точки зрения волновой теории световые лучи интерферировать не могут, ибо только очень редко свет от обоих лучей доходит одновременно до места интерференции.

Оглядываясь назад на историю учения о свете и веществе, на неустанную борьбу с переменным успехом между теорией волн и корпускул, мы видим типичную картину диалектического процесса мысли, не законченного и поныне: «Мысль, противополагаясь сама себе, разделяется на две мысли, противоречащие одна другой, на положение и отрицание, на да и нет. Борьба этих двух, заключающихся в антитезе, противоположных элементов образует диалектическое движение. Да превращается в нет, нет превращается в да, да становится одновременно и да и нет, нет становится одновременно и нет и да. Таким путем противоположности уравновешиваются, нейтрализуются и парализуются. Слияние этих двух мыслей, противоречащих одна другой, образует новую мысль — их синтез. Эта новая мысль опять разделяется на две противоположных, которые, в свою очередь, сливаются в новом синтезе» (К. Маркс. Изложение гегелевской концепции в «Нищете философии»). Физик постепенно подходит все ближе и ближе к постижению математических форм квантовой электродинамики, которые, наконец, соединят противоречивые да и нет в едином диалектическом законе.

Теоретический метод Максвелла безграничен, как безгранична математика, ему не страшны никакие масштабы, сколь угодно далекие от человеческого обихода. На основе этого метода физика может развиваться беспредельно, опираясь попеременно на опыт и математическое мышление.

Часть 1.
Логика и математика

А. С. ПРЕДВОДИТЕЛЕВ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ СЧЕТ И НАШЕ ПОЗНАНИЕ

Введение

В истории развития человеческого познания можно отметить с точки зрения современной науки три этапа.

На первом этапе основным средством познания было наблюдение. Оно позволяло накапливать и совершенствовать понятия о вещах и об отношениях вещей. Накопление этих понятий и необходимость их классификации привели к возникновению дедуктивной логики; это и явилось первой ступенью в развитии теории познания — в установлении некоторых общих принципов взаимодействия познающего субъекта с реальным миром.

Накопление этих общих принципов постепенно привело к необходимости экспериментальной проверки законов, полученных умозрительным путем. Так возникла индуктивная логика, на основе которой были построены классическая механика и физика.

За последние три столетия наши знания бурно развивались на основе законов индуктивной логики. Все более увеличивалось число научных понятий, что привело к возникновению многочисленных научных дисциплин. В каждой из них стал развиваться свой специальный язык с огромным словарем специальных названий предметного и непредметного характера. Это привело к такому разобщению исследований, когда специалисты в одной области не знают и не понимают результатов из другой области. Например, еще в прошлом веке в геометрии был открыт принцип двойственности, согласно которому в эвклидовом пространстве понятия плоскости и точки взаимно заменяемы. Если в пространстве существуют фигуры, обладающие плоскостной симметрией, то согласно указанному принципу должны существовать и фигуры, обладающие точечной симметрией. Между тем открытие этого факта в физике произошло спустя не один десяток лет.

В настоящее время открываются богатейшие возможности для исследований в смежных областях науки, причем результаты подобных исследований могут оказывать существенное влияние на ускорение развития каждой из смежных дисциплин в отдельности. Но существующий метод организации научной работы путем резкого разделения труда в каждой области для этого совершенно непригоден. Прав был основатель кибернетики Норберт Винер, когда говорил, что здесь следует использовать иные приемы. В первую очередь надо создавать такие научные коллективы, где каждый участник, будучи специалистом в своей области, был бы основательно знаком с теми областями, в которых работают другие члены данного коллектива. Теоретик не обязан уметь проводить эксперимент, но обязан понимать его во всех деталях. Так же и экспериментатор не обязан владеть всем научным багажом теоретика, но непременно должен хорошо разбираться в теоретических вопросах. Лишь так организованные коллективы будут научно дееспособны. Во главе их не следует ставить администратора. Они должны объединяться стремлением понимать науку как нечто цельное и развивать ее, находясь на такой точке зрения.

Если процесс расчленения и специализации научных знаний будет все ускоряться, а задачи синтеза научных знаний не найдут решения в согласованном труде таких научных коллективов, то наука неизбежно начнет деградировать, потому что откроется безграничный простор влиянию языка на ее развитие.

Все мы знаем, что употребляемые в обыденной речи понятия отличаются от научных понятий своею неполнотой и неточностью. Но в процессе расчленения науки на специальные области начинает притупляться бдительность к проникновению в науку ложных понятий и представлений. Специальный научный язык превращается в особый жаргон, к которому настолько привыкают, что часто каким-нибудь понятием или словом прикрывают отсутствие истинного понимания, и самое понятие или слово фигурирует как объяснение тех или иных отношений между другими понятиями. Обильный поток научных кратких статей не только не упрощает, а усложняет дело. Желание быть в курсе новейших достижений той или иной области науки часто заставляет специалистов усердно читать все публикации в данной области, и тогда память и привычка к специальному жаргону могут подавлять их здравый смысл. Таким образом могут возникать теории, не соответствующие реальности.

С этим явлением в нашем познании не в состоянии справиться ни дедуктивная, ни индуктивная логика. На сцену выступает необходимость такого способа обозначения понятий и существующих между ними отношений, который исключал бы возможность ошибок, проистекающих за счет неточного истолкования смысла понятий, и обеспечил бы достаточно строгое использование логических операций.

Впервые с подобной идеей выступил Лейбниц. Он предвидел возникновение новой области науки, названной им философским исчислением, или рациоцинатором.

Философское исчисление, по идее Лейбница, должно представлять собой такую логическую систему, в которой все производные понятия выражались бы символами, составленными из известных простых символов, обозначающих элементарные понятия на основании строгих правил. Операции над такими символами должны производиться по аналогии с алгебраическими операциями так, чтобы формальным путем можно было получать все новые и новые понятия и умозаключения.

Грандиозный замысел Лейбница долгое время оставался без развития. Прошло почти полтора столетия, прежде чем был сделан первый шаг на этом пути.

Есть и еще одна очень важная сторона дела. Накопляемые нами знания все более и более облекаются в математическую форму, и это неизбежно влечет за собой введение обобщенных понятий, иногда охватывающих целые процессы. Однако имеется опасность засорить наше познание всякими либо несущественными, либо внешними аналогиями благодаря человеческой склонности распространять привычные знания на области, не вполне познанные.

Если бы ученые, обладающие дисциплинированным мышлением, взялись за построение какой-нибудь теоретической системы, положив в основу ее даже ложные гипотезы, то они могли бы построить такую теорию, которая давала бы методы правильного описания частных явлений и, может быть, даже предсказаний. Это обусловлено тем, что в построении теоретической системы мы всегда опираемся на опыт. В истории науки имеются такие примеры.

Как известно, в физике долгое время пытались строить теории, основанные на гипотезе существования дальнодействующих сил. Даже теперь еще нельзя утверждать, что немыслимо вывести всю электродинамику из элементарного закона взаимодействия покоящихся и движущихся зарядов, хотя гипотеза о дальнодействующих силах, по-видимому, неверна. Но было время, когда крупнейшие ученые пытались это сделать, и даже Максвелл, выступивший против этого направления в физике, не мог сделать более веского возражения, чем следующее:

«Чтобы овладеть уже существующими теориями, приходится освоиться со значительным запасом столь сложных математических формул, что уже трудность удержать их в памяти сама по себе является существенным препятствием дальнейшему развитию науки» [1].

Подобная аргументация приятна для сердца, но не для разума. Кто сказал, что истина обязательно должна быть проста в своем математическом выражении? К простоте мы стремимся не из логических, а из психологических побуждений. Максвелл считал само собой разумеющимся, что наше познание должно идти в своем историческом развитии по пути открытия простых и красивых законов. Он пишет: «Для успешного развития теории необходимо прежде всего упростить выводы прежних исследований и привести их к форме, наиболее доступной восприятию» [2].

Но что это значит? На наш взгляд, для этого в первую очередь необходимо отделение физических представлений от общепринятого математического аппарата. Это и имеет в виду Максвелл: «Результаты упрощения могут быть представлены или математической формулой, или же физической гипотезой. В первом случае мы совершенно теряем из виду объясняемые явления и потому не можем прийти к более широкому представлению об их внутренней связи, хотя и можем предвычислять следствия из данных законов. С другой стороны, останавливаясь на физической гипотезе, мы уже смотрим как бы через цветные очки и становимся склонными к той слепоте по отношению к фактам и поспешности в допущениях, которые способствуют односторонним объяснениям» [3].

Следовательно, по Максвеллу, в любой физической теории математический счет не только должен быть отделен от физических образов, но должен находиться в определенном подчинении физической гипотезе. И это должно основываться на таком методе исследования, который «сопровождал бы каждый свой шаг ясным физическим образом, не связывая нас в то же время какой-нибудь определенной теорией, из которой заимствован этот образ; благодаря этому мы не были бы отвлечены от предмета преследованием аналитических тонкостей и не отклонились бы от истины из-за излюбленной гипотезы» [4].

В цитированной здесь работе Максвелла, быть может, впервые со всей остротой поставлен вопрос о роли математики в построении физической теории. Максвелл не отрицает математических методов описания физических явлений, но он подчеркивает необходимость разделения меж-

---

[1] Дж. К. Максвелл. О фарадеевых силовых линиях. М., 1907, стр. 2.
[2] Там же.
[3] Там же.
[4] Там же.

ду математическим счетом и соответствущими физическими образами. Более того, он считает необходимым оживлять математические формулы конкретным физическим содержанием.

Л. Больцман очень высоко оценил метод исследований, которым руководствовался Максвелл, и в примечаниях к его трактату детализировал воззрения Максвелла. По мнению Больцмана, основной силой в науке являются аналогии, часто ведущие к открытиям. Однако аналогии могут иметь чисто математические основания и чисто физические. Первые легко раскрываются каждым исследователем, имеющим достаточное математическое образование. Физические же аналогии раскрываются гораздо труднее; требуется продолжительная работа по предварительному отделению математического счета от физических гипотез.

В истории развития науки, по мнению Больцмана, можно указать примерно тринадцать аналогий, открытых крупнейшими учеными, которые послужили серьезным основанием в установлении истинного понимания многих физических явлений. Приведем несколько из них.

1. Законы вихревого движения и электродинамика (Гельмгольц).
2. Моноциклы и теплота (Гельмгольц).
3. Бициклы и движение электричества (Максвелл).
4. Вращение твердого тела и сгибание (Кирхгофф).
5. Циклические движения и электродинамика (Герц, Больцман).
6. Все виды волн — упругие, электрические и световые (Мак-Кулаг, лорд Кельвин, Максвелл, Гельмгольц, Кирхгофф).
7. Механика системы точек и геометрическая оптика (Гамильтон) и т. д.

Анализ этих аналогий убедительно показал, что во многих случаях существование их обязано лишь нашим способам математического описания явлений. Многие из аналогий имеют «такое простое математическое основание, что все поразительное в них исчезает для читателя, математически образованного. Так, целый ряд их основан на том, что при известных явлениях вопрос обусловливается сначала первой, затем второй производной от искомой величины по независимому переменному, а там, где положительное и отрицательное направления равноправны, лишь одной второй. Если, сверх того, несколько независимых переменных имеют одно направление, то вторые производные должны иметь одинаковые коэффициенты; поэтому величина $a^2\Delta_2\varphi$ имеет для трех прямоугольных координатных осей решающее значение.

Если же положительное и отрицательное направления играют различную роль (например, во времени), то может появиться и первая производная. Все это должно так же мало удивлять нас, как и тот факт, что мелкие изменения в давлении, объеме, показателях преломления и т. п. пропорциональны соответствующим изменениям температуры, электризации и т. п.» [1].

Однако не во всех случаях сравнительно легко раскрываются математические основания аналогий. Существуют аналогии, в которых физическая природа и математическое описание явления одинаково могут служить основанием. В таких случаях мы обязаны более скрупулезно отнестись к анализу добытых знаний, тщательно выделить то, что проистекает от математики и что от физики, иначе можно принять сущность явления за аналогию или наоборот.

В классической физике такая ситуация в науке учитывалась, и проводились исследования для ее изживания. Но в новой физике эта сторо-

---

[1] Дж. К. Максвелл. О фарадеевых силовых линиях, стр. 138—139.

на дела сильно страдает. Творцы новой квантовой физики — Бор, Гейзенберг, Шредингер, де Бройль и др. — пошли по совершенно иному пути. В своих исследованиях они отталкивались скорее от общефилософских взглядов на наше познание, чем от стремления раскрыть содержание научных достижений с позиций логики и теории познания. Таким образом, они дали повод для многочисленных чисто философских изысканий, в которых часто жонглирование словесным выражением понятий доходит до виртуозности. Между тем, прежде чем предаваться философствованию, например о принципиально наблюдаемых и принципиально ненаблюдаемых величинах, следовало бы уяснить в первую очередь, что является следствием математического аппарата и что действительно от физики или от наших ограниченных экспериментальных средств познания природы.

В этом пункте следовало бы взять пример с творцов классической физики. Нам кажется, такая работа должна быть проделана хотя бы для того, чтобы отделаться в новой физике от излишних философских наслоений.

Настоящее исследование представляет собой попытку провести работу указанного типа. Но мы отдаем себе отчет в том, что такая попытка должна вступить в противоречие с уже установившимися, привычными концепциями. Источником противоречий не может явиться логически стройный и законченный математический аппарат, созданный новейшей физикой для описания микропроцессов; таким источником должна явиться философская концепция, придуманная для интерпретации основ указанного аппарата. Нам кажется, эти противоречия должны быть вызваны к жизни ради более четкого и более глубокого понимания достижений современной физики.

1. Работы Джорджа Буля

Первый крупный шаг в осуществлении идей Лейбница был сделан Джорджем Булем. В период с 1847 по 1854 г. он опубликовал три работы[1]. Первые две носили характер предварительных исследований, в третьей работе (это объемистая книга в 424 страницы) изложена в сущности вся система Буля. Здесь он демонстрирует, как при помощи символических алгебраических методов можно строить логические конструкции. Кроме того, он показывает, как его система может быть распространена — вместе с принятыми обозначениями — на теорию вероятностей.

В этих работах Буль преследует еще одну цель: найти элементарные операции человеческого мышления и исследовать его законы, выйдя за рамки дедуктивной и индуктивной логики. Выражаясь современным языком, его исследования принадлежат к области кибернетики.

Буль затронул и другую проблему: найти ту внутреннюю связь между логикой и математикой, которая впоследствии явилась предметом исследований Пеано, Кутюра, Гильберта, Рассела и др.

Система символов Буля состоит из следующих элементов.

Символами x, y, z, ... обозначаются объекты понятий. При помощи знаков $+$, $-$, $\times$, обозначающих операции, составляются комбинации

---

[1] См. D. B o o l e. The mathematical analysis of logic being an essay towards a calculs of deductive reasoning. Cambridge, Macmillan London, G. Bell., 1847; D. B o o l e. The calculs of logic. «Cambridge and Dublin Mathematical Journal», 1848, vol. III, pp. 183—198; D. B o o l e. An investigation of the laws of Thought on which are founded the mathematical theories of logic and probabilites. London Walton et Maberly, Cambridge, Macmillan et Co, 1854.

этих объектов. Например, если x и y означают соответственно «человек» и «зверь», то комбинация «человек и зверь» символически выражается $x+y$. Символ $=$ означает тождество.

Операции над логическими символами производятся по определенным законам.

Одна группа символов означает вещи и качества вещей. В языке им соответствуют имена существительные и прилагательные. Комбинации двух или нескольких однородных символов, т. е. выражающих либо вещи, либо их качества, образуются при помощи символа «$+$».

Комбинация, означающая принадлежность объекту какого-то качества, образуется при помощи знака «$\times$». Пусть x означает «человек», а y означает «добрый». Тогда комбинация $x\times y$ означает «добрый человек».

Комбинации символов, образованных с помощью знака $\times$, подчиняются коммутативному (переместительному) закону, т. е. смысл выражения $x\times y$ не меняется, если x и y поменять местами. Иначе говоря, $x\times y$ тождественно $y\times x$, или $x\times y=y\times x$.

В системе Буля, в частности, для любого x справедливо тождество $x\times x=x$.

Комбинации символов, образованных с помощью операции «—», также требуют некоторого разъяснения. Знак «—» означает операцию выделения части из всей совокупности. Например, понятие «все люди, за исключением европейцев» следует записать $x-y$; здесь символ x означает совокупность всех людей, а y — совокупность всех европейцев.

Теперь можно будет приступить к образованию более сложных комбинаций. Пусть, например, символ x означает совокупность всех мужчин, символ y — совокупность всех женщин и символ z — совокупность всех европейцев. Тогда символическую комбинацию $z(x+y)$ мы должны прочитать так: «все мужчины-европейцы и все женщины-европейцы». Над этой комбинацией можно совершать следующее тождественное преобразование: $z(x+y)=zx+zy$. Символ тождества «$=$» играет в символической логике Буля весьма существенную роль. Он выступает иногда в роли связки, соответствуя словам «есть», «суть». Высказывание «Русская армия захватила Берлин» можно заменить: «Русская армия есть та армия, которая захватила Берлин». Пусть x означает совокупность «всех небесных светил», y означает совокупность «всех звезд», а z означает совокупность «всех планет»; тогда тождество $x=y+z$ следует читать: «все небесные светила суть звезды и планеты». Из написанного тождества можно получить следующие два тождества: $x-y=z$, $x-z=y$. Они означают следующие высказывания: «все небесные светила, кроме звезд, суть планеты» и «все небесные светила, кроме планет, суть звезды».

К логическим равенствам полностью применимы математические аксиомы: «равные количества, приложенные к равным, производят равные суммы» и «равные количества, отнятые от равных, производят равные разности». То же самое можно сказать относительно математической аксиомы: «равные количества, помноженные на равные, дают равные произведения».

Однако математическая аксиома о том, что частные, полученные от деления равных количеств на равные, равны, не приложима к логическим равенствам.

Действительно, если совокупность элементов x, обладающая каким-то свойством z, тождественна совокупности элементов y, имеющей то же самое свойство, то отсюда еще не следует, что совокупность элементов x тождественна совокупности элементов y; другими словами, из логического тождества $zx=zy$ нельзя заключить, что справедливо тождество $x=y$.

Но следует заметить, что невыполнимость формулированной выше аксиомы имеет место и в алгебре, а именно, когда равные количества делятся на нуль, т. е. когда $z=0$.

Это обстоятельство позволило Булю сделать следующий вывод: все свойства логического равенства совпадают со свойствами алгебраического при x, равном нулю или единице, и не вполне совпадают при других значениях x.

Буль делает попытку вывести законы своей символической системы из законов классической логики. Далее он производит классификацию и анализ логических высказываний и, наконец, формулирует самые общие правила силлогистического умозаключения, которые отчасти выпали из логической системы Аристотеля. В системе Аристотеля некоторые правила логической системы Буля считаются ложными. Но булевский анализ силлогистических умозаключений не относится исключительно к области силлогизмов, а к более общему учению о законах сочетания высказываний.

В связи с этим Буль ставит неоднократно поднимавшийся вопрос об основном типе дедуктивного умозаключения. Он решает его в духе Уэтля и Милля. Буль доказывает, что всякое основательное умозаключение есть умозаключение от новых высказываний, основанных на высказываниях более общих. Силлогизм, согласно этому решению, является полным и совершенным выражением всего процесса. Силлогизм есть род операции исключения, элиминации. Поэтому решение поставленного вопроса по существу сводится к решению двух следующих: 1) всякая ли элиминация приводится к силлогизму? 2) состоит ли дедуктивное умозаключение только из элиминации? На первый вопрос Буль отвечает, что всегда возможно теоретически решить и комбинировать высказывания в такой форме, что потом может быть выполнена элиминация по правилам силлогизма.

Однако здесь следует исключить процесс приведения, редукцию, так как редукция требует по самой своей природе операций совсем не силлогистических. На второй вопрос Буль отвечает так: умозаключение может быть приведено к элиминации не иначе, как только путем произвольных ограничений. Умозаключение есть не что иное, как совокупность методов, основанных на законах мышления, процесс же элиминации есть только один из процессов, создаваемых этими методами. Следовательно, дедуктивное умозаключение может быть всегда приведено к элиминации.

Ко всему этому Буль прибавляет, что закон противоречия является важнейшим из всех законов нашего мышления.

В аристотелевой логике, как известно, имеются три основных закона.

Закон тождества. «О всяком классе вещей мы вправе утверждать без доказательств все, что имеется в содержании его терминов». В символике Буля закон тождества записывается так: $A=A$.

Закон противоречия. Д. Милль формулирует этот закон так: «Одно из двух противных должно быть ложно». Зигварт формулирует так: «Суждение «A есть B, и A не есть B» не может быть истинным».

Закон исключенного третьего. Милль формулирует его так: «Если одно из противоречащих ложно, то другое должно быть истинно». Вундт формулирует так: «Между утверждением и отрицанием нет ничего третьего».

Все эти законы в разное время и по разным поводам вызвали обширную дискуссию. Существуют многочисленные их формулировки и разные оценки их значения в нашем мышлении. Достаточно, например, указать на такой факт. Закон противоречия долгое время считался аксиомой, не требующей доказательства. Но тем не менее некоторые философы пытались вывести его из закона тождества.

Из всего сказанного вытекает, что вклад в науку, сделанный Булем, имеет огромное значение не только для формализации логических процессов, но и для раскрытия принципов нашего мышления вообще.

Последний раздел книги Буля посвящен применению разработанного им логического исчисления к теории вероятностей.

2. Работы С. Джевонса

Джевонс, ученик Буля, развивал логическую систему своего учителя в двух направлениях[1]. Прежде всего он показал, что все результаты, полученные Булем с помощью алгебраической символики, могут быть найдены и обычным логическим способом. И, кроме того, основываясь на результатах исследований Буля, Джевонс построил инструмент, выполняющий процессы умозаключений; другими словами, им впервые была построена логическая машина. С виду она представляет собой высокий ящик, внутри которого имеются расположенные в ряд 16 легких металлических полос с буквами, приводимыми в движение особыми клавишами. Клавиатура устроена следующим образом. Посредине находится клавиша, соответствующая связке «есть». Слева от нее — ряд клавиш под буквами A, a, B, b, C, c, D, d, соответствующих левой части предложения, причем, согласно символике Джевонса, большие буквы означают понятия, а малые — их отрицания. Клавиши, расположенные справа от связки, образуют такую же систему и соответствуют правой части предложения, сказуемому. Кроме этих клавиш имеются еще крайняя правая клавиша, соответствующая точке, крайняя левая, означающая «конец» и приводящая машину в нулевое положение, и две клавиши под знаком $\cdot|\cdot$, соответствующие связке «или» и служащие для образования разделительных предложений.

Устройство своей машины Джевонс основывает на так называемом непрямом методе заключения, созданном им на основе результатов Буля. Этот метод состоит в следующем.

В символике Джевонса основные законы логики записываются так.

1. Закон тождества: $A=A$.
2. Закон противоречия: $Aa=0$.
3. Закон двойственности: $A=AB\cdot|\cdot Ab$.

Пусть дано высказывание

$$A = AB. \tag{1}$$

Присоединим к нему всегда-истинное высказывание

$$b = AB\cdot|\cdot ab, \tag{2}$$

означающее, что не-B есть A или не-A. Подставляя в высказывание (2) A, получаем из (1) высказывание $b=ABb\cdot|\cdot ab$. Но по закону противоречия $ABb=0$, так как здесь содержатся взаимно отрицающие друг друга символы B и b. Следовательно, остается $b=ab$. Таким образом, из высказывания «A есть B» вытекает, что «не-B есть не-A».

Присоединим теперь к исходному высказыванию отрицательное высказывание

$$a = aB\cdot|\cdot ab. \tag{3}$$

---

[1] См. S. Jevons. «Phil. Trans.», **160**, 1870; «Proc. Roy. Soc.», **18**, 166, 1870; С. Джевонс. Основы науки. СПб., 1881.

Оно не допускает никаких подстановок при использовании исходного высказывания, следовательно, из него ничего нельзя вывести. Значит, из «A есть B» нельзя вывести «не-A есть не-B».

Возьмем теперь тождество

$$A = B. \tag{4}$$

К нему можно присоединить высказывания

$$b = ABb \cdot|\cdot ab \text{ и } a = aB \cdot|\cdot ab.$$

Подстановка в первое из них B вместо A даст: $b = B^2b \cdot|\cdot ab$. Но ввиду справедливости тождеств $B^2 = B$ и $Bb = 0$ имеем

$$b = ba. \tag{5}$$

Теперь подставим в тождество $a = aB \cdot|\cdot ab$ символ A вместо B; получим $a = aA \cdot|\cdot ab$. Но $aA = 0$, поэтому имеем

$$a = ab. \tag{6}$$

Сопоставляя тождества (5) и (6), выводим: $a = b$. Таким образом, из полного тождества $A = B$ следует, что «не-A есть не-B».

Подобным операциям соединения с разными альтернативными положениями может быть подвергнута и группа двух высказываний. Например, пусть даны высказывания:

$$A = AB, \tag{7}$$

$$B = BC. \tag{8}$$

I. Напишем два альтернативные высказывания:

$$A = AB \cdot|\cdot Ab, \tag{9}$$

$$A = AC \cdot|\cdot Ac. \tag{10}$$

Соединим их вместе, подставив A из (10) в (9); получим:

$$A = ABC \cdot|\cdot ABc \cdot|\cdot AbC \cdot|\cdot Abc. \tag{11}$$

Джевонс называет эту операцию развитием A по B и C.

Подставим в высказывание (11) символ A из (7) и символ B из (8). В результате получим:

$$A = ABBC \cdot|\cdot ABBCc \cdot|\cdot ABbC \cdot|\cdot ABbc.$$

В системе Буля удвоение символа равносильно одному этому символу. Поэтому имеем: $A = ABC \cdot|\cdot ABCc \cdot|\cdot ABbC \cdot|\cdot ABbc$, и остается только

$$A = ABC, \tag{12}$$

т. е. «A есть B и есть C» — естественный вывод из (7) и (8).

Изложенный способ вывода путем соединения данных посылок со всевозможными их альтернативами Джевонс называет непрямым методом умозаключения.

Непрямой метод позволяет получить и ряд других умозаключений, исходя из посылок (1) и (2), если к ним присоединить новые альтернативные высказывания.

II. Возьмем альтернативы $B = BA \cdot|\cdot Ba$ и $B = BC \cdot|\cdot Bc$. Подставим в них символы A и B из (7) и (8). Выбрасывая комбинации, тождественные нулю, получим:

$$B = ABC \cdot|\cdot aBC. \tag{13}$$

III. Возьмем альтернативы $C=CA \cdot|\cdot Ca$ и $C=CB \cdot|\cdot Cb$. Путем соединения их получим: $C=CBA \cdot|\cdot CbA \cdot|\cdot CBa \cdot|\cdot CBa$. После подстановки символов A и B из (7) и (8) получим:

$$C = ABC \cdot|\cdot aBC \cdot|\cdot abC. \tag{14}$$

IV. Возьмем альтернативы $a=aB \cdot|\cdot ab$ и $a=aC \cdot|\cdot ac$. Они приводят к такому умозаключению:

$$a = aBC \cdot|\cdot abC \cdot|\cdot abc. \tag{15}$$

V. Возьмем альтернативы $b=bA \cdot|\cdot ba$ и $b=bC \cdot|\cdot bc$. Вместе с (1) и (2) они дают такое умозаключение:

$$b = abC \cdot|\cdot abc. \tag{16}$$

VI. Возьмем альтернативы $c=cA \cdot|\cdot ca$ и $c=cB \cdot|\cdot cb$. Вместе с (1) и (2) они дадут такое умозаключение:

$$c = abc. \tag{17}$$

Этим исчерпываются все возможные альтернативы. Они дают вместе с высказываниями (7) и (8) следующую систему умозаключений:

ABC (12)	aBC (13)	abC (14)	abc (15)
ABC (13)	aBC (14)	abC (15)	abc (16)
ABC (14)	aBC (15)	abC (16)	abc (17)

т. е. всего четыре различных умозаключения.

Тот же результат может быть получен более коротким путем. Действительно, напишем все возможные сочетания символов A, B, C, a, b, c по три: ABC, ABc, AbC, Abc, aBC, aBc, abC, abc. Подставим в них $A=AB$, $B=BC$. Отбросив содержащие противоречия, получим: ABC, aBC, abC, abc, т. е. то же самое, что мы получили последовательным способом.

Для четырех символов A, B, C, D и a, b, c, d всевозможные сочетания по четыре будут следующие:

A	B	C	D	a	B	C	D
A	B	C	d	a	B	C	d
A	B	c	D	a	B	c	D
A	B	c	d	a	B	c	d
A	b	C	D	a	b	C	D
A	b	C	d	a	b	C	d
A	b	c	D	a	b	c	D
A	b	c	d	a	b	c	d

Отсюда легко понять, почему при вертикальном чтении комбинаций в логической машине ее алфавит должен быть устроен так:

A	A	A	A	A	A	A	A	a	a	a	a	a	a	a	a
B	B	B	B	b	b	b	b	B	B	B	B	b	b	b	b
C	C	c	c	C	C	c	c	C	C	c	c	C	C	c	c
D	d	D	d	D	d	D	d	D	d	D	d	D	d	D	d

В написанных горизонтальных рядах легко заметить порядок чередования букв.

Работа логической машины заключается в том, что нажатием известных клавиш устраняются (поднимаются вверх или опускаются вниз) такие комбинации букв, которые несовместимы с данными посылками.

Система посылок, содержащая разделительные высказывания $A=AB \cdot|\cdot AC$ и $B \cdot|\cdot C=BD \cdot|\cdot CD$, вырабатывается на машине Джевонса следующим образом: A (левое), связка, A (правое), B (правое), правая клавиша под знаком $\cdot|\cdot$, A (правое), C (правое), точка. B (левое), левый знак $\cdot|\cdot$, C (левое), связка, B (правое), D (правое), правый знак $\cdot|\cdot$, C (правое), D (правое), точка. После этого машина даст следующие комбинации.

1	3	5	9	11	13	15	16
A B C D	A B c D	A b C D	a B C D	a B c D	a b C D	a b c D	a b c d

В полученной таблице нет тождественных комбинаций, следовательно, машина дает восемь различных следствий. Они расшифровываются так:

Из 1, 3 и 5 следует, что «A есть B или не-B» «есть C или не-C», но всегда «есть D».

Из 1, 3, 9, 11 следует, что «B есть C или не-C», но всегда «есть D».

Из 1, 5, 9, 13 следует, что «C всегда есть D».

Из 9, 11, 13, 15 и 16 следует, что «не-A есть B или не-B», «не-A есть C или не-C» «не-A есть D или не-D». Точно так же, «не-B есть C или не-C», «не-B есть D или не-D» и, наконец, «не-C есть D или не-D».

А. Н. Щукарев в своей книге «Проблемы теории познания» разбирает любопытный конкретный пример [1].

Пусть символ A служит для обозначения окислов элементов, которые, растворяясь в воде, дают щелочи (символ B) или кислоты (символ C). Щелочи или кислоты суть электролиты (символ D). Если решать на машине Джевонса поставленную логическую задачу, то можно получить следующие высказывания:

1) Окислы элементов, растворяясь в воде, дают щелочи или нещелочи, кислоты или некислоты, но всегда электролиты.

2) Щелочи могут быть кислотами и некислотами, но всегда электролитами.

3) Кислоты всегда электролиты.

4) Неокислы элементов, растворяясь в воде, могут давать щелочи или нещелочи, кислоты или некислоты и всегда будут электролитами или неэлектролитами.

5) Нещелочи суть кислоты или некислоты, электролиты или неэлектролиты, так же как и некислоты.

Во втором высказывании логическая машина делает вывод, к которому не сразу пришли химики: она не противополагает щелочи кислотам, как это часто делали, но допускает, что и щелочь может иметь кислотный характер, что в действительности и наблюдается. Например,

[1] См. А. Н. Щукарев. Проблемы теории познания. Одесса, «Матезис», 1913.

существует гидрат окиси калия, который, как и кислоты, образует соли — так называемые алюминаты.

Четвертое высказывание логической машины явно демонстрирует ее преимущество над человеком в данном случае. Действительно, неокисел азота (водный раствор аммиака) может обладать щелочностью, что есть на самом деле; неокисел хлора (раствор хлористого водорода) может обладать кислотностью, что также имеет место в действительности. Между тем это обстоятельство долгое время вызывало у химиков недоумение, которое пытались разрешить путем предположения о существовании некоего неизвестного элемента мурия. Отсюда и пошло латинское название водного раствора хлора acidum muriaticum.

Если среди посылок встречаются тождества, то на логической машине Джевонса нужно производить следующие две операции: $A=B$ записывают как $A=B$ и $B=A$, а именно A (левое), связка, B (правое), точка; B (правое), связка, A (левое), точка.

Если в машину посланы противоречащие посылки, то она разрешает это противоречие тем, что с ее алфавита исчезает совершенно тот символ, относительно которого ищется умозаключение. Так, например, если даны посылки $A=AB$ и $A=Ab$, то машина не выдает ни одной комбинации, содержащей термин A. О значении своей машины Джевонс писал:

«В обыденной жизни нам не бывает нужно постоянно решать сложные логические задачи... Но тем не менее машина важна в двух отношениях.

Во-первых, я надеюсь, что недалеко то время, когда преобладание старой логики Аристотеля станет только историческим фактом ... Я думаю, что механические аппараты или какие-нибудь в том же роде будут полезным пособием, которое даст... наглядный анализ логических задач какой угодно степени сложности...

Во-вторых, более непосредственная важность машины состоит в том, что она представляет неоспоримое доказательство того, что теперь выработаны верные взгляды на основные принципы умозаключения... Наступит время, когда будут признаны и оценены по достоинству неизбежные результаты удивительных исследований покойного Буля, и я надеюсь, что ясная и осязательная форма, в которой представляет эти результаты моя машина, ускорит наступление этого времени. Несомненно, что труды Буля составляют эпоху в науке о человеческом мышлении» [1].

3. Работы Роберта Грассмана

Если Буль, создавая свою систему, имел в виду главным образом устранение ошибок, проистекающих из-за неточности нашего языка, то Грассман [2] почти исключительно сосредоточил свое внимание на усовершенствовании самой логики как науки. Кант, Гегель и другие философы ограничивались лишь перечислением установленных ранее разделений, не заботясь об их выводе, довольствовались объяснениями, большей частью неясными и неопределенными. По мнению Грассмана, доказательства обычно представляли собой софизмы, так как уже в самых словах, используемых для доказательства, комбинировались понятия с таким содержанием, которое нужно доказывать. Кроме того, упускалась из виду формальная сущность логики, которая в этом отношении есть часть учения о формах, или часть математики.

Для научного обоснования учения о понятиях, или логики, по мнению Грассмана, возможен только новый путь — путь чистых формул,

---

[1] С. Джевонс. Основы науки. СПб., 1881.

[2] См. R. Grassmann. Die Formenlehre oder Mathematik. Schtettin, 1872.

когда доказательства содержатся в уравнениях, которые преобразуются по законам учения о величинах. Только такая форма доказательства не предполагает заранее никакой логики, никакой грамматики, только она одна может представлять строгую форму мышления, так как только в ней всякая величина и всякое соединение обладают не более чем одним значением; только такая форма может иметь силу для всякого мышления, ибо только в ней каждая величина может обозначать все, что есть или может быть предметом мышления.

В сущности Грассман считал, что не математика является частью логики, а, наоборот, операции математического счета породили логику. Поэтому логика должна быть сведена к математическим законам об операциях над символами. Правильность этой концепции Грассман аргументирует применимостью коммутативного, ассоциативного и дистрибутивного законов к материальной части логики.

Действительно, с логической точки зрения понятие «Иванов и Петров» одинаково с понятием «Петров и Иванов»; это соответствует в математике коммутативному закону для операции сложения: $a+b=b+a$. Понятие «добрый человек» тождественно с понятием «человек, который добр»; это соответствует коммутативному закону для умножения: $ab=ba$. Понятие «Иванов и Петров и Сидоров» одинаково с понятием «Иванов вместе с Петровым и Сидоровым»; это соответствует ассоциативному закону для сложения: $a+b+c=a+(b+c)$. Понятие «большое млекопитающее животное» одинаково с понятием «большое млекопитающее, которое есть животное»; это соответствует ассоциативному закону для умножения: $abc=a(bc)$. Наконец, понятие «старый храбрый воин» равносильно понятию «старый воин и храбрый воин»; это соответствует дистрибутивному закону для сложения и умножения: $a(b+c)=ab+ac$. Таким образом, рассуждает Грассман, логика входит в математику, и ее основные законы могут быть формализованы так, что над понятиями можно производить те же операции, что и над целыми числами. Но в отличие от арифметики, как показал Буль, формальные операции над понятиями подчиняются следующим двум законам: два одинаковых понятия, сложенные или перемноженные, приводят опять к тому же понятию. Так, например, понятие «Петр и Петр» равносильно понятию «Петр», т. е. $a+a=a$; далее, понятие «человек, который есть человек» равносильно понятию «человек», т. е. $aa=a$.

Все это, рассуждает Грассман, наводит на мысль о том, что логика может развиваться как абстрактная наука, т. е. формально.

Грассман излагает свою логическую систему согласно с естественным делением предмета, а именно, он разбивает ее на три раздела: образование понятий, образование суждений и образование умозаключений.

Образование понятий. Этот раздел автор начинает с введения терминологии и символики.

Величиной он называет все, что есть и может быть предметом мышления, причем каждая величина может принимать одно и только одно значение.

Величина, не являющаяся комбинацией других величин, называется *элементом*.

Соединением называется такой акт, присущий человеческому сознанию, когда величины образуют посредством логических операций новую величину, которая может принимать одно и только одно значение.

Две величины называются *равными*, если во всяком логическом соединении они могут взаимно заменять друг друга, не изменяя значения соединения. В противном случае величины называются неравными

Символы: скобки и знак равенства — Грассман переносит из алгебры в логику без каких бы то ни было оговорок. *Понятием* называется элементарная величина, образованная путем последовательного прибавления элементов друг к другу.

Действие укратнения, или умножения, Грассман называет *определением* или *отысканием признака*.

Следующие четыре правила, заимствованные из алгебры, применяются в логике. Грассман формулирует их так.

1) Можно произвольно заключать в скобки суммы или произведения, а также опускать скобки, заключающие в себе суммы или произведения, и изменять порядок частей (слагаемых) или признаков (множителей). Значение величин от этого не изменится.

2) Можно раскрывать скобки по дистрибутивному закону, перемножая каждую часть одного признака с каждой частью другого. Значение величин от этого не изменится.

3) Величина не изменяет своего значения от прибавления к ней нуля или от умножения ее на единицу; произведение любой величины на нуль есть нуль.

4) Результат всякого соединения есть снова понятие или элементарная величина.

Если теперь считать, что над элементами можно совершать операции согласно особым законам логики, составляющим ее исключительную принадлежность, и что произведение двух различных элементов есть нуль, то легко доказать применимость тех же законов к понятиям или элементарным величинам. Применение этих законов к понятиям Грассман называет предложениями равенства или тождества.

Предложение $a+a=a$ доказывается так:

$$\begin{aligned} a+a &= (e_1+e_2+\ldots+e_n)+(e_1+e_2+\ldots+e_n) = \\ &= (e_1+e_1)+(e_2+e_2)+\ldots+(e_n+e_n) = \\ &= e_1+e_2+\ldots+e_n = a. \end{aligned}$$

Предложение $aa=a$ доказывается так:

$$\begin{aligned} aa &= (e_1+e_2+\ldots+e_n)(e_1+e_2+\ldots+e_n) = \\ &= e_1e_1+e_1e_2+e_1e_3+\ldots+e_1e_n+ \\ &+ e_2e_1+e_2e_2+e_2e_3+\ldots+e_2e_n+ \\ &+ \ldots = e_1e_1+e_2e_2+e_3e_3+\ldots+e_ne_n = \\ &= e_1+e_2+e_3+\ldots+e_n = a. \end{aligned}$$

Оба эти предложения Грассман обобщает и устанавливает такие два логических равенства: $S_{1n}a=a$; $P_{1n}a=a$. Здесь символ S_{1n} означает сумму n элементарных величин, а P_{1n} — их произведение.

Доказательство, что произведение двух различных понятий есть нуль, Грассман проводит так:

$$\begin{aligned} ab &= (e_1+e_2+\ldots+e_n)(e'_1+e'_2+\ldots+e'_n) = \\ &= e_1e'_1+e_1e'_2+e_1e'_3+\ldots+e_1e'_n+ \\ &+ e_2e'_1+e_2e'_2+e_2e'_3+\ldots+e_2e'_n+ \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &+ e_ne'_1+e_ne'_2+e_ne'_3+\ldots+e_ne'_n = 0. \end{aligned}$$

После этого он доказывает возможность таких логических предложений: $a+b=a+c$. Это предложение возможно только тогда, когда понятие c есть сумма элементов, принадлежащих только понятию b и не содержащихся в a.

Отсюда следует обратное предложение: если имеет место $a+b=a+c$, то все элементы, свойственные одной из величин b и c и не принадлежащие a, являются общими для обеих величин b и c.

Другое предложение: произведение двух понятий есть сумма всех общих для них элементов, т. е. $ab=d$, где d представляет общую часть обоих понятий или сумму их общих элементов.

Обратно, если $ab=d$, то вне общей части d понятия a и b не имеют никаких общих элементов.

Доказательство высказанных положений ведется так: пусть понятие d содержит все без исключения элементы, общие понятиям a и b, и ни одного элемента сверх этого; тогда в выражениях:

$$a = a_1 + d,$$
$$b = d + c$$

понятия a_1, c, d не будут содержать ни одного общего элемента; следовательно,

$$a + b = (a_1 + d) + (d + c) = a_1 + (d + d) + c = a_1 + d + c = a + c.$$

Далее,

$$ab = (a_1 + d)(d + c) = a_1d + a_1c + dd + dc = dd = d.$$

Из этого последнего предложения следует, что понятие не изменится, если к нему прибавить произведение, в котором оно содержится как признак, т. е. $a+ab=c$.

В разделе, посвященном терминологии, Грассман рассматривает общепринятые в логике определения объема и содержания понятия, а также указывает общеизвестные соотношения между ними. Далее автор рассматривает все логически возможные отношения между понятиями и разделяет все понятия на четыре класса по типу отношений между ними.

Взаимно покрывающиеся, или *тождественные,* понятия, объемы которых совпадают.

Соподчиненные, или *инцидентные,* понятия, у которых объем одного является частью объема другого понятия. Символически: $a<b$, или $b>a$.

Встречающиеся, или *пересекающиеся,* понятия, объемы которых имеют как общие, так и различные элементы.

Раздельные, или *несоединимые,* понятия, объемы которых не содержат ни одного общего элемента.

Используя доказанные выше предложения, Грассман доказывает ряд новых предложений.

Всякому понятию можно, не изменяя его значения, придать тождественное с ним или ему подчиненное. Обратно, *если понятие, приданное другому понятию, не изменяет его значения, то оно тождественно с ним или ему подчинено.* Символически это можно записать так: $(a+b=b)=(a\leqq b)$.

Если сумма двух понятий равна одному из них, то их произведение будет равно другому из них, т. е. символически: если $a+b=b$, то справедливо $ab=a$.

Действительно, $ab=a(a+b)=aa+ab=a+ab=a$.

Произведение двух тождественных понятий есть то же самое понятие.

Произведение двух соподчиненных понятий равно подчиненному понятию.

Произведение двух встречающихся понятий равно их общей части.

Произведение двух раздельных понятий равно нулю.

Произведение равно или подчинено каждому из своих признаков.

Всякое понятие может быть определено без изменения значения тождественным с ним или его подчиняющим. Обратно, *понятие, которое, определяя другое, не изменяет его значения, тождественно с ним или его подчиняет.* Символически это можно записать так: $(a=ab)=(a\leqq b)$.

Одно понятие тождественно другому понятию, если, присоединяясь к нему и в то же время определяя его, оно не изменяет его значения; символически: $(a+b=b)+(ab=b)=(a=b)$.

Действительно, так как $b=a+b$, то $a=ab=b$.

Если из двух понятий первое подчинено второму, а второе первому, то оба они тождественны друг с другом. Символически: $(a<b)+(b<a)=$ $=(a=b)$.

Действительно, если $a<b$, то $a+b=b$; если $b<a$, то $a+b=a$. Следовательно, $b=a+b=a$.

Если одно понятие умножить на другое, ему подчиненное или с ним встречающееся, или определить его при помощи этого понятия, то первое обратится также в подчиненное, т. е. более узкое понятие. Символически: $ab<b$, если $a<b$ или если a встречается с b.

Ни одно понятие не может быть определено с помощью раздельного с ним. Обратно, *два понятия раздельны, если их произведение равно нулю.*

Далее Грассман исследует предельные понятия *все* и *ничто*. Понятие *все* он считает наивысшим понятием, потому что оно означает совокупность всевозможных элементов. По отношению к нему все понятия являются подчиненными. Понятие *ничто* есть наинизшее понятие, потому что в его объеме не содержится ни одного элемента. Оно является подчиненным по отношению ко всем остальным понятиям. Понятие *все* Грассман обозначает буквой T, а понятие *ничто* — буквой O. Для понятий *все* и *ничто* справедливы следующие тождества: $a+T=T$; $aT=a$; $a+0=a$; $a0=0$.

При помощи понятия *все* Грассман определяет операцию отрицания. Символически: $\bar{a}$ означает «отрицание a». Понятие *все* есть сумма любых двух раздельных понятий, из которых каждое содержит в себе все, кроме находящегося в другом. Поэтому каждое может быть названо отрицанием другого. Отсюда следует, что любое понятие и его отрицание всегда составляют строгую противоположность.

Предельные понятия вместе с операцией отрицания служат в системе Грассмана основным материалом для составления новых высказываний. Прежде всего сумма любого понятия и его отрицания есть *все*; произведение их есть *ничто*, или нуль. Отрицание понятия *все* есть *ничто*; отрицание понятия *ничто* есть *все*.

Теперь закон исключенного третьего можно формулировать так: всякое понятие подчинено сумме всякого другого понятия и его отрицания. Символически: $a\leqq u+\bar{u}$.

Кстати сказать, обычную форму закона исключенного третьего автор считает ошибочной. Утверждение «a есть u или не-u» неполно, потому что каждое понятие, подчиняющее u или с ним пересекающееся, не подчинено ни u, ни его отрицанию.

Доказывается этот закон очень просто: пусть $a\leqq T$, тогда $a\leqq u+\bar{u}$.

Далее Грассман выводит следующие предложения.

Все отрицания одного и того же понятия равны друг другу, или *для каждого понятия существует одно и только одно отрицание.*

Действительно, $\bar{a}=\bar{a}T=\bar{a}(a+\bar{a}_1)=\bar{a}a+\bar{a}a_1=\bar{a}a_1$, но $\bar{a}_1=\bar{a}\bar{a}_1$, поэтому $\bar{\bar{a}}=\bar{\bar{a}}_1$.

Отрицание отрицания понятия а есть самое понятие а: $\bar{a}=a$.

Всякое понятие равно или подчинено отрицанию понятия, с ним раздельного. Обратно, *если понятие равно или подчинено отрицанию другого, то оно раздельно с последним,* т. е. $(au=0)=(u\leqq\bar{a})=(a\leqq u)$. Отсюда также следует, что *если понятие равно или подчинено другому, то оно раздельно с его отрицанием, и обратно.* Символически: $(a\leqq u)=(a\bar{u}=0)$.

Отрицания тождественных понятий тождественны, отрицания соподчиненных понятий соподчинены и притом так, что отрицание высшего понятия подчинено отрицанию низшего. Символически:

$$(a = u)=(\bar{a}=\bar{u}),\quad (a<u)=(\bar{u}<\bar{a}).$$

Если отрицание низшего понятия подчинено отрицанию высшего, то эти понятия тождественны.

Сумма двух понятий, составленная из произведения их отрицаний и из них самих, есть все. Символически: $a+u+a\bar{u}=T$.

Сумма отрицаний двух раздельных понятий есть все. Обратно, *если сумма двух понятий есть все, то их отрицания раздельны.*

Понятие, подчиненное другому понятию и его отрицанию, есть ничто; понятие, подчиняющее себе как то, так и другое, есть все.

Для тождественных и подчиненных понятий a и u и разделенных понятий Грассман выводит 16 уравнений. Всеми этими уравнениями мы пользуемся в наших логических умозаключениях, правда, не всегда совершенным образом.

Если понятие a представляет собой сумму двух раздельных понятий u и a, то оно называется *главным* понятием; каждое же из последних двух называется *дополнением* до главного.

Для понятий, подчиненных главному понятию, остаются в силе все законы, которые найдены для понятия *все.* Чтобы получить их, достаточно в изложении этих законов заменить понятие *все* главным понятием, а отрицание — дополнением к главному понятию.

Образование суждений. Грассман предлагает записывать суждение в символической форме таким образом: $a=xu$. Здесь под a подразумевается вещь или субъект; под xu — действие или предикат; наконец x, рассматриваемый в отдельности, есть символ, означающий неизвестную принадлежность u к какому-то классу. Написанное уравнение, следовательно, надо читать так: «a есть некоторое u».

Символ x может означать всякое понятие, которое с понятием u имеет общую часть понятия a и притом не бо́льшую, чем a. На символическом языке в суждении $a=xu$ под символом x надо подразумевать тождество $x=a+y$ при условии, что $yu=0$.

Установив правила символического способа выражения суждений, Грассман доказывает предложение: *во всяком суждении субъект равен или подчинен предикату,* и обратно, *всегда могут быть соединены в суждение два понятия, из которых одно равно или подчинено другому.* Доказательство этого очень просто: $a=xu=(a+y)=au+yu=au$, или $a\leqq u$, $a\leqq u$; следовательно, $a=au=au+yu=(a+y)u=xu$.

Автор разбивает суждения на классы по трем признакам: по объему субъекта, по его знаку или качеству, и по знаку или качеству предиката.

В соответствии с первым признаком суждения бывают *общие* (о полном субъекте) и *частные* (о части субъекта). В соответствии со вторым признаком суждения бывают о самом субъекте и об его отрицании.

Наконец, по третьему признаку суждения могут быть утвердительные (утверждения) и отрицательные (отрицания).

Объединение первых двух принципов разделения суждений приводит к четырем группам: полные суждения о субъекте, полные суждения об его отрицании, частные суждения и разделительные суждения, или суждения о части отрицания субъекта.

Наконец, объединение всех трех принципов разделения суждений приводит к восьми классам суждений, состоящих из четырех общих и четырех частных. Символически формы этих суждений можно представить так:

$$a \leqslant u, \quad a \leqslant \bar{u}, \quad \bar{a} \leqslant u, \quad \bar{a} \leqslant \bar{u},$$

$$xa \leqslant u, \quad xa \leqslant \bar{u}, \quad x\bar{a} \leqslant u, \quad x\bar{a} \leqslant \bar{u}.$$

Здесь знак $\leqq$ заменен более удобным знаком $\leqslant$.

В этом пункте Грассман детально исследует разделение суждений, принятое в аристотелевой логике, и приходит к выводу, что это разделение не только недостаточно, но и во многих случаях ошибочно.

Особое внимание уделяет автор обращению суждений, когда понятие субъекта может быть поставлено на место предиката, и наоборот.

Он обсуждает также процесс ослабления суждений, т. е. возможность получения суждения о части из суждения о целом.

Процесс обращения всегда можно осуществить в общем суждении путем обращения знака качества обоих понятий; процесс ослабления осуществляется во всяком частном суждении путем обращения объема понятий или их качества.

Доказательство этого Грассман проводит следующим образом: он располагает обращаемые и обращенные суждения в порядке восьми групп суждений и показывает, что обращение для первых двух групп доказывается приведенными выше восемью уравнениями для тождественных и соподчиненных понятий. Для третьей и четвертой групп обращение доказывается уравнениями для разделительных понятий. Наконец, для четырех остальных доказательство проводится предложением о равенстве или подчиненности субъекта предикату.

Ослабление, очевидно, возможно только для общих суждений, из которых, как нетрудно понять, каждое может быть ослаблено в соответствующее частное суждение. Обратный процесс перехода от частных суждений к общим не может быть выполнен.

В конце главы о разделении и изменении суждений автор приводит полную таблицу формул возможных суждений.

В главе о приложении суждений к понятиям автор рассматривает те суждения, которые получаются путем комбинации понятий определенных классов. Он доказывает, что (1) *два тождественных или соподчиненных понятия могут быть соединены в полное утверждение или в полное отрицание, при этом подчиненное понятие является субъектом в первом и предикатом во втором.* Иначе говоря, в каждом полном утверждении понятие субъекта равно или подчинено понятию предиката; в каждом полном отрицании понятие предиката равно или подчинено понятию субъекта.

Далее Грассман доказывает следующие предложения. (2) *Два раздельных понятия могут быть соединены в полное отрицание, в котором каждое из них одинаково может быть субъектом;* иначе говоря, понятия субъекта и предиката во всяком полном отрицании раздельны. (3) *Два пересекающиеся понятия могут быть соединены в частное утверждение и в частное отрицание, в котором каждое из них одинаково* *может быть субъектом;* однако из этого никак не следует, что в каждом частном утверждении или частном отрицании понятия субъекта и предиката всегда пересекаются; это имеет место, если выполняются особые условия.

Доказательство предложений (1) и (2) автор проводит при помощи ссылок на восемь уравнений для тождественных и соподчиненных понятий и для раздельных понятий, которые выписаны нами выше.

Доказательство предложения (3) проводится следующим образом. Два пересекающихся понятия a и u могут быть представлены в виде двух символических сумм: $a=a_1+c$ и $u=u_1+c$. Здесь a_1, c, u_1 взаимно непересекающиеся понятия и каждое из них не равно нулю. В этом случае понятие *все* может быть выражено символически так: $T=a_1+c+u_1+$ $+d$, здесь d не пересекается ни с a_1, ни с c, ни с u_1 и может быть равным или не равным нулю.

Если $d=0$, то $T=a_1+c+u_1=a+u_1$; здесь a и u_1 не пересекаются, поэтому $\bar{a}=T\bar{a}=(a+u_1)\bar{a}=u_1\bar{a}$. Так же можно доказать, что и $u_1=u_1\bar{a}$. Отсюда следует, что $\bar{a}=u_1$, поэтому $\bar{a}\leqslant u$; переходя к отрицанию, получим $\bar{u}\leqslant a$. Таким образом, не может выполняться ни $xa\leqslant\bar{u}$, ни $xu\leqslant\bar{a}$. Если же $d\neq 0$, доказательство проводится так: $T=a_1+c+u_1+d$, следовательно, $\bar{a}=u_1+d$ и $\bar{u}=a_1+d$. Отсюда следует, что $\bar{a}$ и $\bar{u}$ имеют общую часть d, поэтому справедливы формулы: $x\bar{a}\leqslant\bar{u}$ и $x\bar{u}\leqslant\bar{a}$, и, наоборот, неверно, что $\bar{a}\leqslant u$ и $\bar{u}\leqslant a$.

На основании доказанных предложений Грассман считает целесообразным разделить пересекающиеся понятия на два подкласса: разделяющиеся понятия и скрещивающиеся понятия. Под первыми он подразумевает те, употребление которых приводит к полному неутверждению, а под вторыми — те, употребление которых приводит к раздельному отрицанию.

Образование умозаключений. *Умозаключение* Грассман определяет следующим образом: если между тремя понятиями даны два суждения, из которых путем соединения можно вывести третье, то данные суждения называются посылками, а выведенное — заключением.

Символически эта логическая операция выражается следующим образом:

$$\begin{array}{c} a\leqslant u \\ \underline{u\leqslant c} \\ a\leqslant c \end{array}$$

Здесь a называется меньшим термином, u — средним и c — бо́льшим.

Порядок следования посылок безразличен, так как в умозаключении они образуют сумму, элементы которой могут коммутировать.

Далее автор доказывает следующие два предложения: (1) *для того чтобы для необщих терминов в посылках могло быть выведено заключение, необходимо одну из них сделать общей;* иначе говоря, две частные посылки не дают никакого заключения для своих необщих терминов; (2) *во всяком умозаключении вместо отрицания понятия можно ввести положительное понятие* и таким образом иметь дело только с теми формами умозаключения, которые содержат положительные понятия.

Доказательство предложения (1). Пусть даны два частных суждения $xa=yu$ и $vu=zc$. Здесь a, u и c могут иметь любые знаки, а u, кроме того, может иметь разные знаки в обоих уравнениях. Символы x, y, v и u означают неопределенные понятия, не равные нулю. Легко видеть, что никакого нового уравнения для a и c из двух данных уравнений вывести нельзя, потому что yu и vu могут представлять совершенно разные понятия.

Доказательство предложения (2). Здесь нужно различать два случая: когда средний термин в обеих посылках имеет один и тот же знак и когда он имеет разные знаки.

В первом случае предложение доказывается путем подстановки в посылки вместо понятий, взятых с отрицанием, положительных понятий, им эквивалентных, т. е. $\overline{a}=a_1$, $\overline{u}=u_1$, $\overline{c}=c_1$.

Затем в полученном заключении следует произвести обратную замену.

Во втором случае предложение доказывается путем приведения его к первому простым обращением той посылки, которая содержит общее суждение.

Далее Грассман делает обозрение форм умозаключения. *Полной,* или общей, *формой умозаключения* он называет такую форму, в которой обе посылки суть общие суждения. *Частной формой умозаключения* он называет такую форму, в которой одна посылка является общим суждением, а другая — частным.

Нетрудно видеть, что для положительных понятий всегда существуют четыре полные формы и четыре частные, различающиеся по положению среднего термина, которое может быть внутренним, задним, передним и внешним.

Символически Грассман представляет эти формы следующим образом:

Первая, или внутренняя, форма: $a \leqslant u$, $u \leqslant c$; $a \leqslant u$, $xu \leqslant c$.

Вторая, или задняя, форма: $a \leqslant u$, $c \leqslant u$; $a \leqslant u$, $xc \leqslant u$.

Третья, или передняя, форма: $u \leqslant a$, $u \leqslant c$; $u \leqslant a$, $xu \leqslant c$.

Четвертая, или внешняя, форма: $u \leqslant a$, $c \leqslant u$; $u \leqslant a$, $xc \leqslant u$.

Перечисленные формы — как для полных, так и для частных умозаключений — могут быть сведены к двум — первой и третьей. Действительно, следует только произвести обращение данных суждений, а затем произвести замену отрицаний равными им положительными понятиями, тогда вторая из полных форм приведется к третьей, а четвертая к первой.

В случае частных форм легко показать, что вторая форма приводится к первой, а четвертая к третьей. Для этого достаточно произвести обращение частных суждений. Внутренняя полная форма дает полное заключение для необщих терминов посылок; передняя форма дает частное заключение; частная внутренняя форма не дает никакого заключения.

Все это легко доказывается у Грассмана с помощью его символического исчисления.

После анализа всех возможных умозаключений автор приходит к выводу, что только следующие 12 форм умозаключений имеют смысл.

Первый разряд (полные формы)

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Первая, или внутренняя, форма:} & a \leqslant u & u \leqslant c \\ \text{Вторая, или задняя, форма:} & a \leqslant u & \overline{c} \leqslant \overline{u} \\ \text{Третья, или передняя, форма:} & \overline{u} \leqslant \overline{a} & a \leqslant c \\ \text{Четвертая, или внешняя, форма:} & \overline{u} \leqslant \overline{a} & \overline{c} \leqslant u \end{array}\right\} a \leqslant c.$$

Второй разряд (частная меньшая посылка)

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Первая, или внутренняя, форма:} & xa \leqslant u & u \leqslant c \\ \text{Вторая, или задняя, форма:} & xa \leqslant u & \bar{c} \leqslant \bar{u} \\ \text{Третья, или передняя, форма:} & xu \leqslant a & u \leqslant c \\ \text{Четвертая, или внешняя, форма:} & xu \leqslant a & \bar{c} \leqslant \bar{u} \end{array}\right\} xa \leqslant c.$$

Третий разряд (частная бо́льшая посылка)

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Первая, или внутренняя, форма:} & \bar{a} \leqslant \bar{u} & xu \leqslant c \\ \text{Вторая, или задняя, форма:} & \bar{a} \leqslant \bar{u} & xc \leqslant u \\ \text{Третья, или передняя, форма:} & u \leqslant a & xu \leqslant c \\ \text{Четвертая, или внешняя, форма:} & u \leqslant a & xc \leqslant u \end{array}\right\} xa \leqslant c.$$

Далее Грассман рассматривает специальные виды умозаключений: цепи заключений, или заключения индукции; заключения для сумм и произведений; раздельные заключения и непрямые заключения.

На этом заканчивается попытка Грассмана создать полное учение и исчерпывающую логическую теорию о понятии, суждении и умозаключении. Последующий анализ должен относиться к учению о сущности нашего мышления, т. е. к вопросу о познании вообще.

4. Некоторые общие замечания в связи с логистикой Буля и Грассмана

Рассмотренная здесь работа Грассмана появилась на свет почти через 20 лет после появления работ Буля. Несмотря на то что Буль, очевидно, является предшественником Грассмана, последний ни словом не упоминает о его результатах. По-видимому, он ничего не знал о его работах.

Результаты Буля, Джевонса и Грассмана долгое время оставались без внимания. В частности, это можно объяснить тем, что труды Буля и Грассмана читаются с трудом. Кроме того, многие считали их неинтересными и даже — несмотря на создание логической машины Джевонса — бесполезными.

Но теперь, когда успехи электроники сделали возможным создание быстродействующих вычислительных и логических машин, результаты Буля и Грассмана приобрели огромное значение.

В настоящее время много пишут о перспективах создания думающих машин, причем подразумевается, что сама эта идея возникла недавно. В действительности же, как мы видим, проблема построения думающей машины была поставлена и в какой-то степени разрешена почти 100 лет назад.

Работы Буля, Джевонса и Грассмана интересны еще в одном отношении: в них поставлен один из наиболее существенных вопросов теории познания — вопрос о природе очевидности. Ведь все наши логические рассуждения и доказательства считаются обоснованными, если они приводят к высказыванию, истинность которого является для нас очевидной. Например, все согласятся с истинностью формулы $aa = a$ в системах Буля и Грассмана, потому что она кажется очевидной. Но откуда следует ее очевидность? Буль вводит ее как аксиому, Грассман ее доказывает, но доказательство его не содержит в себе ничего отличного от рассуждений Буля. Некоторые операции расчленения, которыми пользуется Грассман, не раскрывают булевскую очевидность, а скорее отягощают ее.

Итак, что такое *очевидность* и как в нашем мышлении создается представление о ней?

Классической логикой давно установлено, что наше мышление основано на четырех законах: законе тождества, законе противоречия, законе исключенного третьего и законе достаточного основания.

Но эти законы являются продуктом непрерывной работы нашего мозга в процессе нашего взаимодействия с внешним миром. В нашем мозгу всегда происходит сопоставление или противопоставление одних восприятий другим. Спрашивается, как же сформировались законы мышления на основе этих процессов?

Из отечественных работ, посвященных этому вопросу, в первую очередь следует назвать работы И. М. Сеченова. Он пишет: «Мыслить можно только знакомыми предметами и знакомыми свойствами или отношениями; значит, для мысли должно быть дано наперед уменье различать предметы друг от друга, узнавать их и затем различать в предметах их свойства и взаимные отношения» [1].

Далее он говорит, что у взрослого новая мысль возникает иначе, чем у ребенка. У ребенка она создается из продуктов низших форм чувствования, а у взрослого — из цепи идей путем длительного, иногда неожиданного, сопоставления их друг с другом. Эта идея совершенно справедлива, и ее можно перенести почти целиком на генетическое развитие человеческого мышления. Ведь ребенок за очень короткий срок проходит всю эволюцию нашего сознания, начало которого нужно отнести к младенческому периоду развития человека на Земле.

Как только человек приобретает способность в уме своем различать, запоминать и вспоминать, сопоставлять и противопоставлять, у него сразу же развиваются элементы нашего сознания, которые отражаются в первых трех законах нашего мышления, и развитие этих элементов стимулируется стремлением к выживанию, что составляет основу свободной воли человека.

Следовательно, для упорядоченного мышления необходима еще свободная воля, способность к действию. Пассивное восприятие посредством органов чувств недостаточно для того, чтобы человек начал мыслить.

Волевые действия вместе с умением находить сходства и различия, запоминать и вспоминать их порождают понятия о предметах, об их качествах, об их отношении к целому и выделению среди них тождественных.

Следовательно, закон тождества есть волевое отражение в нашем сознании всего вне и внутри нас существующего. Сила этого закона такова, что он в равной степени должен иметь место и в логике, и в математике.

Вероятно, этот закон свойствен не только мышлению человека, но и в какой-то степени сознанию животных. Ради биологического выживания они должны обладать способностью к отождествлению.

В психическом отношении эта способность высших животных каким-то образом связана с возбуждением центральной нервной системы так, что посредством накопления условных рефлексов она доводится до автоматического акта.

Но способность к отождествлению предполагает существование и способности к различению, дифференцированию. А от этой последней

---

[1] И. М. Сеченов. Избр. филос. и психол. произв. М., ОГИЗ, 1947, стр. 399.

еще далеко до способности к противопоставлению и нахождению отрицания, развитие которой связано со способностью к эволюции.

Из многообразия различных предметов в первую очередь наши органы чувств, по-видимому, выделяют сходные элементы. Поэтому эволюция этой способности до способности к отождествлению протекает довольно быстро. Что же касается способности отождествления по отрицанию, то для нее требуется более длинная эволюция. Поэтому способность к противопоставлению должна была прийти в животный мир гораздо позднее и не у всех видов одновременно. Нельзя также думать, что рассматриваемая эволюция основных законов мышления никак не связана с биологическим развитием мыслящего индивида.

«Если расположить животное царство в восходящем порядке, — пишет Сеченов, — и сопоставлять его представителей друг с другом со стороны постепенно усложняющейся материальной организации, со стороны усложняющихся физиологических отправлений и, наконец, со стороны усложняющихся психических деятельностей, то получаются три параллельных ряда, звенья которых представляют фазисы прогрессивного развития всех трех проявлений животной органической жизни; и тип эволюции выясняется тогда из рассматриваемых звеньев каждого ряда в отдельности. Если же сопоставлять друг с другом соответствующие звенья всех трех рядов, то разрешается вопрос о параллельности развития материальной организации, телесных и психических отправлений» [1].

Но при таком параллельном изучении эволюции различных видов животного царства мы не должны забывать одного существенного обстоятельства.

Существование преемственной связи между видами животного царства нужно рассматривать как более или менее удачную гипотезу. Поэтому нельзя основываться только на ней в анализе эволюции нашего мышления. Нужно искать более непосредственные фазы развития животного организма, которые бы хорошо соответствовали фазам развития сознания.

В этом смысле изучение развития зародыша у животных бесспорно может дать много весьма полезных фактов для разрешения поставленной проблемы. Здесь из такой простой исходной формы, как яйцо, в сравнительно короткий срок развивается сложнейший организм с определенными физиологическими и психологическими функциями.

Кроме того, важным не гипотетическим циклом изменений, несомненно, является наблюдение за умственным развитием отдельного человека.

И, наконец, немалую роль должны сыграть исследования в области преемственного и прогрессивного развития цивилизации культурных народов, фазы которого отражены в исторических памятниках и летописях.

Эволюция зародыша у высших животных изучена в общем достаточно хорошо, если за исходную форму считать оплодотворенное яйцо.

Превращение здесь обусловливается прежде всего значительным увеличением массы, притекающей извне. Но это нарастание массы сопровождается размножением клеточных элементов и образованием дифференцированных систем клеток. Затем эти элементы подвергаются таким изменениям и превращениям, которые в конечном счете определяют морфологические признаки, характеризующие ткани и органы животного в течение всей остальной жизни.

---

[1] И. М. Сеченов. Избр. филос. и психол. произв., стр. 410.

По-видимому, развиваются клеточные элементы двух типов, из которых один определяет физиологическую жизнь организма, а другой — психофизиологическую, причем развитие этих двух форм идет взаимно согласованно, т. е. одна форма в своем развитии влияет на другую. Механизм этого согласования пока неясен, однако можно утверждать, что на определенном этапе развития живого организма психофизиологическая форма начинает воздействовать на другие процессы как в смысле их временного ускорения, так и в смысле направления их развития. Поясним эту мысль следующим примером. Если бы знаменитому итальянскому исследователю Петруччи удалось довести в своей искусственной физиологической камере человеческий зародыш до девятимесячного возраста утробной жизни, то спрашивается, был ли бы этот ребенок психически нормальным, имелись ли бы у него элементы, необходимые для его дальнейшего нормального психического развития? С точки зрения высказанной выше идеи о взаимодействии двух клеточных форм ответ на поставленный вопрос может быть только отрицательным.

Процесс превращения и развития яйцевых клеток в организме матери совсем не таков, как соответствующий процесс в физиологической камере Петруччи. В первом случае он протекает под непрерывным воздействием психического состояния матери, а во втором случае этот фактор совершенно отсутствует.

С этой точки зрения можно утверждать, что в психическом отношении все животные способны развиваться до сознания, аналогичного сознанию человека. Однако в силу каких-то специфических особенностей, может быть даже благодаря случаю, только один вид животных развился в человека. И теперь ни один вид не может догнать его в своем развитии только потому, что психофизиологические элементы человека ускоренно действуют в направлении развития его сознания.

Вероятно, путем длительных упражнений на протяжении ряда поколений можно и у животных, например у обезьян, достигнуть того, чтобы они, как и человек, научились сравнивать свои ощущения не только по их сходству, но и по их различию.

Однако в чем же разница тождественностей, накопляемых нашей памятью по сходству, и тождественностей, накопляемых по различию?

В первом случае нам помогают непосредственные ощущения, здесь не требуется никакой способности к абстрагированию, а во втором случае она необходима. Но для этого нужно пройти определенную эволюцию в физиологическом и психофизиологическом развитии.

Умение сравнивать тождественности по отрицанию означает переход на более высокую ступень умственного развития. Теперь уже появляется возможность противопоставления, и, следовательно, очевидным представляется факт, что «одна и та же вещь не может одновременно быть и не быть». Больше того, теперь кажется очевидным, что ничего среднего между «быть» и «не быть» нет и не может быть. Другими словами, с этого момента начинается способность к мышлению, так как накопление памятью тождеств и отрицаний закреплено законами тождества, противоречия и исключенного третьего.

Но помимо этих видов «очевидности» человек накопил в своей памяти и ряд особых отношений — отношений следования. Например, если бывает день, то бывает и ночь; если бывает зима, то бывает весна, и т. д. У человека, научившегося абстрагировать, подобные обстоятельства могут запечатлеться не только в конкретных, но и в абстрактных представлениях. Поэтому возникает необходимость правильно устанавливать следование и дедукцию понятий. Это означает, что в нашем сознании должна быть зафиксирована «очевидность» особого характера, которую иногда называют законом достаточного основания. Лейбниц, например, наиболее важными принципами нашего мышления считал закон достаточного основания и закон противоречия. Первый он формулирует так: «Ни одно явление (следование) не может оказаться истинным или действительным, ни одно утверждение справедливым без достаточного основания, почему именно дело обстоит так, а не иначе, хотя эти основания в большинстве случаев не могут быть нам известны» [1].

Хотя закон достаточного основания и не обладает теми конструктивными элементами, которыми обладают три основных закона — тождества, противоречия и исключенного третьего, но тем не менее как нормативный и побудительный закон он не может быть исключен из логики.

Не следует смешивать его с законом причинности. Закон причинности тоже является побудительным законом, но его побуждение относится к утверждению существования причины того или иного действия или явления.

По этому поводу И. М. Сеченов пишет: «Едва ли существует в области логики другой вопрос, который нуждался бы в трезвом психологическом освещении в той же мере, как вопрос о «причине» и «причинной связи» или зависимости. Слова эти с прибавлением афоризма «нет действия без причины» слышатся из глубокой древности поднесь так часто, что понятиям, обозначенным ими, следовало бы уже давно прочно установиться, а между тем здесь до сих пор путаница невообразимая.

Ради краткости и ясности изложения считаю необходимым предпослать всему прочему краткое резюме существующих на этот предмет воззрений:

1) Понятия *причина* и *причинная связь* приложимы исключительно к *явлениям* или *рядам* как объективным (т. е. к явлениям внешнего мира), так и субъективным (т. е. явлениям внутреннего мира человека), к последованиям, а не сосуществованиям.

2) Причина есть деятель или действующее начало в явлении, а причинная связь — отношение к факторам явления второстепенным, но отношение особого рода — не пространственное, не количественное, не сходство и не отношение во времени.

3) Причинная связь между факторами явлений недоступна непосредственному чувству — она открывается умом познающего человека.

4) Она же составляет первый естественный шаг к истолкованию явлений, будучи

5) прирожденной человеческому уму формой познания предметных связей и зависимостей наравне с познанием их по сходству и смежности в пространстве и времени» [2].

Несмотря на различие приведенных здесь формулировок закона причинности, в них все же есть нечто общее. Закон причинности требует предопределения направления следования, и изменить это направление невозможно.

Например, в суждениях о явлениях свободного падения роль силы тяготения предопределена, и ее ничем нельзя заменить. Это диктуется нашими знаниями об этом явлении. Но в следовании «если бывает день, то бывает и ночь» понятия «день» и «ночь» можно переставлять, поэтому здесь знак следования может быть обращен; следовательно, здесь нет предопределения. Поэтому закон достаточного основания нельзя считать эквивалентным закону причинности.

[1] Г. В. Лейбниц. Избр. произв. СПб., 1908, стр. 347.
[2] И. М. Сеченов. Избр. филос. и психол. произв., стр. 510—511.

Когда человек был поставлен перед необходимостью видеть количественную сторону предметов и явлений, начался новый этап в развитии его мышления. Естественно, что количественные отношения обрабатывались человеческим сознанием с помощью тех же «очевидностей», которые составляют основные законы нашего мышления. Поэтому не удивительно почти полное сходство математических и логических операций.

Недаром Буль писал, что все свойства логического равенства *вполне* совпадают со свойствами алгебраического при $x=0$ или 1 и *не вполне* — при других значениях x. И если бы в его системе логических аксиом отсутствовала бы та аксиома, которая символически записывается $x^2=x$, то можно было бы говорить о полном тождестве логических и математических умозаключений. Спрашивается, обусловлено ли это смыслом логических законов или же свойствами объектов, к которым применяются законы логики?

«Число» — это одна из первых абстракций, возникших в мышлении людей, и свойства этой абстракции — совсем иные, нежели те, которые присущи абстрактным понятиям, возникшим на базе ощущений и восприятий.

Как непосредственные, основанные на ощущениях, понятия предшествовали возникновению абстракций, так и законы логики предшествовали законам математики. Значит ли это, что принципы математики имеют более широкий смысл, чем логические очевидности? Отнюдь нет. В математике до сих пор встречаются «парадоксы»; например, оказывается, что положительных четных чисел существует столько же, сколько всех натуральных, т. е. часть равна целому, и мы вынуждены согласиться с этим. На каком основании мы приходим к этому? Конечно, на основе логических очевидностей. Любой математический счет, как бы он ни был сложен, всецело строится на логических очевидностях и не может вступить с ними в противоречие. В самых общих логических построениях мы можем опустить возможность той или иной операции или ограничить ее — от этого непротиворечивость построения не пострадает. Другой вопрос, имеем ли мы для этого достаточное основание в объеме приобретенных нами знаний?

Логические «очевидности», или законы мышления, существенным образом влияют в построении математического счета на определение математических величин. Нельзя думать, что в выборе математических понятий мы вполне свободны и можем не сообразовываться с логическими суждениями и умозаключениями. В силу естественного хода развития нашего сознания невозможно «выкинуть» из нашего мозгового аппарата опыт прошлого, тем более основные принципы нашего мышления. Любой математический счет должен быть внутренне непротиворечив и согласован с законами логики.

Вследствие большой сложности наших логических построений и чрезмерного обилия научных понятий и представлений мы допускаем иногда ошибки. Ничто в мире не познается легко и без ошибок постольку, поскольку мир представляет собой *все пригодное для утверждений и отрицаний,* и мы часто не отдаем себе отчета в том, что некоторые идеи возникают как принуждение ради соблюдения логического единства математического счета, и мы отождествляем это принуждение с каким-нибудь воздействием внешнего мира. В результате этого многое в наших теоретических построениях является наносным и не соответствующим действительности. Точность математического счета не заключается в одном только точном соблюдении правил математических операций, но еще больше зависит от правил выбора явлений и понятий и приведении их в соответствие с математическим счетом.

Для пояснения приведем несколько высказываний выдающихся ученых. Лагранж в предисловии ко второму изданию своей «Аналитической механики» пишет: «Существует уже много трактатов о механике, но план настоящего трактата является совершенно новым. Я поставил себе целью свести теорию механики и методы решения связанных с нею задач к общим формулам, простое развитие которых дает все уравнения, необходимые для решения каждой задачи. Я надеюсь, что способ, каким я постарался этого достичь, не оставит желать чего-либо лучшего» [1].

Спрашивается, почему же возникла потребность создания такого математического счета, который позволил бы из общих формул получить все решения задач механики, и почему возможно создание такой системы?

Потребность отделения математического счета в области механики от ее физического содержания вызывалась неоднозначностью толкования основных принципов механики, которая, в свою очередь, проистекала из-за неточного и неполного понимания сущности ее основных понятий. Неточность и неполнота этого понимания была вызвана разнообразием способов решения механических задач. С другой стороны, необходимо было иметь достаточно общий и единый метод, для того чтобы оградить наше познание от возможных ошибок. Сам Лагранж говорит об этом следующее: «Эта работа принесет пользу и в другом отношении: она объединит и представит с одной и той же точки зрения различные принципы, открытые до сих пор, с целью облегчения решения механических задач, укажет их связь и взаимную зависимость и даст возможность судить об их правильности и сфере их применения» [2].

Другую попытку выделения математического счета из системы наших физических знаний сделали братья Э. и Ф. Коссера. Во введении к своему трактату «О теории эвклидовского действия», во многих отношениях замечательному, они пишут: «Механика, как и все науки, имеющая предметом ощутительные факты, основана прежде всего на опыте и индукции. Таким характером она, естественно, и должна обладать в руководстве классическом. Но можно попытаться приурочить механику и к единственной общей идее, придав ей форму дедуктивную; этим путем мы сообщим ей новую силу для открытий и найдем объяснение тех понятий, которые уже приобретены индуктивно. Таков был замысел Лагранжа в его аналитической механике более века тому назад.

В наше время попытка такого рода заслуживает возобновления, потому что область явлений, находящихся в большей или меньшей зависимости от механики, значительно расширилась.

Один из путей, которому можно следовать, указан был Гельмгольцем; отправною точкой он берет метод переменного действия Гамильтона, так что понятием, из которого посредством индукции должны вытекать все индуктивные начала механики, является подходящим образом задуманное понятие *о действии.* Однако Гельмгольц недостаточно определенно выделил то, что в этом первоначальном понятии служит основным, позволяющим обобщить его. Чтобы дать вполне стройное определение этому понятию, надо принять во внимание, что действие в том виде, как его ввел в механику Мопертюи, представляет *инвариант в группе эвклидовых перемещений.* Эту же особенность, присущую действию, мы находим снова в статике изменяемых тел, обоснованной на рассмотрении ds^2 пространства. В физике теория явлений, происходящих от тяготения, теплоты и электричества, зависит (как это показали первыми Лаплас,

---

[1] Ж. Лагранж. Аналитическая механика, т. I. М., Гостехиздат, 1950, стр. 9.
[2] Там же.

Фурье и Максвелл) от изучения дифференциальных параметров, которые также служат инвариантами в группе перемещений.

А. Пуанкаре написал, что понятие о группе предшествует в нашем уме, по крайней мере в виде нашей способности, и обязательно проявляется в нас не в форме нашей восприимчивости чувством, а в форме нашего разумения.

В силу этой философской идеи вся классическая механика и вся теоретическая физика, по-видимому, могли бы быть выведены из одного единственного понятия *об эвклидовском действии*...» [1].

Поставленную задачу братья Э. и Ф. Коссера частично и стремились разрешить. Они построили систему, которая охватывает различные задачи статики и динамики, касающиеся изменяемой линии, изменяемой поверхности, изменяемой среды со всеми частными случаями, разбираемыми в геометрии и механике.

Метод Э. и Ф. Коссера может быть перенесен во все области естествознания.

Повторяем, что возможность осуществления этой идеи заложена в основных принципах нашего мышления, исследованных Булем и Грассманом, которые показали законность этих поисков.

Еще одна попытка выделения математического счета из физической теории принадлежит итальянскому математику Вито Вольтерра. В своих «Трех лекциях о новых изысканиях в математической физике» он сделал попытку показать, что операция разыскания вариации некоторых интегралов существенным образом определяет характер *математического счета* в электродинамике и теории упругости. Он пишет: «Если спросить математика, есть ли разница между теорией упругости и электродинамическими теориями, то будет получен отрицательный ответ; и это потому, что вид дифференциальных уравнений и методы решения встречающихся проблем одинаковы в обоих случаях. С другой стороны, существует такое подобие аналитических соотношений, которое позволяет совершить переход от теории упругости к электромагнитной теории; ему можно придать классическую форму даже для случая движущихся тел, как показал это Лоренц...» [2].

Вольтерра сам говорит, что он не стремится связывать новые идеи, относящиеся к разысканию указанных переходов, с философским направлением, вытекающим из аналитической механики Лагранжа. Но тем не менее мы считаем, что его работы имеют весьма большое значение для выяснения роли математического счета в нашем познании. Всевозможные математические операции, накопленные наукой в процессе развития наших знаний, требуют приведения их к единству с целью точного выяснения смысла представлений и понятий, которыми мы пользуемся для описания какой-нибудь группы явлений.

Несмотря на видимую разницу в высказываниях Лагранжа, Э. и Ф. Коссера и Вольтерра, между ними имеется много общего. Все они говорят о возможности выделения математического счета из имеющихся теоретических концепций и показывают, как в отдельных случаях следует решать эту задачу. С нашей точки зрения работы Э. и Ф. Коссера в этом отношении имеют особое значение, так как в них с наибольшей решимостью показывается возможность решения указанной задачи. Больше того, они показывают, что для физики понятие действия должно играть основную роль. В самом деле, поскольку все процессы протекают

---

[1] П. Аппель. Руководство теоретической механики, т. III. М., 1911, стр. 612—613.

[2] V. Volterra. Drei Vorlesungen über neuere Forschritte der Mathematischen Physik. Leipzig und Berlin, Drucj und Verlag von B. G. Teubner, 1914, S. 97.

в физическом пространстве (геометрическое пространство плюс время), которое считается непрерывным, мы вынуждены лишь через физические процессы устанавливать его мероопределение. И эта необходимость должна существенно отражаться на выборе путей построения математического счета.

В настоящей работе будет сделана попытка, пользуясь понятием действия, объединить и выделить математический счет из всех математических концепций, связанных со статистическими процессами. Разумеется, эта задача не является простой. Но ее нужно решать хотя бы в первом приближении. Нам кажется, что необходимость ее решения усугубляется еще и тем, что по поводу статистических теорий ведутся громкие философские дискуссии, ничего общего не имеющие с мощными статистическими методами современной физики.

Приходится наблюдать, как разные исследователи придают физике идеалистический или материалистический характер, и совершается это, к сожалению, путем наращивания силлогизмов, без всякой попытки анализировать в целом математический аппарат теории. Истинная философия может возникнуть только по совершении этой работы. Не должно быть такой ситуации в нашем познании, когда статистика Максвелла—Больцмана—Гиббса и разные виды квантовых статистик существовали бы раздельно, не имея внутренних связей между основными понятиями, на основе которых они строились. У них должен быть один «зародыш», из которого в конечном счете должен развиться «живой организм» — адекватная физическая теория. Вместе с братьями Э. и Ф. Коссера мы считаем, что работа в этом направлении может открыть и новые пути для развития науки.

5. Воззрения Пеано, Рассела, Кутюра и Гильберта на связь логики и математики

Наши рассуждения были бы неполными, если бы мы не упомянули о работах, более близких нам по времени в сравнении с работами Буля и Грассмана.

Первое место среди них безусловно принадлежит исследованиям итальянского математика Пеано. Он создал особую символику, позволяющую заменять в математических рассуждениях разговорный язык формальными операциями над символами. Шредер назвал эту символику пазиграфией. Против нее выступил Пуанкаре, правда очень осторожно. Он писал: «Символический язык, созданный Пеано, играет весьма крупную роль в этих новых изысканиях. Он способен оказать некоторые услуги, но, мне кажется, г. Кутюра придает ему преувеличенное значение, которое должно было удивить самого г. Пеано.

Существенный элемент этого языка составляют известные алгебраические знаки, которыми изображают различные союзы: «если», «и», «или», «следовательно». Весьма возможно, что эти знаки удобны, но чтобы им было предназначено возродить всю философию — это уже вопрос совсем другого рода. Трудно допустить, чтобы слово «если», будучи написано через $\supset$, приобрело такие качества, каких у него не было, когда его писали просто «если» [1].

Пазиграфия Пеано была изобретена с той же целью, что и алгебра логика Буля. Последний стремился избавить логику от вредного влияния языка, Пеано стремился избавить от этого математику. Мы уже показали в своих рассуждениях выше, что логика предшествовала математике, поэтому пазиграфия Пеано неизбежно должна быть в сущности ва-

---

[1] А. Пуанкаре. Математика и логика. «Новые идеи в математике». Сб. 10. Математика и философия. Пг., «Образование», 1915, стр. 10.

риантом работ Буля и Грассмана. В связи с этим хочется отметить следующий интересный факт. Бурали-Форти сделал попытку провести с помощью пазиграфии Пеано анализ некоторых вопросов из области трансфинитных чисел и пришел к неожиданному результату. Он показал, что могут существовать два таких трансфинитных числа a и b, из которых a не равно b, но в то же время не больше и не меньше, чем b. А между тем Георг Кантор доказал, пользуясь обычным языком логики, что между двумя трансфинитными числами, так же как и между обычными числами, не существует иных отношений, кроме отношений равенства или отношений «больше—меньше».

Возникает вопрос, в каком месте рассуждений Кантора и Бурали-Форти логические очевидности не имеют тождественного значения?

Не так ли обстоит дело, что не логические очевидности сыграли решающую роль в получении этого противоречия, а определения и аксиомы, которые в математике часто приобретаются путем абстракций? Мы склонны думать, что именно последнее является причиной этого парадокса.

Теория трансфинитных чисел есть сплошная абстракция и притом такая, которая создана не в результате изучения физически реальных предметов, но в результате изучения абстрактных предметов — чисел. Поэтому здесь, по мнению Пуанкаре, должно выступить особое качество нашего мышления, некий надежный инстинкт — интуиция.

По этому поводу Пуанкаре пишет: «Разве в математике все сводится к правилам совершенной логики? Утверждать это — все равно что сказать, будто все искусство шахмат сводится к правилам хода отдельных фигур. Надо ведь делать еще выбор из всех комбинаций, какие только можно сделать из материалов, доставляемых логикой; истинный математик производит этот выбор правильно потому, что им руководит какой-то надежный инстинкт, какое-то смутное сознание некоторой более глубокой, более сокровенной, мы бы сказали, истины» [1].

Только упражнение в выделении абстрактных свойств и отношений вещей вырабатывает в нашем сознании особый тип очевидности, позволяющий создавать определения и аксиомы. Однако это качество нашего сознания никак не затрагивает законы самой логики и ничего к ним не прибавляет. Непосредственное видение предметов приводит к чувственной очевидности, которая нужна при построении некоторых умозаключений, но эта очевидность не касается самих логических законов, закрепленных в нашем сознании. Чувственная очевидность предшествует абстрактной очевидности, и — вместе взятые — они создают науку. Поэтому не существует чисто абстрактных наук, построенных только на интуиции. Нельзя смешивать логические законы с предложениями, раскрывающими чувственные и абстрактные очевидности.

Мы считаем, что принцип математической индукции, который Пуанкаре считает квинтэссенцией математических рассуждений, есть не более как абстрактная очевидность, не выводимая из законов логики.

Конечно, можно спросить, каким образом эта абстрактная очевидность закрепилась в нашем сознании? Но решить этот вопрос можно только путем более глубокого анализа деятельности нашего мозга.

Таким образом, работа Пеано по созданию математического языка не могла дать ничего нового по сравнению с исследованиями Буля и Грассмана. Разница между ею и ними заключается лишь в начертаниях логических связок, но не в раскрытии новых принципиальных сторон дела.

[1] А. Пуанкаре. Математика и логика. «Новые идеи в математике». Сб. 10. Математика и философия, стр. 4.

Совершенно другое положение мы встречаем в работах Бертрана Рассела. Он начинает с того же, с чего начинали Буль и Грассман — с анализа основных принципов логики, и здесь он высказывает оригинальные суждения. Если аристотелеву логику можно считать учением об отношении субъекта к предикату, т. е. логикой классов, то в теории Рассела логика классов подчиняется логике высказываний. Например, классический силлогизм «Иванов есть человек» в логике Рассела превращается в гипотетический силлогизм. Пусть символ p обозначает «Иванов», а символ q — «человек». Тогда по классической логике можно написать $p=q$. В логике Рассела нужно сказать: из p следует q, и символически это записывается так: $p \supset q$. Написанная формула выражает также следующие высказывания:

(1) если p истинно, то q истинно;

(2) если q ложно, то p ложно;

(3) неверно, что p истинно, а q ложно;

(4) либо p ложно, либо q истинно.

Все эти суждения эквивалентны и служат лишь пояснением к написанной выше формуле.

В логике Рассела высказывание определяется как то, что следует из самого себя.

Рассел ищет в своей логике законы, согласно которым комбинируются между собой союзы *если*, *и*, *или*, и отрицание *не*. Благодаря этому ему удалось значительно расширить объем классической логики. Но это не значит, что он изменил основные принципы нашего мышления. Его исследования говорят лишь о том, что эти принципы допускают неоднозначный способ логических построений, и это обусловлено развитием способности нашего сознания расширять область «очевидностей» — обобщенный человеческий опыт.

Логика Рассела состоит из трех разделов: исчисление высказываний, исчисление классов и исчисление отношений.

Исчисление высказываний основывается в первую очередь на принципе тождества $p \supset q$ и на принципе логического произведения, которое выражается в совместном утверждении высказывания p и высказывания q и записывается так: pq, или $p \frown q$. Иначе говоря, это значит, что высказывания p и q истинны одновременно.

Операции $\frown$ и $\supset$ подчиняются следующим пяти законам:

(1) коммутативный закон:

$$p \frown q = q \frown p;$$

(2) ассоциативный закон:

$$p \frown (q \frown r) = (p \frown q) \frown r;$$

(3) закон упрощения:

$$p \frown q \supset p$$

(из совместного утверждения высказываний p и q следует высказывание p);

(4) закон составления:

$$p \supset q \cdot p \supset r \cdot \supset \cdot p \supset q \frown r$$

(если из p следует q и из p следует r, то из p одновременно следуют q и r; легко видеть, что *то* выражается символом $\cdot \supset \cdot$):

(5) закон гипотетического силлогизма:

$$p \supset q \cdot q \supset r \cdot \supset \cdot p \supset r$$

(если из p следует q и из q следует r, то из p следует r).

Закон гипотетического силлогизма обыкновенно рассматривают как основание для дедукции. Однако и все другие законы, не зависимые от закона гипотетического силлогизма, могут служить также основанием дедукции. В чем же тогда сущность дедукции?

Некоторые логики, в том числе и сам Рассел, видят одинаковость соглашения в процессе дедукции в другом принципе, который иногда формулируют так: *если имеется истинный вывод $p \supset q$ и если гипотеза p истинна, то и предложение q также истинно; так что истинность этого последнего можно утверждать отдельно.*

Интересно отметить, что этот принцип не может быть выражен символически. Можно было бы попытаться записать его так: $p \cdot p \supset q \cdot \supset \cdot q$. Однако такая запись нерасчленима, и из нее невозможно вывести истинность высказывания q отдельно без связи *то.* Чтобы указанную операцию можно было проделать, необходимо иметь право вычеркивать гипотезу $p \cdot p \supset q$, что допустимо только в предположении существования самого принципа.

По Расселу, принцип дедукции есть предел символизма, а по нашему мнению — это логическая «очевидность», которая не может входить в систему логических правил, а потому никакими символами не может быть представлена.

К принципу дедукции необходимо присоединить принцип подстановки, т. е. следующую логическую «очевидность»: *в общей формуле можно подставлять на место общего или неопределенного термина частный или индивидуальный термин.*

Только существование подобных «очевидностей» делает наше познание активным, творческим. Без них невозможно было бы создание никаких научных теорий. Источником их является непрерывное обогащение нашего сознания личным опытом.

В разделе «Исчисление высказываний» Рассел вводит также символ V — «истинно» и символ Λ — «ложно».

Логическая сумма двух высказываний p и q в логике Рассела есть высказывание s, которое следует из каждого из них и из которого следует всякое высказывание, вытекающее из обоих, данных порознь.

Приведенное определение суммы символически можно представить так: $p \supset s \cdot q \supset s : p \supset x \cdot q \supset x \cdot \supset \cdot s \supset x$. В этой формуле знак : означает союз «и». Ей можно также придать альтернативный смысл, если ввести символ $p \smile q$, что означает «верно p или q». Читать можно и проще: «p или q». После сделанных замечаний последнюю формулу можно записать:

$$p \supset p \smile q \cdot q \cdot q \supset p \smile q : p \supset x \cdot q \supset x \supset p \smile q \supset x.$$

Следует обратить внимание на один психологический момент при чтении указанной формулы. Она представляет собой как бы разделение на элементы психофизиологического процесса, который совершается в нашем мозгу, причем интуитивно мы считаем эту формулу истинной, и это соглашение совершается очень быстро благодаря приспособлению нашего мозга к многочисленным повторениям аналогичных ситуаций. Тем не менее разделение всех условных операций с мгновенной фиксацией памяти на каждом звене, т. е. с переводом формулы на словесный язык, наш мозг справляется с трудом. Очевидно, что требуется привычка к чтению подобных формул.

Отрицание высказывания p Рассел обозначает символом $-p$, который следует читать «не-p».

Теперь логический закон противоречия можно символически записать так: $p \frown -p = \Lambda$, т. е. совместное утверждение p и не$=p$ ложно. Альтернативное утверждение «или p или не-p истинно» записывается символически так: $p \smile -p = \mathrm{V}$. Это и есть закон исключенного третьего.

К этим двум принципам в логике Рассела присовокупляется еще принцип противопоставления, который в наших логических построениях также играет существенную роль. Символически его можно выразить так: $p \cdot \supset q \cdot \supset \cdot -q \supset -p$.

Следствием его является принцип двойного отрицания: отрицание не-p есть p, т. е. $-(-p) = p$.

В сущности этим исчерпывается исчисление высказываний Рассела.

В разделе «Исчисление классов» Рассел исследует смысл понятия класса. Он считает это понятие производным, подчиненным понятию высказывания и даже понятию функции. Понятие функции в символической логике гораздо шире математического понятия функции, так как оно охватывает не только высказывания, но и утверждения об отношениях, что в математике называют уравнениями. Например, в математике $x^n = y$ есть функция, а $x^n = 1$ — уравнение.

В исчислении классов Рассел, по мнению Пуанкаре, обогатил науку весьма удачной находкой — введением пропозициональной функции. *Пропозициональной функцией* называется всякое предложение, зависящее от некоторого переменного и приобретающее значение «истинно» или «ложно», когда этому переменному придают определенные значения. Поэтому вообще понятие пропозициональной функции неопределенно, так как она ни истинна, ни ложна. Она становится истинным или ложным предложением только тогда, когда ей придают смысл, подставляя вместо переменных какое-нибудь их значение.

Пусть φx есть пропозициональная функция от переменной x. Эта функция является высказыванием при всяком заданном значении x. Следовательно, для некоторых значений она истинна и для некоторых ложна. Таким образом, она определяет класс, т. е. совокупность тех значений x, для которых она истинна. Эта совокупность, или класс, символически обозначается так: $x \ni \varphi x$.

После этого аксиому: *если две пропозициональные функции φx и ψx эквивалентны, то соответствующие классы равны* — символически можно представить так:

$$\varphi x = \psi x \cdot \supset \cdot x \ni \varphi x = x \ni \psi x.$$

Соответствие высказывания классу в логике Рассела обозначается обратным знаком $\in$. Таким образом, высказывание «индивид k принадлежит к классу a» записывается так: $k \in a$.

Скомбинируем оба знака $\ni$ и $\in$, например $k \in (x \ni \varphi x)$. Это предложение означает, что k принадлежит классу пропозициональной функции φx, а следовательно, оно обращает эту функцию в истинное высказывание. Другими словами, φk истинно.

Теперь можно написать эквивалентность $k \in (x \ni \varphi x) = \varphi k$. Полученная формула позволяет легко доказать, что символические операции $x \in$ и $x \ni$ взаимно уничтожаются. Действительно, напишем выражение $x \ni (x \in a)$. Оно означает, что совокупность значений x, удовлетворяющих предложению «$x \in a$», представляет самый класс a. Следовательно, можно написать: $x \in (x \in a) = a$, что и требовалось доказать.

До сих пор речь шла только об установлении соответствия между пропозициональными функциями и классами. Теперь следует найти отношения между классами, аналогичные отношениям между высказываниями.

Отношение включения. Высказывание «класс a содержится в классе b» в символической логике Рассела равносильно высказыванию «из x есть a ($x \in a$) следует x есть b ($x \in b$)» Символически это записывается так: $a \supset b .=: x \in a \cdot \supset \cdot x \in b$.

Отношение равенства. Высказывание «классы a и b равны» равносильно высказыванию «b есть a ($x \in a$) и x есть b ($x \in b$) эквивалентны». Символически это записывается так: $a = b .=: x \in a .=. x \in b$. Отсюда эквивалентность классов a и b можно записать так: $a = b .=. a \supset b . b \supset a$. Это равенство говорит также и о тождестве, потому что всякий элемент одного класса принадлежит другому классу, и наоборот.

Логическое умножение классов сводится в сущности к утверждению, что совокупность всех x есть одновременно a и b. Символически это утверждение записывается так: $a \smile b .=. x \ni (x \in a . x \in b)$. Если теперь над обеими частями произвести операцию $x \in$, то будем иметь: $x \in (a \smile b) .= .x \in a . x \in b$. Таким образом, сказать, что x есть a и b (предложение слева) — все равно что сказать «x есть a и x есть b».

Логическое сложение классов. Сумма классов a и b есть совокупность таких x, которые суть или a, или b. Символически эту логическую операцию запишем так: $a \smile b .=. x \ni (x \in a . \smile . x \in b)$. Отсюда, проделав операцию $x \in$ над левой и правой частями полученного символического равенства, будем иметь: $x \in (a \smile b) .=. (x \in a . \smile , x \in b)$. Читается это символическое выражение так: сказать, что x есть a или b — все равно что сказать, что x есть a или x есть b.

Описанные отношения можно распространить и на отрицания классов.

Интересно отметить, что аристотелева логика и логика Рассела не во всех силлогистических заключениях перекрывают друг друга. Например, возьмем силлогизм:

Все люди смертны.
Сократ — человек.
Следовательно, Сократ смертен.

На символическом языке это можно записать так:

$$\underbrace{a \supset b}_{\substack{\downarrow \\ \text{большая} \\ \text{посылка}}} \cdot \underbrace{c \supset a}_{\substack{\downarrow \\ \text{малая} \\ \text{посылка}}} \cdot \underbrace{c \supset b}_{\substack{\downarrow \\ \text{заключение}}}$$

По Расселу, этот же силлогизм следует записать так:

$$a \supset b \cdot x \in a \cdot \supset \cdot x \in b.$$

В чем же разница? По определению, знак $\supset$ выражает такое отношение между двумя классами, когда первый содержится во втором, а знак $\in$ выражает отношение индивида к классу, в который он входит. Поэтому и получилась формула Рассела, которая точнее передает смысл приведенного силлогизма. В классической логике почти никогда не различаются знаки $\supset$ и $\in$, они считаются тождественными, а на самом деле это не так.

Нет необходимости полностью описывать все разделы исчисления классов Рассела, например теорию формальных и материальных выводов и т. д. То, что мы рассказали, достаточно для понимания его идей и для определения отношения его исследований к исследованиям предшественников. Рассел стремился создать такую логику, которая ближе всего подходила бы в своих символических операциях к математическому языку. Но в его теории имеется один дополнительный раздел, без которого исчисление высказываний и исчисление классов не могут справиться с логическим анализом математики. Имеется в виду третий раздел логики Рассела — исчисление отношений.

В исчислении отношений Рассел распространил понятие пропозиционального функции на две переменные x и y, причем вместо символа $\varphi(x, y)$ он пишет xRy. Он вводит несколько символических операций, которые позволяют сказать, когда xRy истинно для всех значений x и y или для какой-нибудь одной пары их значений; но можно также допустить, что существует и такая ситуация, когда для любых значений x существуют значения y, для которых xRy истинно.

Исчисление отношений — наиболее оригинальное место в теории Рассела. Здесь он наиболее радикально переделал логический символизм Пеано, Пирса и Шредера.

Почти все работы по символической логике различных авторов замечательны своей тонкостью и остроумием. Но возникает вопрос, в чем же ее ценность — помимо того значения, о котором мы писали выше?. Можно ли, например, с помощью символической логики находить оптимальные варианты в теоретических построениях? Что мы под этим понимаем? Если взять, например, эвклидову геометрию, то оптимальным вариантом этой науки мы считаем выделение минимального числа определений, аксиом и постулатов, раскрытие которых приводит к единой и исчерпывающей системе теорем этой геометрии.

Оптимальным вариантом механики и физики мы считаем (в этом отношении мы вполне согласны с братьями Коссера) минимальное число определений, аксиом и постулатов, с помощью которых можно было бы построить общий математический аппарат для описания определенного класса механических и физических явлений.

Далее, оптимальным вариантом статистической физики мы считаем минимальное количество определений, аксиом и постулатов, с помощью которых можно было бы развить систему исчисления, охватывающую всю классическую и квантовую статистическую физику. Такой оптимальный вариант мы пытаемся строить во второй части настоящей работы.

Итак, мы ставим вопрос: может ли символическая логика решить поставленную задачу?

С нашей точки зрения глубокий анализ законов нашего мышления, их конкретизация и формализация по типу алгебраического анализа не только доказывают разумность поставленной задачи, но и являются единственным средством ее решения.

Символическая логика, «доверенная» логическим машинам, несомненно, будет решать подобные задачи.

До сих пор вся надежда в решении задач на нахождение оптимальных вариантов основывалась только на интуиции, которую столь превозносит Пуанкаре. Создание подобных машин отнюдь не уменьшает значения творческой инициативы ученых, которые будут работать на более высоких по содержанию и по идейному уровню позициях.

Однако существование нескольких систем логического исчисления порождает сомнение в их безупречности. Пока что нет уверенности в том, что использование их для решения конкретных задач во всех случаях приведет к удовлетворительному результату. Нет уверенности и в том, что математический счет в какой-то области знания не обладает такими особенностями, с которыми логическое исчисление может вступить в противоречие.

Как известно, попытка использования логического исчисления Рассела для обоснования математики или, выражаясь нашим языком, для разыскания оптимальных вариантов натолкнулась на так называемые парадоксы Бурали-Форти, Рассела, Ришара и Эпименида.

Для того чтобы устранить эти парадоксы, Рассел поступает очень решительным образом. Он без оговорок соглашается с несовершенством своей логической системы и пытается исправить ее. Он признает, что пропозициональная функция одной переменной не всегда определяет некоторый класс. Другими словами, пропозициональная функция может не быть предикативной. А это означает, что непредикативные предложения определяют пустой (нулевой) класс. Однако отсюда не следует, что не существует никакого значения x, которое удовлетворяло бы определению и которое могло бы быть одним из элементов класса. Элементы существуют, но они не обладают качеством, позволяющим объединить их в класс.

Далее Рассел дает очень туманное разъяснение смысла пропозициональной функции. Он утверждает, что она является такой лишь в том случае, если она достаточно проста, т. е. только «простые» пропозициональные функции определяют класс; если же они «сложны», то они не определяют никакого класса.

Конечно, такие рассуждения никого не могут удовлетворить, и они дали повод Пуанкаре обрушиться на символическую логику с резкой критикой. В этом отношении весьма интересна его полемика с Кутюра — поклонником идеи логических исчислений.

Вслед за Расселом к решению той же задачи приступил Давид Гильберт [1]. Но его воззрения во многих пунктах расходятся с воззрениями Рассела. Гильберт считает, что законы логики нельзя рассматривать без понятия числа. По его мнению, понятия множества и числа в известной степени содержатся во всех попытках построения логического исчисления. Поэтому обоснование математики посредством символической логики, по его мнению, оказывается заключенным в порочный круг. Поэтому он говорит о необходимости параллельного развития принципов логики и арифметики. Только таким образом может быть построена непротиворечивая система математической логики.

Идеи Гильберта не вступают в противоречие с нашим утверждением о том, что генетически некоторые законы логики утвердились в нашем сознании раньше, чем у нас возникло представление о числе. Надо всегда помнить, что изучение законов мышления основывается на современном опыте, который всегда богаче прошлого опыта. Кроме того, нельзя забывать также, что законы мышления не являются чем-то раз и навсегда данным, абсолютным. Нет сомнения в том, что они, как и все в природе, совершают определенную эволюцию в процессе нашего взаимодействия с окружающей нас реальностью. Если признать, что наша способность к абстрагированию безгранично развивается, то нет никаких оснований отрицать, что не будут найдены такие отношения, которые придется сводить к каким-то новым логическим «очевидностям».

Например, человеку со слабо развитым интеллектом вряд ли могут прийти в голову загадки, приводящие к логическим парадоксам, на которые обратили внимание еще древние греки, в частности Эвбулид и Эпименид. В данном случае мы имеем в виду одну из них, а именно, парадокс о крокодиле: крокодил обещает вернуть ребенка отцу, если тот угадает, вернет ли ему крокодил ребенка или не вернет. Что должен сделать крокодил, если отец скажет, что не вернет?

Придумывать такие логические ситуации способен только интеллект, достигший очень высокого развития. Но коль скоро такая ситуация возникла и парадокс обнаружен, тот же интеллект будет искать из нее выхода. В этом и состоит эволюция законов мышления. Возникно-

[1] См Д. Гильберт и В. Аккерман. Основы теоретической логики. М., ИЛ, 1947.

вение антиномий Бурали-Форти, Рассела, Ришара и Эпименида является существенным аргументом в пользу нашей все совершенствующейся способности к абстрагированию.

Устранение обнаруженных антиномий не означает того, что не появятся новые. В разрешении найденных антиномий и открытии новых, собственно говоря, и заключается совершенствование нашего абстрактного мышления.

Теоретическая логика Гильберта послужила основой для современной математической логики, которая признается некоторыми ее приверженцами за вершину нашего познания. Излагать ее содержание нет никакой необходимости благодаря наличию обширной литературы в этой области.

Все, что было изложено выше, преследовало одну утилитарную цель — найти средства к очищению наших знаний от тех дефектов, которые привносятся в них посредством неточности языка, неопределенности понятий, ошибок в логике суждений и пр.

Не нужно забывать, что во всяком деле содержится элемент эмоционального проявления нашей личности, что отражается на содержании понятий и даже влияет на логику суждений. Отсюда возникает на современном этапе развития науки необходимость создания «помощника» — не только в виде того, что стремится дать символическая логика, но и в виде машины, лишенной эмоций, но способной, однако, осуществлять все логические операции, свойственные нашему мышлению.

Такая логическая машина должна быть настолько совершенной, чтобы с ее помощью можно было находить оптимальные варианты в различных областях нашего знания. Процесс таких изысканий в некотором смысле должен быть похожим на процесс работы тех электронных машин, при помощи которых оказалось возможным прочитать древние рукописи народа майя, что было сделано в Сибирском филиале Академии наук СССР под руководством академика С. Л. Соболева. Объектами работы таких машин могли бы быть, например, аксиоматика геометрии, доказательство математических теорем, установление единой и последовательной системы физических гипотез и т. д.

Нам кажется, что в этом направлении в области математической логики уже проделана такая работа, которая позволяет надеяться на скорое осуществление «помощника» с «трезвым» разумом.

В настоящее время мы располагаем всеми данными для успешного разрешения поставленной задачи. Уже человек начал изучать самого себя как саморегулирующуюся систему и в связи с этим создал особую науку—кибернетику.

Проблема изучения *человека* как саморегулирующего механизма штурмуется сейчас учеными всего мира. Ею занимаются математики, физики, биологи, психологи, инженеры — словом, представители всех специальностей.

Человек как саморегулирующий механизм обладает весьма важными качествами, именно способностью приспособления к окружающей реальности и способностью активно воздействовать на нее. Эти два качества, по-видимому, будут самыми трудными элементами в саморегулирующемся механизме, воспроизводящем модель человеческого мышления.

В актах приспособления и воздействия на окружающую среду, несомненно, есть элементы, «механистические» по своей природе, т. е. такие, которые можно выразить в виде механизма определенного типа. Но есть и такие элементы, которые, может быть, и не допускают механического моделирования. На этот предмет существуют две прямо противоположные точки зрения. Согласно одной весь мыслительный процесс можно воссоздать в виде «механистического» саморегулирующегося устройства; согласно другой точке зрения этого сделать нельзя.

Какое воззрение на природу нашего мышления восторжествует — трудно сказать. Однако правильнее всего будет поддерживать оптимистические взгляды, стимулирующие наши исследования в этом направлении.

Еще предстоит затратить много труда на одно только выделение тех элементов нашего мышления, которые можно безусловно представлять в виде саморегулирующих механизмов, т. е. механизмов, способных имитировать «обучение» и «адаптацию» всего нашего организма.

В этом отношении прав английский ученый У. Росс Эшби, когда говорит: «Итак, наше основное предположение состоит в том, что организм имеет «механистическую» природу, что он состоит из частей, что поведение целого есть результат совместного действия частей, что организмы изменяют свое поведение под влиянием научения и притом таким образом, что их новое поведение лучше приспособлено к окружающей их среде, чем прежнее. Наша проблема состоит в том, чтобы, во-первых, *установить природу изменений, проявляющихся как «научение»,* и, во-вторых, *выяснить, почему такие изменения улучшают адаптацию всего организма»* [1].

Проблема, поставленная Эшби, говорит сама за себя. Решение ее имеет двоякое значение. Во-первых, оно важно для понимания человека как живого существа и для понимания того, что есть живое. Во-вторых, оно позволит строить саморегулирующиеся механизмы, способные освободить человека от физического труда, что весьма существенно для совершенствования социальной жизни.

Однако поставленная проблема не снимает другого вопроса: нужно ли искать пути к созданию такой саморегулирующейся машины, которая полностью выполняла бы интеллектуальные функции человека? Более того, способности которой превосходили бы способности человеческого интеллекта?

Так поставленный вопрос уже способен вызвать некоторую оторопь и, чтобы предотвратить это, требуются весьма существенные оговорки, которые неизбежно будут иметь субъективную окраску у каждого, кто к ним прибегнет.

Возможности умственной работы ограничиваются, в частности, утомлением, ослаблением памяти, внимания, психическими переживаниями и пр. Поэтому усиление нашей умственной деятельности с помощью машин весьма желательно и перспективно. В этом направлении постановка проблемы Эшби должна быть расширена, а попытки к ее разрешению усилены.

Что же касается творческой деятельности нашего интеллекта, то вряд ли она может быть механизирована. Творческая деятельность человека, в частности, имеет своим источником сравнение опыта прошлого с предвидением будущего, т. е. с теми элементами психофизической организации человека, которые определяют его эволюцию во всех отношениях.

Может быть, мы смогли бы втиснуть прошлый опыт в рамки тех или иных физических и даже физико-химических устройств. Но как втиснуть в них предвидение будущего, как реализовать волю человека к действию, как совершать отбор возможностей — все это представляет, по-видимому, неодолимые трудности.

---

[1] У. Росс Эшби. Конструкция мозга. М, ИЛ, 1962, стр. 35.

Человек сможет создать себе «помощников» в виде тех или иных устройств, которые не будут обладать его недостатками, но сможет ли он построить механизм, который во всех отношениях превосходил бы его самого? Вряд ли это возможно. На наш взгляд, жизнь будет ужасной, если в ней станут действовать искусственные механизмы, превосходящие человека. И нам кажется, что такая опасность человеку не угрожает.

По-видимому, творческий акт человека связан с такими формами адаптации и воздействия на окружающую действительность, что ни одна машина не в состоянии их воспроизвести. Искусственный гомеостат, выражаясь языком Эшби, никогда не достигнет той быстроты адаптации, какой обладает живой организм. В этом отношении большого внимания заслуживают расчеты, проделанные Эшби, согласно которым обычная саморегулирующаяся машина, для того чтобы адаптироваться к какому-либо изменению, должна проработать миллиарды лет вместо нескольких секунд, которые требуются для этого живому организму. Другими словами, машина, конкурирующая с человеком в творческой инициативе, должна быть составлена из таких элементов, которые обладали бы свойствами живой клетки.

Нам кажется сомнительной возможность реализации такой машины. Среди процессов, свойственных человеческому мозгу, несомненно существуют такие, которые влекут за собой двигательные манипуляции и тем не менее не затрагивают нашего сознания. В качестве примера приведем следующие рассуждения Эшби: «Если велосипедист хочет повернуть налево, он прежде всего должен повернуть переднее колесо *направо* (иначе он упадет на повороте под действим центробежной силы). Всякий опытный велосипедист делает это движение при каждом повороте, и тем не менее многие велосипедисты, даже после того как они выполнили это движение сотни раз, совершенно не сознают, что они его совершают. Очевидно, прямое участие сознания не требуется для адаптивного научения» [1].

В творческой деятельности человека, по нашему мнению, наоборот, сознание играет весьма существенную роль. Больше того, сознание должно быть сопряжено с эмоциональной стороной нашей личности. В творческой деятельности человека сопряжены сознание, эмоции и логика нашего мышления.

Для пояснения приведем цитату из произведения Пуанкаре «Математическое творчество», описывающую его состояние во время открытия им так называемых фуксовых функций.

«В продолжение двух недель я старался доказать, что не существует никаких других функций, аналогичных тем, которые я назвал впоследствии фуксовыми функциями; я был тогда очень невежествен; каждый день я садился к рабочему столу и проводил за ним час или два; я перебирал огромное количество комбинаций и не приходил ни к какому результату. Однажды вечером я выпил черный кофе, вопреки обыкновению, и не мог заснуть; идеи толпою возникали в мозгу; я ощущал как бы их столкновения до тех пор, пока две из них не сцепились, так сказать, между собой, чтобы образовать стойкую комбинацию. Утром я установил существование одного класса фуксовых функций, происходящих из гипергеометрического ряда; мне оставалось только редактировать выводы, что отняло у меня всего несколько часов.

Затем мне пришла в голову мысль представить те же функции посредством частного двух рядов; эта идея была совершенно сознательна и обдумана; аналогия с эллиптическими функциями указывала мне

---

[1] У. Росс Эшби. Конструкция мозга, стр. 33.

путь. Я задал себе вопрос, каковы должны быть свойства двух рядов, если они существуют, и без труда пришел к образованию рядов, названных мною тэтафуксовыми.

После этого я оставил Кан, где жил тогда, чтобы принять участие в геологической экскурсии, предпринятой Горным училищем. Дорожные перипетии заставили меня забыть о математических работах. По приезде в Кутанс мы сели в омнибус для какой-то прогулки; в тот момент, когда я поставил ногу на подножку, у меня возникла идея, к которой, казалось, я не был подготовлен ни одной из предшествовавших мыслей, именно: что преобразования, которыми я пользовался для определения фуксовых функций, тождественны с преобразованиями неэвклидовой геометрии. Я не сделал проверки; у меня не хватило бы на это времени, так как в омнибусе я возобновил начатый разговор; но у меня уже тогда явилась полная уверенность в правильности идеи. По возвращении в Кан я со свежей головой проверил вывод только для очистки совести.

После этого я принялся за изучение некоторых арифметических вопросов, не приходя к особенно значительному результату и не подозревая, что эти вопросы могут иметь хоть малейшее отношение к моим предыдущим исследованиям. Обескураженный неуспехом, я отправился на несколько дней на берег моря; голова моя была занята при этом совершенно другими вещами. Однажды, когда я гулял по скалистому берегу, у меня явилась, как всегда внезапная и отрывочная, идея, справедливость которой была для меня непосредственно ясна, именно: что арифметические преобразования квадратичных тройных форм тождественны с преобразованиями неэвклидовой геометрии.

Возвратившись в Кан, я обдумал этот вывод и извлек из него следствия. Пример квадратичных форм показал мне, что существуют другие фуксовы группы, отличные от тех, которые соответствуют гипергеометрическому ряду; я увидел, что и к ним можно применить теорию тэтафуксовых рядов и что, следовательно, существуют фуксовы функции, отличные от функций, происходящих из гипергеометрического ряда, единственных мне известных до сих пор. Естественно, я поставил себе задачу — построить все эти функции; я разместил их в систематическом порядке, я взял одно за другим все передовые укрепления; однако держалось еще одно из них, сдача которого должна была повлечь за собой падение всей крепости. Но все мои усилия сначала послужили лишь к тому, что я стал лучше понимать трудность задачи, а это уже составляло кое-что. Вся эта работа была совершенно сознательна.

Затем я уехал в Мон-Валериан, где должен был отбывать воинскую повинность. У меня тогда было много различных забот.

Как-то раз, когда я проходил через бульвар, предо мною вдруг предстало разрешение затруднения, которое раньше остановило меня. Я не старался немедленно разобраться в этом и только после службы снова взялся за этот вопрос. У меня были все элементы, мне оставалось только собрать и привести их в порядок. Таким образом я окончательно редактировал свой мемуар без всякого труда»[1].

Мы привели здесь этот рассказ Пуанкаре, потому что ничего подобного в литературе о психологии творчества нет, за исключением, может быть, следующего высказывания Гельмгольца. На юбилее 14 ноября 1891 г., устроенном в честь его семидесятилетия, Гельмгольц сказал в своей речи: «Признаюсь, как предмет работы мне всегда были приятнее те области, где не имеешь надобности рассчитывать на помощь случая или счастливой мысли. Но, попадая довольно часто в то неприятное по-

[1] А. Пуанкаре. Математическое творчество Психологический этюд. Юрьев, 1909, стр. 11—13

ложение, где приходится ждать таких проблесков, я приобрел некоторый опыт насчет того, когда и где они ко мне являлись, — опыт, который, быть может, пригодится другим. Эти счастливые наития нередко вторгаются в голову так тихо, что не сразу заметишь их значение; иной раз только случайность укажет впоследствии, когда и при каких обстоятельствах они приходили; а не то — мысль в голове, а откуда она—не знаешь сам. Но в других случаях мысль осеняет вас внезапно, без усилия, как вдохновение. Насколько могу судить по личному опыту, она никогда не рождается в усталом мозгу и никогда за письменном столом. Каждый раз мне приходилось сперва всячески переворачивать мою задачу на все лады, так что все ее изгибы и сплетения залегали прочно в голове и могли быть снова пройдены наизусть, без помощи письма. Дойти до этого обыкновенно невозможно без долгой предварительной работы. Затем, когда прошло наступившее утомление, требовался часок полной телесной свежести и чувства спокойного благосостояния — и только тогда приходили хорошие идеи. Часто они являлись утром, при пробуждении, как замечал Гаусс. Особенно охотно приходили, как я уже рассказывал, в Гейдельберге, в часы неторопливого подъема по лесистым горам, в солнечный день. Малейшее количество спиртового напитка как бы отпугивало их прочь.

Такие минуты плодотворного обилия мыслей были, конечно, очень отрадны, менее приятна была оборотная сторона — когда спасительные мысли не являлись. Тогда по целым неделям, по целым месяцам я мучался над трудным вопросом»... [1].

Можно придавать разное толкование отдельным этапам творчества, но несомненно одно — творческая мысль проходит через какие-то фазы сознательной и бессознательной деятельности нашего мыслительного аппарата. Что именно руководит бессознательной работой нашего мозга — пока сказать трудно, но отрицать ее тоже невозможно. По нашему мнению, справедливо также и утверждение Пуанкаре о том, что в процессе творчества имеет важное значение особое чувство, которое выражается в сущностях, имеющих характер красоты и изящества и вызывающих в нас род эстетической эмоции. Эти сущности позволяют расположить познаваемое в такой гармонической стройности, что ум может без труда обнять всю совокупность со всеми подробностями. Указанная гармония, удовлетворяя нашим эстетическим потребностям, в то же время поддерживает и направляет работу интеллекта.

Все это опять-таки говорит о необычайной сложности процесса творчества, который благодаря присутствию в нем некоторых особенностей вряд ли может быть полностью «механизирован». Они связаны с теми элементами, которые отличают живую материю от неживой. Поэтому человеку нечего опасаться, что придет время, когда он изживет сам себя в своих творческих дерзаниях.

Мы допускаем возможность противоположного мнения на этот счет, но оно, как выразился Пуанкаре, может быть только у людей, покоренных творческой эмоцией. Если вера в возможность построения машин, способности которых превосходили бы человеческие способности, стимулирует творческое настроение, то не следует опровергать ее. А пока, как мы уже говорили, всякие суждения по этому поводу неизбежно будут носить субъективный характер. Однако подобные высказывания необходимы, пока мы находимся в состоянии поисков истины, которая безоговорочно разрешит все сомнения.

---

[1] Г. Гельмгольц. Публичные лекции, читанные в Московском университете в пользу гельмгольцевского фонда. Изд. Моск. ун-та, 1892.

Часть II

Математический счет и статистическая физика

Глава I

КОНЕЧНОЕ И БЕСКОНЕЧНОЕ, ПРЕРЫВНОЕ И НЕПРЕРЫВНОЕ В НАШЕМ ПОЗНАНИИ

1. Математика и познание о природе

Считать люди стали очень давно, поэтому понятие числа и числовая символика являются наиболее древними достижениями человеческого разума.

Однако прошло много времени, прежде чем числовые символы — цифры — приобрели свой специфический математический характер. Этому предшествовало изобретение позиционного принципа, согласно которому не величина числа определяет его место, а, наоборот, место числа определяет его величину. Это повлекло за собой изменение и в алгоритме суммирования, который вначале осуществлялся так, что место числа зависело от его величины.

Применение позиционного принципа в операциях счета стало возможным только с появлением понятия о нуле. При помощи нуля стало возможным придавать цифрам двоякое числовое значение — одно, связанное с символом как таковым, и другое, зависящее от его места, указывающего, к какому общему классу следует отнести данную цифру. Величина отношения классов между собой вообще произвольна и условна, но классы определяют количество отдельных цифровых символов, необходимых для выражения чисел, существующих в каждом из них. Так, например, десятичная система в низшем классе предусматривает девять простых единиц, а каждый высший класс — девять составных единиц, из которых каждая содержит десять единиц непосредственно следующего низшего класса. Если в каком-либо классе вообще нет единиц, то это выражается десятым знаком — нулем.

Позиционный принцип позволяет изображать любое число в виде ряда по степеням некоторого числа, являющегося так называемым основанием данной системы счисления, например:

$$\ldots a_4\beta^4 + a_3\beta^3 + a_2\beta^2 + a_1\beta^1 + a_0\beta^\circ \ldots \qquad (1)$$

Здесь символы a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 обозначают величины единиц следующих друг за другом классов, а β — основание системы—количество цифровых символов, употребляемых в данной системе. В десятичной системе счисления $\beta = 10$, а символы a_0, a_1, a_2, ... могут принимать любое значение: 0, 1, ..., 9.

После открытия позиционного принципа началось исследование свойств целых чисел. Например, было обнаружено, что среди чисел имеются такие, которые делятся только сами на себя — простые числа; обнаружены были, например, такие числа, квадрат которых разлагается в сумму квадратов двух других чисел, и т. д. Иными словами, с этого момента началось развитие теории чисел, которая в настоящее время представляет собой одну из глубочайших областей математики.

Людям в их деятельности приходилось не только составлять комплексы из отдельных предметов, но им приходилось иногда делить предмет на части. Таким образом возникло понятие о дроби, т. е. о числах, меньших единицы.

Позиционная система позволяет естественным образом образовывать новые числа, обратно пропорциональные возрастающим степеням числа, являющегося основанием системы счисления. С помощью позиционной системы можно продолжить ряд (1) в сторону чисел, меньших единицы, например:

$$\ldots a_4\beta^4 + a_3\beta^3 + a_2\beta^2 + a_1\beta^1 + a_0 + a_1'\beta^{-1} + a_2'\beta^{-2} + a_3'\beta^{-3} + \ldots \qquad (2)$$

Написанный ряд можно продолжить также в обе стороны до бесконечности.

Как мы видим, позиционная система счисления естественно приводит к проблеме о бесконечно больших и бесконечно малых числах. Более того, она позволяет дать корректное определение иррационального числа.

Красоте и логической прозрачности науки о числах обязана была своим возникновением школа пифагорейцев, которая создала культ числа. Этой школе принадлежит ряд замечательных открытий, относящихся к разным областям человеческой деятельности. В частности, пифагорейцам принадлежит открытие так называемых совершенных чисел — это числа, которые являются суммой своих собственных делителей, например $6=1+2+3$. Пифагореец Никомах нашел даже общее правило для нахождения совершенных чисел.

Пифагорейцы открыли так называемые *дружественные* и *фигурные* числа. Два числа называются дружественными, если каждое из них есть сумма делителей другого. Например, 224 и 220 — дружественные числа. Примером фигурных чисел могут служить следующие суммы:

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{1}{2} n(n+1) \text{ — треугольное число,}$$

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) = n^2 \text{ — квадратное число,}$$

$$2 + 4 + 6 + \ldots + 2n = n(n+1) \text{ — прямоугольное число,}$$

$$1 + 4 + 7 + \ldots + (3n-2) = \frac{1}{2} n(3n-1) \text{ — пятиугольное число.}$$

Эти числа обнаруживают удивительные свойства, если рассматривать их в связи с соответствующими геометрическими фигурами.

В сущности, пифагорейцы были первыми среди тех, кто стал изучать дискретное пространство с точки зрения возможности образования в нем геометрических фигур. Именно они предвосхитили методы теоретической кристаллографии как науки о симметрии кристаллических форм.

Восхищение пифагорейцев законами чисел, их стремление находить эти законы в самой сущности мироздания следует отнести к числу прогрессивных явлений в развитии человеческой культуры. В те времена, когда человечество переживало младенческий период своего развития, все непонятное неизбежно приводило к мистике и обожествлению. Но не следует обесценивать значение пифагорейской философии из-за ее мистицизма. Музыка, гармония и числа были существенными составными элементами пифагорейской системы воспитания и очищения души, их религиозного культа. Следовательно, чисто математические сведения и числовая мистика неизбежно должны были перемешиваться в их учении. И в дальнейшем из этого мистического учения выросла точная наука поздних пифагорейцев.

Параллельно с познанием свойств дискретных множеств вещей, мерой которых является натуральное число, у людей развивалось представление о непрерывном. Оно оказалось менее определенным, чем представление о дискретном. В свойствах непрерывного не содержится той меры, которая имеет место в дискретном. Здесь не возникает понятие о числе, и здесь человек впервые столкнулся с необходимостью рассечения непрерывного на части, т. е. с операцией сведения непрерывных множеств к дискретным.

Человек столкнулся с двумя формами непрерывности: непрерывности пространства и непрерывности времени. Рассечение пространства на части породило геометрию. Рассечение на части времени и пространства породило кинетику.

Размышления античных греков о дискретном и непрерывном привели к ряду новых открытий. Непрерывность движения воды и воздуха навела Гераклита на мысль о существовании в природе закона всеподвижности. Применение арифметического счета к непрерывным геометрическим линиям позволило Пифагору открыть его знаменитую геометрическую теорему и существование иррациональных чисел. Но принцип неподвижности и арифметизация непрерывных линий открыли существование противоречия между непрерывным и дискретным.

Наиболее ярко оно проявилось в знаменитых парадоксах Зенона Элейского.

Представим себе, говорит Зенон, стрелу, пущенную из лука. Если стрела летит, то это значит, что она последовательно проходит через каждую точку своего пути. Но если она проходит через данную точку, значит, она пребывает в ней некоторое время. Но что значит пребывать в точке некоторое время? Это значит находиться это время в покое. Значит, движение стрелы есть совокупность состояний покоя, т. е. движение есть покой.

Вот другой парадокс Зенона — об Ахиллесе и черепахе. Впереди Ахиллеса ползет черепаха, и Ахиллес хочет догнать ее. Но пока он пробежит некоторое расстояние, черепаха за это время тоже проползет некоторое расстояние, так что расстояние между Ахиллесом и черепахой никогда не станет равным нулю, т. е. Ахиллес не может догнать черепаху.

Парадоксы Зенона отнюдь не являются праздномыслием. Аристотель потратил немало усилий, чтобы разрешить их. Впоследствии оказалось, что раскрыть эти парадоксы невозможно, не прибегая к точным понятиям о непрерывности и дискретности. Только с развитием представлений о бесконечно малых и бесконечно больших величинах стало возможным разрешить парадоксы Зенона и оценить всю глубину скрытых в них проблем.

Надо сказать, что даже во многих областях современной науки еще не преодолено противоречие между дискретным и непрерывным.

Предвозвестники атомистической доктрины, а затем успехи молекулярно-кинетической теории отодвинули проблему о непрерывном на задний план. Между тем особенности непрерывного и дискретного сопутствуют друг другу; мы не можем их изгнать из личного опыта. Поэтому уточненные представления о них должны в том или ином виде присутствовать в методах нашего познания о мире.

Стремление найти внутреннюю связь между непрерывностью и дискретностью повлекло за собой ряд научных открытий. Например, функции распределения в статистике явились плодом этого стремления.

Учение о числе, учение о геометрических формах, образованных из линий и поверхностей, учение о движении — все это, вместе взятое, составило ту совокупность математических знаний, которая широко используется в построении естественнонаучных теорий. Но при этом не следует забывать, что в этих теориях есть обобщения чисто математического характера и есть обобщения, имеющие естественнонаучную природу. Каких бы взглядов на человеческое познание мы ни придерживались, мы обязаны сознавать, что́ в наших знаниях является принуждением от математического аппарата, которым мы пользуемся, и что̀ является принуждением, происходящим от самой природы.

2. Понятия о бесконечно малом, бесконечно большом и непрерывном в нашем познании

Возьмем представление вещественного числа в какой-нибудь позиционной системе счисления в виде разложения по степеням β, являющегося основанием этой системы, и спросим, что получится, если (1) неограниченно продолжать это разложение в сторону возрастания положительных степеней β? (2) неограниченно продолжать в сторону возрастания отрицательных степеней β? В первом случае мы придем к бесконечно большому числу. Но что это значит? А во втором случае — можем ли мы получить нуль? Современная наука дала на этот вопрос исчерпывающий ответ. Нуля таким образом мы не получим, но существуют актуально бесконечно малые величины. Далее, не существует бесконечно больших чисел в наивном смысле, но существуют трансфинитные числа. Таким образом возникли две теории — математический анализ и теория множеств. Понятия прерывного и непрерывного в этих теориях играют весьма существенную роль. Кроме того, в рамках этих теорий можно построить примеры, опровергающие интуитивно очевидные для нас постулаты: (1) часть не равна целому и (2) в возрастающей последовательности чисел всегда можно найти число, которое будет больше произведения двух меньших (аксиома Архимеда). Мы уже показывали, как, например, подмножество всех четных чисел (часть) может быть взаимно однозначно отображено на множество всех натуральных чисел (целое). В анализе не выполняется аксиома Архимеда: в последовательности бесконечно малых величин разных порядков нельзя найти такую бесконечно малую величину высшего порядка, которая превосходила бы произведение двух бесконечно малых величин низших порядков.

В наших физических исследованиях явлений природы мы иногда встречаемся с подобными особенностями нашего математического исчисления и часто ошибочно относим их за счет свойств изучаемой материи, благодаря неумению отделять математический счет от физики.

Если бы в нашем математическом исчислении отсутствовали понятия об актуально бесконечно больших и бесконечно малых величинах, оно было бы несовершенно и во многих случаях оставляло бы решение физических задач неопределенным. Мощность современного аналитического аппарата в математике почти безгранична именно благодаря этим двум понятиям. Но наряду с применением аналитического метода мы часто используем и чисто геометрические приемы, в которых идея о бесконечно малом и бесконечно большом также имеет весьма существенное значение.

Многие математические истины становятся простыми и наглядными лишь при их геометрическом толковании. Хочется думать что для любой истины может быть найдена простая и наглядная форма, если только она будет исследована наиболее естественным для нее путем.

В этом отношении сочетание аналитического и геометрического методов является богатейшим источником для разыскания естественных путей толкования математических истин.

Человек в своем развитии и накоплении личного опыта не мог избежать указанного сочетания, потому что все объекты счета живут во времени и пространстве.

Личный опыт человека привел его к утверждению интуитивных и неинтуитивных понятий, но и это познание явилось результатом сопоставления аналитического и геометрического раскрытия математических истин.

Понятия непрерывности, бесконечно больших и бесконечно малых величин являются типичными неинтуитивными понятиями. Их содержание нельзя раскрыть с помощью интуиции, т. е. посредством тех понятий и представлений, к которым мы привыкли настолько, что считаем их очевидными.

Понятия бесконечно больших и бесконечно малых величин позволили раскрыть такие свойства непрерывности, которые решающим образом повлияли на развитие точного естествознания. Например, Вейерштрассу удалось построить примеры таких непрерывных функций, которые во всех своих точках не имеют касательной. Примером такой функции может служить следующий бесконечный ряд:

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b^n \cos(a^n \pi x);$$

здесь b есть некоторое положительное число, меньшее единицы; a — целое нечетное число.

Было бы ошибкой думать, что функций, подобных вейерштрассовым, не существует в природе. По свидетельству Л. Больцмана, доктору Гану удалось доказать, что в электростатике имеются кривые, обладающие указанным свойством вейерштрассовых кривых. Далее Больцман утверждает, что все реальные отношения кинетической теории газов выражаются непрерывными недифференцируемыми кривыми. Это утверждение ведет к важным следствиям, которые интуитивным образом не могут быть познаны [1].

Если в газокинетической теории строения вещества молекулы перемещаются в пространстве по недифференцируемым по времени траекториям, то очевидно, что ни для какого момента времени мы не сможем найти их скорость посредством методов математического анализа. За бесконечно долгое время молекула описывает такую недифференцируемую траекторию в некотором ограниченном объеме, которая сплошь заполнит этот объем.

В 1890 г. итальянский математик Пеано показал, как построить подобную непрерывную недифференцируемую кривую, проходящую через все точки внутри заданного квадрата, а следовательно, и куба.

В квадрате (1, 2, 3, 4) (рис. 1, *а*) проведем сначала диагональ (1, 3) и после этого разобьем квадрат на девять одинаковых квадратиков с вершинами (1, 2, ..., 16). Нумерация производится слева направо и построчно снизу вверх (рис. 1, *б*). Далее проводим в этих квадратиках

[1] См А. Гофлер, Ф. Клейн. Пограничные вопросы математики и философии. «Новые идеи в математике». СПб., «Образование», 1914, стр. 123.

диагонали так, чтобы получилась ломаная линия (1, 6, 9, 14, 11, 6, 3, 8, 11, 16). После этого снова делим каждый квадратик на девять частей, нумеруя их вершины указанным выше способом. Тогда получим совокупность цифр 1, 2,..., 100. Соединим вершины 1, 12, 21,..., 89, 100 диагоналями. Тогда получим ломаную линию, изображенную на рис. 1, *в*.

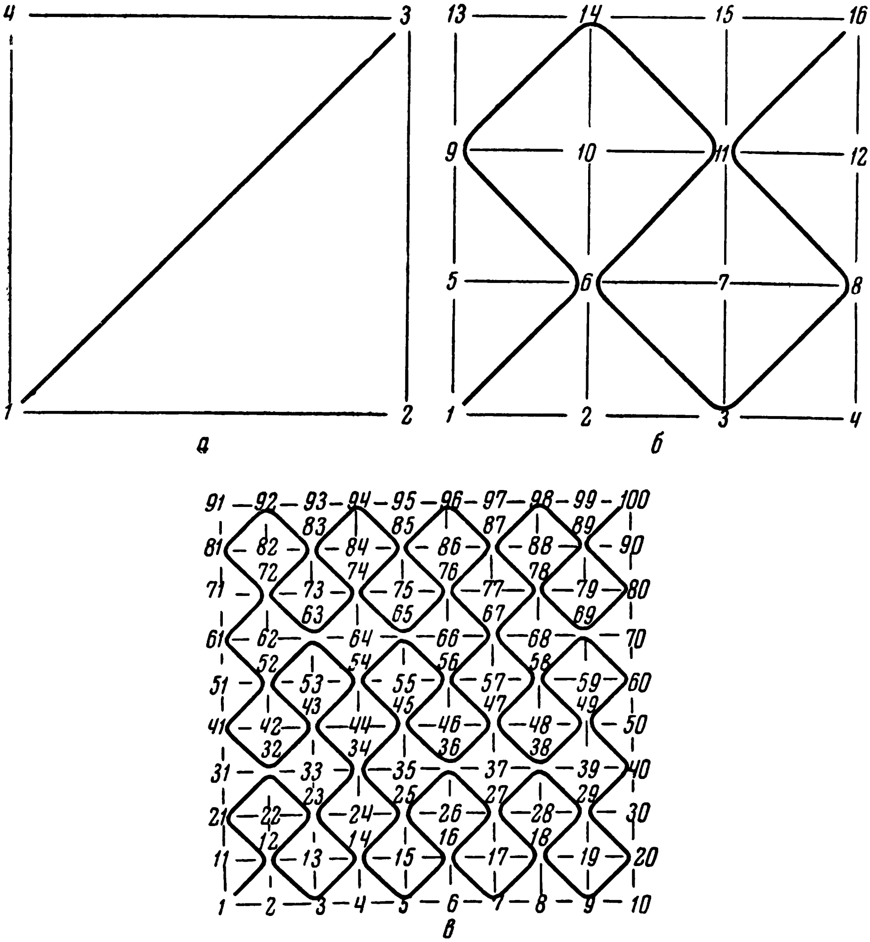


Рис. 1

Если описанный процесс построения ломаной линии продолжать до бесконечности, то ломаная заполнит всю площадь квадрата, проходя через все его точки. Это положение строго доказывается в теории множеств.

Вместо квадрата мы можем взять куб и на трех его гранях строить кривую Пеано описанным выше способом, дополняя этот процесс построением перпендикуляров из соответствующих точек граней куба. Очевидно, эти перпендикуляры пересекутся в одной точке, лежащей на соответствующей диагонали куба. Продолжая этот процесс до бесконечности, мы получим в пространстве множество точек, образующих линию, сжатую в своеобразный клубок.

Если вместо геометрического пространства мыслить четырехмерное физическое пространство, то, обобщая построение Пеано, мы получим недифференцируемую по времени траекторию, покрывающую все точки геометрического пространства.

Признавая реальность подобных траекторий, мы, очевидно, не в состоянии описать их с помощью обычного анализа, так как скорость движения точки в любой момент может быть какой угодно. Мы обязаны приписать дополнительно к такому пространственно-временнóму состоянию точки ее скоростное состояние, т. е. указать непрерывную недифференцируемую функцию скорости от времени. Поскольку для такого состояния точки мы не можем установить временнóе соответствие между ее геометрическим положением и ее скоростью, мы неминуемо такую систему вынуждены отнести к разряду систем без начальных условий.

Возможность реального существования подобных систем можно иллюстрировать следующим примером. Закрепим жестко горизонтально винтовку с приспособлением, позволяющим делать выстрел из нее через строго равные промежутки времени. На некотором расстоянии от винтовки поместим доску, качающуюся по синусоидальному закону в плоскости, перпендикулярной к траектории полета пуль. Пусть период качания доски T находится в иррациональном отношении к периоду стрельбы. Пусть в какой-то момент времени начинается стрельба из винтовки и пусть она длится бесконечно долго. Спрашивается, какой след оставят на доске пули? Легко доказать, что в результате стрельбы отверстия от пуль расположатся на некоторой прямой равномерно. Действительно, пусть координата x какой-либо точки, расположенной на указанной линии, по отношению к некоторой неподвижной точке находится по закону

$$x = x_0 \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

Пусть сделано N выстрелов; следовательно, по прошествии времени $N\tau$ пуля попадет в точку с координатой

$$x = x_0 \sin \frac{2\pi}{T} (t + N\tau).$$

Если $N\tau = mT$, то очевидно, что из числа N выстрелов m пуль попадут в одну точку. Таким образом, будем иметь:

$$\frac{m}{N} = \frac{\tau}{T}.$$

Для какой-нибудь другой точки из N_1 выстрелов в нее попадет m_1 пуль. Поэтому будем иметь:

$$\frac{m_1}{N_1} = \frac{\tau}{T}.$$

Отсюда следует:

$$\frac{m_1}{N_1} = \frac{m}{N}.$$

Но если N и N_1 стремятся к бесконечности, то числа m и m_1 также стремятся к бесконечности при конечном значении указанных отношений. А это означает, что доска будет изрешечена с одинаковой плотностью точек по прямой линии.

Очевидно, такое явление будет наблюдаться при любом периодическом движении доски.

Характерной особенностью рассмотренного примера является независимость явления от начала отсчета времени. Здесь мы сталкиваемся с множеством, в котором любая его часть равна ему самому, причем абсолютная скорость движения любой точки доски не оказывает влияния на результат.

В рассмотренном примере два закономерных элементарных акта — механическое движение доски и полет пуль — связаны между собой так, что можно говорить о равной вероятности попадания в любое место доски. Отношение $\frac{m}{N}$ можно считать вероятностью попадания пули в доску.

Если доска будет двигаться не периодически, а по любому закону $x=\varphi(t)$, лишь бы $\varphi(t)$ была непрерывной и дифференцируемой функцией, то, очевидно, доска будет прострелена не сплошь и отверстия будут распределены на прямой по вполне определенному закону.

Для того чтобы доска была прострелена сплошь при непериодическом ее перемещении и с неравномерным распределением точек, ее нужно двигать так, чтобы проекции ее точек $x=\varphi(t)$ были недифференцируемы, подобно той функции, которую можно получить, если проектировать на прямую в последовательные промежутки времени положение броуновской частицы, движущейся в плоскости. Эту кривую нельзя начертить, и весьма трудно дать для нее какое-либо наглядное представление. Но совсем нетрудно представить эти кривые с помощью уравнений. Математики после Вейерштрасса нашли ряд способов нахождения подобных функций в виде уравнений.

Если доска будет совершать движение подобно движению броуновской частицы в одномерном пространстве, то довольно трудно предсказать, как с течением времени будут распределяться по прямой отверстия от пуль. Существующими математическими методами подобную задачу решить невозможно, для этого требуется введение каких-то новых понятий.

Действительно, если сосредоточить внимание на каком-либо одном попадании, то благодаря движению доски в соответствии с недифференцируемой функцией трудно сказать, в какую область попадает следующая пуля — вправо или влево по отношению к предыдущему попаданию. Другое дело, когда движение доски совершается в соответствии с дифференцируемой функцией. В этом случае можно найти скорость любой точки доски простым дифференцированием по времени и, следовательно, легко сказать, в какую область доски попадет последующая пуля. Как мы видим, в первом случае приходится гадать; во втором же случае можно дать строгий ответ.

Таким образом, в рассматриваемой задаче мы встретились с достоверностью и неопределенностью, но такой неопределенностью, которая допускает оценку.

Для неопределенностей, допускающих оценку, мы вводим понятие вероятности. Так, в случае движения доски по законам броуновской частицы каждая пуля обладает равной вероятностью попадания вправо или влево по отношению к предыдущему попаданию. У нас нет оснований приписать правой или левой области доски какое-либо преимущество.

Однако при оценке этого положения мы руководствуемся некоторым интуитивным представлением. Мы постоянно сталкиваемся с уверенностью и неуверенностью, когда бываем вынуждены разбираться в могущих произойти событиях. Поэтому понятие вероятности стало для нас ходовым словом, мы пользуемся им во всех случаях, когда не можем категорически сказать «да» или «нет». Математики придумали способ оценки недостоверных событий в тех случаях, когда недостоверность имеет какую-то степень недостоверности.

Но в поставленной выше задаче есть и другая сторона, не связанная с предсказанием будущих событий. Можно поставить другой вопрос: как плотно расположатся на прямой отверстия, если продолжать процесс стрельбы до бесконечности? Здесь ясно одно: бесконечно долгая стрельба приведет к одномерному многообразию точек с какой-то плотностью распределения. Или, вернее, с каким-то распределением отношения $\frac{m}{N}$, которое будет конечно во всех точках одномерного пространства. Очевидно, таких многообразий может быть в природе очень много; они не обязательно должны иметь одно измерение — возможны случаи, когда многообразия будут иметь два, три измерения и более. Будем называть подобные многообразия полями вероятностей, или неоднородными пространствами. Изучение этих полей сводится к решению трех задач. Первая задача связана с законами образования поля, вторая — с изучением его свойств как неоднородного непрерывного пространства, и третья — с изучением законов преобразования одного поля в другое.

В первую задачу входят все вопросы предсказания событий, в том числе и задачи об азартных играх. Во вторую и третью — все вопросы состояния систем, составленных из каких-либо элементарных событий.

В дальнейшем нас будут интересовать только две последние задачи.

3. О мероопределении физических пространств и их классификации

Проблема пространства и времени занимала философов с древних времен, и единственный общий вывод, который они констатировали, это — что пространство и время являются необходимой формой познания человеком явлений природы.

Гораздо большего достигли физики и математики. Действительно, проблема пространства и времени получила развитие лишь после появления знаменитых «Начал» Эвклида, затем «Начал» Ньютона, работ Гаусса, Лобачевского, Римана, Больяи, Гельмгольца и, наконец, знаменитой концепции Эйнштейна — Минковского.

С точки зрения вопроса о мероопределении пространства наиболее замечательны исследования Римана. В своей знаменитой лекции «О гипотезах, лежащих в основании геометрии», он дает весьма конструктивное определение геометрического пространства. Если заменить в существующем переводе слово «состояние» словом «изменение», то, на наш взгляд, мысль Римана будет передана точнее: «Образование понятия величины возможно лишь в том случае, если предпослано некоторое общее понятие, связанное с допущением ряда различных изменений. В зависимости от того, существует ли или не существует непрерывный переход от одного изменения к другому, мы имеем дело с непрерывным или прерывным многообразием...» [1]. Таким образом, по Риману, пространство есть зависимость изменений друг от друга, которые мы можем констатировать посредством сравнения твердых неизменяющихся тел между собой, т. е. прибегая к физике.

Аналогичным образом можно определить и время: время есть зависимость друг от друга тех изменений, которые мы раскрываем благодаря

---

[1] «Об основаниях геометрии». Сб. классических работ по геометрии Лобачевского и развитию ее идей. М., Гостехиздат, 1956, стр. 310.

тому, что мы знаем в своем теле процессы равной продолжительности.

Как известно, Галилей еще юношей открыл при помощи ударов своего пульса, что период колебаний люстры в соборе не зависит от амплитуды колебаний. В дальнейшем для большей точности измерения продолжительности явлений стали пользоваться физическими процессами — истечением воды при данной высоте давления (водяные часы) или колебаниями маятника заданной длины.

Интересно обратить внимание на следующее весьма важное обстоятельство. Пусть в качестве масштаба для сравнения изменений, протекающих во времени, выбрана $\frac{1}{86\,400}$ часть оборота Земли вокруг своей оси. За это время Земля пройдет определенное расстояние по орбите вокруг Солнца; свет пробежит 300 000 *км*; тяжелое тело, падая на Землю, пройдет 4,9 *м*; маятник длиной в 1 *м* совершит одно простое колебание; завершится некоторая часть любого термического, электромагнитного, химического и т. д. процесса. И вместе с тем между перечисленными процессами и вращением Земли вокруг оси нет ничего общего. В чем же дело? Прежде чем дать ответ на этот вопрос, условимся в терминологии. Будем называть «миром» часть материального с замкнутыми свойствами. Все материальное в целом будем называть «Вселенной».

Все современное наше знание дает все основания к тому, чтобы сказать, что во Вселенной нет ни одного явления, с помощью которого можно было бы определить абсолютную длительность течения времени.

Во Вселенной существует мир, в котором явления протекают так, что не зависят от выбора постоянного масштаба времени. Этот мир мы назовем миром Ньютона.

Во Вселенной существует также мир, в котором масштаб времени нельзя выбирать произвольно. Явления этого мира познаются только путем сравнения с некоторым образцовым явлением, выбранным из того же мира; постоянный масштаб времени устанавливается с помощью образцового явления. Этот мир мы назовем миром Эйнштейна—Минковского, хотя он шире того мира, который ввели в науку эти ученые.

Наконец, во Вселенной существует мир, в котором явления протекают так, что масштаб времени выбирается не постоянным, а меняющимся по определенному закону. Этот мир мы назовем миром с неоднородным физическим пространством.

В настоящее время мы должны отказаться от познания Вселенной по древнегреческому образцу, т. е. выводить все ее свойства из какого-то одного общего принципа, из начала всех начал. Явления Вселенной столь разнообразны по отношению к физическому пространству (геометрическое пространство+время), что надо довольствоваться немногим, хотя бы умением правильно их классифицировать на определенном этапе имеющихся знаний. Подобная классификация должна осуществляться, как показали вышеупомянутые ученые, с точки зрения мероопределения физического пространства с учетом свойств его на бесконечности.

Вселенную нельзя представлять ограниченной или безграничной. Для нее и то и другое понятие лишено содержания. Однако для миров Вселенной понятия конечного и бесконечного имеют вполне определенный смысл. Поэтому при классификации миров мы обязаны учитывать свойства их на бесконечности.

Современная наука рассматривает мир Эйнштейна—Минковского как обобщение мира Ньютона. По нашему мнению, этого делать нельзя, так как стремление рассматривать Вселенную с позиции единой лестницы обобщений неминуемо должно привести к догматическому мировоззрению, а следовательно, к борьбе со всем новым, не укладывающимся в рамки этой догмы. Кроме того, мысль о существовании единой лестницы обобщений выхолащивает многообразие явлений Вселенной, устанавливает их подчиненность и ставит ненужный вопрос о цели и смысле существования Вселенной. Во Вселенной существует бесконечное множество миров, и мы на основе человеческой конституции познаем только часть их. Метафизика знаний заключается не в раскрытии соподчиненности миров, а в раскрытии элементов их сходства и различия. Например, мир, наполненный механическими явлениями, не подчинен миру, наполненному электромагнитными явлениями, или наоборот. Но сходство и различие между этими двумя мирами, несомненно, существуют, и метафизика знаний должна это определить.

Геометрическому пространству в мире Ньютона привыкли приписывать три измерения и считают это свойство его основным. Однако современная наука показала, что это не так. Пожалуй, впервые Плюккер наиболее определенно высказался относительно нашей привычки приписывать геометрическому пространству три измерения. Он учил, что действительное пространство можно представлять себе многообразием произвольного числа измерений, если ввести в качестве элемента пространства образ, зависящий от произвольного числа параметров. Например, за элементы прямой линии, плоскости, пространства, вообще некоторого изучаемого многообразия можно взять вместо точки всякий образ, содержащийся в многообразии: группу точек, какую-нибудь кривую, поверхность и т. д. Если заранее не определить числа произвольных параметров, от которых становятся зависимыми первичные образы, то числа измерений линии, плоскости и пространства окажутся произвольными. Однако пока в основу исследования кладется одна и та же группа преобразований, содержание геометрии останется неизменным. Каждой теореме, найденной с помощью одного выбора элементарного образа, будет соответствовать некоторая теорема, найденная при всяком другом выборе элементарного образа. Изменится только порядок и связь теорем.

Таким образом, число измерений многообразия не является его фундаментальным свойством. Таковым является лишь группа преобразований.

Пусть дано многообразие $n+1$ измерений, определяемое параметрами g_i и параметром t, эквивалентным времени, т. е. параметром, масштаб которого устанавливается с помощью какого-либо процесса.

Мероопределение такого непрерывного многообразия вообще можно записать в виде:

$$ds^2 = \sum A_{ij}dq_idq_j + A_0dt^2. \tag{3}$$

Наука шла к этому разными путями. Причем в ходе доказательства имелись две руководящие идеи. Одна идея представляла собой аналогию, взятую из теории о кривых поверхностей Гаусса; другая — догадку о такой истине, которая позволила установить цепь более или менее неоспоримых положений. Строгая наука руководствуется последним способом доказательства. Этим способом пользовался Риман.

Нет необходимости повторять здесь рассуждения Римана, которые, кстати сказать, не очень просты. Первый способ, напротив, очень прост и быстро приводит к цели, хотя, быть может, и не является достаточно строгим.

Гаусс показал, что в трехмерном пространстве свойства поверхности вполне определяются свойствами кривых. Другими словами, пространства одного измерения, будучи вписаны в пространство двух измерений, позволяют полностью описать свойства этого последнего.

Возьмем на поверхности две пересекающиеся линии, и точку их пересечения примем за начало отсчета. Пусть u означает расстояние от начала отсчета до какой-либо точки на одной кривой, а v — до какой-либо точки на другой кривой. Тогда элемент длины кривой на поверхности в точке с координатами u и v выразится так:

$$ds^2 = Edu^2 + 2Fdudv + gdv^2.$$

Величины E, F и g зависят от характера поверхности.

При выводе указанной формулы Гаусс выбрал в качестве первичного образа точку. Поэтому он получил формулу, которая заставляет считать поверхность многообразием двух измерений. Если бы он выбрал другой элементарный образ, то, как мы заметили выше, для элемента длины поверхности получилось бы выражение в виде квадратичной формы относительно большего числа переменных. В этом случае поверхность была бы многообразием уже не двух измерений.

В сущности, изложенные рассуждения были той догадкой, которой руководствовался Риман для выяснения обстоятельств, принуждающих к определенной записи элемента длины многомерного многообразия. На это он сам указывает, когда исследует вопрос о мероопределении многообразия. Он пишет: «Для того (представление метрических отношений в виде формул. — *А. П.*) и другого (геометрическое представление метрических отношений. — *А. П.*) прочное основание заложено в знаменитом сочинении о кривых поверхностях г. тайного советника Гаусса» [1].

Весьма плодотворные результаты были получены в области проективной геометрии. Наряду с геометрическим принципом двойственности [2] в ней было развито понятие о бесконечно удаленных образах и были изучены их свойства, представленные в виде математических формул. В частности, — что для нас сейчас представляется очень важным, — идея проективности и принцип двойственности позволили дать определенный ответ на вопрос о величине расстояния между двумя бесконечно удаленными точками. Оказалось, что это расстояние неопределенно. Оно может быть конечным, бесконечно малым и бесконечно большим.

Пользуясь этим условием и формулой для элемента длины многообразия, можно прийти к естественной классификации известных нам миров Вселенной.

Мир Ньютона. Допустим, что физическое пространство на бесконечности совпадает с геометрическим, т. е. его элемент длины на бесконечности выражается формулой

$$ds^2 = \sum A_{ij} dq_i dq_j.$$

Это может иметь место только тогда, когда множитель A_0 в формуле (3) равен нулю. А это означает, что выбор масштаба времени произволен, т. е. какие бы часы мы ни устроили, при условии постоянства масштаба времени мы всегда сможем исследовать в мире Ньютона существующие в нем закономерности. Однако для процессов, протекающих во времени, эти закономерности должны быть такого свойства, что при экстраполяции их на бесконечность время должно исключаться. Например,

---

[1] «Об основаниях геометрии». Сб. классических работ по геометрии Лобачевского и развитию ее идей, стр. 314.

[2] См. А. С. Предводителев. История и методология естественных наук, вып. II. Физика. Изд-во МГУ, 1963, стр. 15.

любая жидкость должна течь в трубе так, чтобы в бесконечности ее течение не зависело от времени.

Если рассматривать явления так протекающие в эвклидовом пространстве и описывать их в однородных декартовых координатах, то на бесконечности должны выполняться условия[1]: $x_4=0$; $x_1^2+x_2^2+x_3^2=0$. А это обстоятельство приводит к инвариантности законов ньютонова мира относительно группы преобразований Галилея—Ньютона.

Эллиптический мир Эйнштейна — Минковского. В этом мире геометрическое пространство совпадает с эвклидовым, однако множитель $A_0\neq 0$. Поэтому мероопределение этого физического пространства записывается в виде:

$$ds^2=\sum dq_i^2+A_0dt^2.$$

Предполагается, что $A_0>0$. В качестве образцового явления берут распространение света. Постоянный масштаб времени определяется скоростью света c, поэтому $A_0=c^2$.

Если взять декартовы однородные координаты, то на бесконечности должны выполняться условия[2]: $x_5=0$, $x_1^2+x_2^2+x_3^2+c^2x_4^2=0$.

Отсюда следует, что скорости в бесконечно удаленных точках эллиптического мира Эйнштейна—Минковского будут мнимыми. Формулы преобразования образуют непрерывную линейную группу, если рассматривать приведенные условия как инварианты.

Если движение в рассматриваемом мире происходит в направлении одной оси, то формулы преобразования будут выглядеть так:

$$x_1'=f(\beta)\left[x_1-\frac{\sqrt{1-f^2(\beta)}}{f(\beta)}ct\right];\quad f^2(\beta)=\frac{1}{1+\beta^2}.$$

$$t'=f(\beta)\left[t+\frac{\sqrt{1-f^2(\beta)}}{f(\beta)}\frac{x_1}{c}\right];\quad \beta=\frac{v}{c}.$$

Здесь через v обозначена скорость движения.

Гиперболический мир Эйнштейна — Минковского. В этом мире геометрическое пространство также считается эвклидовым пространством. Однако множитель $A_0<0$, поэтому мероопределение этого физического пространства следует записывать так:

$$ds^2=\sum dq_i^2-A_0dt^2.$$

В качестве образцового явления выбирается распространение света, а посредством его скорости устанавливается масштаб времени.

Условия на бесконечности в однородных декартовых координатах будут следующие[3]: $x_5=0$, $x_1^2+x_2^2+x_3^2-c^2x_4^2=0$.

Отсюда видно, что скорости в бесконечно удаленных точках будут принимать вещественное значение — отрицательное или положительное. Если приведенные условия рассматривать как инварианты, то формулы преобразования образуют дискретную линейную группу.

Для движения в каком-либо одном направлении формулы преобра-

---

[1] См. А. С. Предводителев. История и методология естественных наук, вып. II. Физика, стр. 25.

[2] Там же, стр. 30.

[3] Там же, стр. 30 и далее.

зования будут выглядеть так:

$$x_1' = f(\beta)\left[x_1 - \frac{\sqrt{1-f^2(\beta)}}{f(\beta)}ict\right]; \quad f^2(\beta) = \frac{1}{1-\beta^2}.$$

$$t' = f(\beta)\left[t + \frac{\sqrt{1-f^2(\beta)}}{f(\beta)}\frac{x_1}{ic}\right]; \quad \beta = \frac{v}{c}.$$

Мир тяготеющих масс Эйнштейна. В этом мире геометрическое эвклидово пространство, по идее Эйнштейна, искажается тяготеющими массами, которые определяются при помощи коэффициентов мероопределения геометрического пространства. В качестве образцового явления для определения масштаба времени опять можно взять распространение света. Множитель A_0 в формуле (3) можно произвольно положить положительным или отрицательным. Условия на бесконечности без дополнительных гипотез установить нельзя. Одна из возможных гипотез состоит в допущении, что мир тяготеющих масс вырождается в эллиптический или гиперболический мир Эйнштейна—Минковского, т. е. на бесконечности справедливы условия: $x_5=0$; $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \pm \pm c^2x_4^2 = 0$. Инвариантность этих условий ведет к формулам преобразования эллиптического или гиперболического мира.

Интерпретация коэффициентов мероопределения геометрического пространства в формуле (3) как проявление тяготеющих масс есть гипотеза, ни откуда не вытекающая. Ее справедливость оценивается только посредством вывода следствий и сопоставления их с действительностью. В этом отношении Эйнштейн достиг некоторого успеха. Возможно, что известная группа явлений Вселенной подчиняется законам мира тяготеющих масс Эйнштейна.

Мир с неоднородным физическим пространством. Коэффициенты в мероопределении, выражаемом формулой (3), совсем не обязательно интерпретировать в духе Эйнштейна. Их смысл можно вскрыть в некоторых случаях лишь после выбора образцового явления, необходимого для установления масштаба времени. Поэтому сначала можно не вводить никаких гипотез для интерпретации указанных коэффициентов.

Вспомним мысленный опыт, который мы описали в предыдущем параграфе. Там мы встретились с геометрическим пространством одного измерения, однако любая точка этого пространства не тождественна любой другой. Каждая точка этого пространства имела дополнительное свойство, а именно: каждой точке мы обязаны были приписать еще плотность. Эту плотность мы оценивали отношением $\frac{m}{N}$. Совершенно очевидно, что возможно мысленно представлять себе подобные пространства не одного, а многих измерений. Возникает вопрос, как найти формулу для мероопределения подобного неоднородного физического пространства? Можно и в этом случае пользоваться формулой (3), но коэффициент A_0 должен получить в этой формуле некоторую интерпретацию.

Мы определили время как зависимость некоторых изменений друг от друга и во всех случаях, изложенных выше, стремились выбрать такое образцовое явление, в котором эти изменения были бы связаны между собой наипростейшим способом. В рассматриваемом случае подобного образцового явления выбрать нельзя, так как масштаб времени должен зависеть еще от нового качества, которое количественно оценивается отношением двух величин m и N. В общем случае эти величины будут зависеть и от положения в геометрическом пространстве.

Таким образом, мы встречаемся с миром, в котором время оценивается с помощью переменного масштаба. С логической точки зрения такая возможность может рассматриваться. Однако априори могут возникнуть сомнения в том, что такой мир не адекватен действительности.

Однако в первой части настоящей статьи мы старались показать, что логическое мышление развивалось во взаимодействии человека с действительностью и что в интеллектуальном человеческом опыте нет ничего, что не отражало бы этого взаимодействия. Поэтому создаваемые логическим путем абстракции не могут не отражать действительности. Представления и понятия, наполненные реальным содержанием и заключенные в логическую схему, должны в какой-то степени отражать некоторые стороны действительности. Лишены черт реальности только такие схемы, в которых фигурируют взаимно исключающие друг друга свойства, например в схеме, где имеет место беседа мертвого с живым, как это бывает в сновидениях. Эти соображения обнадеживают нас в наших поисках области явлений, соответствующей миру с неоднородным физическим пространством. В сложных логических построениях не исключена возможность натолкнуться на противоречия, на несовместимость некоторых понятий и, следовательно, тем самым лишить эти построения реальной значимости. В особенности это возможно при создании концепций, вырабатывающих новые понятия или уточняющих старые. Вот почему всякое логическое построение должно сопоставляться с действительностью, с опытом, накопленным путем наблюдений или эксперимента.

Итак, мир с неоднородным физическим пространством мы характеризуем не только посредством наличия неопределенных коэффициентов в мероопределении геометрического пространства, но и переменным масштабом времени. Множитель A_0 мы обязаны считать некоторой функцией отношения двух величин m и N. В дальнейшем мы будем записывать его так:

$$A_0 = \Phi\left(\frac{m}{N}\right)c^2.$$

Величина c имеет размерность скорости, если обобщенные координаты представляют линейную протяженность, следовательно, функция $\Phi\left(\frac{m}{N}\right)$ должна быть безразмерной. Таким образом, мероопределение мира с неоднородным физическим пространством можно записать в виде:

$$ds^2 = \sum A_{ij}dq_idq_j + \Phi\left(\frac{m}{N}\right)c^2dt^2.$$

Вопрос об условиях на бесконечности может решаться в разных смыслах. Одно из возможных условий может быть таким:

$$x_5 = 0, \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \Phi\left(\frac{m}{N}\right)x_4^2 = 0.$$

Здесь опять приняты в расчет однородные декартовы координаты. Написанные условия говорят о том, что геометрическое пространство рассматриваемого мира вырождается в эвклидово пространство. Вопрос о том, когда физическое пространство вырождается в мир Ньютона, очевидно, зависит от вида функции $\Phi\left(\frac{m}{N}\right)$. Но об этом будет сказано подробнее в следующих параграфах.

4. Классификация миров Вселенной и проблема причинности

При современном состоянии науки философское мышление не может развиваться тем путем, по которому развивалась античная философия. Естественнонаучный опыт древних был крайне ограничен, поэтому философы направляли свои усилия на логические, социальные и этические проблемы. Метафизика, или натурфилософия, находилась в зачаточном состоянии. Современный философ, касаясь естественнонаучных проблем, не может достигнуть успеха, если он не обладает знаниями из области точных наук. Современная физика, а также и математика приобрели сильную философскую окраску. Философия вошла в них как составная часть. На примере развития учения о пространстве и времени можно проследить, сколь беспомощными оказались чисто философские методы познания по сравнению с методами точных наук.

Очевидно, что проблема причинности также может быть разрешена не традиционно философскими путями, но методами физики и математики.

В самом деле, если наше познание строится на основе взаимодействия познающего субъекта с внешним миром, оно обязательно должно быть детерминированным и упорядоченным. Только чрезмерное объективирование нашего познания ставит вопрос о его причинном характере. Природа и человек неразрывно связаны между собой. Нельзя утверждать, что все познанное будет существовать во внешнем мире в том же виде, как оно познано. Например, нельзя утверждать, что система теорем Эвклида живет во внешнем мире вне зависимости от существования человека; круг со всеми его свойствами есть нечто, что живет во Вселенной независимо от познающего субъекта. Противный взгляд на вещи можно оправдать только с точки зрения примитивного, крайне наивного материализма.

Законы природы, познанные человеком, объективны лишь постольку, поскольку объективно существование человека со всем укладом его общественной жизни.

В свете такого взгляда на наше познание проблема причинности не является особо актуальной, и она полностью раскрывается характером приобретенных естественнонаучных знаний.

Даже в такой области знаний, где объектом изучения являются случайные явления, все же доминирующим обстоятельством является стремление человека предвидеть. Внешний мир, в котором мы живем, не течет мимо нас; напротив, мы живем вместе с ним и он вместе с нами. Больше того, мы можем на него воздействовать и создавать нечто новое из того, что есть во внешнем мире. Не проблема причинности взывает к необходимости ее решения, а проблема «свободы воли», проблема свободы воздействия на природу должна быть предметом тщательного изучения. За последние годы у нас и за рубежом вышло в свет немало работ, посвященных проблеме причинности. По нашему мнению, следует принимать во внимание лишь те работы, которые дают конструктивное решение вопроса и направлены на расширение и углубление наших знаний по типу тех строгих исследований, которые были посвящены разрешению проблемы пространства и времени.

По нашему мнению, исследования Смолуховского, посвященные понятиям случайности и вероятности, проливают яркий свет на вопрос о том, чтó такое причинность и какова ее роль в нашем познании.

Смолуховский считает, что в природе не существует необусловленных явлений, т. е. явлений, для которых не существовало бы причинной зависимости. Он пишет: «Можно показать, что понятие вероятности в обычном смысле, как закономерное числовое значение случайных явлений, обладает строго объективным характером; что можно уточнить понятие и возникновение случайности, также не опуская принципа причинности, и что при этом закон больших чисел не является мистическим принципом или чисто опытным положением, но является простым математическим следствием специальной формы, которая в этих случаях представляет причинную связь» [1].

К этому выводу Смолуховский приходит на основе анализа некоторых объективных фактов, которые могут быть воспроизведены по желанию.

Смолуховский проводит свой анализ посредством решения следующих вопросов: (1) Почему возможно вычислять действия некоторой случайности? Другими словами, допускают ли случайные причины закономерные действия? (2) Как возникает случайность, если считать, что все происходящее сводится только к регулярным законам природы? Другими словами, как могут закономерные причины создавать случайные действия?

Основным признаком случайных явлений Смолуховский считает подчиненность их принципу: малые причины — большие следствия. К этому признаку он сводит по существу те два альтернативных признака, на которые впервые указал Пуанкаре [2].

Пуанкаре считал, что случайные явления обусловлены либо сложностью многих участвующих причин, либо взаимодействием двух процессов, которые принадлежат к независящим друг от друга областям явлений. По мнению Смолуховского, последний признак при ближайшем рассмотрении сводится к первому. Однако, для того чтобы к случайным явлениям можно было применять количественную оценку, указанные признаки случайности недостаточны. Это можно видеть из следующих примеров, разобранных Смолуховским.

Представим себе идеальную игральную кость. Поставим ее на одну из вершин. Очевидно, малейшее перемещение центра масс от вертикали приведет к тому, что одна из трех сходящихся в этой вершине плоскостей при падении кости окажется наверху. Следовательно, то, какое число очков выпадет, зависит, как говорится, от случая.

Математически это явление можно описать следующим образом. Действие y — число выпавших очков — зависит от причины x — положения центра тяжести, так что функция $y=f(x)$ имеет разрыв в соответствующем положении равновесия x_0. В рассматриваемом случае причина складывается из двух не зависящих друг от друга причин: если спроектировать центр тяжести на горизонтальную плоскость, на которую опирается своей вершиной игральная кость, то, очевидно, расстояние r центра тяжести от горизонтальной плоскости будет определять скорость падения, а угол Θ, дающий направление вектора r относительно трех ребер, будет определять, какое число очков окажется сверху.

Такое случайное явление нельзя оценить количественно, пока не будут известны с достаточной точностью относительное направление и величина вектора r. Но, если они станут известными, тогда можно достоверно предвидеть действие, и о вероятности не может быть никакой речи.

Теперь рассмотрим другой пример. Пусть артиллерист стреляет из математически точно стреляющего орудия в некоторую цель, расстояние до которой ему неизвестно. Ему недостает знания одной переменной, от которой зависело бы правильное наведение дула орудия. И если бы

[1] M. Smoluchowski. Die Naturwissenschaft, 1918.
[2] См. А. Пуанкаре. Наука и гипотеза, М., 1904.

при этих условиях он попал в мишень, то мы оценили бы это явление как случайность. Здесь не может идти речи даже о каком-либо предварительном вычислении, здесь нельзя пользоваться понятием вероятности, пока неизвестна психология артиллериста. Но коль скоро мы узнали, что он применяет известный способ систематического пристреливания, тогда задача становится определенной, и значение вероятности можно вычислить с учетом величины расстояния до цели.

Следовательно, этот последний случай отличается от первого некоторой регулярностью действия при частном повторении процесса независимо от конкретной природы причины.

Рассмотрим еще такое случайное явление. Пусть упомянутая выше игральная кость падает с высоты одного метра на геометрически идеальную, но не совсем эластичную плоскость. В этом случае процесс меняется существенным образом. Кость подскакивает и падает снова. Подобное движение будет повторяться несколько раз с затухающей амплитудой, пока, наконец, кость не упадет на одну из своих граней, а на какую именно — это будет зависеть от величины начального отклонения относительно аксиального вертикального положения. Функция $y=f(r, \Theta)$ есть выражение этой зависимости; при непрерывном изменении двух переменных r и Θ, определяющих начальное положение, она проходит очень быстро всю область, которой соответствуют всевозможные окончательные положения. Поэтому положения оси относительно вертикали, соответствующие числам очков 1—6, будут иметь примерно ту же самую плоскость уже внутри очень малой области вариаций положения оси относительно вертикали. Эту область вариаций для краткости можно обозначить символом V, и Смолуховский называет ее областью уравнивания.

Если попытаться как-то ориентировать кость до ее падения, то, сколь бы тщательно ни старались мы произвести эту ориентацию, мы неизбежно столкнулись бы с некоторой погрешностью в ее установке. Область этих неустранимых погрешностей Смолуховский называет областью разброса.

Можно предположить, что функция распределения $\varphi(r, \Theta)$, представляющая собой относительную частоту появления этих ошибок при бесконечном повторении опыта, обладает регулярным аналитическим характером. Следовательно, если область уравнивания, зависящая от характера причинной функции $f(r, \Theta)$, мала по сравнению с индивидуальной областью разброса Ω, то легко сообразить, что для всех чисел очков 1—6 получится одна и та же вероятность независимо от индивидуальной функции $\varphi(r, \Theta)$ и от частного вида намеренного установления. В этом случае отдельный результат невозможно предвидеть, но общее распределение результатов при продолжительном повторении опыта можно предсказать.

В разобранном примере действует случайность, но закономерным образом.

Более простым является пример со вращающейся мишенью при стрельбе. Попадет ли стрелок в черный или белый сектор — это зависит от момента, когда закрепленная винтовка выстрелила. Но можно вращать мишень так быстро, что меткость стрелка уже не будет иметь значения. Действительно, пусть вероятность того, что выстрел произойдет в момент t или, вернее, в промежутке времени от t до $t+\tau$, выражается отличной от нуля функцией $\varphi(t)$. Относительно этой функции следует предположить, что она не имеет особых свойств, например разрывов, бесконечного множества максимумов и минимумов и т. д., а в остальном форма ее произвольна.

Легко сообразить, что если на интервал времени τ приходится много оборотов мишени, то в этом случае влияние формы функции распределения $\varphi(t)$ исчезает, и вероятность попасть в белый или черный сектор определяется отношением их площадей. В этом случае можно говорить о вероятности попадания, не обращая внимания на функцию $\varphi(t)$.

Сделанный вывод, по существу говоря, связан с предположением, что всякая дифференцируемая функция в области малых изменений аргумента меняется пропорционально ей самой. Интересно сопоставить разобранный пример со следующим геометрическим опытом. Расчертим лист бумаги на белые и черные полосы. Затем нарисуем от руки любую замкнутую линию с не слишком малой и не слишком регулярной областью. Тогда внутри этой кривой мы получим приблизительно одинаковой величины черные и белые площади. В этом случае разделение бумаги на полосы определяет природу вынужденного причинного отношения, а произвольно вычерченная кривая будет соответствовать, по терминологии Смолуховского, индивидуальной области уклонения, или разброса.

Разобранные примеры наглядно показывают, как из механизма случайности может возникнуть определенная закономерность, не зависящая от функции распределения $\varphi(t)$.

В дополнение к разобранному геометрическому примеру, данному в работе Смолуховского, можно рассмотреть еще один пример явления, связанного со случайностью.

Возьмем кубик с правильными геометрическими гранями. Поместим в него восковой шарик также с геометрически правильной поверхностью. Пусть радиус шарика будет не слишком мал и не слишком велик по сравнению с ребром кубика. Если продолжительное время трясти такой кубик, то восковой шарик в нем превратится в правильный шестигранник. Здесь мы опять сталкиваемся с тем же явлением, когда из действия случайности рождается закономерность.

Теперь все сказанное можно резюмировать в виде следующего общего положения: случайность представляет собой специальный вид причинных отношений, когда событие y зависит от одной переменной причины x и появляется или не появляется только при очень малых изменениях x.

Для количественного определения вероятности к этому нужно прибавить еще следующее. О математическом законе вероятности $w(y)$, относящемся к величине y, можно говорить только тогда, когда причинные отношения $y=f(x)$ — такого рода, что распределение y либо совсем не зависит от вида функции распределения $\varphi(x)$, характеризующей относительную частоту появления x (предполагается, что функция $\varphi(x)$ имеет регулярный закон), либо независимость ограничивается только некоторыми пределами изменения x. Этот вывод следует из разобранных выше примеров. Но эти же примеры позволяют установить и достаточные математические условия хотя бы для случая одной переменной. Функция $y=f(x)$ должна иметь такой осциллирующий характер, при котором для каждого значения x_0 в области разброса g можно указать Δx, столь малое по сравнению с g, что функция $y=f(x)=f(x_0+\varepsilon\Delta x)$ будет принимать все значения y внутри определенных границ, если переменная ε будет принимать все значения от 0 до 1.

Кроме того, некоторая дробная часть ε, соответствующая некоторой области значений y, должна быть почти одинаковой для всех точек x_0, которые лежат внутри g.

Таким образом, каждому x соответствует маленькая область Δx_1, которой соответствует вариация по всем значениям y. Величина этой области Δx_1 определяет в некотором смысле структуру причинной функции $f(x)$. Чем более мелкозерниста эта структура, т. е. чем меньше интервалы Δx, тем меньше требований нужно накладывать на регулярность первичной функции распределения, для того чтобы получить независимый от ее вида результат распределения $w(y)$.

Для иллюстрации рассмотрим опыт с доской Гальтона. Как известно, она представляет собой наклонную плоскость, в которую вбито большое число гвоздей, расположенных по горизонтальным рядам, причем это расположение альтернативное: каждый гвоздь одного ряда вбит посредине расстояния между двумя гвоздями верхнего и нижнего рядов На доску бросают шарики диаметром немного меньшим, чем расстояние между двумя соседними гвоздями. Тогда вследствие удара о гвозди шарики отклоняются от прямолинейного движения и собираются после прохождения через все ряды гвоздей в сосудах, находящихся на нижнем крае доски. Высота совокупности шариков в каждом сосуде может служить непосредственно мерой вероятности соответствующего положения. Оказывается, что шарики распределяются в соответствии с гауссовским законом ошибок:

$$y = Ae^{-\alpha x^2}.$$

Этот результат легко объяснить математически, если считать, что для каждого шарика после выхода из отверстия между двумя гвоздями имеется одинаковая вероятность перехода через последующее отверстие слева или справа ниже стоящего гвоздя. Если этот процесс протекает случайно с одинаковой вероятностью для прохождения справа или слева от соответствующего гвоздя, то по известной теореме Бернулли можно определить вероятность того, что шарик при прохождении m-го ряда гвоздей будет иметь такое отклонение от центральной линии падения, которое соответствует n-кратному расстоянию между соседними гвоздями, т. е.

$$w(n) = \frac{1}{2} \frac{m!}{\left(\frac{m}{2} - n\right)! \left(\frac{m}{2} + n\right)!}.$$

Для очень больших m эта формула переходит в формулу Лапласа — Гаусса.

Таким образом, в этом примере сложное явление сведено к элементарным процессам. Однако остается неясным, почему эти последние можно рассматривать как случайные, когда исходное положение и исходная скорость, казалось бы, должны определять все дальнейшее движение шарика. Чтобы исключить неконтролируемые факторы, разберем этот пример при условии, что шарики идеально скользят по поверхности наклонной плоскости, что форма их строго сферическая, что диаметр их почти совпадает со свободным расстоянием между гвоздями и что все столкновения являются упругими соударениями. Очевидно, в этом случае одна горизонтальная компонента скорости решает, как обойдет шарик следующий встречный гвоздь, справа или слева. Эта горизонтальная компонента скорости является как раз результатом многократного отражения шарика от двух гвоздей и однозначно определяется из положения центральной линии при первом соударении в соответствующем ряду гвоздей. Достаточно мало изменить положение этой центральной линии, и горизонтальная компонента скорости шарика изменит свое направление на обратное. При дальнейшем малом изменении положения она опять меняет свое направление на противоположное.

Из приведенных рассуждений видно, что в данном примере имеет место регулярная случайность, которая характеризуется следующими свойствами: (а) малые причины — большие действия; (б) осциллирующий характер причинного отношения, который, хотя и не вполне точно, соответствует ситуации: *разные причины — одинаковые действия*; (в) приблизительно равномерное распределение шансов для элементарных событий.

В предельном случае, когда диаметр шариков будет точно равен свободному расстоянию между гвоздями, функция, определяющая связь между начальным и конечным положениями шарика, теряет свой аналитический характер.

Таковы в основном соображения Смолуховского относительно происхождения случайности и определения понятия вероятности. Однако сам Смолуховский находит в них некоторые недостатки. По его мнению, неудовлетворительно предположение о том, что причина x подчиняется закону вероятности $\varphi(x)$, т. е. что закон вероятности есть нечто первичное и поэтому речь шла только о неизменности этого закона вероятности для результирующего действия. Далее, у функции $\varphi(x)$ предполагаются определенные свойства, которые фигурируют под названием регулярности.

В самом деле, когда мы говорим, что вероятность наступления x — движения руки при бросании рулетки, ориентация кости при бросании, ориентация шарика на доске Гальтона и т. д. — определяется регулярной функцией распределения $\varphi(x)$, то что это означает?

Если бы переменную x нельзя было свести к указанным выше причинам, то закон $\varphi(x)$ был бы познаваем только эмпирически. Однако нам непосредственно во всех случаях даны дискретные случаи, и только прибегая к абстракции, основанной на бесчисленно многих частных случаях, мы определяем функцию $\varphi(x)$ и находим ее свойства. Поэтому более убедительным было бы, если бы мы избежали введения абстрактной функции распределения $\varphi(x)$ и рассматривали бы непосредственно только определенное количество единичных случаев. Сделать это позволяют всевозможные случайные явления. Можно формулировать такое положение, в которое, как частный случай, войдет и наша абстракция, выраженная функцией $\varphi(x)$, а именно: множество группировок x, которым соответствует приблизительно одна и та же группировка значений y, является неизмеримо большим численно, чем множество группировок x, которым соответствуют заметно отклоняющиеся распределения y.

Этот принцип вместе с принципом «малые причины порождают большие действия» в сущности и определяет случайность и вероятность. Как видим, оба они не находятся в противоречии с концепцией причинности явлений природы, только характер этой причинности не соответствует строгой аналитической зависимости.

Предположим, что материальная частица обладает двумя свойствами, а именно: инертной массой — и поэтому она принадлежит к миру Ньютона, а с другой стороны, системой зарядов — и в силу этого мы обязаны отнести ее к одному из миров Эйнштейна—Минковского. Таким образом, эта частица будет подвергаться действию законов двух миров, которые, как мы заметили выше, могут существовать независимо друг от друга. В этом случае мы будет наблюдать взаимодействие двух процессов, один из которых будет принадлежать миру Ньютона, другой — миру Эйнштейна—Минковского. Но такое взаимодействие, согласно Пуанкаре и Смолуховскому, является одним из основных признаков случайных явлений. Следовательно, для описания поведения подобных частиц мы должны обратиться к вероятностным методам счета. Другими словами, каждому состоянию частицы, обладающей инертной массой и системой электрических зарядов, мы должны приписать новое качество — вероятность состояния. А это означает, что подобные частицы живут в неоднородном физическом мире. Этот мир, как мы увидим дальше, обладает многими любопытными качествами. Он объективен в такой же степени, как мир Ньютона или миры Эйнштейна—Смолуховского. И разнообразие его почти неограниченно. Действительно, каждое новое качество, которое можно приписать материальной частице, создает многообразие со своими законами, не похожими, например, на законы ньютонова мира.

Этот мир неисчерпаем для нашего познания. В природе могут существовать материальные частицы, которые по своим свойствам принадлежат и миру эллиптическому, и миру гиперболическому, и миру ньютонову. Следовательно, одной частице одновременно можно приписать два или даже три свойства. А это сразу расширяет объем вероятностного мира в четыре раза, по числу возможных сочетаний указанных свойств: M_1M_2, M_1M_3, M_2M_3, $M_1M_2M_3$. Но если считать, что свойства частицы меняются также и от выбора его первичного, основного свойства, то многообразие вероятностного мира увеличится в своем объеме в 12 раз.

Отсюда напрашивается вопрос: возможно ли построить такой мир, который представлял бы собой замкнутую систему законов, где отсутствовали бы случайные причины? Ответ очевиден: это невозможно, а следовательно, и не нужно. Наука должна ограничиваться только изучением реально возможных непрерывных физических пространств и классификацией при помощи их наблюденных явлений.

Однако созданная таким образом метафизика знаний все же ничего не может дать о познании Вселенной. Наши знания о ней ограничены взаимодействием познающего субъекта с действительностью и не больше.

При другом характере взаимодействия будет другая метафизика знаний. Два существа, одинаково хорошо познавшие — каждый свою — действительность, во взаимодействии с которой они живут, все-таки никогда не поймут друг друга. Для того чтобы это понимание могло иметь место, им пришлось бы в течение многих лет приспосабливаться друг к другу.

Часто говорят, что во Вселенной существует нечто, обладающее сознанием человека, и что этот познающий индивид имеет определенное представление о мире, в котором он живет. Иногда идут дальше: утверждают, что законы природы, открытые этим существом, тождественны нашим, т. е. можно установить соответствие между понятиями наподобие словаря и переводить законы из одной формы в другую.

Однако нам это представляется сомнительным. Личный опыт человека в силу его каких-то определенных биологических данных может не совпадать с личным опытом этого существа Вселенной. Здесь может иметь место такая же ситуация, которая неоднократно обсуждалась в связи с примером Клиффорда об одномерном червяке. В самом деле, если червяк Клиффорда в силу некоторых особенностей своей биологической конституции вынужден совершать движения только в одном измерении, то каким бы мощным сознанием мы его ни наделили, он все равно будет иметь более ограниченные представления о Вселенной, чем представления трехмерного существа. И два таких существа никогда не смогут понять друг друга, однако же Вселенная не будет от этого беднее в своем содержании. Напротив, подобное положение свидетельствует о таком разнообразии Вселенной, которое трудно охарактеризовать даже словом «бесконечность». С философской точки зрения будет правильнее, если вопрос о безграничном разнообразии Вселенной будет снят с обсуждения как вопрос, не приводящий ни к какому конструктивному решению. И наше познание мира неизбежно идет по такому пути, который в конечном итоге должен привести к человеческому благу — и не более.

5. Об одном частном случае мира с неоднородным физическим пространством

Рассмотрим мир с неоднородным физическим пространством, мероопределение которого выражается формулой

$$ds^2 = \sum A_{ij} dq_i dq_j + \Phi_0\left(\frac{m}{N}\right) c^2 dt.$$

Условия на бесконечности в декартовых неоднородных координатах пусть имеют следующий вид:

$$x_5 = 0, \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \Phi_0\left(\frac{m}{N}\right) x_4^2 = 0.$$

Выделим из этих миров с неоднородным физическим пространством один частный, обладающий следующими свойствами. Пусть при $m = N$ он становится миром Ньютона. Это предположение является одним из возможных, так как равенство единице отношения $\frac{m}{N}$ делает физическое пространство однородным, а оно в этом случае будет или ньютоновым, или одним из пространств Эйнштейна—Минковского. Пока что ничего сверх этого мы не знаем.

Если отношение $\frac{m}{N}$ обращается в нуль, то в этом случае мир повсюду лишен дополнительного свойства. Мир Ньютона, по сделанному выше предположению, этого свойства не утрачивает — оно только повсюду равняется единице. Что же можно сказать об этом предельном мире? Можно предположить, что скорости материи в таком предельном мире равны либо нулю, либо действительной или мнимой бесконечности. Первое предположение приводит к отрицанию материи, с чем философский материализм не может примириться. Второе предположение мыслимо как математическая и философская экстраполяция, и то лишь в отношении действительного значения скорости. Что касается счета времени, то оно может иметь действительную и мнимую единицу.

Обратимся теперь к анализу условия на бесконечности. Его можно записать так:

$$\frac{R^2}{c^2 t^2} + \Phi(0) = 0.$$

Здесь через R обозначено расстояние между двумя точками в бесконечности. Отсюда следует, что при положительном значении первого слагаемого $\Phi(0) = -\infty$, а при отрицательном значении первого слагаемого $\Phi(0) = +\infty$.

$\Phi(0) = -\infty$ осуществляется при следующих комбинациях величин R^2, c^2, t^2:

	$\frac{R^2}{c^2t^2} > 0$	
$R^2 < 0$	$R = R_0$ $t = t_0$ $c = c_0$	$R = R_0$ $t = \pm it_0$ $c = \pm ic_0$
$R^2 < 0$	$R = \pm iR_0$ $t = \pm it_0$ $c = c_0$	$R = \pm iR_0$ $t = t_0$ $c = \pm ic_0$

В приведенной таблице индекс нуль означает, что выбрана единица измерения.

$\Phi(0) = +\infty$ при следующих комбинациях величин R^2, c^2, t^2:

$$\frac{R^2}{c^2t^2} < 0$$

$R^2 > 0$	$R = R_0$ $t = \pm it_0$ $c = c_0$	$R = R_0$ $t = t_0$ $c = \pm ic_0$
$R^2 < 0$	$R = \pm iR_0$ $t = t_0$ $c = c_0$	$R = \pm iR_0$ $t = \pm it_0$ $c = \pm ic_0$

Из приведенных таблиц только первая непротиворечива по выбору единиц. Действительно, если выбраны единицы измерения для расстояния и времени, то скорость c получает правильное значение, так как она является отношением единицы расстояния на единицу времени. Например, если для расстояния выбрана действительная единица, а для времени — мнимая, то единица скорости будет мнимой единицей, что и согласуется с первой таблицей.

Совсем иное получается во второй таблице. Например, если для расстояния выбрать действительную единицу, а для времени — мнимую, то для скорости должна быть выбрана мнимая единица, таблица же диктует выбор действительной единицы. И так происходит во всех случаях.

Следовательно, вторая таблица должна быть отброшена как противоречивая.

Итак, для предельного мира функция $\Phi(0) = -\infty$.

Мы нашли основные свойства функции $\Phi(\frac{m}{N})$, которые позволяют найти ее аналитическое выражение. $\Phi\left(\frac{m}{N}\right)$ безразмерна, $\Phi(1) = 0$ и $\Phi(0) = -\infty$. Этим условиям удовлетворяет следующая наиболее простая функция:

$$\Phi\left(\frac{m}{N}\right) = \lg\frac{m}{N}. \tag{4}$$

Теперь для элемента длины неоднородного физического пространства можно написать такое выражение:

$$ds^2 = \sum A_{ij}dq_idq_j + \lg\frac{m}{N}c^2dt^2. \tag{5}$$

Отсюда следует:

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \sum A_{ij}\frac{dq_i}{dt}\frac{dq_j}{dt} + c^2\lg\frac{m}{N}. \tag{5a}$$

Обозначим первое слагаемое правой части полученного уравнения через T; тогда его можно представить так:

$$m = Ne^{\frac{\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 - T}{c^2}}. \tag{6}$$

Допустим, что множества чисел m и N принадлежат некоторому множеству N_0. Тогда отношение $\frac{m}{N_0}$ можно рассматривать как вероятность того, что элемент, принадлежащий множеству $\{m\}$, появился m раз, а отношение $\frac{N}{N_0}$ можно рассматривать как вероятность N-кратного появления элемента множества $\{N\}$. Обозначим $\frac{m}{N_0}=\psi$ и $\frac{N}{N_0}=f$. Оба эти отношения являются функцией точки. Поэтому совокупность всех значений функции ψ представляет собой некоторое множество, так же как и совокупность всех значений функции f. Назовем эти множества полями вероятностей.

Таким образом, найденная нами формула (6) позволяет преобразовать одно поле вероятностей в другое.

Формула (6) в частном случае принимает несколько иной вид. Перепишем ее, согласно сделанным замечаниям, так:

$$\psi = fe^{\frac{\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 - T}{c^2}}. \tag{7}$$

Величина T в этом выражении может рассматриваться как мероопределение геометрического пространства. Поэтому ее можно интерпретировать как квадрат скорости:

$$T = \left(\frac{ds_0}{dt}\right)^2.$$

После этого формула (7) принимает вид:

$$\psi = fe^{\frac{\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 - \left(\frac{ds_0}{dt}\right)^2}{c^2}}. \tag{7a}$$

Для того чтобы полученная формула могла служить для описания некоторого класса физических явлений, необходимо указать общие свойства материи, заполняющей физическое пространство.

Заполним однородное физическое пространство материальными частицами с некоторой заданной вероятностью распределения их состояния. Появление этого свойства, как мы выяснили выше, превращает однородное физическое пространство в неоднородное, степень неоднородности которого оценивается отношением ψ/f.

Показатель экспоненты в формуле (7a) должен характеризовать природу этих частиц. Если материальные частицы обладают инертной массой, то к ним применима механика Ньютона. В этой механике мы должны выбрать такое общее положение, которое бы естественным образом приводило к мероопределению ньютонова физического пространства. Отождествляя экспоненту формулы (7a) с этим мероопределением, мы сразу получим возможность вывода общих следствий из указанной формулы, характерных для поведения материальных частиц по законам случайности.

Сделанные замечания свидетельствуют о невозможности полной дедукции в физике. Механика также основывает свои методы на индукции. Мы уже говорили, что стараться вывести все законы природы из какого-нибудь одного принципа — праздное занятие. Общие принципы ищутся не для того, чтобы дедуктивным путем описывать явления природы, а для того, чтобы произвести целесообразную классификацию их. Экспериментальная физика дает нам все законы, не классифицируя их на основании той или иной связи. Часто наблюдатели сближают в своих исследованиях один закон с другим на основании случайных соображений или неполных аналогий. Так, например, Ньютон в своих работах по оптике рассматривал явления рассеяния света через призму вместе с явлениями цветных пленок на мыльных пузырях и делал это только потому, что на глаз эти явления кажутся похожими.

Другую цель преследует теория. На основании открытых экспериментальным путем законов она ищет такие обобщающие положения, которые позволили бы, с одной стороны, на определенном этапе делать дедуктивные умозаключения, а с другой стороны, устанавливать связь между дедукцией и экспериментальными законами, устанавливая порядок между ними и классификацию.

Так, в оптических явлениях, изученных Ньютоном, теория позволила отнести преломление светового луча в призме к классу законов, которыми определяются цвета радуги; законы же, которым подчиняется образование цветов в тонких пленках, она относит к другому классу явлений, объединяющихся законами интерференции световых лучей, открытых Юнгом и Френелем.

Но нельзя думать, что классификация законов природы есть нечто субъективное, основанное на способности человека к абстракции. Хотя классификация представляет собой результат умственных операций, она все же создается принудительно, на основании опыта, накопленного человеком. Способность к абстракции позволяет человеку делать обобщения, подмечая сходства и различия. Сходства и различия, находимые с помощью наших ощущений, помогают только составлять первичные понятия, но не более. Здесь идет речь о таких сходствах и различиях, которые вытекают из причинных связей.

Научная теория имеет дело с целой совокупностью понятий, возникших путем индукции из предварительных наблюдений, и путем дедуктивного развития из опытов, проверенных более или менее убедительно Переплетение индукции и дедукции в науке необходимо и неизбежно.

Лучшим примером теоретических построений в физике может служить теория тяготения, созданная Ньютоном. В ней легко проследить все основные необходимые звенья правильно построенной теории: 1) образование понятий и развитие гипотез, порождаемых ассоциациями различных наблюдений; 2) отвлечение от второстепенных данных, например при переходе от законов Кеплера к законам Ньютона исключаются из рассмотрения начальные положения и скорости; 3) ищется обобщающее положение или гипотеза, которой подчиняются все новые отношения; 4) созданная система умозаключений позволяет совершить движение мысли вперед и назад, т. е. путем индукции прийти к основной гипотезе, а путем дедукции — к согласованию следствий с хорошо установленными фактами. Последнее звено особенно важно. Оно позволяет ограничить возможность чрезмерного расширения понятий, к чему склонно человеческое мышление, и не вводить понятий, не соответствующих реальности.

Однако приходится согласиться также и с тем, что теория, подобная ньютоновой теории тяготения, создается не сразу. Обычно протекает длительное время, прежде чем она достигнет строгого логического построения, и в процессе ее эволюции воображаемые сущности изгоняются и создаются вновь до тех пор, пока не будет найден такой принцип, который становится законом, как например, закон тяготения Ньютона.

Создание подобной теории не под силу одному человеку, даже гениальному. И теория тяготения имеет свою длительную историю — от Аристотеля до Гука и Ньютона.

В процессе своей эволюции теория может превратиться во вполне замкнутую систему, подобно теории тяготения Ньютона, а может получиться и так, что замкнутость ей вовсе не присуща. В этих случаях теория имеет приближенный характер, так как основная гипотеза не вполне угадана. Если поставить перед собой вопрос о природе тяготения, то сразу теория тяготения Ньютона из замкнутой системы превратится в незамкнутую, ибо в концепции Ньютона нет места для ответа на поставленный вопрос. В этом смысле любая теория будет страдать известной неопределенностью.

Нам кажется, что такие требования к теории и не следует предъявлять. Всякая теория, позволяющая классифицировать явления, будет хорошей теорией хотя бы для данного этапа развития наших знаний. В сущности так и происходит историческое развитие человеческого опыта, и нет надежды как-нибудь его изменить. Поэтому для того, чтобы предсказать долговечность теории и направление ее развития, нужно знать историю науки.

Для решения поставленного выше вопроса о разыскании в механике общего положения, позволяющего найти мероопределение физического пространства Ньютона, лучше всего воспользоваться известным соотношением Гамильтона:

$$S = -Ht + F. \tag{8}$$

Здесь через S, F, H обозначены соответственно главная функция Гамильтона, характеристическая функция и гамильтониан.

Обозначим через q_t некоторую величину, которая меняется с течением времени по известному закону. Этим самым мы определяем ход часов. Имея это в виду, полную производную по времени от главной функции Гамильтона можно записать так:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\partial S}{\partial q_t}\dot{q}_t + \sum \frac{\partial S}{\partial q_i}\dot{q}_i.$$

Далее, согласно определению главной функции Гамильтона, частные производные по координатам назовем импульсами и обозначим их так:

$$p_t = \frac{\partial S}{\partial q_t}; \qquad \frac{\partial S}{\partial q_i} = p_i.$$

Понятие массы введем с помощью отношений:

$$\frac{p_t}{\dot{q}_t} = \mu_t; \qquad \frac{p_i}{\dot{q}_i} = \mu_i.$$

После всего сказанного полную производную по времени от главной функции Гамильтона запишем так:

$$\frac{dS}{dt} = \mu_t\dot{q}_t^2 + \sum \mu_i\dot{q}_i^2.$$

Таким образом мы получим каноническую квадратическую форму, которую можно трактовать как мероопределение физического пространства Ньютона, о чем будет идти речь ниже.

С другой стороны, если система материальных точек подчиняется в своем движении каноническим уравнениям Гамильтона, то из уравнения (8) следует.

$$\frac{dS}{dt} = -H + \sum \frac{\partial F}{\partial q_i}\dot{q}_i = -H + \sum \mu_i\dot{q}_i^2.$$

Сравнивая полученную формулу с предыдущей, будем иметь:

$$-H = \mu_t \dot{q}_t^2. \tag{9}$$

Найденное соотношение показывает, какое значение имеет установление образцового процесса для построения теории движения материальных тел.

К сожалению, этому обстоятельству мы не всегда уделяем должное внимание. Мы настолько привыкли к ньютононианским часам, что перестали замечать, где и как мы вводим в обращение способ выбора единицы измерения времени. Между тем мы невольно и всегда в любой группе явлений благодаря необходимости выбора единиц измерения времени встречаемся с образцовым процессом, определяющим направление математического счета.

В самом деле, отождествим для конкретности рассуждений поверхность главной функции Гамильтона для одной материальной частицы с поверхностью волны. Тогда, как известно, скорость перемещения поверхности волны изображается формулой

$$g = -\frac{\partial S}{\partial t}\frac{1}{H_S}.$$

Здесь через H_S обозначен первый дифференциальный параметр от функции S. Заменяя в этом выражении производную $\frac{\partial S}{\partial t}$ через гамильтониан, получим:

$$gH_S = H.$$

Но первый дифференциальный параметр равен

$$H_S^2 = \sum\left(\frac{\partial S}{\partial q_i}\right)^2 = \sum p_i^2 = p_n^2.$$

Поэтому имеем:

$$gp_n = H.$$

Обозначим нормальную составляющую скорости движения частицы через v_n, а массу ее через m; тогда последнюю формулу можно переписать так:

$$gv_n m = H. \tag{10}$$

Допустим теперь, что движение рассматриваемой материальной частицы совершается в физическом пространстве Эйнштейна—Минковского, для которого мероопределение записывается так:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2.$$

Отсюда следует:

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 - c^2.$$

Помножим это равенство на массу частицы m; тогда получим:

$$m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = (mv_x^2 + mv_y^2 + mv_z^2) - mc^2.$$

Полная производная по времени от главной функции Гамильтона для данного случая будет иметь вид:

$$\frac{dS}{dt} = -H + (mv_x^2 + mv_y^2 + mv_z^2).$$

Постулируем равенство:

$$\frac{dS}{dt} = m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2.$$

Другими словами, будем считать, что полная производная от главной функции Гамильтона является мероопределением физического пространства Эйнштейна—Минковского; тогда из вышеприведенных равенств следует:

$H = mc^2$.

Сопоставляя это соотношение с формулой (10), получим известное соотношение де Бройля:

$$gv = c^2. \tag{11}$$

Можно было бы поступить наоборот: постулируя это последнее соотношение, доказать, что для материальной частицы, движущейся в физическом пространстве Эйнштейна, полная производная по времени от главной функции Гамильтона будет равна величине

$$\frac{dS}{dt} = m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2. \tag{12}$$

Легко сообразить, что выведенная нами формула (10) не требует обязательного отождествления функции S с поверхностью волнового процесса. Мы сделали это, как заметили выше, ради наглядности.

Приведенные рассуждения показывают, какую чрезвычайно любопытную роль играет необходимость выбирать образцовый процесс для установления единицы измерения времени.

Одновременное существование соотношений (10), (11) и (12) является лишь следствием того, что мы наделили материальную частицу, с одной стороны, свойствами, соответствующими миру Ньютона, а с другой стороны, заставили двигаться по физическому пространству Эйнштейна—Минковского. Такая двойственность ее свойств может не иметь ничего общего с современным представлением о существовании таких частиц, которые в своем движении несут фазовую волну де Бройля. Как мы видели, вся игра происходит оттого, что мы не можем во всех явлениях единым образом установить единицу измерения времени. Проблема времени оказывается более тяжелой, чем проблема геометрического пространства. Нельзя говорить об этой проблеме, основываясь лишь на той или иной философской концепции. Проблема времени может решаться лишь путем изучения тех физических явлений, в которых становится необходимым анализ свойств физического пространства. В других физических или каких-либо иных явлениях течение времени столь замаскировано, что трудно о нем высказать определенное суждение.

Изложенные соображения являются лишь предостережением о чрезмерном увлечении фазовыми волнами де Бройля. Они могут быть простой фикцией. Однако эвристическая ценность их безусловна. Гипотеза о фазовых волнах де Бройля полезна во всех случаях, когда материальная частица ньютонова мира «перекочевывает» в мир Эйнштейна—Минковского. Тут нельзя придумать ни одного эксперимента, который бы подлинно зафиксировал реальное существование фазовой волны де Бройля. Можно лишь поверить в ее реальность, но не доказать это. Если кому-то предпочтительно считать, что смешение двух миров Ньютона и Эйнштейна—Минковского возможно лишь тогда, когда частица обладает фазовыми волнами де Бройля, то возразить против этой веры ничего нельзя. Это означает только, что описание явлений таким способом дает возможность забыть о существовании проблемы времени.

По-видимому, здесь мы имеем такое положение, когда невозможно сказать, на чьей стороне истина. Поэтому должны развиваться параллельно обе точки зрения. И в их сравнении мы можем увидеть нечто более глубокое.

Выше мы видели, что существование формулы (12) в некоторых случаях имеет вполне определенный смысл. Такие системы существуют, и поэтому весьма желательно изучить их общие свойства, что мы постараемся сделать в последующих главах.

Мероопределение неоднородного физического пространства мы записываем так:

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \sum A_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j + c^2 \lg \frac{\psi}{f}.$$

Пусть существует такой множитель m, который, будучи умножен на квадрат производной мероопределения, т. е. на $\left(\frac{ds}{dt}\right)^2$ превращает его в производную по времени от главной функции Гамильтона. Другими словами, пусть осуществляется соотношение (12).

Далее приведем к каноническому виду квадратичную форму:

$$\sum A_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j.$$

После этого приведения произведение коэффициентов квадратичной формы A_i на m будем обозначать так:

$$A_i m = \mu_i.$$

Учитывая все сказанное, можно написать:

$$m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \sum \mu_i \dot{q}_i^2 + mc^2 \lg \frac{\psi}{f}.$$

Полную производную по времени от главной функции Гамильтона, как выше было показано, можно записать так:

$$\frac{dS}{dt} = -H + \sum \mu_i \dot{q}_i^2.$$

Считая суммы в обоих приведенных соотношениях равными и постулируя формулу (12), получим в качестве следствия равенство вида:

$$mc^2 \lg \frac{\psi}{f} = -H$$

или

$$\psi = f e^{-\frac{H}{mc^2}}. \qquad (13)$$

Следовательно, могут существовать такие системы, для которых соотношение (13) будет определяющим.

В процессе выделения соотношения (13) мы нигде не обмолвились о том образцовом процессе, который позволяет установить единицу измерения времени. Если это обстоятельство конкретизировать, то формула (13) получит иной вид, с нашей точки зрения более интересный.

Для любой группы физических явлений существуют характерные величины пространственной протяженности и характерная мера изменения этой протяженности со временем. Например, все свойства газов, рассматриваемых с точки зрения газокинетической теории, выражаются через характерную длину — средний свободный пробег молекул, — и характерную скорость — среднюю тепловую скорость. Припишем и нашей системе характерную длину L и характерную скорость c. Существование этих величин позволяет установить единицу измерения времени. Можно положить: $\frac{L}{c}=t$; $L=ct$. Если этим воспользоваться, то произведение mc^2 можно представить так: $mc^2t=mcL$. Обозначим постоянную mcL через $2B$ и назовем величину B моментом количества движения. С помощью высказанных соображений соотношение (13) можно представить так:

$$\psi = fe^{-\frac{Ht}{2B}} = fe^{\frac{S-F}{2B}}.$$

Обозначим произведение $fe^{-\frac{F}{2B}}$ через λ_0. Тогда будем иметь:

$$\psi = \lambda_0 e^{\frac{S}{2B}}. \qquad (14)$$

Постоянную B в этой формуле мы установили исходя из общих соображений о существовании для системы характерной протяженности и характерной скорости. Между тем мы видели в начале параграфа, что этот выбор многозначен. Возможен такой выбор характерных величин, что постоянная B будет действительным числом или чисто мнимым числом, т. е. $|B| = |B_0|$; $|B| = i\,|B_0|$.

Формула (14) вполне достаточна для того, чтобы подвергнуть более детальному анализу свойства нашего мира с неоднородным физическим пространством.

Однако следует еще раз напомнить, что формула (14) получена из определенных условий на бесконечности. Поэтому можно задать себе вопрос: каков смысл выбора единиц измерения, предложенного в табл. (I) настоящего параграфа, если отвлечься от условий на бесконечности?

Рассмотрим случай, когда в качестве образцового процесса выбран такой, для которого имеют место соотношения: $c=-ic_0$, $t=-it_0$. В этом случае будем иметь:

$$[mc^2t] = [mc\cdot ct] = [-mic_0 - ic_0 - it_0] = imc_0t_0 = i2B.$$

Кроме того, положим:

$$\lg \frac{\psi}{f} = 1.$$

Это означает, что мероопределение физического пространства такого образцового мира будет выглядеть так:

$$ds^2 = \sum A_{ij}dq_idq_j + (-ic_0)^2\cdot(-it_0)^2,$$

или

$$-\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = -\sum A_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j - c_0^2.$$

Отсюда следует после соответствующих преобразований:

$$m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \sum m_iv_i^2 + c_0^2m.$$

Соотношение Гамильтона для рассматриваемого образцового мира должно выглядеть так: $S=-Hit+F$. Отсюда следует:

$$\frac{dS}{dt}=-H_i+\sum m_i v_i^2.$$

Сравнивая это равенство с мероопределением при условии

$$\frac{dS}{dt}=m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2,$$

получим: $Hi=-mc_0^2$. Кроме того, справедливо равенство

$$g=-\frac{\partial S}{\partial t}\frac{1}{p_n}=H_i\frac{1}{p_n},$$

или $gp_n=H_i$. Из полученных двух соотношений для гамильтониана следует:

$$g\frac{p_n}{m}=-c_0^2. \quad (15)$$

Если стать на точку зрения де Бройля, то полученный результат свидетельствует о том, что направление движения фазовой волны противоположно нормальному импульсу образцовой частицы или, другими словами, нормали к поверхностям фазовой волны и главной функции Гамильтона имеют противоположные знаки. Но что это означает?

Согласно Лагранжу, вектор p_n надо понимать не как количество движения материальной точки, а как тот удар, который сообщает материальной точке, находящейся в покое, количество движения mv. В нашем случае этот удар сообщается фазовой волной, внешней нормалью которой является внутренняя нормаль поверхности главной функции Гамильтона. С этой точки зрения фазовые волны не привязаны к материальной частице, а, наоборот, в них движется сама материальная частица. Когда фазовые волны образуют толчею, тогда материальная частица, в них помещенная, будет совершать случайные движения.

Таков смысл полученного нами соотношения (15), относящегося к образцовому движению, но этот смысл мы обязаны сохранить и для всех других не образцовых движений, охватываемых соотношением (14).

Приведенные рассуждения о выборе образцового процесса, по существу говоря, в скрытой форме опираются на одно обстоятельство, которое часто упускают из виду и которое часто толкает на излишнюю детализацию в интерпретации результатов, получаемых с помощью математического счета. Таким обстоятельством, по нашему мнению, является зеркальная симметрия нашего физического пространства.

6. О зеркальной симметрии неоднородного физического пространства

Всякий раз, когда нам удается проследить развитие основных математических открытий и раскрыть их источники, мы неизбежно сталкиваемся с процессом обобщения личного опыта. В этом смысле математика представляет собой такое же учение о природе, как и любая дисциплина естествознания. Свойства вещей быть объектами счета имеют для нашего познания такое же значение, как все другие свойства вещей. Особенность заключается лишь в том, что свойство быть сосчитанным присуще всем вещам.

Счет есть особая форма нашего взаимодействия с окружающей действительностью. Он для нас необходим в смысле выбора условий нашего бытия, для которого одинаково важно знать существующее и предвидеть возможное качество вещей.

Математический реализм Декарта, выраженный в его стремлении сделать геометрию частью алгебры, с этой точки зрения весьма важен. То же самое можно сказать об идеях Лейбница, который стремился подчинить логику математическим операциям. В геометрии Декарта разрешены две проблемы: с одной стороны, она дает возможность исследовать геометрические объекты; с другой стороны, она позволяет геометрически изображать алгебраические уравнения. К методу Декарта мы настолько привыкли и так широко им пользуемся, что потеряли ощущение всей глубины его гениальных идей и их значения для нашего познания.

Общая направленность нашего бытия и неразрывно связанного с ним познания определяется суммой психологических данных человека, которые, взаимодействуя с окружающей действительностью, дают форму этой направленности.

Таким образом, нечего опасаться того, что наше познание когда-нибудь оборвется или будет развиваться вне своего исторического прошлого. Однако оно может тормозиться в зависимости от нашей способности преодолевать привычки и сознавать эволюцию наших понятий.

Стремление поставить себя выше природы, абстрагируя логику нашего познания до такого процесса, который способен развиваться без воздействия окружающей действительности, что проповедуют некоторые философы, — это стремление не имеет под собой никаких оснований и может явиться источником серьезных заблуждений.

Рассматривая науку как объект исследования, раскрывая истинную сущность понятий и научных идей, мы тем самым можем раскрывать объективные истины столь же плодотворно, как и прибегая к наблюдению и опыту.

Таким образом, методы количественного счета не являются результатом одних только логических построений, но являются суммой всех переживаний, которым подвержен человек во взаимодействии с окружающей действительностью. Только трудность прослеживания математического творчества человека часто заставляет видеть многообразие там, где его нет. Мы часто не улавливаем влияния личного опыта на количественное описание физических явлений и видим непонятное и трудное в том, что по существу имеет теснейшую связь с отражением объективной реальности в наших методах количественного счета. В этом отношении весьма поучителен пример, в котором можно проследить, как зеркальная симметрия эвклидова пространства органически вошла в область математического счета.

Пусть в плоскости P дан треугольник ABC, вершины которого в трилинейной системе координат определяются так: $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$, $C(x_3, y_3, z_3)$. Площадь этого треугольника можно выразить в виде следующего определителя:

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}.$$

Все вершины треугольника равноправны и, казалось бы, ничего не изменится, если мы переименуем вершину B в C, а вершину C в B. Тем не менее это повлечет за собой изменение знака площади.

Возникает вопрос: почему это происходит? Какие свойства пространства отражаются в этой операции?

Прежде всего заметим, что всякое переименование вершин треугольника располагает его по отношению к наблюдателю так, что обход по периметру треугольника меняет свое направление на противоположное. Это обстоятельство является не результатом логических условий, но прямым следствием особенностей эвклидового пространства и единства операций счета.

Треугольник не есть образ, полученный умозрительным путем, но есть образ, почерпнутый нами из опыта с материальными телами. Можно показать, что если рассматривать треугольник как часть бесконечно тонкой плоскости, т. е. как тело, то никаким движением этого треугольника в самой плоскости нельзя привести его в положение, соответствующее тому или иному переименованию его вершин. В самом деле, попробуем совершить всевозможные коллинеации площади треугольника, даже такие, при которых треугольник преобразуется в себе подобный. В случае трилинейных координат формулы коллинеации можно написать в следующем виде:

$$n_1x_1 = a_{11}\xi_1 + a_{12}\eta_1 + a_{13}\sigma_1;$$
$$n_2y_1 = a_{21}\xi_1 + a_{22}\eta_1 + a_{23}\sigma_1;$$
$$n_3z_1 = a_{31}\xi_1 + a_{32}\eta_1 + a_{33}\sigma_1;$$
$$n_1x_2 = a_{11}\xi_2 + a_{12}\eta_2 + a_{13}\sigma_2;$$
$$n_2y_2 = a_{21}\xi_2 + a_{22}\eta_2 + a_{23}\sigma_2;$$
$$n_3z_2 = a_{31}\xi_2 + a_{32}\eta_2 + a_{33}\sigma_2;$$
$$n_1x_3 = a_{11}\xi_3 + a_{12}\eta_3 + a_{13}\sigma_3;$$
$$n_2y_3 = a_{21}\xi_3 + a_{22}\eta_3 + a_{23}\sigma_3;$$
$$n_3z_3 = a_{31}\xi_3 + a_{32}\eta_3 + a_{33}\sigma_3.$$

Введем обозначения:

$$N = \frac{1}{n_1n_2n_3};\quad D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix};\quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} \xi_1 & \eta_1 & \sigma_1 \\ \xi_2 & \eta_2 & \sigma_2 \\ \xi_3 & \eta_3 & \sigma_3 \end{vmatrix}.$$

Теперь подставим формулы коллинеации в выражение площади треугольника, представленное через трилинейные координаты; в результате будем иметь:

$$\Delta = ND\Delta_1. \tag{16}$$

Из рассмотрения всех приведенных соотношений видно, что площадь преобразованного треугольника инвариантна при всех коллинеациях.

Это положение можно распространить на любую площадь, ограниченную плоской кривой, так как личный опыт позволяет нам считать любую плоскую кривую линию пределом многоугольника, который всегда можно составить из треугольников.

Ограничимся такими коллинеарными преобразованиями, при которых модуль произведения ND равен единице. В этом случае всегда будет иметь место равенство вида: $|\Delta| = |\Delta_1|$. Знак площади треугольника Δ_1 при коллинеарных преобразованиях будет определяться знаком определителя D или Δ, ибо величина N всегда существенно положительна. Определитель D никогда не будет отрицательным при любых движениях в плоскости. Если бы это в каком-либо случае имело место, то знак площади можно было бы изменить даже при бесконечно малом перемещении треугольника, что нарушило бы непрерывность движения. В самом деле, при непрерывной вариации координат вершин треугольника мы не можем перейти от положительных значений площади треугольника к отрицательным, не пройдя через ее нулевое значение. Таким образом, при коллинарных преобразованиях площадь треугольника не может изменить своего знака, пока преобразования имеют кинематический смысл в пределах плоского пространства. Но отсюда еще не следует, что вообще изменение знака площади, ограниченной плоской кривой, невозможно.

Если воспользоваться третьим измерением, то возможно такое движение плоского треугольника, при котором переименовываются его вершины. Для этой цели стоит только повернуть треугольник около какой-либо вершины в третьем измерении и положить его плашмя на прежнюю плоскость. Теперь он будет обозреваем с обратной стороны; знак площади изменится, так как направление обхода по периметру изменится на противоположное. Следовательно, переворачивание плоской фигуры в третьем измерении соответствует тому движению, при котором меняется знак ее площади. Всякая фигура может иметь площадь с положительным или отрицательным знаком смотря по тому, с какой стороны она обозревается. Этот факт имеет важное значение при создании того или иного аппарата счета и не является условным определением, а отражает определенные формы сосуществования пространства и материи. В этом факте обнаруживается зеркальная симметрия эвклидова пространства, имеющая первостепенное значение для нашего познания природы.

В самом деле, если плоский треугольник положить на зеркало, то реальный наблюдатель и его зеркальный образ будут обозревать площадь треугольника по-разному. Если реальный наблюдатель припишет площади, например, положительный знак, то его зеркальный образ припишет отрицательный знак.

Таким образом, всякий элемент поверхности, с одной стороны, положителен, а с другой стороны, отрицателен, и потому вся поверхность, с одной стороны, положительна, а с другой стороны, отрицательна. Следовательно, во всех тех случаях, когда физическое явление при количественном счете по необходимости связывается с элементами поверхности, оно должно неизменно представляться полярным.

Установление полярности поверхностей или, что то же самое, зеркальной симметрии пространства в свою очередь, ведет к существованию двух метрик измерения линейной протяженности. Для разъяснения вопроса возьмем два равных по площади квадрата на двух сторонах плоскости. Любой из них можно принять за единицу площади; тогда площадь квадрата на обратной стороне плоскости мы обязаны принять за минус единицу. Следовательно, в одном случае сторона квадрата будет положительной единицей, а в другом — мнимой единицей. Отсюда явствует, что мнимая единица имеет такое же право на существование, как и действительная единица. Существование действительных чисел принудительным образом приводит нас к введению мнимых чисел. Эти последние позволяют нам отличать математический счет вещей от математического счета их зеркальных изображений.

Высказанные соображения по поводу мнимых чисел не являются новыми. В том или ином виде их можно найти в работах Кюна, Рассела, Арганда, Гаусса, Коши и, наконец, Римана [1].

---

[1] См. Ж. Таннери и Ж. Мольк. «Новые идеи в математике». Сб. 4. Учение о числе. СПб., «Образование», 1913.

Особый интерес с нашей точки зрения представляют исследования Римана. Этот математик не мистифицировал мнимые числа, а рассматривал их как равноправные с действительными числами. Он представлял себе пространство, заполненным движущейся материей и считал одинаково возможными операции как с положительными, так и с мнимыми массами. Этот широкий взгляд Римана на материю позволил ему сделать эскиз теоретического объяснения природы тяготения. Риман понимал, что нельзя отрывать материю от пространства и следует искать в их взаимосвязи объяснение таким природным явлениям, которые проистекают от поля тяготения или от электрического поля. Он повсюду вводит понятие о распространении этих процессов, требующих определенного промежутка времени; следовательно, он не мог обойтись без геометрического образа поверхности и ее полярности, а это, в свою очередь, естественно привело его к необходимости введения двойственного толкования даже такого основного физического понятия, как масса.

Мы ввели представление о неоднородных физических пространствах с целью показать, что в исследованных физических пространствах мы скрыто предполагали равномерную плотность точек и забыли о том, что не существует материи без пространства и пространства без материи. Материю и себя вместе с нею мы как бы вынули из пространства. Но физическое пространство должно быть заполненным материей. Такое пространство мы отыскали и теперь стараемся изучить его общие свойства. Мы нашли формулу (14), в которой постоянная B введена из самых общих соображений.

Формула (14) есть мероопределение неоднородного физического пространства, определенным образом заполненного материей. Причем в этом мероопределении пока никак не отражена зеркальная симметрия пространства. Но если это качество приписать нашему неоднородному физическому пространству, то спрашивается, как это отразится на его мероопределении?

Выше мы старались показать, что счет протяженности в зеркально отображенных объектах должен производиться с помощью мнимых единиц. Наше физическое пространство отличается от обычных пространств только тем, что для каждой точки его появилась новая характеристика, измеряемая отношением ψ/f. Если считать эту величину мнимой, то можно ли сказать, что она характеризует зеркальную симметрию пространства? Ведь эта величина иного свойства, чем площадь треугольника, на котором мы наглядно продемонстрировали зеркальную симметрию эвклидова пространства. Другими словами, можно ли ее связать с протяженностями зеркально отображенных объектов? Нам кажется, можно. Мы вправе в качестве элементарного геометрического образа взять любую поверхность, в частности плоскость, и отношением ψ/f характеризовать густоту точек на единице поверхности. Следовательно, густота точек на одной стороне должна оцениваться действительными числами, а густота точек на обратной стороне — мнимыми числами. Если каждой точке на одной стороне поверхности присуще отношение ψ/f, то каждой точке на другой стороне поверхности мы должны приписать отношение $i\frac{\psi}{f}$.

В природе мы можем встретиться со специфическими явлениями, когда протекание их во времени сопровождается превращением действительного образа в зеркальный. Следовательно, действительное состояние будет связано соотношением такого вида:

$$S = 2B \lg \frac{\psi}{\lambda_0}.$$

Зеркальное же состояние, напротив, будет характеризоваться соотношением следующего вида:

$$S' = 2B \lg i \frac{\psi}{\lambda_0} = 2B \lg i + 2B \lg \frac{\psi}{\lambda_6} = 2B\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi i + 2B \lg \frac{\psi}{\lambda_0}.$$

Из сравнения этих двух равенств видно, что даже при равенстве модулей отношения $\frac{\psi}{\lambda_0}$ численные значения функций S и S' будут разные и разность их будет равна

$$S' - S = 2B\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi i. \tag{17}$$

Таким образом, любое явление, в котором действительный образ переходит в зеркальный, будет сопровождаться разрывным изменением функции S. Естественно допустить, что в области указанных явлений нашему восприятию доступны только эти изменения. Считая их действительными, мы обязаны величину B принять мнимой: $B = \pm iB_0$. В этом случае формула (17) превратится в формулу

$$S' - S = \pm 2B_0\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi, \tag{17a}$$

весьма интересную в том смысле, что она отражает следующий факт: если действительный образ наблюдаемого явления переходит в зеркальный, то действие, по Гамильтону, меняется скачком. Впрочем, это можно было предвидеть, основываясь на примере с плоским треугольником, который никаким непрерывным движением в плоскости нельзя перевернуть, а для этого необходимо воспользоваться третьим измерением, т. е. сделать процесс коллинеаций разрывным.

Примером разрывного процесса может служить также движение стрелы, которая пущена нами и которая где-то в пространстве перехватывается демоном Максвелла и направляется к нам обратно своим острием. Действие по Гамильтону, соответствующее прямому движению стрелы, острием от нас, в этом случае не может равняться ее действию по Гамильтону при обратном движении, острием к нам, так как на скрытый ее поворот должно быть затрачено тоже какое-то действие. Только с помощью абстракции о возможности нематериального поворота мы можем рассматривать как непрерывное изменение действия по Гамильтону для данного движения стрелы.

Анализируемые явления лишний раз подчеркивают, как тесно переплетаются между собой наши представления о непрерывном и прерывном. Вначале эти представления зарождались с помощью непосредственных ощущений. С развитием же нашей способности к абстракции и к логическому мышлению наше познание о природе стало обогащаться новыми фактами, связанными с представлениями о прерывном и непрерывном, т. е. фактами, которые выводятся не из непосредственных ощущений.

Как известно, было время, когда представление о непрерывном довлело над нами в процессе нашего познания природы. Например, идея Планка о квантовом излучении электромагнитных резонаторов воспринималась с трудом и считалась революционной идеей. В настоящее время эта идея настолько укрепилась и покорила наш разум, что представления о непрерывном кажутся нам анахронизмом. Человеку свойственно на каждом этапе развития своих знаний переоценивать одно и недооценивать другое: иногда главную роль играют представления о непрерывном, а иногда, наоборот, идея о непрерывном отбрасывается, а идея о прерывном овладевает всем нашим сознанием. На самом же деле ни то, ни другое не могут считаться абсолютно правильным. В природе прерывное и непрерывное всегда живут рядом, и основной задачей нашего познания является правильно оценить то и другое в явлениях природы. Зеркальная симметрия нашего пространства, по крайней мере в условиях Земли, есть неоспоримый факт. Неоспоримым фактом будет и допущение существования в природе процессов перехода явлений с действительными образами в явления с зеркальными образами. А это означает, что разрывные процессы должны существовать рядом с процессами, в которых непрерывность играет доминирующую роль. Задача метафизики знания заключается в раскрытии этой двойственности в окружающих нас явлениях. Мы можем примириться с мыслью о том, что существование прерывного и непрерывного в природе есть неоспоримый факт, но мы не можем примириться с простой констатацией этого факта. Мы должны — по крайней мере в некоторых областях знания — определить и происхождение этой двойственности. Такое стремление поможет нам глубже проникнуть в природу вещей.

Глава II

О ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СООТНОШЕНИЯХ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ψ И λ_0

1. Об уравнениях в частных производных, которым подчиняются функции ψ и λ_0

Напишем снова формулу (14):

$$\psi = \lambda_0 e^{\frac{S}{2B}},$$

где ψ рассматривается как функция от декартовых координат x_i. Возьмем от ψ первые и вторые производные по x_i:

$$\frac{\partial\psi}{\partial x_i} = e^{\frac{S}{2B}}\left(\frac{\partial\lambda_0}{\partial x_i} + \frac{\lambda_0}{2B}\frac{\partial S}{\partial x_i}\right),$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x_i^2} = \frac{1}{2B}\frac{\partial\psi}{\partial x_i}\frac{\partial S}{\partial x_i} + e^{\frac{S}{2B}}\left(\frac{\partial^2\lambda_0}{\partial x_i^2} + \frac{1}{2B}\frac{\partial}{\partial x_i}\lambda_0\frac{\partial S}{\partial x_i}\right).$$

Составим с помощью этих соотношений второй оператор Лапласа от ψ:

$$\Delta_2\psi = \frac{1}{2B}\sum\frac{\partial\psi}{\partial x_i}\frac{\partial S}{\partial x_i} + e^{\frac{S}{2B}}\left(\Delta_2\lambda_0 + \sum\frac{1}{2B}\frac{\partial}{\partial x_i}\lambda_0\frac{\partial S}{\partial x_i}\right).$$

Найдем теперь частную производную по времени от ψ:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\partial\lambda_0}{\partial t}e^{\frac{S}{2B}} + \frac{\lambda_0}{2B}e^{\frac{S}{2B}}\frac{\partial S}{\partial t}.$$

Помножим второй оператор Лапласа от ψ на некоторую постоянную D и сложим с последним равенством:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} + D\Delta_2\psi = \frac{D}{2B}\sum\frac{\partial\psi}{\partial x_i}\frac{\partial S}{\partial x_i} + \frac{\psi}{2B}\frac{\partial S}{\partial t} +$$

$$+ e^{\frac{S}{2B}}\left[\frac{\partial\lambda_0}{\partial t} + \frac{D}{2B}\sum\frac{\partial}{\partial x_i}\lambda_0\frac{\partial S}{\partial x_i} + D\Delta_2\lambda_0\right].$$

Заменим в этом равенстве производную $\frac{\partial\psi}{\partial x_i}$ ее выражением, найденным выше:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} + D\Delta_2\psi - \frac{D}{2B}e^{\frac{S}{2B}}\sum\frac{\partial\lambda_0}{\partial x_i}\frac{\partial S}{\partial x_i} - \frac{D\psi}{4B^2}H_S^2 - \frac{\psi}{2B}\frac{\partial S}{\partial t} =$$

$$= e^{\frac{S}{2B}}\left[\frac{\partial\lambda_0}{\partial t} + \frac{1}{2}\sum\frac{\partial}{\partial x_i}\lambda_0\frac{\partial S}{\partial x_i} + D\Delta_2\lambda_0\right].$$

Здесь через H_S^2 обозначен квадрат первого дифференциального параметра от функции S. Умножая обе части равенства на λ_0, будем иметь:

$$\lambda_0\left(\frac{\partial\psi}{\partial t} + D\Delta_2\psi - \frac{D\psi}{4B^2}H_S^2 - \frac{\psi}{2B}\frac{\partial S}{\partial t}\right) - \frac{D\psi}{2B}\sum\frac{\partial\lambda_0}{\partial x_i}\frac{\partial S}{\partial x_i} =$$

$$= \psi\left(\frac{\partial\lambda_0}{\partial t} + \frac{1}{2}\sum\frac{\partial}{\partial x_i}\lambda_0\frac{\partial S}{\partial x_i} + D\Delta_2\lambda_0\right). \quad (18)$$

Из полученного уравнения (18) можно вывести ряд интересных следствий. Функции λ_0 и ψ мы вправе выбирать произвольными в рамках установленного мероопределения неоднородного физического пространства. Выберем функцию λ_0 так, чтобы она была ортогональна к функции S и, кроме того, удовлетворяла следующему дифференциальному уравнению в частных производных:

$$\frac{\partial\lambda_0}{\partial t} + \frac{D}{2B}\sum\frac{\partial}{\partial x_i}\lambda_0\frac{\partial S}{\partial x_i} + D\Delta_2\lambda_0 = 0. \quad (19)$$

Это уравнение, как легко видеть, принадлежит почти в точности к типу уравнения Фоккера—Планка—Эйнштейна.

При заданных условиях, ограничивающих выбор функции λ_0, функция ψ согласно уравнению (18) должна удовлетворять следующему уравнению в частных производных:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} - \frac{\psi D}{4B^2}H_S^2 - \frac{\psi}{2B}\frac{\partial S}{\partial t} + D\Delta_2\psi = 0. \quad (19а)$$

Мы получили уравнение, которое при мнимом значении постоянной B будет принадлежать к классу уравнений типа уравнения Шредингера. Однако уравнение (19а) является более общим, чем уравнение Шредингера. В этом легко убедиться, если считать, что главная функция Гамильтона S удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{2m}H_S^2 = -V.$$

Отсюда получим:

$$\frac{H_S^2}{2} = -\left(V + \frac{\partial S}{\partial t}\right)m.$$

Вставляя это соотношение в уравнение (19а), получим:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{\psi Dm}{2B^2}\left(V + \frac{\partial S}{\partial t}\right) - \frac{\psi}{2B}\frac{\partial S}{\partial t} + D\Delta_2\psi = 0.$$

Помножим это уравнение на массу частицы m и положим произведение Dm равным величине B. Это действие законно, так как множитель D — произвольная величина. Тогда будем иметь:

$$m\frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{mV}{2B}\psi + B\Delta_2\psi = 0. \quad (19в)$$

Таким образом, мы получили уравнение, которое при мнимом значении B в точности переходит в уравнение Шредингера, если принять во внимание, что материальная частица подчиняется в своем движении уравнениям механики в форме характеристического уравнения Гамильтона.

Интересно отметить, что наряду с уравнением (19в) должно иметь место еще уравнение вида:

$$\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} + \frac{1}{2m} \sum \frac{\partial}{\partial x_i} \lambda_0 \frac{\partial S}{\partial x_i} + \frac{B}{m} \Delta_2 \lambda_0 = 0. \quad (20)$$

Это уравнение в частных производных не было раньше известно, поэтому в квантовой волновой механике оно отсутствует.

Любопытно сравнить наши математические операции с теми операциями, которыми пользуются при выводе волнового уравнения Шредингера в квантовой механике.

Прежде всего характеристическое уравнение Гамильтона пишут в следующем виде:

$$-E + \frac{H_S^2}{2m} = -V.$$

Помножим это уравнение на $\frac{2\pi i}{h}\psi$. Это делается для того, чтобы имелась возможность заменить полную энергию в характеристическом уравнении Гамильтона производной $\frac{\partial \psi}{\partial t}$, ибо если функция ψ периодически зависит от времени, то будет справедливо равенство

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{E 2\pi i}{h} \psi.$$

Таким образом, имеем:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{2\pi i}{h} \psi \frac{H_S^2}{2m} = -\frac{2\pi i}{h} \psi V.$$

Далее предполагают, что оператор H_S^2 можно заменить выражением

$$\psi H_S^2 = -\frac{h^2}{4\pi^2} \Delta_2 \psi.$$

Если это сделать, то получим уравнение Шредингера в таком виде:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{hi}{4\pi m} \Delta_2 \psi = -\frac{2\pi i}{h} \psi V.$$

При данном способе вывода уравнения Шредингера самым трудным для толкования является замена квадрата первого дифференциального параметра от главной функции Гамильтона через оператор Лапласа.

Если через Γ обозначить нулевой оператор, который отвечает характеристическому уравнению Гамильтона, т. е. положить:

$$\Gamma = -E + \frac{1}{2m} H_S^2 + V,$$

то, будучи умножен на функцию ψ, он превращается в уравнение Шредингера при следующих условиях: каждое из слагаемых его нужно рассматривать как оператор, действующий на ψ следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} V\psi &= V\psi \\ E\psi &= \frac{hi}{2\pi}\frac{\partial\psi}{\partial t} \\ H_S\psi &= \frac{hi}{2\pi}\operatorname{grad}\psi \\ H_S^2\psi &= -\frac{h^2}{4\pi^2}(\operatorname{grad}\psi,\ \operatorname{grad}\psi) = -\frac{h^2}{4\pi^2}\Delta_2\psi \end{aligned}\right\}. \tag{21}$$

Оператор V никакими существенными качествами не обладает. Оператор E, примененный к ψ, дает новый результат. Однако этот результат ничего не выражает, кроме предположения о периодичности функции ψ, причем частота $\omega = \frac{2\pi E}{h}$.

Несколько сложнее раскрывается оператор H_S. Величина H_S есть не что иное, как импульс, спроектированный на нормаль к поверхности главной функции Гамильтона S. Обозначим его через p_n. Тогда можно написать:

$$p_n\psi = \frac{hi}{2\pi}\frac{d\psi}{dn}.$$

Пусть масса частицы равна m, а скорость v_n. Теперь последнее равенство можно переписать:

$$mv_n\psi = \frac{hi}{2\pi}\frac{d\psi}{dn}.$$

Пусть частица несет с собой волну де Бройля с фазовой скоростью g. Тогда, умножая последнее равенство на g, получим:

$$mv_n g\psi = g\frac{hi}{2\pi}\frac{d\psi}{dn}.$$

Скорость фазовой волны, согласно гипотезе де Бройля, находится по формуле $v_n g = c^2$. Здесь через c обозначена скорость света. Принимая это во внимание, получим:

$$mc^2\psi = g\frac{hi}{2\pi}\frac{d\psi}{dn}.$$

Отсюда следует:

$$\frac{d\psi}{dn} = -\frac{2\pi mc^2 i}{hg}\psi.$$

Если функция ψ обладает тем свойством, что ее аргументы x_i можно выразить через длину нормали, то найденное дифференциальное уравнение интегрируется, и мы находим:

$$\psi = Ae^{-\frac{2\pi mc^2}{h} i \frac{n}{g}}.$$

Полученная формула весьма интересна для интерпретации физического смысла оператора H_S. Будем измерять время с помощью скорости перемещения фазовой волны де Бройля. Пусть движение частицы происходит с постоянной скоростью. Тогда величина g в любой момент времени будет постоянна. Поэтому отношение $\frac{n}{g}$ будет выражать время, отсчитываемое от некоторого начального положения частицы. Следовательно, последнюю формулу можно переписать так:

$$\psi = Ae^{-\frac{2\pi mc^2}{h}it}.$$

Как видим, функция ψ есть периодическая функция времени даже в том случае, если единицу времени установить с помощью скорости фазовой волны де Бройля. Круговая частота ее $\omega = 2\pi\frac{mc^2}{h}$. Другими словами, если определять энергию частицы релятивистски, то частота периодически меняющейся функции ψ будет равна отношению ее релятивистской энергии к планковской постоянной.

Таким образом, функция ψ обладает удивительным свойством: она есть периодическая функция времени, не зависящая от выбора единицы времени. Причем если единицу времени выбирать по Ньютону, то частота ω будет равна отношению ее энергии, вычисляемой по Ньютону, к постоянной Планка. Если же единицу времени выбирать с помощью фазовой волны де Бройля, то частота ω будет равна отношению ее энергии, вычисляемой по Эйнштейну, к постоянной Планка.

Итак, при каких же условиях оператор H_S срабатывает нужным образом? Как мы видели выше, этих условий — а скорее гипотез — достаточно много.

Первое, что мы должны принять, — это что каждая частица, находящаяся в квантовом состоянии, обладает волной де Бройля.

Второе — что скорость перемещения фазовой волны равна отношению ее релятивистской энергии к механическому импульсу.

Третье — что функция ψ обладает характеристикой, определяемой по формуле

$$n \pm g\frac{\nu}{\nu'}t. \tag{22}$$

Здесь через ν обозначено отношение E/h, а через ν' — отношение $\frac{mc^2}{h}$; время измеряется по Ньютону.

Четвертое — что функция ψ есть периодическая экспоненциальная функция как относительно ньютоновского времени, так и относительно времени де Бройля.

Все эти предположения вполне оправдывают всю группу математических операций (21). Из них третье и четвертое имеют специфический характер, с которым связано чрезвычайно много всяких философских проблем. Однако об этом будет сказано ниже.

Что касается первого и второго предположений, то их можно рассматривать как физические гипотезы. Согласно их содержанию, материальные частицы в известных условиях приобретают новые волновые свойства, которыми они не обладают в рамках механики Ньютона. Но возникает вопрос: обладает ли материя этими свойствами всегда, но мы их не замечаем при изучении механических явлений, или же материя приобретает их только в известных условиях?

Классическая механика есть учение о явлениях макромира, волновая же механика имеет дело только с микромиром. Если принять гипотезу де Бройля, то очевидно, что мы обязаны считать материальные частицы, участвующие в материальных явлениях, всегда обладающими волновыми свойствами. И только куски материи, образованные из бесконечного множества элементарных частиц, теряют эти качества. Такое предположение является вполне физическим и не таит в себе ничего нелогичного или абсурдного. Классическая механика имеет дело с конечными кусками материи, поэтому в рамках этой науки мы никогда не обнаружили бы и не обнаружим волновых свойств элементарных частиц.

Гипотеза де Бройля, есть лишь возможная, но не единственная гипотеза для объяснения всех явлений атомной физики. В работе, посвященной изложению современных представлений о пространстве и времени, мы сформулировали принцип двойственности в следующих словах: «Пространство и материя в своих свойствах переплетаются так, что для нашего познания затруднительно однозначным образом судить, что происходит в явлениях природы от свойств материи и что от свойств пространства. Сохранение привычных свойств пространства неизбежным образом поведет при раскрытии физических явлений к увеличению свойств материи, и наоборот. Такая двойственность в нашем познании неизбежна, и мы никакими усилиями не можем ее преодолеть» [1].

Таким образом, оставляя без изменения свойства механических частиц, можно прибегнуть для объяснения той же группы явлений не к гипотезе де Бройля, а к изменению свойств пространства. Это мы и сделали. Какая из этих двух гипотез ближе к истине — трудно сказать, потому что закон двойственности есть, по-видимому, один из величайших законов природы. Намеченный нами способ правомерен, и хочется исчерпать его до конца.

Нужны ли философские рассуждения по этому поводу? Нам думается, что они излишни. Пространство и материя — это два равноправных понятия, и вопрос о том, вкладывается ли материя в пространство или пространство вкладывается в материю, не имеет смысла. Здесь дело не в философии, а в способе построения математического счета для описания явлений микромира. По-видимому, существуют два возможных пути решения этой задачи, и на одном из них задача практически исчерпана, тогда как по другому пути ее пока что и не пытались решать. Но это нужно сделать хотя бы для более глубокого понимания сущности вещей. Альтернативное суждение о природе вещей быстрее и надежнее будет продвигать вперед наши знания.

2. Об условиях совместимости в проблеме распространения волн в классической физике

Выше мы заметили, что интегралы уравнения Шредингера должны обладать характеристикой. Это суждение мы высказали в качестве третьего предположения, необходимого для вскрытия действия оператора H_S^2 на функцию ψ. Интегралы такого типа, а вместе с ними и их уравнения в частных производных, обладают рядом очень интересных свойств. Однако, чтобы ясно понять их смысл, необходимо вспомнить, как решалась проблема распространения волн в классической физике.

Эта проблема в своей постановке восходит к знаменитой полемике Френеля с Пуассоном по поводу использования принципа Гюйгенса для изучения распространения волн.

Френель решал следующую задачу, которую мы даем в формулировке Адамара. Дано «некоторое движение, совместимое с уравнением в частных производных, распространяющееся волною с момента $t=0$. Рассматривают его в момент $t'>0$, когда фронт волны занимает некоторое положение $S_{t'}$, и в соответствии с принципом Гюйгенса отправляются от этого момента, изучая распространение волны в последующие моменты» [2].

[1] А. С. Предводителев. История и методология естественных наук, вып. I. Физика, стр. 94.

[2] Ж. Адамар. Принцип Гюйгенса и теория Гюгонио. В сб.. «Тр. 1-го Всесоюзного съезда математиков». М., ОНТИ, 1936.

Решение поставленной задачи с использованием принципа интерференции осуществлено Френелем не вполне строго, на что справедливо указывал Пуассон. Он говорил, что движение, рассматриваемое Френелем в момент t', должно в последующие моменты породить не только центробежную волну, но также центростремительную (обратную) волну, которая распространяется с той же скоростью внутрь среды, что на самом деле не имеет места.

По мнению Пуассона, чтобы устранить указанную несообразность, необходимо предположить, что возбуждение новой волны впереди той, которую рассматривал Френель, при отсутствии передачи движения назад может иметь место в данной волне только вследствие определенного соотношения между уплотнениями и собственными скоростями среды.

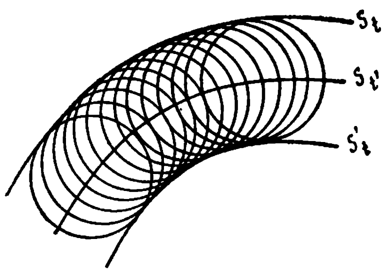


Рис 2

Замечание Пуассона имеет весьма глубокое значение. В самом деле, пусть внешнее движение по отношению к волновому фронту сводится к покою. Тогда, для того чтобы внутреннее движение было совместимо с покоем в некоторый определенный момент t', мы не имеем права считать его произвольным, а обязаны соблюсти особые условия совместимости даже в случае соприкосновения бесконечного порядка, т. е. если при переходе через волну производные всех порядков от функции, описывающей явление, непрерывны.

С указанным обстоятельством считаются все теории, обосновывающие принцип Гюйгенса и сводящие его к некоторым дифференциальным операциям.

Согласно принципу Гюйгенса, вместо того чтобы следить за распространением возмущения от его начального источника, вычерчивают его последующее распространение, исходя из положения его в данный момент.

Пусть возмущение, первоначально возникшее в небольшой области, распространяется в виде тонкого слоя и к моменту времени t' занимает положение $S_{t'}$ (рис. 2).

Можно рассматривать этот слой как возмущенную область и искать возбуждение в момент t при помощи вторичных сферических волн Гюйгенса, центром которых являются точки слоя, а радиусом — величина $g(t-t')$. Таким путем мы получим две огибающие S_t и S'_t, ограничивающие область возмущения. Но этот результат не всегда может иметь место в действительности. Поэтому сделанное построение мы обязаны считать только как область, в которой возможно возмущение, но необязательно оно должно быть во всей области. Когда смещения и скорости в возмущенной области среды не зависят друг от друга, каждая точка рассматриваемого пространства в общем случае обладает определенным смещением и скоростью. Но в нашем случае смещения и скорости в слое $S_{t'}$ нельзя считать, как указал Пуассон, независимыми друг от друга, так как они происходят от одного источника. Поэтому волны, которые мы представляем распространяющимися из разных точек $S_{t'}$, должны находиться друг с другом в определенных соотношениях. В данном случае эти соотношения должны быть таковыми, которые обеспечили бы взаимное уничтожение возмущений во всех точках, за исключением тонкого слоя, прилегающего к поверхности $S_{t'}$.

Если представить себе, что скорости в тонкой области $S_{t'}$ изменили направление на обратное, а смещения остались неизменными, то мы получим волну, идущую внутрь. В этом случае должны уничтожаться вторичные волны в тонкой области, примыкающей к поверхности S_t, а возмущения будут находиться в области, примыкающей к поверхности $S_{t'}$.

Таким образом, приведенные рассуждения показывают, что вопрос, будет ли волна распространяться в том или другом направлении, решается в зависимости от соотношения между смещениями и скоростями.

Высказанные мысли можно проиллюстрировать на примере поперечных волн струны. Пусть рис. 3 представляет струну, в которой существует постоянное натяжение, обусловленное грузом P. Допустим, что некоторый участок струны испытывает боковые сдвиги под действием внешних сил до тех пор, пока не займет положение ABC. Если внешние силы внезапно перестанут действовать, то в силу натяжения струны в каждой ее точке появится равнодействующая сила. Направление этих сил будет определяться направлением радиуса кривизны. Точка B начнет двигаться вниз, а точки A и C вверх. Если участок струны AA' первоначально находился в равновесии, то теперь он выйдет из равновесия, и волна будет распространяться с определенной скоростью справа налево. То же самое можно сказать относительно участка струны CC'. Таким образом, в области ABC возникнут две волны, бегущие в противоположных направлениях.

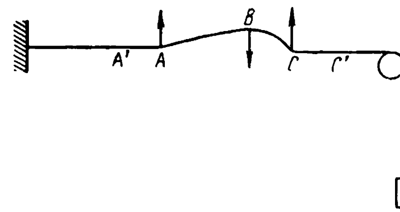


Рис 3

Однако из опыта мы знаем, что возможны возмущения, распространяющиеся лишь в одном направлении. Поэтому весьма интересно установить условия, вследствие которых смещение, подобное ABC, может распространяться только в одном направлении — вперед или назад.

Для того чтобы волна распространялась только вперед, необходимо, чтобы точка A оставалась на своем месте независимо от сил, действующих вверх. Но это возможно лишь в том случае, если в момент времени, соответствующий рис. 3, точка A имеет скорость, направленную вниз и притом такой величины, что сила, действующая на A, как раз уничтожает ее. Это условие будет условием совместимости для распространения волны в натянутой струне.

Условия совместимости в той постановке задачи о распространении волны, которую дали Гюйгенс и Френель, также легко отыскать. С этой целью достаточно рассмотреть в произвольный момент t_1, предшествующий моменту t', точку P внутри сферы $S_{t'}$ и взять ее за центр сферы Пуассона радиуса $g(t'-t_1)$, где g есть скорость перемещения волны; тогда среднее смещение u и скорость $\frac{\partial u}{\partial t}$ на поверхности сферы Пуассона должны равняться нулю при любом выборе точки P и момента t_1, если только точка находится вне области $S_{t'}$. По существу говоря, так и поступают при выборе принципа Гюйгенса в форме интеграла по поверхности.

Однако возможна другая постановка задачи, которую мы тоже дадим в формулировке Адамара.

«Предполагая, что в определенный момент t' пространство разделено замкнутой поверхностью $S_{t'}$ на две области — внутреннюю 1 и внешнюю 2, в которых имеют место соответственные движения M_1 и M_2, изучается движение в последующие моменты и, в частности, распространение волны»[1].

Формулированная задача вовсе не эквивалентна задаче Френеля. Любая задача первого типа (Френеля) одновременно является задачей второго типа, но обратное не имеет места. Произвольно поставленная задача второго типа в общем случае предполагает состояние среды для момента t' таким, которое дает начало в последующие времена распространению по крайней мере двух волн, одной центробежной, а другой центростремительной. Чтобы вызвать такое состояние, необходимо предположить также, что в предшествующие моменты распространялись две волны, которые встречаются в момент t' на рассматриваемой волновой поверхности.

Для того чтобы состояние среды было иным, соответствующим действительности, необходимо соблюсти и в этой задаче особые условия, которые определяли бы существование одной волны — или центробежной, или центростремительной.

Изложенная постановка задачи принадлежит Гюгонио, и после появления его исследований стала основной во всей теории распространения волн.

Для того чтобы фронт волн оставался единственным не только в определенный момент t', но и в течение конечного промежутка времени, необходимо соблюдение в каждой точке волновой поверхности S условий совместимости двух движений. Если $u(x, y, z, t)$ есть одна из известных функций, знание которых определяет явление, то при переходе через волну должны быть непрерывными функция $u(x, y, z, t)$ и ее частные производные до некоторого порядка n, тогда как одна или несколько частных производных $(n+1)$-го порядка должны иметь разрыв.

Условия совместимости представляют собой определенные соотношения между разрывами $(n+1)$-го порядка и далее соотношениями более сложного вида между разрывами производных $(n+2)$-го порядка.

Адамар, продолжая исследования Гюгонио, придал условиям совместимости Гюгонио весьма изящную форму[2]. Обозначим через $f(x, y, z, t)$ поверхность волнового фронта, а через $\Phi(x, y, z, t)$ смещение непрерывной среды. Тогда для волнового фронта n-го порядка разрывы частных производных n-го порядка по координатам должны подчиняться, по терминологии Адамара, следующим тождественным условиям:

$$\left[\frac{\partial^n\Phi}{\partial x^\alpha \partial y^\beta \partial z^\gamma}\right]_1 - \left[\frac{\partial^n\Phi}{\partial x^\alpha \partial y^\beta \partial z^\gamma}\right]_2 = \delta\frac{\partial^n\Phi}{\partial x^\alpha \partial y^\beta \partial z^\gamma} =$$

$$= \frac{\lambda_n}{H_f^n}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^\beta \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^\gamma, \qquad (23)$$

$$\alpha + \beta + \gamma = n.$$

Здесь индексы 1 и 2 символизируют две области, разделенные поверхностью фронта: через λ_n обозначена произвольная постоянная, которую можно назвать параметром разрыва n-го порядка; через H_f обозначен первый дифференциальный параметр от поверхности волнового фронта f.

Условия совместимости не исчерпываются приведенными соотношениями. В общем случае могут иметь разрывы при переходе через волновой фронт частные производные по времени. Соотношения, относящиеся к этим разрывам, Адамар называет кинематическими условиями. Они

[1] Ж. Адамар. Принцип Гюйгенса и теория Гюгонио. В сб.: «Тр. 1-го Всесоюзного съезда математиков». М., ОНТИ, 1936.
[2] См. J. Hadamar. Propagation des Ondes. Paris, 1903.

выглядят следующим образом:

$$\delta \frac{\partial^n \Phi}{\partial x^\alpha \partial y^\beta \partial z^\gamma \partial t^m} = \frac{\lambda_n}{H_f^n} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^\alpha \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^\beta \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)^\gamma \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)^m,$$

$$\alpha + \beta + \gamma + m = n. \qquad (23а)$$

Легко доказать, что скорость перемещения волнового фронта g определяется формулой

$$g = -\frac{1}{H} \frac{\partial f}{\partial t}.$$

Поэтому кинематические условия Адамара можно записать еще так:

$$\delta \frac{\partial^n \Phi}{\partial x^\alpha \partial y^\beta \partial z^\gamma \partial t^m} = (-1)^m \cdot g^n \, \lambda_n \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^\alpha \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^\beta \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)^\gamma. \qquad (23в)$$

Использование условий совместимости удобно во всех тех задачах, где основной интерес связан с распространением волн. Гюгонио и Адамар показали, как этими условиями следует пользоваться для вычисления скорости распространения волн, анализируя замкнутую систему уравнений механики сплошной среды. В зависимости от вида уравнения энергии и уравнения состояния можно получить разнообразные соотношения, связывающие скорость распространения фронта от основных физических параметров, характеризующих среду. Причем указанные зависимости могут содержать не только вещественные значения параметров, но и мнимые. В последнем случае мы наталкиваемся на явление дисперсионного распространения волнового фронта.

По своему математическому содержанию условия совместимости в задаче Френеля—Пуассона и в задаче Гюгонио носят различный характер. Таким образом, в проблеме распространения волн существуют два вида совместимости. В своем докладе Адамар сказал по этому поводу следующее: «Ясно, что много других проблем возникает, если ближе исследовать отношение между двумя видами совместимости, из которых один введен теорией Гюгонио, а другой приложением принципа Гюйгенса к классическим проблемам оптики или же к другим уравнениям математической физики. Моим намерением сегодня было только привлечь внимание к этим задачам, не входя в их более подробное изучение» [1]. К сожалению, пожелания Адамара до сих пор не вызвали надлежащего отклика.

Иногда решают задачу о распространении волн, используя метод характеристик. Однако этот метод перекрывается методом Гюгонио—Адамара, так как характеристики обладают тем свойством, что любое задание на них или не дает решения или делает его неоднозначным. А это обстоятельство теснейшим образом связано с условиями совместимости Гюгонио.

Проблема распространения волн обсуждалась в этом плане на семинаре Л. И. Мандельштама в 1937 г. в связи с докладом М. А. Леонтовича.

В выступлении Л. И. Мандельштама на этом семинаре есть одно очень существенное замечание. Он говорит: «Еще один любопытный вопрос. Ведь у сигналов нули имеются, вообще говоря, не только на

---

[1] Ж. Адамар. Принцип Гюйгенса и теория Гюгонио. В сб: «Тр. 1-го Всесоюзного съезда математиков». М., ОНТИ, 1936.

фронте, но и в других точках позади фронта. Но значит ли это, что они должны идти с той же скоростью, что и фронт, т. е. для электромагнитных полей со скоростью c? Легко видеть, что для любых нулей это не так. Волновое уравнение второго порядка, и поэтому на фронте должна быть нулем и волновая функция и ее производные. Только для таких нулей скорость будет c. Следовательно, это не относится к обычным нулям синусоиды»[1]. Это замечание Л. И. Мандельштама и правильно, и неправильно. На фронте волны имеются разрывы непрерывности, но это не значит, что на фронте равняются нулям те величины, которыми мы отмечаем фронт волны. Очевидно, Л. И. Мандельштам мыслил нули в особом смысле. В некоторых случаях нуль определяет разрыв непрерывности, так как при переходе через нуль функция должна изменить свой знак, причем вблизи нуля по обе его стороны она может иметь конечное значение.

Из всего сказанного видно, что проблема распространения волнового фронта содержит в себе много тонкостей, проистекающих из того, что в природе существуют процессы, которым одновременно присущи свойства волны и луча. Эти процессы по своему содержанию богаче, чем те дифференциальные уравнения, которые мы составляем для их описания даже в рамках их линейного представления.

При переходе к нелинейным представлениям проблема усложняется. Если при распространении обыкновенной звуковой волны в среде, в которой совершаются изменения в свойствах вещества, мы наталкиваемся на явления акустической дисперсии, то что же должно наблюдаться при распространении волн конечных амплитуд, ведущих к образованию волновых пакетов, ударных разрывов? В настоящее время эта задача решается экспериментаторами и теоретиками всего мира.

Условия совместимости в форме Френеля—Пуассона дали возможность решить задачи об отражении и преломлении волн бесконечно малых амплитуд. Что касается условий совместимости Гюгонио—Адамара, то они блестяще разрешают все задачи распространения волн и не могут справиться с отражением и преломлением их.

Неполнота адамаровского алгоритма заключается в том, что он строит его на предположении о возможности операции полного дифференцирования на поверхности волны по обеим ее сторонам. Кроме того, предполагается еще, что операция нахождения частных производных переставима с операцией нахождения скачка, т. е. имеет место следующее тождество для операторов: $\delta \frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \delta$. Все это будет справедливо, если поверхность волны не варьируется, чего, однако, нельзя утверждать для явлений отражения и преломления волн. Первый постулат Адамара остается верным и при этих условиях, но зато нельзя предполагать коммутативность операций нахождения скачка и частных производных.

Следовательно, если мы хотим строить теорию отражения и преломления волн на использовании условий совместимости, то мы обязаны обобщить алгоритм Адамара. Такое обобщение возможно, и оно осуществляется разными способами. Например, можно исходить из двух условий:

$$\delta d = d\delta;$$

$$\delta \frac{\partial}{\partial x_i} \neq \frac{\partial}{\partial x_i} \delta.$$

[1] Л. И. Мандельштам. Собр. соч., т. V. М, изд-во АН СССР, 1959, стр. 335.

Обобщенный алгоритм Адамара выглядит так:

Алгоритм Адамара	Обобщенный алгоритм Адамара
$\delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = \frac{\lambda_1}{H_f} \frac{\partial f}{\partial x_i}$	$\delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = \frac{\lambda_1}{H_f} \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \delta \Phi$
$\delta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\lambda_2}{H_f^2} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j}$	$\delta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\lambda_2}{H_f^2} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} = \frac{\lambda_2}{H_f^2} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}$
$\delta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial t} = \frac{\lambda_2}{H_f^2} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial t}$	$\delta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial t} = \frac{\lambda_2}{H_f^2} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \delta \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\lambda_2}{H_f^2} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}$
$g = - \frac{\partial f}{\partial t} \frac{1}{H_f}$	$g = - \frac{\partial f}{\partial t} \frac{1}{H_f}$

Обобщенные условия совместимости благодаря справедливости соотношения

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}$$

обладают интересным свойством. Из указанного равенства следует:

$$\frac{\lambda_1}{H_f} = F(f),$$

т. е. параметр разрыва первого порядка λ_1 есть произвольная функция от поверхности разрыва.

Это обстоятельство очень важно само по себе. Кроме того, оно позволяет обобщенные условия совместимости привести к симметричному виду, а именно:

$$\left.\begin{aligned} \delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} &= F(f) \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \delta \Phi \\ \delta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_j} &= \left(\frac{\lambda_2}{H_f^2} + \frac{dF}{df} \right) \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} + F(f) \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \delta \Phi \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

Соотношения для производных по времени нетрудно написать по аналогии.

Обобщенные условия совместимости автоматически переходят в условия совместимости Гюгонио—Адамара, если скачки считать постоянными во все время движения ударного разрыва. В следующем параграфе будет дан вывод обобщенных условий совместимости.

3. Об условиях совместимости общей теории волн

В настоящем и последующем параграфах мы постараемся разъяснить, что значит утверждение: функция ψ обладает характеристикой, и какое отношение имеет это ее свойство к условиям совместимости в волновой квантовой механике.

Понятие характеристики ввел в науку знаменитый французский математик Гаспар Монж, основатель французской Политехнической школы, из которой, в частности, вышли Гюгонио и Адамар.

Монж в своей теории поверхностей в первую очередь искал такие уравнения поверхностей, в которых с наибольшей ясностью и определенностью выражалось бы их происхождение [1].

Как известно, движением точки можно представить любое пространство одного измерения, движением линии любое пространство двух измерений, движением поверхности любое пространство трех измерений и т. д. Именно эта идея была положена в основу его теории поверхностей.

В качестве примера, иллюстрирующего метод Монжа, разберем следующую задачу. Дано уравнение кривой двоякой кривизны, которая направляет движение образующей прямой. Найти уравнение индивидуальной поверхности.

Решение. Пусть кривая двоякой кривизны задана уравнениями $F(x, y, z) = 0$, $f(x, y, z) = 0$. Уравнение прямой в какой-либо плоскости (x, y) пусть имеет следующий вид: $y = ax$. Положение плоскости в пространстве пусть определяется следующим законом: $z = \varphi(a)$. При совместном существовании всех этих уравнений можно исключить координаты (x, y, z) В результате получим функцию $\Phi = (a, \varphi(\alpha)) = 0$. Тогда после подстановки вместо a и $\varphi(\alpha)$ их выражений через x, y, z будем иметь искомое уравнение поверхности в виде: $\Phi = (\frac{y}{x}, z) = 0$.

Если в результате такой операции в уравнение попадет какой-либо неопределенный параметр α, то мы получим не индивидуальную поверхность, а целое их семейство, определенное произвольным значением параметра α.

Рассмотрим вполне определенную кривую поверхность, способ образования которой вводит некоторый параметр α. Таким образом, конечное уравнение поверхности содержит x, y, z, α и произвольное число других постоянных, не зависящих от α. Уравнение этой поверхности можно представить так: $F(x, y, z, \alpha) = 0$, или $F = 0$.

Если параметру α дать определенное значение, то уравнение $F = 0$ будет уравнением индивидуальной поверхности, форма и положение которой в пространстве будут зависеть от частного значения параметра α.

Если придавать параметру α всевозможные значения от $-\infty$ до $+\infty$, то уравнения индивидуальных поверхностей образуют бесконечное множество их. В силу непрерывности изменения параметра α эта совокупность кривых поверхностей будет иметь огибающую поверхность. Эти

---

[1] См. Г. Монж. Приложение анализа к геометрии. М., ОНТИ, 1936.

поверхности называются огибаемыми и обладают многими интересными свойствами.

Если в общем уравнении огибаемых поверхностей $F=0$ задать параметру α некоторое значение, а затем изменить его на бесконечно малую величину, то мы получим две поверхности, пересекающиеся по некоторой кривой линии. Эта кривая будет общей линией касания двух последовательных огибаемых с их огибающей. Точками касания будут те точки первой огибаемой поверхности, для которых координаты x, y, z остаются неизменными при вариации параметра α. Следовательно, если при дифференцировании уравнения $F=0$ считать параметр α единственной переменной, то полученное уравнение будет принадлежать кривой касания, так же как и уравнение $F=0$. А это означает, что кривая касания должна определяться следующими уравнениями:

$$F = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \alpha} = 0. \tag{25}$$

Линии касания обладают некоторыми свойствами, не зависящими от кривой, которая определяет частный вид огибающей. Поэтому все огибающие, образованные заданным способом, приобретают общее характерное для них свойство. В силу этого обстоятельства Монж назвал кривую касания характеристикой огибающей.

Для характеристик огибающей можно найти аналитическое выражение. Пусть поверхность задана в форме $z=f(x, y)$. Введем следующие обозначения Монжа:

$$p = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad q = \frac{\partial f}{\partial y}.$$

Тогда для любой поверхности можно написать следующее дифференциальное уравнение:

$$dz = p \cdot dx + q \cdot dy. \tag{26}$$

Легко понять, что точки касания, определяемые пятью координатами x, y, z, p, q, будут одними и теми же независимо от того, рассматриваем ли мы их принадлежащими огибаемым поверхностям или огибающей. Следовательно, написанное уравнение принадлежит не только огибающей, но и огибаемым поверхностям. Будем сначала рассматривать это уравнение как уравнение огибаемых. Из пяти координат x, y, z, p, q только две последние различны в уравнениях двух различных огибаемых, так как лишь они зависят от параметра α. Это утверждение следует из условия, определяющего кривую касания, т. е. равенств:

$$z = f(x, y, z), \ \frac{\partial z}{\partial \alpha} = 0.$$

Поэтому если рассматривать z как функцию координат x, y, p, q, то можно написать следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \alpha} + \frac{\partial z}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \alpha} = 0.$$

Но, с другой стороны, из равенства (26) следует:

$$\frac{dp}{d\alpha} dx + \frac{dq}{d\alpha} dy = 0.$$

Исключая из этих двух равенств производные $\frac{dp}{d\alpha}$ и $\frac{dq}{d\alpha}$, получим:

$$\frac{\partial z}{\partial p} dy - \frac{\partial z}{\partial q} dx = 0,$$

или в обозначениях Монжа:

$$Pdy - Qdx = 0. \tag{27}$$

Это и будет во всех случаях уравнением характеристик.

Будем теперь уравнение (26) рассматривать как уравнение огибающих. Снова из пяти координат x, y, z, p, q лишь две последние могут быть различными в индивидуальных уравнениях двух различных огибающих. Следовательно, лишь они зависят от вида функции φ, определяющей огибающую.

Пусть функция φ содержит параметр γ, который является постоянным для индивидуальной огибающей и переменным при переходе от одной огибающей к другой. В этом случае в уравнении (26) только количества p и q будут зависеть от этого параметра. Поэтому можно написать:

$$\frac{dp}{d\gamma} dx + \frac{dq}{d\gamma} dy = 0.$$

Но если мы хотим найти линию пересечения двух последовательных огибающих, то мы обязаны написать уравнения:

$$\frac{dz}{d\gamma} = 0 \text{ или } \frac{\partial z}{\partial p}\frac{dp}{d\gamma} + \frac{\partial z}{\partial q}\frac{dq}{d\gamma} = 0.$$

Исключая производные $\frac{dp}{d\gamma}$ и $\frac{dq}{d\gamma}$ из полученных двух равенств, будем иметь:

$$Pdy - Qdx = 0,$$

т. е. то же самое уравнение (27).

Итак, характеристика обладает двойным свойством: она является кривой пересечения двух последовательных огибаемых поверхностей, вписанных в одну и ту же огибающую, и одновременно представляет кривую пересечения двух последовательных огибающих поверхностей, соприкасающихся с одной и той же огибаемой.

Согласно рассуждениям Монжа, любую поверхность можно образовать движением некоторой линии. Пусть дана некоторая поверхность, представляющая волновой фронт. Предположим, что центр некоторой сферы переменного радиуса перемещается по кривой, движением которой образуется поверхность фронта. В общем случае допустим, что величина радиуса сферы определенным образом зависит от положения центра.

Так как центр подвижной сферы должен находиться на кривой, образующей своим движением поверхность фронта, то его координаты связаны между собой уравнением этой кривой.

Известно, что свойства поверхности определяются не положением ее в пространстве, а геометрией на ней. Поэтому каждая точка поверхности, определяемая декартовыми координатами (x, y, z), должна существенным образом зависеть от криволинейных координат u и v, проведенных на поверхности. Таким образом, координаты центра сферы на волновой поверхности можно представить так:

$$x_1 = f_1(u, v), \quad y_1 = f_2(u, v), \quad z_1 = f_3(u, v).$$

Кроме того, криволинейные координаты u и v функционально связаны между собой, так как принадлежат определенной кривой, прочерченной на поверхности фронта. Запишем эту зависимость так: $u = f_u(v)$.

Таким образом, мы имеем четыре уравнения, которые позволяют считать, что координаты центра сферы зависят только от одного параметра.

Теперь можно написать:

$$x_1 = \varphi(\alpha), \quad y = \psi(\alpha), \quad z_1 = \pi(\alpha).$$

Следовательно, уравнение сферы можно представить в таком виде:

$$[x - \varphi(\alpha)]^2 + [y - \psi(\alpha)]^2 + [z - \pi(\alpha)]^2 = R^2(\alpha).$$

Все три функции $\varphi(\alpha)$, $\psi(\alpha)$, $\pi(\alpha)$, входящие в это уравнение, зависят от вида поверхности волнового фронта.

Чтобы получить уравнение характеристики, т. е. пересечения последовательных сфер, нужно продифференцировать уравнение сферы, считая величину α единственной переменной; это дает:

$$[x - \varphi(\alpha)]\dot{\varphi} + [y - \psi(\alpha)]\dot{\psi} + [z - \pi(\alpha)]\dot{\pi} + R(\alpha) \cdot R(\dot{\alpha}) = 0.$$

Но характеристику, которой принадлежат два написанных уравнения, можно рассматривать как образующую огибающей поверхности, считая эту кривую подвижной в пространстве в силу изменения параметра α.

Огибающая сфер, построенных описанным способом, согласно принципу Гюйгенса есть также поверхность фронта, соответствующая некоторому другому моменту. Таким образом, всякую поверхность, которая образуется с помощью характеристик и меняется со временем, можно считать поверхностью волнового фронта.

Нельзя не удивляться, сколь далеко вперед видел гений Гюйгенса. Гюйгенс впервые и к тому же совершенно строго определил, что́ такое волновой фронт. Он не располагал понятием характеристики, но он вместо него ввел понятие вторичных волн. По Гюйгенсу, любую точку волнового фронта можно рассматривать как источник образования вторичных волн. А этим собственно все сказано. Следовательно, определяя волновой фронт как геометрическое место характеристик вторичных волн, мы не продвинулись ни на шаг вперед по сравнению с Гюйгенсом в физическом понимании волнового фронта. Однако новое определение поверхности волнового фронта делает возможным уточнить условия совместимости, что само по себе очень существенно.

Вторичные волны не обязательно во всех случаях будут иметь сферическую форму. В неоднородной среде они обязательно потеряют указанное свойство, но это не меняет сути дела.

Зададим поверхность, меняющуюся с течением времени, так: $\varphi(x, y, z, \alpha) + at = \xi$. Эта поверхность станет индивидуальной, коль скоро будут заданы значения двух параметров α и ξ. Величина a есть постоянный параметр заданной поверхности.

Возьмем семейство поверхностей при заданном значении ξ. Постольку, поскольку это семейство определяется параметром α, характеристики этого семейства найдутся из совместного существования двух поверхностей:

$$\psi(x, y, z, \alpha) + at = \xi \qquad \text{и} \qquad \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} = 0.$$

Огибающую поверхность мы получим, если исключим из первой функции параметр α с помощью второго уравнения. В результате такого исключения получим:

$$V(x,\ y,\ z) + at = \xi. \tag{28}$$

Эту поверхность можно рассматривать как индивидуальный волновой фронт при заданном значении параметра ξ. Если параметр ξ считать переменным, то мы получим целое поле волновых фронтов. Из этого поля выделим два частных, удовлетворяющих следующим двум функциям: $\Phi(\xi) = \mathrm{const}$, $f(\xi) = \mathrm{const}$. Подчиним эти два индивидуальных волновых поля следующим условиям: предположим, что сама функция $\Phi(\xi)$ и все ее частные производные по координатам и времени до второго порядка включительно имеют разные значения в точках, лежащих в непосредственной близости справа и слева от поверхности $f(\xi)$.

Будем отмечать индексом 1 область, непосредственно примыкающую к поверхности $f(\xi)$ справа, а индексом 2 область, непосредственно примыкающую к той же поверхности слева. Тогда высказанное выше условие соподчинения на математическом языке будет выглядеть так:

$$(\Phi)_1 - (\Phi)_2 = \delta\Phi \neq 0;$$

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right)_1 - \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right)_2 = \delta\,\frac{\partial\Phi}{\partial x_i} \neq 0;$$

$$\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_i\,\partial x_j}\right)_1 - \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_i\,\partial x_j}\right)_2 = \delta\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_i\,\partial x_j} \neq 0.$$

Здесь под переменными x_i и x_j следует понимать переменные x, y, z, t.

Возникает задача: чему равны эти скачки и как они связаны с поверхностью $f(\xi) = \mathrm{const}$?

Сама постановка этой задачи говорит о том, что соподчинение полей волновых фронтов не может быть произвольным, а должны иметь место определенные условия их сосуществования или, выражаясь языком Гюгонио и Адамара, условия совместимости.

Но условия совместимости нельзя установить, если не принять тех или иных положений, которые в рамках поставленной задачи можно было бы считать за очевидности.

В качестве такого положения мы примем следующее: допустим, что функцию $\Phi(\xi)$ и все ее частные производные можно подвергнуть полному дифференцированию справа и слева на поверхности $f(\xi) = \mathrm{const}$. Этим положением пользовался и Адамар в обосновании своих условий совместимости. На основании этого положения можно написать:

$$(d\Phi)_1 - (d\Phi)_2 = \delta\, d\Phi.$$

Но, с другой стороны, справедливо тождество

$$(\Phi)_1 - (\Phi)_2 = \delta\Phi.$$

Совершая над этим тождеством операцию полного дифференцирования, получим:

$$d(\Phi)_1 - d(\Phi)_2 = d\,\delta\Phi.$$

Сравнивая это соотношение с предпоследним, легко видеть, что левые соотношения тождественны, поэтому имеем:

$$\delta\, d\Phi = d\,\delta\Phi. \tag{29}$$

Из этого тождества мы видим, что операция δ и операция полного дифференцирования переставимы. По существу говоря, это заключение есть ни больше ни меньше как перевод на математический язык постулата Адамара.

Перепишем соотношение (29) в раскрытом виде:

$$\sum \delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} dx_i = \sum \frac{\partial}{\partial x_i} \delta \Phi \, dx_i. \tag{29a}$$

Здесь $x_1=x$, $x_2=y$, $x_3=z$, $x_4=t$.

Легко убедиться в справедливости следующего тождества:

$$a_1 b_1 - a_2 b_2 = \frac{a_1 + a_2}{2}(b_1 - b_2) + \frac{b_1 + b_2}{2}(a_1 - a_2).$$

Используя это тождество, можно написать:

$$\delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} dx_i = \overline{dx_i}\, \delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial x_i} \delta\, dx_i.$$

Здесь черта сверху означает, что берется среднее арифметическое значение.

Имея это в виду, тождество (29a) можно переписать так:

$$\sum \overline{dx_i}\, \delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} + \sum \frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial x_i} \delta\, dx_i = \sum \frac{\partial}{\partial x_i} (\delta \Phi)\, dx_i.$$

Полагая, что дифференциал dx_i не варьируется, т. е. имеют место равенства: $\delta dx_i = 0$, $\overline{dx}_i = dx_i$, получим:

$$\sum \left[\delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} - \frac{\partial\, \delta \Phi}{\partial x_i} \right] dx_i = 0.$$

Это условие должно выполняться на поверхности $f(\xi) = \mathrm{const}$, следовательно, оно существует совместно с выражением

$$\sum \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i = 0.$$

Обозначим через L множитель Лагранжа. Для заданного положения поверхности он постоянен. Однако с изменением положения поверхности он может иметь иное значение.

Пользуясь этим множителем, совместное существование последних двух равенств можно привести к виду:

$$\sum \left[\delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} - \frac{\partial\, \delta \Phi}{\partial x_i} - L \frac{\partial f}{\partial x_i} \right] dx_i = 0.$$

Отсюда следует:

$$\delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = L \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{\partial\, \delta \Phi}{\partial x_i}. \tag{30}$$

Если левую часть и последнее слагаемое правой части приведенного равенства рассматривать вместе как компоненты некоторого вектора, который с нормалью к поверхности $f(\xi) = \mathrm{const}$ составляет любой угол, зависящий от координат и даже от времени, то для скалярного произведения этих векторов можно написать:

$$\sum \frac{1}{H_f} \frac{\partial f}{\partial x_i} \left(\delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \delta \Phi \right) = \frac{L}{H_f} \sum \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 = L H_f.$$

Обозначим левую часть через λ_1, тогда будем иметь:

$$L = \frac{\lambda_1}{H_f}.$$

Теперь формулу (30) можно переписать так:

$$\delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = \frac{\lambda_1}{H_f} \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \delta\varphi. \tag{30a}$$

Если сама функция $\Phi(\xi)$ непрерывна или скачок ее постоянен, то полученная формула перейдет в соответствующую формулу Адамара.

Пользуясь формулой (30a), легко получить условие для скачков вторых производных. Действительно, заменим функцию Φ ее первой производной по какой-либо координате, например по x_j. Тогда можно написать:

$$\delta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \, \partial x_j} = \frac{\lambda_1'}{H_f} \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_j}.$$

Но, очевидно, справедлива и такая формула:

$$\delta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j \, \partial x_i} = \frac{\lambda_1''}{H_f} \frac{\partial f}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}.$$

Из этих формул для постоянных скачков следует:

$$\frac{\lambda_1'}{H_f} \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\lambda_1''}{H_f} \frac{\partial f}{\partial x_j}.$$

Это соотношение должно быть тождеством, поскольку тождественны два выражения:

$$\delta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \, \partial x_j} = \delta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j \, \partial x_i}.$$

Оно превратится в тождество только тогда, когда величины λ_1' и λ_1'' будут соответственно равны:

$$\lambda_1' = \frac{\lambda_2}{H_f} \frac{\partial f}{\partial x_j}; \qquad \lambda_1'' = \frac{\lambda_2}{H_f} \frac{\partial f}{\partial x_i}.$$

Если это учесть, то соотношение для скачков вторых производных будет выглядеть так:

$$\delta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \, \partial x_j} = \frac{\lambda_2}{H_f^2} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} =$$

$$= \frac{\lambda_2}{H_f^2} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}. \tag{31}$$

Формула (31) показывает, что скачки производных удовлетворяют также такому равенству:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}.$$

Или, подставляя сюда из формулы (30a) выражение для скачков первых частных производных, получим:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\lambda_1}{H_f} \frac{\partial f}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\lambda_1}{H_f} \frac{\partial f}{\partial x_i} \right).$$

Это равенство будет тождественно удовлетворяться, если положить:

$$\frac{\lambda_1}{H_f} = F(f).$$

Здесь через F обозначена произвольная функция от аргумента f.

Теперь условия совместимости, выражающие соотношения между скачками и частными производными по координатам, можно представить так:

$$\left.\begin{aligned} \delta\frac{\partial\Phi}{\partial x_i} &= F(f)\frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i}\delta\Phi \\ \delta\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_i\,\partial x_j} &= \left(\frac{\lambda_2}{H^2{}_f} + \frac{dF}{df}\right)\frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j} + F(f)\frac{\partial^2 f}{\partial x_i\,\partial x_j} + \frac{\partial^2\,\delta\Phi}{\partial x_i\,\partial x_j} \end{aligned}\right\}. \qquad (32)$$

Адамар выделяет соотношения для скачков производных по времени и называет их кинематическими условиями в отличие от соотношений для скачков производных по координатам, которые он называет тождественными условиями. Мы этого не делаем. Из соотношений (32) автоматически вытекают и тождественные и кинематические условия Адамара, если переменные x_i и x_j пробегают значения x, y, z, t и если скачки считать постоянными[1].

4. Об условиях совместимости в волновой квантовой механике

В предыдущем параграфе мы установили условия совместимости для двух волновых полей, не используя зависимость функций Φ и f от характеристики $\xi = V(x, y, z) + at$. Постараемся теперь показать, в каком смысле это свойство функций Φ и f отразится на условиях совместимости.

Очевидно следующее тождество:

$$\delta\frac{\partial\Phi}{\partial x_i} = \delta\frac{d\Phi}{d\xi}\frac{\partial V}{\partial x_i}.$$

Заменим правую часть этого тождества таким образом:

$$\delta\frac{\partial\Phi}{\partial x_i} = \frac{\partial V}{\partial x_i}\delta\frac{d\Phi}{d\xi} + A_{x_i}.$$

Если такая замена возможна, то неизвестное слагаемое A_{x_i} должно быть определимо, когда для операции нахождения скачков имеет место условие $\delta d = d\delta$. Производную $\frac{\partial V}{\partial x_i}$ можно найти из соотношения

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial V}{\partial x_i}\frac{df}{d\xi}.$$

С помощью этого условия скачок первой производной можно представить так:

$$\delta\frac{\partial\Phi}{\partial x_i} = \frac{\delta\frac{d\Phi}{d\xi}}{\frac{df}{d\xi}}\frac{\partial f}{\partial x_i} + A_{x_i}. \qquad (33)$$

---

[1] См. J. Hadamar. Propagation des Ondes. Paris, 1903; П. Аппель. Теоретическая механика, т. III. М., 1911.

Помножим правую и левую части этого равенства на dx_i и просуммируем по всем переменным. Тогда будем иметь:

$$\sum dx_i \, \delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = \frac{\delta \frac{d\Phi}{d\xi}}{\frac{df}{d\xi}} \sum \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i + \sum A_{x_i} dx_i.$$

Но, принимая во внимание соотношения (29в) предыдущего параграфа и имея в виду, что полная производная от функции $f(\xi)$ равна нулю, придадим написанному равенству следующий вид:

$$\sum dx_i \frac{\partial \, \delta\Phi}{\partial x_i} = \sum A_{x_i} dx_i,$$

или

$$\sum dx_i \left(\frac{\partial \, \delta\Phi}{\partial x_i} - A_{x_i} \right) = 0.$$

Поскольку функцию $f(\xi)$ мы использовали, то дифференциалы dx_i в этом соотношении мы можем принимать произвольными. А это означает, что должны выполняться равенства

$$A_{x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \delta\Phi.$$

Теперь соотношение (33) можно переписать так:

$$\delta \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = \frac{\delta \frac{d\Phi}{d\xi}}{\frac{df}{d\xi}} \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \delta\Phi.$$

Если полученное соотношение сравнить с соотношением (30а), то получим такое равенство:

$$\delta \frac{d\Phi}{d\xi} = \frac{\lambda_1}{H_f} \frac{df}{d\xi}. \tag{34}$$

Аналогичным образом можно доказать и такое равенство:

$$\delta \frac{d^2\Phi}{d\xi^2} = \frac{\lambda_2}{H_f^2} \left(\frac{df}{d\xi} \right)^2. \tag{34a}$$

Полученные соотношения (34) и (34а) представляют собой новую форму условий совместимости.

Функция ψ, которая обсуждалась в первом параграфе настоящей главы, принадлежит к классу функций $\Phi(\xi)$. Разница заключается лишь в том, что в ней функция $V(x, y, z)$ конкретизирована — она является радиусом-вектором, взятом в направлении луча, и поэтому постоянная a в выражении для ξ имеет размерность скорости. Таким образом мы можем приписать функции ψ все свойства, которыми обладает функция $\Phi(\xi)$. Процессы, которые мы изучали на протяжении всего предыдущего изложения, характеризуются производными по времени и координатам от трех функций ψ, λ_0, S. Функцию λ_0 не следует путать с параметрами разрыва λ_1 и λ_2, которые вошли в условия совместимости; функция S отображает механические свойства системы, функции ψ и λ_0 — ее статистические свойства.

Как мы видели, функция ψ обладает всеми волновыми свойствами. Следовательно, для нее должна существовать такая поверхность, при переходе через которую она сама и ее частные производные до второго порядка включительно должны терпеть разрыв. Другими словами, для нее существуют условия совместимости в смысле Гюгонио—Адамара.

Постараемся доказать, что действительно эти условия совместимости существуют, и найдем их вид.

Предположим, что условия совместимости для волнового уравнения типа Шредингера существуют в смысле обобщенных соотношений Гюгонио—Адамара. Если с помощью этого предположения можно преобразовать уравнение Шредингера (19в) при определенном выборе поверхности разрыва в уравнение (20), то это означает, что совместное существование уравнений (19а) и (20) выражает ни больше ни меньше как необходимое соблюдение условий совместимости в смысле Гюгонио—Адамара.

Перепишем вновь уравнение (19а); будем иметь:

$$m\frac{\partial\psi}{\partial t}+\frac{mV}{2B}\psi+B\,\Delta_2\psi=0.$$

Уравнение перехода через поверхность разрыва после применения операции δ будет выглядеть так:

$$m\delta\frac{\partial\psi}{\partial t}+\frac{mV}{2B}\delta\psi+B\,\delta\,\Delta_2\psi=0. \tag{35}$$

Но обобщенные условия совместимости дают:

$$\delta\frac{\partial\psi}{\partial t}=\frac{\lambda_1}{H_f}\,\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial t}\delta\psi;$$

$$\delta\frac{\partial\psi}{\partial x_i}=\frac{\lambda_1}{H_f}\,\frac{\partial f}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_i}\delta\psi;$$

$$\delta\frac{\partial^2\psi}{\partial x_i^2}=\frac{\lambda_2}{H_f^2}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2+\frac{\partial}{\partial x_i}\,\delta\,\frac{\partial\psi}{\partial x_i};$$

$$\delta\,\Delta_2\psi=\lambda_2+\sum\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\lambda_1}{H_f}\,\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)+\Delta_2\,\delta\psi.$$

Подставляя эти соотношения в уравнение (35), получим:

$$m\frac{\lambda_1}{H_f}\,\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{mV}{2B}\delta\psi+B\lambda_2+m\frac{\partial}{\partial t}\delta\psi+B\sum\frac{\partial}{\partial x_i}\,\frac{\lambda_1}{H_f}\,\frac{\partial f}{\partial x_i}+B\Delta_2\delta\psi=0. \tag{35a}$$

Если $\delta\psi$ положить равным λ_0, то легко видеть, что последние три слагаемых написанного уравнения при определенном предположении относительно поверхности разрыва f составят уравнение (20). Действительно, будем иметь:

$$\frac{\partial\lambda_0}{\partial t}+\frac{B}{m}\sum\frac{\partial}{\partial x_i}\,\frac{\lambda_1}{H_f}\,\frac{\partial f}{\partial x_i}+\frac{B}{m}\,\Delta_2\lambda_0=0.$$

Полагая

$$f=S,\qquad \frac{B\lambda_1}{H_f}=\frac{\lambda_0}{2}, \tag{36}$$

получим:

$$\frac{\partial\lambda_0}{\partial t}+\frac{1}{2m}\sum\frac{\partial}{\partial x_i}\lambda_0\frac{\partial S}{\partial x_i}+\frac{B}{m}\Delta_2\lambda_0=0.$$

А это и есть уравнение (20).

Но посмотрим теперь, что будет представлять собой остаток уравнения (35а). Перепишем его:

$$m\frac{\lambda_1}{H_s}\frac{\partial S}{\partial t}+\frac{mV}{2B}\lambda_0+B\lambda_2=0,$$

или, пользуясь тем, что частная производная по времени от главной функции Гамильтона равна гамильтониану со знаком минус, будем иметь:

$$-m\frac{\lambda_1}{H_f}H+\frac{mV}{2B}\lambda_0+B\lambda_2=0.$$

Но, согласно предположениям (36), получим:

$$\frac{-m\lambda_0}{2B}H+\frac{m\lambda_0}{2B}V+B\lambda_2=0.$$

Отсюда следует:

$$H-V=\frac{2B^2\lambda_2}{m\lambda_0}. \tag{37}$$

Исключим из этой формулы с помощью соотношения (36) постоянную B. В результате получим:

$$H-V=\frac{\lambda_0\lambda_2}{\lambda_1^2}\frac{H_s^2}{2m}.$$

Но согласно характеристическому уравнению Гамильтона имеем:

$$H-V=\frac{H_S^2}{2m}.$$

Поэтому после исключения этого соотношения из указанного равенства будем иметь:

$$\lambda_1^2=\lambda_0\lambda_2. \tag{38}$$

Таким образом, между параметрами разрыва функции ψ и ее производных существует вполне определенная и очень важная связь.

Мы вывели уравнение Шредингера, не прибегая к предположению, что функция ψ периодична во времени. Единственное, на что мы еще раз обращаем внимание, это что уравнение типа Шредингера существует вместе с уравнением (20). Проанализируем теперь, к чему приводит предположение о периодичности функции ψ. Пусть справедливо уравнение такого типа:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{2\pi E}{h}i\psi. \tag{39}$$

В этом случае уравнение (19в) примет вид:

$$-\frac{m2\pi Ei}{hB}+\frac{mV}{2B^2}\psi+\Delta_2\psi=0,$$

или, приравнивая постоянную B ее значению $\frac{h}{4\pi i}$, получим:

$$\frac{8\pi^2 m}{h^2}(E - V)\psi + \Delta_2\psi = 0. \tag{39a}$$

Возникает вопрос: в каком смысле предположение (39) отразится на уравнении (20)? С этой целью проделаем операцию δ над уравнением (39). Тогда будем иметь:

$$\frac{\lambda_1}{H_S}\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial\,\delta\psi}{\partial t} = -\frac{2\pi E}{h} i\,\delta\psi.$$

Далее воспользуемся условиями (36) и положим: $\delta\psi = \lambda_0$.

В этом случае будем иметь:

$$\frac{\lambda_0}{2B}\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial\lambda_0}{\partial t} = -\frac{2\pi E}{h} i\,\lambda_0,$$

или

$$-\frac{2\pi i}{h} H + \frac{\partial\lambda_0}{\partial t} = -\frac{2\pi E}{h} i\,\lambda_0.$$

Если положить величину H равной $\lambda_0 E$, то будем иметь:

$$\frac{\partial\lambda_0}{\partial t} = 0.$$

Другими словами, уравнение (20) превращается в стационарное уравнение. Таким образом, уравнение (39a) существует только тогда, когда скачок λ_0 функции ψ изменяется с положением в пространстве, но не со временем.

Следовательно, уравнением (39a) можно пользоваться для описания установившихся явлений, т. е. при стационарной диффузии величины $\delta\psi$.

Мы разыскали ряд интересных свойств функции ψ, опираясь на обобщенные условия совместимости. Все эти свойства имеют вполне разумный физический смысл. Следовательно, поставленная выше задача решена. Мы доказали важное предложение, которое после проделанных выкладок можно формулировать полнее, а именно:

1) главную функцию Гамильтона для ряда процессов можно считать за поверхность разрывов функции ψ и ее частных производных до второго порядка включительно;

2) если волновую функцию ψ подчинить обобщенным условиям совместимости в смысле Гюгонио—Адамара, то ее параметр разрыва нулевого порядка совпадает с ее скачком;

3) скачок функции ψ управляется законами случайных блужданий, т. е. удовлетворяет диффузионному уравнению Фоккера—Планка с мнимым модулем;

4) параметры разрыва функции ψ и ее частных производных до второго порядка включительно удовлетворяют условию (38);

5) если функция ψ периодически меняется с течением времени по закону:

$$\psi = \psi_0(x_i)\,e^{-\frac{2\pi E}{h} it},$$

то ее скачок $\delta\psi$ подчиняется стационарному уравнению (20).

Проведем теперь расчеты в обратном порядке. Предположим, что главную функцию Гамильтона S можно рассматривать как волновой фронт по отношению к некоторой функции ψ, характеризующей состояние системы. Пусть далее функция ψ при переходе через фронт сама со всеми своими частными производными до второго порядка включительно терпит разрывы непрерывности. Пусть разрывы непрерывности подчиняются обобщенным условиям совместимости в смысле Гюгонио—Адамара. Требуется указать, каким дифференциальным соотношениям удовлетворяет искомая функция.

Напишем характеристическое уравнение Гамильтона в таком виде:

$$\frac{\partial S}{\partial t}+\frac{1}{2m}H_S^2=-V.$$

Частные производные, входящие в это уравнение, можно найти из обобщенных уравнений совместимости, именно:

$$\frac{\partial S}{\partial t}=\frac{H_S}{\lambda_1}\left[\delta\frac{\partial\psi}{\partial t}-\frac{\partial\lambda_0}{\partial t}\right],$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x_i}\right)^2=\frac{H_S^2}{\lambda_2}\left[\delta\frac{\partial^2\psi}{\partial x_i^2}-\frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\lambda_1}{H_S}\frac{\partial S}{\partial x_i}-\frac{\partial^2\lambda_0}{\partial x_i^2}\right].$$

Эти последние можно преобразовать, если воспользоваться соотношениями (36) и (38). Именно, полагая

$$\frac{\lambda_1}{H_S}=\frac{\lambda_0}{2B},\qquad \lambda_1^2=\lambda_0\lambda_2,$$

получим:

$$\frac{\partial S}{\partial t}=\frac{2B}{\lambda_0}\left[\delta\frac{\partial\psi}{\partial t}-\frac{\partial\lambda_0}{\partial t}\right],$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x_i}\right)^2=\frac{4B^2}{\lambda_0}\left[\delta\frac{\partial^2\psi}{\partial x_i^2}-\frac{1}{2B}\frac{\partial}{\partial x_i}\lambda_0\frac{\partial S}{\partial x_i}-\frac{\partial^2\lambda_0}{\partial x_i^2}\right].$$

Подставляя эти соотношения в характеристическое уравнение Гамильтона, будем иметь:

$$\frac{2B}{\lambda_0}\left[\delta\frac{\partial\psi}{\partial t}-\frac{\partial\lambda_0}{\partial t}\right]+\frac{2B^2}{m\lambda_0}\left[\delta\,\Delta_2\psi-\frac{1}{2B}\sum\frac{\partial}{\partial x_i}\lambda_0\frac{\partial S}{\partial x_i}-\Delta_2\lambda_0\right]=-V.$$

Полученное равенство можно представить также в следующем виде:

$$\frac{2B}{\lambda_0}\delta\frac{\partial\psi}{\partial t}+V\frac{\partial\psi}{\lambda_0}+\frac{2B^2}{m\lambda_0}\delta\,\Delta_2\psi=\frac{2B}{\lambda_0}\frac{\partial\lambda_0}{\partial t}+$$

$$+\frac{B}{m\lambda_0}\sum\frac{\partial}{\partial x_i}\lambda_0\frac{\partial S}{\partial x_i}+\frac{2B^2}{m\lambda_0}\Delta_2\lambda_0.$$

Приравнивая нулю правую и левую части равенства, получим два уравнения следующего вида:

$$2B\delta\frac{\partial\psi}{\partial t}+V\delta\psi+\frac{2B^2}{m}\delta\,\Delta_2\psi=0,$$

$$2B\frac{\partial\lambda_0}{\partial t}+\frac{B}{m}\sum\frac{\partial}{\partial x_i}\lambda_0\frac{\partial S}{\partial x_i}+\frac{2B^2}{m}\Delta_2\lambda_0=0.$$

Первое из этих уравнений однородно относительно операции δ, поэтому ее можно обратить. В результате будем иметь:

$$\frac{m}{B}\frac{\partial\psi}{\partial t}+\frac{mV}{2B^2}\psi+\Delta_2\psi=\varphi(x_i, t);$$

здесь через $\varphi(x_i, t)$ обозначена некоторая произвольная непрерывная функция координат и времени, которую мы вправе положить равной нулю.

Итак, мы снова получим уравнения (19в) и (20).

Таким образом, мы достаточно ясно показали, какую роль играют обобщенные условия совместимости в объединении уравнений типа Шредингера и уравнений типа Фоккера—Планка.

Если частица или система частиц подвержены законам случайных блужданий, т. е. подчиняются в своем состоянии уравнению типа Фоккера—Планка, то для такой системы может существовать такая функция состояния ψ, которая терпит разрыв непрерывности вместе со своими производными до второго порядка включительно при переходе через главную поверхность Гамильтона, которая в этом случае будет играть роль волновой поверхности, не являясь ею по существу.

Легко доказать, что скорость перемещения такой фиктивной поверхности будет подчиняться соотношению де Бройля, если полную энергию частицы считать равной mc^2. Действительно, для главной поверхности Гамильтона имеет место соотношение

$$\frac{\partial S}{\partial t}=-E=-mc^2,$$

или

$$\frac{\partial S}{\partial t}\frac{1}{H_S}H_S=-mc^2.$$

Но произведение первых двух сомножителей левой части уравнения равно скорости перемещения поверхности S с обратным знаком. Поэтому имеем:

$$g_S H_S=mc^2.$$

Первый дифференциальный параметр от главной функции Гамильтона по ее определению равен скорости частицы, умноженной на ее массу. Следовательно, окончательно получим:

$$g_S v=c^2.$$

Все наши рассуждения проводились в рамках классической механики с введением двух понятий, выражаемых функциями ψ и λ_0. Как мы видели, эти функции обладают определенными свойствами по отношению к главной функции Гамильтона S. Но в рассуждениях нам нигде не требовалось наделять материальную частицу особым свойством нести фазовую волну. А этим самым мы показали, что дуалистический взгляд на природу материальных частиц даже в микромире имеет весьма условный характер.

Условия совместимости позволяют выявить и еще ряд интересных особенностей функций ψ и λ_0 и их отношений друг к другу, исходя только из определения скорости перемещения поверхности S. Напишем следующее тождество:

$$g_S^2=\frac{1}{H_S^2}\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2=\frac{E^2}{2m(E-V)}.$$

Из обобщенных условий совместимости, как мы видели выше, можно найти частные производные $\frac{\partial S}{\partial t}$ и $\left(\frac{\partial S}{\partial x_i}\right)^2$. Если формулы для них вставить в приведенное выше соотношение, то будем иметь такое равенство:

$$g_S^2 \delta \Delta_2 \psi - \delta \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = g_S^2 \Delta_2 \lambda_0 + g_S^2 \sum \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\lambda_1}{H_S} \frac{\partial S}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\lambda_1}{H_S} \frac{\partial S}{\partial t} - \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2}.$$

Обозначим правую часть этого равенства через Y; тогда будем иметь:

$$g_S^2 \delta \Delta_2 \psi = Y + \delta \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}.$$

Пусть скачок функции ψ будет равен λ_0. Тогда приведенное уравнение можно записать так:

$$g_S^2 \delta \Delta_2 \psi = Y \frac{\delta \psi}{\lambda_0} + \delta \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}.$$

Если считать функции g_S^2, Y и λ_0 непрерывными, то полученное уравнение допускает обращение операции δ. В результате получим:

$$g_S^2 \Delta_2 \psi - Y \frac{\psi}{\lambda_0} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \varphi(x_i, t).$$

Здесь через $\varphi(x_i, t)$ обозначена любая непрерывная функция, которую в частном случае можно считать нулем. Сделав это последнее допущение, получим:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + Y \frac{\psi}{\lambda_0} = g_S^2 \Delta_2 \psi. \tag{40}$$

Таким образом, мы видим, что для одной материальной точки или системы их может существовать такая функция состояния, которая подчиняется уравнению (40). Если в этом уравнении положить $Y=0$, то мы получим обыкновенное волновое уравнение.

Посмотрим, к каким физическим заключениям можно прийти, приняв последнее допущение.

Итак, имеем:

$$Y = g_S^2 \Delta_2 \lambda_0 + g_S^2 \sum \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\lambda_1}{H_S} \frac{\partial S}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\lambda_1}{H_S} \frac{\partial S}{\partial t} - \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} = 0.$$

Преобразуем это уравнение с помощью условий (36) и (38), ограничивающих произвол в выборе значений для параметров разрывов. В этом случае будем иметь:

$$g_S^2 \Delta_2 \lambda_0 + \frac{g_S^2}{2B} \sum \frac{\partial}{\partial x_i} \lambda_0 \frac{\partial S}{\partial x_i} - \frac{1}{2B} \frac{\partial}{\partial t} \lambda_0 \frac{\partial S}{\partial t} - \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} = 0.$$

Допустим, что и в данном случае функция λ_0 удовлетворяет дифференциальному уравнению (20). Тогда с помощью его можно исключить все члены в указанном уравнении, содержащие производные по координатам. После этой операции получим:

$$B\frac{\partial^2\lambda_0}{\partial t^2}+\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\lambda_0\frac{\partial S}{\partial t}+mg_S^2\frac{\partial\lambda_0}{\partial t}=0. \tag{41}$$

Частную производную $\frac{\partial S}{\partial t}$ в этом уравнении можно заменить полной энергией E с обратным знаком. Эта величина не содержит явно времени, поэтому можно написать:

$$\frac{\partial^2\lambda_0}{\partial t^2}=\frac{E-2mg_S^2}{2B}\frac{\partial\lambda_0}{\partial t}. \tag{41a}$$

Это уравнение удовлетворяется функцией

$$\lambda_0=A(x_i)\,e^{\frac{E-2mg_S^2}{2B}t}+B(x_i).$$

Если постоянную B приравнять ее значению, которое она принимает в уравнении Шредингера, т. е. величине $\frac{h}{4\pi i}$, то будем иметь:

$$\lambda_0=A(x_i)\,e^{\frac{2\pi(E-2mg_S^2)}{h}it}+B(x_i).$$

Отсюда следует, что функция λ_0 колеблется с течением времени с частотой

$$\nu=\frac{E-2mg_S^2}{h}. \tag{42}$$

Волновое уравнение (40) для разбираемого случая можно переписать так:

$$\frac{2m(E-V)}{E^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=\Delta_2\psi. \tag{43}$$

Пусть функция ψ удовлетворяет дополнительному равенству

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=-\frac{4\pi E^2\varphi}{h^2}.$$

Тогда будем иметь:

$$\frac{8\pi^2m}{h^2}(E-V)\,\psi+\Delta_2\psi=0.$$

Мы вновь получили стационарное уравнение Шредингера, но в нем функция ψ должна иметь следующий вид:

$$\psi=\psi_0(x_i)\,e^{\frac{2\pi E}{h}it}.$$

Однако возможность существования подобного состояния системы обусловливается также колебанием скачка функции ψ, т. е. в уравнении (20) λ_0 должно периодически меняться со временем с частотой, определяемой формулой (42).

Обозначим частоту колебания функции ψ через ν_0, т. е. положим:

$$\nu_0=\frac{E}{h}.$$

Пользуясь формулой (42), легко установить связь между частотой ν и частотой колебания функции λ_0. Действительно, имеем:

$$\nu = \frac{E - 2mg_S^2}{h} = \frac{\left(E - \dfrac{E^2}{E-V}\right)}{h} = \nu_0 - \frac{\nu_0^2}{\nu_0 - \dfrac{V}{h}},$$

или

$$\frac{\nu\nu_0}{\nu - \nu_0} = \frac{V}{h}. \tag{44}$$

Обозначим отношение частот ν/ν_0 через β. Тогда соотношение (44) примет вид:

$$h\nu_0 \frac{\beta}{\beta - 1} = V.$$

Полученное выражение для потенциальной энергии показывает, что величина β должна быть больше единицы, так как только в этом случае величина V будет положительна. Но если β больше единицы, то полная энергия будет меньше потенциальной, что невозможно. Поэтому формула (44) приобретает смысл только в определенном случае, когда ν и V будут нулями, т. е. когда на материальные частицы не действуют никакие силы.

Таким образом, одновременное существование волнового уравнения (43) и уравнения Шредингера для стационарного случая возможно только для частиц, не подверженных воздействию сил.

Нам кажется, что проделанный анализ с использованием обобщенных условий совместимости достаточно определенно показывает их значение в области волновой квантовой механики.

5. Математический аппарат волновой механики и условия совместимости Гюгонио—Адамара

В третьем параграфе настоящей главы нами установлены общие формулы для условий совместимости волновых процессов. Эти формулы при постоянных значениях скачков самой волновой функции и ее производных переходят в известные формулы для условий совместимости, найденных Гюгонио и Адамаром. Они выглядят так:

$$\delta \frac{\partial\psi}{\partial x_i} = \frac{\lambda_1}{H_S} \frac{\partial S}{\partial x_i}; \quad \delta \frac{\partial^2\psi}{\partial x_i\,\partial x_j} = \frac{\lambda_2}{H_S^2} \frac{\partial S}{\partial x_i} \frac{\partial S}{\partial x_j};$$

$$\delta \frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\lambda_1}{H_S} \frac{\partial S}{\partial t}; \quad \delta \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \frac{\lambda_2}{H_S^2} \left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2.$$

Для статистических систем, составленных из материальных частиц, функция S в этих выражениях должна совпадать с главной функцией Гамильтона. Кроме того, для этих систем между параметрами разрыва λ_0, λ_1 и λ_2 существуют следующие соотношения:

$$\frac{\lambda_1}{H_S} = \frac{\lambda_0}{2B}, \quad \lambda_1^2 = \lambda_2 \lambda_0.$$

Эти последние соотношения для данного конкретного случая позволяют условия совместимости Гюгонио—Адамара переписать в таком виде:

$$\left.\begin{aligned}
&\delta\frac{\partial\psi}{\partial x_i}=\frac{\lambda_0}{2B}p_i;\quad \delta\frac{\partial^2\psi}{\partial x_i\,\partial x_j}=\frac{\lambda_0}{4B^2}p_i\,p_j\\
&\delta\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{\lambda_0}{2B}H;\quad \delta\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=\frac{\lambda_0}{4B^2}H^2\\
&\delta\psi=\lambda_0.
\end{aligned}\right\}\tag{45}$$

Здесь частные производные от главной функции Гамильтона заменены импульсами.

С помощью формул (45) легко обосновать математический аппарат квантовой волновой механики и указать границы его применимости.

Обозначим через F какой-либо оператор, действующий на частные производные функции ψ. Пусть для него имеет место равенство вида

$$F\left[\frac{\partial\psi}{\partial x_i},\ \frac{\partial^2\varphi}{\partial x_i^2},\ \frac{\partial^2\psi}{\partial x_i\,\partial x_j}\right]=\mathcal{F}(x_i)\,\psi.\tag{46}$$

Произведем над этим уравнением операцию перехода через волновой фронт. Тогда будем иметь:

$$\delta F\left[\frac{\partial\psi}{\partial x_i},\ \frac{\partial^2\psi}{\partial x_i^2},\ \frac{\partial^2\psi}{\partial x_i\,\partial x_j}\right]=\mathcal{F}(x_i)\,\delta\psi.$$

Здесь произвольная функция координат и времени $\mathcal{F}(x_i)$ принимается непрерывной. Пусть оператор F обладает свойством коммутативности с операцией δ, т. е. пусть имеет место такое равенство: $\delta F=F\delta$. В этом случае написанное выше равенство можно представить так:

$$F\left[\delta\frac{\partial\psi}{\partial x_i},\ \delta\frac{\partial^2\psi}{\partial x_i^2},\ \delta\frac{\partial^2\psi}{\partial x_i\,\partial x_j}\right]=\mathcal{F}(x_i)\,\delta\psi.$$

Согласно условиям совместимости (45), скачки производных в этом равенстве можно заменить импульсами. Теперь приведенное равенство можно написать в таком виде:

$$F\left[\frac{\lambda_0}{2B}p_i,\ \frac{\lambda_0}{4B^2}p_i^2,\ \frac{\lambda_0}{4B^2}p_i\,p_j\right]=\mathcal{F}(x_i)\,\lambda_0.$$

В силу условия коммутативности операций δ и F параметр разрыва λ_0 можно сократить. Тогда будем иметь:

$$F\left[\frac{1}{2B}p_i,\ \frac{1}{4B^2}p_i^2,\ \frac{1}{4B^2}p_i\,p_j\right]=\mathcal{F}(x_i).\tag{47}$$

Как видим, условия совместимости действуют так, что из уравнения в частных производных второго порядка получается уравнение в частных производных первого порядка. Очевидна и обратная теорема.

Сравнивая между собой уравнения (47) и (46), можно легко установить соответствия между частными производными первого и второго порядков уравнения (46) с частными производными первого порядка уравнения (47).

Эти соответствия выглядят так:

$$p_i\to 2B\frac{\partial\psi}{\partial x_i};\quad p_i^2\to 4B^2\frac{\partial^2\psi}{\partial x_i^2};\quad p_i\,p_j\to 4B^2\frac{\partial^2\psi}{\partial x_i\,\partial x_j};$$

$$p_{i_i}^0=\psi.\tag{48}$$

Приведенные соответствия, согласно соотношениям (45), можно пополнить еще следующими:

$$H \rightarrow 2B \frac{\partial\psi}{\partial t}; \quad H^2 \rightarrow 4B^2 \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}. \tag{48a}$$

Нетрудно видеть, что соответствия (48) и (48а) полностью совпадают с теми, которыми оперируют в квантовой волновой механике.

Итак, мы полагаем, что нам удалось доказать положение, весьма существенное для понимания истинного смысла математического аппарата квантовой волновой механики; именно: операторный метод квантовой волновой механики есть ни больше ни меньше как использование условий совместимости в форме Гюгонио—Адамара для некоторого класса дифференциальных уравнений, позволяющих не прибегать к операции δ.

Но среди возможных примеров, когда можно использовать математический аппарат, основанный на условиях совместимости, встречается особый случай, который помимо своего важного значения для математического аппарата волновой квантовой механики до некоторой степени стал предметом философских обсуждений.

Пусть дана некоторая непрерывная функция координат F. Напишем следующую очевидную операцию:

$$\delta \frac{\partial\psi F}{\partial x_i} = F\delta \frac{\partial\psi}{\partial x_i} + \frac{\partial F}{\partial x_i} \delta\psi.$$

Условия совместимости (45), как мы показали, можно рассматривать как операторы. Поэтому левую часть написанного равенства можно трактовать как операцию над функцией F, и с помощью формул (45) записать так:

$$\delta \frac{\partial\psi F}{\partial x_i} = \frac{\lambda_0}{2B} p_i F.$$

Тогда предыдущее равенство с помощью тех же формул (45) можно переписать так:

$$\frac{\lambda_0}{2B} p_i F = F \frac{\lambda_0}{2B} p_i + \frac{\partial F}{\partial x_i} \lambda_0,$$

или

$$p_i F - F p_i = 2B \frac{\partial F}{\partial x_i}. \tag{49}$$

С помощью полученного соотношения можно преобразовывать следующие нелинейные уравнения первого порядка в уравнения в частных производных второго порядка:

$$\mathcal{F}(p_i, \quad p_i p_j, \quad (F p_i - p_i F), \ V) = 0.$$

Из уравнения (49) легко вывести соотношение, которым часто пользуются в квантовой механике. Пусть функция $F = x_i$. Тогда уравнение (49) примет такой вид:

$$p_i x_i - x_i p_i = 2B. \tag{49a}$$

Условия совместимости позволяют получить еще одно соотношение, которое послужило основанием для многих философских дискуссий. Если функцию ψ рассматривать как функцию статистического распределения, то легко доказать следующее неравенство:

$$(x_i - \overline{x}_i)\left(\frac{\partial\psi}{\partial x_i} - \overline{\frac{\partial\psi}{\partial x_i}}\right) \geqslant \frac{1}{2}\overline{\psi}.$$

Здесь черта обозначает операцию взятия среднего значения от заданной величины в пределах возможного ее изменения.

Известно следующее неравенство Буняковского—Шварца для действительных функций:

$$\int f^2\,dx \int \varphi^2\,dx \geqslant \left(\int f\varphi\,dx\right)^2.$$

Пусть функции f и φ соответственно равны:

$$f = (x - \overline{x})\sqrt{\psi}; \quad \varphi = \left(\frac{\partial\psi}{\partial x} - \overline{\frac{\partial\psi}{\partial x}}\right)\sqrt{\psi}.$$

Неравенство Буняковского—Шварца для этих конкретных функций будет иметь следующий вид:

$$\int (x - \overline{x})^2 \psi\,dx \int \left(\frac{\partial\psi}{\partial x} - \overline{\frac{\partial\psi}{\partial x}}\right)^2 \psi\,dx \geqslant \left[\int (x - \overline{x})\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} - \overline{\frac{\partial\psi}{\partial x}}\right)\psi\,dx\right]^2.$$

Интегрирование берется от $-\infty$ до $+\infty$.

Пусть функция ψ и ее производные обращаются в нуль на пределах интегрирования. Возьмем интеграл

$$\int (x - \overline{x})\frac{\partial\psi}{\partial x}\psi\,dx = (x - \overline{x})\psi^2 - \int \psi \frac{\partial(x - \overline{x})\psi}{\partial x}\,dx.$$

Согласно условиям на пределах, первое слагаемое правой части равно нулю. Поэтому имеем:

$$\int (x - \overline{x})\frac{\partial\psi}{\partial x}\psi\,dx = -\int \psi^2\,dx - \int \psi(x - \overline{x})\frac{\partial\psi}{\partial x}\,dx.$$

Отсюда следует:

$$\int (x - \overline{x})\frac{\partial\psi}{\partial x}\psi\,dx = -\frac{1}{2}\int \psi^2\,dx.$$

Далее возьмем интеграл вида:

$$\int (x - \overline{x})\overline{\frac{\partial\psi}{\partial x}}\psi\,dx = \overline{\frac{\partial\psi}{\partial x}}\int x\psi\,dx - \overline{\frac{\partial\psi}{\partial x}}\,\overline{x}\int \psi\,dx.$$

В силу выбора функции ψ как функции, выражающей статистическое распределение, можно воспользоваться условием ее нормирования к единице. В результате получим:

$$\int (x - \overline{x})\overline{\frac{\partial\psi}{\partial x}}\psi\,dx = \overline{\frac{\partial\psi}{\partial x}}\,\overline{x} - \overline{\frac{\partial\psi}{\partial x}}\,\overline{x} = 0.$$

Пользуясь вычисленными двумя вспомогательными интегралами, можно правую часть нашего неравенства представить так:

$$\int (x - \overline{x})\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} - \overline{\frac{\partial\psi}{\partial x}}\right)\psi\,dx = -\frac{1}{2}\int \psi^2\,dx = -\frac{1}{2}\overline{\psi}.$$

Все неравенство в целом после сделанных вычислений будет выглядеть так:

$$\overline{\overline{(x-\overline{x})^2}\cdot\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}-\frac{\overline{\partial\psi}}{\partial x}\right)^2}\geqslant\frac{1}{4}\,\overline{\psi}^2.$$

Отсюда следует:

$$(x-\overline{x})\cdot\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}-\frac{\overline{\partial\psi}}{\partial x}\right)\geqslant\frac{1}{2}\,\overline{\psi},\qquad(50)$$

что и требовалось доказать. Как видим, в ходе нашего доказательства мы пользовались только свойствами функции ψ как функции статистического распределения, и не больше. Поэтому окончательный результат имеет чисто математический смысл; в нем отражаются только операции математического счета, т. е. правила арифметических действий.

Физический смысл полученное соотношение (50) приобретает только при использовании его для описания конкретного физического явления.

Мы трактовали функцию ψ как функцию, определяющую известное состояние системы, и как функцию, имеющую смысл статистического распределения. Кроме того, эта функция имеет особое отношение к главной функции Гамильтона.

Главная функция Гамильтона для каждого мгновения являлась поверхностью раздела двух областей состояния, играя роль поверхности волны. Все эти качества, определяющие взаимосвязь функций ψ и S, свидетельствуют только об особом типе движения материальных частиц и необязательно снабжают их новыми особыми свойствами.

Положение дел оказывается таким, что легко запутаться в разделении индивидуальных качеств материальных частиц и их движений.

Предположим, что соотношение (50) справедливо для каждой точки справа и слева от поверхности S, играющей роль волновой поверхности; пусть, далее, при переходе через нее терпят разрыв непрерывности не только функция ψ со своими производными, но и их средние значения. Тогда, производя над неравенством (50) операцию δ, получим:

$$(x-\overline{x})\left(\delta\,\frac{\partial\psi}{\partial x}-\delta\,\frac{\overline{\partial\psi}}{\partial x}\right)\geqslant\frac{1}{2}\,\delta\overline{\psi}.$$

Теперь, пользуясь условиями совместимости (45), мы можем это неравенство переписать так:

$$(x-\overline{x})\left(\frac{\lambda_0}{2B}\,p_i-\overline{\frac{\lambda_0}{2B}\,p_i}\right)\geqslant\frac{1}{2}\,\overline{\lambda}_0,$$

или, считая равными величины λ_0 и $\overline{\lambda_0}$, что вполне правомерно, получим:

$$(x_i-\overline{x}_i)\,(p_i-\overline{p}_i)\geqslant B,\quad\text{или}\quad\Delta x_i\,\Delta p_i\geqslant B.\qquad(50а)$$

Еще раз подчеркиваем, что полученный результат есть лишь следствие волновых свойств функции ψ, но не наоборот.

Полученное неравенство нетрудно распространить на случай, когда функция распределения ψ имеет мнимое значение.

В этом случае главная функция Гамильтона будет комплексной величиной. Комплексной величиной нужно считать и модуль распределения $B=B_1+iB_2$.

Для действительной и мнимой частей будет справедливо неравенство (50а). Поэтому мы вправе написать два следующих неравенства:

$$\Delta x\cdot\Delta p\geqslant B_1$$

$$\Delta x \cdot \Delta p \geqslant B_2.$$

Для систем, к которым применимо уравнение Шредингера, постоянная $B_2 = \frac{h}{4\pi}$, поэтому имеем:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geqslant \frac{h}{4\pi}. \tag{51}$$

Основное неравенство (50) позволяет написать неравенства, подобные неравенству (51), и для всех других величин, которые претерпевают разрыв непрерывности при переходе через поверхность S. Например, из неравенства

$$(t - \bar{t})\left(\frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\overline{\partial \psi}}{\partial t}\right) \geqslant \frac{1}{2}\bar{\psi}$$

с помощью условий совместимости можно получить следующее:

$$\Delta t \cdot \Delta E \geqslant \frac{h}{4\pi}. \tag{51a}$$

Наш вывод неравенств (50) и (51а) в своем математическом оформлении мало чем отличается от вывода тех же неравенств, полученных Гейзенбергом в 1927 г. с помощью математического формализма квантовой механики. Но он существенно отличается в своем физическом содержании. Математический формализм квантовой механики, как мы уже заметили выше, есть следствие условий совместимости в смысле Гюгонио—Адамара; поэтому и неравенства (50) и (51а) естественно должны существовать только при наличии последних.

Между тем в различных учебниках по квантовой механике указанные неравенства упорно связывают с нашими ограниченными возможностями измерять с помощью аппаратуры взаимно дополняющие величины. Так, например, Л. Шифф в своем учебнике по квантовой механике пишет: «Соотношение (3,1) [в нашей нумерации (51). — *А. П.*] означает, что невозможно точно определить компоненту импульса частицы, не потеряв при этом полностью всех сведений о соответствующей координате (в тот же момент времени); наоборот, невозможно точно определить координату частицы, не потеряв при этом всех сведений о соответствующей компоненте импульса... Соотношение (3,3) [в нашей нумерации (51а). — *А. П.*] означает, что определение энергии с точностью до ΔE должно занять интервал времени, равный по меньшей мере $\Delta t \sim \frac{\hbar}{\Delta E}$; таким образом, если система находится в некотором состоянии в течение времени Δt, то энергия ее там определена с неточностью не менее $\Delta E \sim \frac{\hbar}{\Delta t}$ поскольку Δt — наибольший промежуток времени, в течение которого можно измерять энергию. В связи с малостью постоянной Планка принцип неопределенности представляет интерес главным образом для систем атомного размера»[1].

Сам Гейзенберг по тому же поводу пишет: «...в ньютоновой небесной механике мы начинаем с того, что определяем положение и скорость планеты, движение которой собираемся изучать. Результаты наблюдения переводятся на математический язык благодаря тому, что из наблюдений выводятся значения координат и импульса планеты. Затем из уравнения движения, используя эти численные значения

[1] Л. Шифф. Квантовая механика. М., ИЛ, 1957, стр. 18.

координат и импульса для данного момента времени, получают значения координат или какие-либо другие свойства системы для последующих моментов времени. Таким путем астроном предсказывает движение системы. Например, он может предсказать точное время солнечного затмения.

В квантовой теории все происходит по-иному. Допустим, нас интересует движение электрона в камере Вильсона и мы посредством некоторого наблюдения определили координаты и скорость электрона. Однако это определение не может быть точным. Оно содержит по меньшей мере неточности, обусловленные соотношением неопределенностей, и, вероятно, кроме того, будет содержать еще бо́льшие неточности, связанные с трудностью эксперимента. Первая группа неточностей дает возможность перевести результат наблюдения в математическую схему квантовой теории...»[1].

В этом высказывании Гейзенберга по существу отрицается принципиальная возможность построения аппарата квантовой механики вне зависимости от принципа неопределенностей. Последний же, по его мнению, есть нечто неизбежное в нашем познавании явлений микромира.

Той же точки зрения придерживается и В. Паули. По поводу принципа неопределенностей он высказывается так: «Соотношения неопределенности (II) [в нашей нумерации (51) и (51а). — *А. П.*] для материи показывают, что уже в случае отсутствия сил классическая кинематика материальной точки не может применяться неограниченно. Эти соотношения содержат утверждение, что каждое точное знание местоположения частицы имеет одновременно следствием не только незнание, но и принципиальную неопределенность импульса, и наоборот. Различие между (принципиальной) неопределенностью и незнанием имеет решающее для всей квантовой теории значение»[2].

Во втором параграфе первой главы мы обратили внимание на замечательные идеи Л. Больцмана, относящиеся к поведению частиц, подверженных случайным воздействиям. В связи с принципом неопределенности не будет лишним, если мы процитируем высказывания Л. Больцмана по этому поводу, тем более что мы этого нигде не сделали.

«...Подобно тому (согласно приведенному доктором Ганом примеру) в электростатике пришли к кривым, аналогичным кривой Вейерштрасса, подобно этому я при исследовании одной проблемы теории газов пришел к такой же, но еще более важной кривой. Дело в том, что эта электростатическая кривая есть лишь вспомогательная кривая, облегчающая возможность представить себе расположение зарядов: тот же факт, что реальные отношения газов выражаются кривой, которая не дифференцируема и которую поэтому нельзя начертить, этот факт приводит к большим затруднениям. Интуицией может быть дано лишь то, что можно также начертить. Причина того, что указываемую кривую теории газов нельзя начертить, заключается в том, что движение карандаша вызывается силами и что, так как все реальные силы вызывают лишь ускорения конечной величины, то начерченные кривые допускают всегда дифференцирование. Поэтому нельзя начертить указываемых недифференцируемых кривых, нельзя их представить глазу, и поэтому же необычайно трудно дать вообще о них какое-либо представление. Но вовсе нетрудно представить эти кривые с помощью урав-

---

[1] В. Гейзенберг. Физика и философия. М., ИЛ, 1963, стр. 25

[2] В. Паули. Общие принципы волновой механики. М., ОГИЗ, 1947, стр. 16.

нений. Наличность касательной есть частный случай. Следует даже сказать, что лишь редкая случайность, если кривые имеют первую и вторые производные...

Замечательно, что вышеуказанные недифференцируемые кривые имеют известное сходство с кривыми практической физики, как они чертятся самопишущими приборами, представляющими, например, изменения температуры за день. В случае весьма точного самопишущего прибора, стоящего в определенном месте, перо непрестанно дрожит и вычерчивает совершенно не непрерывную кривую. Если отвлечься от тех влияний, благодаря которым масса пера может получить тоже лишь конечные ускорения, то кривая, изображающая только влияние температуры в рассматриваемом месте, тоже имеет известное сходство с вейерштрассовой кривой. Ее касательные меняются необыкновенно быстро. Она не меняется мгновенно лишь потому, что это невозможно в случае карандаша. Но если отвлечься от карандаша, то я твердо убежден, что температура в какой-нибудь точке действительно должна быть изображена некоторой вейерштрассовой кривой.

С этим согласно и то, что мы лишь мыслим тела ограниченными непрерывными поверхностями. Если же мы точнее присмотримся к телам, то мы заметим, что всякая реальная поверхность не представима алгебраически.

Я вполне убежден, что множества точек — не множества только математического учения о многообразиях, но и те множества, которые имеют физическое значение — далеко превосходят способности нашего пространственного представления»[1].

Смысл высказывания Л. Больцмана совершенно прозрачен. Как и всякая функция одного переменного, непрерывная недифференцируемая функция связывает между собой две величины, например путь и время. Но по самой сути вещей в нашем познании одна изменяемая величина (путь) всегда сопровождается другой изменяемой величиной (скорость). В этом содержание самого нашего познания. Если мы будем оперировать только одной изменяемой величиной, например протяженностью, то наше познание о вещах скоро исчерпается. Оно закончится после составления множества из отрезков протяженности. Иначе будет обстоять дело, если появится новое понятие, сопряженное с первым и количественно изменяющееся от того же аргумента, что и первое.

Высказывания Больцмана приводят нас к такой ситуации, когда знание течения одной изменяемой величины не позволяет определить другую, сопряженную. Она может быть какой угодно. Например, знание траектории движения частицы, не имеющей ни в одной точке касательной, не позволяет определить ее скорость; и наоборот, знание скорости частицы не позволяет определить ее траекторию. Для характеристики движения какой-либо одной броуновской частицы недостаточно знать в известном интервале времени ее траекторию, надо еще задать скорости, и наоборот.

Следовательно, кинематика движения частицы в статистических ансамблях совершенно иная, чем кинематика частицы в механике. Для того чтобы составить себе полное представление о поведении частицы в статистическом ансамбле, необходимо установить некоторые основные положения, позволяющие с некоторой точностью вычислять и положение, и скорость частицы.

В классической механике установлены принципы в соответствии с

---

[1] Сб. «Новые идеи в математике». Математика и философия I. СПб., «Образование», 1914, стр. 123.

тем, что непрерывность всех изменений, которые она изучает, допускает процесс дифференцирования.

В классической статистической физике установлены такие принципы, которые позволяют определить положение и скорости частицы с известной достоверностью постольку, поскольку невозможно оперировать с недифференцируемыми функциями, определяющими положение и скорость частицы. Более того, за одной частицей ансамбля мы не можем следить, а в игру вступает только изображающая точка, жизнь которой и характеризует состояние системы. По отношению к главной функции Гамильтона изображающая точка ведет себя так же, как движущаяся материальная точка в механике. Практически на эту функцию не приходится обращать никакого внимания.

После использования теоремы Лиувилля мы входим в круг понятий, уже не свойственных классической механике. Основной задачей становится — найти метод, позволяющий определить вероятность нахождения частицы в элементе фазового объема.

Единственным серьезным допущением, которое необходимо сделать при этом, является предположение о том, что если система предоставлена самой себе в данном ее состоянии движения, то рано или поздно она пройдет через каждую фазу, которая совместима с уравнением энергии.

Это допущение остается в силе в газокинетической теории и тогда, когда система вынуждена в силу тех или иных возмущений переходить с одной фазовой траектории на другую. Если в качестве возмущающей причины будут стенки сосуда, то две фазовые траектории должны удовлетворять уравнению энергии и должны пересекать друг друга в фазе, для которой выполняются условия столкновения с неподвижным препятствием, но они не подчиняются уравнениям моментов. В некотором смысле каждую молекулу в газокинетической теории приходится рассматривать как причину, возмущающую состояние системы.

В силу указанных обстоятельств приходится рассматривать вместо одной системы материальных точек большое число систем, подобных друг другу во всех отношениях, за исключением начальных условий движения, которые предполагаются меняющимися от системы к системе; полная энергия всех систем предполагается одинаковой. Поэтому при статистическом исследовании движения сосредоточивается внимание на некотором числе этих систем, которые в данное время находятся в одной такой фазе, что независимые переменные величины, которые определяют фазу системы, лежат в заданных пределах. Все это открывает возможности для применения общих методов теории вероятностей и ставить газокинетическую теорию на твердое основание.

В квантовой теории преследуется иная задача. Там приходится сравнивать точки фазовой траектории, следить за их жизнью и изменением. Такая постановка задачи не является чем-то исключительным, это есть лишь расширение взглядов знаменитых наших предшественников. Говоря о недифференцируемых кривых, Л. Больцман предвосхищал необходимость постановки указанной задачи, связанной со сравнением между собой точек на фазовой траектории. Современная наука в известной степени разрешила эту задачу путем неожиданных, а иногда удивительных предположений и гипотез, толкнувших часть исследователей в философские рассуждения о взаимоотношении физического явления с приборами как средством их познания.

С нашей точки зрения суть дела выглядит довольно просто. Решила задачу гениальная догадка сравнивать точки фазовой траектории с помощью главной функции Гамильтона. Фазовая траектория принадлежит к классу недифференцируемых функций, рвущихся в каждой своей точке. Главная функция Гамильтона, наоборот, есть непрерывная дифференцируемая функция, но имеющая прямое отношение к первой. Точки фазовой траектории, лежащие непосредственно справа и слева от поверхности, соответствующей главной функции Гамильтона, различны между собой в силу недифференцируемости траектории, но не произвольны. Для них должны иметь место условия сосуществования, условия совместимости. Условия совместимости Гюгонио—Адамара получены ими из самых общих положений. Поэтому уместно применение их и здесь. Как мы показали, оно так и есть со всеми вытекающими отсюда последствиями.

Принципы неопределенности и дополнительности действительно имеют место в определенных типах статистических систем, но они не имеют никакого отношения к экспериментальным средствам познания природных явлений.

Главная функция Гамильтона играет в квантовой статистике такую же роль, какую в классической статистике сыграли уравнение энергии и принцип повторимости фазовых состояний.

Из всего сказанного видно, что методы математического счета часто вносят в наше познание больше, чем иной физический прибор.

Глава III

МЕРООПРЕДЕЛЕНИЕ НЕОДНОРОДНОГО ФИЗИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА И РАЗЛИЧНЫЕ ВИДЫ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

1. О функциях распределения, подобных квантовым

В § 5 гл. I мы установили формулу (13), которую теперь запишем так:

$$\psi = fe^{-\frac{E}{mc^2}}. \tag{52}$$

Мы произвели замену H на E, т. е. предположили, что частная производная по времени от главной функции Гамильтона равна полной энергии с обратным знаком.

Рассмотрим систему частиц, подчиняющихся указанному соотношению. Помножим правую и левую части этого соотношения на элемент фазового объема и проинтегрируем его в пределах от $-\infty$ до $+\infty$. Тогда будем иметь:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} fe^{-\frac{E}{mc^2}} \cdot dp \cdot dq = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \psi\, dp\, dq. \tag{52a}$$

Пусть интеграл правой части этого равенства имеет постоянное значение. Обозначим его через $e^{-\frac{F}{mc^2}}$. Величина F не зависит от импульсов и координат, но зависит от mc^2 в общем случае.

Теперь равенство (52а) можно переписать так:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} fe^{\frac{F-E}{mc^2}} \cdot dp \cdot dq = 1. \tag{53}$$

Функцию f мы можем считать какой угодно. В частном случае можем положить ее равной единице. Этим предположением мы выбрали из всех возможных неоднородных физических пространств только один вполне определенный тип. Обозначим далее величину mc^2 через Θ. После всего сказанного будем иметь:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{F-E}{\Theta}} \cdot dp \cdot dq = 1,$$

или

$$F = -\Theta \lg_n \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{E}{\Theta}} \cdot dp \cdot dq. \tag{53a}$$

Нетрудно показать, что функция F имеет смысл свободной энергии. Действительно, из термодинамики известно следующее соотношение для свободной энергии:

$$F = E + \Theta \frac{\partial F}{\partial \Theta}.$$

Легко проверить, что равенство (53а) вполне удовлетворяет этому дифференциальному соотношению.

Таким образом, нами получена новая функция статистического распределения, имеющая следующий вид:

$$\varphi(p, q) = e^{\frac{F-E}{\Theta}}.$$

Как известно, подобные функции распределения называют каноническим распределением Гиббса.

Выше мы предположили, что функция ψ в равенстве (52) есть действительная величина. Но она может быть величиной мнимой. В этом случае интеграл (52а) нужно записать так:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \dots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f e^{-\frac{E}{\Theta}} \cdot dp \cdot dq = i \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \dots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \psi \, dp \cdot dq.$$

Примем опять правый интеграл этого равенства за постоянную величину, равную $e^{-\frac{F}{\Theta}}$. Далее мнимую единицу можно представить так:

$$\sqrt{-1} = e^{\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi i}.$$

Здесь n — целое число. Это соотношение следует из

$$-1 = e^{(2n+1)\pi i}.$$

После сделанных оговорок можно написать:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \dots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f e^{\frac{F-E-\left(n+\frac{1}{2}\right)\Theta\pi i}{\Theta}} dp\, dq = 1. \qquad (54)$$

В этом равенстве правая часть действительна; действительной должна быть и левая часть.

Для того чтобы превратить левую часть полученного равенства в действительную величину, мы поступим так: будем считать величины F и Θ комплексными, т. е. $F = F_1 + iF_2$; $\Theta = \Theta_1 + i\Theta_2$. Тогда показатель степени подынтегрального выражения указанного равенства можно представить так:

$$\frac{F - E - \left(n + \frac{1}{2}\right)\Theta\pi i}{\Theta} = \frac{(F_1 - E)\,\Theta_1 + F_2\Theta_2}{\Theta_1^2 + \Theta_2^2} +$$

$$+ \frac{F_2\Theta_1 - (F_1 - E)\,\Theta_2 - \left(n + \frac{1}{2}\right)(\Theta_1^2 + \Theta_2^2)\,\pi}{\Theta_1^2 + \Theta_2^2}\, i.$$

Если действительный множитель мнимой части этого равенства положить равным $\pm 2m\pi$, где m — целое число, то в единицу превратится величина

$$e^{\frac{F_2\Theta_1-(F_1-E)\Theta_2-\left(n+\frac{1}{2}\right)(\Theta_1^2+\Theta_2^2)\,\pi}{\Theta_1^2+\Theta_2^2}i}=e^{\pm 2m\pi i}=1.$$

Следовательно, должно соблюдаться равенство

$$\frac{F_3\Theta_1-(F_1-E)\,\Theta_2-\left(n+\frac{1}{2}\right)(\Theta_1^2+\Theta_2^2)}{\Theta_1^2+\Theta_2^2}=\pm\,2m\pi.$$

Отсюда можно получить значение $F_2\Theta_2$:

$$F_2\Theta_2=\frac{(F_1-E)\,\Theta_2^2}{\Theta_1}+\frac{\left(n\pm 2m+\frac{1}{2}\right)\Theta_2\,(\Theta_1^2+\Theta_2^2)\,\pi}{\Theta_1}.$$

Теперь показатель степени подынтегрального выражения (54) можно представить так:

$$\frac{F-E-\left(n+\frac{1}{2}\right)\Theta\pi i}{\Theta}=\frac{(F_1-E)}{\Theta_1}+\frac{\left(n\pm 2m+\frac{1}{2}\right)\Theta_2\pi}{\Theta_1}\pm 2m\pi i.$$

Имея это в виду, равенство (54) можно преобразовать к виду:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f\cdot e^{\frac{F_1-E}{\Theta_1}}\cdot e^{\frac{\left(n\pm 2m+\frac{1}{2}\right)\Theta_2\pi}{\Theta_1}}\cdot e^{\pm 2m\pi i}\,dp\,dq=1.$$

Отсюда следует:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f\cdot e^{\frac{F_1-E+\frac{\varepsilon}{2}}{\Theta_1}}\cdot e^{\frac{(n\pm 2m)\,\varepsilon}{\Theta_1}}\,dp\,dq=1. \qquad (54а)$$

Здесь $\varepsilon=\Theta_2\pi$. Из полученной формулы (54а) можно получить ряд любопытных следствий.

Соотношение (54а) справедливо для каждого целого числа, удовлетворяющего равенству $l=n\pm 2m$. Рассмотрим целый ансамбль систем, в котором l меняется от нуля до ∞. Для этого ансамбля вместо функции F_1 введем новую $\mathcal{F}$. Кроме того, функция f будет меняться при переходе от одной индивидуальной группы ансамбля к другому. Поэтому будем обозначать ее символом f_l.

Теперь для этого ансамбля можно написать формулу, аналогичную формуле (54а):

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{F-E+\frac{\varepsilon}{2}}{\Theta_1}}\cdot\sum f_l e^{\frac{l\varepsilon}{\Theta_1}}\,dp\,dq=1. \qquad (55)$$

Для того чтобы ряд, стоящий под интегралом этого равенства, безусловно сходился, будем считать l отрицательным числом, что вполне допустимо. Теперь сделаем ряд конкретных вычислений.

а) Пусть $f_l=1$ для всех индивидуальных групп ансамбля. В этом случае из равенства (55) следует:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{F-E+\frac{\varepsilon}{2}}{\Theta_1}}\cdot\frac{1}{1-e^{-\varepsilon/\Theta_1}}\cdot dp\cdot dq=1,$$

или

$$\mathcal{F}=-\Theta_1\lg_n\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{-\left(E-\frac{\varepsilon}{2}\right)}{\Theta_1}}\cdot dp\cdot dq+\Theta_1\lg_n\left(1-e^{-\frac{\varepsilon}{\Theta_1}}\right). \quad (56)$$

Отождествим величину $\mathcal{F}$ со свободной энергией системы. Тогда модуль Θ_1 будет пропорциональным абсолютной температуре.

Найдем с помощью равенства (56) произведение $\Theta_1\frac{\partial F}{\partial\Theta_1}$. В результате получим:

$$\mathcal{F}=\overline{E}-\frac{\varepsilon}{2}+\frac{\varepsilon}{e^{\varepsilon/\Theta_1}-1}+\Theta_1\frac{\partial F}{\partial\Theta}. \quad (56a)$$

Свободная энергия при абсолютном нуле равна нулю. Поэтому вблизи абсолютного нуля производную $\frac{\partial F}{\partial\Theta_1}$ в некотором интервале температур можно считать постоянной величиной C. Основываясь на сказанном, равенство (56а) вблизи абсолютного нуля приближенно можно записать так:

$$\mathcal{F}=\overline{E}-\frac{\varepsilon}{2}+C\Theta_1.$$

Отсюда следует, что средняя энергия ансамбля при абсолютном нуле не обращается в нуль, а равна $\frac{\varepsilon}{2}$.

В формуле (56а) первые три слагаемых правой части можно трактовать как среднюю энергию. Следовательно, и слагаемое

$$\frac{\varepsilon}{e^{\varepsilon/\Theta_1}-1}$$

можно также интерпретировать как среднюю энергию. Как видим, она совпадает со средней энергией резонатора Планка.

б) Пусть функция f различна для каждой индивидуальной группы ансамбля и зависит от числа l таким образом:

$$f=a^{l+1},\quad \text{где}\quad l>0.$$

В этом случае на основании формулы (55) будем иметь:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{F-E+\frac{\varepsilon}{2}}{\Theta_1}}\cdot\frac{a}{(1-ae^{-\varepsilon/\Theta_1})}\,dp\cdot dq=1, \quad (57)$$

или

$$\mathcal{F}=-\Theta_1\lg_n\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{E-\frac{\varepsilon}{2}}{\Theta_1}}\cdot dp\cdot dq+\Theta_1\lg_n\left(\frac{1}{a}-e^{-\frac{\varepsilon}{\Theta_1}}\right).$$

Если опять величину $\mathcal{F}$ отождествить со свободной энергией, то для произведения $\Theta_1 \frac{\partial F}{\partial \Theta_1}$ найдем выражение

$$\mathcal{F}_1 = \overline{E} - \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{\left(\frac{1}{a} e^{\frac{\varepsilon}{\Theta_1}} - 1\right)} + \Theta_1 \frac{\partial F}{\partial \Theta_1}. \tag{57a}$$

Из полученного равенства видно, что слагаемое

$$\frac{\varepsilon}{\frac{1}{a} e^{\frac{\varepsilon}{\Theta_1}} - 1}$$

можно трактовать как среднюю энергию резонатора Бозе—Эйнштейна.

в) Пусть функция f удовлетворяет условию

$$f = (-1)^l \cdot a^{l+1}, \quad \text{где} \quad l > 0.$$

В этом случае из формулы (55) можно получить следующее выражение:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{F - E + \frac{\varepsilon}{2}}{\Theta_1}} \cdot \frac{a}{\left(1 + a e^{-\frac{\varepsilon}{\Theta_1}}\right)} \, dp dq = 1. \tag{58}$$

Отсюда следует:

$$\mathcal{F} = -\Theta_1 \lg_n \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{E - \frac{\varepsilon}{2}}{\Theta_1}} dp\, dq + \Theta_1 \lg_n \left(\frac{1}{a} + e^{-\frac{\varepsilon}{\Theta_1}}\right).$$

Отождествляя это выражение со свободной энергией и определяя из него произведение $\Theta_1 \frac{\partial F}{\partial \Theta_1}$, найдем:

$$\mathcal{F} = \overline{E} - \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{\left(\frac{1}{a} e^{\frac{\varepsilon}{\Theta_1}} + 1\right)} + \Theta_1 \frac{\partial F}{\partial \Theta_1}. \tag{58a}$$

Здесь опять третье слагаемое правой части равенства можно истолковать как среднюю энергию резонатора. Но это будет, как нетрудно видеть, уже средняя энергия резонатора Ферми—Дирака.

Очевидно, в зависимости от условий, которые мы наложим на функцию f, можно получить весьма большое разнообразие выражений для функции $\mathcal{F}$.

Возникают вопросы, почему только рассмотренные три вида функции f нашли отражение в действительности? Не скрывается ли за ними какая-нибудь более глубокая физическая сущность? На эти вопросы дать ответ не очень легко.

Первый пример, разобранный нами, довольно ясен и не требует особых разъяснений; в этом примере поле вероятностей, характеризуемое функцией f, повсюду однородно, и нами исследовалось только поле вероятностей, характеризуемое мнимой функцией $i\psi$.

Второй пример сложнее, однако при известных допущениях и ему можно дать физическую интерпретацию. Нам никто не мешает постоянную a, через которую мы выражаем функцию f, представить так:

$$a = e^{\frac{\varepsilon_0}{\Theta_1}},$$

где ε_0 имеет размерность энергии и выбирается по требованию физической задачи. После этого величину a^{l+1} можно записать так:

$$a^{l+1} = ae^{\frac{\varepsilon_0 l}{\Theta_1}}.$$

Имея это в виду, каждый член ряда, входящего в формулу (55), вполне законно представить так:

$$a^{l+1}e^{-\frac{l\varepsilon}{\Theta_1}} = ae^{-\frac{(\varepsilon-\varepsilon_0)\,l}{\Theta_1}}.$$

Если соблюдается неравенство $\varepsilon > \varepsilon_0$, то ряд, составленный из подобных членов, будет сходиться, и мы получим:

$$\sum_0^{\infty} ae^{-\frac{(\varepsilon-\varepsilon_0)\,l}{\Theta_1}} = \frac{a}{1-e^{-\frac{(\varepsilon-\varepsilon_0)}{\Theta_1}}} = \frac{a}{1-ae^{-\frac{\varepsilon}{\Theta_1}}}.$$

Другими словами, в конечном счете мы получим ту же формулу, которая вошла в соотношение (57).

Таким образом, в этом примере мы вычисляли не среднюю энергию резонатора Планка, а его определенные переходы из состояний, характеризуемых энергией ε, в состояния, характеризуемые энергией ε_0. И легко видеть, что этот пример по существу повторяет первый, только с заменой функции f постоянной a и энергии ε разностью $(\varepsilon - \varepsilon_0)$. Интерпретировать рассмотренный пример можно еще и как статистический подсчет взаимодействия пары планковских резонаторов, когда разность энергии их $(\varepsilon - \varepsilon_0)$ меняется кратно целым числам.

Аналогичным способом можно подойти и к интерпретации третьего примера. В самом деле, законно такое равенство:

$$(-1)^l a^{l+1}e^{-\frac{l\varepsilon}{\Theta_1}} = ae^{-\frac{[(\varepsilon-\varepsilon_0)-(2q+1)\,\Theta_1\pi i]\,l}{\Theta_1}}.$$

Так можно представить каждый член ряда, входящего в формулу (55), для третьего примера. Для его преобразования мы воспользовались следующим соотношением: $(-1) = e^{(2q+1)\pi i}$; здесь q — целое число.

Если и здесь $\varepsilon > \varepsilon_0$, то ряд будет сходиться. Сумма его будет равна

$$\sum_0^{\infty} a\cdot e^{-\frac{[(\varepsilon-\varepsilon_0)-(2q+1)\,\pi\Theta_1 i]}{\Theta_1}} = \frac{a}{1-e^{-\frac{[(\varepsilon-\varepsilon_0)-(2q+1)\,\Theta_1\pi i]}{\Theta_1}}} = \frac{a}{1+ae^{-\frac{\varepsilon}{\Theta_1}}}.$$

Мы получили такой же результат, как в формуле (58). Впрочем, этого и следовало ожидать, так как практически мы проделали те же математические операции, изменив только форму записи. Конечно, то же самое нужно сказать и относительно второго примера.

Как видим, в третьем примере статистическому подсчету подвергается не разность $(\varepsilon - \varepsilon_0)$, а комплексная величина $(\varepsilon - \varepsilon_0) - (2q+1)\pi\Theta_1 i$. Какой же смысл этой последней величины? Ответ на этот вопрос при известных допущениях нетрудно дать.

Если планковский резонатор излучает в диспергирующей среде, то скорость распространения электромагнитной волны будет равна $c=c_1+c_2i$. Длина волны в диспергирующей среде не меняется. Поэтому из последнего соотношения следует: $\nu=\nu_1+\nu_2i$. Умножая это равенство на постоянную Планка, будем иметь: $\varepsilon=\varepsilon_1+\varepsilon_2i$. Следовательно, при излучении резонатора Планка в диспергирующей среде, его энергию нужно считать комплексной величиной.

Пусть он переходит из состояния с энергией $\varepsilon=\varepsilon_1+\varepsilon_2i$ в состояние с энергией $\varepsilon_0=\varepsilon_{10}+\varepsilon_{20}i$. Тогда изменение энергии при этом переходе будет равно $\varepsilon-\varepsilon_0=\varepsilon_1-\varepsilon_{10}+(\varepsilon_2-\varepsilon_{20})i$. А это означает, что величину $(\varepsilon-\varepsilon_0)-(2q+1)\pi\Theta_1 i$ можно интерпретировать как переход планковского резонатора из одного состояния в другое, сопровождаемый дисперсией.

Сделанные разъяснения относительно второго и третьего примеров, разобранных нами, делают понятным, почему физики встретились только с тремя видами средних значений энергии планковского резонатора.

Резюмируем все сказанное.

Первый пример соответствует стационарному состоянию системы, составленной из планковских резонаторов.

Второй пример соответствует статистическому подсчету средней энергии резонатора Планка, когда он находится в состоянии стационарного перехода из одного состояния в другое без учета явлений дисперсии.

Третий пример соответствует статистическому подсчету средней энергии резонатора Планка, когда он находится в состоянии стационарного перехода из одного состояния в другое, сопровождающегося явлением дисперсии.

Итак, мы охватили с единой точки зрения все случаи статистических распределений, встречающихся в квантовой механике, причем дали им с нашей точки зрения естественное и физически возможное толкование, правда не совсем совпадающее с тем, что принимается большинством.

Когда исследователь вступает в некоторое противоречие с мнением большинства, то у него невольно возникает сомнение в правильности найденной концепции и настороженность к своим логическим умозаключениям. Это должно быть законом для добросовестного исследователя. Но и бояться этих противоречий тоже опасно. По этому поводу нелишне вспомнить рассуждения Декарта в его замечательном мемуаре «Правила для руководства ума». В третьем правиле он пишет:

«Необходимо читать книги древних писателей, ибо нам доставляет огромную выгоду использование трудов столь многих людей как потому, что мы узнаем от них о полезных открытиях, которые были некогда совершены, так и потому, что они напоминают нам, что еще осталось открыть во всех науках. Однако есть большая опасность, как бы слишком старательное чтение этих книг не ввело нас в некоторые заблуждения вопреки нашему желанию и без нашего ведома, ибо все писатели, по неосмотрительному легковерию придерживающиеся спорных мнений, имеют обыкновение пускать в ход самые хитроумные доводы, для того чтобы нас убедить, а всякий раз, когда им посчастливится найти что-нибудь достоверное и очевидное, они стараются изложить это нам не иначе, как с различными двусмысленностями, разумеется, боясь того, что простота их приемов умалит достоинства их открытия, либо не желая говорить об открытой истине.

Но если даже они будут прямыми и откровенными, никогда не будут навязывать нам ничего сомнительного под видом истинного и чистосердечно изложат все, что они узнали, то, поскольку вряд ли было что-нибудь высказано одним автором, не вызвав противоположного заявления со стороны кого-либо другого, мы всегда будем в нерешимости, кому из них следует отдать предпочтение. Совершенно бесполезно в этом случае подсчитывать голоса, чтобы следовать тому мнению, которого придерживается большинство авторов, ибо если дело касается трудного вопроса, то более вероятно, что истина находится на стороне меньшинства, а не большинства...» [1].

Жизненный опыт каждого исследователя заставляет согласиться с рассуждениями Декарта, но он в то же время и предостерегает исследователя от излишних увлечений, которые неизбежны во всякой творческой работе. Как же быть, когда сомнения, вызванные суждениями большинства, вступают в противоречия с творческой убежденностью? Мнение о большинстве такого авторитета, каким является Декарт, может поддержать психологию творчества, но не освободить ее от сомнений, которые возникают после того, как творческий акт остыл. Они, эти сомнения, тем сильнее, чем добросовестнее и честнее исследователь. Сомнения имеют законную силу еще и потому, что они являются источником дальнейшего развития творческой деятельности исследователя. Выход из такой ситуации может быть только один. Надо приучить большинство к терпимости, а исследователей, лишенных сомнений, убедить в том, что истина не может быть только в их руках. Все требует изучения. Мы изучаем явления природы, но мы обязаны изучать и то, каким образом они познаются нами. В этом отношении особенно бережно мы должны относиться к тем исследователям, которым удается высказать новую мысль, хотя, быть может, и не вполне логически совершенную.

Действия нашего интеллекта, по правильной мысли Декарта, сводятся к интуиции и дедукции. Под интуицией следует понимать «не веру в шаткое свидетельство чувств и не обманчивое суждение беспорядочного воображения, но понятие ясного и внимательного ума» [2]. Ясный и внимательный ум, который приобретается человеком на основании жизненного опыта, способен подмечать такие стороны в вещах, которые могут ускользнуть от внимания других, не имеющих такого опыта. Всякий может интуитивно постичь умом, что «он существует, что он мыслит, что треугольник ограничивается только тремя линиями, что шар имеет только одну поверхность и подобные этим истины более многочисленные» [3], но не всякий хочет и может замечать подобные истины. Развитие в себе ясного и наблюдательного ума требует от человека упражнений, требует усилия воли направлять этот ум на такие простые вещи, которые для многих здравомыслящих людей могут казаться очевидными.

Нет людей с одинаковым жизненным опытом, а потому нет людей с одинаковой интуицией. Каждый по-своему пользуется ею, поэтому он может не заметить того, что замечает другой. Вот почему надо решительным образом бороться с верованиями в науке и с превращением этих верований в действие.

«Науки, которые сложились и развились постепенно из мнений разных лиц, отнюдь не столь близки к истине, как простые суждения, естественно складывающиеся у человека с здравым смыслом относительно того, с чем он сталкивается» [4].

---

[1] Р. Декарт. Избр. произв. М., Госполитиздат, 1950, стр. 84.
[2] Там же, стр. 86.
[3] Там же.
[4] Там же, стр. 268.

И этот довод мы привлекаем к тому, чтобы еще раз подчеркнуть, насколько необходима в науке терпимость. Не надо забывать того, что мой разум не единственный, способный к пониманию научной истины; что понимаю я, то может понять всякий другой здоровый разум.

Вера в непогрешимость своего мнения и эмоциональная настроенность против мнения других могут приносить непоправимый вред науке и обществу.

2. О корреляционных функциях распределения и распределении Максвелла

Формулу (52) предыдущего параграфа можно переписать так:

$$\psi = fe^{-\frac{(T+V)}{mc^2}} = fe^{-\frac{(T+V)}{\Theta}}. \tag{59}$$

Здесь через T и V соответственно обозначены кинетическая и потенциальная энергии.

Помножим правую и левую части этого соотношения на элемент фазового объема и проинтегрируем в пределах от $-\infty$ до $+\infty$. В результате получим:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \psi\, dp \cdot dq = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} fe^{-\frac{T+V}{\Theta}}\, dp\, dq.$$

Разобьем элемент фазового объема на две части; часть, зависящую от импульсов, будем обозначать через $d\Omega$; часть, зависящую от координат, будем обозначать через dv.

Тогда последнее равенство можно переписать так:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \psi\, dp\, dq = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{T}{\Theta}}\, d\Omega \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f \cdot e^{-\frac{V}{\Theta}}\, dv.$$

Такая запись возможна потому, что потенциальная энергия и функция f зависят только от координат.

Пусть левый интеграл равенства постоянен; пусть имеет постоянное значение и интеграл

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} fe^{-\frac{V}{\Theta}} \cdot dv = \text{const}.$$

Кинетическую энергию запишем в виде квадратичной формы следующего вида:

$$T = \sum A_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j.$$

Тогда будем иметь:

$$B = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\Sigma A_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j}{\Theta}} \cdot D\, d\Omega,$$

или

$$1 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{D}{B} e^{-\frac{\Sigma A_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j}{\Theta}}\, d\Omega = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} Ce^{-\Sigma a_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j} d\Omega. \tag{60}$$

Здесь введено обозначение:

$$a_{ij} = \frac{A_{ij}}{\Theta}.$$

Из полученного равенства видно, что можно говорить о функции распределения вида:

$$Z = Ce^{-\Sigma a_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j}. \qquad (60a)$$

В этом частном случае мы можем встретиться с двумя типами массовых явлений. Одни явления будут характеризоваться условием: $\bar{\dot{q}} = \text{const}$, т. е. для них средние значения статистических признаков существенно постоянны или нули. Другие массовые явления будут характеризоваться условием: $\bar{\dot{q}}_i = \varphi(\dot{q}_j)$, т. е. для них среднее значение любого из статистических признаков будет зависеть от всех остальных. Функции φ носят название *криволинейных регрессий.* Среди этого типа массовых явлений наиболее распространены массовые явления, для которых линии регрессии являются прямыми, т. е.

$$\bar{\dot{q}} = \sum \beta_i \dot{q}_j.$$

Рассмотрим более детально статистические системы с двумя и тремя статистическими признаками. Как нетрудно было понять, статистическими признаками мы называли компоненты обобщенной скорости материальной частицы. Подобной терминологией широко пользуются в математической статистике.

Итак, пусть дано распределение вида:

$$Z = Ce^{-(a_{11}\dot{x}^2 + 2a_{12}\dot{x}\dot{y} + a_{22}\dot{y}^2)}. \qquad (61)$$

Пусть для этого распределения имеют место прямолинейные регрессии, т. е. соотношения $\bar{\dot{y}} = \beta_1\dot{x}$, $\bar{\dot{x}} = \beta_2\dot{y}$. Спрашивается, какой окончательный вид в этом случае примет функция распределения? Напишем следующие два очевидных интегральных соотношения:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \dot{y} Z\, d\dot{y} = \beta_1 \dot{x}; \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{x} Z\, d\dot{x} = \beta_2 \dot{y}.$$

Легко убедиться в том, что этим двум равенствам будут удовлетворять соответственно следующие два выражения:

$$Z = Ae^{[-\alpha_1(\dot{y} - \beta_1\dot{x})^2 - \varphi_1(\dot{x})]},$$

$$Z = Be^{[-\alpha_2(\dot{x} - \beta_2\dot{y})^2 - \varphi_2(\dot{y})]}.$$

Здесь через $\varphi_1(\dot{x})$ и $\varphi_2(\dot{y})$ обозначены пока совершенно произвольные функции.

В квадратичной форме, выбранной нами, статистические признаки переставимы, а поэтому обе последние функции должны быть тождественны. А это означает, что должны быть соблюдены равенства:

$$A = B,$$

$$\alpha_1(\dot{y} - \beta_1\dot{x})^2 + \varphi_1(\dot{x}) = \alpha_2(\dot{x} - \beta_2\dot{y})^2 + \varphi(\dot{y}).$$

Или в раскрытом виде:

$$\alpha_1\dot{y}^2+\alpha_1\beta_1^2\dot{x}^2-2\alpha_1\beta\dot{y}\dot{x}+\varphi_1(\dot{x})=\alpha_2\dot{x}^2+\alpha_2\beta_2^2\dot{y}^2-2\alpha_2\beta_2\dot{x}\dot{y}+\varphi_2(\dot{y}).$$

Постоянными α_1, α_2, β_1, β_2 мы вправе распоряжаться по своему усмотрению. Поэтому выберем их так, чтобы имело место равенство $\alpha_1\beta_1=\alpha_2\beta_2$.

Учитывая это, вышенаписанное равенство можно преобразовать к виду:

$$(\alpha_1-\alpha_2\beta_2^2)\,\dot{y}^2-(\alpha_2-\alpha_1\beta_1^2)\,\dot{x}^2=\varphi_2(\dot{y})-\varphi_2(\dot{x}).$$

Основываясь на этом последнем равенстве, мы можем произвольные функции $\varphi_1(\dot{x})$ и $\varphi_2(\dot{y})$ выбрать так:

$$\varphi_1(\dot{x})=(\alpha_2-\alpha_1\beta_1^2)\,\dot{x}^2,$$

$$\varphi_2(\dot{y})=(\alpha_1-\alpha_2\beta_2^2)\,\dot{y}^2.$$

Теперь показатель экспоненты функции Z можно представить так:

$$\alpha_1(\dot{y}-\beta_1\dot{x})^2+(\alpha_2-\alpha_1\beta_1^2)\,\dot{x}^2=\alpha_2(\dot{x}-\beta_2\dot{y})^2+(\alpha_1-\alpha_2\beta_2^2)\,\dot{y}^2=$$

$$=\alpha_1\dot{y}^2-2\alpha_1\beta_1\dot{x}\dot{y}+\alpha_2\dot{x}^2.$$

А функцию распределения Z можно записать в следующем виде:

$$Z=Ce^{-(\alpha_1\dot{y}^2-2\alpha_1\beta_1\dot{x}\dot{y}+\alpha_2\dot{x}^2)}. \tag{62}$$

Сравнивая полученную формулу с формулой (61), будем иметь: $a_{11}=\alpha_2$; $a_{22}=\alpha_1$; $a_{12}=-\alpha_1\beta_1$.

Функция распределения Z обладает многими интересными свойствами. Обозначим произведение $\beta_1\beta_2$ через r^2. Кроме того, в соответствии с этим установим такие соотношения:

$$\beta_1=\frac{\sigma_1}{\sigma_2}r;\quad \beta_2=\frac{\sigma_2}{\sigma_1}r;\quad \beta_1\beta_2=r^2.$$

Тогда равенство $\alpha_1\beta_1=\alpha_2\beta_2$ можно представить так:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2}=\frac{\beta_2}{\beta_1}=\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}.$$

Имея в виду все сказанное, формулу (62) приведем к следующему виду:

$$Z=Ce^{-\alpha_1\sigma_1^2\left(\frac{\dot{x}^2}{\sigma_2^2}-\frac{2r\dot{x}\dot{y}}{\sigma_1\sigma_2}+\frac{\dot{y}^2}{\sigma_1^2}\right)}. \tag{62а}$$

Пользуясь равенством $\alpha_1\sigma_1^2=\alpha_2\sigma_2^2$, введем такое обозначение: $\alpha_1\sigma_1^2-\alpha_2\sigma_2^2r^2=\alpha_1\sigma_1^2(1-r^2)=c$.

Теперь функцию (62а) можно переписать так:

$$Z=Ce^{-\frac{c}{(1-r^2)}\left(\frac{\dot{x}^2}{\sigma_2^2}-\frac{2r\dot{x}\dot{y}}{\sigma_1\sigma_2}+\frac{\dot{y}^2}{\sigma_1^2}\right)} \tag{62в}$$

Входящая в эти формулы величина r имеет вполне определенный смысл, который легко вскрыть.

Определим сначала постоянные c и C. Первую из них положим равной $^1/_2$, что вполне допустимо по причине произвольности численных значений величин α_1, σ_1 и r. Далее произведем нормирование функции Z, положив:

$$1 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} Ce^{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left(\frac{\dot{x}^2}{\sigma_2^2} - \frac{2r\dot{x}\dot{y}}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{\dot{y}^2}{\sigma_1^2}\right)} d\dot{y}\, d\dot{x}.$$

После вычислений двукратного интеграла для постоянной C будем иметь следующее выражение:

$$C = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-r^2}}.$$

Если это учесть, то функцию распределения для двух статистических признаков можно представить в таком окончательном виде:

$$Z = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left(\frac{\dot{x}^2}{\sigma_2^2} - \frac{2r\dot{x}\dot{y}}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{\dot{y}^2}{\sigma_1^2}\right)}. \tag{63}$$

Из приведенной формулы сразу же можно заключить, что величина r не может быть больше единицы, если считать функцию распределения Z действительной величиной.

Пусть $r = \pm 1$, тогда функция Z обратится в нуль при всех значениях переменных $\dot{x}$ и $\dot{y}$, кроме тех, которые удовлетворяют уравнению

$$\frac{\dot{x}^2}{\sigma_2^2} \pm \frac{2\dot{x}\dot{y}}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{\dot{y}}{\sigma_1^2} = 0.$$

Отсюда следует:

$$\frac{\dot{x}}{\sigma_2} \mp \frac{\dot{y}}{\sigma_1} = 0, \quad \text{или} \quad \dot{y} = \pm \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\dot{x}.$$

Это означает, что при $r = \pm 1$ переменные $\dot{x}$ и $\dot{y}$ связаны между собой функциональной, и притом линейной, зависимостью.

Доказательство этого положения можно провести и обратным путем. Действительно, пусть имеет место такая функциональная зависимость между $\dot{y}$ и $\dot{x}$: $\dot{y} = f(\dot{x})$. В таком случае выражение (63) должно быть нулем при всех значениях $\dot{x}$ и $\dot{y}$, кроме тех, которые удовлетворяют указанному уравнению. Из формулы (63) видно, что она обратится в нуль только тогда, когда показатель степени будет равен $-\infty$; а это не может случиться ни при каких значениях $\dot{x}$ и $\dot{y}$, если r^2 не равно единице. А в этом случае мы видели, что $\dot{x}$ и $\dot{y}$ связаны между собой линейным уравнением. Отсюда следует, что функция $\dot{y} = f(\dot{x})$ должна быть линейной при $r^2 = 1$.

Все сказанное означает, что при существовании функции распределения (63) необходимым и достаточным условием линейной связи между статистическими признаками $\dot{x}$ и $\dot{y}$ будет равенство $r = 1$ или $r = -1$.

Допустим теперь, что $r = 0$. Тогда функция распределения (63) примет следующий вид:

$$Z = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\dot{x}^2}{\sigma_2^2} + \frac{\dot{y}^2}{\sigma_1^2}\right)}.$$

Из полученной формулы видно, что ее можно разбить на две:

$$Z_1 = \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\dot{x}^2}{2\sigma_2^2}},$$

$$Z_2 = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\dot{y}^2}{2\sigma_1^2}}.$$

А это означает, что каждый из статистических признаков ведет себя независимо от другого. Эти функции распределения совпадают с формулой Лапласа—Гаусса и называются нормальными.

Из приведенных рассуждений видно, что если величина r^2 лежит между нулем и единицей, то статистические признаки $\dot{x}$ и $\dot{y}$ связаны между собой не функциональной, а особого рода зависимостью, из которой мы исходили при установлении функции распределения (63). Эту зависимость естественно назвать корреляционной, а величину r — коэффициентом корреляции.

Коэффициент корреляции допускает еще иное истолкование.

Преобразуем формулу (63) с помощью переменных u_1 и u_2, удовлетворяющих следующим условиям:

$$\frac{\dot{x}^2}{\sigma_2^2} = u_1^2; \quad \frac{\dot{y}^2}{\sigma_1^2} = u_2^2.$$

Будем иметь:

$$Z = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)}(u_1^2 - 2ru_1u_2 + u_2^2)}. \tag{64}$$

Приведем в этом выражении квадратичную форму к каноническому виду. В результате получим:

$$Z = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)}[(1-2r)u_1'^2 + (1+2r)u_2'^2]}. \tag{64a}$$

Постараемся с помощью этой формулы показать, как распределяется плотность точек на плоскости для общего числа их, равного N_0. С этой целью построим сетку так, как показано на рис. 4. Пусть площадь каждого прямоугольника будет равна $\Delta s = \Delta u_1' \cdot \Delta u_2'$. Точки в каждом таком прямоугольнике будем распределять равномерно, а число их вычислять по формуле

$$N = N_0 \int\limits_{u_1'}^{u_1' + \Delta u_1'} \cdot \int\limits_{u_2'}^{u_2' + \Delta u_2'} Z\, du_1'\, du_2'.$$

Если коэффициент корреляции $r=0$, пользуясь формулой (64а), можно показать, что точки распределятся так, как показано на рис. 4. При $N_0 = \infty$ мы получим непрерывное поле вероятностей, которое будет неоднородно и будет обладать сферической симметрией.

Совершенно другим будет поле вероятностей, если коэффициент корреляции будет отличен от нуля. В этом случае распределение точек будет выглядеть так, как показано на рис. 5.

Мы видим, что точки на этом рисунке расположены наиболее плотно около начала координат. По мере удаления от начала координат они встречаются все реже и реже, причем по разным направлениям плотность точек спадает неодинаково. При $N_0=\infty$ мы опять получим неоднородное непрерывное поле вероятностей, но анизотропное.

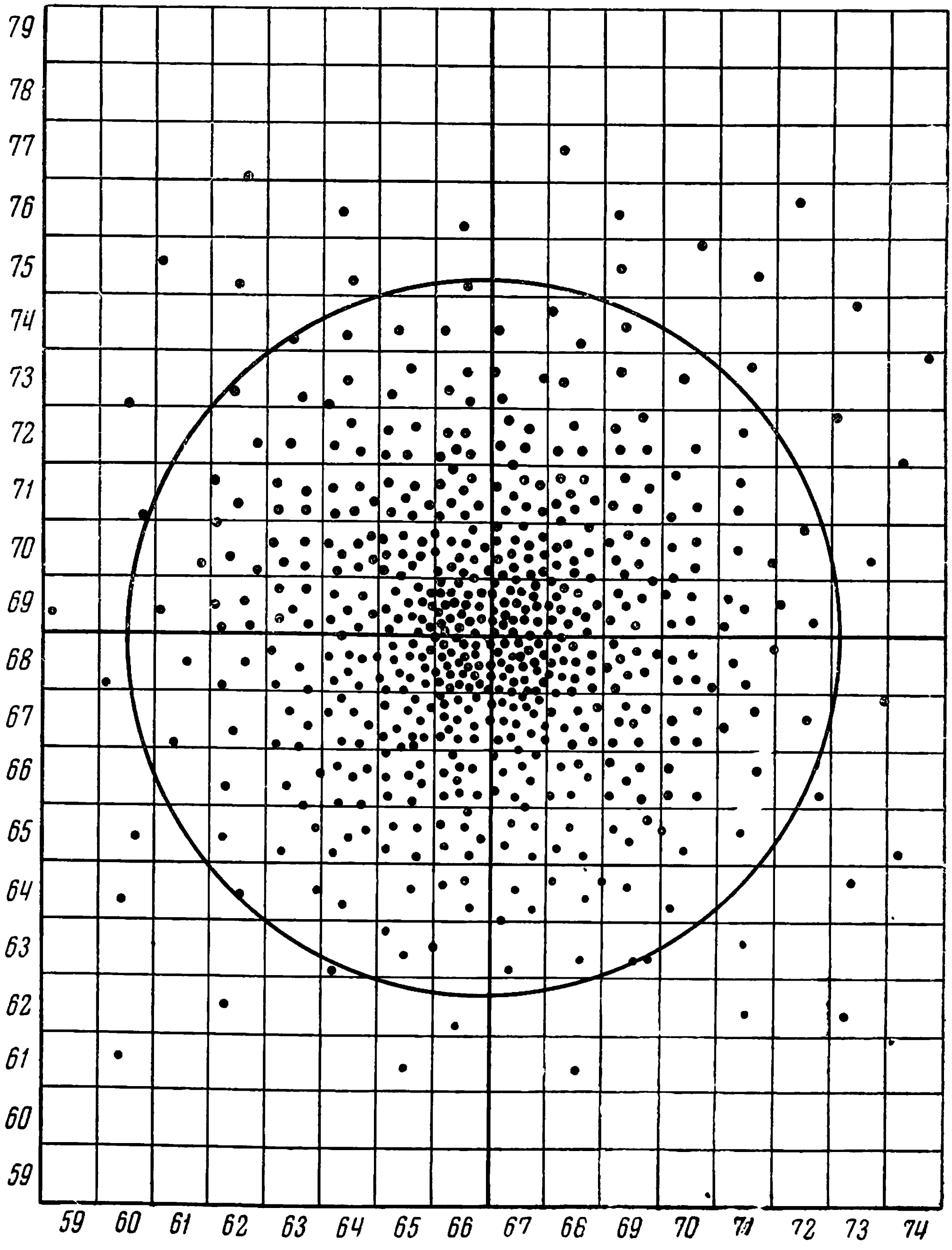


Рис. 4

Следовательно, анизотропное поле вероятностей будет наблюдаться всегда, когда коэффициент корреляции отличен от нуля, и чем он больше, тем больше анизотропия поля вероятностей.

При установлении функции распределения для анизотропных полей вероятностей мы исходим из условий:

$$\dot{x} = \beta_2 \dot{y}; \quad \dot{y} = \beta_1 x,$$

или

$$\dot{\bar{x}} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} r\dot{y}; \quad \dot{\bar{y}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} r\dot{x}.$$

Отсюда следует: $\bar{u}_1 = ru_2$; $\bar{u}_2 = ru_1$.

На рис. 5 эти соотношения представлены прямыми (1—1) и (2—2).

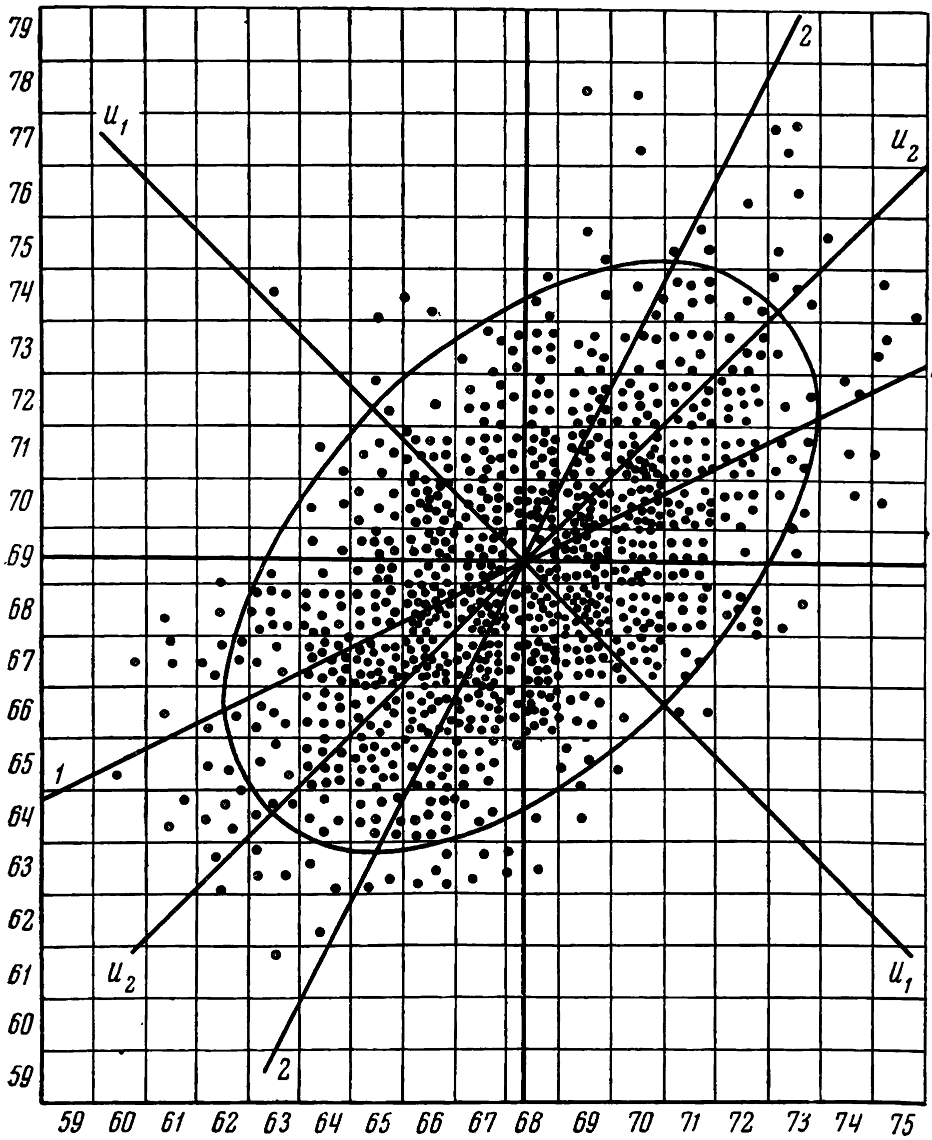


Рис. 5

Очевидно, что точки поля вероятностей будут тем теснее группироваться около прямых регрессии, чем ближе будет приближаться к единице коэффициент корреляции по абсолютному значению. Отсюда понятно, почему эта величина получила название коэффициента корреляции.

Перемножим средние значения переменных $\dot{x}$ и $\dot{y}$. Тогда будем иметь: $\overline{\dot{y}}\,\overline{\dot{x}} = r^2\overline{\dot{x}\dot{y}}$. Отсюда следует:

$$r = \sqrt{\frac{\overline{\dot{x}}\,\overline{\dot{y}}}{\overline{\dot{x}\dot{y}}}}\,.$$

Это соотношение можно принять за определение коэффициента корреляции.

Приведенные выше рассуждения нетрудно распространить на какое угодно число статистических признаков. Однако мы ограничимся обобщением функции распределения на три статистических признака $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$, $\dot{x}_3$. Для этого случая мы будем иметь три коэффициента корреляции, именно:

$$\frac{\overline{\dot{x}_1}\,\overline{\dot{x}_2}}{\overline{\dot{x}_1\dot{x}_2}} = r_{12}^2;\quad \frac{\overline{\dot{x}_1}\,\overline{\dot{x}_3}}{\overline{\dot{x}_1\dot{x}_3}} = r_{13}^2;\quad \frac{\overline{\dot{x}_2}\,\overline{\dot{x}_3}}{\overline{\dot{x}_2\dot{x}_3}} = r_{23}^2.$$

Составим следующий определитель:

$$R = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{12} & 1 & r_{23} \\ r_{13} & r_{23} & 1 \end{vmatrix}.$$

Миноры этого определителя, соответствующие i-й строке и j-му столбцу, будем обозначать через R_{ij}.

Если все это учесть, то методом, изложенным выше, можно доказать, что функция распределения поля вероятностей с тремя статистическими признаками должна иметь следующий вид:

$$Z = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}\sigma_1\sigma_2\sigma_3\sqrt{R}}\, e^{-\frac{1}{2R}\sum\frac{R_{ij}\dot{x}_i\dot{x}_j}{\sigma_i\sigma_j}}. \tag{65}$$

Полученную формулу мы успешно использовали при решении задачи, касающейся разыскания уравнения состояния конденсированных газов.

3. Еще раз о математике и о математических методах в физике

На протяжении значительной части настоящей статьи математические приемы использовались нами для того, чтобы, следуя примеру многих, сделать ту или иную физическую гипотезу более убедительной по ее содержанию и следствиям, потому что математика является таким орудием нашего познания, которое делает ее заключения общеобязательными.

Если поставить вопрос, чем и как занимается физик и что является объектом исследования математика, то на этот вопрос можно ответить почти однозначно.

Объектом исследования физика являются гипотезы; объектом исследования математика являются математические теоремы и предложения, основанные на замкнутой системе небольшого количества аксиом, определений и постулатов.

Аксиомы не являются результатом каких-нибудь наблюдений, имеющих всегда определенные границы точности и существующих только при определенных условиях. Аксиомы представляют собой высказывания, обладающие абсолютной точностью и всеобщностью.

Далее на чисто логических основаниях строятся утверждения такого типа: если такое-то предложение верно относительно чего бы то ни было, то такое-то другое предложение тоже верно по отношению к этому. За пределы аксиом, исходных определений и постулатов эти утверждения не выходят. Если математику отождествить с логистикой, то Бертран Рассел прав, когда говорит, что математика была открыта Булем в его «Законах мысли»[1]. Буль с необычайной ясностью вскрыл особенности логического метода в математике. Математика общеобязательна для всякого здорового ума, для которого аксиомы являются бесспорными истинами.

Однако такой взгляд на математику принижает возможности ее развития и приложения к другим наукам. Логически мыслить может всякий мыслящий человек и, казалось бы, всякий человек, по Расселу, может в своей области создавать необходимое для себя исчисление. Поэтому необходимость в специальных математических дисциплинах с этой точки зрения должна отпасть.

К великому сожалению, в истории человеческой культуры не только подобные, но и совсем отрицательные взгляды на математику высказывались некоторыми выдающимися людьми, например философом Шопенгауэром, который позволил себе так высказаться об арифметике и вообще о математике: «...что арифметические операции составляют низший из всех видов духовной деятельности, доказывает тот факт, что они — единственные, которые могут быть выполнены и машиной; счетные машины этого рода в большом употреблении в настоящее время в Англии. Но ведь всякий analysis finitorum et infinitorum в конце концов сходится к счислению. Отсюда можно судить о «математическом глубокомыслии», над которым смеялся еще Лихтенберг, когда писал: «С математикой дело обстоит почти так, как и с теологией. Подобно тому как представители второй, в особенности когда они занимают известные должности, претендуют на особую святость и большую близость к богу, несмотря на то, что многие из них — истинные ничтожества, так и так называемый математик слишком часто претендует на значение глубокого мыслителя, несмотря на то, что среди них немало величайших тупиц, совершенно не способных ни на какую работу, требующую размышления, если она не может быть сделана непосредственно одним легким соединением знаков, что является скорее делом рутины, чем мышления»[2].

Сводить математику к чисто логическим умозаключениям, согласованным с системой аксиом, определений и постулатов, — этот взгляд на математику, повторяем, чрезмерно узок. Вот почему против него с яростью восставал Пуанкаре. В математике, как и во всякой науке, есть элементы, которые позволяют безгранично развиваться ей самой по себе и в ее приложениях к другим наукам.

В математике действуют два принципа. Один из них можно назвать логическим принципом, позволяющим развернуть целую систему положений и теорем из немногих аксиом, определений и постулатов.

---

[1] См. Б. Рассел. Новейшие работы о началах математики. В сб.: «Новые идеи в математике» Математика, сб. 1. Метод, проблемы и значение ее СПб, «Образование», 1913, стр. 82.

[2] Цит. по статье Альфреда Прингсгейма «Ценность и мнимая не-ценность математики» В сб · «Новые идеи в математике», 1. СПб., «Образование», 1913, стр. 112.

Другой принцип, который некоторые авторы, как например Нельсон[1], называют конститутивным принципом, позволяет строить математическое исчисление или на основании непосредственно из опыта добытых положений, или на основании установления особых, иногда условных, истин. Например, исключение из системы аксиом и постулатов геометрии Эвклида пятого постулата позволило на основании нового принципа построить новую неэвклидову систему геометрии. Далее, отказ от аксиомы Архимеда, действующей во всей полноте в геометрии Эвклида, позволил создать Веронезе новую неархимедову геометрию, мало, впрочем, известную. Отказ, казалось бы, от очевидной и бесспорной истины, что часть никогда не может быть равна целому, позволил создать Георгу Кантору теорию трансфинитных чисел. Конститутивный принцип делает математику далеко не легкой дисциплиной и требует вопреки утверждениям Шопенгауэра большой силы мысли.

Математику отличает от всех других наук еще одна удивительная особенность: благодаря своей аподиктичности математика запрещает искать источник познания в опыте; но, с другой стороны, этот источник познания и не заключается в самой логике. Создание неэвклидовых систем геометрии является ярким свидетельством этого. Спрашивается: где же источник математического познания? Что заставляет в математическом творчестве призвать к действию и логический и конститутивный принципы? На этот предмет среди философов существуют разные точки зрения. В этом отношении наиболее интересны взгляды Ф. Клейна и Л. Больцмана, утверждавших, что по мере развития человеческой культуры и накопления опыта существующие в нашем сознании интуитивные и неинтуитивные представления могут переходить в очевидности типа аксиом. Например, на определенном этапе развития человека представление о пространстве как континууме трех измерений можно отнести в разряд аксиом теории о пространстве и времени. Другое же представление — в разряд интуитивных и неинтуитивных понятий. И неудивительно, если придет время, когда человеческий опыт разрешит отказаться от обязательного для нас свойства трехмерности пространства. Мы уже говорили, что Плюккер считал это свойство нашего пространства второстепенным и условным.

Интуитивные и неинтуитивные представления, развивающиеся в нашем сознании в связи со способностью нашего разума создавать абстракции, есть неисчерпаемый источник математического познания. Эту сторону деятельности нашего разума нельзя заменить никакой машиной, и аргументация Шопенгауэра о примитивности математического мышления оказывается неосновательной.

Иногда математический формализм в руках некоторых ученых способен вызвать отвращение, как это было у Лихтенберга, но это не относится к математике как науке. Обычно это случается в момент гиперболизации или переоценки некоторых математических школ, которые часто злоупотребляют создавшимися для них благоприятными условиями. Так, например, было в конце XVIII — начале XIX в., когда комбинаторная школа стала играть главенствующую роль на всех почти кафедрах германских университетов. Против этих математиков, по свидетельству Альфреда Принсгейма[2], выступал Лихтенберг, сам обладавший незаурядными математическими способностями.

---

[1] См. Л. Нельсон. Замечания о неевклидовой геометрии и о происхождении математической достоверности. «Новые идеи в математике», сб. 8. Математика и философия. I. СПб., «Образование», 1914, стр 46.

[2] См. А. Принсгейм. Ценность и мнимая не-ценность математики. «Новые идеи в математике», сб. 1. СПб., «Образование», 1913.

Сила математического метода заключается в том, что он как бы из себя порождает нужную аксиоматику и, основываясь на ней, создает систему общеобязательных истин. В этом заключается необычайная гибкость математического метода в его приложениях. Вот почему такие всесторонние исследователи, как Ньютон, Лагранж, д'Аламбер, Эйлер, Ампер, Монж, Фурье и многие другие прослыли и как выдающиеся математики, и как выдающиеся физики.

Заслуги Джорджа Буля чрезвычайно велики, но нельзя согласиться с Бертраном Расселом, что Буль открыл математику и что математика стала жить только после появления работ математиков-логистов, в частности самого Бертрана Рассела.

Богатейшие идеи Феликса Клейна в области геометрии, гениальная система математических истин, найденных Максвеллом в области электромагнитного поля, система Лагранжа в механике — разве это не математика, не торжество ее методов?

Конечно, нельзя отрицать, что возможны математические открытия и в рамках действия логического принципа. Но нельзя также забывать, что наиболее выдающиеся открытия в математике были сделаны при действии конститутивного принципа. Открытие неэвклидовых геометрий, анализа бесконечно малых величин, теории комплексного переменного — все эти открытия составили целую эпоху в истории развития математики и все это явилось результатом введения в математику или новых величин, или новых представлений. Логические операции — это еще не вся математика. Логические операции плюс нечто новое или в принятых аксиомах, или в комплексе величин, с которыми математика имеет дело, составляют основу для ее развития.

Современная математика разрослась до таких масштабов, что на первый взгляд кажется, будто бы она на время должна остановиться в своем развитии и постараться только исчерпать себя в приложениях к другим наукам. Такое заключение, с одной стороны, правильно, но, с другой стороны, есть опасность выродиться в дисциплину чисто прикладного значения.

Математики должны помнить, что всякое новое введение в аксиоматику той или иной математической дисциплины, новой величины или нового геометрического образа — все это благотворно влияет на развитие самой математики и других дисциплин. Следует вспомнить, как далеко шагнула вперед физика после работ Гаусса, Лобачевского, Римана и Больяи в области геометрии и после работ Гаусса, Коши и Римана в области учения о мнимых величинах. Не только математический счет важен в приложениях математики к другим наукам, но революционизирующую роль играет и введение новых понятий, аксиом и математических величин. И, быть может, это последнее существеннее математического счета.

Среди математических дисциплин теория вероятностей занимает особое положение. Это особое положение Б. Рассел охарактеризовал в следующих словах:

«Попытки создать логику вероятности были многочисленны, но против большинства из них выдвигались роковые для них возражения. Одной из причин ошибочности этих теорий было то, что они не различали — или, скорее, намеренно смешивали — в корне различные понятия, которые в обычном словоупотреблении имеют одинаковое право называться словом «вероятность»...

Первым весьма значительным фактом, который мы должны взять в расчет, является существование математической теории вероятности. Среди математиков, занимающихся этой теорией, существует весьма полное согласие в отношении всего того, что может быть выражено в математических символах, но вместе с тем полностью отсутствует согласие в отношении интерпретации математических формул. При таких обстоятельствах самым простым путем является перечисление аксиом, из которых эта теория может быть выведена, и принятие решения, что любое понятие, которое удовлетворяет требованиям этих аксиом, имеет с математической точки зрения одинаковое право называться словом «вероятность». Если имеется много таких понятий и если решаем сделать выбор среди них, то мотивы нашего выбора должны лежать вне математики»[1].

Теория вероятностей как ветвь математики за последние несколько десятилетий получила за рубежом прекрасное выражение в трудах Мизеса, Рейхенбаха и Кейнса. У нас она имеет прекрасных представителей в лице Чебышева, Маркова, Хинчина, Колмогорова и др.

Мы привели имена этих отечественных и зарубежных ученых именно потому, что их взгляды оказали наиболее существенное влияние на наше понимание логики этой дисциплины. Немало содействовала этому пониманию также книга Лапласа «Философия теории вероятностей».

Воззрения всех названных ученых на происхождение понятия «вероятность» далеко не одинаковы. Например, если Мизес и Рейхенбах придерживаются одного взгляда, то взгляды Кейнса являются почти антитезой первым.

Вероятность, по Мизесу и Рейхенбаху, определяется следующим образом. Пусть даны две последовательности. Возьмем два отрезка из этих последовательностей, состоящих из первых n членов каждой последовательности. Перенумеруем члены отрезка первой последовательности так: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$. Члены отрезка второй последовательности перенумеруем так: $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n$. Пусть в первом отрезке мы встречаем a раз члены, принадлежащие к классу O. Пусть во втором отрезке мы встречаем b раз члены, принадлежащие к классу P. Тогда, очевидно, «относительная частота» появления членов класса P к членам класса O будет равна

$$H_a^b(O, P) = \frac{b}{a}.$$

Если все члены отрезка первой последовательности будут принадлежать к классу O, то относительную частоту появления членов класса P можно записать так:

$$H_n(O, P) = \frac{b}{n}.$$

Теперь можно определить «вероятность» появления членов класса P, по Мизесу и Рейхенбаху, следующим образом:

$$W(O, P) = \lim_{n=\infty} H_n(O, P).$$

Однако такое определение возможно только в том случае, когда этот предел существует. Математик может безотносительно к чему-либо не думать о правомерности существования такого предела. Он может успокоиться на самом определении вероятности, постулировать

[1] Б. Рассел. Человеческое познание, его сфера и границы. М., ИЛ, 1957, стр. 374.

это определение и, приложив к этому определению ряд аксиом, построить теорию. Но физику совсем не безразлично, существует или не существует указанный предел. Его в первую очередь интересует, имеются ли в природе явления, которые можно было бы подвести под это определение. Именно это обстоятельство заставило Смолуховского анализировать свойства случайных явлений. Работу Смолуховского мы уже цитировали в связи с законом причинности. По его мнению, существует класс причинных случайных явлений; а это означает, что существует предельная относительная частота — вероятность. Если классы O и P не связаны между собой законом причинности, то вообще рассуждения о вероятности потеряют всякий смысл. Поэтому не случайно и появление работы Кейнса. Этот исследователь, по существу, вел борьбу за этот принцип.

Для того чтобы строить вероятностное исчисление, мы обязаны сравнивать численные значения вероятности. Когда строилась такая наука, как теория чисел, для нее дан был объект математического исследования — натуральный ряд чисел. Чтобы построить вероятностное исчисление, тоже необходимо задать множество из чисел, лежащих между нулем, изображающим невозможность, и единицей, изображающей достоверность. Если обратиться к геометрическому изображению, то это множество можно объединить прямой или какой-либо другой линией. Само собой разумеется, вероятностное исчисление должно заниматься сравнением точек на одной какой-либо линии, но отнюдь не точек, лежащих на разных линиях. Но, спрашивается, как выбрать какую-либо линию? Об этом заботится закон причинности. В вероятностном исчислении он в какой-то форме должен фигурировать, так как без него нет объекта для построения науки. С этой целью Кейнс вводит в обращение так называемый «принцип индифферентности», который гласит, что если нет известного основания в пользу какой-либо из нескольких возможностей, то все эти возможности равновероятны.

Однако такая грубая формулировка принципа индифферентности таит в себе противоречие. В самом деле, допустим, что мы ничего не знаем о цвете глаз какого-нибудь животного. Тогда шансы, что глаза его голубые или не голубые, будут одинаковы, т. е. равны $^1/_2$. Точно так же шанс, что глаза его черные, будет тоже равен $^1/_2$. Следовательно, шанс, что глаза животного или голубые или черные, равен единице. Отсюда само собой напрашивается заключение, что глаза животного рассматриваемого класса будут либо голубые, либо черные. А это заведомо ложно. Таким образом, формулировка принципа индифферентности должна быть изменена, и притом так, чтобы в ней, в формулировке, было указано, какими знаниями о предмете мы должны обладать для правильного заключения о равновероятных событиях.

В конце концов Кейнс формулирует свой принцип индифферентности в следующей форме: вероятности событий a и b в отношении к данному свидетельству одинаковы, если нет относящегося к событию a свидетельства без соответствующего свидетельства, относящегося к событию b; другими словами, вероятности событий a и b в отношении свидетельства равны, если это свидетельство симметрично по отношению к событиям a и b.

Однако и такая формулировка неполна, так как возникает трудность: как исключить альтернативы, не относящиеся к делу? Поэтому Кейнс добавляет, что должны исключаться те случаи, в которых одна из относящихся к делу альтернатив сама является дизъюнкцией подчиненных альтернатив той же самой формы. В этом случае Кейнс называет альтернативы неделимыми по отношению к свидетельству.

Таким образом, окончательно принцип индифферентности кратко можно формулировать так: при данном свидетельстве события a и b равновероятны, если свидетельство симметрично по отношению к a и b и если альтернативы по отношению к свидетельству неделимы.

Работа Кейнса показывает, насколько трудно вскрыть те элементы, которые делают случайные события обусловленными. По существу, Кейнс попытался найти логическое выражение принципа причинности, действующего в случайных явлениях.

Математическая теория вероятностей в сущности является наукой о предвидении. Вот почему так важно найти в том или ином виде подходящую формулировку закона причинности для явлений, в которых событие может быть или не быть, повториться или не повториться. Предвидение невозможно для не обусловленных друг другом событий.

Однако могут иметь место такие явления, для которых все значения множества вероятностей от 0 до 1 связаны между собой функционально через систему переменных параметров, которыми мы можем свободно распоряжаться. В этом классе явлений уже не может идти речь о предвидении, а идет речь об оценке состояния. Здесь закон причинности органически входит в метод оценки вероятности состояния. Для такой группы явлений логические построения Мизеса, Рейхенбаха и Кейнса являются излишними. Здесь удобно пользоваться методом Максвелла, т. е. методом представляющих точек или, по нашей терминологии, методом неоднородных физических пространств. На этом пути тоже встречаются трудности, но уже не логического порядка.

Для массовых явлений, в которых признаком, характеризующим случайность, является скорость, как мы показали, можно воспользоваться понятием мероопределения физического пространства, связав его с основными физическими принципами, регулирующими движение.

Физики часто встречаются с явлениями, когда случайности характеризуются не только скоростями, но и расположением в пространстве. Но и тут, нам кажется, нет нужды пользоваться всеми тонкостями логического анализа, которые накопили математики — специалисты по теории вероятностей. Эта задача включается в мероопределение физического пространства путем использования общей квадратичной формы, в которой постоянные коэффициенты при переменных оценивают случайности расположения. В конечном счете это сводится к корреляциям между скоростями, как показано нами в § 2 настоящей главы.

Область применения математической теории вероятностей достаточно широка, и это оправдывает различные поиски ее логического обоснования.

Однако случайные явления, с которыми имеет дело физик, другого рода. Здесь вопросы обоснования упираются не только в логику, но и в систему аксиом и постулатов, лежащих вне способов нашего познания. Их выдумать невозможно, так как они связаны с объективными принципами, управляющими случайными явлениями. А эти общие принципы надо найти — разумеется, путем обобщения опыта. Например, таким принципом в обосновании кинетической теории материи являлся постулат Максвелла—Больцмана, согласно которому «система, предоставленная самой себе в данном состоянии движения, рано или поздно должна пройти через каждую фазу, совместимую с уравнением энергии»[1]. Только этот постулат позволяет легко ввести понятие вероятности и найти функцию статистического распределения.

Но этот постулат вызвал много споров и попыток точнее его пере-

[1] C. M a x w e l l. «The Cambridge Philos. Soc. Trans.», vol. XII.

формулировать или совсем изъять из обихода, заменив, например, принципом идеального перемешивания (Гиббс, Н. С. Крылов[1]).

Однако логическое обоснование при описании массовых явлений по типу математическому станет только тогда возможным, когда будет найдена объединяющая идея для всех физических массовых явлений. Возможно ли это принципиально или нет — покажет дальнейшее развитие науки. Но поиски должны проводиться и теперь, и в этом мы видим частичное оправдание наших усилий. Благодаря этим поискам могут открыться такие стороны явлений, которые в противном случае могут остаться незамеченными.

---

[1] См. Н. С. Крылов. Работы по обоснованию статистической физики. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1950.

А. Д. ПОВЗНЕР

К ИСТОРИИ ОРГАНИЗАЦИИ МЕЖДУНАРОДНОГО ГЕОФИЗИЧЕСКОГО ГОДА

Введение

К середине нашего века во многих отраслях общественного производства и в ряде областей науки стала особенно остро ощущаться потребность в полных и достоверных сведениях о физических условиях естественной среды, в которой протекает деятельность человека.

Это объясняется целым рядом причин. Среди них следует выделить быстрое и существенное увеличение за последние десятилетия масштабов производственной деятельности людей, появление у общества огромных запасов энергии, в том числе ядерной, и широких перспектив ее применения, использование скоростной авиации дальнего действия, ракет, средств дальней радиосвязи и телеуправления, расширение и изменение структуры сырьевых потребностей, возникшие и уже осуществляемые планы преобразования природы крупных районов земного шара.

В области науки, в частности физики, к этим причинам нужно прежде всего отнести повышение интереса к физике плазмы, к законам ее термодинамики, к свойствам и связям элементарных частиц, к далеко идущим выводам из теории относительности Эйнштейна, к современным проблемам гидродинамики (связанным, например, с полетом космических кораблей и искусственных спутников Земли), к вопросу поведения вещества в условиях сверхвысоких или сверхнизких давлений и температур. При изучении этих проблем, естественно, потребовались точные данные о физических полях Земли и их вариациях, о форме Земли, о процессах в ее недрах, в гидросфере, атмосфере, ионосфере, и, наконец, создание общей физической теории Земли.

В наше время окончательно оформилось представление о Земле как о едином объекте изучения, как о единой сложной системе, исследование которой должно осуществляться комплексно с учетом всех действующих на планете физических сил, а также космических факторов. Такое представление о Земле явилось результатом длительного процесса познания, началом которого, вероятно, можно считать тот момент, когда была впервые осознана шарообразная форма Земли Взгляд на Землю как на единый объект изучения соответствует и новому отношению общества к освоению природных ресурсов, к использованию в своих интересах процессов и явлений, развивающихся в масштабах планеты или ее крупных областей. Стало очевидным, что ни надежные прогнозы, нужные авиации, флоту, сельскому хозяйству, строительству, ни опыты крупномасштабного воздействия на те или иные процессы, на осадки и т. п. невозможны, если при этом не будет принят во внимание весь комплекс сил, управляющих соответствующими процессами на всей планете. Несомненно, что у нас решающее значение для установления такого взгляда на планету Земля имели наряду с общим увеличением размаха и технических возможностей современного производства конкретные планы преобразования природы в нашей стране, созидательный характер мощного социалистического производства и его ориентация на высокое развитие цивилизации.

Предъявленные к геофизике новые требования привели к созданию в этой науке более эффективных методов и средств наблюдений и исследований.

В метеорологии усовершенствовался синоптический метод, использовавший возможности электронных счетных машин, появились такие эффективные методы, как, например, глубинное сейсмическое зондирование, широкое использование радиолокаторов, ракет и спутников в метеорологии, определение шкал времени геофизических процессов при помощи радиоактивных изотопов и многие другие.

Возникли новые организационные формы, во многом соответствующие основным чертам организации современной науки, но имевшие в геофизике ряд специфических особенностей.

Так, в современной геофизической науке, как известно, стали преобладать крупные эксперименты, проводимые коллективно на мощной экспериментальной базе индустриального типа. Стали создаваться комплексные институты с подчиненными им (в административном или методическом отношении) централизованными сетями пунктов наблюдений. Появились центры сбора и обработки массовых данных, оснащенные специальной аппаратурой, большие полигоны, суда-лаборатории; программы разнообразных наблюдений стали четко координироваться и подчиняться единым задачам. В университетах и им подобных учебных заведениях подготовка кадров ученых пошла параллельно с широкой разработкой современных научных проблем.

Для современной науки свойственно также все возрастающее влияние государств на организацию научных исследований с целью наиболее полного использования их результатов в интересах господствующих классов.

Покровительство со стороны государств наукам, создание «королевских академий наук» и научных обществ, а также и другие формы влияния государства на науку и ученых существовали и раньше. В последнее время, однако, по мере увеличения роли науки в жизни общества, развития производства и военного дела, государственное влияние становится более активным и непосредственным. В СССР, где государственный характер науки с самого начала находился в соответствии со структурой и организацией социалистического общества и где эксплуататорские классы уничтожены, государство обеспечило использование достижений науки в интересах всего социалистического общества и поставило на службу науке широкие возможности планового хозяйства, значительные средства, возможности подготовки специальных кадров и пр. Это в полной мере относится и к организации в СССР геофизических исследований. В капиталистических странах рост влияния государств отражается в создании геофизических ведомств, государственных сетей станций и экспедиций, обеспечиваемых нередко силами армии и военно-морского флота, в заключении контрактов, обязывающих геофизические учреждения выполнять правительственные задания преимущественно военного характера.

Очень большое значение для геофизики приобрели те черты организации современной науки, которые связаны с международным сотрудничеством, т. е. разделение труда между научными коллективами разных стран при решении крупных научных проблем, планирование международных научных исследований, регулярный и организованный обмен научной информацией. В организации геофизических наблюдений и исследований эти факторы приобрели значительно бо́льшую роль, чем в других отраслях науки. Огромная протяженность и изменчивость во времени объектов изучения, необходимость одновременных и одинаковых по методу наблюдений в тысячах пунктов, расположенных на всей поверхности земного шара и дающих сопоставимые данные, поставили успех современных геофизических исследований в прямую зависимость от организации международного сотрудничества.

В этом смысле проблема прогресса познания физических условий естественной среды, где действует человек, смыкается как с организационными аспектами современной науки, так и с проблемой мирного сосуществования государств с различным общественным строем.

Имманентные закономерности развития современной науки, определяющие необходимость сотрудничества, наиболее четко видны в геофизике. Поэтому не случайно, что именно Международный геофизический год (МГГ), потребовавший тесного сотрудничества ученых на протяжении почти десяти лет и позволивший впервые организовать одновременные планетарные геофизические наблюдения, явился важнейшим этапом развития наук о Земле, способствовал укреплению взаимопонимания между представителями десятков стран, привлек внимание и симпатии широкой общественности. Знаменательно также, что в МГГ отразились наиболее прогрессивные тенденции организации науки и было обеспечено активное, а нередко и руководящее участие советских ученых, внесших большой вклад в проведение этого крупнейшего научного мероприятия нашего времени.

1. Организация международного научного сотрудничества перед МГГ; первые шаги к подготовке МГГ

Тенденция к созданию постоянных международных научных объединений для взаимной информации и согласования исследований, проводимых в разных странах, возникла еще в середине XIX в. Сто лет назад была создана Международная ассоциация геодезии. Затем были организованы Международное бюро мер и весов, где с 1875 г. разрабатывались общие для всех стран стандарты, Международный метеорологический комитет (1879), Международный союз для сотрудничества в исследованиях Солнца (1904) и др. [1, 2, 3]. Академии наук многих стран заключали соглашения о совместных экспедициях, каковой, например, была русско-шведская экспедиция на Шпицберген (1896).

Хотя основной формой деятельности международных ассоциаций и союзов был всегда созыв международных конференций, на которых докладывались результаты сделанных исследований, весьма давно предпринимались также попытки планировать и проводить согласованные наблюдения и исследования. Так был организован I Международный полярный год 1882—1883 гг. (I МПГ) для изучения труднодоступной в то время Арктики и наблюдаемых там геофизических явлений и процессов. I МПГ, проводившийся при активном участии России и под руководством Главной физической обсерватории в Петербурге, был выдающимся примером планирования и проведения совместных научных работ [1, 4], закончившимся полной публикацией всех результатов наблюдений по единой форме.

В начале XX в. международные научные объединения возникают все чаще. Членами этих объединений являются иногда отдельные ученые из разных стран, но чаще — национальные академии наук, университеты или советы научных исследований, т. е. различные научные учреждения, частные или государственные. Во многих таких объединениях большим влиянием пользовались тогда ученые Германии, где в то время, как известно, особенно быстро развивались естественные науки и техника. Во время первой мировой войны такие организации бездействовали, а многие из них фактически распались.

В октябре 1918 г. представители академий наук стран Антанты собрались на конференцию по вопросам дальнейшей организации международного сотрудничества в науке. 18—28 июня 1919 г. в Брюсселе состоялась учредительная ассамблея нового Международного исследовательского совета (International Research Council), целями которого были координация международных усилий в области науки, содействие созданию новых научных международных ассоциаций, определение направлений их деятельности без вмешательства во внутренние дела ассоциаций, связь с правительствами для получения в странах ассигнований на отрасли науки, входящие в компетенцию совета [5].

Не имели права быть членами Совета научные учреждения центральных держав, т. е. побежденных в войне стран. В этом смысле на уставе Совета в значительной мере сказались последствия войны и политика держав-победителей в тот период.

В июле 1931 г. упомянутый Совет был полностью реорганизован. Вместо него был создан Международный совет научных союзов (International Council of scientific unions — ICSU — МСНС), в уставе которого было устранено упомянутое ограничение. Кроме того, в его задачи уже не входило создание новых научных объединений, так как МСНС рассматривался как координирующий орган, действующий в интересах уже организованных к тому времени союзов, возникших по большей части в 1919—1931 гг.

К МСНС присоединились, однако, далеко не все международные научные организации, работавшие в области естественных наук, а только те, которые были наиболее заинтересованы в совместных действиях и межотраслевой кооперации в науке. Наряду с союзами, имеющими статус «научных членов МСНС», в него входят и «национальные члены» — академии наук, советы научных исследований и другие центральные научные учреждения стран.

Позднее между МСНС и ЮНЕСКО (UNESCO — United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization), созданной в 1947 г., было заключено соглашение о сотрудничестве, предусматривающее, в частности, что МСНС будет проводить ряд мероприятий, совпадающих с программой ЮНЕСКО в области науки, а ЮНЕСКО будет оказывать МСНС и союзам помощь ассигнованиями. Это соглашение заключено на равноправной основе, и МСНС не следует считать организацией, подчиненной административно ЮНЕСКО или ООН в целом [3, 8]. Система МСНС является по отношению к ООН самостоятельной сферой международного научного общения.

К началу МГГ в МСНС было объединено 13 международных научных союзов, осуществлявших сотрудничество по всем основным направлениям естественных наук [3, 7].

Одним из членов МСНС явился Международный геодезический и геофизический союз (МГГС), который объединял семь возникших в разное время международных ассоциаций: 1) геодезии, 2) сейсмологии и физики недр Земли, 3) метеорологии и физики атмосферы, 4) геомагнетизма и аэрономии, 5) физической океанографии, 6) научной гидрологии, 7) вулканологии. Это наиболее крупный союз в МСНС. Ассоциации, в свою очередь, делятся на комиссии по более узким вопросам или по методам и организационным задачам. Далее, входящий в МСНС Международный астрономический союз объединял около 50 постоянных комиссий, в том числе, например, по меридианной астрономии, астрономическим инструментам, переменным звездам, радиоастрономии и др.

Международный научный радиосоюз (МНРС) имеет комиссии по методам радиоизмерений и стандартам, по распространению радиоволн в тропосфере, распространению радиоволн в ионосфере, радиопомехам, электронике и др. Эти три союза, как мы увидим ниже, приняли большое участие в проведении МГГ.

Академия наук СССР активно участвует в деятельности МСНС и упомянутых союзов. В Международный астрономический союз наша страна вступила еще в 1935 г. Тогда же обсуждался вопрос о вступлении и в Международный геодезический и геофизический союз (МГГС) и велись переговоры между АН СССР и представителем союза С. Чепменом. Однако вступление СССР в этот крупнейший научный союз было оформлено официально только в 1954 г. В МСНС и союзах советские ученые занимают ряд руководящих постов. Так, президентом МГГС в 1960 г. был избран чл.-корр. АН СССР В. В. Белоусов. Несколько позже президентом МАС стал акад. В. А. Амбарцумян. Советские ученые заняли посты президентов или вице-президентов в ассоциациях МГГС и посты президентов в некоторых комиссиях этого союза.

В области геофизики и смежных с ней наук в начале 1950 г. международное сотрудничество осуществлялось в основном по линии уже упомянутых трех союзов, а также Международного союза чистой и прикладной физики (МСЧПФ), организующего сотрудничество в области космических лучей, и Международного географического союза (МГС), имевшего некоторые общие интересы с ассоциациями физической океанографии и научной гидрологии МГГС. Большую роль играла также Всемирная метеорологическая организация (ВМО) — специализированное агентство ООН, занимающееся большим комплексом геофизических проблем и прежде всего организацией сети метеорологических и аэрологических станций и наблюдений. Благодаря этому ВМО располагает большими возможностями для организации различных геофизических исследований. ВМО не входит в систему МСНС, но находится в тесном контакте с Ассоциацией метеорологии и физики атмосферы МГГС. В ВМО сотрудничество стран и их гидрометеорологических служб осуществляется через правительственные каналы.

Следует напомнить здесь, что гидрометеорологические службы и союзы получили большой опыт планирования и координации геофизических наблюдений по программе II Международного полярного года 1932—1933 гг. (II МПГ), через 50 лет после первого МПГ. Тогда по примеру I МПГ удалось организовать в Арктике и прилегающих к ней районах метеорологические (включая аэрологические и атмосферно-электрические), геомагнитные, ионосферные, океанографические, гляциологические и некоторые другие согласованные между странами работы. Отдельные исследования были поставлены в Антарктике. Во II МПГ участвовали 49 стран. Активное участие в нем принял и Советский Союз. Очень важным оказалось то, что наблюдения II МПГ были распространены и на высокогорные районы (например, Кавказ и Памир), сходные по природе с Арктикой. Тем самым было подготовлено происшедшее в 1957—1958 гг. расширение наблюдений на весь земной шар [4, 14]. Параллельно в постоянных службах [12] собирался и публиковался (к сожалению, в очень ограниченном объеме и по узким вопросам) ценный сводный материал по ряду стран (геомагнитные индексы, сейсмологические сводки, данные об атмосферном озоне, солнечной активности и др.). Однако ни результаты II МПГ, ни работа постоянных международных служб не могли дать сравнимых данных по всей планете о всем комплексе важнейших геофизических явлений. Кроме того, в текущей деятельности союзов того времени, за исключением МАС, почти не принимал участия СССР.

Международное сотрудничество геофизиков и формы его организации в период, предшествовавший МГГ, не могли удовлетворить исследователей, понимавших необходимость изучения физики нашей планеты как единого объекта.

На неофициальном совещании 5 апреля 1950 г., состоявшемся с участием крупных геофизиков в доме американского ученого Ван-Аллена, возникло предложение провести III Международный полярный год в 1957—1958 гг., т. е. через 25 лет после II МПГ, приурочив это мероприятие к максимуму солнечной активности [13]. Вскоре этот вопрос рассматривался в Смешанной комиссии по ионосфере (МНРС—МГГС). В июле 1950 г. эта комиссия приняла решение о том, «что III Международный полярный год должен быть назначен на 1957—1958 гг. и что, учитывая длительность времени, необходимого для обеспечения работ комплексом современного оборудования, уже в 1951 г. следует создать Международную комиссию по III МПГ» [13].

В 1951 г. Бюро и исполнительный комитет Международного совета научных союзов (МСНС) обсуждали идею проведения III МПГ в 1957—1958 гг. В результате была создана не комиссия, а, по выражению тогдашнего президента МСНС, более «эластичная» организация — специальный комитет МСНС по III МПГ. Это решение было поддержано представителями МГГС, МНРС и МАС. В состав комитета вошли как представители этих союзов и входящих в их состав подразделений, так и представители ВМО.

Таким образом, сначала речь шла лишь о повторении МПГ, но не через 50 лет, как это было после I МПГ, а через 25 лет. За необходимость сокращения интервала между II и III МПГ говорили быстрый научно-технический прогресс и необходимость получения новых данных о геофизических явлениях и процессах в полярных областях при помощи новой аппаратуры, позволяющей ставить более точные и разносторонние измерения.

Когда такое предложение было принято, метеорологи, представлявшие в специальном комитете Международную ассоциацию метеорологии и физики атмосферы МГГС и ВМО, совместно с представителями Ассоциации земного магнетизма и электричества МГГС (так называлась тогда Ассоциация геомагнетизма и аэрономии), пришли к выводу, что наблюдения не должны ограничиваться полярными районами. Они предложили проводить наблюдения в экваториальной области и в других районах Земли, мотивируя это необходимостью изучения общей циркуляции атмосферы и магнитного поля Земли в целом.

Крупный английский геофизик С. Чепмен внес в связи с этим предложение провести не III МПГ, а Международный геофизический год (МГГ) [4].

В октябре 1952 г. на своей Генеральной ассамблее в Амстердаме МСНС принял официальное решение о проведении Международного геофизического года, означавшее начало нового этапа в развитии геофизики и международного сотрудничества в области наук о Земле [13]. Специальный комитет по III МПГ соответственно стал называться Специальным комитетом Международного геофизического года (СК МГГ). Это не означало, что полярным областям стало придаваться меньшее значение, наоборот, идея охватить наблюдениями весь земной шар открыла более широкие возможности также и для понимания процессов и явлений, наблюдаемых в полярных областях. И действительно, Арктика и особенно Антарктика остались в центре внимания геофизиков во время МГГ, и изучению их было уделено большое место в программе МГГ.

В начале 50-х годов часто говорили и писали «третий Международный геофизический год», хотя «геофизический» год проводился впервые, и его программа в принципе отличалась от программ I и II полярных годов. С 1956 г. мы уже не находим в документах слова «третий», так же как и упоминаний о первоначальном плане проведения III МПГ [15].

Первые совещания СК МГГ, состоявшиеся в октябре 1952 г. (предварительное совещание СК МГГ), июле 1953 г. (I ассамблея СК МГГ) и сентябрь 1954 г. (II ассамблея СК МГГ) были в основном посвящены выработке общих принципов программы МГГ. К этой работе были привлечены также заинтересованные в МГГ международные научные союзы и ВМО. Было решено, что МГГ уделит главное внимание [13, 16]:

(а) специфическим планетарным проблемам;

(б) наблюдениям синоптического характера (но не только в метеорологическом смысле слова), т. е. всем исследованиям, требующим одновременной работы как можно большего количества станций;

(в) принципиально новым техническим возможностям геофизического исследования планетарного характера (например, ракетным наблюдениям);

(г) исследованиям в труднодоступных и малоизученных районах;

(д) эпохальным наблюдениям за медленно развивающимися процессами и явлениями.

Для решения этих задач нужно было привлечь к МГГ возможно большее число стран и активизировать деятельность национальных научных учреждений по подготовке к МГГ.

В октябре 1952 г. СК МГГ решил «направить всем национальным организациям, представленным в МСНС, письма о создании в странах национальных комитетов МГГ и в общем виде ознакомить их с предполагаемыми работами» [13]. Такие письма были посланы 28 ноября 1952 г., причем в них излагалась также просьба к странам прислать в СК МГГ предложения о программе МГГ и сообщить о возможностях проведения постоянных наблюдений и организации специальных экспедиций в период МГГ. Упоминалось также предложение Ассоциации геодезии МГГС о международных наблюдениях широт и долгот и о включении этих наблюдений в общую программу МГГ [17]. К 1954 г. заявили о своем участии в МГГ и прислали проекты своих программ уже 36 стран. В это число уже входили СССР и США, а также страны, расположенные во всех частях света. Этот результат был, однако, еще недостаточен. По мнению президента СК МГГ С. Чепмена, реакция стран на первый призыв к участию в МГГ была средней и даже слабой. Для того чтобы во время МГГ был обеспечен планетарный характер наблюдений, еще требовалась организация наблюдений в ряде стран Восточной Европы и Азии и в экваториальном поясе. Поэтому в 1954 г. СК МГГ вновь писал, что он «настоятельно рекомендует странам, еще не участвующим в МГГ, организовать национальные комитеты МГГ и ускорить планирование их участия в МГГ» [13], обратившись при этом ко всем странам, а не только к членам МСНС, союзов или ВМО. Тем самым СК МГГ сделал важный шаг в области международного сотрудничества, ликвидировав формальные препятствия на пути участия стран в МГГ. Был применен так называемый принцип свободного присоединения стран, т. е. доступ в число участников был открыт для всех, и процедура приема, при которой какой-либо стране могло быть отказано в членстве, отсутствовала. Страна должна была создать свой национальный комитет МГГ и представить программу наблюдений и исследований, после чего она секретариатом СК МГГ автоматически включалась в число участников МГГ [15]. На ассамблеях СК МГГ генеральный секретарь информировал собравшихся, что такие-то страны являются участницами МГГ. Соответственно страны могли, никого не спрашивая, выходить из числа участников МГГ.

Заинтересованность национальных групп ученых в МГГ и прогрессивная политика СК МГГ в вопросах привлечения стран дали хорошие результаты. В 1957 г. было налицо уже 68 стран — участниц МГГ. Среди них были ГДР, МНР, ДРВ, КНДР, страны Восточной Африки, Цейлон, Эквадор, Панама, Боливия, т. е. страны, которые не были тогда представлены ни в МСНС, ни в его союзах [1].

2. Центральные организации МГГ и комитеты МГГ стран; планирование планетарных геофизических наблюдений и исследований

Центральными организациями МГГ были упомянутый ранее Специальный комитет МГГ и созданный ему в помощь Консультативный совет МГГ (КС МГГ). В составе СК МГГ были представители различных специальностей: метеорология, исследования земного магнетизма, полярных сияний, ионосферы, солнечной активности, космических лучей, измерение широт и долгот, гляциология, сейсмология, океанография, гравиметрия, ракеты и спутники. Входили в него и представители различных международных научных организаций — МАС, МНРС, ВМО и др. Было создано 14 рабочих групп, ведущих работы по программе МГГ в перечисленных областях.

На совещаниях СК МГГ и на его ассамблеях [13], в которых наряду с членами СК МГГ активное участие принимали делегации стран, заслушивались отчеты о состоянии работ по каждой из включенных в программу дисциплин (см. раздел 3), изыскивались возможности объединения усилий специалистов различного профиля при создании обсерваторий и экспедиций, при решении проблем в «пограничных» областях науки.

Консультативный совет был создан для решения вопросов, касающихся «национальных взглядов на организационные и операционные проблемы МГГ и выяснения возможностей сотрудничества во время

---

[1] Названия стран даются по состоянию в рассматриваемый период.

МГГ между странами» [18]. КС МГГ должен был служить местом, где представители стран могли бы договариваться о совместных наблюдениях, о ликвидации пробелов в географическом распределении пунктов наблюдений на земной поверхности, о взаимной помощи, реальных возможностях организации в странах тех или иных работ. В упомянутые выше рабочие группы, сыгравшие затем в МГГ большую роль, входили представители СССР, США, Англии, Бельгии, Франции, Дании и других стран. Для планирования и координации работ в крупных географических районах СК МГГ создал «регионы» (по Антарктике, Арктике, Африке, Южной и Центральной Америке). Страны Восточной Европы и некоторые страны Азии вошли в Европейско-Азиатский (первоначально называвшийся Восточноевропейский) регион. За организацию сотрудничества в Регионе в области подготовки и проведения МГГ перед СК МГГ отвечали региональные секретари, назначенные с согласия входящих в регион стран.

Основные вопросы организации научных работ МГГ решались на ассамблеях СК МГГ [19]. Как было уже упомянуто, I ассамблея состоялась в Брюсселе в июле 1953 г., II ассамблея — в Риме в сентябре 1954 г. Далее III ассамблея была созвана в Брюсселе в сентябре 1955 г., IV ассамблея — в Барселоне в сентябре 1956 г., V ассамблея — в Москве в июле—августе 1958 г. Начиная с III ассамблеи на них присутствовали не только члены СК МГГ и его органов, но и делегации большинства стран — участниц МГГ. Во время IV и V ассамблей заседал и КС МГГ.

В периоды между ассамблеями собирались совещания СК МГГ по отдельным вопросам, например по сбору результатов наблюдений (апрель 1957 г.), происходили региональные совещания, заседания некоторых рабочих групп, комитета по публикациям и др.

Руководящим органом в периоды между ассамблеями было Бюро СК МГГ, возглавлявшееся президентом СК МГГ известным английским геофизиком Сиднеем Чепменом, высокие личные качества и огромная эрудиция которого сыграли важную роль в успешной деятельности СК МГГ и в решении многих спорных вопросов. Членами Бюро были чл.-корр. АН СССР В. В. Белоусов (ставший в 1958 г. вице-президентом СК МГГ), американский ученый Л. Беркнер, которого в 1958 г. заменил Г. Ньюэл (США), Ж. Кулон (Франция) и генеральный секретарь СК МГГ М. Николе (Бельгия). От СССР в состав СК МГГ входил д-р физ.-мат. наук Н. В. Пушков, а в КС МГГ — д-р физ.-мат. наук Ю. Д. Буланже.

Бюджет СК МГГ состоял из добровольных взносов стран, дотаций МСНС и ЮНЕСКО. В МГГ не было какого-то общего фонда, подобного фонду ЮНЕСКО, из которого могли бы расходоваться средства на приобретение приборов, обучение персонала и другие виды помощи. Он не был создан потому, что самостоятельности стран в их решениях и национальному суверенитету придавалось большое значение. СК МГГ в своих резолюциях подчеркивал, что он не намерен принуждать страны к заключению соглашений о взаимной помощи или указывать им на источники финансирования [13, 19].

Комитеты МГГ стран, национальные научные учреждения и учебные заведения с помощью своих правительств и других организаций подготовили проведение МГГ самостоятельно. При необходимости они вступали в двусторонние соглашения об оказании помощи, создавали иногда с участием других стран новые станции и экспедиции (например, обсерватория Ша-Па, созданная Польшей и ДРВ на территории последней).

Национальные комитеты МГГ стран состояли из крупных ученых и официальных представителей метеослужб и других ведомств, заинтересованных в МГГ и его результатах и знающих практические потребности страны. В комитетах МГГ стран, которые вели наблюдения по нескольким разделам программы МГГ, были представлены разные отрасли науки и обеспечивался комплексный подход к работам МГГ; они содействовали сближению интересов специалистов, ранее недостаточно связанных друг с другом. Они сочетали в своей деятельности выполнение международных обязательств с такими работами, как организация обсерваторий, приобретение оборудования, планирование наблюдений и исследований в научных учреждениях. Многие национальные комитеты МГГ широко популяризировали идею планетарных геофизических наблюдений и международного сотрудничества в этой области с помощью радио и телевидения, создания специальных кинофильмов, выпуска многочисленных посвященных МГГ книг и брошюр и пр. Планирование работ в МГГ осуществлялось в следующих областях [13, 19, 31, 32, 33, 34, 35].

(а) Наилучшее географическое распределение стационарных пунктов наблюдений и районов работ экспедиций. Примерами могут служить выделение нескольких меридианов, вдоль которых должны быть расположены станции различных стран (например, 80° в. д., 140° в. д., 70—80° з. д.), решения о районах работ ряда стран в Антарктике и о маршрутах океанографических судов и др. В тех случаях, когда в стране, расположенной на международном меридиане, не было станций, ведущих нужные наблюдения, комитет МГГ этой страны принимал меры к соответствующему расширению своей программы и к изысканию средств и возможностей для создания станции. Аналогичным образом по соглашению между комитетами изменялись рейсы судов и т. п. Особое внимание уделялось малоизученным районам экваториального пояса.

(б) Организация новых видов наблюдений и исследований, т. е. таких работ, которые, несмотря на их важность для изучения геофизических процессов и явлений, до МГГ в широких масштабах не ставились или не велись вообще. Например, сюда относится планирование в СССР и США ракетных исследований и запусков по программе МГГ искусственных спутников Земли, а также согласование между учеными этих стран вопросов, связанных с наблюдением спутников и обработкой их данных [13]. Таково же было использование метеоров для изучения свойств верхней атмосферы параллельно с наблюдениями ионосферы, наблюдения в ряде стран за серебристыми облаками, изучение строения земной коры в районах Тихого океана и др.

(в) Унификация методов наблюдений на станциях и стандартизация приборов с целью получения сравнимых данных со всей мировой сети станций МГГ. Унификация методов по всем разделам программы МГГ была закреплена в принятых СК МГГ после длительных дискуссий международных инструкциях [13]. Комитеты МГГ стран включили в свои планы сравнение радиозондов, проведенное в Пайерне (Швейцария) в 1956 г., приборов магнитных обсерваторий, фотометров для наблюдения полярных сияний и свечения ночного неба и др. Одновременно планировалось снабжение сети станций новыми стандартизированными приборами, как например камерами для фотографирования всего небосвода (раздел «полярные сияния»), озонометрами Добсона, спектрогелиографами и др.

(г) Обеспечение синхронности наблюдений, проводимых во всех районах земного шара. Срок проведения МГГ был установлен с 1 июля

1957 г. по 31 декабря 1958 г., т. е. 18 месяцев. По решению V (Московской) ассамблеи СК МГГ, принятому по предложению советского комитета МГГ, этот срок был продлен затем до конца 1959 г. Дополнительный период МГГ с 1 января по 31 декабря 1959 г. получил название Международного геофизического сотрудничества 1959 г. [36, 37]. Таким образом, наблюдения МГГ охватили 30 месяцев, включавшие весь период максимума солнечной активности. Это позволило наиболее полно использовать усилия и затраты, произведенные на подготовку к МГГ. Внутри этого периода были установлены сроки рейсов океанографических судов, а также многих других согласованных экспедиционных работ. Синхронность наблюдений на станциях и в обсерваториях обеспечивалась применением единых инструкций для наблюдений в обычные дни и в «особые» дни (включавших столько-то запусков шаров-зондов и вертикальных зондирований ионосферы в день, в определенные часы мирового времени, фотографирование полярных сияний через столько-то минут и т. п.).

(д) Составление Календаря МГГ и создание системы оповещаний об ожидаемых выдающихся геофизических явлениях. Была создана специальная международная служба, составляющая календарь так называемых мировых дней и мировых интервалов. В этом календаре, учитывая известные заранее события (солнечные и лунные затмения, метеорные потоки и т. д.), были выделены дни и периоды, во время которых станции должны проводить наблюдения по особой программе, учащенные с помощью дополнительной аппаратуры, либо по особой методике. Для наблюдения процессов и явлений, зависящих от деятельности Солнца и появления на нем вспышек, была создана система центров прогноза и оповещений. Эти центры объявляли специальные мировые интервалы (не предусмотренные Календарем). При этом на станции всего мира, включая Арктику и Антарктику, давался сигнал «алерт» (тревога). Эта система имела большое значение для наблюдений за спутниками, после запуска которых также объявлялся «алерт».

(е) Взаимная помощь; организация совместных станций и экспедиций. Был разработан порядок оказания помощи и установления постоянной связи между экспедициями разных стран в Антарктике. Между комитетами МГГ стран был заключен ряд соглашений о создании совместных станций и экспедиций, например в Южной Америке, ДРВ, ОАР, на Шпицбергене и в других важных для геофизических исследований пунктах.

(ж) Обеспечение сбора, хранения и распространения результатов МГГ. Для того чтобы огромное количество полученных за время МГГ на станциях и в экспедициях всех стран материалов (таблиц, лент регистрирующих приборов, графиков, пленок и т. д.) было доступно исследователям всего мира, пришлось разработать детальный план сбора и распространения данных МГГ. Особое «Руководство по сбору данных» определяло, какие материалы и в какой форме представляются в общие фонды. В ряде стран были созданы мировые центры — архивы. Было решено, что два таких центра, мировые центры «*А*» и «*В*», созданные соответственно в США и СССР, будут собирать данные по всем разделам программы МГГ (универсальные центры). Кроме того, были организованы центры «*С*» по отдельным дисциплинам. Страны могли направлять свои материалы в любой из центров, который копировал их и обменивался ими с другими. Так в каждом центре сосредоточивался полный комплект данных по всему земному шару. Любой исследователь мог либо работать над материалами в центре, либо просить сделать для него копию. При этом центру уплачивалась только стоимость копирования и пересылки. Сами материалы, на получение которых страны в течение МГГ затратили крупные средства, никак не оценивались и рассматривались как общее достояние всех участников МГГ.

(з) Публикация материалов МГГ. Была запланирована серия томов (более 30 томов международного издания «Анналы МГГ»), где должны были публиковаться как инструкции и справочные сведения о МГГ, так и сводные данные об участии стран в МГГ и итогах наблюдений по отдельным разделам исследований. Кроме того, СК МГГ издавал свои бюллетени, библиографию по МГГ, хронику МГГ, а комитеты МГГ стран — свои бюллетени, издания и серии трудов.

Часто МГГ сравнивали с огромным общим экспериментом, проводимым в лаборатории, называемой «планета Земля». Все сказанное выше в значительной мере доказывает правильность такого сравнения. Если считать, что постановка задачи эксперимента содержалась в общих принципах, принятых ранее СК МГГ, то здесь мы описали, как определялись место, время, методы и средства осуществления эксперимента.

Совместное планирование общего эксперимента создало новую обстановку в международном общении ученых десятков стран. Оно представляло собой коллективную созидательную деятельность представителей почти всех народов мира. Особое значение для применения такой плодотворной формы сотрудничества имело активное участие в этой работе ученых СССР и других социалистических стран. Они внесли в планирование МГГ много новых конструктивных моментов и свой богатый опыт организации геофизических работ, приложили много труда и показали на деле стремление социалистических стран к мирному сосуществованию.

3. Основные направления работ по программе МГГ; формы сотрудничества стран в ходе наблюдений и исследований

1 июля 1957 г. план, подготовленный центральными организациями МГГ и комитетами стран, начал осуществляться. В выполнении этого плана приняли участие более 5 тыс. станций и экспедиций, многие из которых были специально организованы к началу МГГ. Работали около 70 исследовательских судов, использовались самолеты, ракеты, а затем и спутники. Начали действовать новые международные научные службы — центры оповещений, многочисленные мировые центры сбора и распространения данных. Общее количество непосредственных участников работ МГГ составляло, как многие считают, более 30 тыс. человек [38], а затраты на наблюдения, исследования, создание центров и пр. достигли суммы в два миллиарда долларов [20].

Работы по программе МГГ находились все время в центре внимания мировой общественности, интерес ее к году особенно возрос после того, как наша страна и ряд других государств направили крупные экспедиции в Антарктику и организовали там согласованные геофизические наблюдения, какие никогда еще не велись в этом районе. Это было первым подтверждением реальности планов МГГ и результатом поддержки их со стороны государств. Центральным событием МГГ явился запуск нашей страной 4 октября 1957 г. первого искусственного спутника Земли.

Работы, получившие такой размах, проводились в следующих основных направлениях.

(1) Физика верхней атмосферы и околоземного космического пространства; воздействие излучений Солнца на электромагнитные процессы и явления в атмосфере и Земле. Сюда относились разделы программы МГГ (по принятой нумерации): (III) геомагнетизм, (IV) полярные сияния и свечение ночного неба, (V) ионосфера, (VI) солнечная активность, (VII) космические лучи, (XI) ракеты и спутники. Последний из них (XI) был выделен не по признаку проблемы, а по методу, приобретшему особое значение в этот период.

Как известно, проблемы физики верхней атмосферы связаны со свойствами магнитного и электрического полей Земли, от которых зависят движение частиц во внешней атмосфере, система электрических токов, характер движений слоев ионизированных газов, полярные сияния и свечение ночного неба. Они связаны с различными видами излучения Солнца и зависят также от внезапных повышений интенсивности излучения Солнца в коротковолновой части спектра и выбросов из него огромных по протяженности и разнообразных по составу корпускулярных потоков. Для этих явлений характерны:

(а) их огромные масштабы, которые исчисляются иногда несколькими земными радиусами;

(б) большие скорости процессов, распространяющихся нередко со скоростью электромагнитных волн;

(в) различный характер явлений в каждом пункте Земли в зависимости, например, от общего магнитного поля Земли (в особенности в околополярных областях, где концентрируются траектории приходящих с Солнца корпускул) и от местных его аномалий;

(г) большая изменчивость во времени и пространстве в зависимости от времени суток, т. е. освещенности Солнцем данной стороны Земли. Резкие изменения в течение года и на протяжении ряда лет происходят в связи с колебаниями солнечной активности. Известно, например, что в годы большой активности отмечается часто появление полярных сияний в средних и даже южных широтах [38];

(д) наличие тесной связи между всеми этими процессами и явлениями.

Этот перечень показывает, что физика верхней атмосферы Земли сильно зависит от солнечноземных связей. Станции, расположенные на всех континентах, включая Антарктиду, на островах Арктики и всех океанов, регистрировали с помощью магнитографов магнитное поле, его градиенты и его различные флуктуации. Для этого использовались как высокочувствительные приборы, так и более грубые шторм-магнитографы, предназначенные для регистрации поля во время магнитных бурь. Возмущения электрического поля Земли и короткопериодические магнитные колебания наблюдались на станциях земных токов. Ряд геомагнитных станций был расположен рядом со станциями, наблюдающими полярные сияния и ионосферу. Особо подробно изучались геомагнитные вариации вблизи зоны полярных сияний, так же как ионосферные возмущения и текущие в ионосфере электрические токи. Полярные сияния фотографировались автоматическими камерами, в поле зрения которых находился весь небосвод. Конструкции таких камер подготовили в Швеции—Штоффреген, в СССР—А. И. Лебединский. Один только СССР организовал более 30 пунктов таких наблюдений, в частности специальную обсерваторию близ Мурманска. Они наблюдались также радиолокационными и спектрографическими методами. Рейсовые самолеты, суда, метеорологические станции, любители-геофизики собрали многочисленные визуальные наблюдения полярных сияний. Так удалось исследовать географическое распределение сияний (в частности, описать второй, внутренний пояс полярных сияний) в связи с магнитно-ионосферными явлениями и солнечной активностью, формы сияний и положение их в пространстве, их эмиссии, их связи со структурой и физическими свойствами солнечных корпускулярных потоков. Сеть станций, наблюдавших свечение ночного неба, была оснащена спектрографами высокой разрешающей силы и фотоэлектрическими фотометрами. Целью этих наблюдений было, в частности, наблюдение химических реакций, происходящих в верхней атмосфере под воздействием солнечных излучений и вызывающих свечение неба. К этому же разделу программы МГГ относились исследования поляризации дневного и сумеречного неба, наблюдения пепельного света Луны с целью систематического определения альбедо Земли, а также наблюдения зодиакального света. Ежечасно густая сеть ионосферных станций, числом около 150 во всем мире, производила вертикальное зондирование ионосферы на высокоширотных станциях, а в мировые дни и мировые интервалы в низких широтах такое зондирование осуществлялось чаще (через 15 мин.). Эти наблюдения наряду с измерениями поглощения радиоволн (около 25 станций), позволяющих, в частности, оценивать температуру ионосферы, и наблюденном движением ионосферных неоднородностей, позволили изучить морфологию и физику ионосферы и ионосферных возмущений, связи между состоянием ионосферы и изменениями интенсивности рентгеновского и ультрафиолетового излучений Солнца и т. п. Следует отметить, что наибольший вклад в изучение ветров и неоднородностей ионосферы сделали советские ученые. В частности, они подтвердили наличие приливных движений в ионосфере. К этому же разделу программы МГГ относилось и базисное фотографирование метеоров, которые наблюдались также радиолокационными и визуальными методами. Наблюдения метеоров позволили характеризовать метеорную активность, плотность и температуру верхней атмосферы, а также направления и скорости воздушных течений на высотах до 80—100 *км*. Эти последние данные подтвердили потом сведения о ветрах, полученные ионосферными методами, доказали наличие турбулентных движений в верхней атмосфере и пр.

Служба Солнца, в которую включилось большинство крупных астрономических обсерваторий мира, не только регулярно наблюдала процессы, происходящие на Солнце, но и предупреждала сеть геофизических станций об интенсивных вспышках, могущих привести к магнитно-ионосферным возмущениям и т. д. 95% времени Солнце находилось в поле зрения оптических телескопов [13, 43]. Одни только обсерватории Советского Союза обеспечили наблюдения Солнца в течение 18 *час* каждый день с 22 до 16 *час* всемирного времени. Радиотелескопы в любую погоду вели измерения интенсивности радиоизлучения Солнца в различных длинах волн. Программа наблюдений солнечной активности включала ежедневное определение координат солнечных пятен, их площадей и числа, замедленную киносъемку изменений в сложных группах пятен с целью выяснения характера развития и возникновения солнечных пятен, а также следствия этих явлений в земной атмосфере. Изучались магнитные поля солнечных пятен и активные области Солнца для выяснения их роли в образовании корпускулярных потоков. Известно, что вдоль их магнитных силовых линий корпускулы могут улетать далеко от Солнца и достигать даже Земли. Особое внимание уделялось хромосферным вспышкам, их длительности, яркости (в СССР была организована и фотометрия вспышек), спектру радиоизлучения. Велись ежедневные наблюдения флоккулов и протуберанцев. Высокогорные солнечные станции, как например станция близ Кисловодска на высоте 2130 *м* над уровнем моря, наблюдали солнечную корону вне затмения.

Наблюдения космических лучей были направлены на изучение вариаций интенсивности космических лучей и их связей с солнечной и магнитной активностями, а также с метеорологическими, ионосферными и другими геофизическими факторами. Различные компоненты космических лучей регистрировались с помощью ионизационных камер высокого давления и большого объема, кубических счетчиковых телескопов и нейтронных мониторов, расположенных на уровне моря, в горах и на значительных глубинах под землей. Общую ионизующую компоненту регистрировали при помощи установок, поднимаемых на шарах-пилотах и самолетах. Для введения метеорологических поправок использовались установленные на станциях космических лучей прецизионные барографы и термографы, а также данные близлежащих аэрологических станций.

Наряду с сетью станций и обсерваторий в работах по электромагнитному комплексу явлений приняли участие дрейфующие станции и суда. Советское немагнитное судно «Заря» прошло в период МГГ 47 тыс. миль, ведя непрерывные наблюдения магнитного поля на океанах. Так были обнаружены не известные ранее магнитные аномалии. Применялись также буксируемые за судами магнитографы. Принципиально новые по своему характеру результаты дали запуски искусственных спутников Земли и ракет [40]. Впервые длительные геомагнитные и ионосферные наблюдения на высотах от 230 до 750 *км* были проведены на запущенном по программе МГГ Третьем советском искусственном спутнике Земли.

(2) Макропроцессы в воздушной и водной оболочках Земли; тепловой баланс; круговорот воды на Земле. Это направление исследований было представлено в следующих разделах программы МГГ: (II) метеорология, (IX) гляциология, (X) океанография, (XIV) ядерная радиация [1]. Последний из указанных разделов, включенный в программу дополнительно после длительной дискуссии, предусматривал измерение количества радиоактивных веществ в атмосфере Земли и Мировом океане, а также прослеживание при помощи этих данных процессов в атмосфере и океанах.

Перечисленные разделы тесно связаны друг с другом в том смысле, что взаимодействие жидкой и воздушной оболочек Земли весьма тесно и многосторонне, так же как тесно связаны циркуляции воздушных и водных масс, тепловой баланс тех и других. Известно, что от физических процессов в океане зависят испарение, климат и т. п. Сюда относятся и наблюдения микросейсм (раздел «Сейсмология»), связанных с метеорологическими факторами — циклонами, холодными фронтами и вызванными ими морскими волнами, а также некоторые другие вопросы программы МГГ. Раздел X (Океанография) вместе с изучением волн и пр. включал также исследования рельефа дна, геологии и биологии океана, а раздел IX (гляциология) — исследования подземных льдов, ложа ледников, механических и физических свойств льда и т. п., т. е. специфические работы, лишь косвенно связанные с указанным направлением.

Основной задачей метеорологической программы МГГ было исследование в широком масштабе общей циркуляции атмосферы, а также

[1] СССР в работах по разделу «Ядерная радиация» не участвовал.

всех физических, динамических и термодинамических процессов, связанных с ней. В одном из первых научных документов по вопросам МГГ, который обсуждался в СССР в июле 1954 г., еще до вступления СССР в число участников МГГ и до организации Советского комитета МГГ [15], были сформулированы следующие проблемы:

(а) перераспределение в атмосфере в планетарном масштабе кинетической, термической и других форм энергии;

(б) влияние трения и топографии на баланс кинетической и термодинамической энергии;

(в) схема поля течений в низких широтах, взаимодействие циркуляций разных полушарий, а также взаимодействие тропической и субтропической циркуляции;

(г) горизонтальное и вертикальное распределение озона и водяного пара (особенно пара на высоких уровнях);

(д) термическая структура атмосферы в зависимости от общей циркуляции атмосферы.

В программах МГГ стран эти формулировки были несколько изменены, а перечень проблем был дополнен, но главное направление осталось прежним. Были организованы на мировой сети станций следующие виды наблюдений.

(а) Метеорологические наблюдения по обычной программе.

(б) Аэрологические наблюдения (радиозондирование атмосферы два или четыре раза в сутки, самолетные подъемы, радиоветровые или шаропилотные наблюдения, радиогониометрические за атмосфериками). Готовясь к МГГ, аэрологи провели в 1956 г. в Пайерне (Швейцария) сравнение всех главнейших систем радиозондов — СССР, США, Франции, Финляндии, ФРГ и др., оценив их точность и, главное, установив систему поправок к ним на излучение Солнца. Наблюдения общей циркуляции (вместе с метеорными, ракетными и пр.) впервые позволили изучить такие почти не известные дотоле явления, как появление западного потока в районе экватора, область стратосферного тепла над Северным и Тихим океанами, изменения теплого слоя мезосферы (наблюдавшееся еще во время II МПГ на Новой Земле акустическим методом), меридиональную циркуляцию между полюсом и экватором до высот 80 *км* и пр.

(в) Наблюдения над испарением с водной поверхности и почвы.

(г) Наблюдения за серебристыми облаками летом в средних широтах, где они видны на высоте 80 *км* при заходе или восходе солнца. Наибольшее количество таких наблюдений было собрано в СССР (в том числе впервые при помощи киносъемки), затем в Англии, Швеции, Канаде и т. д. Они указали на наличие в этом слое преимущественно восточных ветров, позволили изучить тонкую структуру воздушных волн и вихрей на этой высоте. Впервые было обнаружено различие между ветром и движением различных форм серебристых облаков.

Кроме того, проводились прямые исследования верхних слоев стратосферы с помощью метеорологических ракет по весьма широкой программе в СССР и США. Во Франции они были дополнены акустическим зондированием ветра и температур до высот 50 *км*.

По разделу IX (гляциология) наблюдения и исследования ледников имели общую цель: изучение накопления, преобразования, расхода льда на земной поверхности и в верхних горизонтах литосферы, а также зависимости этих процессов от теплового баланса поверхности Земли. Основными проблемами гляциологических исследований, проводившихся по программе МГГ, были: взаимодействие оледенения и климата; современное состояние, пространственное распределение и мощность оледенения; эволюция современного оледенения. Наблюдения проводились на всех крупнейших горных и покровных ледниках мира. В СССР большое внимание было уделено ледникам Памира и Кавказа (многие из которых уже были изучены во время II МПГ и обнаружили с того времени сильное отступание), например величайшему среди них леднику Федченко, лишь недавно открытым ледникам Якутии и Северного Прибайкалья и др. Совместно с учеными ГДР был также подробно изучен ледник Туюк-Су в Тянь-Шане и его тепловой баланс. В США были открыты крупные ледники, обнаружившие уже наступание. Особое внимание было уделено ледникам Антарктиды, где было, в частности, установлено сейсмическим методом (работы советских, шведских, американских ученых и экспедиций), что мощность ледникового покрова много больше, чем это ранее предполагалось (до 4 *км*) и что оледенение Антарктиды медленно уменьшается: лед там тает, создавая медленное повышение уровня Мирового океана.

Океанографические работы, проводившиеся на 70 судах различных стран, носили, как уже указывалось, комплексный характер и включали как метеонаблюдения (в том числе радиозондирование), так и исследования по физической океанографии (температура воды, ее соленость, течения, волны, прозрачность и цвет, ледовые наблюдения), по морской геологии (рельеф дна, осадки, грунты, взвесь), по химии вод, биологии (планктон, бентос, ихтиология), по определению содержания радиоактивных элементов в морской воде. При этом имелись в виду проблемы теплового и динамического взаимодействия атмосферы и океана, обмена водой и теплом между отдельными частями Мирового океана и влияния океанической циркуляции на гидрологический режим окраинных и внутренних морей и др. [31].

Исследовательские суда производили согласованные рейсы во всех океанах, включая арктические и антарктические воды. В 100 береговых пунктах при помощи мареографов производились наблюдения над колебаниями уровня океана (в том числе над цунами — волнами от удаленных землетрясений), а также над различными видами морских волн.

(3) Форма Земли; процессы в ее твердой оболочке. Это направление работ нашло отражение в разделах программы МГГ: (VIII) долготы и широты, (XII) сейсмология, (XIII) гравиметрия, а в части, касающейся формы Земли, также и в (XI) ракеты и спутники. Эти разделы сначала рассматривались в какой-то мере как дополнительные, не связанные с общей программой и принципами МГГ, так как астрометрические наблюдения (за долготами и широтами) находились в основном в ведении МАС и Ассоциации геодезии МГГС, а проблемы физики твердой Земли не учитывались при разработке принципов организации МГГ. С. Чепмен писал, например, в 1957 г. о сейсмологии: «Изучение землетрясений лежит вне этого комплекса работ. Землетрясения практически не зависят ни от солнечной активности, ни от погоды. Однако в связи с МГГ организуется большое количество наземных и морских экспедиций, например на отдаленные острова, в Антарктику или в другие части земного шара, где прохождение сейсмических волн мало изучено. Там, где это возможно, такие экспедиции в период МГГ смогут вести регистрацию землетрясений» [21]. Интерес многих специалистов, работающих в этих областях, к проблемам МГГ и большой объем проведенных в МГГ экспедиций и других исследований привели к тому, что эти дополнительные разделы превратились в самостоятельное направление. Что касается раздела «Долготы и широты», то проводив-

шиеся по нему наблюдения тесно сомкнулись со многими геофизическими работами. Это видно из приводимого ниже перечня исследований, проводившихся во время МГГ по этому разделу.

(а) Определение координат полюса по наблюдениям широтных станций всего мира; детальное изучение связи между общей циркуляцией атмосферы и движением полюса.

(б) Изучение периодических и вековых изменений долгот в связи с перемещениями земного полюса, колебаниями отвесной линии, деформацией земной поверхности.

(в) Наблюдения сезонных изменений скорости вращения Земли, представляющих, в частности, интерес для изучения динамических процессов внутри Земли и на ее поверхности.

По разделу «Сейсмология» особое внимание уделялось изучению сейсмичности Арктики и Антарктики по данным станций, установленных в этих и соседних с ними районах, наблюдениям микросейсм, связанных с метеорологическими явлениями (циклонами, тайфунами, штормами), и исследованиям строения земной коры. Сейсмические методы, как уже сказано, широко применялись для измерений толщины ледяного покрова Антарктиды и льда горных ледников.

По разделу «Гравиметрия» сетью станций проводились исследования упругих свойств Земли по наблюдениям приливов в твердом теле Земли и гравиметрические съемки Антарктики, а также некоторых других районов. Наблюдения за полетом искусственных спутников Земли использовались, в частности, для изучения формы геоида [40, 47, 48].

Во время работ МГГ каждая станция, обсерватория, экспедиция, так же как и каждый комитет МГГ, находились в определенных взаимоотношениях с другими участниками МГГ во всех странах. Эта сложная система взаимоотношений, вытекающих из добровольно принятых странами обязательств, представляет для нас интерес в первую очередь потому, что без нее не могли бы быть проведены исследования основных геофизических процессов с применением современных методов. Целеустремленные, согласованные действия участников МГГ на протяжении целого ряда лет, направленные на решение актуальных для всего человечества научных проблем, были конкретным вкладом ученых в дело обеспечения мирного сосуществования народов. Не случайно, что в одном из заявлений Советского правительства МГГ был назван «замечательным примером международного сотрудничества ученых» [41, 42].

Исходя из задач, стоявших перед всеми участниками МГГ, можно выделить несколько основных форм таких взаимоотношений или, точнее, форм сотрудничества стран, так как речь идет о взаимной поддержке, о согласованных действиях. Очевидно, каждый полученный на обсерватории или в экспедиции результат означал выполнение ими своих международных обязательств и общего плана МГГ. Такая форма международного сотрудничества, несмотря на отсутствие иногда видимого контакта между представителями разных наций, является весьма прогрессивной, так как в основе ее лежит плановое начало, совместная разработка планов и последующее обсуждение выводов МГГ с учеными других стран-участниц [10, 36, 44, 45, 46]. В тех случаях, когда на станции или в экспедиции работали наблюдатели и исследователи двух или нескольких стран, как, например, на антарктических станциях Мирный и Литтл-Америка, в Польско-Вьетнамской экспедиции, в экспедиции на ледниках Тянь-Шаня и Памира (СССР и ГДР), в экспедиции скандинавских стран на о. Шпицберген, возникала обычно и более тесная форма сотрудничества ученых разных стран.

Принципиально новой формой сотрудничества было участие стран в системе оповещений об ожидаемых выдающихся геофизических явлениях. Функции мирового центра таких оповещений выполняло Национальное бюро стандартов США. Региональные центры действовали в СССР (Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн АН СССР, Красная Пахра под Москвой), во Франции (Париж), в Японии (Токио). Кроме того, работал ряд подцентров. Они получали оперативные сообщения о солнечных вспышках, пятнах, состоянии магнитного поля Земли и других предвестниках магнитно-ионосферных возмущений. Только центр при ИЗМИРАН ежедневно получал до 150 телеграмм с такой информацией. Путем консультаций между этими центрами быстро принималось решение, следует ли при данных предпосылках объявлять специальный мировой интервал (СМИ). Когда СМИ объявлялся, на станции, в том числе самые отдаленные, шли телетайпные сообщения, телеграммы, радиограммы, после чего начинались наблюдения по специальной программе. По данным ИЗМИРАН, за первые 12 месяцев МГГ имело место 28 периодов повышенной солнечной активности общей продолжительностью 127 дней. Почти все они были предвидены заранее. Только два СМИ были объявлены после того, как магнитноионосферные возмущения уже начались. СМИ объявлялись также сразу после запусков спутников.

Другой формой сотрудничества была служба прослеживания искусственных спутников. Эта служба, в которой участвовала специально для нее созданная сеть станций, также предусматривала постоянный обмен оперативной информацией между странами.

Особый интерес представляет сотрудничество в области сбора и обеспечения доступности результатов наблюдений. Станции, обсерватории, экспедиции представляли свои материалы наблюдений в так называемые «головные» институты своей страны, где они заносились на специальные бланки и отсылались в один из Мировых центров данных МГГ (МЦД). МЦД копировали эти материалы и обменивались ими друг с другом, собирая таким образом каждый полный комплект материалов (см. выше раздел 2), доступных для заинтересованных исследователей. Наибольший объем этой работы был возложен на МЦД в СССР и США, где собирались все без исключения материалы МГГ по всем разделам программы. МЦД в Москве был создан совместными усилиями Междуведомственного комитета по проведению Международного геофизического года, Академии наук СССР, Министерства связи СССР и Главного управления гидрометслужбы. Это — специальный научный архив, владеющий современной техникой для копирования данных. Он может микрофильмировать и размножать материалы количеством около 50 000 *м* пленки в год, или 40 000 фотокопий табличных материалов. В МЦД имеются читальные залы. Он ведет обширную переписку со всеми странами — участницами МГГ по вопросам сбора данных, выполнения заказов на копирование и т. п. В МЦД сосредоточены не только уникальные по своему характеру первичные материалы планетарных наблюдений, но и огромный фонд ценных публикаций, поступающих из всех стран и уже содержащих результаты анализа данных МГГ. Объем собранных в МЦД материалов исчисляется сотнями километров пленки, миллионами таблиц, десятками тысяч публикаций. Центры дважды в год издают и рассылают странам каталоги поступивших данных и публикаций [39].

Наряду с упомянутыми формами сотрудничества следует также назвать участие представителей стран, работавших по программе МГГ, в многочисленных научных симпозиумах, организованных СК МГГ во время V (Московской) ассамблеи в июле—августе 1958 г. [13, 36], а также и других международных конференциях, созванных МГГС, МНРС, МАС, где обсуждались многие предварительные научные итоги МГГ.

4. Опыт организации МГГ и последующие международные научные проекты

Переворот в организации геофизических наблюдений и исследований в связи с МГГ и успехи Года произвели большое впечатление на специалистов в различных областях наук о Земле, а также и в ряде других отраслей знания. После МГГ окончательно сформировалось понятие международного научного «проекта», т. е. мероприятия, выходящего за пределы обычных повседневных исследований и объединяющего усилия ученых многих стран для работ в определенном направлении. «Проекты» создаются для решения вполне конкретной научной задачи и основаны на соответствующей ей форме сотрудничества стран. Здесь следует назвать следующие проекты в области наук о Земле, организуемые или уже проводимые в настоящее время.

(1) Международный год спокойного Солнца (МГСС) имеет целью дополнить данные МГГ результатами наблюдений за период минимума солнечной активности 1964—1965 гг., а также поставить ряд новых исследований, возможных только в условиях низкого уровня солнечной активности. Данные МГСС, полученные на мировой сети геофизических станций и солнечных обсерваторий, позволят выявить закономерности процессов и явлений, на которые активность Солнца оказывает непосредственное воздействие, на протяжении всего 11-летнего солнечного цикла. Одновременно будет проводиться Всемирная магнитная съемка. При этом будут применены те же формы сотрудничества, которые были приняты для комплекса электромагнитных явлений программы МГГ.

(2) Проект «Верхняя мантия Земли и ее влияние на развитие земной коры» предусматривает координированные работы стран по изучению различными методами земной коры и находящегося под ней 1000-километрового слоя, где находятся источники основных геофизических, геологических и геохимических процессов. Такие исследования в МГГ почти не проводились. Основные направления работ, принятые Международным геодезическим и геофизическим союзом: сверхглубокое бурение, изучение глубоких очагов землетрясений, изучение тектонического и магматического развития коры, магнитные и гравиметрические исследования, геотермические исследования и др.

(3) Проект «Современные движения земной коры» имеет целью сбор данных о вертикальных и горизонтальных движениях земной коры в различных районах земного шара. Для этого предусмотрены: составление Мировой карты движений земной коры, организация международной службы наблюдений за такими движениями, создание в странах специальных полигонов, проведение наблюдений за движениями континентов.

(4) Сейсмологический проект ЮНЕСКО и МГГС имеет целью оказать через ООН помощь странам, подверженным разрушительным землетрясениям, в вопросах сейсмических наблюдений и антисейсмических мероприятий.

(5) Программа согласованных наблюдений за колебаниями современных ледников, которая проводится для выяснения тенденции современного оледенения Земли, а также решения вопросов практического использования горных ледников, питающих реки засушливых районов.

(6) Программа «Гидрологическое десятилетие», имеющая целью проведение координированных геофизических, гидрогеологических и других исследований для выяснения процессов в гидросфере Земли и определения водных ресурсов Земли.

Каждый из этих проектов существенно отличается от программы МГГ. Вместе взятые, они призваны охватить более широкий круг процессов и явлений по сравнению с МГГ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хргиан А. Х. Очерки развития метеорологии, т. I. Изд. 2, перераб Л., Гидрометеоиздат, 1959.
2. Chapman S. The International Geophysical Year. World Magnetic Survey. ICSU Review, April 1961, vol. 3, n. 2, pp. 77—81.
3. Повзнер А. Д. Международные научные союзы и проблемы организации сотрудничества после окончания наблюдений по программе МГГ. «Информационный бюллетень. Международный геофизический год», № 8. М., Изд-во АН СССР, 1960.
4. Gerson N. C. From Polar Years to IGY. Advances in Geophysics Academic Press Inc. Publishers, vol. 5. New York, 1958, pp. 2—48.
5. Jones H. S. The Early History of ICSU 1919—1946. ICSU Review, October 1960, vol. 2, n. 4, pp. 169—188.
6. Statutes of the International Council of Scientific Unions and of the Unions Federated in the Council. Issued by ICSU Secretariat, publ. by Spottiswoode, Ballantyne and C°., Ltd. London, 1961.
7. The Year Book of the International Council of Scientific Unions. Publ. by Spottiswoode, Ballantyne & C°. Ltd. London, 1957—1961.
8. Von Muralt A. What does ICSU stand for? ICSU Review, January 1959, vol. 1, pp. 3—6.
9. Berkner L. V. International Collaboration in Science. ICSU Review, January 1959, vol. 1, n. 1, pp. 6—16.
10. Revelle R. Some Recent Lessons. Bulletin of the Atomic Scientists, January 1962, vol. XVIII, n. 1, pp. 1—20.
11. IUGG News Letter. Publ. by the General Secretary of the IUGG. Printed by Butterworths Scientific Publications, London. 3e Année, n. 7 et 8, September—December 1954.
12. The Federation of Astronomical and Geophysical Permanent Services (FAGS). ICSU Review, January 1960, vol. 2, n. 1, pp. 24—53.
13. Annals of the International Geophysical Year. Publ. by Pergamon Press. London, vol. I, 1959; vol. IIA, 1959; vol. IX, 1959; vol. X, 1960.
14. Зубов Н. Н. и Козицкий Н. И. Участие Советского Союза в проведении Второго Международного полярного года (1932—1933). М., Изд-во АН СССР, 1959.
15. Документы и материалы Междуведомственного геофизического комитета при Президиуме АН СССР.
16. Chapman S. Scientific Programme of the International Geophysical Year 1957—58. «Nature», March 5, 1955, vol. 175, p. 402.
17. International Geophysical Year. Bulletin d'Information du Comité Spécial de l'Année Géophysique Internationale (CSAGI). Publ. by Butterworths Scientific Publications. London, № 1—7.
18. Центральные организации по проведению Международного геофизического года. «Международный геофизический год. Информационный бюллетень», 1957, Изд-во АН СССР, № 3, М.
19. Повзнер А. Д. О решениях Специального комитета по Международному геофизическому году, принятых в 1954—1957 гг. «Информационный бюллетень. Международный геофизический год», № 4. М , Изд-во АН СССР, 1958.
20. Investor's Reader. Special Issue: IGY. February 5, 1958. New York.
21. Chapman S. The International Geophysical Year. The Advancement of Science, March 1957, n. 52, pp. 259—268.
22. Отчет Советского комитета МГГ о выполнении программы Международного геофизического года. М., июль 1958.
23. Повзнер А. Д. О деятельности Междуведомственного комитета по подготовке и проведению Международного геофизического года при Президиуме АН СССР. «Информационный бюллетень. Международный геофизический год». 1957, Изд-во АН СССР № 2, М.
24. Повзнер А. Д. В Советском комитете МГГ. «Информационный бюллетень. Международный геофизический год», 1957, Изд-во АН СССР, № 3, М.

25. International Geophysical Year. A Special Report Prepared by the National Academy of Sciences for the Committee on Appropriations of the United States Senate. Government Printing Office, Doc. n. 124. Washington, 1956.
26. Report on International Geophysical Year. National Science Foudation. Government Printing Office. Washington, 1957.
27. Review of the First Eleven Months of the International Geophysical Year. National Science Foundation. Government Printing Office. Washington, 1958.
28. M a r t i n D. C. Some Achievements of the International Geophysical Year. Journal of the Royal Society of Arts, May 1959, pp. 406—422.
29. United Kingdom Progress Report on International Geophysical Year Observations (1 July 1957 — 30 June 1958). British National Committee for the International Geophysical Year. The Royal Society. London, July 1958.
30. Список станций и обсерваторий СССР, на которых будут проводиться наблюдения в течение Международного геофизического года 1957—1958. Международный геофизический год. М., Изд-во АН СССР, 1955.
31. «Информационный бюллетень. Международный геофизический год», № 2, 3. М, Изд-во АН СССР, 1957.
32. C h a p m a n S. The International Geophysical Year 1957—58. «Nature», January 8, 1955, vol. 175, p. 55.
33. C h a p m a n S. All Ready To Start. The New Scientist. June 27, 1957.
34. C h a p m a n S. The International Geophysical Year. ICSU Review, January 1959, vol. 1, n. 1, pp. 16—27.
35. N i c o l e t M. The International Geophysical Year. «Nature», July 6, 1957, vol. 180, pp. 7—10.
36. Резолюции V Ассамблеи СК МГГ. «Информационный бюллетень. Международный геофизический год», 1956, Изд-во АН СССР, № 6. М.
37. П о в з н е р А. Д. Международное геофизическое сотрудничество 1959 года. «Международный политико-экономический ежегодник 1960». М., Госполитиздат, 1960
38. R o b e r t s E. B. The IGY in Retrospect. The Smithsonian Report for 1959, pp 263—284. Publ. 4394. Smithsonian Institution. Washington, 1960.
39. Каталоги данных и публикаций Мировых центров данных МГГ Б1 и Б2.
40. Science in Space. Edited by Lloyd V. Berkner and Hugh Odishaw. Publ. by the McGraw-Hill Book C°., Inc. New York, 1961.
41. Предложение Советского правительства. «Правда», 16 марта 1958 г.
42. П о в з н е р А. Д. Международный геофизический год. «Международный политико-экономический ежегодник 1959». М., Госполитиздат, 1960.
43. Minnaert M. G. J. Cooperative Program in Solar Research. ICSU Review, April 1961, vol. 3, n. 2, pp. 81—84.
44. XI Генеральная Ассамблея Международного геодезического и геофизического союза М, Изд-во АН СССР, 1959.
45. World Cooperation in Science. «Nature», Feb. 3, 1962, No 4814, pp. 405—407.
46. S t o n e l e y R. The International Geophysical Year. «Nature», November 12, 1960, vol. 188, n. 4750, pp. 529—532.
47. M ü h l i g F. Weltweite wissenschaftliche Zusammenarbeit in friedloser Zeit. Allgemeine Vermessungs—Nachrichten, Nr. 7. Berlin-Wilmersdorf, 1957.
48. S t e i n h a u s e r F. Die Aufgaben und Arbeiten des Internationalen Geophysikalischen Jahres und Österreichs Anteil, Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen Nr. 2. Baden bei Wien, 1957.
49. Библиографические указатели литературы на русском языке: за 1955—1957 гг, за 1958 г, за 1959 г., за 1960 г., за 1961 г. «Международный геофизический год». М., Изд-во АН СССР, 1958, 1959, 1960, 1961, 1962.

А. Е. МЕДУНИН И А. Х. ХРГИАН

ИССЛЕДОВАНИЯ В РОССИИ ПО ТЕОРИИ ФИГУРЫ ЗЕМЛИ

1. Краткий очерк развития теории фигуры Земли до 80-х годов XIX века

Проблема установления истинных размеров и формы Земли с древнейших времен занимает умы ученых. К современным представлениям о Земле наука пришла в процессе длительного и тернистого пути развития.

В истории науки о фигуре Земли можно выделить три периода, три последовательных приближения к истине, каждое из которых являлось более точным по сравнению с предыдущим. Распространено мнение, что впервые мысль о шарообразной форме Земли высказал в VI в. до н. э. античный философ Пифагор. Это *первое научное решение вопроса о виде Земли* развивали также Аристотель в IV в. до н. э. (сочинение «О небе») и некоторые другие ученые древней Греции. Свои соображения Аристотель подкреплял убедительными аргументами, правильными и с современной точки зрения. Александрийский ученый Эратосфен в III в. до н. э. впервые с достаточно высокой для своего времени точностью измерил радиус Земли.

История науки сохранила сведения о том, что почти через тысячелетие после Эратосфена, в 827 г., арабский калиф аль-Мамун, сын Гарун-аль-Рашида, предпринял градусное измерение у Аравийского залива. По-видимому, арабские методы астрономо-геодезических измерений были весьма совершенны, потому что длина градуса меридиана, измеренная арабами, отличалась от современного значения всего на 1% [1].

Научные достижения греков и арабов были в значительной степени утрачены в средние века. После Великих географических открытий XV в. интерес к изучению размеров Земли возродился с новой силой. Уже в начале XVI в. во Франции стали проводиться измерения градуса меридиана. После изобретения голландцем Снеллиусом в 1614 г. метода триангуляций наступила новая эпоха в истории градусных измерений. Использование точных астрономических и геодезических инструментов позволило французскому ученому Пикару в 1669—1670 гг. достигнуть весьма высокой точности при измерении градуса Парижского меридиана.

Однако возможности непосредственного способа измерения фигуры Земли с самого начала были ограничены. Как известно, большая часть поверхности земного шара покрыта океанами (71% площади), где градусные измерения невозможны. Поэтому необходимо было найти

[1] См. Ф. Н. Красовский. Руководство по высшей геодезии, ч. II. Избр. соч., т. 4. М., Геодезиздат, 1955, стр 431—432.

иной путь для дальнейшего уточнения фигуры Земли. Этот новый путь был найден в 1687 г. Ньютоном (1643—1727), который в третьей книге своих «Начал» впервые решил вопрос о фигуре Земли чисто теоретически, рассмотрев вращение жидкой массы в свободном пространстве. Таким образом, начало *второго приближенного решения вопроса о виде Земли* было положено спустя примерно две тысячи лет после *первого.* Обнаружить сложность фигуры Земли наука смогла на довольно высоком уровне развития, когда уже существовали тонкие теоретические и экспериментальные методы исследования природы.

Исходя из предположения, что Земля в своем развитии прошла огненно-жидкую стадию, Ньютон на основании своего закона тяготения заключил, что жидкая масса в состоянии покоя должна принять форму шара. Однако, учитывая вращение жидкой массы и вызванную им центробежную силу, которая возрастает от полюса к экватору, следует считать, что фигура равновесия вращающейся жидкости не будет шаром и примет форму сфероида вращения. Подтверждением этого соображения Ньютон считал фигуру Юпитера, у которого при наблюдении в телескоп ясно обнаруживалось сжатие в направлении полюсов. Ньютон вычислил на основании данных градусных измерений Пикара, что центробежная сила на экваторе Земли равняется 1 : 289 силы притяжения земной массы. После этого Ньютон выделил мысленно в массе Земли два канала, заполненных водой; один из каналов простирался от полюса к центру Земли, а другой — от центра к экватору. Рассмотрев гидростатическое равновесие однородной жидкости в обоих каналах, Ньютон проделал вычисление и пришел к конечному выводу, что сжатие земного сфероида ($\alpha = \frac{a-b}{a}$, где a и b — большая и малая полуоси) равно 1 : 230 [1].

Критический разбор гипотез Ньютона, сделанных им при выводе фигуры Земли, был произведен впоследствии (см., в частности, работу Л. Н. Сретенского)[2]. А. А. Михайлов[3] отмечает, что основное рассуждение Ньютона относительно равновесия жидкости в двух каналах допустимо, если только внешняя поверхность Земли является поверхностью уровня. Действительно, даже если считать, что Земля находилась некогда в расплавленном состоянии, то нужно допустить, что после отвердевания фигура ее равновесия изменилась. Вместе с тем то обстоятельство, что Земля сравнительно легко поддается деформациям (земные приливы, тектонические движения), показывает, что внутренность Земли ведет себя по отношению к деформирующим силам как вязкая жидкость, если только эти силы действуют длительное время. Кроме того, почти три четверти площади земной поверхности покрыты океаном, уровень которого в спокойном состоянии совпадает с поверхностью равновесия. Поверхность суши и дно океана нигде не отклоняются от уровня океана больше чем на 11 *км*, т. е. твердая оболочка Земли всюду близка к фигуре равновесия. Геоид же, по самому определению, является фигурой равновесия; следовательно, допущение Ньютона о равновесии жидкости в двух каналах вполне оправдано и с современной точки зрения.

Другое важное допущение Ньютона о равномерной плотности

[1] См И. Ньютон. Математические начала натуральной философии. В кн: Собр. трудов акад. А Н Крылова, т VII М.—Л., Изд-во АН СССР, 1936, стр. 231—237.

[2] См Л Н. Сретенский. Ньютонова теория приливов и фигуры Земли В сб.: Исаак Ньютон 1643—1727. Сб. статей к 300-летию со дня рождения. М.—Л, Изд-во АН СССР, 1943, стр. 211—234

[3] См. А. А. Михайлов. Курс гравиметрии и теории фигуры Земли. М., Изд-во Главн управл геодезии и картографии, 1939, стр. 13—14.

Земли, сделанное им лишь для удобства теоретических выкладок, оспаривалось современниками еще при его жизни, а также в последующие после его смерти десятилетия.

Голландский ученый X. Гюйгенс (1629—1695) в «Рассуждении о причине тяжести», которое являлось приложением к его «Оптике» (1690), вычислил сжатие Земли ($\alpha = 1:578$) в предположении, что сила тяжести всюду одинакова и направлена к центру планеты.

Французский математик А. К. Клеро (1713—1765) в 1738 г. разъяснил причину разногласий между Ньютоном и Гюйгенсом. Вычисленная Ньютоном величина сжатия основана на допущении об однородности Земли. Предположение Гюйгенса основано на другой крайности — концентрации всей массы в центре Земли, следовательно, на допущении, что остальные части земного шара имеют нулевую плотность. Таким образом, действительное сжатие Земли должно заключаться между двумя пределами, которым соответствует различное теоретическое распределение плотностей.

Задачу о притяжении сфероидом материальной точки, лежащей на его поверхности, в общем случае решил шотландский математик Маклорен во второй четверти XVIII в. Маклорен показал, что сжатый сфероид действительно является фигурой равновесия жидкой массы, вращающейся с постоянной угловой скоростью около малой оси.

В 1718 г. ученик Пикара Ж. Кассини закончил измерения меридиана на севере и юге Франции. Результаты Кассини противоречили теории Ньютона, так как из них следовало, что Земля не сжата, а вытянута вдоль оси вращения с экваториальным сжатием 1 : 65. Ошибочность выводов Кассини объяснялась, с одной стороны, неточностью тогдашних определений астрономических широт и незначительным простиранием дуги меридиана по широте; с другой стороны, Кассини неправильно считал, что длина дуги градуса меридиана убывает от экватора к полюсу. Французская Академия наук решила подвергнуть вопрос о фигуре Земли решающему испытанию, а именно: измерить градусы двух дуг, одна из которых должна лежать вблизи экватора, а другая вблизи полюса. В 1735 г. в Перу отправилась экспедиция с участием академиков Буге и Лакондамина. Годом позже в Лапландию выехали академики Клеро и Мопертюи. Оконченные в 1743 г. французские градусные измерения подтвердили справедливость теории Ньютона. Однако полученные из них величины сжатия (из перуанской и французской дуг 1 : 314, из французской и лапландской дуг 1 : 214) наводили на мысль об ошибочности допущения Ньютона об однородности массы Земли [1].

В 1743 г. А. К. Клеро выпустил знаменитую книгу «Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики». Исходя из законов механики жидкостей, Клеро допустил, что Земля состоит из однородных эллиптических слоев малого сжатия, имеющих общий центр и общую ось вращения. Плотность слоев, считал Клеро, постепенно возрастает к центру, но закон изменения плотности — произвольный. Пренебрегая малыми второго порядка, Клеро доказал, что при его допущении условия равновесия поверхности неоднородной жидкой массы должны удовлетворяться. Теория Клеро давала возможность определить сжатие Земли независимо от закона распределения плотностей — по данным наблюдений силы тяжести в любых пунктах с разными широтами [2].

---

[1] См. Ф. Н. Красовский. Ук. соч., стр. 434—441.

[2] См. А. К. Клеро. Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики. Л., Изд-во АН СССР, 1947, стр. 156—158, 318—319.

Лаплас в «Небесной механике», вышедшей в 1798—1825 гг., опираясь на свою теорию происхождения Солнца и планет, сделал еще один важный шаг вперед. При рассмотрении теории фигуры Земли Лаплас ввел потенциальную функцию и доказал, что поскольку поверхность океана является уровенной поверхностью силы тяжести, то во всех ее точках потенциал тяжести имеет одну и ту же величину. Это обстоятельство освободило теорию от необходимости предположения, что внутренние слои Земли должны быть эллипсоидами вращения. Разложив потенциал силы тяжести в сходящийся ряд и полагая затем, что земные слои имеют форму, мало отличающуюся от сферической, Лаплас показал, что Земля в первом приближении должна иметь форму планетарного эллипсоида. В связи с тем, что закон изменения плотности внутри Земли неизвестен, величину сжатия Лаплас не вычислил, установив лишь для нее довольно широкие пределы. Работами Лапласа в начале XIX в. закончился период второго приближения к решению вопроса о фигуре Земли.

Следует отметить, что история математической теории притяжения и фигуры Земли за период от Ньютона до Лапласа обстоятельно изложена в двухтомном труде английского историка математики Тодхантера, вышедшем в Лондоне в 1873 г.[1]. Автор детально изложил и проанализировал основные работы по теории потенциала, уделив центральное место приложению теории потенциала к исследованию фигуры Земли.

Для полного подтверждения выводов теории Ньютона—Клеро—Лапласа достаточно, казалось, было измерить с большой точностью размеры земного сфероида — большую полуось и сжатие. Однако после проведения в первой трети XIX в. точных градусных и маятниковых измерений (в том числе русских) обнаружилось, что поверхность океана и ее продолжение внутри континентов существенно отличаются от поверхности эллипсоида вращения. Тогда за поверхность земного эллипсоида стали принимать некую идеальную правильную поверхность, наиболее приближающуюся к поверхности океана — истинной фигуре Земли. Именно размеры этой идеальной поверхности и определяли в дальнейшем, вплоть до настоящего времени.

Размеры большой полуоси и величину сжатия земного эллипсоида вычисляли в XIX в. из градусных измерений разные ученые. Наиболее известны следующие эллипсоиды:

Вальбек (1819, сжатие 1:302,8);
Шмидт (1830, сжатие 1:297,6);
Эйри (1830, сжатие 1:299,3);
Бессель (1841, сжатие 1:299,2);
Кларк (1858, сжатие 1:294,3);
Пратт (1863, сжатие 1:295,3);
Кларк (1880, сжатие 1:293,5).

Лапласовская теория фигуры Земли определяла как форму поверхности океана, так и закон изменения силы тяжести на земной поверхности. Числовые величины коэффициентов в формуле потенциала силы тяжести теория Лапласа не давала. Их нужно было определить из маятниковых наблюдений. Из них же легко можно было вычислить и сжатие Земли по формуле Клеро.

В первой половине XIX в. рядом ученых были найдены величины

[1] См. J. Todhunter. A History of the mathematical Theory of Attraction and the Figure of the Earth from the time of Newton to that of Laplace, vol. 1—2. London, 1873. В 1963 г. вышло новое издание этой книги.

сжатия Земли при посредстве одних лишь маятниковых наблюдений силы тяжести. К ним относились измерения:

Сэбин (1825, сжатие 1:288,4);
Шмидт (1830, сжатие 1:288,2);
Бейли (1833, сжатие 1:285,3);
Литке (1833, сжатие 1:288,0);
Борениус (1843, сжатие 1:286,1).

Было очевидно, что сильное отличие величин сжатия, полученных из градусных измерений, превышает отличия, предусмотренные теорией.

Поэтому до 60-х годов XIX в. данные маятниковых наблюдений не считались достаточно точными. Найденные Эйри и Бесселем величины сжатия (1 : 299,2) считались в 30—50-х годах наиболее достоверными и не подлежащими поправкам. После окончания русских и индийских градусных измерений Кларк в 1858 г. получил новую величину сжатия (1 : 294,3), сильно отличающуюся как от данных Бесселя, так и от результатов маятниковых наблюдений. Стало очевидно, что теперь уже при выводе сжатия нельзя пренебрегать данными определений силы тяжести. В 60—80-х годах были вновь сделаны попытки определить сжатие только по данным маятниковых наблюдений:

Ф. Фишер (1868, сжатие 1:288,5);
Листинг (1877, сжатие 1:288,5);
Кларк (1880, сжатие, 1:288,7);
Гельмерт (1884. сжатие 1:299,3).

Наибольшее количество пунктов (122) с измеренными значениями силы тяжести использовал немецкий геодезист Ф. Р. Гельмерт (1843—1917), поэтому выведенная им величина сжатия была в то время наиболее точной.

Уже в теории Лапласа содержалось признание того факта, что поверхность океана и ее продолжение внутри континентов существенно отличаются от поверхности эллипсоида вращения и что на поверхности Земли имеются значительные аномалии силы тяжести, определяемые отклонениями отвеса. Эти идеи привели следующие поколения ученых к постановке вопроса о необходимости осуществить *третье приближение* в исследовании фигуры Земли. Лаплас в своей теории допускал, что Земля имеет хотя и неоднородное, но до некоторой степени правильное строение; кроме того, он пренебрегал членами порядка квадрата сжатия. Именно в этих ограничениях, считал Ф. А. Слудский, и нужно было искать источник несоответствия теории с наблюденными данными [1].

Изучением влияния неправильностей строения Земли на ее фигуру занимались Эйри (1826), Стокс (1849) и Паукер (1854—1855). Однако Эйри и Паукер опять-таки ограничивали свои исследования определенными допущениями о форме внутренних слоев Земли.

Английский физик Д. Стокс (1819—1903) в середине XIX в. доказал очень глубокую теорему [2], весь смысл которой был не сразу понят современниками. В должной мере идеи Стокса были оценены только в XX в. Согласно теореме Стокса, сила тяжести будет вполне определена на заданной уровенной поверхности и во всем внешнем пространстве независимо от внутреннего распределения масс, если известна

[1] См. Ф. А. Слудский. Общая теория фигуры Земли. «Матем. сб.», 13, вып 4. М., 1888, стр. 640—641.

[2] См. G. Stokes. On the variation of gravity at the surface of the Earth (1849). Cambridge, 1883.

фигура уровенной поверхности тела, целиком окружающей все его массы, а также задана общая масса тела и угловая скорость его вращения. Теория фигуры Земли решает обратную задачу: по данным наблюдений силы тяжести определить фигуру геоида. В общем случае решение обратной задачи Стокса многозначно. Однако в частном случае для земного сфероида можно вывести формулу Клеро независимо от гипотез о внутреннем строении Земли. Если бы результаты наблюдений силы тяжести полностью соответствовали теоретическому их распределению, то это означало бы, что уровенная поверхность Земли является действительно сфероидом. Фактически величина силы тяжести отличается от той, которую дает решение проблемы Стокса для сфероида. Эта разность между наблюденной и теоретической величиной g называется *аномалией силы тяжести* и является мерой отступления геоида от сфероида [1].

Русский военный геодезист Ф. Ф. Шуберт (1789—1865) в 1860 г. предпринял чисто практическую попытку пополнить теорию фигуры Земли [2]. Он допустил, что Земля имеет форму трехосного эллипсоида, и определил размеры всех трех осей и экваториальное сжатие (1 : 8871). Вслед за Шубертом идею о трехосности Земли поддержали итальянский ученый Фергола (1874, 1876) и английский геодезист Кларк (1878). После проведения вычислений оказалось, что предположение о трехосности Земли весьма незначительно уменьшает расхождение между теорией и наблюдениями. Становилось все более очевидным, что отступления поверхности океана от фигуры эллипсоида, в том числе и трехосного, объясняются прежде всего самой *неправильностью строения Земли.*

Большинство геодезистов и геофизиков пришли в 70-х годах к общему заключению, что в качестве *третьего приближения* для фигуры Земли нельзя подобрать правильное геометрическое тело, имеющее простой закон образования. По предложению немецкого физика И. Б. Листинга (1808—1882), сделанному им в 1873 г., тело, ограниченное средней уровенной поверхностью Земли, получило название *геоида.* Согласно определению А. А. Михайлова, геоидом называется «уровенная поверхность силы тяжести, совпадающая в открытом море с невозмущенной приливами, изменением атмосферного давления и волнами свободной поверхностью воды» [3].

Поверхность геоида в одних местах лежит выше поверхности планетарного эллипсоида, в других — ниже. Это означает, что геоид является поверхностью, волнообразной относительно другой кривой поверхности — земного сфероида. Свойства геоида таковы, что он имеет только положительную кривизну, т. е. геоид всюду выпуклый.

До середины XIX в. в распределении аномалий силы тяжести не могли выявить какую бы то ни было закономерность. Работы Стокса (1849) и Ф. Фишера (1868) на основе анализа маятниковых наблюдений впервые показали, что на континентах и вблизи них сила тяжести меньше теоретической, а на океанах больше последней. Немецкий геодезист Гельмерт считал выводы Стокса и Фишера неверными. Исходя из предположения, что континенты плотнее океана, Гельмерт полагал, что они должны оказывать и большее притяжение, т. е., иными словами, уровенная поверхность должна быть выше теоретического эллипсои-

---

[1] См. А. А Михайлов Ук. соч., стр. 20—21, 88—89.

[2] См. Ф. Ф. Шуберт. О работах, произведенных для определения вида и величины Земли «Месяцеслов на 1860 год», 1860, стр. 374—389.

[3] А. А. Михайлов. Ук соч, стр. 9.

да на континентах и ниже его на океанах [1]. По мнению Гельмерта, максимум повышения геоида имеет место в Южной Америке, а максимум понижения — в Атлантическом океане близ Азорских островов. Абсолютные величины обоих максимумов превышают 400 *м*.

Гельмерт, следовательно, считал, что поверхностные неправильности Земли (океаны и континенты) превосходят неправильности глубинные. Влияние последних из-за их отдаленности, по мнению Гельмерта, должно было быть сравнительно мало, поэтому Гельмерт ими пренебрегал.

Вопрос о происхождении аномалий силы тяжести (вызываются ли они поверхностными или глубинными неправильностями строения Земли) являлся, таким образом, дискуссионным. Ряд ученых—Эйри (1855), Фай (1880) и др., исходя из воззрений теории изостазии, считали, что влияние поверхностных неправильностей компенсируется влиянием неправильностей более глубоких, и земная кора в целом находится в состоянии равновесия.

2. Работы Ф. А. Слудского

В 80-х годах к решению вопроса о фигуре Земли приступил профессор механики Московского университета Федор Алексеевич Слудский (1841—1897) [2]. Интерес Слудского к геофизике был не случайным. Еще в 60-х годах, будучи студентом университета, он принимал деятельное участие в проведенном Б. Швейцером исследовании «московской аттракции». Уклонению отвесных линий была посвящена магистерская диссертация Слудского. В последующие годы Слудский уделял большое внимание строению земной коры и способам ее изучения с помощью маятниковых наблюдений [3]. Особенно большой интерес с начала научной деятельности и до конца дней вызывали у Слудского аномалии силы тяжести и их возможная связь с магнитными аномалиями.

До 80-х годов в России не было оригинальных исследований по теории фигуры Земли, но интерес к этой проблеме не ослабевал с начала организации петербургской Академии наук. В XIX в. заслуживают упоминания исторические обзоры исследований фигуры и величины Земли, сделанные А. Ф. Шагиным [4] (1837) и Д. М. Перевощиковым (1852) [5]. В серьезных курсах геодезии А. П. Болотова [6], математической географии А. Н. Савича [7] и физической географии Э. Х. Ленца [8] вопросам фигуры Земли и способам ее изучения уделялось большое внимание.

[1] См. F.-R. Helmert. Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie, t. I—II. Leipzig, 1880—1884.

[2] Ф. А. Слудский окончил в 1860 г. физико-математический факультет Московского университета и уже через пять лет, в 1865 г., защитил диссертацию на степень доктора астрономии, а еще через полгода — диссертацию на степень доктора прикладной математики (т. е. механики). Таким образом, в возрасте 25 лет Слудский стал обладателем двух ученых степеней доктора наук и занял должность экстраординарного профессора на кафедре механики.

[3] См. F. Sludsky. La figure de la terre d'après les observations du pendule «Bull. de la Soc. imp. des natur. de Moscou», 1886, № 1.

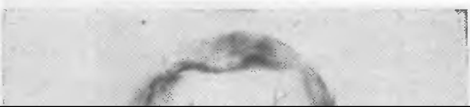
[4] См. А. Ф. Шагин. Обозрение важнейших астрономических и геодезических способов, служащих к определению фигуры Земли. Харьков, 1837.

[5] См. Д. М. Перевощиков. Историческое обозрение исследований о фигуре и величине Земли. «Магазин земледелия и путешествий», 1852, т. 1.

[6] См. А. П. Болотов. Курс высшей и низшей геодезии, т. 1—2 СПб., 1845—1849.

[7] См. А. Н. Савич. Математическая география и первые начала космографии. СПб., 1850.

[8] См. Э. Х. Ленц. Физическая география. СПб., 1851.



В 70—80-х годах Р. Э. Ленц[1] и И. И. Стебницкий[2] написали несколько небольших статей о [redacted] ном состоянии и весьма сильную *неправильность* континентального рельефа. Впрочем, добавляет он, в масштабе Земли возвышения континентов над океанами сравнительно невелики. Именно поэтому, исследуя форму земной поверхности, можно отвлекаться от неправильностей рельефа континентов. «Для этого следует, — пишет Слудский, — мысленно выравнивать континенты, или, что лучше, срывать их, т. е. мысленно продолжать поверхность океана внутри континентов и принимать ее с этим продолжением за фигуру Земли» [1].

В связи с тем, что законы изменения плотности и распределения масс внутри Земли неизвестны (а между тем аномальные плотности и массы, собственно, и определяют неправильности фигуры Земли), Слудский отказался в этом отношении от всяких гипотез и стал оперировать только с потенциалом притяжения земной массы для всех внешних точек.

Ход рассуждений Слудского в общих чертах таков. Пусть притягивающая масса M заключена внутри некоторой сферической поверхности радиуса r и в нескольких точках ее касается. Тогда потенциал притяжения массы M будет иметь вид:

$$V = \mu \int \frac{dM}{r},$$

где μ — постоянная тяготения. Для всех точек рассматриваемой поверхности, а также для точек вне ее будет справедливо выражение потенциала притяжения в виде бесконечного сходящегося ряда по сферическим функциям (или функциям Лапласа):

$$V = \mu \sum_{0}^{\infty} \frac{K_n(\chi, \lambda)}{r^{n+1}},$$

где r — расстояние притягивающей точки от начала координат; χ — геоцентрическая широта; λ — геоцентрическая долгота (в совокупности r, χ, λ — сферические координаты);

$$K_n(\chi, \lambda) = \sum \theta_{n,i}(\chi)\,[A_{n,i} \cos i,\, \lambda + B_{n,i} \sin i,\, \lambda]$$

— сферическая функция n-го порядка, в которой $A_{n,i}$ и $B_{n,i}$ — произвольные постоянные.

Доказав затем, что всякая непрерывная функция широты и долготы может быть разложена в ряд по сферическим функциям и что это разложение единственно, Слудский обобщил свое разложение на потенциал всякого тела во всем внешнем пространстве. Хотя строгого доказательства такого обобщения не было, Слудский считал его справедливым и в качестве примера ссылался на Гаусса, который шел тем же путем.

Сила тяжести является, как известно, равнодействующей силы притяжения земной массы и центробежной силы, возникающей от вращения Земли. Соответственно потенциал тяжести будет равняться сумме потенциалов слагаемых. Напряженность (или ускорение) силы тяжести является дифференциальным параметром первого порядка от потенциала тяжести.

Введя во второй главе геодезические координаты h, φ и λ и преобразовав сферические координаты в геодезические, Слудский выразил в последних уравнение поверхности океана — уровенной поверхности

[1] Ф. А. Слудский. «Матем. сб.», 13, вып. 4, 633, 1888.

(см. уравнение (30) в нумерации Слудского[1]). Далее Слудский обозначил через Θ и Λ астрономические широты и долготы точек земной поверхности и написал уравнения, которые определяли законы изменения напряженности силы тяжести (ускорения g) на земной поверхности и вблизи нее (в нумерации Слудского — уравнения (32), (34) и (35))[2].

В совокупности формулы (30), (32), (34) и (35) (в обозначениях Слудского) представляют собой формулы для нахождения параметров потенциала тяжести из сравнения астрономических и геодезических широт и долгот, из результатов геодезического нивелирования и из наблюдений над маятником.

Поскольку потенциал притяжения земной массы выражается медленно сходящимся рядом, точное определение фигуры Земли представляет задачу чрезвычайно трудную, и поэтому приходилось довольствоваться достаточным приближением к решению этого вопроса. Лаплас удерживал в разложении потенциала лишь члены нулевого, первого и второго порядков. Слудский поставил задачу сохранить в выражении потенциала члены первых четырех порядков. Произвольные постоянные $A_{n,i}$ и $B_{n,i}$ необходимо было определять из геодезических, астрономических и маятниковых наблюдений. При этом измерения силы тяжести представляли особую ценность для выведения фигуры Земли, поскольку некоторые определения производились на океанических островах, где триангуляция невозможна.

Изложив в первых трех главах свою теорию, Слудский в последней главе произвел вычисления, используя данные маятниковых наблюдений, приведенных в работе Гельмерта. Слудский вычислил затем уклонение отвеса по долготе (Λ—λ) и по широте (Θ—φ), а также вычислил величины $\bar{h}$, выражающие отклонение поверхности геоида от общего земного эллипсоида. Эти отклонения Слудский вычислил для 134 точек земной поверхности, меридианы которых отстояли друг от друга на 30°, а параллели на 15°. Совокупность ряда точек земной поверхности, для которых отклонение геоида от эллипсоида было равно нулю, составило след поверхности геоида на эллипсоиде. Числовые значения отклонений в указанных точках Слудский нанес на специальную карту пунктирной линией (см. рис. 1).

Хотя положение и форма следа существенно изменились по сравнению с ранней работой Слудского (см. сноску [3] на стр. 181), тем не менее вывод остался прежним: океану соответствует повышение геоида, а континентам — понижение его.

Из имевшихся в его распоряжении данных Слудский вычислил также абсолютные величины уклонений отвеса в секундах дуги. Они оказались порядка десятков секунд.

Резюмируя результаты своих вычислений (во введении к работе), Слудский писал:

«Наиболее интересный из моих выводов есть тот, что океану, вообще говоря, соответствует повышение земной поверхности, а континентам — понижение ее. Этот вывод прямо противоречит общепринятому теперь мнению и кажется парадоксальным. Но ни мало не сомневаюсь, что при дальнейшей разработке вопроса получится тот же самый результат»[3].

В работе «Строение земной коры по наблюдениям над маятни-

---

[1] См. Ф. А. Слудский. «Матем. сб.», **13**, вып. 4, 681—682, 1888.
[2] Там же, стр. 685—688.
[3] Там же, стр 864.

ком» (1892), явившейся дополнением к «Общей теории фигуры Земли», Слудский попытался найти распределение плотностей в земной коре. Приняв для упрощения за начало координат центр тяжести Земли и пренебрегая малым углом наклона оси вращения к одной из главных осей инерции эллипсоида, Слудский определил числовые значения ряда коэффициентов сферических функций K_n.

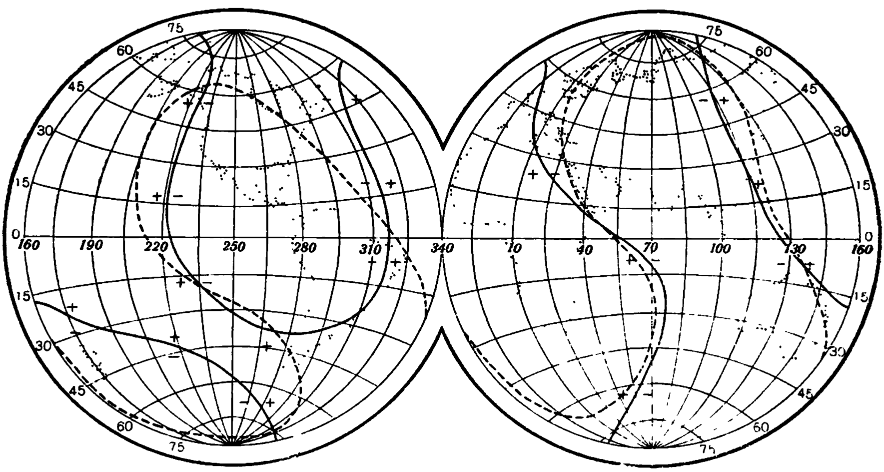


Рис. 1. След поверхности геоида

В общем случае задача поисков закона распределения плотностей является неопределенной, так как при данном внешнем потенциале может существовать целая система земных слоев, имеющих в сумме потенциал, равный заданному. Но если считать, что главная часть Земли состоит приблизительно из однородных эллиптических слоев и что неправильности строения имеют место лишь в земной коре, то неопределенность задачи уменьшается. Простейшим ее решением будет сферический слой, наиболее приближающийся к поверхности земного эллипсоида изнутри[1].

Произведя необходимые вычисления и составив таблицу для разности плотностей $\delta\rho$ через 30° долготы и 15° широты, Слудский пришел к определенному выводу, что, «говоря вообще, континентам соответствуют недостатки плотностей в земной коре, а океану ее избытки»[2].

В том же 1892 г. Слудский написал статью «Определение размеров Земли из градусных измерений по новому способу», помещенную также в «Математическом сборнике». В начале статьи Слудский подчеркивал, что маятниковые наблюдения силы тяжести являются наиболее пригодными, так как дают наиболее важные данные для определения параметров потенциала тяжести. Вместе с тем при изучении этого вопроса нельзя, конечно, пренебрегать астрономическими и геодезическими определениями.

Далее Слудский развил свое собственное теоретическое решение задачи об определении полуосей и сжатия земного сфероида. Общепринятое тогда решение задачи не являлось вполне удовлетворительным (как это признавал и Гельмерт), так как в нем не принимались в расчет отклонения геоида от эллипсоида. Полагали, что основной причиной

---

[1] См Ф. А. Слудский. Строение земной коры по наблюдениям над маятником. «Матем. сб.», 16, вып. 2, 1892.

[2] Ф. А. Слудский. «Матем. сб.», 16, вып. 2, 233, 1892.

различия размеров эллипсоидов, определенных из разных дуг, являются расхождения астрономических и геодезических координат, т. е. отклонения отвеса от нормали в разных точках поверхности Земли. Считалось, что геоид имеет ряд мелких волн случайного характера и не имеет широких правильных волн.

Слудский доказал существование у геоида широких и плавных волн большой протяженности, что явилось результатом принятия в расчет отклонений геоида от эллипсоида.

Основываясь на своем способе разложения в ряд потенциала силы тяжести, Слудский отбросил для упрощения решения члены третьего и следующих порядков и решил задачу при следующих двух предположениях: (1) Земля есть эллипсоид вращения; (2) Земля является трехосным эллипсоидом [1].

Слудский заимствовал, далее, формулы из своей «Общей теории» и напомнил, что положение точек каждой отдельной триангуляции относится к своему особому эллипсоиду.

Применяя свои уравнения к пяти дугам меридианов (англо-французской, русской, индийской, капской и перуанской) и к одной дуге параллели (индийской), которые все были приведены к уровню океана, Слудский ввел дальнейшее упрощение, положив, что все базисы триангуляций приведены к поверхностям своих индивидуальных эллипсоидов. Далее Слудский составил таблицу числовых данных для промежуточных членов [2] и написал окончательные уравнения для определения неизвестных по способу наименьших квадратов.

Величина сжатия земного эллипсоида вращения, выведенная Слудским, оказалась равной $\alpha = 1 : 292{,}67$.

Принимая же Землю за трехосный эллипсоид, Слудский получил для его сжатия величину $\alpha = 1 : 297{,}11$ [3].

С 1874 г. Слудский был членом Московского общества испытателей природы, а с 1890 г. его президентом. В годичном собрании общества Слудский прочел за год до своей смерти доклад «Главнейшие геодезические выводы касательно строения Земли», который в том же 1896 г. был напечатан в «Бюллетене» общества. Доклад являлся популярным изложением идей Слудского в области изучения фигуры Земли и ее строения — тех идей, которые Слудский развивал с начала своей научной деятельности и особенно интенсивно с 1883 г.

Задачу определения фигуры Земли Слудский считал предметом геодезии, а исследование строения нашей планеты — предметом геофизики [4]. Отмечая вместе с тем тесную связь между этими науками, Слудский обращал внимание на тот факт, что форма земной поверхности фактически определяется количеством и составом вещества Земли и его распределением.

Основываясь на ряде своих предыдущих работ, Слудский еще раз убедительно опроверг точку зрения Гельмерта, который недооценивал влияние глубинных неправильностей в строении Земли и утверждал, что геоид на континентах выше эллипсоида, а на океанах ниже.

Слудский, располагая незначительным количеством точных сведений, пришел к совершенно правильным с современной точки зрения выводам о том, что внутренние неоднородности Земли значительно превышают внешние неоднородности.

---

[1] См. Ф. А. Слудский. «Матем. сб.», **16**, вып. 2, 296, 1892.
[2] Там же, стр. 300—304.
[3] Там же, стр. 311—312.
[4] См Ф. А. Слудский. Главнейшие геодезические выводы касательно строения Земли. «Бюл. Моск. о-ва испыт. природы», 1896, № 4, стр. 47.

Этим обстоятельством, собственно говоря, и объясняется превышение геоида над эллипсоидом на океанах, поскольку океаническое дно имеет избыток плотности в сравнении с континентами.

Слудский считал, что как общие, так и местные аномалии силы тяжести представляют большой интерес для геологии и геофизики. Ни одна из существовавших в то время гипотез (Эйри, Пратта, Фая и др.) не могла удовлетворительно объяснить распределение аномалий тяжести по поверхности Земли. Данные геофизики и геодезии, полагал Слудский, могут в высшей степени способствовать решению вопроса.

«Имеющиеся теперь наблюдения над маятником, как мы знаем, — писал Слудский, — не решают даже вопроса о существовании аномалий общих. Требуется покрыть и океан и континенты сплошной сетью определений величины силы тяжести. Эта чрезвычайно трудная практическая задача, без всякого сомнения, будет разрешена со временем» [1].

Труды Слудского были высоко оценены современниками. За работы по теории фигуры Земли Русское географическое общество присудило Слудскому высшую награду — Константиновскую золотую медаль, а Русское астрономическое общество наградило его денежной премией [2]. Ценность работ Слудского отмечали также Н. Я. Цингер [3] и Н. Е. Жуковский. В статье, посвященной памяти Слудского, Н. Е. Жуковский, отдавая должное его работам по теоретической механике, тем не менее считал венцом его научной деятельности замечательные исследования по высшей геодезии и геофизике [4].

Хотя Слудский не создал школы по теории фигуры Земли и гравиметрической разведке, его плодотворные идеи были восприняты и развиты советскими геофизиками и геодезистами. Математический метод Слудского разработали более полно и усовершенствовали советские ученые М. С. Молоденский, В. А. Магницкий и Н. К. Мигель. Они доказали также справедливость окончательных выводов Слудского [5].

Деятельность Федора Алексеевича Слудского — важный этап в развитии естественных наук в России. К сожалению, до настоящего времени историки науки почти не уделяли внимания его трудам. Только в последние годы появилась работа В. Н. Ганьшина и Н. Н. Большакова, посвященная биографии Слудского и характеристике его трудов [6].

3. Работы А. А. Иванова и А. М. Ляпунова

Незадолго до смерти Ф. А. Слудского теорией фигуры Земли стал заниматься представитель петербургской школы астрономов-теоретиков, небесных механиков и геодезистов Александр Александрович Иванов (1867—1939), ученик проф. А. М. Жданова.

В 1895 г. Ивановым была защищена магистерская диссертация «Вращательное движение Земли (О перемещении полюсов оси враще-

---

[1] Ф. А. Слудский. «Бюл. Моск. о-ва испыт. природы», 1896, № 4, стр. 63.

[2] См. И. И. Стебницкий. Об исследовании проф Ф. А. Слудского о фигуре Земли и его статье «Определение размеров Земли из градусных измерений по новому способу». «Изв. Русск. астр. о-ва», 1894, вып. III, стр. 89—93.

[3] См. Н. Я. Цингер. Курс высшей геодезии. СПб., 1898, стр. 174—175.

[4] См. Н. Е. Жуковский. Биография и ученые труды проф. Ф. А. Слудского. В кн.: Н. Е. Жуковский. Полн. собр. соч., т. IX. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1937. стр. 382—384.

[5] См. В. А. Магницкий. Основы физики Земли. М., Геодезиздат, 1953, стр. 212—213.

[6] См. В. Н. Ганьшин и Н. Н. Большаков. Федор Алексеевич Слудский — ученый-геодезист. М., Геодезиздат, 1957.

ния по поверхности земного сфероида)». Еще Леонард Эйлер, основываясь на теории вращения абсолютно твердого тела, выяснил, что вследствие перемещения оси вращения в теле Земли географические полюса Земли должны перемещаться по ее поверхности, описывая на ней небольшой круг за 305 дней (период Эйлера). Американский астроном Чендлер в 90-х годах XIX в. ввел ряд уточнений в теорию Эйлера и на основе точных наблюдений положений звезд получил период колебаний земной оси, равный 430 дням, а также вывел эмпирическую формулу колебания широт. Иванов использовал около трех тысяч старых пулковских наблюдений над изменениями широт и подтвердил выводы Чендлера о наличии периода в 430 дней. Кроме того, он предложил собственную формулу, описывающую колебания широт [1]. Таким образом, Иванов по праву разделил с Чендлером крупный успех доказательства перемещения полюсов Земли по ее поверхности и выявил некоторые дополнительные причины этого явления. На колебание земной оси, как показал Иванов в магистерской диссертации, оказывают влияние притяжение Солнца и Луны, геологические и метеорологические процессы, наличие внутри Земли жидкого ядра (существование которого и обусловливает, по мнению Иванова, 430-дневный период движения полюсов) и некоторые другие факторы. За работы по изучению колебаний полюсов Иванов был премирован Русским географическим и Русским астрономическим обществами.

Докторскую диссертацию «Теория прецессии» [2] Иванов защитил в 1899 г. В этой работе он разложил в ряд пертурбационную функцию вплоть до членов четвертого порядка. При этом он учел возмущающее действие Солнца вследствие его громадной массы и Луны благодаря ее близости к Земле. В итоге Иванов впервые вывел достаточно точные формулы прецессии земной оси. Проделав такую же операцию по разложению в ряд для потенциала силы тяжести, Иванов получил, с точностью до первых степеней сжатия земного сфероида, выражение для ускорения силы тяжести и для длины секундного маятника в зависимости от геоцентрической широты [3]. При этом он использовал данные 367 маятниковых пунктов, определенных в течение почти всего XIX в. Формула для длины секундного маятника, приведенной к уровню моря, получила название *формулы Иванова*. Выведенная им величина сжатия Земли $\alpha = \frac{1}{297{,}2 \pm 0{,}3}$ почти точно совпадает с современным ее значением [4]. Именно эта величина сжатия через 25 лет была признана международной на конгрессе в Мадриде в 1924 г. [5].

За год до защиты докторской диссертации Иванов выдвинул проблему возможной несимметричности обоих полушарий Земли. В таком случае формула Клеро и закон изменения силы тяжести с широтой должны быть различны для северного и южного полушарий. В диссертации «Теория прецессии» была выведена формула ускорения g для случая несимметричности обоих полушарий. Из многочисленных гравиметрических данных Иванов вычислил разницу в значении g для север-

---

[1] См. А. А. Иванов. Вращательное движение Земли (О перемещении полюсов оси вращения по поверхности земного сфероида). СПб., 1895, стр. 93—94.

[2] А. А. Иванов. Теория прецессии. СПб., 1899.

[3] Там же, стр. 35.

[4] См. там же, стр. 46.

[5] См. П. М. Горшков. Из истории русской науки в Петербургском — Ленинградском университете. «Уч. зап. ЛГУ», 1949, № 116, сер. матем. наук, астрономия, вып. 18, стр. 204—206.

ного и южного полушарий, которая оказалась равной около 20 *мгл* (ее современное значение 37 *мгл*)[1].

Таким образом, Иванов еще раз убедительно показал, что фигура Земли значительно сложнее сфероида и даже трехосного эллипсоида, что геоид вообще не является геометрически правильным телом. Отсюда совершенно естественно возникало сомнение в справедливости гипотезы о прохождении Землей жидкой стадии в начальный период эволюции — следствие, чрезвычайно важное для космогонии, астрономии, геофизики, геологии и всех смежных наук.

Современники ставили работы Иванова по теории фигуры Земли, получившие мировую известность, в один ряд с исследованиями таких крупнейших авторитетов, как Эйри, Пуассон и Гельмерт (отзыв проф. Пицетти). Чендлер и Гельмерт неоднократно ссылались на труды Иванова[2].

За всю свою жизнь Иванов написал более трехсот работ (из них около двухсот до Октябрьской революции), семь раз участвовал в международных астрономических конгрессах, посетил все важнейшие обсерватории Западной Европы и состоял членом многих русских и иностранных научных обществ.

Исследования А. А. Иванова по теоретической астрономии, геодезии, теории фигуры Земли и гравиметрии достаточно подробно охарактеризованы в вышеупомянутой работе проф. П. М. Горшкова.

Рассматривая проблему фигуры Земли, нельзя не коснуться работ А. М. Ляпунова (1857—1918) по устойчивости фигур равновесия вращающейся жидкости. Глубокие исследования Ляпунова относятся, собственно говоря, к области теоретической механики, астрономии и космогонии, и лишь в середине XX в. они смогли найти применение в изучении внутреннего строения Земли и ее фигуры. Кроме того, об А. М. Ляпунове и его работах существует значительная библиография и историография[3]. Поэтому охарактеризовать подробно чрезвычайно сложные и важные исследования Ляпунова в данной статье не представляется возможным. Они, без сомнения, заслуживают специального рассмотрения.

А. М. Ляпунов разработал современную строгую теорию устойчивости движения и равновесия механических систем, определяемых конечным числом параметров. Одна из заслуг Ляпунова заключается в построении самого общего метода для решения задач об устойчивости. Магистерская диссертация Ляпунова «Об устойчивости эллипсоидальных форм равновесия вращающейся жидкости» (1884) была написана им в Петербургском университете под влиянием идей П. Л. Чебышева, учеником которого Ляпунов являлся. В этой работе Ляпунов впервые дал точное определение понятия устойчивости вращающейся жидкости и установил достаточный критерий устойчивости фигур равновесия. Незадолго перед возвращением из Харькова в Петербург, в 1901 г., Ляпунов вновь занялся разработкой проблемы устойчивости фигур

---

[1] См. П. М. Горшков. «Уч. зап. ЛГУ», 1949, № 116, сер. матем. наук, астрономия, вып. 18, стр. 208.

[2] Там же, стр. 209.

[3] См. Я. Л. Геронимус. Александр Михайлович Ляпунов. В кн.: Очерки о работах корифеев русской механики. М., Гостехиздат, 1952; Н. Д. Моисеев. А. М. Ляпунов и его труды по теории устойчивости. «Уч. зап. МГУ», 1947, вып. 91; Н. И. Идельсон. Постановка проблемы фигур равновесия в теории А. М. Ляпунова. Приложение в кн.: П. Э. Аппель. Фигуры равновесия вращающейся однородной жидкости. М.—Л., ОНТИ, 1936; и др.

равновесия. В цикле своих выдающихся работ, написанных с 1902 по 1912 г.[1], Ляпунов дал, наконец, строгое решение задачи. При этом ему пришлось преодолеть огромные математические трудности и разработать ряд новых аналитических методов.

Теорией фигур равновесия равномерно вращающейся жидкости, частицы которой взаимно притягиваются по закону всемирного тяготения, занимались наиболее выдающиеся математики и астрономы: И. Ньютон, А. Клеро, П. Лаплас, Ж. Лагранж, К. Якоби, Ж. Лиувилль, К. Маклорен, С. Пуассон, А. Пуанкаре, Дж. Дарвин и др. Ими были найдены эллипсоидальные фигуры равновесия для однородной вращающейся жидкости. Клеро рассматривал также в первом приближении фигуры неоднородной вращающейся жидкости, заранее предположив при этом, что поверхности одинаковой плотности суть эллипсоиды вращения. Исследования Лапласа и Лагранжа также содержали ряд произвольных допущений и известных неточностей. Лишь А. М. Ляпунов впервые с полной строгостью доказал существование близких к эллипсоидальным фигур равновесия медленно вращающейся однородной и слабонеоднородной жидкости при самых общих предположениях о характере изменения плотности с глубиной. Дав эффективные способы вывода уравнений фигур равновесия, Ляпунов исследовал затем устойчивость эллипсоидальных фигур и новых, открытых им фигур равновесия. Он доказал неустойчивость так называемых грушевидных фигур равновесия, опровергнув таким образом противоположное утверждение крупного английского астронома Дж. Дарвина. Как известно, Дж. Дарвин при рассмотрении вопроса об устойчивости форм равновесия вращающейся вязкой жидкости использовал метод приближенных вычислений и нашел, что эти формы устойчивы. На основе этого Дарвин построил свою космогоническую гипотезу развития двойных звезд.

В ходе длительной дискуссии между А. М. Ляпуновым и Дж. Дарвином Ляпунов дал безукоризненное математическое доказательство своего утверждения, которое в дальнейшем признал и Дарвин.

В конце XIX в., когда большинство астрономов, геологов и геофизиков разделяло концепцию о необходимости прохождения Землей огненно-жидкой стадии эволюции, работы Ляпунова, казалось, подтверждали господствующую теорию. Выведенная Ляпуновым величина сжатия фигуры равновесия неоднородной вращающейся жидкости при подстановке в нее современных параметров земного сфероида получается равной 1 : 297,6. Эта величина чрезвычайно близка к сжатию, найденному экспериментально из градусных и гравиметрических измерений (1 : 298,3).

Тем не менее в течение первой половины XX в. гипотеза об огненно-жидкой стадии Земли подверглась критике с различных точек зрения, в том числе с физической. Была доказана малая роль первичного тепла Земли и важное значение радиоактивного распада в тепловом режиме Земли (В. И. Вернадский). Критиковалась контракционная гипотеза горообразования (Л. С. Лейбензон). Высказывалась критика огненно-жидкой стадии эволюции Земли и с астрономической точки зрения (Спицер).

[1] См. А. М. Ляпунов. Собр. соч., т. III, М., Изд-во АН СССР, 1959, статьи: Исследования по теории фигуры небесных тел (1903); Об уравнении Клеро и о более общих уравнениях теории фигуры планет (1904); Об одной задаче Чебышева (1905); Задача минимума в одном вопросе об устойчивости фигур равновесия вращающейся жидкости (1908). Т. IV, статья: О фигурах равновесия, мало отличающихся от эллипсоидов, вращающейся однородной массы жидкости (1906); и другие работы.

Как выяснилось уже в наше время, прямое отношение к изучению фигуры геоида имеют теория ползучести и реология, рассматривающие деформации и текучесть вещества под действием длительных напряжений. Отдельные положения реологии были разработаны еще во второй половине прошлого века Стоксом, Максвеллом, В. Томсоном и русским физиком Ф. Н. Шведовым (1840—1905). Вся научная и педагогическая деятельность Шведова прошла в Новороссийском (Одесском) университете, где он был профессором физики, деканом физико-математического факультета и в последний период ректором университета.

Чисто феноменологические построения Максвелла по проблемам ползучести и релаксации Шведов экспериментально проверил, развил и дополнил в области теории. Выведенное Максвеллом уравнение релаксации (процесса постепенного рассасывания напряжений) оказалось справедливым лишь для аморфных тел. Породы земной коры находятся преимущественно в кристаллическом состоянии, и для происходящих в ней не слишком длительных процессов следует применять релаксационное уравнение Шведова. Тела, удовлетворяющие этому уравнению, получили название *шведовских* тел [1].

На основе представлений, развитых в теории ползучести и в реологии, в настоящее время стало возможным построить теоретически фигуры Земли и планет и без предположения о прохождении ими огненно-жидкого состояния. Оказалось, что Земля ведет себя как упругое тело по отношению к сейсмическим волнам, периоды которых измеряются секундами и десятками секунд, и как вязко-пластическое тело по отношению к геологическим процессам длительностью в сотни тысяч и миллионы лет. Таким образом, за миллиарды лет своего существования Земля могла принять современную фигуру и не проходя стадии полного расплавления.

Ученые России до Октябрьской революции внесли значительный вклад в разработку теории фигуры Земли и подготовили тем самым почву для дальнейшего интенсивного развития науки в условиях нового строя.

---

[1] См. В. А. Магницкий. Ук. соч., стр. 228.

А. М. ФРЕНК и Б. И. СПАССКИЙ

ИЗ ИСТОРИИ ОПТИКИ В XVII ВЕКЕ
(к оптике Гюйгенса)

Вторая половина XVII в. была периодом зарождения физической оптики. Были даны первые обоснования закона преломления (Декарт, Гюйгенс, Ферма), доказана конечность скорости света (Ремер), открыты первые интерференционные и дифракционные явления (Гримальди, Бойль, Гук), обнаружено и впервые объяснено двойное преломление (Бартолини, Гюйгенс), открыта поляризация света (Гюйгенс), установлена сложность белого света и периодичность его свойств (Ньютон).

Большое число открытых световых явлений требовало создания теории, способной рассматривать их с единой точки зрения. Именно эту задачу поставил перед собой Гюйгенс. Передающийся от частицы к частице импульс Декарта принимает у Гюйгенса конкретную форму волны. В своем «Трактате о свете» [1] он все явления рассматривает именно с волновой точки зрения, исходя из конечности скорости распространения волн и сформулированного им принципа огибающей волны. Обширная переписка Гюйгенса, опубликованная в Полном собрании его сочинений, позволяет проследить генезис его оптики.

Гюйгенс был не первым, кто в XVII в. придерживался волновых представлений. Сам Гюйгенс называет еще Парди и Гука, к которым обычно добавляют Гримальди и Анго. Но все они были непоследовательны в своих воззрениях на природу света.

Иезуит Парди, профессор в Париже, поддерживал личную связь с Гюйгенсом. Его основная работа по оптике не была опубликована и рукопись ее не сохранилась, но об ее содержании можно судить по плану, изложенному им в первом томе предполагавшегося им многотомного издания [2]. В нем по аналогии с волнами на воде должны были рассматриваться волны в воздухе и в «еще более тонкой субстанции», выяснялось, как образуются волны, как они передаются, каково их направление и как они взаимодействуют. Полученные результаты применялись к звуку и свету, причем объяснялись цвета и выводился закон преломления. То, что объяснение цветов было не очень удачным, видно из переписки Парди с Ньютоном. Рукопись Парди попала к его собрату по ордену Анго, который воспользовался ею для написания своей «Оптики», вышедшей уже в 1682 г. [3]. В ней объясняются все свойства света с помощью волнового движения.

Книга Анго была написана в схоластическом духе, и основной ее целью была защита аристотелевских воззрений, которые в конце XVII в. уже нельзя было признать прогрессивными. Как Гюйгенс, так и Лейбниц были недовольны книгой. В письме к королевскому гидрографу в Дюнкерке Баерту Гюйгенс писал: «...он говорит, что взял часть из сочинения Парди, но он бы сделал лучше, если бы издал рукопись такой, какой она была» [4]. Еще более решительно высказался Лейбниц: «...он ошибается или, скорее, издевается над нами, выдумывая кажущееся доказательство, в котором предполагает то, что требуется доказать» [5].

Неясными были и представления Гука о световых волнах [6]. Некоторые историки физики (Поггендорф, Геллер, Хоппе) полагали, что Гук считал эти волны поперечными, но с этим трудно соглашаться. Он думал, что свет распространяется импульсами или волнами, которые составляют прямые углы с лучом, причем при косом падении на границу преломляющей среды возникает другой импульс, который мешает первому, в результате чего дальше свет распространяется уже не перпендикулярно движению, а косо. Здесь скорее всего Гук имел в виду перпендикулярность луча к волновой поверхности.

Двойственными были и взгляды Гримальди. На 472 страницах своей книги [7] он приводит 60 положений в пользу эмиссионной теории, а на следующих 63-х излагает оптику с точки зрения теории волн. Эта нерешительность привела к тому, что Гримальди при жизни сам не решился издать свою книгу.

Все это говорит о том, что Гюйгенс, последовательно проводивший волновую концепцию, только в незначительной степени мог опираться на мнения своих предшественников. Хотя он еще в 1673 г. первым пунктом плана своей работы поставил «Преломление, как оно объяснено у Парди», исходные предпосылки у них были различными. В письме 1691 г. к Лейбницу Гюйгенс писал по поводу диссертации вюртембергского ученого Кнорре: «Я очень рад видеть свою теорию апробированной, хотя мне несколько жалко, когда говорят, что мое объяснение преломления фактически такое же, как у Парди и Гука, и отличается только манерой объяснения. Ведь все состоит именно в этой манере» [8]. О Гримальди же Гюйгенс не упоминает ни в своих работах, ни в переписке, ни в записных книжках.

В развитии идей Гюйгенса кроме очевидного влияния Декарта некоторую роль сыграло открытие конечности скорости света Ремером. В письме Кольберу от 14 октября 1677 г. Гюйгенс пишет, что именно это открытие помогло ему объяснить преломление [9].

Оптикой Гюйгенс начал интересоваться в 1652—1653 гг. в связи с усовершенствованием оптических приборов. В конце 1653 г. был готов первый вариант рукописи под названием «Трактат о преломлениях и телескопах». Уже здесь видно, что первоочередным вопросом оптики Гюйгенс считал объяснение механизма преломления. Затем его интерес к оптике несколько ослабел и к ней он возвратился лишь в 1664 г. после ознакомления с работами по оптике Бойля [10]. Из писем этого периода видно, что книга последнего произвела на него большое впечатление. При этом он опять подчеркивал, что, прежде чем станет возможным получить правильное представление о цветах, нужно иметь гипотезу о свете и его преломлении. Он советовал Бойлю наблюдать цвета тонких пластинок между двумя сжатыми стеклами. Рисунки и расчеты в записных книжках этого периода свидетельствуют о том, что Гюйгенс знал явление колец Ньютона и даже пытался с их помощью определить толщину воздушного зазора.

Одобрительно принял Гюйгенс и работу Гука, хотя и заметил его слабости и даже ошибки. Так или иначе, обе эти книги привели к тому, что он вернулся к занятиям оптикой. Но если на первом этапе доминировали проблемы оптики геометрической, то теперь на первый план выступают ее физические аспекты. В 1672—1673 гг. Гюйгенс приходит к волновой концепции. Этому до некоторой степени способствовали работы по теории удара и атмосферному давлению. В эти же годы он заинтересовался явлением двойного преломления в исландском шпате, образец которого был привезен ему Пикаром из Дании. Объяснив с помощью введенного их принципа обыкновенное преломление, Гюйгенс несколько лет работал над объяснением двойного преломления. В 1677 г. ему удалось в общих чертах построить теорию этого явления, и с тех пор он продолжал им заниматься, ибо именно в нем он видел лучшее подтверждение волновой точки зрения. На протяжении 1678—1679 гг. он не раз докладывал парижской Академии наук результаты своей работы. Но даже после этого он продолжал теоретические и экспериментальные исследования двойного преломления. И, несмотря на все это, нельзя согласиться с распространенным мнением, высказанным еще Био, что Гюйгенс нашел закон двойного преломления эмпирически и вся дальнейшая его теория была построена только с целью оправдания этого закона, ибо для этого явление было слишком сложным. Первоначально основной для него была проблема простого преломления, и только позже, успешно разрешив этот вопрос, Гюйгенс применил принцип элементарных волн к двойному преломлению как явлению более сложному. Это было Гюйгенсу тем более необходимо, что ему не удалось построить волновую теорию цветов.

Постепенно о содержании докладов Гюйгенса в парижскую Академию наук стало известно в Европе. Об этом свидетельствует его переписка с лондонским Королевским обществом и с Лейбницем. Но выход в свет его книги задержался до 1690 г. Это объясняется не только желанием Гюйгенса перевести книгу на латинский язык и общеполитической обстановкой того времени, но и тем, что Гюйгенс продолжал работать над своей книгой, усовершенствуя теорию двойного преломления и пытаясь найти разгадку цветов. Однако последнее ему не удалось, и в его книге нет ни одного вопроса, связанного с цветами. В ней не рассматриваются даже цвета тонких пластинок, хотя о них у него были некоторые экспериментальные данные. Возможно, что поэтому он не заинтересовался и дифракцией.

Оставляя в стороне общеизвестное содержание самого «Трактата о свете», рассмотрим, каково было отношение к нему современников, так как этот вопрос представляет некоторый интерес для истории волновой оптики вообще.

Весьма сдержанным было отношение к книге английских ученых.

Печатный орган Королевского общества даже не поместил на своих страницах рецензию, хотя другие работы Гюйгенса в прежние годы обсуждались обществом. Единственным откликом была небольшая заметка Галлея [11], написанная в виде нескольких вопросов. Галлей основное внимание уделяет вопросу об объяснении прозрачности тел; отмечается, что вопреки Декарту и Гуку Гюйгенс считает скорость света конечной, из чего естественно вытекает закон преломления. Допущение о свете как о колебаниях эфира он считает весьма естественным, что дало повод Юнгу в своих «Lectures of natural philosophy» причислить Галлея к сторонникам волновой теории, хотя из статьи последнего это непосредственно не вытекает.

В своих письмах в Англию [12] Гюйгенс неоднократно интересовался мнением Ньютона и Бойля, но они не высказывались прямо о его книге. О мнении Бойля вообще ничего нельзя сказать, а об отношении Ньютона можно судить по письму Фатио к де Бейри (de Beyrie), послу герцогства Брауншвейгского в Лондоне [13]. Если дух книги не мог удовлетворить Ньютона и против некоторых положений он возражал, так как они противоречили его общим концепциям, то отдельные удачные открытия Гюйгенса он одобрял. Поггендорф допускал, что работа Гюйгенса способствовала возникновению у Ньютона сомнений в справедливости эмиссионной (корпускулярной) теории.

По-другому воспринял «Трактат» Лейбниц. Свое одобрение он выразил в своих письмах как к Гюйгенсу, так и к другим лицам, и наиболее полно в письме, написанном в октябре 1690 г. [14]. Он сразу же выделяет наиболее фундаментальные открытия Гюйгенса: «...нет ничего более радостного, — пишет он, — чем та легкость, с которой эта линия, которая касается всех частичных волн и составляет общую волну, удовлетворяет законам отражения и преломления, известным из опыта. Но когда я увидел, что допущение о сфероидальных волнах служит вам с той же легкостью для решения проблемы двойного преломления в исландском шпате, я от уважения перешел к восхищению». Вместе с тем Лейбниц отмечал и слабые места книги — и прежде всего отсутствие объяснения цветов и дифракции.

В отзыве Папена [15] также звучит восхищение легкостью объяснения простого и двойного преломления с помощью принципа элементарных волн, но высказывается необходимость дополнительного рассмотрения вопроса о причине возникновения двоякого типа волн. В своем ответе Папену Гюйгенс пытался найти решение, допустив существование в кристаллах нескольких видов материи, в которых скорость распространения света различна.

Можно еще отметить положительное отношение парижского профессора де ля Гира и вюртембержца Кнорре, который даже написал диссертацию об оптике Гюйгенса. Оба они излагали волновую теорию в своих лекциях.

Несмотря на все это, оптика Гюйгенса не получала в XVII в. того признания, которого она заслуживала по плодотворности развитых в ней идей. Это объясняется рядом причин: ее неспособностью объяснить цвета (а в тот период это было очень актуальным вопросом оптики), возрастающим влиянием Ньютона и постепенным падением влияния идей Декарта, в духе которого, казалось, был написан трактат.

Особенно противоречила работа Гюйгенса общему духу физики XVIII в., на протяжении которого об оптике Гюйгенса не вспоминал даже такой сторонник волновой оптики, как Эйлер.

Высоко ценили Гюйгенса Ломоносов, а также сторонники взглядов Эйлера—Эркслебен, Клюгель, Картен [16], но они не могли изменить всеобщего отрицательного отношения.

Странно звучало и похвальное слово Гюйгенсу, произнесенное Кондорсе [17] на заседании парижской академии. Его речь была опубликована на 30 страницах, из которых оптике посвящено всего несколько строк, причем только для того, чтобы отметить, что Гюйгенс согласился с теорией цветов Ньютона. Дело представлялось таким образом, будто Гюйгенс только добавил кое-что к открытиям Ньютона. Кондорсе даже утверждал, что Гюйгенс совершенно не занимался теоретическими вопросами оптики и внес только некоторые чисто практические усовершенствования в устройстве приборов. Это свидетельствует о том, что в XVIII в. оптика Гюйгенса была почти забыта. Интересно отметить, что в рукописях Лагранжа после его смерти была найдена небольшая заметка, в которой он весьма общим способом выводит законы отражения и преломления из принципа Гюйгенса [18].

Достижения оптики Гюйгенса были оценены по достоинству уже в XIX в., когда Лаплас [19] и Малюс [20] занялись исследованием двойного преломления, а Френель [21], объединив принцип Гюйгенса с идеей интерференции, заложил основу для его использования при решении разнообразных задач, связанных с распространением света в покоящихся и движущихся средах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гюйгенс Х. Трактат о свете, в котором объяснены причины того, что с ним происходит при отражении и при преломлении, в частности при странном преломлении исландского кристалла. М. — Л., ОНТИ, 1935.
2. Pardis J. G. La statique ou la science des forces mouvantes. Paris, 1673
3. Ango P. L'optique. Livre premier où l'on explique toutes les propriétées de la lumière par le moyen du mouvement d'ondulation. Paris, 1682.
4. Huygens Chr. Oeuvres complètes, t. X, p. 203. La Haye, 1905.
5. Huygens Chr. Oeuvres complètes, t. IX, p. 523. La Haye, 1901.
6. Hook R. Micrographia. London, 1665.
7 Grimaldi M. Physico-Mathesis de Lumine. Colloribus et Iride Bononiae, 1665.
8. Huygens Chr. Oeuvres complètes, t. X, p. 611. La Haye, 1905.
9. Huygens Chr. Oeuvres complètes, t. VIII, p. 35. La Haye, 1899.
10. Boyle R Experiments and considerations upon Colours. London, 1663.
11. Halley E Some Queries concerning the Nature of Light and Diaphanous Boddies. «Phil. Trans.», **17**, 998, 1698.
12. Huygens Chr. Oeuvres complètes, t. IX, p 357. La Haye, 1901.
13. Huygens Chr. Oeuvres complètes, t. X, p. 605. La Haye, 1905
14. Huygens Chr. Oeuvres complètes, t IX, p. 521. La Haye, 1901.
15. Leibnizens und Huygens' Briefwechsel mit Papin, nebst der Biographie Papins, herausgegeben von E. Gerland Berlin, 1881, S 161.
16. Klemm E. Die Geschichte der Emissionstheorie des Lichts. Weimar, 1932.
17. Condorcet M. «Eloges des académiciens», t. I. Paris, 129, 1799.
18 Lagrange J. Sur la theorie de la lumière d'Huygens. «Ann. de chim et de phys» (2), **21**, 241—246, 1828.
19. Laplace P. Mémoire sur les mouvements de la lumière dans les milieux diaphanes. «Mém. de la classe des sci. math.», **10**, 300, 1809
20. Malus E Theorie de la double réfraction de la lumière dans les substarces cristallisées. Paris, 1810.
21. Френель О. Избр. тр. по оптике. М., Гостехиздат, 1955.

О. А. СТАРОСЕЛЬСКАЯ-НИКИТИНА

СУЩНОСТЬ НАУЧНОГО ОТКРЫТИЯ И ЕГО АСПЕКТЫ

Вопрос, которому посвящается настоящая статья, принадлежит, мне кажется, к числу едва ли не самых важных и наиболее общих вопросов, находящихся в поле внимания историков естествознания, историков техники и историков общественных наук.

Особый интерес он представляет теперь в связи с широкими возможностями в нашей стране для развития науки и для научных открытий и их приложений.

В замечательном документе нашей эпохи — новой Программе КПСС, программе построения коммунистического общества — отведено особенно большое место развитию науки и ее широчайшим применениям для поднятия материальной и духовной культуры нашего народа. Советские ученые, планируя свои исследования и прогнозируя важнейшие проблемы ближайшего будущего, естественно обращаются к истории науки в поисках наиболее перспективного и плодотворного направления исследований в своей области. Руководствуясь накопленным историческим опытом, а также «красотой и увлекательностью проникновения в новые неизведанные области», по выражению акад. П. Л. Капицы, исследователи открывают пути решения важнейших проблем настоящего и будущего. Следовательно, постановка вопроса о сущности научного открытия и о его различных аспектах является полезным шагом на пути необходимого сближения истории науки с наукой сегодняшнего дня.

Однако можно ли утверждать, что с давних пор существует всеми признанное, однозначно определенное и точное понятие научного открытия? Характерно, что даже во втором издании БСЭ вовсе отсутствует термин «научное открытие», хотя родственное ему понятие «изобретение», которое в «Толковом словаре...» Ушакова, изд. 1935 г., определяется как «создание в процессе творческой работы нового, неизвестного прежде», мы найдем в БСЭ под терминами «изобретательское право», «изобретательство». Этот пробел есть явное отражение еще досоветского законодательства, где промышленное изобретение определялось как открытие новых экономических благ. В известном руководстве русского гражданского права Г. Ф. Шершеневича написано: «Изобретение должно представлять выгоду для промышленности; на изобретения, представляющие *научные открытия и отвлеченные теории* (курсив мой. — *О. С.-Н.*), исключительное право не приобретается»[1].

Как известно, начало правовой защите изобретательства и поощрению изобретений в Советском государстве было положено декретом,

[1] Г. Ф. Шершеневич. Учебник гражданского права. СПб., 1909, стр. 36, § 32.

подписанным В. И. Лениным, «Об изобретениях» от 30 июля 1919 г. Лишь постепенно эта охрана прав распространяется и на научные открытия. Так, согласно постановлению Совета Министров СССР от 5 июня 1947 г., речь идет уже об «открытиях, изобретениях и усовершенствованиях в области обороны, а также открытиях, изобретениях, исследовательских и экспериментальных работах во всех областях науки, техники и народного хозяйства».

По мере развития науки и законодательной деятельности в области защиты прав изобретателей, с образованием Государственного комитета по делам изобретений и открытий СССР уточняется и определение соответствующих понятий и их разграничение. (Согласно постановлению Совета Министров СССР от 24 апреля 1959 г. № 435, п. 2), «открытием признается установление неизвестных ранее объективно существующих закономерностей, свойств и явлений материального мира»; «изобретением признается отличающееся существенной новизной решение технической задачи в любой области народного хозяйства, культуры, здравоохранения или обороны страны, дающее положительный эффект».

В связи с этим определением в т. 61 БСЭ (дополнительном) появляется рубрика «Изобретения и открытия», где дается совершенно аналогичное постановлению 1959 г. определение обоих понятий.

Указанные выше трудности в размежевании понятий «изобретение» и «открытие» объясняются, конечно, той связью и взаимодействием между наукой, техникой, экономикой, которая раскрыта в трудах классиков марксизма-ленинизма.

Если мы обратимся к такому общеизвестному историко-научному событию, как открытие рентгеновых лучей (1895—1896), то увидим, что оно носило сложный характер и не укладывается в простую схему разграничения понятий «открытие» и «изобретение» как по существу, так и с точки зрения существовавшей в капиталистических странах охраны прав автора или изобретателя. В самом деле, это было бесспорно научное открытие, обнаружение нового явления в области физики — открытие не известных до того времени лучей, хотя их подлинная природа выяснилась далеко не сразу; вместе с тем это было сенсационное изобретение нового метода фотографирования непроницаемых для обычного света объектов, сразу нашедшего применение в медицине и в промышленности. Рентгена стали осаждать крупнейшие фирмы с просьбой о продаже им патента, обещая ему несметные богатства. Рентген не взял ни патента, ни авторского свидетельства, и об этом писали в то время: «Во всем мире известно, что окна физических лабораторий в Германии не открываются в сторону патентных учреждений» [1].

Одной из ранних попыток охарактеризовать сущность научного открытия можно считать высказывание Э. Резерфорда, сделанное им в Королевской академии искусств. «Наука или научный метод пустил корни много времени спустя после того, как все искусства уже давно процветали... Все же я думаю, что можно отстаивать то положение, что процесс научного открытия должен рассматриваться как род искусства. Это виднее всего на теоретическом аспекте физической науки. Теоретик-математик выводит на основе некоторого предположения, шаг за шагом согласно понятным для всех логическим правилам, стройное здание; одновременно сила воображения помогает выявлению скрытых взаимоотношений между его частями. Хорошо построенная теория в некотором смысле несомненно является произведением искусства. Прекрасным примером является известная кинетическая теория Максвелла. Теорию

[1] O. Glasser. Wilhelm Conrad Röntgen und die Geschichte der Röntgenstrahlen Berlin, 1931

относительности Эйнштейна, оставляя в стороне вопрос об ее обоснованности, нельзя не рассматривать как великолепное произведение искусства...»[1].

В этой мысли следует подчеркнуть следующие моменты. Прежде всего замечательно, что Резерфорд, сам крупнейший физик, один из создателей теории радиоактивности и физики ядра, определяет творческий акт научного открытия как *процесс*.

Действительно, открытие в науке является не только скачком от старых представлений к новым, но также диалектическим процессом сложной и часто длительной подготовки новых представлений посредством накопления фактов, наблюдений, экспериментов, интуитивных догадок, даже определившихся идей, не получивших развития в прежних условиях. Раскрытие процесса подготовки научного открытия или изобретения составляет одну из основных задач истории науки и техники.

Второй важный элемент трактовки Резерфордом понятия научного открытия заключается в том, что он рассматривает его как продукт не только логического, интеллектуального, но и художественного творчества.

Роль логического мышления чрезвычайно велика. Оно вскрывает те внутренние противоречия в самой теории или концепции, которые постепенно накапливаются или внезапно предстают перед исследователем при случайно сделанном им наблюдении или в результате целенаправленного эксперимента. Разрешение противоречий происходит в результате более строгого логического объяснения, новой интерпретации одного явления или всей совокупности имеющихся фактов. Интерпретация может быть более или менее удачной и жизненной в зависимости от таланта исследователя, его творческого воображения, его художественной интуиции и других условий.

Для иллюстрации высказанных положений остановимся на одном из крупнейших открытий в истории математики — на возникновении представления о несоизмеримых величинах и открытии иррациональных чисел.

Уже вавилонские и индусские математики натолкнулись на тот факт, что отношение длины диагонали квадрата к его стороне не может быть выражено отношением двух целых чисел. Они дали очень точные приближенные значения для $\sqrt{2}$, но только античная греческая геометрия дала логическое доказательство этого факта. Именно введение строгих логических доказательств в геометрию как опытное знание представляет собой тот специфический вклад греческой философии, который сделал геометрию настоящей наукой. Геометрические построения при помощи циркуля разрабатывались ионийской школой под влиянием вавилонской науки, а в пифагорейской школе разрабатывались под египетским влиянием метрические понятия, в основе которых лежало число. Оно мыслилось как собрание единиц, так называемых монад. Это был «своеобразный математический атомизм, тесно связанный с идеей целочисленности отношений между геометрическими величинами»[2]. Открытие иррациональности $\sqrt{2}$ явилось поражением идеи о целочисленности и нанесло сильный удар пифагорейской философии, после чего она стала вырождаться со второй половины V в. до н. э. в математическую мистику эпохи Платона. Представление же о квадратуре

[1] A. S. E v e. Rutherford. Being the life and letters of the Rt Hon. Lord Rutherford. O. M. Cambridge, 1939, pp. 352—353. (В дальнейшем: Op. cit.).

[2] И. Н. В е с е л о в с к и й. Вступит. ст. в кн.: «Архимед. Сочинения». М, Физматгиз, 1962, стр. 18.

развивалось в дальнейшем на почве ионийских методов в исследованиях квадратичных иррациональностей правильных многоугольников Архимедом и его современниками, а затем позднейшими математиками.

При оценке масштабов научного открытия, его значения и его влияния на последующее развитие науки существенны, конечно, не только индивидуальные качества автора этого открытия, а также черты, характеризующие научную школу, к которой оно относится. Успех научного открытия зависит прежде всего от его признания, т. е. от всей интеллектуальной и психологической подготовленности общественной и научной среды к восприятию новых идей. Процесс познания закономерностей как природы, так и общества имеет дело с законами не только логики, но и психологии, что долгое время игнорировалось историками науки. В процессе исследования научного творчества требуется учитывать кроме логических рассуждений ученого и математических методов и операций, его творческую психологию, а также психологию общественной и научной среды, которая его окружает.

Таким образом, определяющими моментами открытия следует считать всю совокупность его исторических предпосылок и факторов материального, социального и идейного характера. Только благоприятная политическая, экономическая и психологическая обстановка содействует количеству и качеству научных открытий.

В 1925 г. Резерфорд констатировал следующий бесспорный для нас теперь факт: «Общее направление физики за последние 25 лет шло под значительным влиянием трех фундаментальных открытий... Я имею в виду открытие *x*-лучей в 1895 г., радиоактивности в 1896 г. и доказательство независимого существования отрицательного электрона малой массы в 1897 г... Открытие электрона и доказательство, что он — составная часть всех атомов, дали нам первое определенное направление для атаки проблемы строения атома...» [1].

Несколько ранее, в 1918 г., Резерфорд имел случай дать анализ первого из трех указанных открытий в Рентгеновском обществе. «Несомненно, открытие нового рода излучения знаменовало собой начало новой эпохи в науке, которая привела к революции в наших идеях, подобно революции, какую произвела эволюционная теория в биологии. Это был период продвижения пионеров в новую плодотворную область, сопровождаемого почти ежедневными открытиями новых интересных фактов, постепенным раскрытием и развитием новых и смелых научных идей. Два десятилетия (1895—1915) всегда будут признаваться периодом замечательной научной активности... Я имел счастье начать исследования в Кавендишской лаборатории и пережил волнующий и захватывающий научный период, когда развитие шло с такой быстротой, что ученому было трудно держаться на уровне его даже в его собственной области и еще труднее следить за успехами науки в целом. Хотя это было время до некоторой степени теоретических размышлений, но они не были скороспелыми спекуляциями: основные идеи, руководившие движением, были солидно построены на фактах, и вытекающие из этих размышлений теории обладали чрезвычайной простотой, при всем их фундаментальном характере» [2].

А вот как Резерфорд обрисовал обстановку замечательного 1932 г., выдающиеся открытия которого прославили его как «год чудес»: «Важ-

---

[1] A. S. E v e. Op. cit , p. 302.
[2] Ibid., p. 262.

ное значение науки в современном государстве признается в наши дни во все возрастающей степени; не было еще в истории периода, когда бы наука находилась в более цветущем состоянии, если судить по расширению наших знаний о силах природы или по ее приложению к вопросам промышленности. Настоящее время — это время интенсивной деятельности, богатое развитием новых идей и методов»[1].

Однако наряду с этой благоприятной обстановкой для развития науки Резерфорд подчеркнул и отрицательные стороны возникшего незадолго до того «большого интереса культурной публики к науке в ее философском (у Резерфорда буквально метафизическом. — *О. С.-Н.*) аспекте, особенно в области теоретической физики. Некоторые из наших публицистов смело выступили с требованием, чтобы старые идеи, которые так хорошо служили науке в прошлом, были оставлены во имя идеального мира, где законы причинности теряют силу; принцип неопределенности, такой ценный в надлежащей области атомной физики, доводится до крайности. Великая армия в своем движении в неизвестное дискутирует с интересом, а порой забавляясь этой канителью споров о том, что такое истина»[2].

Чрезвычайно интересную характеристику того, что представляет собой научное открытие, мы находим у акад. П. Л. Капицы в его речи на Международном симпозиуме в Праге по планированию науки (1959). Он останавливается на новых явлениях природы, которые были открыты наукой в течение прошедших 150 лет, и при этом поясняет, что понятие «новое явление» он прилагает к таким физическим явлениям, которые «нельзя ни полностью предсказать, ни объяснить на основе уже имеющихся теоретических концепций и поэтому они открывают новые области исследований»[3]. В этом определении открытия в области физики мы находим важные критерии для оценки масштабов и значимости научного открытия. Свое определение физического открытия Капица сопровождает перечнем главных, основных новых явлений в физике.

В качестве примера нового явления Капица приводит открытое в 1887 г. Герцем явление внешнего фотоэффекта. С одной стороны, это явление не поддавалось теоретическому предвидению, оно как бы выходит за рамки всего дотоле известного и само по себе не представляет какого-то вывода из предыдущего. С другой стороны, оно послужило основой для открытия чрезвычайно большого значения, сделанного спустя 30 лет, когда Эйнштейн вывел на основе изучения фотоэффекта свои знаменитые уравнения и определил квантовую природу этих явлений. Таким образом, принцип неопределенности и квантовая теория были предопределены открытием фотоэффекта. Все дальнейшее, т. е. всю квантовую механику, Капица рассматривает не как принципиально новое в развитии физики, а как дальнейшую методическую работу, как замечательные научные разработки явления фотоэффекта.

Действительно, значимость открытия фотоэффекта заключалась в том, что оно послужило основой для последующей концепции дуалистической природы света, а в результате работ де Бройля и дуалистической природы вещества. Всем известная дискуссия по вопросам квантовой механики, в основном между Эйнштейном и Бором[4], служит неопровержимым доказательством роли открытия фотоэффекта для всего квантовомеханического периода в физике.

---

[1] A. S. E v e. Op. cit., p. 353.
[2] Ibid., p. 354.
[3] П. Л. К а п и ц а. «Наука и жизнь», 1962, № 3, стр. 3.
[4] См. Н. Б о р. УФН, **66**, 4, 1958.

В другом крупнейшем разделе физики, а также и химии примером открытия, которое нельзя было предугадать на основе утвердившихся к тому времени представлений, является упомянутое П. Л. Капицей открытие Беккерелем радиоактивного излучения. Это поразительное событие шло вразрез и с основным представлением об атоме как о неразрушимой и неделимой частице вещества, а также и электричества — со времени открытия Стони (1891). Хотя идея сложного строения атома намечалась в работах шотландского физика Ренкина, писавшего в 1842 г., она оказалась забытой, поскольку отсутствовали надлежащие предпосылки для ее признания. Точно так же гипотеза Проута о том, что атомы всех элементов построены из атомов водорода, была вытеснена господствовавшим в конце XIX в. представлением об атоме в классическом, буквальном смысле слова «неделимый».

В химии со времени Бойля господствовала точка зрения, что частицы, играющие роль в различных реакциях, предсуществуют в составе данного вещества, что эти частицы подчинены закону постоянства начал (элементов), позднее сформулированному Лавуазье. Открытие радиоактивности, интерпретированное как самопроизвольное превращение элементов (Мария Кюри, Резерфорд и Содди, Эльстер и Гейтель), нанесло удар представлению не только о неразрушимости атома, но и о неизменяемости элементов. В последнем они опирались на идеи эволюции материи, развитые Бекетовым, Круксом и др. [1]. Однако лишь торжество современной протонно-нейтронной модели ядра и теория обменных сил принесли с собой окончательное крушение представления о постоянной, себе тождественной элементарной частице, как бы в готовом виде присутствующей в веществе.

Сказанным отнюдь не исчерпываются все важнейшие следствия открытия радиоактивности: возникновение новых идей и представлений о веществе, новых отраслей знания и, более того, влияние этого открытия на судьбы человечества и цивилизации.

Итак, характеристика значимости данного научного открытия — это вторая существенная задача при изучении процесса научного открытия, всех его следствий, его воздействия на дальнейшее развитие данной науки и его связей с другими областями знания, в том числе техническими и общественными науками.

Для названных фундаментальных открытий типично, что для осознания их ценности требовались десятки лет, и лишь тогда становилось понятным, что некоторые факты не могут быть объяснены на уровне существующих научных взглядов, и это толкало к развитию новых направлений в науке.

Следовательно, процесс научного открытия — это периодическое осознание на разных этапах развития науки все новых и новых его сторон, все более глубокой интерпретации его значения в свете нового комплекса знаний и мировоззрения.

Приведем относящееся к этому вопросу высказывание крупного физика-теоретика Ф. Дж. Дайсона: «...всякое большое открытие в физике есть просто решительный момент в процессе постепенно возрастающего понимания, который всякий раз длится около шестидесяти лет. Тридцать лет проходит обычно между наблюдением загадочного явления и рождением новой идеи, которая может его объяснить. Следующие тридцать лет проходят от момента рождения новой идеи до разработки ее основных следствий. Первые тридцать лет — это время борьбы и поисков решения. Вторые тридцать — это годы приспособления и

[1] Подробнее см. в кн О. А. Старосельская-Никитина. История радиоактивности и возникновения ядерной физики М., Изд-во АН СССР, 1963.

усвоения странных по началу концепций. От открытия Майклом Фарадеем явлений электромагнитной индукции до создания теории Максвелла прошло тридцать лет. От теории Максвелла до демонстрации электромагнитных волн Генрихом Герцем или до пупиновских линий передачи прошли следующие тридцать»[1].

Далее Дайсон перечисляет ряд главных физических открытий за последние сто лет и подчеркивает медленный «процесс расширения человеческого понимания, который предваряет каждое значительное открытие и следует за ним. Работа, которая должна быть проделана учеными, большими и малыми, чтобы воспринять и усвоить открытие после того, как оно сделано, так же длинна, так же трудна и так же значительна, как и та работа, которая расчищает и прокладывает путь к рождению этого открытия»[2]. Здесь Дайсон приводит следующее сравнение Артура Эддингтона: «Когда мы наблюдаем это новое развитие в перспективе, оно выглядит как естественное распускание цветка»[3].

Успех открытия новых явлений определяется в большой мере изобретением новых методов наблюдения, изобретением измерительной аппаратуры, работающей на новых принципах, и, наконец, изобретением методов теоретических и математических обобщений научного опыта.

Эти изобретения П. Л. Капица рассматривает как своего рода научные открытия. «Крупнейшие из них делаются так же неожиданно и так же непредвиденно, как и научные открытия, и так же являются проявлением человеческого гения. Большие методические изобретения, так же как и научные открытия, могут привести к созданию целой научной области и к решению основных задач, стоящих перед наукой уже много времени»[4].

Иллюстрируя это положение примерами из истории науки, Капица приводит изобретение Ньютоном дифференциального исчисления и изобретение Гюйгенсом маятника часов.

Происходящее на наших глазах развитие кибернетических машин можно рассматривать как последовательность изобретений и как последовательность научных открытий. Методические изобретения открывают возможности решения проблем большой важности, которые еще недавно лежали за пределами досягаемости. Можно сослаться на пример Эйнштейна: его тридцатилетние поиски решения проблемы единого поля, как известно, все время упирались в непреодолимые трудности математического характера, причем не только из-за отсутствия надлежащих математических теорий, но и просто в силу сложности математических вычислений.

Теперь кибернетика выросла в новую отрасль знания, которую Ампер как бы предусмотрел в 30-х годах прошлого века в своем очерке классификации наук.

Мы приблизительно обрисовали общие черты процесса научного открытия. Теперь следует остановиться на некоторых аспектах, имеющих известную специфику в развитии этого процесса.

---

[1] Ф. Дж. Дайсон. Новаторство в физике. В сб.: «Элементарные частицы». М. Физматгиз, 1963, стр. 101.

[2] Там же.

[3] Там же, стр. 102.

[4] П. Л. Капица. «Наука и жизнь», 1962, № 3, стр. 5.

В открытии рентгеновых лучей мы наблюдаем следующую картину: переход от случайно наблюденного нового явления к объяснению его физической сущности. При этом в интерпретации его обнаруживаются различные направления, среди ученых происходит интересная дискуссия между сторонниками и противниками корпускулярной точки зрения, завершающаяся победой Дж. Дж. Томсона и других сторонников корпускулярной теории рентгеновых лучей, хотя природа этого излучения остается далеко не выясненной. Дальнейшая эволюция интерпретации связана с открытием Баркла характеристических рентгеновых лучей (1911), с открытием Лауэ дифракции этих лучей на кристалле (1912), с открытием Мозли значения порядкового номера элемента периодической системы Менделеева (1913—1914). Полное осмысление открытия Рентгена дается, в частности, Резерфордом в его оценке закона Мозли на третьем Сольвеевском физическом конгрессе (1921) и в Химическом обществе Королевского института (1934) в связи со столетием со дня рождения Д. И. Менделеева. Значение открытия Рентгена для производства выясняется частично в связи с созданием рентгеновской дефектоскопии, рентгеновского структурного анализа и т. д. Это открытие уже давно выросло в целую научную область, практические приложения которой продолжают развиваться.

Противоположный характер имело открытие позитрона и образования электронно-позитронных пар. Специфический аспект процесса этого открытия заключается в том, что случайным образом найденная экспериментально новая элементарная частица — положительный электрон, или позитрон — подтверждала правильность уже ранее как бы предсказанного теоретического предвидения ее существования, а также, что было особенно поразительно, нового свойства этих частиц — их способности «рождаться» за счет энергии гамма-лучей и уничтожаться путем превращения в гамма-фотоны.

Характерной особенностью релятивистского квантового уравнения Дирака (1928)[1] было наличие среди его решений таких, которые соответствуют состояниям с отрицательными значениями кинетической энергии. Этот вывод был забыт в силу его теоретических трудностей, так как все механические законы для частиц в этих состояних были бы неверными, а между тем переходы в эти состояния в квантовой теории возможны. Подлинный физический смысл переходов частицы на уровни с отрицательной энергией выяснился, лишь когда было доказано существование новой частицы с зарядом, обратным заряду электрона, и возможность превращения частиц.

Осенью 1932 г. Андерсоном были обнаружены следы частиц, во всем подобных электронам, но отклонявшихся в магнитном поле в противоположную сторону. Однако в его выводе, что это должна быть положительно заряженная частица, так же как и в выводе Ирэн и Фредерика Жолио-Кюри, не было уверенности: Андерсон даже не опубликовал своих фотографий треков в камере Вильсона. В начале 1933 г. в Манчестере Блэккет и Оккиалини получили многочисленные факты прямого образования пар электронов и позитронов при взаимодействии космических гамма-фотонов с ядрами.

Полностью смысл всего происшедшего выяснился на 1-й Всесоюзной конференции по атомному ядру в Ленинграде (1933) из доклада Дирака и его последующего обсуждения.

Для анализа процесса открытия позитрона существенно подчеркнуть, что на состоявшемся через месяц Сольвеевском конгрессе после

[1] П. А. Дирак. УФН, **10**, вып. 5—6, 1, 1930.

обстоятельного доклада Андерсона выступил Резерфорд и сказал: «Мне кажется, что в некотором отношении следует пожалеть о том, что у нас была теория положительного электрона до начала эксперимента. Блэккет принял всевозможные меры, чтобы не поддаться влиянию теории, но в известной степени теория неизбежно оказывает влияние на интерпретацию результатов. Я был бы более удовлетворен, если бы теория появилась после экспериментального установления фактов» [1].

Можно сказать, что коллективное обсуждение на этом конгрессе проблемы позитрона в связи с докладом Фредерика и Ирэн Жолио-Кюри об их экспериментах по изучению позитрона и его энергии чрезвычайно содействовало открытию ими искусственной радиоактивности к 15 января 1934 г. И уже одно это говорит о громадном влиянии рассмотренного открытия на дальнейшее развитие науки о радиоактивности, на самые представления о природе и свойствах материи, на обобщение понятия «античастиц», на роль симметрии и т. д. Своеобразие же его аспекта вытекает также из следующей оценки работы Дирака А. Саламом: «Работа Дирака является... значительной вехой в физике элементарных частиц... Один из важнейших выводов, продемонстрированных этой работой, состоял в том, что исходя из правильных физических идей можно положиться на все математические следствия, вытекающие из основанной на этих идеях работе... Впечатляющий успех идей Дирака породил чудовищное ощущение благополучия...» [2].

---

[1] Structure et propriétées des noyaux atomiques. Rapports et discussions du Septième Conseil de physique tenu á Bruxelles du 22 au 29 octobre 1933... Paris, 1934.

[2] О А Салам. УФН, 74, вып. 1, 148, 1961.

А. А. ЕЛИСЕЕВ

ПЕРВЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ЭЛЕКТРОСТАТИКЕ В РОССИИ

Несмотря на большие успехи, достигнутые советскими учеными в изучении истории отечественной науки и техники, в ней все еще остаются «белые пятна», требующие новых исследований. К числу мало изученных вопросов относится, в частности, вопрос о зарождении и начале развития науки об электричестве в нашей стране, неразрывно связанный с деятельностью М. В. Ломоносова и Г.-В. Рихмана.

Творчество выдающегося физика-экспериментатора середины XVIII в. Рихмана, который впервые в России начал изучение электрических явлений и, как сказал его друг М. В. Ломоносов, «всецело отдался изучению электричества»[1], детально еще не исследовалось.

Георг-Вильгельм Рихман родился в 1711 г. в г. Пернве (Пярну, Эстония). Начальное образование он получил в Ревеле (Таллин), затем учился в Галле и Иене.

«Я, — писал он, — ...по природе лифляндец, учился... на собственном иждивении физическим и математическим наукам, в том намерении, чтоб со временем моими трудами российскому государству пользу учинить»[2].

С 1735 г. Рихман был студентом «физического класса» при петербургской Академии наук. В 1740 г. он назначается адъюнктом, а в 1741 г. «за особливые свои труды и прилежание» — вторым профессором (академиком) по кафедре теоретической и экспериментальной физики. С 1744 г. Рихман возглавляет физический кабинет академии, который благодаря его стараниям стал в середине XVIII в. центром научной и учебной деятельности в области физики в России.

С целью более детального изучения творчества этого выдающегося русского физика, одного из основоположников теплофизики и науки об электричестве[3], нами прежде всего был тщательно изучен его богатейший рукописный фонд, до сих пор еще не использовавшийся историками науки. В этом фонде удалось обнаружить свыше сорока не публиковавшихся и не известных ранее статей и заметок Рихмана по электричеству, планы его работ и некоторые его научные дневники, в которых ярко отразилась его напряженная экспериментальная работа по изучению различных электрических явлений. Значительная часть вновь выявленных материалов подготовлена нами к печати и издана в

---

[1] М. В. Ломоносов. Полн. собр. соч., т. 3. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1952, стр. 147.

[2] Архив АН СССР, ф. 3, оп. 1, № 111.

[3] См. А. А. Елисеев и А. М. Мурзин. Выдающийся русский физик XVIII века. К 200-летию со дня рождения Г.-В. Рихмана. ИАН СССР. Отд. техн. наук, 1953, № 8, стр. 1166—1174.

томе трудов Рихмана [1]. Собранные материалы дают возможность во многом совсем по-новому раскрыть содержание, результаты и значение обширной серии опытов по электростатике, проведенных ученым в Петербурге в 1745—1753 гг.

Как показывают документы, первые исследования в этой новой для России области физики были предприняты по инициативе Леонарда Эйлера в соответствии с решением академического собрания петербургской Академии наук от 24 августа 1744 г., принятом при участии Ломоносова и Рихмана. «По этому вопросу, — указывалось в протокольной записи, — Академия принимает решение произвести также и здесь исследования над явлениями электричества и тщательно изучить все сочинения, написанные по этому вопросу...» [2]. Так было положено начало развитию науки об электричестве в нашей стране. Выполнением этого важного решения академии сразу же занялся Рихман.

Краткому рассмотрению первых экспериментальных исследований Рихмана по электростатике и посвящена настоящая статья. Более полный анализ дан нами в специальном исследовании [3].

В середине 40-х годов XVIII в., когда Рихман впервые в России приступил к изучению электрических явлений, в странах Западной Европы наука об электричестве уже насчитывала полтора века своего существования. Многие опыты и наблюдения этих явлений были описаны в трудах В. Гильберта, И. Ньютона, Р. Бойля, Отто фон Герике, Ф. Гауксби, С. Грея, Ш. Ф. Дюфе, П. Мушенбрека, И. Г. Винклера и других ученых. Однако, как справедливо отметил Ломоносов, до 30-х годов XVIII в. «весьма мало было знания о электрической силе, которая начала в ученом свете возрастать славою и приобретать успехи около 1740 г.» [4].

К опытам по электричеству Рихман начал готовиться в конце 1744 г. и в январе 1745 г. приступил к их осуществлению в Физическом кабинете Академии наук, которым он же и руководил. Огромная заслуга его заключается в том, что он сразу же приступил к разработке количественного метода изучения электрических явлений. Напряженные творческие поиски дали Рихману возможность уже к началу 1745 г. создать специальную установку, основными частями которой были усовершенствованная им электростатическая машина и три прибора, два из которых предназначались для измерения электрической силы. Один из этих приборов, названный «указателем электричества», представлял собой вертикально расположенную металлическую линейку, к верхнему концу которой была прикреплена льняная нить определенного веса, свисающая вниз параллельно линейке. Всякий раз, когда металлической линейке передавался электрический заряд, нить отталкивалась от одноименно с ней заряженной линейки и отклонялась от нее на некоторый угол в зависимости от величины заряда. Угол отклонения нити измерялся на деревянном квадрате по дуговой шкале, разделенной на градусы. Это был первый электроизмерительный прибор, первый электрометр. Физический принцип, положенный в его основу, сохранил свое значение и при последующем развитии науки об электричестве; на этом принципе основан ряд электроизмерительных приборов и в настоящее

---

[1] См. Г В Рихман. Труды по физике. Подгот. текста, вступит ст., прим и ред. А. А Елисеева, В. П. Зубова, А. М. Мурзина. М, Изд-во АН СССР, 1956.

[2] Прот. засед Конференции имп. Акад наук с 1725 по 1803 г., т II, 1744—1777 СПб., 1899, стр 54.

[3] См. А. А. Елисеев Возникновение науки об электричестве в России. Исследования М. В. Ломоносова и Г.-В. Рихмана. М—Л., Госэнергоиздат, 1960, стр 271

[4] М В. Ломоносов. Полн. собр. соч, т. 3, стр 438.

время. Вторым прибором для измерения «электрической силы» были обычные весы, идея применения которых для абсолютных измерений «электрической силы», впервые осуществленная Рихманом, с успехом была использована физиками в конце XIX — начале XX в. для измерения малых и больших разностей потенциалов; в настоящее время на этом принципе основывается устройство абсолютного электрометра. Третий прибор — электрический звонок — позволял опытным путем «по более или менее частому звону судить о большем или меньшем электричестве, особенно в тех случаях, когда нельзя было видеть указателя из-за его удаленности»[1]. Приступив впоследствии к изучению атмосферного электричества, Рихман использовал электрический звонок для автоматической регистрации не только времени прохождения разряда, но и интенсивности этого разряда.

Уже первые опыты, проведенные с помощью этой установки, носили оригинальный, творческий характер. «Производя собственные и повторяя чужие опыты над электричеством, — писал Рихман в своей черновой записке начала 1745 г., — я, во-первых, встретился со многими новыми явлениями, которых не нашел у авторов, наблюдавших и изучавших разные явления, связанные с электричеством. Во-вторых, я одновременно открыл новый удобный способ исследовать тела, обладающие первичным, и тела, обладающие производным электричеством (изоляторы и проводники. — *А. Е.*). В-третьих, я попытаюсь до известной степени подвергнуть измерению порождаемое электричество»[2].

К числу новых открытых явлений Рихман относил свои опыты по электризации воды, спирта, снега и льда. Он помещал указанные тела в металлический сосуд, ставил его на наэлектризованную железную подставку и, поднося к поверхности воды, спирта, снега или льда палец, наблюдал проскакивание искр и даже свечение. Большую серию опытов провел Рихман по изучению электропроводности различных тел и делению их на проводники и изоляторы. Для получения более надежных данных он исследует тела двумя различными способами: вначале выясняет возможность электризации их посредством трения, а затем включает эти тела в цепь, чтобы достоверно с помощью электрометра установить, могут ли они быть проводниками электричества. Своими опытами Рихман подтвердил, что изоляторами, несомненно, являются янтарь, стекло, сургуч, смола, воск, фарфор, канифоль, алмаз, хрусталь и некоторые другие тела, а проводниками — все металлы, вода, лед, мясо, животные, «все более густые жидкости, главным инградиентом которых является вода, различные сорта дерева, в особенности сырые, сырые травы, непрозрачные камни, угли, полотна, земля и глина»[3].

Любопытно отметить, что, как и все физики того времени, Рихман вначале относил металлы к группе «неэлектризирующихся» тел. Однако через год, в 1746 г., он приходит к выводу, что «нельзя, в сущности, сказать, что металлы не электризуются путем трения»[4]. По его признанию, он в этом убедился, когда вставил в «тонкие цилиндрические стаканы железные стержни и путем легкого поглаживания возбуждал такое электричество, благодаря которому эти стержни испускали искру в случае прикосновения к ним»[5]. Утверждение Рихмана о том, что металлы можно наэлектризовать путем трения при условии их тщательной изоляции, блестяще было подтверждено опытами В. В. Петрова, опи-

[1] Г.-В. Рихман. Труды по физике, стр. 270.
[2] Там же, стр. 207.
[3] Там же, стр. 234.
[4] Там же, стр. 238.
[5] Там же, стр. 285.

санными в его книге «Новые электрические опыты», изданной в Петербурге в 1804 г. Однако В. В. Петров не просто повторил опыты своих предшественников, но сделал шаг вперед; он нашел более совершенный метод электризации металлов, точно установив, что электризация металла с соблюдением принципа его изоляции происходит интенсивнее не при трении, а при стегании его мехом.

На основании своих исследований по электропроводности различных тел Рихман намеревался составить таблицу, из которой наглядно следовало бы, до какой степени каждое изученное им тело восприимчиво к производному электричеству, т. е. в какой мере оно может служить проводником электричества. Пользуясь современной терминологией, он предполагал расположить все изученные им тела соответственно их удельной электропроводности.

Уже в своих первых опытах по электричеству Рихман делает попытку изучить влияние электричества на организм животных. «Маленькие животные, — писал он в 1745 г., — например кошки и собаки, страдают от электризации больше, нежели крупные» [1]. Аналогичные результаты были получены в опытах над птицами.

Ученый интересовался, например, и таким вопросом: «Ускоряется ли в ощутительной мере обращение крови в животном при электризации» [2]. В результате исследований он констатировал: «Я не заметил, чтобы от электризации ускорялось обращение крови» [3]. К такому же выводу пришли и немецкие физики. Проф. Г. Кюн из Данцига, отвечая Рихману на этот вопрос, писал: «Многие опыты такого рода были произведены в Обществе, но все безрезультатно, ибо иногда казалось, что кровообращение в наэлектризованном человеке несколько ускоряется, однако чаще всего незаметно было никакого ускорения от электризации» [4]. Так было положено начало исследованиям по электрофизиологии в России. Новые изученные документы позволяют заключить, что ко времени проведения первых опытов по электричеству в России относятся и первые попытки использования электричества для лечебных целей в нашей стране.

Из научной переписки Рихмана мы узнаем, что этим делом одним из первых в России стал заниматься проживавший в г. Дерпте (Тарту) доктор П. Паульсон. В письме к одному из своих зарубежных коллег Рихман писал: «Сообщаю Вам еще об одном: наконец и у нас в Лифляндии некий доктор медицины Паульсон при помощи электричества быстро вылечил человека, который после перенесенной им горячки в течение шести месяцев был немым и с одной стороны расслабленным, так что тот вновь обрел способность говорить и стал владеть своими членами» [5]. О новом методе лечения с рядом статей в 1753 г. выступил и сам Паульсон [6].

Опыты Рихмана сразу же привлекли к себе внимание. По собственному признанию ученого, ему пришлось в начале 1745 г. повторять их «неоднократно в присутствии многих (почти всех) славнейших моих коллег» [7]. В этом же году Рихман совместно с М. В. Ломоносовым де-

[1] Г.-В. Рихман. Труды по физике, стр. 224.
[2] Там же, стр. 509.
[3] Там же, стр. 273.
[4] Там же, стр. 524.
[5] Там же, стр. 521.
[6] Статьи П. Паульсона были опубликованы в следующих изданиях: Berliner wochentliche Relationen der merkwürdigen Sachen aus dem Reiche der Natur, **62**, 511—514, 1753; **65**, 533—537; **68**, 557; Wöchentliche Königsberger Frag. und Anzeigen, 1753, N 17.
[7] Г.-В. Рихман. Труды по физике, стр. 209.

монстрировал по специально составленной программе опыты по электричеству студентам академического университета. К 1745—1746 гг. относится также попытка Рихмана подготовить для студентов первое учебное пособие по электричеству. В его рукописных материалах по этому вопросу сохранились чрезвычайные ценные и не известные ранее записи.

Результаты своих первых исследований по электричеству Рихман изложил в труде «Новые опыты с электричеством, порождаемом в телах»[1], который был написан им в 1745—1746 гг. и издан в 1751 г. в «Комментариях» петербургской Академии наук. Это был первый труд по электричеству в России. Исследования русского ученого сразу же обратили на себя внимание в Европе. Известный немецкий физик Д. Гралат, высоко оценивая его заслуги, писал, что Рихман «направил свое внимание на такие обстоятельства, которые не бросаются в глаза, однако способствуют, быть может в большей мере, нежели другие. познанию электричества»[2].

До последнего времени не было известно, проводились ли какие-либо исследования в России по электростатике в период с 1747 по 1753 г., после первых опытов Рихмана, выполненных в 1745—1746 гг. Теперь на основании проведенных нами изысканий удалось документально установить, что в петербургской Академии наук Рихманом была создана в эти годы для проведения опытов по электричеству специально оборудованная «электрическая камера», спроектирована первая электростатическая машина отечественной конструкции и разработана конструкция более совершенного электрометра.

В этот же период в Петербурге Рихманом было открыто с помощью электрометра однородное электрическое поле, начато изучение зависимости поверхностной плотности электричества от кривизны поверхности, открыто явление электростатической индукции, проведена новая обширная серия опытов по изучению электропроводности различных тел и, в частности, по изучению электропроводности стеклянных порошков различной измельченности, осуществлена электризация металлов трением, начаты исследования по изучению зависимости электрической емкости различных тел от их массы, формы и объема, обнаружены некоторые ранее не известные явления при изучении электрических разрядов в пустоте, в разреженных газах, при опытах с лейденской банкой, высказаны интересные мысли о законе сохранения электрического заряда.

Остановимся кратко на некоторых из этих открытий. Рихман был убежден, что наука об электричестве может сделать новый шаг вперед, если только ученые будут располагать совершенными электроизмерительными приборами. До конца своей жизни он настойчиво пытался решить эту труднейшую научную проблему своего времени. «Совершенный электрометр, т. е. инструмент для определения электрической силы, — писал он, — вне всякого сомнения может сильно способствовать развитию электрической теории. Вот почему с самого начала я сразу же стал размышлять об удобном способе определять интенсивность электрические силы»[3]. В другой, более ранней, работе Рихман особо подчеркивал: «Никто не сомневается, что совершенный электрометр должен оказать большую пользу в деле открытия и определения зако-

---

[1] G.-W. Richmann De electricitate in corporibus producenda nova tentamina. Commentarii Academiae Scientiarum imperialis Petropolitanae, XIV, 299—324, 1751

[2] D. Gralath Versuche und Abhandlungen der Naturforschen den Gesellschaft in Danzig, 2, 418, 1754.

[3] Г.-В. Рихман. Труды по физике, стр. 338.

нов электричества... Ведь прежде чем указатель не будет доведен до наивысшего возможного совершенства, я считаю безнадежным делом создание какой бы то ни было теории электричества»[1].

Насколько новой и смелой была в середине XVIII в. эта идея, видно хотя бы из того, что некоторые передовые ученые Западной Европы того времени не считали возможным даже мечтать о создании такого прибора. Известный французский физик Ж. А. Нолле писал в 1749 г. по этому поводу: «Вообще можно сказать, что электрометр такой, каким он должен бы быть, чтобы заслужить это название, есть инструмент, который в настоящее время еще трудно придумать, и что, быть может, еще слишком рано о нем помышлять»[2].

Из сохранившихся записей Рихмана видно, что в процессе своих исследований, имевших целью устранение недостатков первоначальной конструкции электричества, он столкнулся с рядом таких проблем электростатики, которые еще либо совсем не были решены, либо находились в начальной стадии своего разрешения. И на этом пути он сделал ряд открытий. «Отталкивание нити указателя достаточно ясно показывает, что наэлектризованные тела окружены до определенного расстояния возбужденной тонкой материей...», которая «занимает вокруг наэлектризованного тела такое пространство, что от любой точки его поверхности она простирается на определенное и одинаковое расстояние»[3]. Из приведенных слов видно, что Рихман опытным путем достоверно установил существование электрического поля в пространстве, окружающем наэлектризованное тело. Напряженность электрического поля он определял с помощью своего электрометра по отклонению нити на его шкале. Здесь он делает вывод о том, что напряженность электрического поля становится меньшей по мере удаления электрометра от наэлектризованного тела и что она на равных расстояниях от наэлектризованного тела одинакова.

Так впервые в науке практически было установлено существование поверхностей равного потенциала, или эквипотенциальных поверхностей, в поле, образованном заряженным телом. Одновременно Рихманом было введено и другое важное понятие напряженности электрического поля, которое он называет «действенностью» электрической материи. Величину напряженности поля он предложил определять силой, действующей на находящийся в электрическом поле электрический заряд.

Ценные наблюдения были сделаны Рихманом о зависимости, как мы бы сказали теперь, поверхностной плотности электричества от кривизны поверхности. Он экспериментально показал, что поверхностная плотность электричества зависит от кривизны поверхности наэлектризованного тела. Он считал, что на телах с одинаковой кривизной поверхности, например на наэлектризованном шаре, электрические заряды распределяются равномерно по всей поверхности, а на телах с различной кривизной поверхности, например на наэлектризованной призме, заряды распределяются неравномерно: они скапливаются там, где есть острые углы и выступающие грани.

В процессе изучения электрического поля Рихману удалось в 1748 г. обнаружить с помощью электрометра возникновение электричества на ненаэлектризованном теле, когда к нему на некотором расстоянии подносят наэлектризованное тело. Это явление, получившее

---

[1] Г.-В. Рихман. Труды по физике, стр. 285, 288.

[2] J. A. Nollet. Rechèrches sur les causes particulières des phénomènes électriques. Paris, 1749, p. 163.

[3] Г.-В. Рихман. Труды по физике, стр. 276.

впоследствии название электростатической индукции, он объяснял наличием вокруг наэлектризованного тела электрического поля, в котором и осуществляется взаимодействие наэлектризованных и ненаэлектризованных тел. «Указатель обнаружил, что остроконечная масса, надлежащим образом изолированная, находясь около тела, непосредственно электризуемого при помощи электризующего шара, сама наэлектризовывается, если ее острие направлено на наэлектризованное тело, и находится от него на расстоянии нескольких дюймов, ибо нить указателя, приложенного к такой массе, мало-помалу поднимается. Если удалить электричество из тела, электризуемого непосредственно шаром, то в остроконечной массе электричество постепенно ослабевает»[1]. Наблюдаемое явление было подтверждено и рядом других опытов.

Рихман был в числе первых ученых, которые с помощью электрометра подвергли тщательному экспериментальному изучению влияние температуры, а также влияние влажности воздуха на электропроводность различных тел. Большой интерес в этом отношении представляет проведенное им по предложению М. В. Ломоносова изучение электропроводности стеклянных порошков различной измельченности. Рихману предстояло опытным путем установить, может ли размельченное в порошок стекло сохранить «свое природное свойство», т. е. свойство изолятора, или же при некоторых условиях (изменяющейся температуре, влажности воздуха, изменяющейся влажности стеклянного порошка и степени его измельченности) оно теряет это свойство и превращается в проводник. В результате тщательных опытов с применением электрометра Рихману удалось доказать, что мелкий стеклянный порошок из-за большой поверхности в один и тот же промежуток времени может «притягивать большее количество водных паров, чем более крупный порошок», и таким образом быстрее теряет свойство изолятора. Так Рихману впервые удалось подойти к современному пониманию адсорбции водяных паров активной поверхностью стеклянного порошка. Сделанный им вывод имел не только практическое значение, но и во многом помог М. В. Ломоносову обосновать постановку некоторых теоретических вопросов, относящихся к изучению проводников и изоляторов «различной природы».

Пользуясь электрометром, Рихман сумел подойти к более правильному решению и такой сложной проблемы, как проблема электрической емкости различных по своей массе, форме и объему тел. Этот вопрос в середине XVIII в. живо интересовал всех ученых, занимавшихся вопросами электричества. Уже в первых опытах Рихман установил, что наэлектризованная масса большего веса медленнее теряет свой заряд, чем однородная по своему составу масса меньшего веса. Последняя теряла свой заряд значительно быстрее. Однако какой-либо строгой количественной зависимости установить при этом не удалось. Это наводит ученого на предположение, что электричество распределяется пропорционально не массам, а поверхностям тел. И опыт убеждает его, «что электричество распределяется не пропорционально массам, а скорее меняется пропорционально поверхности»[2]. Интересно отметить, что Рихман во всех своих опытах принимает емкость Земли бесконечно большой.

Много внимания в своих экспериментальных исследованиях Рихман уделяет изучению электрической искры и, в частности, изучению обстоятельств, сопровождающих образование наиболее сильных элек-

---

[1] Г.-В. Рихман. Труды по физике, стр. 355.
[2] Там же, стр. 309.

трических искр. При помощи электрометра ему удалось установить весьма важный факт, а именно, что при соединении двух различно заряженных тел увеличение электрического заряда в одном из них всегда происходит за счет уменьшения электрического заряда, или «электричества», в другом. Так независимо от Франклина Рихман впервые подошел к открытию закона сохранения электрического заряда. Сколь большое значение придавал ученый этому своему открытию, видно хотя бы из того, что в составленном им в конце 1748 — начале 1749 г. «Наброске тем новых исследований по электричеству» он специально выделил тему «О сохранении электричества» [1].

В 1746—1753 гг. Рихман был настолько увлечен новыми исследованиями и новыми открытиями в области электричества, что называл XVIII век электрическим веком. В одном из своих обзоров, представленных в петербургскую Академию наук в 1748 г., при перечислении вопросов, которые он намерен изучать в ближайшее время, ученый говорит своим коллегам: «Одним словом, весь я отдался по мере сил исследованию электрической атмосферы и всех законов, по которым возникают прославленные электрические явления и по которым эта материя распределяется в различных телах» [2].

Неустанно проводя экспериментальные исследования, Рихман много работал и над вопросами теории электрических явлений. В своих воззрениях он стоял на строго материалистических позициях, считая, что в основе всех сложных явлений окружающего мира лежат различные формы движения материи. В них он видел и причины, порождающие электрические явления. «Нет сомнения, — говорил он студентам академического университета в 1746 г., — что электричество производится телесными силами и должно происходить от определенного движения некоторой тонкой материи в атмосферных телах, ибо все телесные перемены совершаются посредством движения, следовательно и эта» [3].

Таковы некоторые новые данные, которые существенно пополняют наши сведения о первых экспериментальных исследованиях по электростатике в России.

---

[1] Г.-В. Рихман. Труды по физике, стр. 273.
[2] Там же.
[3] Там же, стр. 232.

Д. Д. ГУЛО

РАЗВИТИЕ УЧЕНИЯ О ДВИЖЕНИИ ЭНЕРГИИ В РАБОТАХ СОВЕТСКИХ УЧЕНЫХ

Основы учения о движении энергии, играющего важную роль в современной физике, были заложены русским физиком Н. А. Умовым в 1874 г. [1, 2]. Умов ввел понятия плотности энергии, скорости движения энергии, плотности потока энергии и дал новую формулировку закона сохранения энергии в виде уравнения непрерывности:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{N} = 0, \qquad \text{(I)}$$

где w — плотность энергии; $\vec{N}$ — вектор плотности потока энергии.

Скорость движения энергии, по Умову, определяется как величина, равная отношению плотности потока энергии к плотности энергии:

$$\vec{c} = \frac{\vec{N}}{w}.$$

Интегральная форма закона сохранения энергии, по Умову, имеет вид:

$$\iiint \frac{\partial w}{\partial t} d\omega + \iint N_n \, d\sigma = 0, \qquad \text{(II)}$$

где $d\omega$ — элемент объема, ограниченного поверхностью, элемент которой $d\sigma$.

Согласно (II) закон сохранения энергии формулируется следующим образом: изменение энергии в некотором объеме в единицу времени равно полному потоку энергии через поверхность, ограничивающую этот объем.

Уравнения (I) и (II) были получены Умовым для любого вида энергии и любых сред без каких-либо ограничений.

Рассматривая конкретные случаи движения энергии, Умов получил выражения для компонент вектора плотности потока энергии в виде:

а) для твердых упругих тел:

$$N_x = p_{xx}u + k_{xy}v + p_{xz}w,$$

где u, v, w — компоненты вектора скорости частиц среды;

б) для сжимаемой жидкости без внутреннего трения:

$$N_x^{\bullet} = u\left(p + \rho \frac{i^2}{2}\right),$$

где i — скорость движения частиц жидкости; p — давление;

в) жидких сред с трением:

$$N_x = u\rho \frac{i^2}{2} + p_{xx}u + p_{xy}v + p_{xz}w.$$

Кроме того, Умовым был рассмотрен перенос энергии для ряда случаев взаимодействия тел на расстоянии, в частности взаимодействия двух элементов тока и двух замкнутых токов.

Результаты, полученные Умовым, позднее были повторены и развиты в работах известных зарубежных физиков В. Вина, Г. Ми, О. Хевисайда, В. Вольтерра и др. [1].

Учение о движении энергии оказалось весьма плодотворным и нашло широкое применение в различных областях физики.

В настоящей статье рассматривается применение и дальнейшее развитие идеи о движении энергии в работах советских ученых.

Из советских ученых одним из первых по достоинству оценил значение глубоких идей Умова о локализации и движении энергии В. Н. Кессених. Он использовал эти идеи в области теории излучающих и энергопроводящих систем. Кессених указал [3], что распространение методов аналитической динамики на исследование излучающих систем сопряжено со значительными трудностями и должно быть критически пересмотрено. Существующие методы трактовки излучающих систем как динамических систем сводятся к представлению их либо в виде приведенных схем с конечным числом степеней свободы, либо в виде пространственно ограниченных распределенных систем с бесконечным числом степеней свободы. В обоих случаях излучающим системам приписывается определенное значение полной энергии и вводятся параметры, присущие дискретным и пространственно ограниченным системам.

Однако акустические и электромагнитные излучающие системы, строго говоря, не могут рассматриваться как пространственно ограниченные системы: учитывая сложное взаимодействие между системой и полем излучения, под излучающей системой следует понимать систему плюс поле. Поле дополняет ее, образует вместе с ней пространственно неограниченный континуум. Такая пространственно неограниченная система, вообще говоря, не имеет определенной полной энергии и не может рассматриваться как динамическая гамильтонова система. Однако, показал Кессених, трактовка излучающих систем как систем гамильтоновых может быть осуществлена путем построения квазигамильтоновой функции, соответствующей не полной энергии, а так называемой связанной энергии, т. е. запасу энергии излучающей системы.

Еще до Кессениха некоторые советские ученые, в частности Д. А. Рожанский, были близки к идее о необходимости выделения запаса энергии системы из полной энергии поля, т. е. склонялись к понятию связанной энергии. Однако впервые в совершенно отчетливой форме сформулировал понятие связанной энергии Кессених в 1935 г. [4]. При этом он отправлялся от идей Н. А. Умова.

«Идеи Умова, — писал В. Н. Кессених, — ценны не только для

---

[1] См. подробнее: Д. Д. Гуло. Из истории учения о движении энергии. В сб.: «История и методология естественных наук», вып. II. Физика. Изд-во МГУ, 1963.

истории физики, но являются источником эффективных методов разработки динамики континуума и теории поля... Идеи Умова открывают неиспользованные еще возможности построения эффективного аппарата для распространения аналитических методов динамики системы на динамику континуума, возможности, которые настойчиво ищет современная физика» [5, стр. 77].

В серии работ [3, 4, 5, 6, 7] Кессених развивает, основываясь на идеях Умова, теорию излучающих систем, позволяющую с успехом решать многие задачи радиофизики и акустики.

На многих примерах акустических и электромагнитных излучающих систем он показал возможность разделения энергии поля излучающей системы на две части, из которых одна имеет определенное конечное значение и может быть рассматриваема как запас энергии системы, а вторая имеет неопределенно большое (в зависимости от истории системы) значение и представляет собой излученную энергию поля.

Другими словами, в поле излучающей системы полная плотность энергии может быть представлена в виде суммы компонент:

$$w = w_r + w_j. \tag{1}$$

Первая компонента определяется соотношением

$$w_r = \frac{N}{c}, \tag{2}$$

где $\vec{N}$ — вектор Умова (вектор плотности потока энергии); $\vec{c}$ — скорость распространения энергии, и строго удовлетворяет уравнению Умова

$$\frac{\partial w}{dt} + \operatorname{div}\vec{N} = 0.$$

Кессених называет ее *умовской компонентой плотности энергии.* Вблизи излучающей системы полная плотность энергии превышает умовскую компоненту плотности на величину

$$w_j = w - w_r,$$

которая была названа Кессенихом *плотностью связанной энергии поля* излучающей системы. Интегрирование по всему пространству дает переход от плотностей энергии к энергиям. Кессених [4] формулирует и доказывает теорему о запасе энергии излучающей системы, согласно которой в случае среды без дисперсии связанная энергия точно совпадает с запасом энергии, определяемым как разность между полной энергией в некотором объеме и энергией, излучаемой через поверхность, ограничивающую объем, за время, которое необходимо сигналу для прохождения пути от поверхности излучателя до рассматриваемой поверхности.

Таким образом, если имеется система: источник энергии — поле — приемник энергии, и известно точное время прохождения сигнала от источника энергии до поверхности приемника, связанная энергия может быть определена как разность между полной энергией и энергией, поглощенной приемником за время пробега сигнала τ, т. е.

$$W_j = W - P\tau, \tag{3}$$

где P — средняя мощность, поглощаемая входной поверхностью приемника.

Разделение энергии колебательного поля в пространственно неограниченной среде на две составляющие — умовскую и связанную — возможно в особенно ясной и простой форме в случае полей, обладающих осевой симметрией.

Приведем рассмотренный Кессенихом [3] простой пример, хорошо иллюстрирующий физический смысл понятия «связанная энергия», а именно: случай акустического поля, создаваемого простейшей излучающей системой — радиально пульсирующей сферой, находящейся в однородной среде.

Для решения задачи достаточно рассмотреть бесконечный конический рупор с телесным углом Ω; вход рупора закрыт куском сферической поверхности радиуса a, площадь которого Ωa^2, приводящегося в колебание посредством переменного давления:

$$F = F_0 e^{i\omega t}.$$

На расстоянии R от вершины конуса построим вторую сферическую поверхность, которая будет играть роль входной поверхности приемника звуковой энергии. Вычислим запас энергии рупора по отношению к приемнику, т. е. энергию, которую приемник получил после выключения источника с того момента, когда сигнал выключения дойдет до входной поверхности приемника.

При стационарном режиме потенциал скорости φ на расстоянии r от вершины конуса определяется как

$$\varphi = \frac{F_0}{i\Omega\rho a\Omega} \cdot \frac{e^{-ik(r-a)}}{r}.$$

Давление

$$p = \rho\varphi' = \frac{F_0}{a\Omega} \cdot \frac{e^{ik(r-a)}}{r}.$$

Скорость

$$v = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{F_0}{i\omega\rho a\Omega} \cdot \frac{1+ikr}{r^2} e^{-ik(r-a)},$$

где

$$k = \frac{\omega}{c}.$$

Найдем среднюю мощность P расхода энергии через поверхность R. Следуя Умову, средний поток энергии будет определяться средним потоком вектора $\vec{N} = p\vec{v}$.

Таким образом,

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_0^2}{a^2\Omega c\rho}. \tag{4}$$

Подсчет полной энергии звукового поля, заключенной в рупоре между поверхностью пульсирующей сферы и концентрической сферической поверхностью радиуса R, дает:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_0^2}{a^2\Omega} \cdot \frac{R-a}{c^2\rho} + \frac{1}{4} \cdot \frac{F_0^2}{a^2\Omega\omega^2\rho}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{R}\right).$$

Связанная энергия, согласно (3), определяется как $W_j = W - P\tau$, причем для рассматриваемого случая $\tau = \frac{R-a}{c}$. Учитывая также (4), получим:

$$W_j = \frac{1}{4} \cdot \frac{F_0^2}{a^2\Omega\omega^2\rho}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{R}\right).$$

При $R \to \infty$ величина энергии W_j остается конечной, равной

$$\lim W_{jR\to\infty} = \frac{1}{4} \cdot \frac{F_0^2}{a^3\Omega\omega^2\rho}.$$

Таким образом, полная энергия звукового поля в рассматриваемом случае распадается на две компоненты:

$$W_r = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_0^2}{a^2\Omega} \cdot \frac{R-a}{c^2\rho} = \frac{1}{2} p_0^2\Omega \frac{R-a}{c^2\rho} -$$

энергия, распределенная с объемной плотностью;

$$w_r = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_0^2}{a^2\Omega} \cdot \frac{1}{c\rho r^2\Omega} = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_0^2 a^2}{c^2\rho r^2}$$

и

$$W_j = \frac{1}{4} \cdot \frac{F_0^2}{a^2\Omega\omega^2\rho}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{R}\right) = \frac{1}{4} p_0^2 \frac{a^2}{\omega^2\rho}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{R}\right)$$

энергия с объемной плотностью

$$w_j = \frac{1}{4} \cdot \frac{F_0^2}{a^2\Omega\omega^2\rho\Omega r^4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{p_0^2 a^2}{r^4\omega^2\rho}.$$

Легко видеть, что величина w_r — первая компонента плотности энергии — связана со средним значением вектора Умова, равным $\vec{N} = \frac{1}{2} p_0^2 \frac{a^2}{c\rho r^2}$, соотношением $\vec{N} = w_r \vec{c}$.

Следовательно, эта часть плотности энергии определяется средним потоком энергии и представляет собой умовскую компоненту плотности энергии.

Вторая часть плотности энергии w_j есть плотность связанной энергии.

Выражение для плотности связанной энергии сферического излучателя w_j позволяет оценить распределение связанной энергии в пространстве: плотность энергии убывает пропорционально r^4.

Если за полную связанную энергию принять связанную энергию, заключенную в объеме шара радиуса R, ошибка составит:

$$\Delta W_j = \frac{1}{4} p_0^2 \frac{a^2}{\omega^2\rho} \cdot \frac{1}{R};$$

относительная ошибка будет:

$$\frac{\Delta W_j}{W_j} = \frac{a}{R}.$$

Отсюда следует, что при приближенном расчете связанной энергии можно ограничиться интегрированием по объему сферы радиуса, достаточно большого по сравнению с наибольшими линейными размерами излучателя.

Таким образом, применение теории Умова позволяет решить вопрос о распределении энергии в рассматриваемом акустическом поле.

Укажем также, что теория Кессениха дает более точную трактовку понятия так называемой присоединенной, или соколеблющейся, массы, которая вводится в теории акустических излучающих систем для учета взаимодействия со средой. Оказывается, что связанная энергия совпадает с кинетической энергией соколеблющейся массы. Как было показано Кессенихом [3], вытекающий отсюда метод расчета соколеблющейся массы устраняет в ряде случаев недоразумения, которые могут иметь место при обычной, идущей от Релея, трактовке и методе расчета присоединенной массы.

Для случая электромагнитного поля Кессених [4] в соответствии с теорией Умова предлагает под плотностью излучаемой энергии понимать величину:

$$w_r = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{[\vec{E}\vec{H}]}{4\pi}\,dt = \frac{N}{c}$$

(здесь T — период колебаний), т. е. плотность среднего по времени потока энергии, определяемого вектором Умова—Пойнтинга $\vec{N} = \frac{c}{4\pi}[\vec{E}\vec{H}]$, деленную на скорость света.

Тогда плотность связанной энергии для случая электромагнитного поля произвольного вида может быть записана в виде:

$$w_j = \frac{1}{T}\int_0^T \left(\frac{E^2}{8\pi} + \frac{H^2}{8\pi}\right)dt - \frac{1}{T}\int_0^T \frac{[\vec{E}\vec{H}]}{4\pi}\,dt. \tag{5}$$

Для плоских волн очевидно, что величина $w_j = 0$, а для волновых поверхностей с малой кривизной она близка к нулю. Поэтому выражение (5) показывает, что связанная энергия локализована главным образом в зоне индукции, потому что в волновой зоне поле приобретает характер поля плоских волн.

Для частного случая поля излучающего провода (поле цилиндрических волн) Кессених [6] получает для средней по времени плотности связанной энергии величину

$$w_j = \frac{1}{16\pi}(E - H)(E^* - H^*)$$

выражение, являющееся частным случаем более общего выражения (5).

Заметим также, что Кессених [7] показал справедливость формулы Эйнштейна $E = mc^2$ в применении к электромагнитному полю излучающей системы, если под энергией понимать связанную энергию. Он рассмотрел также вопрос о связанной энергии в случае диспергирующих систем — волноводов.

Как известно, в волноводах фронт основного сигнала перемещается с групповой скоростью. В этом случае умовская компонента плотности энергии может быть записана в виде:

$$w_r = \frac{N}{u_{\text{гр}}},$$

где $u_{\text{гр}}$ — групповая скорость в волноводе, и соответственно величина плотности связанной энергии имеет вид:

$$w_j = w - \frac{N}{u_{\text{гр}}}.$$

Кессених доказывает теорему, согласно которой при подсчете связанной энергии по времени группового запаздывания запас энергии в прямоугольном волноводе для волны типа H_{10} равен нулю.

Мы уже указывали, что наличие взаимодействия поля излучения с излучающей системой в ряде случаев затрудняет использование и точный расчет параметров, свойственных пространственно ограниченным системам.

Для того чтобы сохранить применимость параметров при переходе от теории цепей к теории излучающих и энергопроводящих систем, они должны быть определенным образом обобщены. Такое обобщение оказывается возможным при энергетическом рассмотрении процессов. Именно знание величины связанной энергии позволяет рассчитать некоторые параметры излучающих систем.

Пользуясь понятием связанной энергии, можно обобщить постоянную времени колебательного контура

$$\tau = \frac{2L}{R} = \frac{1}{\alpha}$$

(здесь α — коэффициент затухания), характеризующую переходный процесс в контуре, на случай излучающих и энергопроводящих систем.

Обобщенная постоянная времени по Кессениху [3] имеет вид:

$$\tau_e = 2\frac{W_j}{P},$$

где W_j — связанная энергия; P — средняя расходуемая мощность.

Так же могут быть обобщены такие характеристики колебательных систем, как добротность Q и логарифмический декремент затухания ϑ, которые связаны с величиной τ соотношениями:

$$\tau = \frac{1}{\alpha} = \frac{2\pi}{\omega\vartheta} = \frac{2Q}{\omega}.$$

Именно:

$$\vartheta = \frac{\pi W_r}{\omega W_j}; \quad Q = \frac{\omega W_j}{W_r}.$$

Добротность Q излучающей системы тем больше, чем меньше умовская компонента энергии и чем больше связанная энергия. Введение *обобщенной добротности* позволяет устранить противоречия, к которым в ряде случаев приводит употребление обычной формулы. Так, например, эндовибратор, замкнутый поглощающей стенкой, сопротивление которой согласовано с волновым сопротивлением полости для данного типа волн, ведет себя как апериодическая система, для которой добротность $Q=0$. Однако подсчет Q по общеизвестной формуле $Q = \frac{\omega W}{P}$, где W — полная энергия поля внутри эндовибратора, P — средняя мощность, рассеиваемая в эндовибраторе, дает конечное значение $Q = 2\pi\frac{h}{\lambda}$, где h — высота эндовибратора.

Противоречие устраняется, если ввести в расчет не полную энергию поля W, а связанную энергию $W_j = W - W_r$.

Для случая волноводов Кессенихом было предложено [3] для оценки искажений импульсного сигнала понятие *энергетического коэффициента искажения сигнала,* определяемого как отношение запаса энергии системы (связанной энергии) к произведению расходуемой мощности на длительность сигнала:

$$\gamma = \frac{W_j}{P\Delta t}.$$

Разделение энергии поля на две компоненты — умовскую и связанную энергии — оказалось, как указал Кессених, чрезвычайно удобным при исследовании диапазонных свойств излучающих и энергопроводящих систем. Подробное исследование этого вопроса — как теоретическое, так и экспериментальное — было проведено А. А. Семеновым [8, 9].

В частности, оказалось возможным оценивать широкополосность излучающих систем по отношению умовской компоненты энергии к величине связанной энергии

$$\Delta\omega = \frac{W_r}{W_j}.$$

Еще Кессенихом было показано, что при расчете связанной энергии по времени группового запаздывания в простейшем случае прямоугольного волновода запас энергии волновода для волны типа H_{10} оказывается равным нулю.

А. А. Семенов [8] доказал следующую более общую теорему: запас энергии бегущей волны в волноводе произвольного сечения, рассчитанный по времени группового запаздывания, для любого типа волн равен нулю. При этом он воспользовался общим выражением электромагнитного поля в волноводе при помощи вектора Герца в форме, данной А. А. Самарским и А. Н. Тихоновым:

$$\vec{\Pi} = \sum \vec{A}\psi_n(M)\,e^{2\gamma_n},$$

где $\psi_n(M)$ — собственные функции мембраны,

$$\gamma_n^2 = k_0^2 - \lambda_n,$$

$$k_0 = \frac{\omega}{c},$$

λ_n — собственные значения параметра уравнения

$$\frac{\partial^2\psi_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi_n}{\partial y^2} + \lambda_n\psi_n = 0.$$

Чтобы подсчитать запас энергии в отрезке волновода

$$W_j = \int (w - w_r)\,dv = W - W_r,$$

нужно найти плотность полной энергии поля w и умовскую компоненту плотности w_r.

Плотность полной энергии определяется формулой

$$w = \frac{1}{16\pi}(\vec{E}\vec{E}^* + \vec{H}\vec{H}^*).$$

Интеграл этой величины, взятой по объему отрезка волновода, при подстановке выражений E и H через ψ дает значение полной энергии в этом отрезке и оказывается равным

$$W = \frac{A^2k^2}{8\pi}\lambda_n.$$

Умовская компонента плотности энергии $w_r = \frac{N}{v}$ после интегрирования по объему отрезка дает:

$$W_r = \frac{A^2}{8\pi}\lambda_n k\gamma_n.$$

Таким образом, запас энергии, или связанная энергия, в данном объеме волновода будет:

$$W_j = \frac{A^2}{8\pi}\lambda_n(k^2 - k\gamma_n).$$

Этот результат получен для случая, когда умовская компонента была принята равной $\frac{N}{v}$, где v — фазовая скорость. Это и привело к выводу о конечной величине запаса энергии в волноводе. Физически это означает, что если в участок бесконечного волновода длиной l в момент t_0 прекращается поступление электромагнитной энергии, то спустя время $\tau = \frac{l}{v}$ из отрезка уйдет не вся энергия, но останется некоторый запас энергии. Однако результат изменится, если в качестве умовской компоненты плотности энергии принять

$$W_{r\,\text{гр}} = \frac{N}{v_{\text{гр}}}$$

и соответственно время запаздывания полагать равным

$$\tau = \frac{l}{v_{\text{гр}}}.$$

Групповая скорость связана с фазовой соотношением

$$v_{\text{гр}} = v\frac{\gamma_n}{k_0},$$

и соответственные умовские компоненты плотности энергии соотношением

$$w_{r\,\text{гр}} = w_r\frac{k_0}{\gamma_n}.$$

Вычисление связанной энергии по времени группового запаздывания $W_j = W - W_{r\,\text{гр}}$ теперь дает:

$$W_{j\,\text{гр}} = \frac{A^2k_0^2\lambda_n}{8\pi} - \frac{A^2k_0\gamma_n\lambda_n}{8\pi}\left(\frac{k_0}{\gamma_n}\right) \equiv 0.$$

Это и доказывает, что энергия в волноводе распространяется с групповой скоростью.

Учение Умова о движении энергии оказалось весьма плодотворным для развития теоретической акустики. Здесь кроме работ Кессениха большую роль сыграли работы советских физиков Н. Н. Андреева и И. Г. Русакова, Б. П. Константинова и И. М. Бронштейна, Д. И. Блохинцева, С. Н. Ржевкина, Л. А. Чернова и др.

Заметим, что, по-видимому, впервые в акустической литературе Н. Н. Андреев и И. Г. Русаков ссылаются на работы Умова о движении энергии в книге «Акустика движущейся среды» [10].

Рассматривая вопрос о распространении звуковой энергии в движущейся среде, авторы указывают на необходимость предварительного пересмотра самого понятия потока энергии в движущейся среде. В качестве исходного они берут выражение Умова для плотности потока энергии в жидкой среде:

$$\vec{N} = \vec{v}\left(p + \frac{\rho v^2}{2}\right), \tag{6}$$

где $\vec{v}$ — вектор скорости частиц жидкости, p — давление, ρ — плотность жидкости.

Обозначим через v_0, p_0, ρ_0 величины v, p и ρ, не возмущенные звуковой волной (для невозмущенного потока жидкости) и через v_1, p_1, ρ_1 соответственно те же величины, обязанные возмущающему действию проходящей волны. Тогда можно записать:

$$v = v_0 + v_1;$$

$$p = p_0 + p_1;$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1.$$

Подставляя эти выражения в (6) и пренебрегая членами третьего порядка малости, получаем:

$$\vec{N} = v_0\left(p_0 + \frac{\rho_0 v_0^2}{2}\right) + \frac{1}{2}\left(3v_0^2\rho_0 v_1 + v_0^3\rho_1\right) + p_0 v_1 + v_0 p_1 + v_1 p_1.$$

Полученный результат показывает, что полный поток энергии складывается из потока энергии невозмущенного движения, члена $p_1 v_1$, содержащего только величины возмущающего движения, и членов, которые следовало бы назвать потоком взаимной энергии. Если рассматривать только синусоидальное возмущающее движение, то эти члены имеют частоту возмущающего движения и при усреднении по времени исчезают. Поэтому в результате усреднения получаем:

$$N = v_0\left(p_0 + \frac{\rho_0 v_0^2}{2}\right) + \overline{p_1 v_1}.$$

Отсюда видно, что можно определить средний поток звуковой энергии через то же выражение, которое принято в акустике покоящихся сред.

Термин «вектор Умова» мы встречаем позднее в работе Г. Остроумова [11]. Автор указывает, что явление излучения звука механической системой сопровождается движением энергии по этой излучающей системе в виде волн изгиба. Для полного представления о механизме излучения необходимо иметь точное представление о механизме движения энергии по излучающей системе. Рассматривая простейший пример излучающей системы в виде упругой призматической балки, Остроумов получает выражение вектора потока энергии для этого случая.

Б. П. Константинов и И. М. Бронштейн в работе [12], доложенной на II Акустической конференции в Москве в 1935 г., рассматривают вопросы применения уравнения непрерывности энергии в акустике. В частности, они получили выражение потока энергии в идеальном газе. При этом учитывается перенос внутренней энергии газа (авторы называют ее потенциальной энергией). Плотность энергии записывается в виде:

$$w = \frac{\rho v^2}{2} + I c_v \rho T, \tag{7}$$

где c_v — удельная теплоемкость, ρ — плотность газа, I — механический эквивалент теплоты.

Пользуясь уравнением Клайперона—Менделеева, можно выразить внутреннюю энергию газа через давление:

$$I c_v \rho T = \frac{p}{\gamma - 1},$$

где

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}.$$

Тогда (7) перепишется в виде:

$$w = \frac{p}{\gamma - 1} + \rho \frac{v^2}{2}.$$

Согласно закону сохранения энергии изменение плотности энергии газа со временем равно притоку энергии через границы единицы объема.

Приток энергии слагается из четырех частей:

(1) притока кинетической энергии $\operatorname{div}\left[\vec{v}\left(\frac{1}{2}\rho v^2\right)\right]$;

(2) увеличения внутренней энергии $\operatorname{div}\left[\vec{v}\left(\frac{p}{\gamma-1}\right)\right]$;

(3) работы на границах объема: $\operatorname{div}[p\vec{v}]$

(всюду $\vec{v}$ — вектор скорости);

(4) ухода энергии вследствие теплопроводности $I \operatorname{div}(a \operatorname{grad} T)$, где a — коэффициент теплопроводности.

Таким образом, приток энергии через поверхность единицы объема равен

$$\operatorname{div}\left[\vec{v}\left(\frac{p}{\gamma-1} + p + \frac{\rho v^2}{2}\right) - I a \operatorname{grad} T\right].$$

Уравнение сохранения энергии получаем, приравняв эту величину производной по времени от плотности энергии:

$$-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{\gamma-1} + \frac{\rho v^2}{2}\right) = \operatorname{div}\left[\vec{v}\left(\frac{p}{\gamma-1} + p + \frac{\rho v^2}{2}\right) - I a \operatorname{grad} T\right].$$

Отсюда, если пренебречь теплопроводностью, для плотности потока энергии получаем:

$$\vec{N} = \vec{v}\left(\frac{p}{\gamma-1} + p + \frac{\rho v^2}{2}\right). \tag{8}$$

Эта формула отличается от формулы Умова (6) присутствием члена $\frac{\vec{v}p}{\gamma-1}$, соответствующего конвективному потоку внутренней энергии газа.

Выражение (8) можно переписать, очевидно, также в виде:

$$\vec{N}=\vec{v}\left(\frac{\gamma p}{\gamma-1}+\frac{\rho v^2}{2}\right). \qquad (9)$$

Аналогичные выражения для плотности и потока энергии получили Н. Н. Андреев [13] и Д. И. Блохинцев [14].

Заметим, что выражение (9) для плотности потока энергии может быть записано еще в виде:

$$\vec{N}=\rho\vec{v}\left(\frac{v^2}{2}+\omega\right), \qquad (10)$$

где $\omega=\varepsilon+\frac{p}{\rho}$ — так называемая тепловая функция единицы массы (ε — внутренняя энергия единицы массы). Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц получают формулу (10) строгим путем, используя в качестве исходного выражения для плотности энергии жидкости в виде $\frac{\rho v^2}{2}+\rho\varepsilon$ и рассматривая ее изменение во времени. После преобразований, в которых используются уравнения движения жидкости и уравнение непрерывности вещества, авторы получают уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho v^2}{2}+\rho\varepsilon\right)=-\operatorname{div}\left\{\rho\vec{v}\left(\frac{v^2}{2}+\omega\right)\right\}.$$

Далее для выяснения физического смысла полученного равенства они интегрируют его по некоторому объему. Использование теоремы Остроградского дает:

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint\left(\frac{\rho v^2}{2}+\rho\varepsilon\right)d\sigma=-\iint\rho v\left(\frac{v^2}{2}+\omega\right)df.$$

Поскольку левая часть этого уравнения представляет изменение энергии жидкости в некотором объеме за единицу времени, в правой части интеграл по поверхности представляет собой количество энергии, вытекающей в единицу времени из рассматриваемого объема. Отсюда видно, что выражение

$$\rho v\left(\frac{v^2}{2}+\omega\right) \qquad (11)$$

может быть названо вектором плотности потока энергии.

Заметим, что если в первом издании книги [15] Ландау и Лифшиц, рассматривая вопрос о потоке энергии, не упоминали о работах Н. А. Умова, то во втором издании этой книги они справедливо указывают: «Важнейшее понятие о потоке энергии и выражение закона ее сохранения в виде «уравнения непрерывности» для энергии были впервые введены Н. А. Умовым. Н. А. Умов применил, в частности, эти понятия в механике сплошных сред и получил выражение для потока энергии в жидкости» [15, стр. 26].

Тот факт, что в (11) стоит тепловая функция, а не просто внутренняя энергия, имеет простой физический смысл. Подставив $\omega=\varepsilon+\frac{p}{\rho}$, напишем полный поток энергии через замкнутую поверхность в виде:

$$\iint\rho v\left(\frac{v^2}{2}+\varepsilon\right)df+\iint pv\,df.$$

Первый член есть энергия (кинетическая и внутренняя), непосредственно переносимая (в единицу времени) проходящей через поверхность массой жидкости. Второй же член представляет собой работу, производимую над заключенной внутри поверхности жидкостью силами давления.

Для случая несжимаемой вязкой жидкости Ландау и Лифшиц получают выражение для плотности потока энергии в виде:

$$\vec{N} = \rho\vec{v}\left(\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho}\right) - (\vec{v}\sigma'). \qquad (12)$$

Здесь член $\rho\vec{v}\left(\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho}\right)$ есть поток энергии, связанный с простым переносом массы жидкости при ее движении (конвективный поток энергии), совпадающий с потоком энергии в идеальной жидкости. Второй член $(\vec{v}\sigma')$, представляющий собой вектор с компонентами $v_i\sigma_{ik}'$ (где σ_{ik}' — компоненты тензора вязких напряжений), есть поток энергии, связанный с процессами внутреннего трения.

Формула (12) совпадает с формулой, полученной Умовым для вязкой жидкости. В современной записи формула Умова имеет вид:

$$N = \vec{v}\,\frac{\rho v^2}{2} + (\vec{v}\sigma). \qquad (13)$$

Величины σ_{ik} являются компонентами *полного тензора* напряжений. Они, как известно, складываются из скалярного давления p и вязких напряжениeй σ_{ik}':

$$\sigma_{ik} = p\delta_{ik} - \sigma'_{ik}, \qquad (14)$$

$\delta_{ik}=1$, если $i=k$; $\delta_{ik}=0$, если $i\neq k$. Если подставить значения (14) в (13), то получится выражение (12).

Для случая переноса энергии звуковой волной Ландау и Лифшиц, пользуясь в качестве исходной формулы выражением потока энергии в виде (10), после несложных рассуждений получают для средней плотности потока звуковой энергии выражение

$$\vec{N} = p'\vec{v}, \qquad (15)$$

где p' — акустическое давление (т. е. отклонение давления от его значения в неподвижной среде).

Выражение (15) справедливо не только для среднего значения потока энергии, но и для его значения в каждый данный момент времени.

Много внимания проблеме движения энергии в движущейся среде уделено в монографии Д. И. Блохинцева [14]. Автор указывает, что уравнения аэродинамики сжимаемого газа выражают три фундаментальных закона сохранения: 1) закон сохранения вещества, 2) закон сохранения импульса и 3) закон сохранения энергии. Закон сохранения энергии формулируется в духе Умова: «Уравнение сохранения энергии должно выражать тот факт, что изменение энергии полной энергии в малом объеме, складывающейся из кинетической энергии и внутренней энергии единицы объема газа, равно потоку кинетической и внутренней энергий через поверхность, окружающую этот объем, тепловому потоку через эту же поверхность плюс работа напряжений, совершаемая над этим объемом» [14, стр. 8].

Уравнение сохранения энергии записывается в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho v^2}{2}+\rho\varepsilon\right)+\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\left(\frac{\rho v^2}{2}+\rho\varepsilon\right)v_k+S_k\right]+\frac{\partial}{\partial x_k}(v_i\sigma_{ik})=0, \quad (16)$$

где суммирование ведется по i, $k=1, 2, 3$. Здесь ε — внутренняя энергия единицы массы среды, $\vec{S}$ — вектор потока тепла, σ_{ik} — тензор напряжений, приложенных к поверхности объема.

Уравнение (16), т. е. уравнение сохранения энергии в форме уравнения непрерывности, Блохинцев называет одним из основных уравнений гидродинамики.

Выражение $\frac{\rho v^2}{2}+\rho\varepsilon$ представляет собой плотность энергии сжимаемой среды.

Вектор плотности потока энергии имеет вид:

$$\vec{N}=\left(\frac{\rho v^2}{2}+\rho\varepsilon\right)\vec{v}+(\vec{v}\sigma)+\vec{S}.$$

Здесь первый член есть конвективный перенос энергии (кинетической и внутренней), $(\vec{v}\sigma)$ — работа напряжений, $\vec{S}$ — поток тепла.

Если учесть, что для компонент тензора напряжений имеют место соотношения (14), а также что для изотропной однородной жидкости (газа) вязкие напряжения σ_{ik}' связаны с деформациями u_{ik} соотношениями

$$\sigma_{ii}'=2\mu u_{ii}+\gamma\,\mathrm{div}\,\vec{v};$$
$$\sigma_{ik}=2\mu u_{ik},$$

где μ — вязкость газа и u_{ik} — тензор деформаций:

$$u_{ik}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k}+\frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right),$$

то поток энергии может быть представлен в виде:

$$\vec{N}=\left(\frac{\rho v^2}{2}+\rho\varepsilon\right)\vec{v}+\vec{S}+p\vec{v}+\mu\{\nabla v^2+[\mathrm{rot}\,\vec{v}\times\vec{v}]\}+\gamma\,\mathrm{div}\,\vec{v}\cdot\vec{v}$$

(∇ — знак градиента).

Здесь член $p\vec{v}$ означает работу сил давления, а члены с μ и γ — работу вязких напряжений. Для случая, когда можно пренебречь вязкостью и теплопроводностью, поток энергии будет иметь вид:

$$\vec{N}=\left(\frac{\rho v^2}{2}+\rho\varepsilon\right)\vec{v}+p\vec{v}.$$

В упомянутой выше работе [12] Константинов и Бронштейн впервые указывают, что при расчете уравнения сохранения энергии и потока энергии в акустике необходимо учитывать величины второго порядка.

В линейной акустике оперируют с величинами, пропорциональными первой степени амплитуды A, которая может быть, например, амплитудой колебаний поршня, возбуждающих звуковые колебания. При учете нелинейных явлений переходят к следующему приближению, содержащему члены, пропорциональные A^2, и т. д.

Таким образом, величины p, ρ, v могут быть представлены в виде рядов:

$$p=p_0+p_1+p_2+\ldots;$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 + \rho_2 + \dots;$$
$$v = v_0 + v_1 + v_2 + \dots.$$

Величины с индексом нуль относятся к не возмущенному звуком движению среды; p_1, ρ_1, v_1 — величины первого порядка малости, пропорциональные A; p_2, ρ_2, v_2 — величины второго порядка малости, пропорциональные A^2, и т. д.

Поскольку энергия и поток энергии зависят от квадрата амплитуды, т. е. являются величинами порядка A^2, они могут кроме квадратов величин p_1, ρ_1, v_1 содержать и первые степени следующего приближения p_2, ρ_2, v_2, причем привносимый ими вклад будет того же порядка, что и вклад от квадратов p_1, ρ_1, v_1.

На этом основании авторы приходят к выводу, что при вычислении величин энергии и потока энергии обязателен учет членов второго приближения. В частности, для среднего потока звуковой энергии они получают величину:

$$\vec{N} + \frac{\gamma p_1 \vec{v_1}}{\gamma - 1} + \gamma \frac{p_0 \vec{v_2}}{\gamma - 1}$$

(вместо обычной pv).

Позднее этот вопрос обсуждался Н. Н. Андреевым [13] и Д. И. Блохинцевым [16]. Они получили для величины потока энергии с точностью до величин второго порядка выражение

$$\vec{N} = \frac{\gamma p_0}{\gamma - 1} (\vec{v_1} + \vec{v_2}) + \frac{\gamma p_1 \vec{v_1}}{\gamma - 1},$$

для величины плотности энергии выражение

$$w_2 = \frac{\rho_0 v_1^2}{2} + \frac{p_1 + p_2}{\gamma - 1}.$$

Величины N_2 и w_2 связаны между собой уравнением

$$\frac{\partial w_2}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{N}_2 = 0. \qquad (17)$$

Однако Блохинцев показал, что в случае однородной покоящейся среды нет надобности пользоваться законом сохранения энергии в форме (17), в которой величины w_2 и N_2 содержат члены, соответствующие второму приближению. Для этого случая учет членов второго порядка малости не обязателен.

В самом деле, уравнение непрерывности вещества

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho \vec{v}) = 0,$$

написанное с точностью до членов порядка A^2, имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 + \rho_2) + \rho_0 \operatorname{div} (\vec{v_1} + \vec{v_2}) + \operatorname{div} (\rho_1 \vec{v_1}) = 0.$$

Умножив это уравнение на $\frac{\gamma p_0}{(\gamma - 1) \rho_0}$, вычтем результат из (17). Тогда получим:

$$\frac{\partial w_1}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{N}_1 = 0, \qquad (18)$$

где величины

$$w_1 = \frac{\rho_0 v_1^2}{2} + \frac{p_1^2}{2\rho_0 c_0^2}; \ \vec{N}_1 = p_1 \vec{v}_1 \qquad (19)$$

содержат только члены, характерные для линейной акустики ($c_0^2 = \gamma \frac{p_0}{\rho_0}$ — квадрат адиабатической скорости). Полученные выражения для энергии звука и потока акустической энергии — как раз те, которые обычно и принимаются в акустике.

Они могут быть записаны в виде, не содержащем акустического давления, если воспользоваться потенциалом звуковой волны φ.

Тогда:

$$v_1 = -\nabla\varphi; \ p = \rho_0 \frac{\partial\varphi}{\partial t}$$

и

$$w_1 = \frac{\rho_0}{2}(\nabla\varphi)^2 + \frac{1}{2\rho_0^2 c_0^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)^2;$$

$$\vec{N}_1 = -\rho_0 \frac{\partial\varphi}{\partial t} \cdot \nabla\varphi.$$

В случае, если φ может быть представлена в комплексном виде: $\varphi = Ae^{i\omega t}$, то средние по времени значения энергии и потока будут:

$$w_1 = \frac{\rho_0}{4} \nabla\varphi \cdot \nabla\varphi^* + \frac{\omega^2}{4\rho_0^2 c_0^2} \varphi \cdot \varphi^*;$$

$$\vec{N}_1 = \frac{i\omega}{4} \rho_0 (\varphi^* \nabla\varphi - \varphi \nabla\varphi^*).$$

Блохинцев на простом примере показывает эквивалентность обеих форм законов сохранения энергии (17) и (18) в случае, если среда предполагается однородной и неподвижной и поскольку задача о движении энергии решается в интегральной форме. Рассматривается источник звука (твердое тело, некоторая часть которого совершает колебания) и подсчитывается интегральный поток энергии через некоторую поверхность, охватывающую источник звука, вначале используя формулу (17) и затем, во второй раз, применяя формулу (18). В результате автор приходит к выводу, что обе формы закона сохранения в интегральном виде совершенно тождественны. В силу этого, несмотря на полную закономерность и общность выражений w_2 и $\vec{N}_2$, содержащих элементы нелинейной акустики, в линейной акустике, в условиях однородной и неподвижной среды, вполне можно и рационально употреблять для плотности энергии и ее потока формулы (19), как это обычно и делают. Однако указанная эквивалентность не имеет места тогда, когда среда неоднородна и находится в движении.

Формулы для w_2 и $\vec{N}_2$ могут быть обобщены на случай движущейся среды. При этом получаются достаточно сложные выражения.

Однако, как показал Блохинцев, в приближении геометрической акустики, применимом, если состояние среды мало меняется на протяжении длины волны звука, и в общем случае неоднородной и движущейся среды для плотности звуковой энергии и потока энергии получаются сравнительно простые выражения, подобные (19) и содержащие только величины, характерные для линейной акустики.

Уравнение сохранения энергии для этого случая автор получает в виде:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \operatorname{div}(w\vec{V}_S) = 0.$$

Здесь

$$w = \frac{p^2 c_0}{\rho q c^2} \text{ —} \tag{20}$$

средняя плотность энергии; c_0 — нормальная скорость звука;

$$q = c_0 - (\vec{v}, \nabla S); \left(k_0 S = \frac{2\pi}{\lambda_0} S \text{ —}\right.$$

фаза звуковой волны);

$$\vec{V}_S = c\vec{n} + \vec{v},$$

где $\vec{n}$ — единичный вектор по нормали к волновой поверхности, $\vec{v}$ — скорость ветра. Величина

$$\vec{N} = w\vec{V}_S \tag{21}$$

есть средний поток энергии.

Отсюда непосредственно следует, что звуковая энергия распространяется со скоростью $\vec{V}_S = c\vec{n} + \vec{v}$, отличной от фазовой скорости. Скорость энергии $\vec{V}_S$ Блохинцев называет *лучевой* скоростью. Она не совпадает с фазовой скоростью звуковой волны и равна геометрической сумме местной скорости звука $c\vec{n}$ и скорости ветра $\vec{v}$.

Этот вывод согласуется с высказанной Умовым мыслью о том, что скорость движения энергии вообще может не совпадать по направлению со скоростью распространения волны.

Блохинцев вводит в рассмотрение лучевые трубки, боковые поверхности которых образованы линиями, вдоль которых направлена лучевая скорость. Для таких лучевых трубок в случае стационарного процесса автор получает теорему, согласно которой величина $wV_S S$ (S — сечение трубки) остается постоянной вдоль данной лучевой трубки: $wV_S S = \text{const}$, так как для стационарного процесса

$$\frac{\partial w}{\partial t} = 0$$

и

$$\operatorname{div}(w\vec{V}_S) = 0.$$

Поскольку величина плотности энергии w существенно содержит давление звука (20), полученная теорема позволяет вычислить давление звука в любой части лучевой трубки, если оно известно в каком-либо ее сечении, например вблизи источника звука.

Определение же геометрии лучевых трубок есть одна из основных задач геометрической акустики.

В нашу задачу не входит рассмотрение других результатов работ Блохинцева, посвященных акустике движущихся сред. Укажем лишь, что Блохинцев получил обобщенные уравнения акустики неоднородных движущихся сред и успешно применил их к решению ряда важных задач, представляющих существенный практический интерес, в частности задачи о распространении звука в турбулентном потоке, о распространении звука в среде сложного состава, например в соленой морской воде, о звуковом поле источника, движущегося с большой скоростью, о возбуждении звука потоком и о работе приемника звука, обтекаемого потоком. Естественно, что при решении всех этих задач приходится в той или иной мере иметь дело с движением излучаемой источником звука энергии, ее плотностью, потоком и т. д.

Ряд исследований, посвященных акустике неоднородной движущейся среды, принадлежит М. Ф. Широкову.

М. Ф. Широков и Э. Н. Фрадкина в статье «Уравнение энергии в акустике движущихся сред и некоторые его применения» [17] считают, что выражения для плотности и потока энергии (20) и (21), выведенные Блохинцевым для неоднородной движущейся среды, неудовлетворительны, так как у них отсутствует соответствующая тензорная размерность. Как указывают авторы, плотность акустической энергии, которая должна быть одинакова во всех инерциальных системах координат, по Блохинцеву в некоторых из них может достигать бесконечно больших значений.

Широков и Фрадкина получают уравнение сохранения акустической энергии для движущейся среды исходя из соответствующего уравнения для покоящейся среды, причем переход к движущейся среде осуществляется при помощи преобразований Галилея.

Рассматривая звуковые волны, распространяющиеся в однородной покоящейся среде, авторы исходят из уравнений гидродинамики вида (с точностью до членов первого порядка малости):

$$\frac{\partial \rho_0 u_\mu}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_\mu} = 0;$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho_0 u_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0,$$

где ρ — адиабатическое отклонение от средней плотности ρ_0; p — акустическое давление; u — скорость акустического движения среды. Умножая первое уравнение на u_μ и второе на p, складывая и усредняя по времени и учитывая, что $p = \rho c^2$, они получают уравнение сохранения акустической энергии в виде:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0, \tag{22}$$

где плотность энергии и плотность потока энергии равны:

$$w = \frac{\rho_0 u^2}{2} + \frac{p^2}{2\rho c^2}; \tag{23}$$

$$N_\alpha = p u_\alpha. \tag{24}$$

В геометрическом приближении решение уравнения акустики имеет вид:

$$p = p_0 e^{i(\omega t - kS)}, \tag{25}$$

где p_0 и S — функции пространственных координат, медленно меняющиеся на протяжении длины волны, причем S удовлетворяет уравнению эйконала

$$(\nabla S)^2 = n^2, \tag{26}$$

где n — показатель преломления.

В этом случае формулы (23) и (24) с помощью (25) и (26) дают:

$$w = \frac{p^2}{\rho_0 c^2}; \tag{23'}$$

$$N_\alpha = wcn_\alpha. \tag{24'}$$

Чтобы получить соответствующие выражения для движущейся среды, нужно воспользоваться преобразованиями Галилея: $x'_\alpha = x_\alpha + v_\alpha t$; $t' = t$. По отношению к ним величины w и N являются компонентами 4-мерного контравариантного вектора, $\frac{\partial}{\partial t}$ и $\frac{\partial}{\partial x_\alpha}$ — компонентами ковариантного вектора, поэтому уравнение (22) сохранит свой вид и для движущихся сред; при этом плотность энергии w будет по-прежнему определяться (23′), но выражение для потока энергии будет отлично от (24′) и имеет вид:

$$N_\alpha = w(cn_\alpha + v_\alpha). \tag{27}$$

Легко видеть, что здесь в скобках содержится α-компонента величины, которую Блохинцев называет лучевой скоростью.

На правильность выводов, как полагают авторы, не влияет приближенный характер уравнения (22), поскольку отсутствующие в нем члены высших порядков не изменяют своего порядка после применения преобразований Галилея. Формула (27) совпадает с формулой Блохинцева (21). Однако величины плотности энергии у Широкова (23′) и Блохинцева (20) не совпадают и отличаются множителем

$$\left(1 - \frac{\vec{v}\nabla S}{c}\right)^{-1}.$$

Следовательно, на эту же величину отличаются и выражения плотности потока акустической энергии.

Переходя к возможности применения полученных общих результатов, Широков и Фрадкина указывают, что преобразования Галилея и соотношения для плотности и потока энергии (23′) и (24′) позволяют составить представление о звуковом поле, воспринимаемом движущимся приемником звука, который, например, обдувается ветром, связан с летящим самолетом и т. д. В частности, они получают выражение для потока акустической энергии, воспринимаемой движущимся приемником от движущегося источника.

Этот результат в свою очередь позволяет построить важную для практических целей характеристику направленности звука, т. е. полярную диаграмму распределения интенсивности звука в пространстве вокруг излучателя.

Коротко остановимся на работах Л. А. Чернова.

В одной из них [18] автор получает для плотности акустической энергии (в геометрическом приближении) выражение

$$w = \frac{1}{2} k^2 \rho A^2 \sqrt{(\nabla S)^2}. \tag{28}$$

Смысл обозначений k, A, S ясен из соотношения

$$\varphi = Ae^{-i(\omega t - kS)}$$

(где φ — потенциал акустической скорости), справедливого для геометрического приближения.

В случае неподвижной среды $\sqrt{\nabla S^2}=1$, в случае движущейся среды $\sqrt{\nabla S^2}\neq 1$.

Средняя плотность потока акустической энергии связана с плотностью акустической энергии, определяемой формулой (28), соотношением $\vec{N}=w(c\vec{n}+\vec{u})$, где $c\vec{n}+\vec{u}$ — лучевая скорость, $\vec{n}$ — единичный вектор по нормали к фронту волны, $\vec{u}$ — скорость потока.

В качестве примера применения полученных формул Чернов рассматривает излучение точечного источника звука, помещенного в однородном потоке. Выбрав систему координат так, чтобы ось x была направлена вдоль скорости потока, автор получает для составляющих потока энергии выражения вида:

$$N_x=\frac{1}{r}k^2c\rho A^2\frac{x}{\sqrt{x^2+\left[1-\frac{u^2}{c^2}(y_2+z^2)\right]}}$$

и т. д., откуда следует, что $N_x:N_y:N_z=x:y:z$, т. е. поток энергии (луч) направлен по радиусу.

Переходя к сферической системе координат с полярной осью, совпадающей с осью x, и заменив амплитуду A с помощью выражения для потенциала скоростей (которая получается как решение уравнения акустики движущейся среды в форме, введенной Н. Н. Андреевым), автор получает для плотности потока энергии выражение

$$N_\theta=\frac{k^4\rho\,(\Phi_0\,dv)^2}{32\pi^2cr^2\left(1-\frac{u^2}{c^2}\sin^2\theta\right)^{3/2}}. \tag{29}$$

Здесь Φ_0 — среднее значение амплитуды потенциала объемной силы, сосредоточенной в малом объеме dv, характеризующей источник; θ — угол между направлением луча и направлением потока.

Формула (29) определяет плотность потока энергии в зависимости от направления. В противоположных направлениях плотности потока энергии одинаковы. Максимальное значение плотность потока энергии имеет в направлении, перпендикулярном течению.

В одной из следующих работ [19] Л. А. Чернов применяет полученную им формулу (29), справедливую для точечного источника в виде объемной силы, к случаю точечного источника в виде обтекаемого пульсирующего шарика. Предварительно он доказывает, что для того, чтобы обтекаемый пульсирующий шарик создавал поле, тождественное с полем источника в виде объемной силы, должно выполняться условие

$$\frac{i_k\Phi_0\,dv}{4\pi c}=va^2\left(1-\frac{1}{4}\frac{u_0^2}{c^2}\right).$$

Здесь v — акустическая скорость пульсирующего шарика; u_0 — скорость потока. Ограничиваясь величинами второго порядка малости относительно $\frac{u_0}{c}$, автор получает для обтекаемого пульсирующего шарика:

$$N_\theta=\frac{1}{r}\rho_0ck^2v^2a^4\left(1+\frac{u_0^2}{c^2}-\frac{3}{2}\frac{u_0^2}{c^2}\cos^2\theta\right)\cdot\frac{1}{r^2}.$$

Интегрирование по всем направлениям дает полный поток энергии:

$$\vec{N}=2\pi\rho_0ck^2v^2a^4\left(1+\frac{1}{r}\frac{u_0^2}{c^2}\right).$$

Из полученной формулы следует, что звукоотдача пульсирующего шарика возрастает с ростом скорости u_0 потока, если амплитуда пульсаций остается неизменной. Следовательно, для поддержания пульсации неизменной амплитуды необходимо затрачивать тем большую энергию, чем больше скорость обтекающего потока.

Исследуя вопрос о кривизне лучей и принципе взаимности в акустике движущейся среды, Чернов [20] приходит к выводу, что искривление звукового луча, т. е. направления движения звуковой энергии, наступает лишь при вихревом движении среды, так что причиной искривления звуковых лучей являются вихри. При потенциальном движении среды кривизна равна нулю, и лучи прямолинейны с точностью до эффектов первого порядка малости относительно $\frac{u_0}{c}$.

Еще Релей показал, что нарушение принципа взаимности в акустике движущейся среды, проявляющееся, в частности, в неодинаковой слышимости по ветру и против ветра, объясняется тем, что лучи, идущие в противоположных направлениях, в движущейся среде неодинаково искривляются. Чернов показал, что принцип взаимности нарушается не при всяком движении среды, а лишь при наличии вихрей.

Дальнейшее развитие проблемы о движении энергии в поле акустических излучателей мы находим в работах С. Н. Ржевкина. Так, в статье «О движении энергии в поле сферических излучателей» [21] Ржевкин получает обобщенное выражение для звукового поля сложного сферического звукоизлучателя с использованием сферических (бесселевых и неймановых) функций и подробно исследует вопрос о потоках энергии в поле сферических излучателей. Автор указывает, что теория сферических излучателей имеет большое принципиальное значение, так как для сферической формы наиболее просто решается задача расчета звукового поля как в ближней, так и в волновой зоне. Возможность изучения звукового поля в ближней зоне позволяет выяснить ряд важных вопросов о движении энергии в поле звукоизлучателей и о возникновении присоединенной энергии и присоединенной массы излучателей. В работе ставится задача — выяснить некоторые общие свойства движения энергии в поле сферических излучателей с произвольным распределением колебательных скоростей на поверхности.

Ржевкин получает сложные выражения для компонент вектора Умова в виде сумм бесконечного двойного ряда. Анализ полученных выражений приводит к заключению, что элементарные сферические излучатели дают средний поток энергии (вектор Умова) только в радиальном направлении, тангенциальные компоненты потока энергии отсутствуют. Сложные же сферические излучатели, состоящие из двух или более элементарных излучателей различного порядка, создают средний поток энергии не только в радиальном, но и в тангенциальном направлении, причем с увеличением расстояния тангенциальные потоки убывают быстрее, чем радиальный поток. Если вблизи излучателя тангенциальные потоки в ряде случаев могут иметь величину того же порядка, что и радиальный, то на далеких расстояниях практически играет роль только радиальный поток.

Пользуясь полученным выражением для радиальной компоненты вектора Умова N_r для сложного излучателя, С. Н. Ржевкин находит суммарную энергию, излучаемую в единицу времени через всю сферу (для этого надо проинтегрировать N_r по всей сфере). Для излучателей нулевого и первого порядков получаются результаты, соответствующие известным выражениям для интенсивности звука и суммарной излучаемой энергии в случае пульсирующей и осциллирующей сферы.

Далее автор находит выражение для мощности зонального излучателя второго порядка и секториального излучателя второго порядка, что позволяет, в свою очередь, также определить сопротивление излучения этих излучателей. При этом для сопротивления излучения в случае секториального излучателя n-го порядка Ржевкин получил выражение, ранее найденное Бакгаузом другим путем.

Для более наглядного представления о потоках энергии в поле сложного сферического излучателя Ржевкин подробно рассматривает излучатель нуль плюс первого порядка, соответствующий случаю, когда на поверхности сферы заданы одновременно две моды колебательного движения: нулевого порядка (пульсация с амплитудой скорости u_0) и первого порядка (осцилляция с амплитудой скорости u_1), причем колебания происходят синфазно.

Автор получает общие формулы для радиальной и тангенциальной компонент вектора Умова, позволяющие судить о распределении потоков энергии в поле сложного сферического излучателя в рассматриваемом случае.

В заключение Ржевкин показывает, что для зональных и секториальных излучателей любого порядка может быть введено представление о «присоединенной» энергии и «присоединенной» массе аналогично тому, как это впервые было сделано В. Н. Кессенихом для пульсирующей сферы.

Интересные результаты были получены С. Н. Ржевкиным в работе [22]. Здесь автор указывает, что в многочисленных работах были исследованы методом разложения по сферическим гармоникам различные случаи сложных сферических излучателей. Во всех случаях на поверхности сферы задается некоторое вынужденное распределение скоростей, которое может быть представлено в виде суммы стоячих волн элементарных типов, выражающихся сферическими функциями различных номеров. В настоящей работе он рассматривает случай, когда на сфере заданы такие движения, которые нельзя выразить в виде сумм стоячих сферических волн. Простейшая форма такого движения может быть записана в виде:

$$u(\theta, \varphi) = U_m \sin^n \theta \cdot e^{j(\omega t - m\varphi)} = U_m \sin^n \theta (\cos m\varphi - i \sin m\varphi) e^{j\omega t},$$

или в виде суммы таких выражений с различными индексами m. Это выражение определяет волны с угловой длиной волны $\frac{2\pi}{m}$, бегущие по поверхности сферы в направлении положительной долготы φ. Амплитуда скорости этих волн равна U_m на экваторе и убывает к полюсам по закону $\sin^n \theta$.

Автор получает выражения для радиальной, долготной и широтной компонент вектора Умова, при этом долготная компонента оказывается отличной от нуля, тогда как для широтного направления, в котором волны не распространяются, соответствующая компонента равна нулю. Полученный результат соответствует наличию среднего по времени потока энергии, обтекающей сферу в долготном направлении. Вдали от центра сферы долготный поток становится гораздо меньше радиального, и поток энергии приобретает радиальное направление. Вблизи от сферы оба потока могут быть сравнимы и суммарный поток энергии будет направлен под углом к поверхности сферы. Этот поток энергии будет оказывать на поверхность сферы реакцию давления и создавать некоторый момент вращения.

Ржевкин предлагает любопытную модель рассматриваемого излучателя: из кинематических соображений очевидно, что излучение звука секториальными волнами, бегущими по сфере, эквивалентно излучению равномерно вращающейся с угловой скоростью $\Omega = \frac{\omega}{m}$ жесткой сферы с впадинами и горбами, вырезанными на поверхности в форме синусоидальной сферической зубчатки. Картина излучения аналогична той, которую дает плоская дифракционная решетка, вращающаяся вместе со сферой. При этом периоду решетки соответствует длина (по долготе) бегущей по сфере волны

$$\Lambda = \frac{2\pi}{m} r_0 \sin\theta.$$

По аналогии с теорией дифракционной решетки можно предположить, что угол, под которым будет излучаться волна с поверхности вращающейся «сферической зубчатки», при достаточно коротких волнах будет соответствовать углу дифракционного спектра плюс первого порядка $\sin\alpha = \frac{\lambda}{\Lambda}$, где λ — длина звуковой волны в окружающем пространстве. Очевидно, условие можно переписать в виде: $\sin\alpha = \frac{c}{v}$, где c — скорость звука, v — фазовая скорость долготной волны у поверхности сферы, т. е. линейная скорость движения ($v = \frac{w}{m} r_0 \sin\theta$). Очевидно, что использование аналогии с дифракционной решеткой оказывается незакономерным при $v \ll c$ ($\sin\alpha \gg 1$), т. е. при достаточно медленном вращении сферы. Строгое же решение показывает, что излучение будет происходить при любой частоте вращения, монотонно убывая с уменьшением частоты. Далее автор рассматривает вопрос о «присоединенной энергии» и о «присоединенном моменте инерции», связанных с кольцевыми потоками энергии. При ускорении вращательного движения сферы с секториальными волновыми бороздками необходимо будет прилагать к сфере дополнительный момент вращения, связанный с угловым ускорением β соотношением $M = I\beta$.

Более общий случай по сравнению с рассмотренным — это когда на поверхности сферы заданы волны, бегущие не в долготном направлении, а под углом к экватору. Соответствующая модель — вращающаяся жесткая сфера с винтовыми канавками, «сферический винт». Если излучатель типа «сферической зубчатки» с волнами, бегущими только в долготном направлении, дает излучение, симметричное относительно экваториальной плоскости, то сферический винт дает излучение, направленное сильнее в одну сторону от экватора, а именно туда, куда винт «гонит» волны по поверхности сферы и в окружающем пространстве.

Автор указывает в соответствии с теорией, впервые развитой В. Н. Кессенихом, что энергия звукового поля, окружающего винтовой сферический излучатель, может быть разбита на энергию излучаемую (и непрерывно уходящую в бесконечность) и энергию присоединенную («связанную», по терминологии Кессениха), запас которой при равномерном вращении не изменен.

Интересно, замечает Ржевкин, что «сферический винт» будет давать «некоторую тягу», направленную в сторону, обратную той, куда винт гонит волны; эта тяга, обусловленная реакцией избыточного излучения, разумеется имеет совсем иное происхождение и иную величину, чем тяга винтов, рассматриваемая в аэродинамике.

Остановимся теперь на работах А. С. Предводителева по рассматриваемому вопросу.

В 1949 г. Предводителев опубликовал работу «О тепловом движении в конденсированных средах и об их уравнении состояния» [23].

В этой работе автор выводит уравнение состояния конденсированных сред с позиций учения о движении энергии. Используя систему уравнений движения вязкой жидкости и уравнение закона сохранения энергии Умова в интегральной форме, Предводителев получает для вектора плотности потока энергии выражение

$$\vec{N} = \vec{v}\,\frac{\rho v^2}{2} + T\vec{v} = w\vec{c}, \tag{30}$$

где w — плотность энергии, c — скорость движения энергии, v — скорость движения частиц среды, T — тензор давлений и вязкостных сил, и указывает при этом, что эта формула была впервые получена Н. А. Умовым в 1874 г.

Далее автор доказывает, что для идеальной жидкости «поток энергии, а следовательно, гидродинамическое давление всегда направлены вдоль линий тока. Отсюда понятно, почему все симметрично обтекаемые тела без отрыва потока не испытывают лобового сопротивления, как например цилиндр, шар и другие. Только тела несимметрично обтекаемые и с отрывом струи должны испытывать в идеальных течениях лобовое сопротивление» [23, стр. 53].

Для дальнейших целей Предводителев, используя результаты своих предыдущих исследований, приводит выражение (30) к виду:

$$\vec{N} = \vec{v}\left[p + \frac{\rho v^2}{2} - \rho\beta_0(\overleftarrow{x}, \operatorname{grad} v^2)\right] - 2\rho\beta_0 v^2(\vec{x}, \operatorname{grad}\vec{v}), \tag{31}$$

где β_0 — некоторая постоянная величина, $\vec{x}$ — радиус-вектор, имеющий компоненты x_1, x_2, x_3, т. е. ребра физически бесконечно малого куба. При этом опущены слагаемые, содержащие вязкость, поскольку они для теплового движения несущественны по сравнению с другими членами.

Если теперь взять дивергенцию от правой и левой частей (31) и отбросить члены, содержащие произведения бесконечно малых величин x_i на вторые производные от скорости, то получим:

$$\operatorname{div}\vec{N} = \operatorname{div}\left(p + \frac{\rho v^2}{2}\right)\vec{v} - \beta_0\rho(\vec{v}, \operatorname{grad} v^2) - 2\beta_0\rho v^2 \operatorname{div}\vec{v},$$

или, обозначая через ε энергию единицы объема жидкости, и через U — потенциальную энергию единицы объема жидкости,

$$U = \varepsilon - \frac{\rho v^2}{2},$$

$$\operatorname{div}(\vec{N} + U\vec{v}) = \operatorname{div}(p + \varepsilon)\,\vec{v} - \beta_0\rho(\vec{v}, \operatorname{grad} v^2) - 2\beta_0\rho v^2 \operatorname{div}\vec{v}. \tag{32}$$

Соотношение (32) может быть рассматриваемо как уравнение упорядоченного теплового движения жидкой среды.

Это уравнение после ряда упрощений может быть приведено к виду:

$$(P - 2\beta_0\rho v^2)(\vec{v}, \operatorname{grad}\rho) = -\beta_0\rho^2(\vec{v}, \operatorname{grad} v^2), \tag{33}$$

где $P = p - U$.

Уравнение (33), как показывает автор, имеет своим решением соотношение вида:

$$\rho^3 = B(P - 3\rho\beta_0 v^2), \tag{34}$$

где B — произвольная постоянная.

Введя обозначение $BP = \rho_0^3$, можно переписать соотношение (34) в виде:

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^3 = 1 - \frac{3\rho\beta_0 v^2}{P}.$$

Извлекая кубичный корень из обеих частей равенства и разлагая правую часть в ряд, будем иметь:

$$P(V - b) = \beta_0 v^2 + \frac{\beta_0^2 v^4}{PV} + \frac{4}{3}\frac{\beta_0^3 v^6}{P^2V^2} + \frac{7}{3}\frac{\beta_0^4 v^8}{P^3V^3}, \tag{35}$$

где через V обозначена величина, обратная плотности, и через b — количество, равное $\frac{1}{\rho_0}$.

Полученное уравнение, указывает Предводителев, можно трактовать как некоторое уравнение состояния жидкости. Оно легко преобразуется в уравнение ван-дер-Ваальса. В самом деле, полагая потенциал аттракционных сил для единицы объема жидкости равным $-\frac{a}{V^2}$ и ограничиваясь первым членом ряда в уравнении (35), получаем:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = \beta v^2.$$

Полученные результаты, заключает автор, «показывают, что уравнения гидродинамики, надлежащим образом поправленные, пригодны для описания теплового состояния жидкой среды, и для вывода уравнения состояния можно не прибегать к статистическим подсчетам. Как мы видим, уравнение движения энергии в совокупности с уравнениями движения среды полностью решают вопрос» [23, стр. 57].

Рассмотрим теперь еще одну работу А. С. Предводителева [24], посвященную вопросу о молекулярном теплообмене в жидкостях. Автор указывает, что газокинетическое уравнение Больцмана, основанное на идее о парных соударениях молекул, не применимо к статистическим ансамблям, в которых выступают сильные ван-дер-ваальсовы взаимодействия. Такой ансамбль должен носить черты материальных плазм, в которых совершаются самосогласованные движения, имеющие волновой характер.

Для решения задачи о молекулярном теплообмене в таких плазмах, пишет автор, удобно воспользоваться уравнением закона сохранения энергии Умова в интегральной форме:

$$\iiint \frac{\partial w}{\partial t} d\Omega - \iint N_n dS = 0, \tag{36}$$

где w — плотность энергии; N_n — нормальная составляющая вектора Умова к элементу поверхности dS; N и w связаны между собой соотношением $\vec{N} = w\vec{c}$, где $\vec{c}$ — скорость движения энергии.

Однако для полного решения задачи одного уравнения Умова недостаточно, указывает автор. Необходимо использовать ряд свойств материальной плазмы, большей частью очевидных и лишь частично гипотетичных.

Эти свойства суть следующие:

а) изменение со временем плотности энергии равно изменению теплосодержания, т. е.

$$\frac{\partial w}{\partial t} = c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t};$$

б) тепловые потоки в плазме подчиняются закону Фурье, т. е.

$$Q_n = -k \frac{\partial T}{\partial n};$$

в) температура T, являясь аналитической функцией времени и места, удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial T}{\partial n} v_T + \frac{\partial T}{\partial t} = 0,$$

где v_T — скорость перемещения температурного фронта;

г) если понимать под элементарным потоком вектора Умова произведение этого вектора на поверхность, замыкающую объем материальной плазмы, такой, в котором плотность энергии практически не меняется от точки к точке (элементарный объем), то изменение со временем элементарного потока всегда равно нулю. Это гипотетическое условие может быть записано в виде:

$$\frac{\partial N_n d^2}{\partial t} = 0,$$

где d характеризует линейные размеры элементарного объема, при этом величина d предполагается пропорциональной длине волны самосогласованного теплового фронта, т. е. $d = L\delta$, где δ — фактор пропорциональности;

д) фронты плотности, температуры и энергии имеют равную скорость перемещения;

е) отношение энергии, заключенной в элементарном объеме, к частоте волнового теплового фронта есть инвариант:

$$\frac{wd^3}{\nu} = I_Э;$$

ж) величина d определяется по формуле $d^3 = Z\frac{M}{\rho}$, где M — молекулярный вес; величину Z можно рассматривать как фактор ассоциации;

з) величина $\frac{\rho v^2}{2}$, где v есть средняя поступательная скорость молекул, является функцией температуры, которая может быть найдена с помощью теоремы о равномерном распределении энергии по степеням свободы; это условие дает равенство

$$v \frac{\partial v}{\partial T} = c_v;$$

здесь величина c_v не зависит от температуры и имеет смысл удельной теплоемкости при постоянном объеме, однако не равна ей.

Учитывая перечисленные выше и выраженные в математической форме свойства материальной плазмы и используя уравнение Умова (36), Предводителев приходит к следующему выражению для коэффициента теплопроводности плазмы:

$$k = A\frac{c_v \rho}{ZM} = A\frac{c_v \rho}{Z^2 M^2}, \tag{37}$$

где A — фактор пропорциональности.

Полученное соотношение для нормальных жидкостей, имеющих фактор ассоциации $Z=1$, очень хорошо согласуется с результатами всех существующих измерений вплоть до критической точки.

Особенный интерес представляет вода. Существующие опытные данные показывают, что начиная с 150°С отношение $\frac{k}{\rho}$ для воды остается постоянным в полном согласии с формулой (37). Таким образом, применение формулы (37) к описанию теплообмена в воде приводит к выводу, что воду начиная с 150°С следует считать нормальной жидкостью.

Согласно наиболее распространенным представлениям о структуре воды, она представляет собой раствор льда в гидроле. (Гидролем называется жидкость, состоящая из простых молекул H_2O.) Лед же состоит из сложных молекул, представляющих комплекс простых молекул и могущих быть записанными в виде $(H_2O)\cdot n$, где $n=8$ либо $n=6$; какое из этих чисел ближе к действительности — пока не установлено.

Существуют способы подсчета числа молекул льда в воде (Тамман, Дюкло). Такой подсчет может быть произведен по формуле

$$J = 0{,}157e^{-0{,}0328t^{\circ}},$$

где J — отношение числа молекул льда в одном грамме воды к числу молекул льда в одном грамме льда, т. е. к числу молекул льда, если бы вода замерзла; t° — температура по Цельсию.

Если учесть это обстоятельство, то формула (37) может быть преобразована в следующую:

$$k = k_0\left[1 - \frac{n-1}{n}J\right]^2\rho.$$

Полученное соотношение хорошо описывает все опытные результаты от нуля градусов до критической точки.

В заключение остановимся на работе П. Е. Краснушкина «О методе моделирования волновых процессов» [25]. Один из параграфов называется «Развитие концепции Умова о движении энергии в телах в применении к диспергирующим средам».

Определив скорость распространения энергии волны в однородном континууме в соответствии с теорией Умова как отношение

$$c = \frac{N}{w},$$

где N — плотность потока энергии, w — плотность энергии. автор доказывает для такого континуума две теоремы. Первая теорема: для непрерывной однородной среды, полученной из дискретной однородной структуры, составленной из реактивных элементов типа самоиндукций L и емкостей c, скорость течения энергии c равна групповой скорости $c_{гр} = \frac{d\omega}{dk}$.

Вторая теорема относится к связанной энергии диспергирующих сред: для однородных диспергирующих одномерных сред без рассеяния плотность связанной энергии равна волновому сопротивлению источника, двигающегося в среде с постоянной скоростью v.

Краснушкин определяет плотность связанной энергии формулой

$$w_{св} = w - \frac{N}{v},$$

где w — полная плотность энергии, v — фазовая скорость гармонической волны частоты ω.

Автор указывает, что это определение является обобщением определения $w_{св}$, данного В. Н. Кессенихом [6] для континуума без дисперсии, когда v совпадает со скоростью сигнала [1].

Теорема доказывается немедленно, если принять, согласно Ламбу [26], что волновое сопротивление R источника, двигающегося с постоянной скоростью v в диспергирующей среде с однозначной зависимостью волнового числа k от частоты ω, создается за счет цуга волн, порождаемого источником, и равно

$$R = w\left(1 - \frac{c}{v}\right). \tag{38}$$

Так как по определению $c = \dfrac{N}{w}$, то $R = w - \dfrac{N}{c}$, что и требовалось доказать.

Заметим, что у Ламба [26], вообще говоря, в формуле (38) стоит не скорость распространения энергии c, а $c_{гр}$ — групповая скорость волны. Впрочем, поскольку та и другая скорости совпадают, правильность вывода остается в силе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Умов Н. А. Уравнения движения энергии в телах. Одесса, 1874.
2. Умов Н А. Прибавление к статье «Уравнения движения энергии в телах». М., 1874.
3. Кессених В. Н. ЖТФ, **11**, 77, 1941.
4. Кессених В. Н. Тр. 1-й краевой конфер. физиков Зап Сибири, вып. 4. Томск, 1935, стр. 1
5. Кессених В. Н. «Вестн. Моск. ун-та», 1949, № 5, стр. 72.
6. Кессених В. Н. ЖТФ, **9**, 1557, 1939.
7 Кессених В. Н. «Тр. НИИИС СВ», вып. 5. М., 1947, стр. 31.
8 Семенов А. А. «Вестн. Моск. ун-та», 1950, № 5, стр. 25.
9. Семенов А. А. Теория электромагнитных волн. Изд-во МГУ, 1962
10 Андреев Н. Н. и Русаков И. Г. Акустика движущейся среды. М., Гостехиздат, 1934.
11. Остроумов Г. ЖТФ, **5**, 681, 1935.
12. Konstantinov B. P., Bronstein I. M. «Sow. Phys.», **9**, 630, 1936.
13. Andreew N. N. «J. Phys. USSR», **11**, 305, 1940.
14. Блохинцев Д. И. Акустика неоднородной движущейся среды. М—Л., Гостехиздат, 1946.
15. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.—Л., Гостехиздат, 1953.
16. Блохинцев Д. И. ДАН СССР, **45**, 346, 1944.
17 Широков М. Ф., Фрадкина Э. Н. ДАН СССР, **52**, 29, 1946.
18. Чернов Л. А. ЖТФ, **16**, 733, 1946.
19. Чернов Л. А. «Тр. комисс. по акустике АН СССР», 1950, № 5, стр. 10.
20. Чернов Л. А. «Тр. комисс. по акустике АН СССР», 1951, № 6, стр. 63.
21. Ржевкин С. Н. ЖТФ, **12**, 1380, 1949.
22. Ржевкин С. Н. «Вестн. Моск. ун-та», 1949, № 2, стр. 43
23. Предводителев А. С. «Вестн. Моск. ун-та», 1949, № 3, стр. 49.
24. Предводителев А. С. ДАН СССР, **72**, 323, 1950.
25. Краснушкин П. Е. «Вестн. Моск. ун-та», 1949, № 11, стр. 89.
26. Ламб Г. Гидродинамика. М.—Л., Гостехиздат, 1947.

[1] Заметим, что у Кессениха [6] действительно введено выражение связанной энергии для недиспергирующей среды

$$w_{св} = w - \frac{N}{c},$$

где c — скорость распространения энергии. Однако в работе [7] он распространяет это определение на диспергирующие системы (волноводы), причем в этом случае величина c равна групповой скорости волны (поскольку эта последняя совпадает со скоростью распространения энергии).

П. И. ЗЮКОВ И А. Х. ХРГИАН

Б. Б. ГОЛИЦЫН КАК ФИЗИК

Борис Борисович Голицын родился 2 марта 1862 г. в Петербурге в семье офицера Генерального штаба и происходил из известного рода князей Голицыных. В 1871 г., когда мальчику было девять лет, родители его разошлись. Мать вскоре вышла замуж за секретаря итальянского посольства маркиза Инконтри и уехала с ним во Флоренцию (Италия). Ребенок остался на попечении бабушки Е. Д. Кушелевой, а после ее смерти родственники отдали его в пансион Апраксина. В 1876 г. Борис Голицын поступил в Морское училище, которое блестяще окончил в 1880 г. Дипломная работа Голицына была удостоена премии им. адмирала Нахимова, а его имя было занесено на мраморную доску. Весной 1880 г. он был произведен в первый офицерский чин — в гардемарины и назначен на фрегат «Герцог Эдинбургский», который осенью 1880 г. уходил в первое заграничное плавание.

Через год, осенью 1881 г., Голицын, лелеявший мысль поступить вольнослушателем в русский университет, списался с судна и возвратился в Петербург. Однако мечта его в то время не осуществилась: морское начальство не разрешило ему перейти в университет, но предложило поступить в Морскую академию.

Два года (1882—1884) Голицын вынужден был по болезни провести в Италии у своей матери. Это время не прошло для него даром. Он занимается историей, политической экономией, математикой, физикой. В качестве слушателя он посещает Школу социальных наук, учрежденную знаменитым Альфьери. Кроме того, он посещает лекции по физике и по химии и начинает работать практически в Техническом институте под руководством известного физика Бартоли. У Бартоли Голицын выполнил ученическую работу на тему «Определение горизонтальной составляющей земного магнитного поля во Флоренции». Так зародился у него интерес к геофизике, к приборостроению, к точному физическому эксперименту. Высшей математикой Голицын занимается приватно у одного католического священника.

Параллельно с изучением точных наук Голицын много занимается историей искусства, в особенности историей средневековой итальянской живописи. Он посещает небольшие итальянские города, в которых были собраны редкие сокровища искусства.

Осенью 1884 г. Голицын возвращается в Петербург и поступает в Морскую академию на гидрографическое отделение, где проучился до осени 1886 года. Он слушает лекции по математике и механике, по астрономии и геодезии, по теории девиации, по физике и физической географии и метеорологии. Лекции по математике и астрономии были очень интересными, но что касается физики, то ее препода-

[redacted]

Голицын слушал лекции по разным отделам математической физики и математики, в частности теорию чисел, синтетическую геометрию, инфинитезимальную геометрию, теорию абелевых функций, теорию инвариантов, теорию бинарных форм.

Его первой научной работой этого периода явилась статья «Абсолютные размеры молекул», посвященная критическому разбору работы Ф. Экснера из той же области. Остальные работы 1887—1890 гг. были посвящены теории насыщенных паров. Первая работа из этой серии «О влиянии кривизны поверхности жидкости на силу упругости ее насыщенного пара» появилась в 1888 г. В 1889 г. появилась другая работа под названием «О границе действия молекулярных сил». Заботясь о популяризации новейших исследований по теории жидкостей и кинетической теории газов, Голицын публикует в 1889 г. работу «О газообразном и жидком состоянии тел»[1], в которой рассмотрены следующие вопросы учения о газах и жидкостях: основания кинетической теории газов; уравнения состояния, критическое состояние тел; расширение жидкостей; насыщенные пары; молекулярное давление и поверхностное натяжение. Здесь он применяет историко-критический объективный подход ко всем теориям как русских, так и зарубежных ученых, начиная с работ Д. Бернулли и кончая работами Д. И. Менделеева, А. Г. Столетова, М. П. Авенариуса, А. И. Надеждина, Г. Реньо и др. Сжатость и ясность изложения в соединении с математической строгостью не создавали, однако, трудностей для читателя. Эта работа не потеряла своей научной ценности и до настоящего времени.

К концу зимнего семестра 1890 г. Голицын представил факультету докторскую диссертацию «О законе Дальтона», за которую ему после сдачи докторского экзамена была присуждена Страсбургским университетом степень доктора философии[2] с отличием.

Окончив курс Страсбургского университета весной 1890 г., Голицын едет в Италию к матери, а затем возвращается в Россию для подготовки к магистерским экзаменам при Петербургском университете. В течение осени 1890 г. и последующей зимы Голицын выдержал весь цикл экзаменов: по физике у профессоров Ф. Ф. Петрушевского, И. И. Боргмана, О. Д. Хвольсона и ван-дер-Флита; по математике — у А. Н. Коркина, К. А. Поссе, Ю. В. Сохоцкого и акад. А. А. Маркова; по механике — у Д. К. Бобылева, по метеорологии — у А. И. Воейкова.

После магистерских экзаменов в мае 1891 г. Голицын едет в Москву и женится на Марии Константиновне Хитрово.

В 1891 г. киевский физик Н. Н. Шиллер приглашает Б. Б. Голицына в качестве приват-доцента в Киевский университет, но Голицын не воспользовался этим предложением. Весной этого же года его назначают приват-доцентом по кафедре физики в Московский университет. После пробных лекций Голицын сразу же приступает к задуманному им циклу работ по критическому состоянию вещества.

Еще в Страсбурге, а затем в Московском университете (1891—1893) и в петербургской Академии наук вплоть до 1900 г. Голицын занимается изучением вещества в критическом состоянии. Первый доклад по этому вопросу он сделал в декабре 1889 г. в Страсбурге на

---

[1] См. Б. Б. Голицын. О газообразном и жидком состоянии тел. «Вестник опытной физики и элементарной математики». Киев, 1889, № 65, 67, 69, 71, 74, 76, 80; 1890, № 86, 87.

[2] Степень доктора философии в германских университетах соответствовала степени кандидата естественных наук, которую присуждали дореволюционные русские университеты.

коллоквиуме у Кундта, второй — в сентябре 1890 г. в Петербурге на заседании Русского физико-химического общества.

В этом цикле работ Голицын явился продолжателем исследований физиков киевской школы Авенариуса, в особенности работ А. И. Надеждина.

Из всех экспериментальных исследований в области критического состояния вещества, проведенных Голицыным в лаборатории Московского университета, наиболее значительной является работа «Об определении критической температуры, плотности насыщенных паров и расширении жидкостей из наблюдений с запаянными трубками»[1].

Свою педагогическую работу в Московском университете Голицын начал с чтения курсов по математической физике (так тогда называли теоретическую физику). Такими курсами обычно начинали свою педагогическую деятельность в университете все начинающие профессора и приват-доценты. Первый курс Голицына назывался «Электростатика», он был прочитан в осеннем семестре 1891 г., в следующем семестре был прочитан курс «Электрокинематика», а в последующие два семестра Голицын читал лекции по оптике.

Кроме чтения лекций Голицын проводил еще физический семинар для биологов и геологов. Он состоял в решении задач по курсу общей физики и в разъяснении трудных мест этого курса. На обязанности Голицына лежало также и проведение в лаборатории практических занятий со студентами. Будучи очень внимательным к студентам, он завоевал большую популярность среди них. Голицын стремился привлечь студентов и к научной работе. Так, под руководством Голицына студент Степанов производил опыты с парами эфира для проверки метода определения плотности насыщенного пара и расширения жидкостей при очень высоких температурах. Они оказались настолько удачными, что Голицын поместил краткое их описание в своей работе, вышедшей в 1892 г. Кроме того, Голицын реферировал работу Степанова в Страсбурге на коллоквиуме летом 1893 г. Так в Московском университете начала было зарождаться школа Б. Б. Голицына по молекулярной физике.

Но Голицын не ограничивался одними обязательными видами работы в университете. В Математическом обществе студентов Московского университета он прочитал доклад «Об основаниях электромагнитной теории света». В сохранившемся конспекте этого доклада отмечены наиболее существенные с точки зрения Голицына вопросы из этой темы: стремление естественных наук к единству причинности и отысканию связи между разнородными явлениями; экспериментальное подтверждение Герцем теоретических взглядов Максвелла; сведение оптических явлений к электромагнитным.

Б. Б. Голицын и П. Н. Лебедев принимали активное участие в работе физического отделения Общества любителей естествознания, антропологии и этнографии. Впервые они выступили на 200-м (юбилейном) заседании общества. Голицын сделал доклад на тему «Об абсолютных размерах молекул»; следующие два доклада Голицына в обществе назывались «О диэлектриках» и «О молекулярных силах».

Научная деятельность Голицына в Московском университете носила не только экспериментальный характер; он занимался также и проблемами теоретической физики (диэлектрики, световое давление, лучистая энергия и связанные с ней закономерности температурного излучения, молекулы и молекулярные силы).

[1] См. Б. Б. Голицын. «Тр. отдел. физ. наук О-ва любителей естествознания, антропологии и этнографии», 1891, т. IV, вып. 2, стр. 5—13.

После сдачи магистерских экзаменов в Петербургском университете в марте 1891 г. перед Голицыным встал вопрос о защите магистерской диссертации. Им были подготовлены под общим названием «Исследования по математической физике», строго говоря, не одна, а две самостоятельные диссертации по труднейшим проблемам того времени о диэлектриках и о лучистой энергии. В феврале 1893 г. диссертация была подана в физико-математический факультет Московского университета. В марте Голицына вызвал его главный оппонент А. Г. Столетов, указал на ряд недостатков в диссертации и предложил взять ее обратно для коренной переделки. Голицын признал недостаточную обоснованность IV главы из первой части и согласился полностью ее изъять, но от всяких других исправлений отказался. Подача Голицыным диссертации совпала с отводом кандидатуры А. Г. Столетова от баллотировки в Академию наук — событием, которое переживалось маститым ученым весьма болезненно.

Диссертация Голицына привлекла к себе пристальное, но в основном неблагожелательное внимание русских профессоров-физиков. Над изучением ее основательно потрудились официальные и неофициальные оппоненты: Н. Н. Шиллер (он написал девять статей против диссертации), Н. Е. Жуковский, Н. А. Умов, В. А. Михельсон, Д. А. Гольдгаммер, Н. Я. Сонин дали ей отрицательную оценку. Положительного мнения придерживались Г. Г. де Метц, П. А. Некрасов, В. С. Щегляев. После неудачного первого отзыва (отрицательного, но плохо обоснованного) официальные оппоненты составили более разработанную рецензию, использовав только что появившуюся статью Ф. Поккельса о диэлектриках. Рецензия по объему не уступала самой диссертации и содержала такое заключение: «Дело нисколько не подвинулось вперед с появлением «Исследования», о котором, к сожалению, приходится сказать, что в нем все верное не ново, и все новое не верно». И в то же время Н. Н. Шиллер в своих писамах к А. Г. Столетову так высказывался: «Напрасно Голицын взял назад свою диссертацию. Степени он бы добился...». И еще: «А куда насколько диссертация Голицына лучше «иной» (псевдоним. — *П. З.*) докторской». Столетов дал запрос зарубежным физикам по поводу диссертации Голицына и получил ответ в общем отрицательный, но не одинаковый по степени категоричности. Крайне отрицательный отзыв принадлежал В. Томсону, который настойчиво отрицал существование светового давления, до тех пор пока П. Н. Лебедев не произвел своих виртуозных опытов. Ответ Г. Гельмгольца был уклончиво отрицательный. Поучителен ответ Л. Больцмана, который писал, что предоставляет потомкам выносить правильные суждения о работах, подобных диссертации Голицына. И жизнь оправдала предвидение Больцмана: современные сейсмологи утверждают, что ряд научных задач, которые Голицын как физик впервые поставил в области сейсмологии, и в наше время представляются делом будущего. А наши геологи настоятельно требуют от физиков продолжения выдающегося почина Голицына — привнести в геологию радикальные физико-математические методы и тем самым содействовать дальнейшему ее развитию.

Дело с возобновлением суждений о диссертации Голицына тянулось целый год, до апреля 1894 г., когда, наконец, Голицын, после долгих раздумий — ему очень хотелось получить русскую ученую степень, кроме зарубежной, которой он обладал,— отказался от защиты и забрал из Московского университета свою злополучную диссертацию — одну из лучших своих работ по физике — и уже никогда не возвращался к ее тематике. Но полемика еще продолжалась до 1897 г. Сам

Голицын в ней никакого участия не принимал. Написанные им три небольшие статьи: «Некоторые дополнения к моей работе «Исследования», «О свободной энергии» и «Об электростатической энергии», вызванные полемикой, он, по-видимому, не считал за серьезное участие в дискуссии. Такая пассивность могла быть вызвана угнетенным состоянием от неожиданно для него проявленной коллективной несправедливости коллег по университету и сознанием отсутствия сильной научной поддержки со стороны экспериментаторов вследствие отсталости опыта от теории по поднятым в диссертации проблемам. Возможно, что сыграло роль и неожиданное для Голицына избрание его в адъюнкты академии. Эта полемика без участия главного ее виновника приняла резко односторонний характер, благодаря чему она не сделала никакого вклада в развитие науки. Для одного только Н. Н. Шиллера она, возможно, послужила толчком к будущим его интересным работам по термодинамике. Под впечатлением неудачи, постигшей Б. Б. Голицына. русские физики некоторое время старались избегать защиты магистерских диссертаций по физике и предпочитали выполнение классических экспериментальных работ, за которые присуждалась докторская степень. минуя магистерскую. Так поступили П. Н. Лебедев, А. А. Эйхенвальд, А. Р. Колли, Н. П. Кастерин и др. Конфликты между крупными русскими учеными (Столетов и Голицын, Лебедев и Умов и т. д.), их научная разобщенность при крайней их малочисленности, трудности приобретения русских ученых степеней — все это было печальным результатом уродливой организации науки в России, а в конечном счете — ее социально-политического строя.

Неудача с диссертацией производит на Голицына тягостное впечатление и надолго выбивает его из колеи. Вскоре он подает заявление, в котором просит разрешить ему годичную командировку за границу с научной целью.

В течение летних каникул 1893 г. Голицын выполнил в Страсбурге экспериментальную работу «О состоянии материи вблизи критической точки», получившую весьма одобрительную оценку со стороны строгих критиков Н. Н. Шиллера и П. Н. Лебедева.

Ранней осенью того же 1893 г. Голицын переезжает в Юрьев (ныне Тарту), куда был назначен, чтобы занять кафедру физики после выхода в отставку проф. Артура фон-Эттингена.

Темой для вступительной публичной лекции, которую он должен был прочитать, Голицын избрал «Обзор физики в современном ее состоянии».

В Юрьевском университете Голицыну пришлось первым делом привести в порядок физический кабинет. Кроме общего курса экспериментальной физики для студентов, он ввел коллоквиум для сотрудников и прочитал ряд публичных лекций по электричеству и магнетизму.

Пребывание Голицына в Юрьеве было недолгим — всего один семестр.

В декабре 1893 г. Б. Б. Голицын был избран адъюнктом по кафедре физики Академии наук в Петербурге. Представление об избрании Голицына было подписано академиками Вильдом, Баклундом, Бейльштейном, Бредихиным и Чебышевым. Так окончился университетский период его деятельности. В следующем 1894 г. ему было поручено заведование физическим кабинетом Академии наук, являвшимся старейшей русской лабораторией (первые его приборы были приобретены Мушенброком по распоряжению Петра I). По сравнению с тогдашними западноевропейскими лабораториями физический кабинет оказался весьма устарелым, и Голицыну пришлось приводить его в порядок и пополнять новыми современными приборами. Благодаря усилиям Голицына кабинет был значительно расширен. Для точных опытов был оборудован специальный подвал, устроена фотографическая комната для фотографирования спектров, снятых при помощи дифракционной решетки. Особое внимание уделял Голицын расширению и оборудованию механической мастерской при кабинете. Возросло и количество приборов. Если в 1889 г. их было 980, то в 1914 г. их стало 1300. Среди них наиболее ценными были: ступенчатый спектроскоп Майкельсона (из Лондона), большой спектрограф с дифракционной решеткой Роуланда, большой электромагнит Дюбуа, автоматически нарушаемые аналитические весы весьма высокой чувствительности, интерференционный рефрактометр Жамена, аккумуляторная батарея на 1200 *в*, изготовленная в кабинете собственными силами, ультрамикроскоп работы Цейсса, молекулярный насос Геде, 40 *мг* препарата радия.

В Академии наук Голицын вел теоретическую и экспериментальную работу.

В начале 1896 г. он провел совместно с А. Н. Карножицким ряд серьезных по своим результатам экспериментальных исследований физической природы только что открытых рентгеновых лучей, установив поперечность соответствующих им электромагнитных волн.

С 1896 г. начался период академических экспедиций. Первую из них Голицын организовал вместе с акад. Баклундом на Новую Землю для наблюдения полного солнечного затмения и для производства физико-метеорологических наблюдений, фотограмметрической съемки и других работ. В качестве фактического руководителя ему пришлось взять на себя все заботы о снаряжении экспедиции и обеспечения ее приборами, провиантом и пр. Во время этой экспедиции производились астрономические, топографические, метеорологические, магнитные и другие наблюдения и было совершено путешествие в глубь острова в суровых природных условиях.

В период с 1896 по 1899 г. Голицын был занят как организацией и проведением русско-шведской экспедиции на о. Шпицберген для градусных измерений, так и обработкой результатов научных наблюдений и съемок, полученных при экспедиции на Новую Землю, что отвлекло его от успешно начатых физических исследований.

Итоги первой экспедиции опубликованы в изданиях Академии наук под следующими названиями: «Метеорологические наблюдения офицеров транспорта «Самоед» в Костином Шаре на Новой Земле во время полного солнечного затмения 9 августа 1896 г.»; «Физико-метеорологические наблюдения во время полного солнечного затмения 9 августа 1896 г. в становище Малые Кармакулы на Новой Земле»; «Материалы к определению границ Гольфстрема в Северном Ледовитом океане. Общий обзор деятельности экспедиции».

В Журнале Русского физико-химического общества за 1897 г. была опубликована небольшая заметка «О результатах экспедиции Академии наук летом 1896 г. для наблюдения солнечного затмения». В статье «Физико-метеорологические наблюдения во время полного солнечного затмения 9 августа 1896 г. в становище Малые Кармакулы на Новой Земле» Голицын дал краткое описание устройства новой метеорологической станции и сообщил результаты окончательной обработки научного материала, собранного за время экспедиции. Эти же наблюдения во время солнечного затмения привели Голицына к исследованию поляризационного фотометра Вильда [1].

---

[1] По некоторым сведениям, Голицын некоторое время работал в Главной физической обсерватории у Вильда перед поступлением в Московский университет.

В том же 1897 г. он произвел исследования для определения законов изменения давления воздуха под движущимся поршнем воздушного насоса. Предварительные сообщения о результатах были тогда же опубликованы.

Пока обрабатывались материалы первой экспедиции, Голицын совместно с О. А. Баклундом, Ф. Б. Шмидтом, А. П. Карпинским, М. А. Рыкачевым в 1898 г. составил заявку на участие Академии наук в градусных измерениях на о. Шпицберген. Вскоре была подготовлена и проведена сама экспедиция (русско-шведская), о результатах которой Голицын делает специальный доклад в Экспедиции по заготовлению государственных бумаг.

Голицын всегда с участием относился к своим сотрудникам в их научной работе. Так, он доложил перед отделением о работе во время экспедиции лаборанта физического кабинета Гольдберга. Гольдберг перед отъездом на Новую Землю тщательно изучил и исследовал поляризационный фотометр Вильда и произвел ряд наблюдений над силою солнечного света, обработал свои наблюдения и представил некоторые весьма интересные результаты относительно изменения силы света во время затмения. Между прочим выяснилось, что сила света солнечной короны меньше 0,005 единицы Гефнера—Альтернека, отнесенной к расстоянию одного сантиметра.

В 1897 г. Голицын был приглашен для чтения лекций по экспериментальной физике во вновь открывшийся Женский медицинский институт, в котором ему пришлось создавать физический кабинет и организовывать практические занятия по физике.

В 1909 г. Голицын был избран профессором Высших женских курсов, где он читал на старших семестрах курс термодинамики.

В декабре 1898 г. Академия наук избрала Голицына экстраординарным академиком.

В 1894 г., после того как проф. А. И. Садовскому была передана кафедра физики в Юрьевском университете, Голицын был приглашен читать физику в Морскую академию. За последующие 20 лет преподавательской работы в Морской академии ему удалось значительно расширить программу преподавания различных отделов физики, причем было обращено особое внимание на правильную постановку практических занятий. Голицыну удалось получить разрешение морского министерства на отпуск довольно значительных денежных средств, что позволило пополнить физический кабинет новыми приборами. К 1914 г. физический кабинет в Морской академии уже находится на высоком уровне по числу некоторых работ, причем регистрация последних производилась по системе, принятой в Страсбургском университете. В Морской академии, курс которой стал трехгодичным, Голицын читал следующие отделы: учение о теплоте (вместе с термодинамикой), учение о лучистой энергии, учение об электрических и магнитных явлениях, теорию упругих колебаний (акустику), специальный курс высшей оптики и курс общей электротехники с соответствующими практическими занятиями. В 1908 г. Голицын был избран членом конференции Морской академии.

В этот период (1894—1899) Голицын вновь возвращается к неоконченному циклу исследований в области критического состояния вещества. Совместно с И. И. Вилипом он проводит исследования коэффициента преломления этилового эфира вблизи критической точки, используя разработанную им еще в 1895 г. методику (метод линзы и призмы). Для этих же опытов он конструирует термостат для очень высоких температур, каковыми и являлись критические температуры.

О работах по критическому состоянию вещества, выполненных с перерывами в период с 1894 по 1900 г. в физическом кабинете петербургской Академии наук в сотрудничестве с И. И. Вилипом, Голицын сделал доклад на Международном конгрессе физиков в августе 1900 г. В нем он изложил два своих метода — метод линзы и метод призмы, а также результаты своих измерений. Была проверена формула молекулярной рефракции Лоренц—Лорентца. В этом докладе, как и в предшествующих работах, Голицын настойчиво проводит свою идею о существовании задержки в установлении критического состояния (испарения, кипения).

После конгресса П. Н. Лебедев, присутствовавший на нем, в своем письме к Голицыну резко выступил против нового термина «задержка испарения» и против самой гипотезы о существовании этого явления, советуя провести дополнительные опыты с длинными трубками и следовать по классическому пути — от диаграмм Эндрьюса к уравнению Ван-дер-Ваальса. Однако Голицын, подведя черту под своими исследованиями в области критического состояния вещества в своем докладе на конгрессе в Париже (1900), больше уже не возвращался к молекулярной физике. Новым поприщем для него стала геофизика вообще, сейсмометрия и сейсмология в частности, а также физическая оптика.

В начале 1898 г. Голицын получил дополнительное назначение на должность товарища управляющего (управляющим был физик Р. Э. Ленц, сын известного русского физика акад. Э. Х. Ленца) Экспедицией государственных бумаг. Это важное предприятие требовало коренной перестройки в организационно-техническом отношении. П. Н. Лебедев в письме к Голицыну выразил свое сожаление по этому поводу, потому что «недостаток времени в Вас удавит физика». Но Голицын искал технического приложения физики и думал найти его на предложенном ему поприще. Вступив в новую должность, он за неимением свободного времени отказался от лекций в Женском медицинском институте, оставив за собой преподавание на Высших женских курсах и в Морской академии.

Едва лишь Голицын успел вникнуть в работу столь огромного учреждения, каким была Экспедиция, имевшая пять различных отделений при четырехтысячном составе административно-технического и рабочего персонала с ее громадными денежными оборотами и функционировавшая исключительно на коммерческом основании под единоличной ответственностью управляющего, как Р. Э. Ленц подал в отставку. В мае 1899 г. Голицын был назначен на должность управляющего Экспедицией заготовления государственных бумаг.

Голицын управлял Экспедицией около шести лет, до осени 1905 г. Войдя в руководство этим учреждением, обремененным долгами, он прежде всего занялся упорядочением его финансов. Далее он взялся за реорганизацию технического оборудования мастерских и приобрел целый ряд новых станков и машин. Голицын два раза ездил за границу для ближайшего ознакомления с деятельностью зарубежных учреждений, аналогичных Экспедиции. Наконец, он сразу же начал, а затем последовательно проводил реорганизацию хозяйственно-административного строя этого учреждения.

В течение шести лет Голицыну удалось уплатить все долги Экспедиции, найти новые прибыльные заказы, образовать новый оборотный капитал в 7 млн. руб., очистить весь актив предприятия от лежавшего на нем балласта, выстроить за счет прибылей предприятия целый ряд новых зданий и приобрести большой участок у Нарвских ворот, на котором предполагалось выстроить несколько жилых домов с квартирами для рабочих.

По воспоминаниям современника Голицына рабочего А. М. Федорова, проработавшего на этом предприятии непрерывно 75 лет, Голицын установил новый распорядок рабочего дня. Раньше работали с семи утра до семи вечера; кроме того, были сверхурочные часы работы. Голицын же ввел 8-часовой рабочий день. Работа начиналась с 8 часов утра и кончалась в 4 часа дня, сверхурочные сохранились в механическом цехе. Затем он ограничил произвол чиновников, которые занимались взяточничеством с рабочих. Ввел обычай рукопожатия с рабочими, организовал художественную самодеятельность рабочих, доведя ее до профессионального мастерства.

Мероприятия Голицына по фабрике были очень существенны: помимо введения 8-часового рабочего дня на фабрике были устроены детские ясли, столовая, кооператив и специальная техническая школа, носившая характер современного ремесленного училища с шестилетним общим образованием и с трехлетним специальным (для мальчиков и девочек). Школа была создана в первую очередь для детей рабочих и служащих Экспедиции. Разумеется, была также учтена и необходимость подготовки квалифицированных кадров для Экспедиции и частных производств.

Впервые был построен клуб для рабочих с широко поставленной художественной самодеятельностью.

Особенное развитие получил в клубе драматический кружок, художественное исполнение которого находилось на профессиональном уровне. Ежегодно на елку для детей рабочих отпускалось 900 руб. Однако цеховое начало сохранилось, вечера в клубе устраивались отдельно для мастеров, чиновников и рабочих. На всех вечерах присутствовал и выступал сам Голицын. Голицын организовал симфонический и духовой оркестр и сам играл в нем на скрипке. Один раз в неделю Голицын принимал рабочих по личным делам и завел пенсионную кассу для них.

Поворот к геофизике произошел у Голицына после Международного конгресса физиков в Париже (август 1900 г.). В своей «Автобиографии» (казенной, для биографического словаря членов Академии наук) он скупо говорит об интересе к сейсмологии, не раскрывая истинных причин своего поворота. Отсутствие «Дневников» и подлинной «Автобиографии», по-видимому, погибших в 1941 г. во время блокады Ленинграда вместе с перепиской с Д. И. Менделеевым и другими более ценными материалами, не позволяет установить подлинные причины такого важного шага, как перемена поприща научной деятельности. Позволим себе высказать некоторые соображения по этому поводу.

Несомненно, что к началу XX в., открывшегося Парижским конгрессом, который подвел итоги в развитии физики на рубеже двух столетий (окончание периода классической физики и начало новой — релятивистско-квантовой), Б. Б. Голицын был крупным физиком с широкими научными взглядами, критическим мышлением, незаурядным талантом и редкой работоспособностью. Но неудача с защитой магистерской диссертации и вызванный этим обстоятельством уход из единственного для того времени физического центра России — Московского университета, избрание в Академию наук, где непосредственными предшественниками были метеорологи — Г. Вильд и М. А. Рыкачев, сосредоточение в Петербурге таких научных центров, как Пулковская обсерватория, Главная физическая обсерватория, военно-учебные академии,— все эти внешние обстоятельства сложились неблагоприятным образом для научных интересов Б. Б. Голицына. Сравнивая научный уровень русских и европейских университетов, он должен был сознавать, что истинным центром физики являются Германия, Франция, Англия, причем научные связи их с Россией, и без того слабые, еще более ослабляются ее исторической самобытностью и пространственной отдаленностью от них. Но избрание в Академию наук обязывало Голицына развернуть научную и организационную деятельность, что вполне соответствовало складу его характера. Нельзя также не учесть и того, что Голицын был ученый-одиночка в противоположность своему другу П. Н. Лебедеву, который сумел создать целую школу физиков в Московском университете — центре, куда стекалась тяготеющая к науке молодежь России. Как бы то ни было, но Голицын, верно определив свое место в Академии наук, пошел по уже сложившейся линии ее развития в области геофизики, сейсмологии и сеймометрии в частности. Но в эти, в то время описательные, науки он вложил свой талант глубокого научного проникновения в сущность проблемы, применил к ним физико-математические методы исследования и повернул их в сторону точных наук. Это был редкий случай, чтобы физик стал одним из основателей отечественной и мировой сейсмологии. «Быстрое развитие сейсмологии следует приписать исключительно тому обстоятельству, что сейсмология стала на твердую почву, выработав чисто физические методы исследования, основанные на инструментальных наблюдениях» [1]. Голицын-физик критически исследовал имевшиеся к началу XX в. сейсмические приборы и предложил заменить их новыми, построенными на иных, чисто физических принципах. При решении двух основных задач сейсмометрии — регистрации механических перемещений и затухания колебаний самого маятника — Голицын впервые в сейсмометрии предложил электромагнитный метод затухания (1902) и одновременно гальванометрический метод регистрации с помощью электродинамического преобразователя. Маятник и гальванометр, соединенные в приборе его системы посредством электричества, Голицын рассматривал как связанную систему. Специально поставленными опытами, а также и при помощи сконструированной им подвижной платформы Голицын убедился в том, что обратная реакция рамки гальванометра на маятник ничтожно мала (влияние моментов инерции). Поэтому в своих дифференциальных уравнениях он придавал этим же приборам такой вид, что движение рамки гальванометра управлялось движением маятника как бы независимо от гальванометра. Голицын получил точное решение системы этих уравнений для частного случая (вместо связанной системы получена была система двух независимых уравнений). Искусно обходя целый ряд математических трудностей, Голицын всегда исходил из реальных возможностей применения теории к живому делу. «Я не хочу фантазировать в области второй производной, но желаю понять, что происходит при землетрясении», — писал он в ответной записке А. А. Маркову в 1903 г. Вынужденное своеобразие математических приемов Голицына при разработке теории горизонтального, вертикального, пружинного маятников, прибора Давидсона и др. вызвало острую критику со стороны крупнейших русских математиков, членов Академии наук — А. А. Маркова и А. М. Ляпунова. Но допустимость методов Голицына оправдала себя на практике. В скором времени сейсмографы системы Голицына были приняты во многих странах [2].

[1] Б. Б. Голицын. Принципы инструментальной сейсмологии. СПб., 1912.

[2] О весьма значительных заслугах Б. Б. Голицына перед русской и мировой сейсмологией и в области изучения внутренней структуры земного шара см.: Е. Ф. Саваренский. Основоположник отечественной сейсмологии (100 лет со дня рождения Б. Б. Голицына). «Природа», 1962, № 4.

Голицын принимал деятельное участие в полной реорганизации сейсмической службы в России, и когда были утверждены новые штаты сейсмической комиссии, он стал во главе Центрального бюро этой комиссии, которое и руководило всем сейсмическим делом в нашей стране. Сейсмографы его системы приняты и установлены на всех русских сейсмических станциях. Они имеются также и на многих станциях за границей. Под его непосредственным руководством и по его указаниям была создана центральная сейсмическая станция в Пулкове.

В 1911 г. Голицын прочитал в физическом кабинете Академии наук цикл лекций по сейсмометрии, которые вышли отдельным изданием на русском языке и в настоящее время считаются классическими.

С 1907 г. Голицын принимал участие в периодических съездах Международной сейсмологической ассоциации, в состав которой в 1914 г. входило 24 государства. На собрании ассоциации в 1911 г. в Манчестере Голицын был единогласно избран президентом ассоциации на ближайшие три года. Следующее собрание должно было состояться в августе 1914 г. в Петербурге, куда предполагалось перенести центр Международной ассоциации.

В 1907 г. Голицын был приглашен на пост председателя Ученого комитета главного управления землеустройства и земледелия. Главная деятельность комитета была сосредоточена в работах отдельных бюро, каждым из которых руководил ученый специалист.

Голицын состоял также членом разных ученых обществ, в которых он нередко выступал с докладами. В 1910 г. Манчестерский университет присудил Голицыну степень почетного доктора, в 1912 г. он был избран почетным членом Московского университета, в 1913 г. геттингенская Академия наук избрала Голицына своим членом-корреспондентом, а в 1916 г. Голицын был избран членом лондонского Королевского общества. В течение одного года он состоял президентом Русского физико-химического общества. В Петербурге и на различных съездах за границей Голицын также неоднократно выступал с докладами.

В апреле 1908 г. Академия наук избрала Голицына ординарным академиком, а в мае 1913 г. — директором Главной физической обсерватории.

По поводу участия Голицына в других общественных делах следует сказать, что, когда в начале русско-японской войны образовался Особый комитет для усиления военного флота за счет добровольных пожертвований, Голицын вступил в число членов и принимал деятельное участие в его работах, организовав, между прочим, сбор небольших пожертвований при помощи особых писем-переводов с художественными виньетками, выполненных в Экспедиции и принесших свыше 400 тыс. руб.

Голицын принимал деятельное участие и в другой общественной организации — в Российском морском союзе, который образовался после окончания войны. Сначала он был товарищем председателя, а затем и председателем союза. Когда впоследствии из него выделился особый отдел воздушного флота, то Голицын и в нем принял активное участие, энергично пропагандируя идею о том, что России следует немедленно приняться за создание сильного воздушного флота. В декабре 1909 г. он выступил в Большом конференц-зале Академии наук с публичным докладом на тему «Об общих директивах для правильной постановки дела воздухоплавания в России». На этом докладе присутствовали многие представители высшей администрации, члены Государственного совета, Государственной думы и разные общественные деятели. В своем докладе Голицын очень сурово высказался о военном и морском министерствах, обвиняя их в полной бездеятельности и рутине в данном направлении, чем, конечно, навлек на себя недовольство высшей администрации.

В 1913 г. Голицын был назначен директором Главной физической обсерватории. В короткий срок он произвел полный переворот в ее внутренней организации и деятельности. По его плану обсерватория должна была сделаться геофизическим институтом, изучающим разные физические явления на земном шаре и в окружающей его атмосфере и одновременно отвечающим всем запросам практической жизни. Голицын приступил к преобразованию всей метеорологической службы в России, подобно тому как он сделал это в области сейсмической службы. Он сумел придать деятельности обсерватории широкое физическое направление, выдвигая новые научные работы и исследования: по атмосферному электричеству, по метеорологической оптике, сейсмологии, актинометрии, аэрологии и по другим вопросам геофизики, для освещения которых им были созданы научный отдел и «Геофизический сборник».

Не успел Голицын привести в исполнение эту свою программу, как разразилась первая империалистическая война 1914—1918 гг.

Развернувшиеся события показали полную справедливость критики Голицына в вопросе обороны страны. С первых же дней войны он организовал изготовление точных приборов, необходимых для армии. При первых известиях о газовой войне Голицын стал во главе военно-метеорологического управления для составления прогнозов погоды для нужд армии. Война вскрыла не только слабые стороны всей организации народного хозяйства, но и полное незнание правительством самих ресурсов производительных сил страны. Голицын организовал большие мастерские для изготовления всевозможных приборов для нужд армии при Главной физической обсерватории. Он выступил также за то, чтобы Русско-Балтийский вагонный завод в Риге, членом совета которого состоял Голицын, принялся за постройку аэропланов. О том, какие результаты были достигнуты в этом направлении, свидетельствуют полеты аппаратов Сикорского.

4 (17) мая 1916 г. Б. Б. Голицын умер от воспаления легких в Новом Петергофе.

К 80-летию со дня рождения С. А. Богуславского

Н. А. Капцов

ВОСПОМИНАНИЯ О С. А. БОГУСЛАВСКОМ

Приглашение Сергея Анатолиевича Богуславского в Московский государственный университет для создания в нем новой кафедры теоретической физики состоялось в первые годы Советской власти.

Научная жизнь в Физическом институте университета в те времена только начинала возрождаться после длительного и печального перерыва, вызванного разгромом передовой части профессуры университета в 1911 г. царским правительством и вспыхнувшей в 1914 г. первой империалистической войной. Появление Сергея Анатолиевича в Физическом институте весьма содействовало этому возрождению. Он никогда не замыкался в кругу занимавших его вопросов теоретической физики и живо интересовался всем, что делалось в институте, и всегда был готов помочь своим советом опытного и передового физика всякому, кто к нему обращался. Его лекции, посвященные актуальным и новым вопросам физики, собирали большое число слушателей, многие среди которых не были непосредственно связаны с работой в институте. Интерес к коллоквиумам, регулярно происходившим в большой физической аудитории, сильно возрос.

Параллельно с чтением лекций по теоретической физике Сергей Анатолиевич приступил к организации лаборатории при организованной им кафедре. Ассистентами его по этой лаборатории были молодые тогда физики Б. А. Введенский и Г. С. Ландсберг. Это была та самая лаборатория, в которой несколько лет спустя (уже после смерти Богуславского) его преемником по кафедре Л. И. Мандельштамом и Г. С. Ландсбергом было открыто одновременно с индийским физиком Раманом комбинационное рассеяние света.

Сергей Анатолиевич был искренен и прост в обращении с людьми. Никакой чрезмерной гордости или кичливости своими блестящими работами у него не было. Он всегда охотно делился с коллегами своими идеями, относящимися к актуальным в то время вопросам физики.

Трудные бытовые условия тех лет вынуждали многих научных работников состоять на службе одновременно в нескольких местах. С. А. Богуславский кроме той большой и плодотворной работы, которую он вел в университете, еще сотрудничал в Государственном электротехническом экспериментальном институте (ГЭЭИ), преобразованном впоследствии в существующий ныне Всесоюзный электротехнический институт (ВЭИ). В «Трудах» этого института были напечатаны две его работы, носившие прикладной характер: «О влиянии магнитного поля на силу термоионных токов», ч. I и II, и «О влиянии пространст-

венных зарядов на силу термоионных токов». Обе эти задачи были вызваны запросами, возникшими

[redacted]

К. В. АРХАНГЕЛЬСКИЙ И Г. В. СПИВАК

О КЛАССИЧЕСКОЙ РАБОТЕ С. А. БОГУСЛАВСКОГО ПО ТЕОРИИ ТОКОВ, ОГРАНИЧЕННЫХ ОБЪЕМНЫМ ЗАРЯДОМ

Введение

Опубликованная в 1924 г. работа профессора Московского университета С. А. Богуславского «О влиянии пространственных зарядов на силу термоионных токов» [1] может считаться примером строгого, простого и изящного решения одной из важнейших задач современной электроники, сохранившей и до нашего времени свое принципиальное и практическое значение [1].

В связи с тем большим интересом к мощным электроннолучевым приборам, который проявляется в настоящее время, наличие электрических полей, обусловленных кулоновским взаимодействием зарядов в потоке частиц, заставляет нас привлечь внимание читателей к этой малоизвестной работе Богуславского.

Нам бы хотелось не только показать, что Богуславский оригинально решил эту задачу, но что его решение является и более общим и содержит, как нам кажется, весьма интересный физический парадокс, имеющий большое значение для уяснения понятия «ограничение тока объемным зарядом».

Хорошо известно, что в униполярных системах заряженных частиц ток не определяется одними лишь полями, созданными внешним напряжением, но с некоторого момента начинают играть существенную роль и поля самих заряженных частиц [2].

Эффект этих пространственных, или объемных, зарядов был предметом многочисленных теоретических и экспериментальных работ.

В настоящей статье проведено детальное сопоставление двух основополагающих работ, описывающих роль пространственных зарядов в современной электронике: работы И. Лентмюра и его сотрудников и работы Богуславского.

Следует отметить, к сожалению, что ни в учебной, ни в монографической литературе до сих пор не было надлежащим образом отмечено то новое и принципиальное, что содержится в этой замечательной работе Богуславского, давшего более общее и красивое решение задачи, нежели сделал это Ленгмюр.

Всякий, имеющий отношение к электронике, знает о достижениях Ленгмюра в этой области. Его выдающиеся работы по физике плазмы, теории зондов, вопросам электронной эмиссии, по физике и химии поверхностных явлений составили важный этап в развитии современной электроники; однако в решении вопроса о роли объемных зарядов в си-

[1] См. С. А. Богуславский. Избр. тр. по физике. М., Физматгиз, 1961.

стемах коаксиальных цилиндров первенство должно быть отдано Богуславскому.

Задача, о которой будет идти речь в настоящей статье, представляет не только исторический интерес. Простое перечисление современных устройств, в которых очень существенна роль объемных зарядов, свидетельствует о том, сколь важно сейчас наличие хорошего метода расчета полей объемных зарядов.

Интересно отметить, что роль объемных зарядов проявляется как в униполярных системах, где переносятся заряды одного знака, так и в биполярных системах, где движутся положительные и отрицательные заряды.

К униполярным системам относятся катодные лампы, системы автоэлектронной эмиссии, магнетроны, клистроны, устройства для генерирования сверхвысоких частот — приборы прямой и обратной волны, электроннооптические пушки для создания электронных и ионных потоков, полупроводниковые (дрейфовые) транзисторы и др.

Явления в газоразрядной плазме, являющейся биполярной системой, не могут быть поняты без привлечения теории объемных зарядов.

В самом деле, процессы формирования газовой проводимости в плазме связаны с накоплением положительного пространственного заряда, влияние которого остается и в сформировавшейся плазме.

Наличие радиального поля в стационарной плазме следует объяснять эффектом остаточного положительного пространственного заряда. Поля в катодных и анодных частях газоразрядного промежутка модулируются в основном объемными зарядами разных знаков (катодное и анодное падение потенциала). Первостепенную роль играют объемные заряды в различных неоднородностях плазмы (страты), у пограничных поверхностей, в явлении низковольтной дуги, в вопросах космической и ионосферной электродинамики и многих других вопросах. Хотя в работе Богуславского рассматривается вопрос о влиянии пространственных зарядов на силу термоионных токов, что предполагает наличие выделения заряженных частиц благодаря нагреву эмиттера, однако это предположение не ограничивает общности решения, так как мало существенно, каким частным процессом создан избыточный пространственный заряд.

1. Некоторые общие вопросы теории пространственных зарядов

При невысоких температурах катода и достаточной разности потенциалов можно считать, что все испускаемые катодом электроны быстро увлекаются полем на анод, и при этих условиях сила тока хорошо выражается выведенной Ричардсоном [3] формулой. Ленгмюр [4, 5] нашел, что при высоких температурах катода эта формула перестает соответствовать действительности, так как выше известной температуры не наблюдается сильного возрастания тока, как это следует из формулы Ричардсона. Оказывается, что дальнейшее повышение температуры катода не влияет на силу тока. Ленгмюр дал правильное истолкование этого явления. Именно при высоких температурах катода большое число электронов, даваемых катодом, создает значительные объемные заряды в пространстве между электродами. Эти заряды сильно изменяют электростатическое поле и своим отталкивающим действием задерживают движение электронов. Поэтому электрическое поле обусловливается не только геометрической формой и наложенной извне между электродами разностью потенциалов, но и полем самих частиц, связанным с их передвижением и взаимодействием с нейтральными частицами и между собой в пространстве между электродами, т. е. наличием пространственного заряда.

Следовательно, поле складывается из внешнего наложенного на электроды поля и поля, созданного совокупностью всех остальных заряженных частиц, движущихся между электродами.

Плотностью пространственного заряда называют алгебраическую сумму зарядов всех частиц в единице объема.

Ленгмюр дал решение [4, 7] задачи для вакуумной электронной лампы о распределении потенциала между электродами для случая плоских, цилиндрических и сферических электродов, причем в двух последних случаях за катод принимались внутренний цилиндр и внутренний шар соответственно.

Во всех трех указанных случаях зависимость тока от напряжения следует «закону трех вторых», иначе называемому формулой Ленгмюра.

Эту зависимость Ленгмюр выражает следующими формулами в зависимости от формы электродов.

а) Плоские параллельные электроды:

$$i = \frac{\sqrt{2}}{9\pi} \sqrt{\frac{e}{m}} \frac{V^{3/2}}{x^2}. \tag{1}$$

б) Коаксиальные цилиндрические электроды (внутренний цилиндр-катод):

$$i = \frac{2\sqrt{2}}{9} \sqrt{\frac{e}{m}} \frac{V^{3/2}}{r\beta^2}, \tag{2}$$

где

$$\beta = f_1\left(\frac{r}{r_0}\right).$$

в) Концентрические сферические электроды (внутренняя сфера-катод):

$$i = \frac{4\sqrt{2}}{9} \sqrt{\frac{e}{m}} \frac{V^{3/2}}{a^3}, \tag{3}$$

где $a = f_1\left(\frac{r}{r_0}\right)$, r_0 — радиус внутреннего электрода.

Задача о вольт-амперной характеристике диода для случая плоских и цилиндрических электродов была решена Ленгмюром в 1913 г. [4, 5]. В 1923 г. Ленгмюр снова возвратился к этой задаче для случая цилиндрических электродов [6]. Та же задача для сферических электродов была решена им в 1924 г. [7].

Обычно при решении задачи о распределении потенциала между электродами и нахождении соотношения между плотностью тока и разностью потенциалов между анодом и катодом (т. е. при решении задачи о вольт-амперной характеристике двухэлектродной электронной трубки-диода) задачу упрощают, делая следующие допущения.

1) Пренебрегают начальной скоростью электронов, покидающих катод; ошибка, вносимая этим допущением, тем меньше, чем больше V_a по сравнению со средней энергией (порядка 0,2 *эв*) вылетающих из катода электронов при температуре катода 2400—2500°.

2) Считают, что около катода всегда очень много электронов. Это допущение возможно, пока ток на аноде i_a далек от тока насыщения. Приближение к току насыщения дает другую закономерность.

3) Полагают, что пространственный заряд создает такое распределение потенциала V между электродами, что непосредственно у поверхности катода градиент потенциала равен нулю, т. е.

$$\left(\frac{dV}{dr}\right)_{r\to 0} \to 0, \tag{4}$$

где r — расстояние между электродами, считая от катода.

Это предположение необходимо сделать, если принять первое допущение. Если бы напряженность поля у поверхности катода была больше нуля, то все эмиттируемые катодом электроны попадали бы на анод и V_a равнялось бы току насыщения при всяком сколь угодно большом положительном потенциале анода.

Если бы $\frac{dV}{dr}$ у катода было меньше нуля, то при наличии первого допущения ни один электрон, покидающий катод, не мог бы достигнуть анода.

Вместе с тем это пограничное условие имеет глубокий физический смысл. Суммарное поле обращается на эмиттере в нуль, что соответствует максимальному току, проходящему через нашу систему. Поэтому надо искать лишь такие решения задачи о токах, ограниченных объемным зарядом, которые удовлетворяют данному условию.

Действием оставшихся молекул газа в межэлектродном пространстве на движение электронов и образовавшихся положительных ионов пренебрегают (высокий вакуум). Потенциал катода считают равным нулю, потенциал анода V_a.

Как видно из (1), плотность тока при наличии пространственного заряда зависит от потенциала анода и расстояния между электродами и не зависит от температуры и от коэффициентов, характеризующих свойства металла, эмиттирующего электроны.

Большой интерес представляет случай, когда электродами являются коаксиальные цилиндры. Этот случай часто встречается в практике.

В работах [4] Ленгмюра и Адамса [1] и работах [6] Ленгмюра и Блоджетт 1923 г. дано решение задачи для коаксиальных цилиндрических электродов. Оригинальное решение этой задачи получил Богуславский в 1923 г. и опубликовал его [1] в 1924 г. Кроме простейшего случая тока между плоскими параллельными электродами Ленгмюром был изучен и ток между цилиндрическими электродами, когда внутренний цилиндр служит катодом. Богуславский дополнил его результат, разобрав тот случай, когда, наоборот, катодом служит внешний цилиндр, попутно разобрав и случай, изученный Ленгмюром. Богуславский не знал о работе Ленгмюра и Блоджетт [6], где были вычислены значения β и для того случая, когда катодом является наружный цилиндр.

Богуславский указывал на то, что Ленгмюр решил задачу методом, аналогичным методу, использованному Богуславским, но менее непосредственным. Для того чтобы это стало ясно, ниже будут разобраны оба метода решения задачи.

Кроме того, мы обращаем внимание на возникающий здесь парадокс, связанный с тем, что ток зависит от полярности системы, и даем истолкование этого парадоксального явления.

При рассмотрении метода мы ограничиваемся случаем цилиндри-

---

[1] Таблица для β^2 Ленгмюра и Адамса оказалась ошибочной (см Н. А. Капцов Электрические явления в газах и вакууме. М. ГТТИ, 1950 Соответствующее исправление было сделано Ленгмюром в 1923 г. [6]).

ческих электродов, так как метод Ленгмюра в случае сферических электродов аналогичен методу решения для цилиндрических электродов.

Недавно задача для сферических электродов была решена В. Л. Каном [8].

2. Метод Ленгмюра

Ленгмюр принимает внутренний цилиндр радиуса r_0 за катод, а внешний цилиндр радиуса r_a, коаксиальный с первым, за анод и записывает уравнение Пауссона в виде:

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dr}\left(r\frac{dV}{dr}\right)=-4\pi\rho. \tag{5}$$

Скорость движения электрона дается уравнением

$$\frac{mv^2}{2}=eV. \tag{6}$$

Электронный ток с единицы длины катода:

$$i=-2\pi r\rho v. \tag{7}$$

Исключая v и ρ из уравнений (6), (7), получаем:

$$r\frac{d^2V}{dr^2}+\frac{dV}{dr}=i\sqrt{\frac{2m}{eV}}. \tag{8}$$

Решение этого уравнения дает распределение потенциала между коаксиальными цилиндрическими электродами, вызванное пространственным зарядом, и может быть представлено в виде:

$$V\sim r^{2/3}. \tag{9}$$

Выражение для тока в этом случае имеет вид:

$$i=\frac{2\sqrt{2}}{9}\sqrt{\frac{e}{m}}\frac{V^{3/2}}{r}. \tag{10}$$

Легко видеть, что требование обращения электрического поля на эмиттере в нуль, т. е. условие (4), не получается из решения (9).

В самом деле, из (9) следует:

$$\frac{dV}{dr}\sim\frac{1}{\sqrt[3]{r}},$$

и, следовательно, при

$$r_0\to 0,\ \left(\frac{dV}{dr}\right)_{r\to a}\to\infty$$

выражение (9) не является нужным нам решением дифференциального уравнения (8). Поэтому Ленгмюр вводит в знаменатель правой части выражения (10) поправочный множитель β^2 и получает выражение (2). Поправочный множитель β обозначает некоторую функцию, которую нужно подобрать так, чтобы выражение (2) было интегралом дифференциального уравнения (8), удовлетворяющим всем указанным выше условиям. Подстановка $\frac{dV}{dr}$ и $\frac{d^2V}{dr^2}$, найденных из выражения (2), в уравнение (8) приводит к новому дифференциальному уравнению:

$$3\beta r^2 \frac{d^2\beta}{dr^2} + r^2\left(\frac{d\beta}{dr}\right)^2 + 7\beta r\frac{d\beta}{dr} + \beta^2 - 1 = 0. \tag{11}$$

Полагая $\gamma = \ln\frac{r}{r_0}$, Ленгмюр преобразует уравнение (11) к виду:

$$3\beta \frac{d^2\beta}{d\gamma^2} + \left(\frac{d\beta}{d\gamma}\right)^2 + 4\beta \frac{d\beta}{d\gamma} + \beta^2 - 1 = 0. \tag{12}$$

Решение этого уравнения задается рядом:

$$\beta = \gamma - \frac{2}{5}\gamma^2 + \frac{11}{120}\gamma^3 - \frac{47}{3300}\gamma^4 + \ldots, \tag{13}$$

который называют *рядом Ленгмюра.*

В работе [6] 1923 г. Ленгмюр писал, имея в виду работу [4], о том, что значения β^2 вычислялись с помощью грубого метода, и поэтому многие из них имели ошибку в несколько процентов. В [6] приводится исправленная и расширенная таблица значений β^2, а также вычисляются значения β^2 для случая, когда катодом является наружный цилиндр.

Ряд Ленгмюра медленно сходится, и для вычисления его коэффициентов потребовались громоздкие вычисления. Поэтому были сделаны попытки отыскать более быстро сходящиеся ряды для β и более удобный способ вычисления коэффициентов этих рядов.

Адамс [5] предложил свой метод вычисления β для больших значений γ. С помощью подстановки

$$\beta = 1 - e^{-\mu} \tag{14}$$

он преобразовал уравнение (12) к виду:

$$\left(\frac{d\mu}{d\gamma}\right)^2 + (e^{\mu} - 1)\left[3\frac{d^2\mu}{d\gamma^2} - 3\left(\frac{d\mu}{d\gamma}\right)^2 + 4\frac{d\mu}{d\gamma} - 2\right] = 1 \tag{15}$$

и дал решение этого уравнения в форме ряда:

$$\mu = \gamma + \frac{1}{10}\gamma^2 + \frac{1}{40}\gamma^3 + \frac{49}{6600}\gamma^4 + \frac{31\,723}{18\,480\,000}\gamma^5 + \ldots \tag{16}$$

Пользуясь этим методом, Ленгмюр и Адамс [4] дали ту краткую таблицу значений β^2, которую в 1923 г. они были вынуждены исправить. Ленгмюр пишет [6], что значения β, полученные этим путем, сходятся так быстро к единице для значений $\frac{r}{r_0}$ от 11 до 20, что точность этого метода подверглась сомнению, поэтому от этого ряда пришлось отказаться. Метод вычисления коэффициентов ряда (13), предложенный Мотт-Смитсом [6], заключался в представлении β, которая была дана как функция от γ в уравнении (12), в виде ряда:

$$\beta = A_0 + A_1\gamma + A_2\gamma^2 + A_3\gamma^3 + \ldots + A_n\gamma^n \tag{17}$$

и разложении β в ряд Маклорена:

$$\beta = \beta_0 + \gamma\left(\frac{d\beta}{d\gamma}\right)_0 + \frac{\gamma^2}{2!}\left(\frac{d^2\beta}{d\gamma^2}\right)_0 + \ldots + \frac{\gamma^n}{n!}\left(\frac{d^n\beta}{d\gamma^n}\right)_0. \tag{18}$$

Полагая $\beta = a$, $\frac{d\beta}{d\gamma} = b$, $\frac{d^2\beta}{d\gamma^2} = c$ и т. д., уравнение (12) записываем в форме:

$$3ac + b^2 + 4ab + a^2 - 1. \tag{19}$$

Дифференцируя (19), получаем:

$$3ad + 5bc + 4b^2 + 4ac + 4ab = 0. \tag{20}$$

Дифференцируя (20), получаем:

$$3ac + 8bd + 4ad + 12bc + 5c^2 + 2ac + 2b^2 = 0. \tag{21}$$

Дальнейшее дифференцирование (21) дает:

$$3af + 11be + 4ae + 18cd + 16bd + 2ad + 12c^2 + 8bc = 0. \tag{22}$$

Замечаем, что для ряда (13) $\beta=0$ если $\gamma=0$, поэтому в данном представлении для β в окрестности $\gamma=0$, полагая $a_0=0$, сводим уравнение (19) к следующим уравнениям: $b_0{}^2=1$; $b_1=1$; здесь выбирается положительный знак, так как β возрастает вместе с γ и, следовательно, первая производная положительна.

Подставляя $a_0=0$, $b_0=1$ в уравнение (20), имеем: $c_0=-\frac{4}{5}$. Из подстановки значений a_0, b_0 и c_0 в уравнение (21) следует: $d_0=\frac{11}{20}$. Подобно этому, из уравнения (22) имеем: $e=-\frac{375}{1100}$. Сравнивая уравнения (17) и (18), видим, что

$$A_n = \frac{1}{n!}\left(\frac{d^n\beta}{d\gamma^n}\right)_0.$$

Поэтому, деля полученные значения b_0, c_0, d_0, e_0 на 1, 2, 6 и 24 соответственно, получаем:

$$A_1 = 1,\ A_2 = -\frac{2}{5},\ A_3 = \frac{11}{20},\ A_4 = -\frac{47}{3300},$$

что совпадает с коэффициентами ряда (13).

Таким образом могут быть вычислены коэффициенты для любого числа членов ряда (17), а следовательно и ряда (13). Мотт-Смитс с помощью подстановки

$$\beta = \theta e^{-\gamma/2} \tag{23}$$

преобразовал уравнение (12) к виду:

$$3\theta\frac{d^2\theta}{d\gamma^2} + \left(\frac{d\theta}{d\gamma}\right)^2 - e^\gamma = 0. \tag{24}$$

Он отыскал его решение в виде ряда для θ и с помощью (23) придал ему форму:

$$\beta = e^{-\gamma/2}(\beta_0 + \beta_1\gamma + \beta_2\gamma^2 + \dots + \beta_n\gamma^n), \tag{25}$$

где

$$\beta_n = \frac{1}{n!}\frac{d^n\theta}{d\gamma^n}.$$

Коэффициенты ряда (25) были вычислены методом, указанным выше. Из сравнения коэффициентов рядов (17) и (25) следует, что ряд (25) для малых γ сходится более быстро, чем ряд (17), но начинает медленнее сходиться, когда берут более одиннадцати членов (для больших γ). Ленгмюр [6] приводит значения 14 коэффициентов каждого ряда (17) и (25). При перемене полярности, т. е. в том случае, когда наружный коаксиальный цилиндр является катодом, Ленгмюр не решает задачи заново, а только указывает, что для обратного случая, когда катодом является наружный цилиндр, для вычисления электронного тока между концентрическими электродами могут быть использованы те же самые ряды, как и в предыдущем случае, но γ теперь отрицательна, так что происходит перемена знаков у членов ряда. Это делает значения β отрицательными, но так как в уравнение (2) входят только β^2, ток остается положительным.

В работе [6] приведена исправленная и значительно дополненная таблица значений функции β^2 в зависимости от r/r_0 и функции $-\beta^2$ в зависимости от r/r_0 [1]. Далее авторы показывают, что ряд (25) был использован для всех вычислений значений β, когда $r/r_0>0$ (катод внутри анода). Четырнадцати членов ряда достаточно для точного вычисления значений β вплоть до $\gamma=4,2$ при $r/r_0=66,7$ и — с некоторым приближением — для $\gamma=7,5$ при $r/r_0=1808$. Значения β, вычисленные с помощью ряда, требовали при $\gamma=4,5$ поправки $-0,00003$ и при $\gamma=7,5$ поправки $-0,00260$, что было установлено с помощью метода последовательных приближений. Для значений γ, больших чем 7,5, ряд был оставлен и значения β были получены путем численного интегрирования и метода последовательных приближений. Значения β, соответствующие $r/r_0>20$, были получены по интерполяционной формуле Ньютона. Эти вычисления показали, что β принимает значение, равное 1, при $r/r_0=11,2$, достигая максимального значения 1,0946 при $r/r_0=42$ и снова принимая значение, равное 1, вблизи $r/r_0=10\,000$. Минимум достигается перед $\gamma=10,5$ (при $r/r_0=36\,316$), и его значение отличается от единицы менее чем на 0,0012. Ленгмюр предполагает, что далее, после этой точки, кривая проходит последовательно через бесконечное число максимумов и минимумов, которые быстро приближаются к единице.

При вычислении β в случае, когда $r/r_0<1$ (катод снаружи анода), снова используется ряд (25) до $r/r_0=20$. Для дальнейших вычислений значений β используется ряд (13), так как он быстро сходится в этом интервале.

Для значений $r_0/r>10$ дается удобная приближенная формула:

$$\beta^2 = 4,6712\left(\frac{r_0}{r}\right)\left[\log_{10}\left(\frac{r_0}{r}\right)-0,1505\right]^{3/2}, \tag{26}$$

дающая результаты с точностью до 10^{-4} для значений $r/r_0>0$.

Чтобы получить формулу (26) из уравнения (24), нужно пренебречь e^γ, интегрировать дважды, подставить значения θ в (23) и исключить γ с помощью выражения $\gamma=\ln(r/r_0)$. Две константы интегрирования определяются так, чтобы значения β^2 для больших r_0/r соответствовали тем значениям, которые вычислены с помощью рядов. Для r_0/r, больших 10, значения β^2 вычисляются с точностью до 1%.

3. Метод Богуславского

Громоздкость вычислений по методу Ленгмюра и проистекающая отсюда трудность обозрения результатов вызваны тем, что Ленгмюр упорно искал решение для вспомогательной функции β, в то время как

[1] Эта таблица приведена в кн. Н. А. Капцов. Электрические явления в газах и вакууме. М., Гостехиздат, 1947, стр. 714.

возможен другой путь решения задачи, который и был найден С. А. Богуславским,— более простой и красивый.

Уравнение Пуассона можно записать в виде:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dV}{dr}\right) = 4\pi\rho.$$

Пространственная плотность тока $i = -v\rho$, где v — скорость движения электрона в данной точке пространства, полученная из уравнения

$$\frac{mv^2}{2} = eV.$$

Общая сила тока, отнесенная к единице длины цилиндров, связана с плотностью тока i уравнением $I = 2\pi r i$. Пользуясь написанными соотношениями, можно преобразовать уравнение Пуассона к виду:

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dV}{dr}\right) = 2I\sqrt{\frac{m}{2eV}}. \tag{27}$$

Вводя новую[1] независимую переменную $s = \ln\frac{b}{r}$, которая положительна в пространстве между электродами и обращается в нуль для $r = b$ (b — радиус внешнего цилиндра, в данном случае катода), получаем уравнение (27) в виде:

$$\sqrt{V}\frac{d^2V}{ds^2} = 2I\sqrt{\frac{m}{2e}}\,be^{-s}. \tag{27'}$$

Богуславский ищет решение этого уравнения в виде ряда по возрастающим степеням s: $V = a_0 s^n(1 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^2 + \ldots)$, показывая при этом, что нельзя удовлетворить ему рядом, содержащим лишь целые степени.

Обозначим степень первого члена через n; так как справа мы имеем множитель $e^{-s} = 1 - s + \frac{s^2}{2} - \frac{s^3}{6} + \ldots$, то и слева первый член должен быть нулевой степени относительно s. Но $\sqrt{V}$ дает член степени $n/2$, а $\frac{d^2V}{ds^2}$ — член степени $n - 2$. Отсюда условие для n:

$$\frac{n}{2} + (n - 2) = 0, \text{ т. е. } n = \frac{4}{3}.$$

Следовательно, решение уравнения (27') можно представить в виде:

$$V = a_0 s^{4/3}(1 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + \ldots).$$

Подставляя этот ряд в уравнение (27') и сравнивая коэффициенты в правой и левой частях, находим значения a_0, a_1, a_2, a_3. Найдя коэффициенты ряда, можно получить для V выражение

$$V = \left(\frac{9bI}{2\sqrt{2}}\sqrt{\frac{m}{e}}\right)^{2/3} s^{4/3}\left(1 - \frac{2}{15}s + \frac{11}{450}s^2 - \frac{41}{14\,850}s^3 + \ldots\right), \tag{28}$$

[1] Легко видеть, что разумный выбор новой переменной, связанной с r при помощи логарифмической функции, обеспечивает получение решения, удовлетворяющего основному пограничному условию:

$$\left(\frac{dV}{dr}\right)_{r\to b} \to 0.$$

определяющее распределение потенциала между коаксиальными цилиндрическими электродами для случая, когда наружный электрод является катодом. Принимая во внимание, что для $r=a$ (радиус внутреннего цилиндра, в данном случае анода) потенциал V должен принимать заданное значение V_a, находим из (28) зависимость силы тока от приложенной разности потенциалов в виде:

$$I = \frac{2\sqrt{2}}{9b}\sqrt{\frac{e}{m}}V_a^{3/2}s_0^{-2}\left(1 - \frac{2}{15}s_0 + \frac{11}{450}s_0^2 - \frac{41}{14\,850}s_0^3 + \dots\right)^{-3/2}, \quad (28')$$

где

$$s_0 = \ln\frac{b}{a}.$$

Аналогично Богуславский решает задачу и для того случая, когда внутренний цилиндр служит катодом, т. е. когда потенциал V обращается в нуль для $r=a$ и в V_a для $r=b$. При этом он вводит новую независимую переменную $t=\ln\frac{r}{a}$, и уравнение (27) преобразуется к виду:

$$\sqrt{V}\frac{d^2V}{dt^2} = 2I'\sqrt{\frac{m}{2e}}\,ae^t. \quad (29)$$

Методом, аналогичным указанному выше, находится решение уравнения (29) в виде:

$$V = \left(\frac{9aI'}{2\sqrt{2}}\sqrt{\frac{m}{e}}\right)^{2/3} t^{4/3}\left(1 + \frac{2}{15}t + \frac{11}{450}t^2 + \frac{41}{14\,850}t^3 + \dots\right). \quad (30)$$

Сила тока I' из (30), в зависимости от приложенной разности потенциалов V_a, выражается в этом случае так:

$$I' = \frac{2\sqrt{2}}{9a}\sqrt{\frac{e}{m}}V_a^{3/2}t_0^{-2}\left(1 + \frac{2}{15}t_0 + \frac{11}{450}t_0^2 + \frac{41}{14\,850}t_0^3 + \dots\right)^{-3/2}, \quad (30')$$

где $t_0 = \ln\frac{b}{a}$ и I' — сила тока между электродами в том случае, когда катодом является внутренний цилиндр.

Особенностью решений (28) и (30), как это непосредственно видно, является то, что производная от потенциала по координате r (т. е. ток) в том случае, когда мы берем точку на эмиттере, обращается в нуль.

Иными словами, решение Богуславского сразу удовлетворяет основному пограничному условию (без всяких поправочных коэффициентов типа β^2, вводимых Ленгмюром) и строго определяет по (28′) и (30′) величины токов, ограниченных пространственным зарядом. Изящество полученного решения этой задачи несомненно связано с удачным выбором переменных s и t.

4. Парадокс С. А. Богуславского, обнаруженный при сопоставлении решений для двух полярностей

Разделив (28′) на (30′) почленно, получим:

$$\frac{I}{I'} = \frac{a}{b}\left(\frac{1 + \frac{2}{15}\ln\frac{b}{a} + \dots}{1 - \frac{2}{15}\ln\frac{b}{a} + \dots}\right)^{3/2} = \sim\frac{a}{b},$$

или $I = \frac{a}{b} I'$, т. е. когда катодом служит внешний цилиндр, ток слабее в $\frac{a}{b}$ раз, чем при обратном соединении электродов[1]. При изменении отношения $\frac{a}{b}$ отношение токов убывает медленее, чем эта величина. Например, при $\frac{a}{b} = 0{,}05$ имеем $I/I' = 0{,}17$.

На первый взгляд этот результат кажется парадоксальным.

В самом деле, наложена одна и та же разность потенциалов, движение частиц идет и в том и в другом случае в радиальном направлении, а токи при противоположных полярностях электродов различны!

Суть дела в том, что всегда выбираются те решения, которые соответствуют обращению в нуль градиента потенциала у эмиттера. Когда эмиттером служит внутренний электрод, то исходное поле (в отсутствие эмиссии) велико, и требуется большое количество зарядов, чтобы сделать это поле нулевым.

Если эмиттером является внешний электрод, то исходное поле будет слабым, и потребуется гораздо меньшее количество зарядов, чтобы опять свести поле к нулю.

5. Вольт-амперная характеристика цилиндрического диода

Вольт-амперную характеристику цилиндрического диода принято записывать в форме:

$$i = \frac{2\sqrt{2}}{9} \sqrt{\frac{e}{m}} \cdot \frac{V_a^{3/2}}{r_a \beta^2}.$$

В том случае, когда катодом является внутренний цилиндр, коаксиальный с наружным цилиндрическим анодом, β^2 имеет вид:

$$\beta^2 = \gamma^2 \left(1 - \frac{2}{3}\gamma + \frac{11}{120}\gamma^2 - \frac{47}{3300}\gamma^3 + \ldots\right)^2,$$

если пользоваться рядом Ленгмюра;

$$\beta^2 = e^{-\gamma} \left(1 + \frac{1}{10}\gamma + 0{,}0167\gamma^2 + \ldots\right)^2,$$

если пользоваться рядом Мотт-Смитса, и

$$\beta^2 = \frac{a}{b} \gamma^2 \left(1 + \frac{2}{15}\gamma + \frac{11}{450}\gamma^2 + \frac{41}{14\,850}\gamma^3 + \ldots\right)^{3/2},$$

если пользоваться рядом Богуславского.

Ряд Мотт-Смитса для малых γ сходится быстрее рядов Ленгмюра и Богуславского, но для больших γ, когда берут более 11 членов, он сходится медленнее даже ряда Ленгмюра [6]. Рядом Мотт-Смитса не пользуются для вычисления значений β при $r_0/r > 20$ (в том случае, когда катодом является наружный цилиндр), так как, после того как множитель ряда $e^{-\gamma/2}$ достигает значения $\sqrt{20}$, он значительно увеличивает ошибку от пренебрежения остаточными членами ряда. Ряд Богуславского не обладает таким недостатком и сходится более быстро для этого случая.

---

[1] В работах Ленгмюра это обстоятельство не отмечено.

Для всех этих рядов $\gamma = \ln \frac{b}{a}$ (a — радиус катода, b — радиус анода).

Для сравнения приводятся коэффициенты этих рядов. Коэффициенты рядов Ленгмюра и Мотт-Смитса даны в работе [6], коэффициенты ряда Богуславского даны в [9].

Коэффициенты рядов

	Ленгмюра	Мотт-Смитса	Богуславского
1	$+1,0$	$+1,0$	$+1,0$
2	$-4 \cdot 10^{-1}$	$+1 \cdot 10^{-1}$	$+1,3333 \cdot 10^{-1}$
3	$+9,1667 \cdot 10^{-2}$	$+1,6667 \cdot 10^{-2}$	$+2,4444 \cdot 10^{-2}$
4	$-1,4242 \cdot 10^{-2}$	$+2,4242 \cdot 10^{-3}$	$+3,9237 \cdot 10^{-3}$
5	$+1,6793 \cdot 10^{-3}$	$+2,8723 \cdot 10^{-4}$	$+5,2981 \cdot 10^{-4}$
6	$-1,6122 \cdot 10^{-4}$	$+2,6585 \cdot 10^{-5}$	$+5,9725 \cdot 10^{-5}$
7	$+1,2935 \cdot 10^{-5}$	$+1,7661 \cdot 10^{-6}$	$+5,5474 \cdot 10^{-6}$
8	$-8,8769 \cdot 10^{-7}$	$+6,3329 \cdot 10^{-8}$	$+4,2461 \cdot 10^{-7}$
9	$+5,4619 \cdot 10^{-8}$	$-8,7385 \cdot 10^{-10}$	$+2,649 \cdot 10^{-8}$
10	$-2,9484 \cdot 10^{-9}$	$-1,9384 \cdot 10^{-11}$	$-1,35 \cdot 10^{-9}$
11	$+1,3602 \cdot 10^{-10}$	$+5,7728 \cdot 10^{-11}$	$+9,7 \cdot 10^{-11}$
12	$-7,1101 \cdot 10^{-12}$	$+9,4502 \cdot 10^{-12}$	
13	$+2,6644 \cdot 10^{-13}$	$+4,7012 \cdot 10^{-13}$	
14	$+1,2526 \cdot 10^{-15}$	$-6,5539 \cdot 10^{-14}$	

6. Фокусировка интенсивных пучков заряженных частиц и работа С. А. Богуславского

Богуславским изящно решена задача не только для случая, когда эмиттером является внутренний электрод, но и для случая, когда эмиттирует внешний электрод, а максимальный ток частиц собирается малым внутренним электродом.

В настоящее время одним из основных направлений получения интенсивных пучков является метод Пирса [10], основанный на теории токов, ограниченных пространственным зарядом. Отметим, что при этом Пирс как раз исходит из той же идеи учета объемного заряда при движении частиц, собираемых с большой поверхности на малую. Как мы уже видели, основы решения этой задачи заложил еще в 1923 г. С. А. Богуславский.

О разнообразии методов получения интенсивных пучков можно получить представление из работ [11, 12, 13].

Во всех случаях проблема получения интенсивных пучков не может быть рассмотрена без учета объемных зарядов и, стало быть, без вклада Богуславского в решение этой проблемы.

Заключение

Выражение для «закона три вторых» в случае коаксиальных цилиндров, полученное впервые еще в 1913—1914 гг. Ленгмюром, было известно Богуславскому, который, однако, вновь рассмотрел эту задачу в 1922—1923 гг.

Сопоставление работ обоих авторов показывает, что первый внес весьма существенный вклад в решение этой проблемы. Что же касается второго, то он не только дал более изящное, строгое и простое решение проблемы для случая коаксиальных цилиндров, но и обратил внимание на существенное различие в решениях для двух полярностей, вычислив соответствующее отношение токов.

Значительная разница в величине этих токов приводит к «парадоксу Богуславского», физическая интерпретация которого дана в настоящей статье. Следует отметить и тесную связь между задачей Богуславского для случая внешнего эмиттера с современным развитием теории интенсивных пучков.

Одним из обстоятельств, побудивших к появлению настоящей статьи, является тот факт, что в нашей учебной и монографической литературе не всегда правильно оценивается эта работа С. А. Богуславского[1]. Обычно она либо игнорируется вообще, либо Богуславскому приписывается авторство в открытии «закона трех вторых» для случая коаксиальных цилиндров, либо она вообще неправильно цитируется.

ЛИТЕРАТУРА

1 Богуславский С А О влиянии пространственных зарядов на силу термоионных токов «Тр экспервм. эл.-техн ин-та», вып 3, 18, 1924.

2 Радиофизическая электроника, под ред проф. Н. А. Капцова Изд-во МГУ, 1960.

3 Richardson O. W. «Camb. Phil Soc», 11, 286, 1901

4 Langmuir I. «Phys Rev», 2, 450, 1913

5 Langmuir I. «Phys Zs.», 15, 348, 516, 1914.

6 Langmuir I, Blodgett K B «Phys Rev», 22, 347, 1923

7 Langmuir I., Blodhett K. B. «Phys Rev», 24, 49, 1924

8 Кан В Л ЖТФ, 18, 483, 1948

9 Капцов Н А. Электроника. М., Гостехиздат, 1953

10 Пирс Дж Р. Теория и расчет электронных пучков М., «Сов радио», 1956

11 Зинченко Н С Курс лекций по электронной оптике Изд-во Харьк ун-та 1961

12 Чернов З С. «Радиотехника и электроника», 3, 1227, 1958.

13 Игнатенко В. П. УФН, 73, 243, 1961

[1] Педагогический опыт одного из авторов показывает, что указание слушателям курса электроники на различие токов при двух полярностях позволяет лучше понять природу явления «ограничение тока объемным зарядом»

А. Ф. КОНОНКОВ

МОСКОВСКОЕ ФИЗИЧЕСКОЕ ОБЩЕСТВО имени П. Н. ЛЕБЕДЕВА

Из истории Московского университета известно, что в 1911 г. министр народного просвещения Кассо отменил автономию университета и издал приказ о вводе в университет полиции для подавления и разгрома революционного движения студентов. Ректор университета А. А. Мануилов и его помощники подали в отставку. В феврале 1911 г. все они были сняты с занимаемых постов и уволены из Московского университета. Такой произвол вызвал резкий протест со стороны передовой профессуры университета. В знак протеста против незаконных действий царского самодержавия более ста прогрессивно настроенных профессоров и преподавателей Московского университета подали заявления об уходе из университета и немедленно были уволены. В числе подавших заявления, а затем уволенных были выдающиеся русские физики П. Н. Лебедев, П. П. Лазарев, Н. А. Умов, А. А. Эйхенвальд и многие другие преподаватели физики. Уход их впоследствии привел к фактическому прекращению научной работы и резкому ухудшению учебной работы в университете.

Университетская физика, испытавшая большой расцвет в период научной деятельности физической школы П. Н. Лебедева, фактически прекратила свое развитие. Но ученые университета не складывали своего оружия в борьбе за развитие физики в России. Они решили объединить русских физиков в так называемое Московское физическое общество, первым председателем которого был избран П. Н. Лебедев.

Из архивных материалов известно, что Московское физическое общество было основано 16 марта 1911 г. при Московском университете. После смерти П. Н. Лебедева, последовавшей 14 марта 1912 г., общество стало называться Московским физическим обществом им. П. Н. Лебедева.

Из отчета правления общества за 1915—1916 гг. видно, что с самого основания общество развивало интенсивную научную и популяризаторскую деятельность. Оно устраивало популярные лекции, которые иногда организовывались совместно с другими обществами. Общество принимало участие в устройстве съездов и совещаний преподавателей физико-математических дисциплин. Многие члены его выполнили и опубликовали в заграничных и русских журналах в течение этого времени большое число важных научных исследований. Все это быстро выдвинуло Московское физическое общество на одно из первых мест среди учреждений этого рода в России [1]. Московское общество им. П. Н. Лебедева объединяло более ста московских и иногородних физиков и в их

[1] ЦГАОР и СС СССР, ф. 2306. Наркомпрос, оп. 19, ед. хр. 30, л. 32, 1917.

числе почти всех крупнейших дореволюционных физиков России. Оно играло в то время роль основного физического научного центра в России.

Еще до революции, в самый разгар первой мировой войны 1914—1918 гг., на заседаниях Физического общества обсуждались вопросы о помощи фронту. Так, например, в 1915—1916 гг. на заседаниях общества были заслушаны доклады В. К. Аркадьева и А. А. Эйхенвальда «О газовой борьбе», Д. И. Виноградова «О работах на фабрике военно-полевых телефонов Земского и Городского союзов», Л. В. Курченовского и Б. А. Введенского «Демонстрация усовершенствованных докладчиками телефонов, изготовленных на фабрике Земского и Городского союзов» и др. В то же время членами общества проводилась большая работа по усовершенствованию и ремонту рентгеновских трубок и созданию рентгеновских кабинетов в военных госпиталях, а также по физическим исследованиям рентгеновых лучей.

На годичном собрании 23 апреля (5 мая н. с.) 1916 г. были заслушаны обзорные доклады В. И. Романова «Телефон без проводов» и А. А. Эйхенвальда «Обзор электромагнитных волн в природе». Всего в 1915/16 г. было заслушано более сорока докладов и сообщений по наиболее актуальным вопросам теоретической и экспериментальной физики. В 1916/17 г. было заслушано 49 докладов и сообщений.

В первое послереволюционное десятилетие Московское физическое общество им. П. Н. Лебедева осуществляло руководящую роль в развитии научно-исследовательской работы по физике в СССР. Из сохранившихся в архиве Наркомпроса и Московского университета материалов видно, что общество регулярно проводило свои заседания, на которых заслушивались научные доклады московских и иногородних физиков. В течение каждого года происходило примерно 20—25 заседаний. На каждом заседании члены общества докладывали о результатах своих научных исследований, а также выступали с обширными обзорами литературы. Ежегодно там ставилось на обсуждение 50—60 докладов.

В 1917/18 г. был заслушан 51 доклад, при этом на заседаниях общества все чаще обсуждались вопросы о строении атома, хотя основная масса докладов и сообщений была посвящена вопросам физики колебаний и магнитным явлениям.

В 1918/19 г. на заседаниях общества было заслушано 42 доклада. С интересными научными докладами выступили выдающиеся русские ученые того времени: Н. Е. Жуковский, Г. В. Вульф, А. И. Некрасов, А. А. Эйхенвальд, Н. А. Шилов и др. Вместе с тем на этих же заседаниях выступали молодые ученые: С. И. Вавилов, Б. А. Введенский, В. К. Аркадьев, А. С. Предводителев, С. А. Богуславский, С. Н. Ржевкин, А. А. Глаголева, А. К. Тимирязев, А. Е. Успенский и др. Так в Московском физическом обществе возник прочный союз между учеными старшего поколения и молодыми учеными, впоследствии возглавившими важнейшие направления советской физики.

Из списков сделанных докладов видно, что в период 1916—1928 гг. на заседаниях общества было заслушано около 700 научных докладов о всех важнейших разделах физики XX в. и о ее связи с практическими нуждами нашей страны.

«Если просмотреть ряды советских ученых наших дней, занимающих руководящее положение в науке, — писал С. И. Вавилов, — то среди них значительное большинство окажется принадлежащими к кадрам, подготовленным в первые революционные годы» [1].

[1] С. И. Вавилов. Собр. соч., т. III. М. — Л., Изд-во АН СССР, 1956, стр. 311.

Великая Октябрьская социалистическая революция, осуществленная в России под руководством большевистской партии во главе с вождем международного пролетариата В. И. Лениным, открыла неограниченные возможности для прогресса общества и науки. Пролетарская революция в России поставила науку на службу всему человечеству, и в первые послереволюционные годы большой вклад в это дело принадлежал Московскому физическому обществу им. П. Н. Лебедева.

Д. Д. ГУЛО, А. Ф. КОНОНКОВ и А. Н. ОСИНОВСКИЙ

ИЗ ИСТОРИИ ОСНОВАНИЯ ГОСУДАРСТВЕННОГО

[redacted]

«Простые соотношения в спектре щелочных металлов». В мае 1915 г. Рождественский был избран профессором, а в октябре 1915 г. заведующим Физического института Петроградского университета. В 1915 г. он был избран председателем отделения физики, а в 1916 г. — прези-

[redacted]

ния и, вероятно, не знаете, что под этим странным видом кроется вопрос о посылке приветствия уволенным профессорам и приват-доцентам Московского университета по физике. Уже давно возникла мысль среди многих членов, что подобное приветствие совершенно необходимо, что молчание отделения в этом случае позорно.

Но несмотря на то, что приветствие составлено в самых осторожных выражениях и для придания ему большего веса отредактировано так, что в нем никак нельзя усмотреть прямого осуждения изгнавших, все попытки членов отделения (и очень многих) поставить этот вопрос на обсуждение в заседании до сих пор разбивались о самую незаконную обструкцию совета. Сегодня, как вы видите, вопрос этот стоит последним на повестке, и кроме того нам известно, что председатель (Егоров) будет всеми способами стараться замазать его и отложить (за поздним временем) до следующего заседания. Не сочтете ли Вы возможным придти сегодня на заседание и поддержать нас. Было бы обидно, если бы приветствие не было принято подавляющим большинством голосов» [1].

Заметим, что Рождественский был одним из первых ученых друзей, поддержавших Н. А. Морозова после освобождения его из Шлиссельбургской крепости, как писал об этом сам Н. А. Морозов в письме Рождественскому [2].

С первых же дней победы Великой Октябрьской социалистической революции Д. С. Рождественский вместе с К. А. Тимирязевым. Н Е. Жуковским, В. Л. Комаровым, А. Н. Северцовым, П. П. Лазаревым, В. А. Стекловым и другими учеными посвятил свою жизнь и деятельность служению народу и Советской власти.

В апреле 1918 г. Рождественский организовал оптотехнический отдел при Комиссии естественных производительных сил (КЕПС) российской Академии наук. Этот отдел включал коллегию по оптотехнике, вычислительное бюро и экспериментальную мастерскую.

В декабре 1918 г. Рождественский организовал Государственный оптический институт (ГОИ), директором которого он был с момента основания до 1932 г., а до 1938 г. он руководил научным сектором института.

О роли Д. С. Рождественского в организации ГОИ С. И. Вавилов писал:

«До Октябрьской революции Д. С. Рождественский в физическом институте Петроградского университета много лет успешно занимался интересным, но очень далеким от практики вопросом о дисперсии света в парах металлов. Это явление связано с вопросами строения атома, но само по себе не давало технических результатов. С первых же месяцев революции работы Д. С. Рождественского стали, однако, центром, вокруг которого вырос Государственный оптический институт, объединивший в своих стенах исследования по всем главнейшим вопросам технической оптики и вместе с тем теории света. Деятельность этого института способствовала быстрому развитию нашей оптико-механической промышленности, которая немало облегчила в годы Великой Отечественной войны работу советской артиллерии, авиации, Военно-Морского флота. Правильное чутье подлинного ученого, получившего от молодой Советской власти новые задания, позволило Д. С. Рождественскому должным образом соединить теоретическую мысль с

---

[1] Архив АН СССР (Московское отделение), ф. 543, оп. 4, № 1564, л. 1.

[2] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, № 31, л. 1.

практикой и дать хороший пример настоящей, широкой, советской научной работы, имеющей теоретическую вершину и технические корни»[1].

В период работы в ГОИ (1918—1938) расцвел в полной мере блестящий организаторский и педагогический талант Д. С. Рождественского. В эти годы он создал большую школу советских физиков-теоретиков и физиков-оптиков, из которой вышли В. А. Фок, А. Н. Теренин, А. А. Лебедев, С. Э. Фриш, Е. Ф. Гросс, В. К. Прокофьев, А. Н. Филиппов, В. М. Чулановский и многие другие.

За выдающиеся заслуги в развитии научной и технической оптики Д. С. Рождественский был избран в 1925 г. членом-корреспондентом, а в 1929 г. — действительным членом АН СССР.

25 июня 1940 г. Д. С. Рождественский трагически погиб в расцвете творческих сил.

Акад. Д. С. Рождественский навсегда останется в истории советской физики как ученый-патриот, прославивший отечественную науку своими классическими исследованиями, как талантливый воспитатель многих поколений советских физиков, как ученый, стремившийся направить науку и производство на быстрейшее построение социализма в нашей стране[2].

Еще в апреле 1918 г. В. И. Ленин писал в своем «Наброске плана научно-технических работ»:

«Академии наук, начавшей систематическое изучение и обследование естественных производительных сил* России, следует немедленно дать от Высшего совета народного хозяйства поручение

образовать ряд комиссий из специалистов для возможно более быстрого составления плана реорганизации промышленности и экономического подъема России.

В этот план должно входить:

рациональное *размещение* промышленности в России с точки зрения близости сырья и возможности наименьшей потери труда при переходе от обработки сырья ко всем последовательным стадиям обработки полуфабрикатов вплоть до получения готового продукта.

Рациональное, с точки зрения новейшей наиболее крупной промышленности и особенно трестов, слияние и сосредоточение производства в немногих крупнейших предприятиях.

Наибольшее обеспечение теперешней Российской Советской республике (без Украины и без занятых немцами областей) возможности

---

[1] С. И. Вавилов. Собр. соч., т. III, стр. 611.

[2] Подробные данные о жизни и научной деятельности Д. С. Рождественского содержатся в статьях следующих авторов.

К. К. Баумгарт. Профессор университета Д. С. Рождественский — основатель ГОИ. «Тр. ГОИ», **24**, вып. 147—148, 1957.

К. К. Баумгарт. Академик Д. С. Рождественский. В кн.: «Отчет о деятельности Ленинградского государственного университета». Л., 1941.

К. К. Баумгарт. Д. С. Рождественский. УФН, **25**, 2, 1941.

К. К. Баумгарт. Академик Д. С. Рождественский. «Физика в школе», 1948, № 6.

С. И. Вавилов. Академик Д. С. Рождественский. ОМП, 1940, № 6—7.

С. И. Вавилов. Инициатор ГОИ — Д. С. Рождественский. ОМП, 1938, № 19

Т. П. Кравец. Памяти акад. Д. С. Рождественского. «Вестн. АН СССР», сер. физ., 1940, № 10.

С. Э. Фриш. Академик Д. С. Рождественский и ленинградская школа оптиков. «Вестн. ЛГУ», 1946, № 2.

С. Э. Фриш. Д. С. Рождественский (к 75-летию со дня рождения). УФН, **44**, 1951.

* Надо ускорить *издание* этих материалов из всех сил, послать об этом бумажку и в Комиссариат народного просвещения, и в союз типографских рабочих, и в Комиссариат труда.

самостоятельно снабдить себя *всеми* главнейшими видами сырья и промышленности.

Обращение особого внимания на электрификацию промышленности и транспорта и применение электричества к земледелию. Использование непервоклассных сортов топлива (торф, уголь худших сортов) для получения электрической энергии с наименьшими затратами на добычу и перевоз горючего.

Водные силы и ветряные двигатели вообще и в применении к земледелию»[1].

Этот «набросок» В. И. Ленина — документ большой исторической важности. Он содержит, как мы видим, конкретные указания о первых шагах социалистического строительства в России. В нем В. И. Ленин наметил также вкратце программу обширной деятельности российской Академии наук и научно-исследовательских учреждений страны на ближайшие годы. Он явился первым документом, написанным В. И. Лениным в адрес российской Академии наук. «Стоит только перечитать строки этого наказа, — писал акад. Г. М. Кржижановский, — чтобы видеть, как, по существу, здесь уже поставлены основные вехи грядущих фундаментальных работ и как много приходилось учиться работникам науки и техники у Ленина в области революционного преобразования всей нашей экономики и техники на основе общего генерального, научно продуманного плана»[2].

На этот призыв В. И. Ленина откликнулся и Д. С. Рождественский, в то время заведующий физическим институтом Петроградского университета и одновременно председатель отдела оптотехники Комиссии по изучению естественных производительных сил (КЕПС) при российской Академии наук.

Мы знаем, что первая империалистическая война обнаружила, в частности, большую технико-экономическую зависимость России от других капиталистических стран в области важнейших отраслей промышленности, в том числе и оптической промышленности. В России не было заводов для производства оптического стекла и оптических приборов. В Петрограде существовали только оптическая мастерская Обуховского завода и сборочные мастерские немцев Цейса и Герца, реквизированные в самом начале войны. Там по заграничным образцам и чертежам из импортного оптического стекла изготовлялись бинокли, артиллерийские панорамы, прицелы и другие приборы для военных целей. Еще имелись совсем небольшие заводы в Москве и одна мастерская в Киеве.

В середине 1915 г. возникла острая необходимость организации производства оптического стекла в России. В это время монополистом в его производстве, так же как и в производстве оптических приборов, была Германия. В Англии и Франции существовало лишь незначительное производство такого рода, а в России оно совершенно отсутствовало.

В конце 1915 г. к организации этого производства в России был привлечен Рождественский. Первоначально было решено создать цех оптического стекла на фарфоровом заводе в Петрограде (ныне фарфоровый завод им. М. В. Ломоносова). За организацию цеха оптического стекла взялись вместе с Рождественским будущие сотрудники ГОИ: И. В. Гребенщиков, А. И. Тудоровский, инженер Н. Н. Качалов, молодые университетские физики А. А. Лебедев, И. В. Обреимов, вычислители Е. Г. Яхонтов, Г. Г. Слюсарев и др.

---

[1] В И. Ленин. Собр. соч., изд. 4, т. 27, стр. 288—289.

[2] Г. М Кржижановский. Ленин и наука. «Природа», 1955, № 4, стр. 5.

Таким образом, в организации производства оптического стекла, а затем и оптических приборов в России основную роль сыграли Петроградский университет и Академия наук. Они же явились вскоре базой для создания Государственного оптического института[1]. Это произошло, когда в 1918 г. Д. С. Рождественский, воодушевленный призывом В. И. Ленина, с исключительной энергией взялся за организацию Государственного оптического института в Петрограде.

Это происходило в трудный период обороны молодой Советской республики от иностранных интервентов и внутренней контрреволюции. Но, несмотря на все трудности, Народный комиссариат просвящения по поручению В. И. Ленина много сделал в те годы для создания новых учебных и научных учреждений. В числе первых советских научных учреждений и был создан ГОИ.

15 декабря 1918 г. в здании Физического института Петроградского университета состоялось под председательством Д. С. Рождественского первое организационное заседание Ученого совета ГОИ. На нем присутствовали: А. А. Архангельский, А. П. Афанасьев, В. И. Блумбах, Е. Д. Бодареу, Н. Г. Егоров, В. С. Игнатовский, А. Ф. Иоффе, В. В. Каврайский, А. А. Мазинг, Н. А. Нарышкин, В. В. Никитин, И. В. Обреимов, Д. С. Рождественский, Д. В. Скобельцын, Г. Г. Слюсарев, А. И. Тудоровский, С. С. Тяжелов, О. Д. Хвольсон, В. М. Чулановский, Е. Г. Яхонтов. На этом заседании были обсуждены и утверждены документы об организации ГОИ, подготовленные Д. С. Рождественским. В числе обсужденных вопросов были следующие.

1. Доклад Д. С. Рождественского о возникновении идеи устройства ГОИ и составленная им по этому вопросу записка для представления в Народный комиссариат просвещения.

2. Сообщение Д. С. Рождественского о записке, направленной также в Народный комиссариат просвещения от имени консультантов оптического отдела Государственного фарфорового и стеклянного заводов Д. С. Рождественского и И. В. Гребенщикова, относительно завода оптического стекла и вообще о мерах, необходимых для поднятия производства оптического стекла.

3. Доклад Д. С. Рождественского о необходимости устройства завода для производства оптических приборов и о желательности передачи в ведение ГОИ завода, принадлежащего российскому Акционерному обществу механического и оптического производства, в то время национализированного.

4. Доклад Д. С. Рождественского о желательности приобретения для надобностей института здания конфетной фабрики, принадлежащей А. Н. Колесникову.

5. Смета расходов по оборудованию и организации ГОИ на первое полугодие 1919 г.

6. Положение о ГОИ и предложенный список его личного состава.

7. О выборах директора ГОИ.

8. О выборе ученого секретаря совета ГОИ.

9. О назначении первого заседания коллегии ГОИ.

На этом заседании на первом плане была докладная записка «В Комиссариат народного просвещения»[2]. «Научные задачи, — говорилось в докладной, — которые ставятся оптике как экспериментальной, так и теоретической, за последнее время получили чрезвычайно широ-

[1] Архив ГОИ, ед. хр. № 2. Общий отдел. Материалы об организации ГОИ. 1918.

[2] См. Д. С. Рождественский. Записка об оптическом стекле. «Тр. ГОИ», 8, вып. 84, 1932.

кое развитие. Вместе с тем методы оптического исследования достигли такой тонкости и разнообразия, применение их требует таких широких средств, что отдельные лаборатории, в большинстве случаев университетские, т. е. очень скромные, не в состоянии охватить не только все оптические задачи целиком, но не могут даже планомерно и целесообразно вести разработку отдельных вопросов. Достаточно вспомнить, как разбросаны были работы по установлению интерференционных нормалей длин волн спектральных линий по различным лабораториям Франции, Англии, Германии и Америки, чтобы бросилась в глаза непропорциональность траты человеческой энергии в планомерной работе. Колоссальный материал, собранный по поглощению света органическими соединениями, на 3/4 непригодный, представляет другой пример.

В области очень коротких ультрафиолетовых волн, несмотря на исключительную важность разработки ее, мы видим только частичные попытки двух исследователей — Шумана и Лаймана, так как задача эта под силу лишь целой организации. Государственная помощь при большой планомерной организации оптических исследований является таким образом необходимой.

Наряду с чисто научными вопросами встает целый ряд технических вопросов изготовления оптических стекол и оптических инструментов, который имеет большую важность в науке (телескопы, микроскопы и т. д.), в технике (бинокли, стереотрубы и т. д.), в преподавании (спектроскопы и другие учебные приборы) и вообще в оптической промышленности. Решение этих вопросов требует углубленного изучения специалистами оптотехниками и неизменно связано с чисто научной оптикой и лабораторной работой. Опыт экспериментальной оптической мастерской показывает, как быстро можно справляться с задачей изготовления тонких оптических инструментов при научной постановке вопроса.

Оптическая техника также должна разрабатываться при научной организации, и обе эти отрасли оптики взаимно поддерживают и усиливают друг друга. В Германии вопрос о больших организациях был решен сначала Karl—Zeiss—Stiftung, соединяющий производство приборов оптического стекла с чисто научной постановкой вопросов, например по ультрамикроскопии. Во Франции образовался оптический институт, в Америке при Bureau of Standards широко оборудованное оптическое отделение ведет и чисто научные и технические вопросы.

Всюду мы видим широкие оптические организации, которых в России не имеется. При скромных средствах университетских физических лабораторий, при слабом развитии оптической промышленности в России централизация работников по оптике при государственной широкой поддержке необходима и для чисто научных задач и для правильного направления и подъема деятельности оптической техники и промышленности. Необходим Оптический институт» [1].

В этой записке сформулированы основные задачи ГОИ на ближайший период его деятельности.

Советское правительство поддержало инициативу Рождественского, и 6 мая 1919 г. нарком просвещения А. В. Луначарский и заведующий Петроградским отделом науки М. П. Кристи подписали постановление об учреждении ГОИ.

Мы уже писали выше, что в 1918 г. был организован при КЕПС оптотехнический отдел. Его вычислительное бюро в 1918 г. уже рас-

---

[1] Архив ГОИ, ед. хр. № 2, лл. 5 и 5 об.

считало высокого качества призматический бинокль и некоторые геодезические инструменты. В конце 1918 г. совет КЕПС постановил включить это бюро в состав ГОИ.

В связи с тем, что в физико-техническом отделе Петроградского рентгенологического института также велись работы по оптике под руководством Д. С. Рождественского, было предложено объединить ученые советы этих институтов, а также ввести в их состав представителей ученых советов Высшего института фотографии и фототехники и Комиссии естественных производительных сил России (КЕПС). Так в состав ученого совета ГОИ вошли все наиболее активные физики-оптики Петрограда.

На первом годовом собрании ГОИ в 1919 г. Д. С. Рождественский сказал[1]: «С отрадным и гордым чувством мы всегда будем возвращаться к мысли, что восприемницей Оптического института была Академия наук. В мае прошлого 1918 года собственно зародился Оптический институт и первые шаги свои делал под радушным покровом Комиссии естественных производительных сил России. Ей он обязан первой помощью в первых еще скромных начинаниях, организации оптической мастерской, расширении деятельности вычислительного бюро...

... Оглядываясь на минувший год, мы с глубокой благодарностью вспоминаем о той поддержке, какой обязаны Петроградскому университету. В его Физическом институте зародилась наша деятельность и протекал первый год работы. Несомненно и в будущем работы Оптического и Физического институтов будут неразрывно связаны. Из университета мы черпаем свежие силы, молодых начинающих сотрудников, из университета черпаем ту общую науку, которая, как я говорил выше, нам нужна, как воздух...

Мы выслушали отчет за первый год деятельности Оптического института и можем с искренним убеждением сказать, что за этот год нами много сделано. Несмотря на тяжелые внешние условия, все наши сотрудники были одушевлены одной общей идеей создания Оптического института, того учреждения нового типа, в котором неразрывно связывались бы научная и техническая задачи. Тесное сотрудничество технических и чисто научных отделов института открывает как для техники, так и для самого отвлеченного научного эксперимента такие возможности, о которых нам, университетским работникам, не приходилось и мечтать. В экспериментальной оптической мастерской, в вычислительном бюро, в механической мастерской мы в настоящее время имеем научных работников, которые ведут во всеоружии знания к усовершенствованию технических инструментов, к анализу методов производства. С другой стороны, эти же технические органы нам дают приборы высокого совершенства для научных изысканий. Работа всех сотрудников вместе — мастера и ученого — составляет одно органическое целое: оторвать ту или другую часть, науку или технику, значит омертвить обе...

---

[1] Вот почему попытка А. Ф. Иоффе приписать Рентгенологическому и радиологическому институту роль участника организации ГОИ вызвала возражение со стороны Д. С. Рождественского. В примечании к статье «Судьбы оптики в СССР» («XV лет ГОИ». М.—Л., ОНТИ, 1934, стр. 28) он писал: «Сотрудники ГОИ с удивлением узнали из статьи А. Ф. Иоффе «Техническая революция и есть наша главная задача (Физико-технический институт за 15 лет)» в «Ленинградской правде» № 20 от 22/IX 1933 г., что Д. Рождественский и А. Анри в составе Рентгенологического института основали Оптический отдел. Это неверно. Как указано в тексте, Оптический институт был основан из Оптического отдела КЕПС и организационно с Рентгенологическим институтом никогда связан не был».

... Все это мы могли осуществить только благодаря энергичной поддержке Комиссариата народного просвещения. Он пошел навстречу идее научно-технического учреждения не только большими, подчас выходящими из всякой нормы средствами, но и активным содействием, в котором фактическое осуществление ставилось всегда выше формы, буква закона преступалась, если от этого выигрывало дело. Мы должны принести благодарность Комиссариату за то, что он дал нам возможность в короткий срок увидеть воплощение дорогой для нас мысли»[1].

В заключение мы можем с полным правом сказать, что уже в первое десятилетие Советской власти наука и производство были соединены и поставлены на службу народу и государству. По призыву великого Ленина наиболее передовые ученые стали активными организаторами советской науки и социалистического производства. В первые же годы революции был создан ГОИ, правильное руководство которым помогло разрешить научные вопросы, относящиеся к рационализации технологических процессов производства оптического стекла (отжиг, мешка, прессование), способов нахождения оптических постоянных (быстрые методы нахождения показателя преломления, дисперсии, определение их с большой степенью точности), намечены пути исправления брака (неконстантности оптических постоянных, методов отжига и исправления шихты во время варки, свилеватости стекла), созданы методы отбраковки стекла, расширен ассортимент стекол путем создания диаграмм состав—свойство, сконструирован ряд оригинальных приборов, применяемых в заводских лабораториях и в производстве.

Советская наука и техника выдержали суровое испытание в годы Великой Отечественной войны. За заслуги перед Родиной в годы войны Государственный оптический институт был награжден орденом Ленина.

«Советская техническая физика, — писал С. И. Вавилов, — обязанная своим появлением В. И. Ленину, с честью выдержала суровые испытания войны. Следы этой физики всюду: на самолете, танке, на подводной лодке и линкоре, в артиллерии, в руках нашего радиста. дальномерщика, в ухищрениях маскировки. Дальновидное объединение теоретических высот с конкретными техническими задачами, неуклонно проводившееся в советских физических институтах, в полной мере оправдало себя в пережитые грозные годы. У Ленина, объединяющего в себе абстрактные высоты диалектической философии с каждодневной практикой революционной борьбы, советский ученый научился не отделять свои теоретические стремления от задач жизни Советского государства. Это был один из важных факторов, определивших нашу стойкость и наши победы»[2].

---

[1] Д. С. Рождественский. «Тр. ГОИ», 1920, 1, вып. 6, стр. 2.
[2] С И. Вавилов. Собр. соч., т. III, стр. 84.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Положение о Государственном оптическом институте[1]

1. Государственный оптический институт имеет своей задачей:
   - а) научное исследование всех вопросов, касающихся лучистой энергии, и в особенности тех, которые относятся к области инфракрасных, видимых и ультрафиолетовых лучей;
   - б) научное исследование производства и свойства оптического стекла;
   - в) содействие оптической промышленности в России организацией вычислительного бюро и экспериментальной оптической мастерской;
   - г) распространение оптических знаний среди специалистов и в широких массах путем лекций, курсов, устройства музея, создания журнала, книг, брошюр и т. д.

2. Институт имеет право приглашать в число сотрудников как российских граждан, так и иностранцев, основывать свои отделения, заводы, лаборатории, музеи, библиотеки, созывать съезды, создавать комиссии, устраивать публичные собрания, лекции и диспуты, печатать научные труды, снаряжать экспедиции и принимать все нужные для успешной деятельности мероприятия.

3. Институт пользуется правами юридического лица.

4. Институт имеет право получать беспошлинно из-за границы все необходимые для его деятельности предметы.

5. Институт состоит в ведении Комиссариата народного просвещения, коему представляет ежегодно: а) отчет о своей деятельности, б) подробные сметные предложения для дальнейшего направления в установленном порядке.

6. Институт имеет печать с своим наименованием.

7. Институт разделяется на: а) отдел научный, б) отдел технический.

8. Научный отдел занимается исключительно научными задачами и разбивается на отделения согласно постановлениям коллегии института.

9. Технический отдел состоит из учреждений: а) вычислительного бюро, б) экспериментальной оптической мастерской, в) механической мастерской.

10. В состав отделов входят заведующие отделениями научного отдела, научные члены совета, заведующие крупными установками, заведующие учреждениями, технического отдела, старшие физики, физики, вычислители, практиканты и лаборанты при мастерских.

11. Управление и руководство деятельностью института принадлежит коллегии института, в которую входят директор, заведующие отделениями, заведующие крупными установками научного отдела, заведующие учреждениями технического отдела и члены научного совета.

12. Научный совет института состоит: а) из всех лиц, наименованных в п. 10, б) из представителей учреждений, вошедших в ассоциацию с институтом.

13. Совет обсуждает все научные и технические вопросы, возникающие в институте, и избирает членов института.

14. Практиканты и лаборанты при мастерских пользуются правом совещательного голоса.

15. Члены коллегии избираются советом сроком на 5 лет из числа лиц, известных своими научными трудами или иными работами по своей специальности, и утверждаются коллегией.

16. Директор института созывает заседание коллегии совета, представляет на утверждение коллегии членов ее, избираемых советом, организует управление институтом в хозяйственном и административном отношениях согласно постановлениям коллегии.

17. Входящие в состав института работники представляют в коллегию отчет в

[1] Архив ГОИ, ед. хр. № 2. Общий отдел. Материалы об организации ГОИ (проект Положения, докладные и пояснительные записки), лл. 14 и 15 с об., 1918.

установленные коллегией сроки. В случае непредставления отчета или признания отчета неудовлетворительным коллегия может устранить такое лицо из состава института.

18. Совет института входит в тесное научное единение с физико-техническим отделом Рентгеновского и радиологического института и имеет совместные заседания с советом последнего не менее одного раза в месяц.

19. Оба эти учреждения устанавливают план работы в соприкасающихся областях. Некоторые измерительные центральные установки устраиваются для общего пользования в соответствующих учреждениях.

20. Средства института состоят (1) из штатных сумм, отпускаемых государственным казначейством и испрашиваемых в обычном сметном порядке через Комиссариат народного просвещения, 2) из специальных сумм: а) сумм, полученных за научную экспертизу и за научные и технические работы, выполняемые для других учреждений; б) сумм, полученных за изготовление различных приборов и препаратов; в) сумм. полученных в дар со стороны разных лиц и учреждений.

ИЗ ОТЧЕТА О ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ГОСУДАРСТВЕННОГО ОПТИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

за первый год его существования [1]

15 декабря 1918 г. состоялось первое организационное заседание совета ГОИ, на котором были приняты положения о Г. О. институте и записка о целях и задачах его, и были произведены выборы должностных лиц. Таким образом, прошел год с момента возникновения института, и настало время представить отчет о выполнении на деле основных положений записки о целях и задачах ГОИ. Естественно, в истекшем году в институте большую роль играли работы организационного характера, что видно будет из дальнейшего.

Разделы отчета

1. Отчет о деятельности Научного и Технического отделов Государственного оптического института.
2. Помещение Государственного оптического института.
3. Учреждение института, органы института, личный состав, сношения с другими учреждениями.
4. Бюджет и сметы.

I. Отчет о деятельности Научного и Технического отделов Государственного оптического института

а) Научный отдел

Организаторами отдела являются:

1) Директор ГОИ — Д. С. Рождественский.

2) Заведующий отделом инфракрасной части спектра — В. А. Анри.

3) Заведующий отделом крайней ультрафиолетовой части спектра — В. К. Фредерикс.

В Научном отделе производятся и отчасти закончены следующие работы:

1) А. А. Архангельский. Фотографирование спектра поглощения паров иода и брома (доложено на съезде физиков в Петрограде 4—7 февраля 1919 г.).

2) К. К. Баумгардт и А. А. Мазинг. Сплошной ультрафиолетовый спектр по методу В. А. Анри (доложено на съезде физиков).

3) Е. Д. Бодарeу. Об абсолютном значении керровой постоянной (доложено на съезде физиков).

4) Л. Н. Гассовский. Расчеты спектральных серий.

5) И. В. Гребенщиков и М. А. Юрьев. Изготовление фосфоресцирующей цинковой обманки.

6) В. С. Игнатовский. Связь между геометрической и волновой оптикой и дифракция ремецентрического пучка (напечатано в «Трудах ГОИ»).

7) В. С. Игнатовский. Дифракция объектива при любом отверстии (напечатано в «Трудах ГОИ»).

8) В. С. Игнатовский. Точное решение одного вопроса из теории дифракции.

9) В. С. Игнатовский. Задача из теории дифракции.

10) А. Н. Захарьевский (работа передана А. Н. Теренину). Очувствление пластинок к ближайшей инфракрасной области.

---

[1] Архив ГОИ, ед. хр 4 [7].

11) В. В. Каврайский. Новые типы полярископов (доложено на съезде физиков)

12) В. В. Каврайский. Проект прибора для ориентировки, совершенно неориентированных кусков кварца перед распилкой.

[redacted]

15) А. А. Мазинг. Изготовление шумановских пластинок.

16) Н. А. Нарышкин. О работах Гюттена по электрическому явлению Керра (доложено на съезде физиков).

17) Д. С. Рождественский. Широкие полосы поглощения (доложено на съезде физиков, сдано в печать).

18) Д. С. Рождественский. Спектр ртути (доложено на съезде физиков, сдано в печать). На основании этой работы предположено исследовать аномальную дисперсию паров ртути в инфракрасной и крайней ультрафиолетовой частях спектра.

19) Д. С. Рождественский. Анализ короткого импульса (сдано в печать).

20) Д. С. Рождественский. Станок для изготовления кристаллических моделей и резки кристаллов.

21) Д. С. Рождественский. Прибор для решения кристаллов.

22) Д. С. Рождественский. Теория спектральных серий. Магнитное происхождение дублетов. Сложные явления Зеемана и явления Пашена и Втка.

23) В. К. Фредерикс. Флюоритовый спектрограф для крайней ультрафиолетовой части спектра.

24) В. К. Фредерикс. Большой спектрограф для исследований в шумановской области.

25) В. М. Чулановский. Спектр поглощения атома водорода.

26) И. А. Шошин Источник света для крайней ультрафиолетовой части спектра.

27) Е. Ф. Юдин. Устройство эвакуации для исследований в шумановской области.

Главные задачи Научного отдела в данный момент

1. Исследование дисперсий и поглощения (главным образом в ультракрасной и ультрафиолетовой частях спектра) в связи с вопросом о строении атомов и молекул.
2. Исследование теоретическое и экспериментальное сериального строения спектров и выводы, делаемые из этого изучения для внутренних колец атомов и для внешних валентных электродов.
3. Постройка инструментов и вспомогательных частей для этих исследований (вакуум-спектрографы, мощные источники света, шумановские пластинки, приборы по кристаллооптике и т. п.).

Химический отдел имеет задачей приготовление необходимых веществ. Получаемый теперь фосфоресцирующий сернистый цинк нужен для изучения инфракрасной части спектра по методу тушения фосфоресценции.

б) Технический отдел

Организаторами отдела являются:

1) Заведующий отделом геометрической оптики, старший физик А. И Тудоровский.

2) Заведующий экспериментально-оптической мастерской, старший физик А. П. Афанасьев.

3) Заведующий механической мастерской, старший физик С. С. Тяжелов

1. Отдел геометрической оптики

В отделе геометрической оптики имеется вполне налаженное вычислительное бюро, работающее в составе одиннадцати сотрудников. Бюро это обслуживает надобности Государственного завода оптического стекла. Работы, выполняемые в отчетном году, представляются в следующем виде.

Вычислена оптика геодезических инструментов для оптико-механического отдела Обуховского завода (6 зрительных труб с окулярами Рамслена для нивелира с кипрегелем, 3 зрительные трубы с окулярами Кельмера для геодезических приборов). Далее вычислена оптика для нивелирной трубы завода Таубера в Москве. Для завода мореходных инструментов вычислен бинокль четырехкратного увеличения. Рассчитано 5 окуляров и объективов малого и среднего увеличения для школьного микроскопа. Эта задача была главной в текущем году, исследовались и получены новые методы подсчета.

2. Экспериментальная оптическая мастерская

Деятельность экспериментальной оптической мастерской представляется в следующем виде.

Физик оптической мастерской И. В. Обреимов выполнил следующие научные работы:

1) И. В. Обреимов. Метод измерения малых разностей показателя преломления на неотшлифованных обломках стекла (доложено на съезде физиков, напечатано в «Трудах ГОИ»).

2) И В. Обреимов. Новый метод измерения показателя преломления тонкого стеклянного клина (доложено на съезде физиков).

3) И. В. Обреимов. Метод свилей Теплера (доложено на съезде физиков и сдано в печать).

В настоящее время И. В. Обреимов изучает явление оптического контакта с целью построения отражательного эшелона.

Старший физик В В. Кавpайский выполнил консультационную работу при обработке кристаллических материалов и исследований нормальных плоскостей

Мастерская изготовила для ГОИ и Физического института университета, а также по заказам других учреждений николи из русского кальцита, плоско-параллельные пластинки из стекла и флюорита, сферические зеркала, кварцевые клинья, кварцевые чечевицы, ориентированные кварцевые пластинки и призмы, столики из кварца, шарики из флюорита, вогнутые зеркальца для гальванометров и электрометров Все эти предметы изготовляются с точностью, не уступающей лучшим заграничным фирмам В числе заказов было выполнено соединение стеклянных призм и столбиков при помощи оптического контакта. Мастерская разработала способы изготовления плоско-параллельных пластинок диаметром до 7 *см* с точностью, превышающей $^1/_{10}$ длины волны В настоящее время мастерская изучает способы изготовления подобных пластинок больших размеров на автоматических станках. Кроме этого, мастерская разрабатывает способы быстрой шлифовки и оптической полировки стекол.

3 Механическая мастерская

Для механической мастерской ГОИ решено было воспользоваться помещением механической мастерской Физического института и объединить деятельность этих двух учреждений Организационная работа, совершенная при этом, очень велика Университетская мастерская, не обновлявшаяся 45 лет, заново оборудована станками и инструментами, обеспечена материалами для работы более чем на год. Приобретения представляли значительную трудность в современных условиях рынка.

За истекший год мастерская выполнила 166 работ по заказам ГОИ и физического института университета (некоторые из них: части флюоританового интерферометра. части флюоритового спектрографа, прибор для алюминиевой искры).

Часть сотрудников ГОИ откомандировалась на Государственный завод оптического стекла и работала там в лаборатории плавки и отжига стекла.

в) О лаборантах при мастерских

Среди научных сотрудников Оптического института имеется особая группа лиц (лаборанты при мастерских), в настоящее время их 13. Эта группа комплектуется из молодых студентов I курса, успешно работающих, обнаруживших интерес к физике и обративших на себя внимание. Цель учреждения должности лаборанта была следующая.

Число физиков до войны было крайне невелико, война с непрерывными мобилизациями совершенно пресекла приток свежих сил, а из ранее приступивших к научным занятиям выбывали многие. Институт лаборантов при мастерских является мерой борьбы с этим угрожающим бедствием. Молодые люди, обнаружившие способность к научным занятиям, получают материальную поддержку, дающую им возможность сосредоточенно заниматься наукой. Вместе с тем они получают ускоренное и усиленное обучение; занятия их в очень большой степени индивидуализируются и поставлены под постоянный контроль. Занятия не прерываются каникулами и, сверх того, на лаборантов возлагаются различные поручения по работам в Оптическом институте Благодаря подбору учащихся и ускоренному прохождению курсов есть основание надеяться, что в полтора-два года удастся подготовить для Оптического института новых работоспособных сотрудников и, главное, дать правильное и быстрое научное развитие лицам, подающим надежды.

г) О библиотеке

Библиотека ГОИ находится в периоде возникновения. Имеется лектория для лаборантов при мастерских.

В настоящее время приступлено к организации фундаментальной библиотеки, в которую лектория должна войти как часть, но которая должна удовлетворять совсем другим заданиям.

Российская Академия наук, Морская академия, журнал Мироведения вступили с Оптическим институтом в обмен изданиями.

д) Издания Государственного оптического института

ГОИ издает «Труды Государственного оптического института» — издания, выходящие книжками с отдельной нумерацией, из которых каждая содержит одну или несколько статей одного автора. Несколько выпусков образуют том.

е) Сношения с другими учреждениями

1) Согласно своему положению (ст. 18 и 19) ГОИ входит в тесное научное единение с физико-техническим отделом Государственного рентгеновского и радиологического института и имеет с ним совместные заседания совета.

2) ГОИ принадлежит контрольное руководство Государственным заводом оптического стекла, выделенным в производственном и административном отношениях из Государственного фарфорового завода. Пожелание ГОИ, поддержанное съездом физиков, заключается в полном отделении Государственного завода оптического стекла от Государственного фарфорового завода и в передаче его в ведение Государственного оптического института.

В Комиссариат народного просвещения
Организация Государственного оптического института [1]

. Оптический институт ставит себе следующие 5 главных научных задач.

1. Центральные спектрографические установки в России, которыми могли бы пользоваться все заинтересованные лица: химики, минералоги, радиологи и т. д.
2. Систематическое изучение спектров поглощения, в особенности в ультрафиолетовой и инфракрасной областях, при помощи регистрирующих фотометров. Задача эта имеет особенную важность в химии, и, пользуясь центральной установкой автоматического фотометрирования спектров, физики в сотрудничестве с химиками могли бы значительно подвинуть вперед исследование строения молекул по сравнению с разрозненными попытками, производившимися до сих пор.
3. Связанное с предыдущим, систематическое исследование дисперсии как призматическими, так и интерферометрическими методами, жидких и газообразных тел.
4. Аналогичное планомерное изучение оптических свойств кристаллов.
5. Широкая постановка вопроса об изучении области коротких ультрафиолетовых лучей, области, в которой намечается разрешение вопроса о строении атомов и молекул. Сложность относящихся сюда работ (приходится все время работать при высоком вакууме) не дает возможности отдельным лабораториям в малых размерах осуществить эту задачу.

Технические задачи Оптического института заключаются в следующем:

1) Расчет оптических систем и приборов для русских заводов, которые не могут справиться с этой задачей.
2) Исследование и проверка оптических инструментов.
3) Музей всевозможных оптических инструментов как типов изготовления.
4) Изготовление особенно тонких препаратов из стекла.
5) Изготовление препаратов из минералов (кварц, кальцит, флюфит и др.).
6) Разработка методов шлифовки, материала для шлифовки и т. д.
7) Конструкция особенно тонких и точных приборов в механической мастерской (интерферометр, спектрографы и т. д.).
8) Конструкция делительной машины для дифракционных решеток.
9) Исследование однородности стекла и выработка методов плавки и отжига для получения более однородного стекла...

Записка консультантов
государственных фарфорового и стеклянного заводов
по вопросу о выделении завода Оптического стекла [2]

В 1915 г. при государственных фарфоровом и стеклянном заводах возник отдел оптического стекла. Это случилось в тот момент, когда Россия, лишенная оптического стекла, оказалась также лишенной оптических инструментов как для военных целей, так и для научных и учебных. Трудное дело выработки оптического стекла наладилось не сразу, но при помощи английской фирмы братьев Чансов и при содействии консультантов завода после поездки в Англию И. В. Гребенщикова, который

[1] Архив ГОИ, ед. хр. 4 [3]. Выдержка из докладной в Комиссариат народного просвещения.

[2] Архив ГОИ, ед. хр. 4[3] Докладные записки профессоров Д. С. Рождественского и И В Гребенщикова

был поставлен во главе отдела оптического стекла и ныне состоит консультантом завода, удалось все-таки в 1916 г дать оптическим заводам значительное количество стекла, вполне пригодного для технических инструментов. Во главе завода стоял тогда фактически инженер Н. Н. Качалов, консультантами были проф. Н. А. Пушин (химик), проф. Д. С. Рождественский (физик) и проф. В. Е. Грум-Гржимайло (специалист по печам). К середине 1917 г. производство наладилось окончательно на малых печах конструкции проф. В. Е. Грум-Гржимайло, и в ближайшем будущем предполагался переход к крупным выплавкам в больших печах Сименса. Семь сортов стекла было разработано, отдел оптического стекла представлял из себя центральный пункт всего завода соответственно громадному государственному значению вопроса о выработке оптического стекла. Производство, казалось, должно было успешно развиваться далее.

События 1917 и 1918 гг. повлекли за собой прежде всего смену заводоуправления и падение всего производства до того, что в феврале 1918 г. работы были прекращены, опытный персонал рабочих разошелся. Лишь осенью 1918 г. начало возобновляться производство, но уже при совсем иных условиях. Эти новые условия ныне настолько неблагоприятны для дальнейшего ведения дела, не говоря уже о его развитии, что мы, нижеподписавшиеся, считаем своим долгом ученых консультантов завода обратить на это внимание Правительства и предлагаем меры для того, чтобы поставить на правильную почву в высшей степени важный вопрос о производстве оптического стекла, вопрос, от которого зависит будущность всей оптической промышленности страны.

Выплавка оптического стекла представляет из себя настолько тонкое производство, что требует прежде всего самого внимательного и компетентного отношения со стороны заводоуправления, а затем непосредственного научного наблюдения за различными сторонами вопросов. Если вопросы об однородности стекла, об отжиге его, о чистоте исходных продуктов, об опытных плавках не стоят на должной высоте, то может случиться, что будут выплавляться сотни килограммов стекла, не получая одного грамма годного для оптики. К сожалению, при нынешних условиях производство рискует попасть в такое положение.

Во-первых, соединение оптического стекла с фарфором гибельно отзывается на первом. Это не было так раньше, когда оптическое стекло представляло из себя центральный пункт внимания всего завода. Отсюда видно, что соединению двух производств фарфора и стекла, ничего общего между собой не имеющих, по историческим лишь причинам объединенных в одном заводоуправлении, должен быть положен конец. Правильное производство оптического стекла, не вредя в свою очередь остальным частям завода, станет на здоровую почву лишь тогда, когда оно будет совершенно отделено в особое, совершенно независимое предприятие, во главе которого будут находиться крупные технические силы.

Научный элемент должен играть, как это было фактически раньше, доминирующую роль на заводе, так как по справедливости вопрос об оптическом стекле можно назвать скорее научным, чем техническим, и с этой точки зрения завод вполне правильно находится в ведении Комиссариата народного просвещения. Ученые силы должны иметь не только консультативное, но решающее значение во всех главных вопросах. Все настояния консультантов в настоящее время в вопросах об отжиге стекла, об исходных материалах, об организации тех или иных приспособлений в конце концов фактически остаются без выполнения, и поэтому дело остановилось. Ясно, что заводоуправление должно быть поставлено под фактический и властный контроль ученой коллегии, ясно сознающей государственную важность производства стекла и определяющей планы и выполнение научных технических работ совместно с заводоуправлением. Поэтому мы считаем своим долгом предложить следующие меры:

1) Совершенно отделить производство оптического стекла в завод оптического стекла.

2) Передать этот завод в ведение Государственного оптического института, организуемого ныне при Комиссариате народного просвещения.

3) Во главе завода поставить ученую коллегию, состоящую прежде всего из членов Оптического института.

МИРОВОЕ НАУЧНОЕ ОТКРЫТИЕ[1]

Профессором Рождественским, директором советского петроградского Оптического института, открыто строение атомов

Наука в советской России

Наука в советской России занимает самое почетное место. Советская власть принимает все меры, чтобы наши ученые, поскольку они действительно занимаются научными вопросами, имели возможности посвящать все свои силы и знания науке. Для

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп 2, № 69, л. 5. Опубликовано в газете «Красная звезда», № 293, 21 декабря 1919 г.

[redacted]

этого отпускаются самым щедрым образом необходимые средства на содержание институтов, лабораторий, научных кабинетов и разных ученых учреждений.

Внимательное или вернее заботливое отношение советской власти к науке признают даже наши многочисленные враги, как внутренние, так и внешние Отношение это станет для всех еще более явным, когда все узнают, что в большевистском красном Питере сделано русским ученым громадной важности научное открытие.

Мировое открытие

При Петроградском университете существует Оптический институт, в котором ученые и их ученики производят разные исследования. Во главе института стоит проф Рождественский, которому удалось сделать крупное научное открытие в современной физике

Деление атомов

До сих пор считалось в науке, что атомы являются конечными составными частями физических тел, которые больше не раздробляются. Проф. Рождественским учение это опровергается Ему удалось открыть, что и атомы подвергаются дальнейшему делению.

Письмо проф. Рождественского

О своем научном открытии проф Рождественский прислал в петроградский отдел образования на имя тов. З Г. Гринберга следующее письмо:

«Должен вам сообщить, что в Оптическом институте, которому так покровительствует комиссариат просвещения, за последний месяц было сделано важное научное открытие, которое должно повлиять как на судьбу и дальнейшее развитие Оптического института, с одной стороны, так и на будущее развитие науки о строении атома и спектрального анализа».

Далее в письме указывается, что результатом открытия является то, что строение всех атомов становится известным. Значение этого открытия громадное. «Ведь это, — говорит проф Рождественский, — конечная цель, к которой стремились современные физики Для выяснения строения других более сложных атомов должна быть проделана громадная математическая и вычислительная работа. В России мы должны сделать это скорее, чтобы это открытие не вырвали из наших рук гораздо более многочисленные заграничные коллеги и чтобы русские ученые, поставленные в современные тяжелые условия, не лишились заслуженной славы»

Проф. Рождественский предлагает поэтому учредить при Оптическом институте особую комиссию из математиков, астрономов и физиков теоретиков.

Радио

Так как открытие, сделанное проф. Рождественским, имеет мировое значение, петроградский отдел образования решил обратиться к исполнительному комитету Петроградского Совета рабочих и красноармейских депутатов с предложением сообщить о важном научном открытии по радио в голландскую академию наук на имя знаменитого мирового ученого Лоренца и известного физика Эренфеста.

Образование комиссии

Предложение же проф Рождественского об образовании особой комиссии из ученых будет осуществлено отделом образования в самом непродолжительном времени

ОТКРЫТИЕ ПРОФЕССОРА Д. С РОЖДЕСТВЕНСКОГО[1]

Самая заветная, притягательная и важная проблема современной психики — это узнать, что такое атом.

Как построены атомы тех 92 элементов, которые в стройной, периодической системе расположены по химическим свойствам творческим гением Д. И. Менделеева? Каковы силы, действующие внутри атомов и между атомами? Какие силы заставляют связываться отдельные атомы в молекулы, а также определяют взаимодействие самих молекул?

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 2, № 69, л. 7. Опубликовано в газете «Известия», № 21 (868), 31 января 1920 г.

Если узнать эти силы, то можно предсказать, вычислить движения, которые происходят в природе в результате игры атомно-молекулярных сил. Отправной пункт — это знание устройства 92 атомов.

Большой шаг вперед сделан недавно в этом смысле исследованиями проф. Рождественского, директора Оптического института в Петрограде. Стало известно строение одного из самых простых атомов — лития; путь для исследования других атомов таким образом открыт. Спектральный анализ, который дал знание химического состава Солнца, открыл теперь путь к познанию строения атомов.

Уже ранее англ. ученый Розерфорд доказал, что атомы состоят из тяжелого положительного ядра и невесомых электронов с отрицательным зарядом. У простейшего атома — водорода — всего один электрон, у третьего по порядку, лития, — 3, у 92-го (урана) их целая туча — 92 электрона! Электроны носятся кругом ядра, как планеты кругом Солнца.

Вслед за Розерфордом датский ученый Бор дал такую картину строения атома: тучи электронов собираются круговыми кольцами, по 8—10 в кольце, и с громадной быстротой носятся по этим кольцам. Благодаря наблюдениям он вычислил эти круги, а по ним и спектральные линии для одного электрона в атоме водорода.

Наконец, немецкий ученый Зоммерфельд доказал, что возможно движение единственного электрона — водорода — не только по кругам, но и по самым разнообразным вытянутым орбитам.

Но задача вычисления становилась слишком сложной даже при 2-х электронах, носящихся около ядра, и казалось, что через эту сложность нельзя было перешагнуть к познанию атома.

Этот важный шаг суждено было сделать русскому ученому, и притом в такое время, когда ученые в России изолированы от своих коллег на Западе.

Доказано, во-первых, какие возможны орбиты для внешних электронов.

Во-вторых, для некоторых атомов точно открыты эти орбиты.

Наконец, доказано, что не только электрические, но и магнитные силы управляют движениями электронов внутри атомов.

Вот как, например, построены атомы лития: два электрона на узком круге бешено крутятся около ядра, третий, химический электрон, крутится в десятки раз медленнее по вытянутой орбите, удаляясь от ядра и вновь подходя к нему. Сама же орбита под действием магнитных сил тоже правильно вращается кругом ядра.

Картина определилась с убедительностью во всей невероятной сложности. Воспроизвести эту картину для всех атомов не под силу одному человеку. Русские физики и астрономы (ибо дело здесь идет о планетарном движении), механики должны принять участие в анализе всех более сложных атомов. Годы нужны для полного решения задачи в ее целом, но как решать ее — отныне вполне ясно.

При Оптическом институте предполагается образовать атомную комиссию из целого ряда ученых. При комиссии будет специальное вычислительное бюро. Уже теперь, когда граница еще закрыта, русские ученые должны как можно дальше продвинуться в решении поставленной задачи. Слишком важно для России, чтобы на Западе знали, что творческие силы страны не исчезли, несмотря на разруху, вызванную войной, на голод, холод, блокаду и т. д. Периодическая система элементов родилась в России. Пусть же в России будет разработана и ее теоретическая основа.

К открытию профессора Рождественского[1]

Проф. Рождественскому, сделавшему мировое научное открытие, касающееся строения атомов, предоставлены Петроградским отделом образования средства на научное обоснование своего открытия.

При петроградском Оптическом институте начнет на днях работать ученая комиссия из трех астрономов, трех математиков, трех физиков-теоретиков и десяти ученых вычислителей. Всеми работами будет руководить проф. Рождественский. На оплату труда ученых отпускается аванс в 1 104 000 руб.

Так как работа членов комиссии является довольно напряженной, то возбуждается вопрос о выдаче всем этим ученым особого пайка.

Срочно заканчивается подробное научное описание нового научного открытия, которое будет выпущено на французском языке для ознакомления заграничных ученых с открытием, сделанным в Советской России.

---

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 2, ед. хр. 69, л. 6. Опубликовано в отделе хроники «Красной газеты», № 295, 24 декабря 1919 г.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

И. П. БАЗАРОВ

О ПАРАДОКСЕ ЭЙНШТЕЙНА, ПОДОЛЬСКОГО И РОЗЕНА В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Интерпретация квантовой механики есть выяснение отношения ее законов и понятий к объективной действительности, т. е. теоретическое объяснение лежащих в ее основе экспериментальных фактов.

Одним из главных таких фактов является корпускулярно-волновой дуализм микрочастиц.

Нетрудно видеть, что этот факт находит свое объяснение в противоречивой природе движения всякого материального объекта [1]. Действительно, вследствие нетраекторного движения, выражающего эту противоречивую природу, поведение движущегося объекта (который в каждый момент находится «здесь» в то же время «не здесь») при прохождении через дифракционную решетку зависит, как показано в [1], от периода решетки, т. е. имеет место дифракция микрообъекта (волновое свойство); когда же объект попадает на экран, т. е. перестает двигаться и, следовательно, начинает находиться только «здесь», он обнаруживает корпускулярную природу. Из этого рассмотрения также видно, что переход от покоя к движению (относительно данной системы отсчета) имеет качественно скачкообразный характер при сколь угодно малой начальной скорости: из положения только «здесь» в состоянии покоя объект переходит в состояние «здесь» и одновременно «не здесь» при начале движения. Классическая механика не учитывает этого скачка, поэтому ее представление о движении тел по траектории, когда тело находится в каждый момент только «здесь», как и в случае покоя, является метафизическим, оторванным от действительной природы движения.

При изучении движения больших масс такое представление не приводит к конфликту с опытом вследствие малости отклонения реального движения от траекторного. Когда же мы переходим к рассмотрению движения микрочастиц, то представление классической механики о движении вступает в резкое противоречие с действительной природой их движения. Незаконное (с точки зрения реальной природы движения) рассмотрение движения микрочастиц из тех же представлений о движении, которые хорошо отражают действительность в случае макротел, может привести — и действительно приводит некоторых ученых — к отрицанию онтологии материализма (см. [2]), утверждению беспричинности, концепции движения микрочастиц вне пространства и времени (см. [3], стр. 51) и т. д.

Привычка к классическому (траекторному) представлению о материальном движении приводит, с другой стороны, к трудности понимания ряда квантовых явлений, к парадоксам и выводу о якобы обнаруживаемой неполноте квантовой механики. В действительности же такие явления парадоксальны лишь с точки зрения метафизического представления о движении классической механики и не являются неожиданными для квантовой механики, преодолевшей это ограниченное представление о движении.

Основываясь на работе [1], мы обсудим здесь один из наиболее выразительных парадоксов, который был указан А. Эйнштейном, Б. Подольским и Н. Розеном и который привел к дискуссии между Эйнштейном и его соавторами, с одной стороны, и Бором — с другой [4].

Рассмотрим систему из двух движущихся частиц, которые пространственно далеко разделены и не взаимодействуют между собой в данный момент. В соответствии с противоречивой природой движения поведение такой системы является вероятностным и состояние ее движения в этот момент определяется волновой функцией $\psi(x_1, x_2)$.

Несмотря на отсутствие силового взаимодействия между частицами, волновая функция $\psi(x_1, x_2)$, отражая противоречивость движения, учитывает реально существующее «несиловое взаимодействие» между ними. Поэтому если мы воздействуем на первую частицу (например, производим над ней какое-либо измерение), то вызванное этим изменение ее движения приведет к изменению несиловой связи (несилового взаимодействия) между частицами [1], а следовательно и к изменению состояния движения второй частицы, хотя никакого силового воздействия вторая частица при этом не испытывает. Такое изменение состояния второй частицы, когда ее движение рассматривается совместно с первой частицей и определяется волновой функцией $\psi(x_1, x_2)$, будет зависеть от того, какого рода измерение произведено над первой частицей.

Если, однако, мы будем забывать о несиловом взаимодействии между движущимися частицами (т. е. будем исходить из метафизических представлений классической механики о движении), то изменение состояния второй частицы без какого-либо действия на нее будет носить характер парадокса.

Именно так (как парадокс) оценили А. Эйнштейн, Б. Подольский и Н. Розен полученный ими из квантовой механики результат об изменении состояния второй системы (частицы) S_2 при воздействии на первую систему (частицу) S_1 даже в том случае, когда между обеими системами (частицами) нет силового взаимодействия.

Действительно, так как оператор суммы импульса двух частиц $p=p_1+p_2$ коммутирует с оператором разности их координат $x=x_1-x_2$, то, следовательно, существует состояние, в котором $p=0$, а x принимает заданное значение, например $x=a$. Соответствующая этому состоянию волновая функция будет $\psi=\delta(x_1-x_2-a)$.

Наблюдатель может измерить либо импульс, либо координату первой частицы. Найдя одну из этих величин, можно определить соответствующую величину и для другой частицы. Так, измерив координату x_1 первой частицы, можно найти и координату второй частицы $x_2=x_1-a$ (импульс каждой частицы в этом случае оказывается полностью неопределенным), измерив же импульс p_1 первой частицы, можно определить импульс и второй частицы $p_2=-p_1$ (координаты частиц будут при этом совершенно неопределенными).

«Мы видим поэтому, что в результате двух различных измерений, произведенных над первой системой, вторая система может оказаться в двух разных состояниях, описываемых различными волновыми функциями. С другой стороны, так как во время измерения эти две системы уже не взаимодействуют, то в результате каких бы то ни было операций над первой системой во второй системе уже не может получиться никаких реальных измерений» ([4], стр. 436). Поэтому мы должны «отказаться от признания того, что функция ψ является полным описанием реального положения вещей. Потому что в этом случае было бы невозможно, чтобы одному и тому же положению вещей (в S_2) соответствовали две различные волновые функции» ([5], стр. 67).

Из того, что было сказано в начале этого параграфа о задаче двух движущихся частиц исходя непосредственно из противоречивости материального движения, которая учитывается квантовой механикой, видно, что как парадокс Эйнштейна с соавторами, так и их вывод о неполноте квантовой механики основываются на ограниченном представлении о движении, выбрасывающем «несиловое взаимодействие» между движущимися телами.

Н. Бор в своем ответе ([5], стр. 436) правильно отрицал наличие парадокса в полученном Эйнштейном, Подольским и Розеном результате об изменении состояния второй системы при воздействии на первую систему даже в случае отсутствия силового взаимодействия между системами. Но так как ответ Бора касается лишь возможностей макроскопических приборов и не указывает на материальную причину результата, полученного Эйнштейном из квантовой механики, то он носит позитивистский характер и поэтому не удовлетворил Эйнштейна.

Решение парадокса Эйнштейна, данное Л. И. Мандельштамом и Д. И. Блохинцевым на основе концепции ансамблей, нельзя признать правильным, хотя критика Д. И. Блохинцева позитивистского подхода Бора к решению этого парадокса совершенно справедлива.

Данное Д. Бомом решение парадокса основано на предположении о существовании гипотетических «квантовомеханических сил» взаимодействия между пространственно отдаленными частицами. Поскольку при этом предполагается, что частицы двигаются по траекториям, то решение Д. Бома является также далеким от истины.

В. А. Фок пришел за последнее время к выводу, что парадокс Эйнштейна основан на отрицании существования несиловых взаимодействий между частицами ([5], стр. 83). Так как происхождение таких несиловых взаимодействий В. А. Фоком не выясняется, то его решение парадокса не получило широкого признания, хотя оно, по нашему мнению, является единственно правильным. Как видно из изложенного, несиловые взаимодействия между движущимися объектами обусловлены природой материального движения, так что при изменении отношения одного объекта относительно другого меняются и несиловые взаимодействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Базаров И. П. Противоречивость движения и квантовая механика. «Вопросы философии», 1963, № 4.
2. Сб. «Нильс Бор и развитие физики». М., ИЛ, 1958, стр. 23.
3. Гейзенберг В. Физические принципы квантовой теории. М., ГТТЛ, 1932.
4. Эйнштейн А., Подольский Б., Розен Н. УФН, 16, вып. 4, 436, 1936.
5. Сб. «Эйнштейн и современная физика». М., ГТТЛ, 1956, стр. 67.

Л. В. ЗАРЖИЦКАЯ

БИБЛИОГРАФИЯ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ В ЖУРНАЛЕ «ПОД ЗНАМЕНЕМ МАРКСИЗМА» И ОТРАЖАЮЩИХ БОРЬБУ ЗА ДИАЛЕКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛИЗМ В СОВЕТСКОЙ ФИЗИКЕ (1922—1944)

В. И. Ленин в книге «Материализм и эмпириокритицизм» дал глубокий анализ состояния естествознания начала XX в., подверг резкой критике взгляды физиков-идеалистов той эпохи и изложил в ясной и убедительной форме основные положения диалектического материализма. Появление книги «Материализм и эмпириокритицизм» имело огромное значение, ибо она защищала науку и философию диалектического материализма от натиска реакционной идеалистической философии.

Главное внимание В. И. Ленин в своей книге уделил вопросам новой физики и ее связи с философией, разоблачению попыток буржуазных философов-идеалистов сделать идеалистические выводы из физических открытий и из новых теорий, созданных для объяснения этих открытий. Он подверг анализу методические трудности, с которыми столкнулись физики в начале XX в. при объяснении вновь открытых явлений. Истолкование их в духе идеализма, как известно, привело к «кризису» в физике. Указанный Лениным путь преодоления кризиса состоял в использовании диалектического материализма, в борьбе за победу марксистского мировоззрения над реакционным.

«Борьба за философию диалектического материализма, — писал С. И. Вавилов, — продолжавшаяся Лениным, вслед за Марксом и Энгельсом, с неизбежностью должна была развертываться на материале этапов новой физики. С другой стороны, как величайший политический деятель, создавший социалистическое государство, В. И. Ленин необходимо должен был встретиться с физикой как основой техники.

Коренная техническая перестройка страны требовала прежде всего укрепления научного, физического фундамента, и, конечно, не случайно в самом начале революции, в момент исключительно тяжелого состояния промышленности, ранее, чем многое другое, были учреждены большие физические научно-исследовательские институты в Москве и Петрограде и при живом участии В. И. Ленина было предпринято широкое физическое обследование Курской магнитной аномалии»[1].

Энергично содействуя развитию физической науки в России в первые годы Советской власти, В. И. Ленин не переставал следить за развитием идейной борьбы в физике. В статье «О значении воинствующего материализма» В. И. Ленин призвал советских естествоиспытателей к созданию прочного союза между философами и естествоиспытателями.

---

[1] С. И. Вавилов. Собр. соч., т. III. М., Изд-во АН СССР, 1956, стр. 23.

«Кроме союза с последовательными материалистами, — писал В. И. Ленин, — которые не принадлежат к партии коммунистов, не менее, если не более важен для той работы, которую воинствующий материализм должен проделать, союз с представителями современного естествознания, которые склоняются к материализму и не боятся отстаивать и проповедывать его против господствующих в так называемом «образованном обществе» модных философских шатаний в сторону идеализма и скептицизма»[1].

Этот завет Ленина и стремился осуществить журнал «Под знаменем марксизма», начавший выходить в 1922 г. Однако союз с материалистической наукой, о котором писал Ленин, так же как и проникновение диалектического материализма в естествознание, в частности в физику, нередко встречали сопротивление. Явная или замаскированная борьба с диалектическим материализмом велась как скрытыми идеалистами, так и откровенными махистами, а также физиками, не понимавшими диалектического материализма.

С этапами борьбы за диалектический материализм в советской физике можно познакомиться, просмотрев многочисленные статьи, опубликованные на эту тему в журнале «Под знаменем марксизма». В журнале освещались основные вопросы теории марксизма-ленинизма, марксистского диалектического метода, марксистского философского материализма и исторического материализма, а также вопросы истории философии, истории и теории естествознания. Журнал являлся боевым органом марксистско-ленинской теории, проводившим последовательно ленинский принцип партийности в философии и науке.

Важнейшей задачей журнала являлась разработка ленинского этапа развития диалектического материализма, беспощадная критика всех антимарксистских и, следовательно, антиленинских установок в философии и естественных науках. Статьи А. А. Максимова, А. К. Тимирязева, Б. М. Кедрова, Э. Н. Кольмана и др. отражали современное состояние дискуссии о принципе относительности, теории квантов в современной физике, теоретических проблем современного естествознания, понятия о термодинамической вероятности и т. д.

В теории атомного ядра большое значение имела гипотеза Д. Д. Иваненко о нейтронно-протонном строении ядра. Многие вопросы молекулярной физики получили новое важное освещение в работах по физике кристаллов А. Ф. Иоффе, Л. Д. Ландау, А. А. Александрова и др. Очень многое в физике и технической физике металлов достигнуто В. Д. Кузнецовым и его школой.

Желая помочь читателям ознакомиться с наиболее интересными методологическими и философскими статьями советских и зарубежных ученых, опубликованных в журнале «Под знаменем марксизма», мы приводим ниже перечень этих статей с указанием года выпуска и номера журнала.

А. А.	Советская физика за 17 лет, 1934, № 6.
Бах А. Н.	За внедрение теории материалистической диалектики естествознания, 1933, № 2.
Блохинцев Д. И.	Гипотеза нейтрино и закон сохранения энергии, 1934, № 6.
Блохинцев Д. И. и Гальперин Ф. М.	Борьба вокруг закона сохранения и превращения энергии в современной физике, 1934, № 2.
Блохинцев Д. И. и Гальперин Ф. М.	«Атомистика в современной физике», 1936, № 5.

[1] В. И. Ленин. Соч., изд. 4, т. 33, стр. 206.

Гальперин Ф. М. и Марков М. А. Соотношение неточностей в квантовой механике, 1932, № 9—10.
Гальперин Ф. М. и Марков М. А. Новые высказывания о принципе причинности, 1935, № 4.
Гальперин Ф. М. Современные взгляды на природу массы и протяженность электрона, 1940, № 6.
Гельман Г. О статье Э. Шредингера, 1936, № 5.
Гольцман А. Наступление на материализм, 1923, № 1.
Гольцман А. Эйнштейн и материализм, 1924, № 1.
Гессен Б. М. и Егоршин В. П. Об отношении А. Тимирязева к современной науке, 1927, № 2—3.
Гессен Б. М. Механический материализм и современная физика, 1928, № 7—8.
Вавилов С. И. Физика, 1935, № 1.
Вавилов С. И. По поводу книги Миткевича «Основные физические воззрения», 1937, № 7.
Вавилов С. И. Новая физика и диалектический материализм, 1938, № 12.
Вавилов С. И. Развитие идеи вещества, 1941, № 2.
Вавилов С. И. Ленин и современная физика, 1944, № 2—3.
Вин В. Прошлое, настоящее и будущее физики, 1927, № 5.
Вихерт Э. Теория относительности и релятивизм, 1926, № 4—5.
Добротин Н. А. Совещание по физике атомного ядра, 1941, № 2.
Добротин Н. А. Успехи ядерной физики, 1939, № 5.
Егоршин В. П. Об идеализме и формализме в современной механике, 1934, № 1.
Е. Г. V съезд русских физиков, 1927, № 1.
Ильин Б. В. Строение атомного ядра и новый тип ядерной реакции, 1940, № 5.
Ильин Б. В. Механический материализм и современная физика, 1928, № 7—8.
Иоффе А. Ф. О положении на философском фронте советской физики, 1937, № 11—12.
Иоффе А. Ф. Физика и война, 1942, № 5—6.
Иоффе А. Ф. Развитие точных наук в СССР за 25 лет, 1942, № 11—12.
Кафтанов С. В. Всенародный смотр достижений советской науки и техники, 1943, № 3.
Кедров Б. М. Понятие термодинамической вероятности, 1933, № 3.
Кольман Э. Н. К вопросу о динамической и статистической закономерности, 1931, № 1—2.
Кольман Э. Н. Боевые вопросы естествознания и техники в реконструктивный период, 1931, № 3.
Кольман Э. Н. Массовое порождение коммунистического сознания и естественные науки (о механике в физике по книге А. К. Тимирязева «Введение в теоретическую физику»), 1934, № 1.
Кольман Э. Н. О злободневном значении теории вероятности, 1934, № 2.
Кольман Э. Н. Проблема причинности в современной физике, 1934, № 4.
Кольман Э. Н. Новые выступления за и против индетерминизма в физике, 1934, № 6.
Кольман Э. Н. Физика и философия, 1937, № 7.
Кольман Э. Н. Возрождение пифагоризма в современной физике, 1938, № 8.
Кольман Э. Н. Теория относительности и диалектический материализм, 1939, № 6.
Кольман Э. Н. Теория квант и диалектический материализм, 1939, № 10.
Кольман Э. Н. К выступлению Эйнштейна по вопросу о современной физике, 1940, № 12.
Кольман Э. Н. О так называемой «тепловой смерти Вселенной», 1940, № 11.
Ландау Л. Д. Взаимодействие в современной физике, 1937, № 11—12.
Ланжевен П. О понятии корпускул и атомов, 1938, № 1.
Ланжевен П. Современная физика и детерминизм, 1939, № 7.
Лебедев В. И. Об обобщении «правила» Ленца, 1936, № 2—3.
Максимов А. А. Популярно-научная литература о принципе относительности (раздел библиография), 1922, № 7—8.
Максимов А. А. О принципе относительности А. Эйнштейна, 1922, № 9—10.
Максимов А. А. Современное состояние дискуссии о принципе относительности в Германии, 1923, № 1.
Максимов А. А. Теория относительности и материализм, 1923, № 4—5.
Максимов А. А. К вопросу о диалектике в истории естествознания, 1924, № 4—5.
Максимов А. А. К вопросу о диалектике в истории естествознания (окончание), 1924, № 5.

Максимов А. А.	М. Планк и его борьба с физическим идеализмом, 1930, № 1.
Максимов А. А.	Об отражении классовой борьбы в современном естествознании, 1932, № 5—6.
Максимов А. А.	К итогам успехов естествознания в СССР за 15 лет, 1932, № 9—10.
Максимов А. А.	Марксизм и естествознание, 1933, № 2.
Максимов А. А.	«О философских воззрениях акад. Миткевича и о путях развития современной физики», 1937, № 7.
Максимов А. А.	«О физическом идеализме и защите его акад. А. Иоффе», 1937, № 11—12.
Максимов А. А.	О механизме в воззрениях некоторых современных физиков, 1938, № 6.
Максимов А. А.	Современное физическое учение о материи и движении в диалектическом материализме, 1939, № 10.
Миллер Д. К.	Опыты с эфирным ветром, 1926, № 11.
Миткевич В. Ф.	По поводу статьи акад. А. Иоффе «О положении на философском фронте советской физики», 1937, № 11—12.
Миткевич В. Ф.	О современной борьбе материализма с идеализмом в области физики, 1938, № 8.
Михайленко Я.	Мои возражения Б. Кедрову, 1940, № 5.
Морошкин А.	«К вопросу о силах инерции», 1937, № 3.
Невский В. И.	Политический гороскоп ученого академика, 1922, № 3.
Невский В. И.	Нострадамусы XX века, 1922, № 4.
Невский В. И.	Современное естествознание и материализм Маркса и Энгельса, 1923, № 2—3.
Невский В. И.	Марксизм и естествознание, 1923, № 11—12
Некрасов А. И.	О статье «Физика» С Вавилова, 1935, № 4
Никольский К. В.	О путях развития теоретической физики в СССР, 1938, № 1.
Орлов И.	Классическая физика и релятивизм, 1924, № 3.
Орлов И.	Анри Бергсон. Длительность и одновременность (по поводу теории Эйнштейна), 1924, № 4—5.
Орлов И.	Существует ли актуальная бесконечность, 1924, № 1.
Орлов И.	О законе случайных явлений, 1924, № 8—9.
Орлов И.	Теория случайностей и диалектика, 1926, № 9—10.
От редакции.	К статье А. Эйнштейна «Физика и реальность», 1937, № 11—12.
От редакции.	Итоги дискуссии о силах инерции, 1937, № 4—5, № 6.
	О силах инерции (обзор статей), 1937, 4—5.
Перельман Ф.	Механицизм на современном этапе, 1932, № 7—8.
Петров В. В.	Происхождение солнечной системы, 1939, № 6.
Петров В. В.	Некоторые вопросы космологии, 1940, № 7
Планк М.	Новые пути физического познания, 1923, № 1.
Повзнер В. М.	Теоретические проблемы современного естествознания, 1930, № 2—3.
Покровский Г. И. и Некрасов А. И	«О втором начале термодинамики», 1935, № 3.
Покровский Г. И.	«О втором начале термодинамики», 1936, № 4.
Риттер Ф.	Проблема материи в новейшей естественнонаучной и философской литературе, 1929, № 6.
Рудаш В. В.	Диалектический материализм и новая атомная физика, 1929, № 9.
Семковский С. Ю.	К спору в марксизме о теории относительности, 1925, № 8—9.
Семковский С. Ю.	Диалектический материализм и принцип относительности. ГИЗ, 1926, стр. 225. Рец. Цейтлин З. А. 1926, № 4—5.
Слепян Л.	По поводу основных физических воззрений В. Миткевича и его оппонентов, 1938, № 1.
Слепян Л.	Основные положения физики в свете учения Ленина, 1935, № 5.
Слепян Л.	Электрическое поле в свете материализма, 1936, № 2—3
Смолуховский М.	О понятии случайности и о происхождении законов вероятности в физике, 1927, № 9.
Стрьюк.	К обоснованию теории вероятности, 1934, № 2.
Тальгеймер А.	О некоторых основных понятиях теории относительности с точки зрения диалектического материализма, 1925, № 1—2.
Тамм И. Е.	О работе философов-марксистов в области физики, 1933, № 2.
Тимирязев А. К.	Опровергает ли современная электрическая теория материи — материализм? 1922, № 4.
Тимирязев А. К.	Теория «квант» и современная физика, 1923, № 2—3.

Тимирязев А. К. Диалектика в естествознании, 1923, № 4—5.

Тимирязев А. К. Несколько замечаний по поводу наступления на материализм тов. Гольцмана, 1923, № 6—7.

Тимирязев А. К. Эйнштейн, материализм и тов. Гольцман, 1924, № 1.

Тимирязев А. К. Ленин и современное естествознание, 1924, № 2.

Тимирязев А. К. Здравый смысл теории относительности, 1924, № 4—5.

Тимирязев А. К. Теория относительности Эйнштейна и диалектический материализм, 1924, № 8—9.

Тимирязев А. К. Ответ на возражения тов. Цейтлина, 1924, № 12.

Тимирязев А. К. Ответ тов. Семковскому, 1925, 8—9.

Тимирязев А. К. По поводу дискуссии об опытах Д. Миллера на V съезде русских физиков, 1927, № 2—3.

Тимирязев А. К. Прошлые и современные искажения физики Ньютона, 1927, № 4.

Тимирязев А. К. Волна идеализма в современной физике на Западе и у нас, 1933, № 5.

Тимирязев А. К. О позиции И. Е. Тамма в отношении принципиальных воззрений Фарадея и Максвелла, 1933, № 6.

Тимирязев А. К. Еще раз о волне идеализма в современной физике, 1938, № 4.

Тимирязев А. К. Жизнь и научно-философские взгляды И. Ньютона (К 300-летию со дня рождения), 1943, № 1—2.

Тимирязев А. К. Роль физики в исследованиях К. А. Тимирязева, 1943, № 7—8.

Томсон Дж. Работы Ньютона в области физики, 1927, № 4.

Фарадей М. Мысли о лучевых вибрациях, 1938, № 1.

Фарадей М. Гипотеза о теплопроводности и природе материи, 1938, № 1.

Фок В. А. К дискуссии по вопросам физики, 1938, № 1.

Фридман В. Г. Против отрицания закона сохранения и превращения энергии, 1937, № 11—12.

Фридман В. Г. «О проблеме сил инерции», 1937, № 2.

Фундер М. Роль А. Г. Столетова в истории русской физики, 1940, № 2.

Хайкин С. Э. Достижения в области физики за 15 лет, 1932, № 9—10.

Цейтлин З. А. Теория относительности А. Эйнштейна и диалектический материализм, 1924, № 3, № 4—5.

Цейтлин З. А. Метод доказательства закона взаимодействия тяжелых и электрических масс Ньютона — Кавендиша — Максвелла сравнительно с методом исследования К. Маркса и Ф. Энгельса, 1924, № 4—5.

Цейтлин З. А. Развитие воззрений на природу света, 1926, № 6.

Цейтлин З. А. «О проблеме сил инерции», 1937, № 2.

Цейтлин З. А. и Семковский С. Ю. Диалектический материализм и принцип относительности, 1926, № 4—5.

Шевцов Н. С. Квантовая механика и теория познания, 1941, № 4.

Шредингер Э. Современное состояние квантовой механики, 1936, № 5.

Эйгенсон М. О бесконечности вселенной, 1940, № 8.

Эйнштейн А. Механика Ньютона и ее влияние на развитие теоретической физики, 1927, № 4.

Эйнштейн А. «Физика и реальность», 1937, № 11—12.

Эйнштейн А. Соображения к обоснованию теоретической физики, 1940, № 12.

ПУБЛИКАЦИИ

электропроводности раствора при возбуждении в нем флуоресценции». Вследствие того, что при опытах были получены отрицательные результаты, она не была напечатана. Однако позднейшими исследованиями указанный отрицательный результат был подтвержден.

Вторая научная работа была успешно выполнена Д. С. Рождественским в лаборатории известного немецкого физика-оптика П. Друде на тему «Об изменении оптических свойств металлов при температурах жидкого воздуха». Эта работа также осталась не напечатанной, но ее результаты были изложены в статье Друде, опубликованной в Ann. d. Phys. за 1904 г. В двух первых письмах П. Друде к Д. С. Рождественскому речь идет о забронировании для последнего рабочего места в лаборатории Физического института Гиссенского университета; в третьем письме Друде благодарит Рождественского за сообщение о его новых научных результатах.

В 1907—1910 гг. Д. С. Рождественский вел научную работу в Парижском университете (Сорбонна). В первые годы Советской власти он несколько раз ездил в Германию и другие европейские страны.

Мировую известность принесли Рождественскому его классические работы по аномальной дисперсии. Здесь на первом плане стоит его магистерская диссертация «Аномальная дисперсия в парах натрия», опубликованная отдельной книгой в 1912 г. Автор поставил целью выработать точный метод измерения дисперсии в области, непосредственно примыкающей к полосам поглощения пара. Эта задача была им разрешена очень успешно и сделала его знаменитым. Публикуемые письма зарубежных физиков к Рождественскому и его ответы отражают его дружественные научные связи на основе исследований в области оптики и строения атома.

В Государственном оптическом институте Д. С. Рождественский развернул огромную научную и организационную работу. В публикуемых здесь письмах американских и европейских физиков содержится высокая оценка научных трудов Д. С. Рождественского и коллектива Государственного оптического института, сумевших в тяжелые годы разрухи и блокады сделать выдающийся вклад в науку. Особенно ярко это выражено в письмах Майкельсона, Пашена, Бора и Эренфеста.

Публикуемые письма взяты из Архива АН СССР. Публикация писем подготовлена О. А. Ильиной (пер. с нем.), А. Ф. Кононковым, А. Н. Осиновским и А. М. Толмачевой (пер. с англ. и франц.).

Друде — Рождественскому[1]

Г. Рождественский!

Я оставлю для Вас рабочее место; практикум начинается 23 октября, тогда мы сможем поговорить о теме работы.

С сердечным приветом

Ваш

проф. *Друде.*

При случае передайте, пожалуйста, привет г. проф. Винеру.

Физический институт Гиссенского университета.
Гиссен. 25 июля 1902.

Друде — Рождественскому[2]

Уважаемый г. Рождественский!

Для Вас будет забронировано рабочее место летом 1903 г. Я не могу сейчас точно указать тему работы, потому что лучше будет сделать это после личной беседы с Вами.

Я хочу предложить Вам оптическую тему — отражение поляризованного света на тонких пленках жидкости или металлах, которые, особенно последняя, представляет повышенный интерес с современной точки зрения (электронная теория).

---

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 14, л. 1. Ориг. на нем. яз. Публ. впервые.

[2] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 14, л. 2 с об. Ориг. на нем. яз. Публ. впервые.

Из литературы, которая мне известна и которая будет Вам полезна, рекомендую Винкельмана «Руководство по физике», II (оптика): статьи — отражение света на прозрачных телах (поверхностных слоях) и металлах. Там указаны также цитаты из оригинальных работ, которые Вы можете изучить. Понимание этих оригинальных работ будет Вам облегчено, если Вы предварительно ознакомитесь с моим «Учебником по оптике», Лейпциг (Хирцель), 1902.

С сердечным приветом
Ваш *П. Друде.*

Физический институт Гиссенского университета.
Гиссен. 21 октября 1902.

Друде — Рождественскому[1]

Большое спасибо за Ваше письмо. Результаты выглядят не бесперспективными. Я буду очень рад, если Вы продолжите свою работу дальше.

Сообщите мне, пожалуйста, когда и где будут опубликованы эти результаты, или пришлите мне Вашу рукопись для просмотра.

Привет Вам, а также г. проф. Боргманну.

Ваш
проф. *П. Друде.*

Гиссен. 1910.

Майкельсон — Рождественскому[2]

Дорогой сэр,

в ответ на Ваше письмо от 3 июня я сообщаю, что мы можем предоставить [Вам] шестидюймовую плоскую решетку, [имеющую] 15 000 линий на дюйм, [ценой] около 450 долларов.

Для этого требуется некоторое время, так как делительную машину нужно немного переделать. Я надеюсь, что [решетка] будет готова через 6 недель.

Фотография спектра иода, которую Вы прислали, — лучшее из того, что я когда-либо видел.

Сердечно Ваш
Майкельсон.

Физическая лаборатория.
Чикаго, 17 июня 1913.

Рождественский — Майкельсону[3]

Дорогой сэр,

вернувшись из поездки, я получил Ваше любезное письмо от 17 июня, в котором Вы обещаете мне прислать через шесть недель шестидюймовую плоскую решетку (15 000 линий на дюйм) за 450 долларов.

---

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 14, л. 3. Подл. на нем. яз. Публ. впервые.

[2] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 29, л. 1. Ориг. на англ. яз. Публ. впервые.

[3] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 29, л. 3. Черновик ответа на письмо Майкельсона от 17 июня 1913. Ориг. на англ. яз. Публ. впервые.

Я очень признателен Вам за Вашу любезность и жду с большим нетерпением Вашу прекрасную решетку.

Сердечно Ваш
Д. Рождественский.

[Лето—осень 1913].

Майкельсон — Рождественскому[1]

Дорогой профессор,

я очень тщательно просмотрел шестидюймовую решетку, которую я Вам обещал [прислать], и обнаружил, что это — хорошая решетка и что она может быть использована для многих целей, хотя и не столь хороша, как те, которые мне удавалось делать. Самое главное — это их разрешающая сила, которая [для этой решетки] равна примерно 15 000 в третьем порядке. Мне [удавалось] изготовлять решетки, имеющие [разрешающую силу] в два раза большую.

Я сомневаюсь поэтому, стоит ли мне Вам ее предлагать. Однако делительная машина в настоящее время не в порядке, так что, вероятно, в течение нескольких месяцев я не смогу предложить Вам другой решетки.

В ожидании Вашего решения
Сердечно Ваш
А. А. Майкельсон.

Чикаго.
13 октября 1913.

Если Вас устраивает такая решетка, мы предоставим ее Вам за 300 долларов.

Вуд — Рождественскому[2]

Дорогой сэр,

я очень заинтересовался Вашей фотографией, изображающей интерференцию в спектре поглощения иода, полученной с помощью эшелона. Я фотографировал прошлой осенью эти кривые с помощью решетки как для спектра поглощения иода, так и для части спектра его испускания. Статья уже послана в Phil. Mag., и я посылаю Вам в этом конверте ее копию.

Следующей зимой я собираюсь быть в Париже и Берлине и надеюсь встретиться с Вами, если и для Вас представится случай быть где-нибудь поблизости.

Искренне Ваш *Р. В. Вуд.*

Университет Дж. Гопкинса, Балтимор, Мэриленд,
3 авг. 1913.

Рождественский — Вуду[3]

Многоуважаемый г. профессор!

По возвращении из поездки я нашел Ваше любезное письмо и оттиск, который меня особенно интересует. Так как продолжение этой

---

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 29, л. 2. Ориг. на англ. яз. Публ. впервые.

[2] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 55, л. 1. Ориг. на англ. яз. Публ. впервые.

[3] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 55, л. 2. (Черновик ответа на письмо Р. Вуда). Ориг. на нем. яз. Публ. впервые.

работы не предусмотрено, то я только проведу несколько опытов в этом направлении с интерферометром. Я очень хотел бы получить от Вас несколько советов и использовать для этой цели Ваше пребывание в Париже и Берлине.

Благодаря лекциям и съезду учителей физики к Рождеству я буду в Петрограде.

Возможно, во время Вашей поездки этой зимой Вас заинтересует русская лаборатория; все члены нашего Физического института будут счастливы принять Вас у себя.

Эренфест — Рождественскому[1]

Дорогой г. Рождественский!

Пишу Вам это письмо:

1) как благодарность за Ваше последнее письмо, которое я уже довольно давно получил (об уширении спектральных линий под действием давления);

2) как привет;

3) в надежде узнать немного о Вас, о Глаголеве, Баумгарте, Добиаше, Афанасьеве и других;

4) принимая во внимание конфликт с Мышкиным.

К 1). Штарк недавно делал доклад перед нашими студентами. Сообщение об этом для нашего журнала пишет Вейххарт. Но я все же хочу пересказать Вам здесь несколько замечательных моментов из этого доклада.

а) Последовательные линии, принадлежащие одной и той же серии, расщепляются в собственном электрическом поле на все большее и большее число линий, и оказывается, что число отдельных расщепленных линий для каждой линии порядка номера линий в серии.

б) Уширение различных линий в искровом спектре находится в ошеломляющем параллелизме с электрическим расщеплением соответствующих линий. Так что не остается никакого сомнения, что уширение линий в искровом спектре происходит в результате электрического расщепления линий серии под действием электрического поля, которое создается соседними близлежащими заряженными атомами и действует на светящиеся атомы. Оценка порядка величины электрических полей дает разумные значения. Штарк в настоящее время в одном случае уже достиг расщепления в 21 Å.

К 2). Рад сердечно приветствовать Вас.

К 3). Напишите, пожалуйста, что-нибудь о себе и других названных лицах.

К 4). Когда я увидел в журнале статью Мышкина, я подумал, что за этим должен разразиться большой скандал. Действительно, я уже слышал, что редакционная коллегия подала в отставку. Я не знаю и не хочу знать, кто в чем виноват. Но одно известно. Этот журнал не должен попасть в плохие руки. А если он не будет удержан в хороших руках, то он с железной необходимостью обязательно перейдет в таковые. Вы должны вместе с Гезехусом продолжать заниматься этим делом и дальше.

---

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 52, лл. 7—9. Ориг. на нем. яз. Публ. впервые.

Я был бы рад увидеть в следующем номере журнала объяснение редакции, ликвидирующее весь этот конфликт.

Ради Бога, поймите, что журнал — это одно из последних прибежищ приличной физики в России. Москва, Одесса, Юрьев — все разрушено по очереди. Просто невыносимо сознавать, что к тому же должен быть разрушен и журнал. Я написал Иоффе и Гезехусу, чтобы они, ради Бога, не допустили, чтобы журнал попал в руки людей типа Игнатовского, Василевского и т. п. Это очень быстро произойдет, если журнал не останется в руках лучших. В противном случае скоро будет поздно, и уж не о чем будет беспокоиться.

Жду ответа.
Ваш старый друг

Эренфест.

4.3.1914.

Не можете ли Вы получить в Ваших парах эффект Штарка на спектрах поглощения?

Эренфест — Рождественскому[1]

Дорогой Рождественский!

Примите мою глубокую благодарность за Ваше письмо. Мне кажется, что я хорошо Вас понял.

Ценю то, что Вы в этом письме выразили ко мне очень большое личное доверие.

Вначале я хочу сказать следующее:

1. В случае, если Иоффе все же не сможет получить профессуру, я от чистого сердца желаю, чтобы эту профессуру получили именно Вы. Я следил с возрастающим уважением за развитием Ваших работ и их влиянием на работы других.

2. Я убежден, что присвоение звания Иоффе вскоре приведет к тому, что Вы также получите звание профессора. Я говорю это вовсе не на ветер, а потому, что имею о Вас совершенно определенное мнение. Я делаю все возможное, чтобы использовать имеющиеся в моем распоряжении средства для ускорения решения вопроса об Иоффе.

Я хотел бы, чтобы Вы сейчас получили хотя бы доктора. Мне кажется, однако, что Вы, напротив, этого «в данный момент не хотите». Почему мне этого хочется? Потому, что боюсь, что Иоффе все же не получит профессуры, а я, исключая Иоффе, не вижу среди известных мне русских физиков-экспериментаторов лучшего кандидата на профессуру, чем Вы[2]. (Эйхенвальд, может быть, подходит?)

Примите еще раз мою искреннюю благодарность за Ваше письмо. С наилучшими пожеланиями.

Ваш старый друг *Эренфест.*

---

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 4, ед. хр. 52, лл. 1—5. Ориг. на нем. яз. Публ. впервые.

[2] Это, конечно, не исключает моего уважения к Мандельштаму, Рожанскому и другим.

Вы пишите: «У меня есть к Вам еще важное дело...». О чем это? Я всегда рад служить Вам.

Вчера здесь был Вуд. Мы провели с ним целый вечер у Оннеса. Весьма оригинален... Было очень интересно лично спрашивать его о всевозможных вещах.

Интересные новости для Вас:

1) Пашен искал эффект Штарка в резонансном спектре Hg. Эффект полностью здесь отсутствует!! Эффект Зеемана, однако, удается наблюдать с легкостью.

2) Штарк вчера прислал мне корректуру своей статьи: при 70 000 *в/см* он наблюдал следующее расщепление линий водорода:

H_β	11	Componparall	$11\perp$
H_γ	12	»	$12\perp$
H_δ	14	»	$14\perp$

Штарк предлагает теперь следующее в отношении полосатого спектра. «Полосатый спектр является по существу линейным спектром элемента, когда линии расщеплены под действием очень сильного электрического поля валентного электрона». Некоторые линии полос водорода нечувствительны к электрическому полю, другие сдвигаются без расщепления (к красной или фиолетовой части спектра), еще одни расщепляются, но совершенно иначе, нежели линии, входящие в серии.

3) Вуд установил (не знаю, опубликовано ли уже это), что если пары Na освещать D_1-светом, то пар не дает D_2-света.

Лейден
26.V.1914.

Профессорам Лорентцу и Эренфесту.

Лейден, Нидерланды, Университет[1].

Проф. Рождественскому удалось показать, что эллипсам Зоммерфельда соответствуют термы серий всех элементов. Найдена нормальная структура атома лития.

Дуплеты в сериях обусловлены магнитным полем внутренних колец. Крутков разрабатывает теорию сложного эффекта Зеемана и нормального триплета в очень сильных полях. Бурсиан разрабатывает теорию влияния электрического поля внутренних колец.

Не имеем литературы с начала семнадцатого года. Сотрудники Оптического института очень просят Вас сообщить, что сделано по этим вопросам за пределами России, по радио в адрес профессора Рождественского «Петроградский университет». Обращаемся также с просьбой в Амстердамскую академию познакомить нас с ее научными трудами, прислав нам физическую библиографию или посодействовав в ее получении.

Ученый совет Оптического института просит принять от физиков Петрограда выражения их искреннего уважения.

Рождественский
Крутков
Фредерикс

[Петроград, 1919 г.]

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 2, ед. хр. 69, л. 1. Ориг. на франц. яз. Публ. впервые.

Эренфест — Рождественскому[1]

Дорогой Дмитрий Сергеевич!

Вчера к нам в Лейден приезжали Чулановский и Архангельский. Спешу Вам коротко написать об этом. После напишу подробнее.

Прежде всего. Я горжусь Вами, дорогие друзья, за то, что в это трудное время Вы можете столь достойно восхищения работать и *сотрудничать*. Последнее особенно согревает мое сердце. Теперь я уверен, что наука *всегда* будет жить среди русской молодежи. Я считаю за огромное счастье, что Вы, не зная последних работ Бора и Зоммерфельда, *самостоятельно* пришли к объяснению s, p, d-термов; этому успеху способствовало то обстоятельство, что Вы имели дело с ударными силами молодежи, привлеченной к делу.

Благодаря Вашему тесному и вдохновенному сотрудничеству Вы сможете очень быстро достигнуть успехов, которые далеко опередят западноевропейскую науку.

Разумеется, я не могу так сразу сказать, содержит ли уже Ваша речь от 15/XII 1919 также и новые, еще не известные результаты.

На сегодня только коротко следующее.

1. 4 ноября 1916 г. Зоммерфельд в Мюнхенской академии докладывал работу «К квантовой теории спектральных линий, добавления и дальнейшее развитие». В ней делается примерно следующее. Зоммерфельд представляет электростатическое поле внутренних электронов в виде ряда по степеням $1/r$, т. е. в виде ряда по сферическим функциям, и ограничивается случаем наличия аксиальной симметрии и симметрии относительно экваториальной плоскости, и предполагает, что валентные электроны находятся в этой экваториальной плоскости (щелочной ряд). Тогда электростатический потенциал можно представить в следующем виде:

$$V = -\frac{e^2}{r} + \sum_1^\infty \alpha_k \left(\frac{1}{r}\right)^{2k} \tag{1}$$

(α_k — пока неизвестные постоянные; в силу симметрии относительно экваториальной плоскости $\alpha_k = 0$ для нечетных k).

Уравнение Якоби—Гамильтона:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial S}{\partial \varphi}\right)^2 = 2m\,(W - V), \tag{2}$$

где W — постоянная энергии.

Условия квантования:

$$\int \frac{\partial S}{\partial \varphi}\, d\varphi = [S]_\varphi = nh, \tag{3}$$

откуда $2\pi p_\varphi = nh$

и

$$\int \frac{\partial S}{\partial r}\, dr = [S]_r = n'h. \tag{4}$$

Подставляем (2) в (3) и используем (4):

$$n'h = \oint dr \sqrt{A + 2\frac{B}{r} + \frac{C}{r^2} + \sum \frac{D_k}{r^{2k+1}}}, \tag{5}$$

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 51, лл. 1 (7)—11 (17). Ориг. на нем. яз. Публ. впервые.

где $C=-\left(\frac{nh}{2\pi}\right)^2$ и т. д. Формула (5) получена Зоммерфельдом, как всегда в подобных случаях, посредством комплексного интегрирования (в комплексной r-плоскости контурный интеграл берется по контуру, окружающему оба нуля корня $\sqrt{}$, афелий и перигелий), $n'h = S_{\text{вдоль пути } l} = S_{\text{вокруг } r=0} + S_{\text{вокруг } r=\infty}$, следовательно, нужно вычислить только вычеты при $r=0$ и $r=\infty$ (последний в рассматриваемом случае $=0$).

Результат во втором приближении имеет вид:

$$W=-\frac{Nh}{\left(n+n'+\frac{q}{n^3}\right)^2}, \tag{6}$$

и Зоммерфельд утверждает, что значения

$n=2$, $n'=0$, 1, 2, 3, ... соответствуют термам $2p$, $3p$, $4p$, ...

$n=3$, $n'=0$, 1, 2, 3, ... соответствуют термам $3d$, $4d$, $5d$, ...

$n=4$, $n'=0$, 1, 2, 3, ... дают термы Бергмана.

Об s-термах он сделал важное замечание. Он считает, что они соответствуют наклонной плоскости траектории валентного электрона. Однако Бор, которому эта идея уже давно была известна, убедил его, кажется, в том, что значения $n=1$, $n'=0$, ... должны давать s-термы.

Следующее приближение (просто в вычислении вычета при $r=0$) дает

$$W=-\frac{Nh}{\left(n+n'+q_n+\frac{k_n}{\left(n+n'+\frac{q}{n^3}\right)^2}\right)^2}, \tag{7}$$

где

$$q_n=\frac{q}{n^3}-\frac{15}{8}q^2\frac{2-\frac{3e}{E'}}{n^7},$$

$$k_n=\frac{3}{8}q^2\frac{2-\frac{9e}{E'}}{n^5},$$

$$q=\frac{1}{4}\frac{E'}{e}\left(\frac{a}{a_1}\right)^2,\quad a_1=\frac{h^2}{(2\pi e)^2 m}, \tag{8}$$

$$E'=E-c.$$

В частном случае распределения заряда в виде кольца Сатурна радиуса a и с зарядом E' имеем:

$$V=-\frac{Ee}{r}+\frac{e'E}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi'}{\sqrt{r^2+a^2-2ar\cos(\varphi-\varphi')}}, \tag{9}$$

где второй член является потенциалом кольцевого распределения заряда.

2. Зоммерфельд провел небольшой расчет по оценке магнитного влияния кольца внутренних электронов. (Но в силу характера его приближений оно ведет только к очень небольшому смещению линий и не дает никакого расщепления [1].)

[1] Сейчас я вижу, что это мое замечание неверно.

Здесь привожу набросок его расчета. Имеем:

$$\mu = -\frac{E'\omega}{2\pi c}\cdot\pi a^2 \text{ (магнитный момент кругового тока)} \tag{10}$$

и

$$f = \frac{e\mu}{c}. \tag{11}$$

Тогда для валентного электрона, движущегося в экваториальной плоскости, получим:

$$m\ddot{x} = -\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{f\dot{y}}{r^3};$$

$$m\ddot{y} = -\frac{\partial V}{\partial y} + \frac{f\dot{x}}{r^3}. \tag{12}$$

Следуя Герглотцу, представим движение по координате r в канонической форме:

$$\frac{dp_r}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial r}, \quad \frac{dr}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_r}, \tag{13}$$

где

$$H = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{1}{2mr^2}\left(p - \frac{f}{r}\right)^2 + V, \tag{14}$$

где в свою очередь

$$p = p_\varphi + \frac{f}{r} = \text{const}. \tag{15}$$

Имеем также:

$$\frac{\partial H}{\partial p} = \frac{1}{mr^2}\left(p - \frac{f}{r}\right) = \frac{d\varphi}{dt},$$

$$\frac{\partial H}{\partial \varphi} = -\frac{dp}{dt} = 0.$$

Уравнение Гамильтона—Якоби:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} - \frac{f}{r}\right)^2 = 2m(W - V). \tag{16}$$

Так как

$$\frac{\partial S}{\partial \varphi} = \frac{nh}{2\pi},$$

то отсюда получим:

$$\frac{\partial S}{\partial r} = A + 2\frac{B}{r} + \frac{C}{r^2} + \frac{D}{r^3} + \frac{E}{r^4} + \sum_1^\infty \frac{D_k}{r^{2k+1}}, \tag{17}$$

где

$$D = 2f\frac{nh}{2\pi}, \quad E = -f^2.$$

Пренебрежем μ^2, что очень важно. Тогда r^{-4} выпадает, и (17) принимает ту же форму, что и раньше, см. (5). Только теперь коэффициент при $1/r^3$ будет:

$$-2me^2\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{E'}{e}a^2-\frac{nh}{2\pi}\cdot\frac{f}{me^2}\right), \tag{18}$$

в то время как раньше (для кольцевого распределения заряда) мы имели только

$$-2me^2\frac{1}{4}\cdot\frac{E'}{e}a^2. \tag{19}$$

Окончательно приходим к формуле

$$W=-\frac{Nh}{(n+n'+qn^{-3}-q'n^{-2})^2}, \tag{20}$$

где

$$q=\frac{1}{4}\cdot\frac{E'}{c}\left(\frac{a}{a_1}\right)^2,$$

$$q'=\frac{h}{2\pi}\cdot\frac{\mu}{meca_1^2}$$

и где, в свою очередь, a — радиус кольца и

$$a_1=\frac{h^2}{4\pi^2me^2}.$$

Зоммерфельд дает численную оценку. Например, для атома Li имеем:

$$q'=\varkappa\cdot 5\cdot 10^{-5},\ q=\frac{\varkappa^2}{6},$$

где $\varkappa$ — квантовое число электронов кольцевого распределения.

Итак, для $\varkappa$, приближенно равного 1, имеем: $q'\ll q$. Поэтому Зоммерфельд и говорит: «Магнитным влиянием следует пренебречь по сравнению с электрическим» [1].

Если не ошибаюсь, соответствующая формула Круткова и Ваша (из Вашей речи) совпадает с (20), если положить $q=0$ (электрическим возмущением кольца пренебрегаем), в Вашей формуле следует ограничиваться движением валентного электрона в экваториальной плоскости.

3. Вы упоминаете в Вашей речи, что наложение внутреннего магнитного поля на внешнее магнитное поле может объяснить аномальный эффект Зеемана. Я думаю, что это определенно не так. В случае, если: (1) пренебрегается движением ядра, (2) пренебрегается всеми величинами, пропорциональными H^2 (H — внешнее поле) — можно строго доказать, что для любого сложного атома Бора имеется только нормальный эффект Зеемана (см. диссертацию Бургерса, стр. 175). Линии имеются и без внешнего магнитного поля. Для надежности пере-

---

[1] Того, что магнитный член ведет к дублетам, мне кажется, Зоммерфельд не заметил. На этот вопрос обратил внимание Бургерс в своей диссертации, которая сегодня Вам послана через Ревель вместе с другими оттисками, см. стр. 173 и 160. Зоммерфельд цитировал работу Ст. Аллена (Phil. Mag., **29**, 1915, pp. 40, 140), который полагал $q=0$ и ограничивался только круговыми орбитами в экваториальной плоскости. Его цель состояла в том, чтобы объяснить отклонение спектров щелочных атомов от формулы Бальмера чисто магнитным взаимодействием (о дублетах Ст. Аллен не думал). Для Li необходимо предположить наличие магнитного момента 10^3 магнетонов.

писываю здесь для Круткова доказательство Бургерса. Если x_i, y_i, z_i, u_i, v_i, w_i — координаты и составляющие импульсы i-го электрона, то — при закрепленном ядре — функция Гамильтона имеет вид:

$$(A) \qquad H = \frac{1}{2m}\sum(u_i^2+v_i^2+w_i^2)+\Omega+\gamma\sum(x_iv_i-y_iu_i),$$

где $\Omega(x_1,\ldots,z_n)$ — потенциальная энергия и M — магнитное поле. Если всюду пренебречь членами с M^2 $\left(\gamma=\frac{eM}{2mc}\right)$, то можно воспользоваться следующим квантовым преобразованием:

$$W=\sum_i\{U_i(x_i\cos\gamma t-y_i\sin\gamma t)+V_i(x_i\sin\gamma t+y_i\cos\gamma t)+W_iz_i\},$$

$$X_i=\frac{\partial W}{\partial U_i},\ U_i=\frac{\partial W}{\partial x_i},\ldots$$

Перейдем к координатам XYZ, которые относительно первоначальных координат вращаются вокруг оси Z с постоянной скоростью — γ. Тогда новая функция Гамильтона будет:

$$K\left(XYZUVW\right)=H-\frac{\partial W}{\partial t}=H-\gamma M_Z=\frac{1}{2m}\sum(U_i^2+V_i^2+W_i^2)+\Omega\left(X,Y,Z\right)$$

(M_Z — момент количества без системы вокруг оси Z). Затем используется теорема Лармора (замена покоящейся намагниченной системы вращающейся ненамагниченной системой). Условия квантования для движения в магнитном поле, выраженные в переменных x, y, z, u, v, w — те же самые, что и для системы движения внешнего магнитного поля, выраженные в переменных X, Y, Z, U, V, W; и дополнительное условие M_Z является кратным $\frac{h}{2\pi}$ Следовательно, если для системы при отсутствии магнитного поля квантованные движения происходили с энергией E_1, E_2, ..., то в поле те же самые движения сопровождаются постоянным вращением вокруг направления поля. Для этих движений $K(XYZUVW)$ имеет те же самые значения E_1, E_2, E_3, ..., следовательно, энергия системы

$$E=H=K+\gamma M_Z=E_i+n\frac{\gamma h}{2\pi}.$$

Итак, при сделанных предположениях (пренебрегли M^2 и движением ядра) влияние поля оказалось точно таким, как для атома водорода.

Как же объяснить аномальный эффект? (Сам Бор совершенно не знает, как это сделать. Магнетизм в атоме, кажется, доставит еще много неожиданностей!)

Замечание. Я только что обратил внимание на пробел в вышеприведенном доказательстве, с которым я не вижу сейчас, как справиться. Впрочем, по всей вероятности, это не очень важно. Именно, когда вводилось $\Omega(x, y, z)$, мы тем самым учитывали только электростатическое взаимодействие электронов. Магнитные взаимодействия требуют введения какого-то нового члена в выражение (A). Не могу сообразить сейчас, как это сделать. Дает ли это что-то новое? Думаю определенно, что нет. Возможно, специально напишу об этом позже.

Я был очень обрадован, что Вы написали мне в отношении Ваших университетских дел (естественно, мне все было очень интересно). Могу только сказать: я необычайно горд тем, что Вы в это трудное для Вас время не только можете много работать, не только интенсивно двигаться вперед, но также и делать очень много для молодежи. Напротив, мне самому это не удается. Я кажусь себе жалким и беспомощным по сравнению с молодежью. А тут Вы еще предстаете предо мной, как судья! Мне рассказал Чулановский, как Вы создавали стеклодувную мастерскую, и в такое короткое время привели её к процветанию. Всякий раз, когда Чулановский рассказывал мне что-нибудь о Ваших начинаниях, больших и малых, удачных и неудачных, каждый раз я чувствовал в себе порыв, который тянул меня к Вам. Прочтите, пожалуйста, как-нибудь в Oeuvres de Arago, Nat. biograph., т. II, биографию Монжа, в особенности о том, как он создавал Политехническую школу. Возможно, для Вас сейчас мучительно сознавать, что Ваша основная идея о наличии общей закономерности в спектрах уже была известна Бору и позднее Зоммерфельду. Я же к этому отношусь иначе. Какое было бы несчастье не только для Вас, но и для всей молодежи, работающей вокруг Вас и А. Ф. [Иоффе], если бы случайно данная статья Зоммерфельда проникла в Россию. Даже короткая научная блокада России оказалась достаточной, благодаря Вам и А. Ф., чтобы привести к расцвету собственные силы, и это несмотря на тяжелую ситуацию! Именно в этом истинное историческое значение Ваших достижений, а не в том или ином отдельном открытии. Как бы то ни было, теперь Вы и Ваша молодежь уже создали слаженный коллектив и будете неудержимо работать дальше.

Как только Вы сможете оторваться от Вашей работы на один-два месяца, Вы должны съездить к Бору. Бор в представлении об атоме всегда шел дальше многих других. Он просто удивительно чуткий и хороший человек. Один мой прежний ученик Крамерс — его теперешний ассистент и друг. Он человек, постоянно работающий вместе с Бором. Возможно, Вы смогли бы пригласить его на две-три недели в Петроград. Поскольку он всегда вместе с Бором, то он работает на высоком научном уровне и к тому же блестящий лектор. Поэтому он очень быстро сможет все Вам рассказать. Если он сможет поехать, то до Ревеля он поедет на собственные средства. Дальше Вы должны будете о нем позаботиться.

Если потом Вам понадобится выдающийся теоретик, пригласите Эпштейна, но не загружайте его большим количеством лекций.

Как только узнаю, сможете ли Вы вообще приехать на два месяца, я позабочусь о том, чтобы Бор официально пригласил Вас и, возможно, посодействовал покрытию дорожных расходов. На всякий случай, я уже сейчас напишу об этом Бору и Крамерсу.

С другой стороны, хотелось бы, если это возможно, чтобы А. Ф. (я пишу так его имя, потому что в Западной Европе его имени боятся, как чумы из-за его тезки) в конце октября или первых числах ноября приехал сюда в Лейден к началу дискуссии по магнетизму, на которой будут Ланжевен, Вейсс, Эйнштейн, Лорентц, Оннес, де Гааз. Я попытаюсь устроить официальное приглашение с покрытием дорожных расходов от Ревеля. Было бы очень хорошо, если бы он на обратном пути через Лунд смог посетить Рентгеновский институт Зигбана (самый лучший рентгеноспектроскопист в мире). Ваша поездка и поездка А. Ф. способствовали бы получению полной информации о научной ситуации в Европе и Америке. 1—2 месяцев было бы для этого вполне достаточно.

Прошу присылать мне короткие изложения результатов всех Ваших исследований в качестве предварительного сообщения Амстердамской академии с правом на небольшую цензуру с моей стороны (я член Академии).

Оставайтесь с Богом, мои дорогие, дорогие друзья. Я теперь буду постоянно писать Вам.

Ваш *П. Эренфест.*

Единственная просьба — сообщить о матери моей жены и других родственниках. Справьтесь у Анны Богдановны. Все наши запросы остаются без ответа уже три года!

Смекал — Рождественскому[1]

Глубокоуважаемый г. профессор!

К моему величайшему сожалению в прошлом году осенью в Йене я не имел возможности представиться Вам и просить Вас об оттисках Ваших замечательных работ. К сожалению, здесь в Вене нам совершенно недоступны и недостижимы публикации Петербургского оптического института. Могу я позволить себе прежде всего направить г. профессору эту просьбу о нескольких оттисках Ваших работ?

Кроме того, могу ли я переслать и представить (на отзыв) несколько моих еще имеющихся в оттисках публикаций?

С наилучшими пожеланиями
г. профессору,
с глубоким уважением и преданностью
Адольф Смекал.

Должак — Рождественскому[2]

Многоуважаемый г. профессор,

я позволю себе обратиться к Вам с вопросом: нельзя ли некоторое время поработать в Вашей лаборатории? В настоящее время я покидаю Лунд и переезжаю в Прагу, где я буду работать ассистентом в чешском университете, и потому прошу прислать мне Ваш ответ туда. Одновременно, если это Вас не затруднит и при условии, если я могу надеяться на приглашение, я был бы Вам очень благодарен, если Вы сообщите мне условия, в которых я буду жить и работать. Возможно, от меня потребуется дать о себе подробные сведения, в таком случае я охотно это сделаю.

Прошу Вас, уважаемый г. профессор, также извинить меня за то, что я пишу по-немецки, но ведь я не знаю, понимаете ли Вы по-чешски, а сам я не знаю русского.

В ожидании Вашего положительного ответа
Доктор *Вацлав Должак.*

Физический институт Лундского университета.
Лунд. 3 мая 1921.

---

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 41, л. 1. Ориг. на нем. яз. Публ. впервые.

[2] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 13. Ориг. на нем. яз. Публ. впервые.

Рождественский — Бору[1]

Многоуважаемый коллега,

г. Эренфест сообщил мне, что Вас интересуют возможные соображения в отношении вопроса, является ли нормальная траектория валентного электрона для щелочных атомов 1 *s* или 2 *s*.

Я позволю себе одновременно послать Вам свой популярный доклад «Спектральный анализ и строение атома», где на страницах 44 и 47 проведено сравнение термов щелочных атомов с водородными. Мне кажется, из таблицы на этих страницах следует, что «совсем неудобно» все пять столбцов с *ms*-термами одновременно сдвигать вниз для того, чтобы объяснить наименьшие (наибольшие) термы как (1 *s*). Тогда самые высокие (низкие) термы совсем не будут похожи на термы водорода. Мне жаль, что я не смог в свое время послать Вам оттиски моих статей[2], где этот вопрос подробно обсуждался и где были приведены различные примеры сравнения термов с водородными термами, причем подчеркивалась плодотворность этой идеи. После того как я снова продумал теперь весь этот вопрос, мне кажется, что вышеупомянутые заключения из проведенного сравнения термов намного усилятся, если привлечь термы ионизированных щелочноземельных атомов.

А. Теперь посмотрим таблицу (табл. I, приложение) для термов $\frac{4R}{m^2}$ для $(\mathrm{He}_+)_0$, Mg_+, Ca_+, Sr_+ (*R* — постоянная Ридберга). Отмечу новое. Наибольшие термы не могут являться не чем иным, как 2 *s*-термами, потому что при растущем *m* термы Mg_+ стремятся к соответствующим термам He_+ с положительной стороны и термы Ca_+ и Sr_+ с отрицательной стороны. Поэтому если сделать противоположное предположение и все столбцы одновременно сдвинуть вниз, то между термами Ca_+ и Sr_+ и соответствующим термом He_+ будет лежать еще один терм He_+, что неприемлемо. (Например, терм Sr 15646 соответствует теперь терму He_+ 24720, между тем имеется терм He_+ 17549.)

Б. В случае щелочноземельных атомов уменьшающийся ряд $100\,\frac{(ms)-\frac{4R}{m^2}}{\frac{4R}{m^2}}$ (процентное отношение от водородных термов) заменяет уменьшающийся ряд $100\,\frac{ms-\frac{4R}{m^2}}{\frac{4R}{m^2}}$ (процентное отклонение от водородных термов). Соответствие с нейтральными щелочными атомами получается здесь опять только тогда, когда наивысшие термы считаются 2 *s*-термами.

Все упомянутые величины собраны в таблице II и внесены в таблицу как ординаты, в то время как абсциссы означают число электронов в атоме в данном состоянии. Кривые II проведены по точкам для щелочных атомов, кривые I — по точкам для щелочноземельных атомов. В соответствии с А (Mg_+ стремится к He_+ с положительной стороны, Ca_+ — с отрицательной стороны) кривые I пересекаются, впрочем совер-

---

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 1, лл. 1 с об. — 7. Ориг. на нем. яз. Публ. впервые.

[2] 1. Толкование спектральных серий. 2. Термы высокого порядка и подобие спектров сложного атома спектрам одноэлектронного атома. 3. Спектральные серии $\mathrm{Mg}+$ по сравнению с сериями $\mathrm{He}+$.

шенно аналогичное происходит с кривыми II. Только необходимо кривые I сдвинуть вниз, потому что у ионизированных атомов размеры соответствующей траектории в два раза меньше в силу двукратного внутреннего эффективного заряда атома. Особую роль K на кривой II перенимает Ca_+ на кривой I. Для лучшего рассмотрения можно все кривые II сдвинуть кверху до совпадения точек Ca_+ с точками K (см. прерывистую линию I....I, нанесенную карандашом).

Подводя итог, можно сказать следующее. Ввиду того что кривые I пересекаются друг с другом, наименьшее m для ионов щелочноземельных атомов равно 2.

Ввиду того что кривые II и I в целом идут параллельно друг другу, у щелочных атомов m также должно равняться 2. У меня отсутствуют данные о Ba_+ (диссертация Лоренца) и нужно еще исследовать Be_+ (что уже запланировано нами сделать следующей зимой, правда для другой цели).

Позволяю себе послать Вам прежнюю работу по аномальной дисперсии в парах Na. Нужно думать, скоро будет создана новая теория дисперсии на основе Вашей модели атома, которая объяснит найденные отклонения дисперсии от формулы Зельмайера.

С глубоким уважением
Д. Рождественский.

[Петроград]
15 мая 1921.

[Приложение]

Таблица I

m	$4R/m^2$	$Mg_+(ms)$	$Ca_+(ms)$	Sz_+ (ms)
8	6855	6977	—	—
7	8953	9140	—	—
6	12187	12485	11427	15641
5	17549	18072	16275	23876
4	27420	28483	25032	41103
3	48746	51464	43538	88390
2	109679	121270	95703	
1	438677			

$R = 109679$ — улучшенная константа Ридберга.

Таблица II

	Li	Na	K	Rb	Cs	Mg_+	Ca_+	Sr_+
5	18,0	15,6	7,9	5,7	2,5	3,0	7,3	10,8
4	23,6	20,2	10,2	7,6	3,4	3,9	8,7	12,9
3	33,6	28,9	14,7	11,2	5,6	5,6	10,7	15,7
2	58,8	51,0	27,7	28,8	14,5	10,6	12,7	19,4
1	+	+	+	+	+	+	—	—
m	$\dfrac{(ms) - \dfrac{R}{m^2}}{\dfrac{R}{m^2}}$					$100\,\dfrac{(ms) - 4R/m^2}{4R/m^2}$		

Кривые X

Таблица III

4	24,2	26,0	31,0	32,3	34,3	36,7	41,7	43,0
3	30,5	32,4	38,0	39,6	41,8	41,5	48,6	51,0
2	40,9	42,7	49,0	50,5	53,1	53,0	60,5	62,6
1	60,3	62,2	68,0	69,2	71,3	72,3	78,2	79,9
m	Li	Na	K	Rb	Cs	Mg_+	Ca_+	Sr_+

Кривые V

Бор — Рождественскому[1]

Многоуважаемый коллега,

я премного Вам благодарен за Ваше дружеское письмо и за посылку Ваших статей. К сожалению, однако, я не владею русским языком, и рад видеть Ваши новые статьи, написанные по-немецки.

Что касается Вашего объяснения нормального пути валентного электрона щелочного металла, то я полностью согласен с интересными и убедительными рассуждениями в Вашем письме. Как Вы, возможно, знаете из моего берлинского доклада, раньше я придерживался другого мнения, потому что я видел принципиальные трудности в принятии многоквантовых путей в нормальном состоянии. Но некоторое время спустя я пришел путем чисто механических рассуждений к другому пониманию, которое, как мне кажется, дает простое объяснение квантовых чисел в нормальном состоянии. В связи с этим я пришел к квантовому объяснению *s*-терма, которое, в сущности, совпадает с такими же рассуждениями, которые недавно были опубликованы Шредингером.

С наилучшими пожеланиями
преданный Вам
Н. Бор.

Университет. Институт теоретической физики. 27 мая 1921.

Пашен — Рождественскому[2]

Дорогой профессор Рождественский!

Воспоминания о часах Вашего дружеского визита и радость, вызванная теплой дружбой с Вами во время Вашего пребывания у нас, пробудили во мне желание сказать Вам, что еще ни один визит не производил на меня такого глубокого впечатления, как Ваш.

Если позволят обстоятельства, то осуществится мое страстное желание навестить Вас, а также посмотреть при этом Ваш прекрасный институт в Петрограде. Я думаю, что Ваше исследование чрезвычайно точно совпадает с моим, и будет очень хорошо, если мы опять сможем обсудить все это.

Между тем, я позволю себе выполнить, наконец, свое обещание,

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 1, л. 6. Ориг. на нем. яз. Публ. впервые.

[2] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 33, л. 1 с об. Ориг. на нем. яз. Публ. впервые.

данное господину Эренфесту (по поводу Вашего портрета). Хочется также добавить, что для меня было бы большой честью, если бы я мог повесить у своего письменного стола Ваш портрет как воспоминание о часах Вашего визита и о наших беседах. Я (от себя лично и от своих сотрудников) выражаю Вам и г. Чулановскому сердечную благодарность за чрезвычайную честь, которую Вы оказали нам своим визитом, и за то научное вдохновение, которое нам передалось при этом.

С дружеским приветом Ваш преданный,
глубоко Вас уважающий
Ф. Пашен.

29 мая [19] 21.
Тюбинген.

Гультен — Рождественскому [1]

Дорогой профессор,

случайно я услышал от проф. Эренфеста, что Вы интересовались жидкой призмой и что Вы уже получили некоторые важные результаты. Намереваясь построить спектрограф с жидкой призмой в стеклянной оправе, я был бы очень благодарен Вам, если бы Вы дали мне некоторый совет. То, в отношении чего я больше всего сомневаюсь,— это какую выбрать жидкость. Обычно используемые жидкости не подходят ввиду поглощения в области $\lambda\,3500$—$\lambda\,4000$, а эта область как раз больше всего меня интересует.

Так как я собираюсь сделать призму очень больших размеров, то даже легкое поглощение будет ухудшать спектральные линии. Затем я думаю, что жидкость должна быть достаточно стойкой, чтобы не разлагаться под действием света или в силу других процессов.

В отношении влияния температурного сдвига я собираюсь предпринять специальные предосторожности, так что, я думаю, этот вопрос не вызовет затруднений.

Прошу Вашего извинения за небрежность этого письма. Только мой большой интерес к этой проблеме может оправдать меня, ибо, как мне кажется, спектроскописты в настоящее время еще не обратили серьезного внимания на огромные преимущества жидкой призмы.

Сердечно Ваш
Эрих Гультен,
директор института.

Стокгольмский университет.
Стокгольм. Швеция.
Физическая лаборатория
23 июня 1923.

Ладенбург — Рождественскому [2]

Многоуважаемый коллега!

Находясь на пути в Америку, где я в Принстоне должен взять на себя руководство институтом на один год, я хочу позволить себе обратиться к Вам с просьбой относительно моего теперешнего ассистента доктора Зауля Леви́.

Леви приехал из Литовского государства, и ему, как иностранцу,

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 11, л. 5. Ориг. на англ. яз. Публ. впервые.

[2] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 27, л. 1 с об. Ориг. на нем. яз. Публ. впервые.

очень трудно устроиться в Германии, а сейчас для него устройство на работу даже совсем невозможно, хотя я и оказывал ему всяческую поддержку. Он работает у меня ассистентом уже два года. Вместе со мной он работал над аномальной дисперсией, абсорбцией, обращением линий неона, затем он провел также несколько самостоятельных исследований на гелии, результаты которых в данный момент находятся в печати. В настоящее время Леви проводит более крупное исследование с линиями полосатого спектра, которое он начал вместе со мной, но в связи с моим отсутствием в Далеме вынужден был провести его самостоятельно до конца. Он способный сотрудник, хорошо подготовлен экспериментально и математически.

Прежде Леви был у Траубенберга и частично самостоятельно, частично совместно с ним он сделал несколько хороших работ с каналовыми лучами (эффект Допплера, эффект Штарка). Я сам охотно оставил бы его у себя, но по вышеуказанным причинам сделать это невозможно. До 1 апреля его пребывание у меня обеспечено, так как я смог предоставить ему необходимую для его содержания сумму из одного частного фонда.

Я хотел бы позволить себе узнать у Вас, не примете ли Вы участие в его деле и не сможете ли весной следующего года взять Леви к себе ассистентом. Я убежден, что Вы будете довольны его успехами, особенно в оптике.

Надеюсь, что у Вас и Вашей уважаемой супруги все обстоит благополучно.

С сердечным приветом
преданный Вам *Р. Ладенбург.*

Адрес: Принстон (Нью-Йорк) Физическая лаборатория
Принстонского университета.
8 окт. 1931.

Ладенбург — Рождественскому[1]

Многоуважаемый коллега!

Около двух месяцев тому назад я позволил себе написать Вам до того, как получил от Вас ответ — не получив от Вас ответа, я опасался, что мое письмо не дошло до Вас.

Оно касается моего ассистента доктора Зауля Леви́, который работает у меня свыше двух лет и деятельностью которого я всегда был очень доволен.

К сожалению, в Германии для меня создали трудные финансовые условия, и я не могу содержать его в качестве ассистента дольше, чем до 1 апреля 1932 года. Пока я остаюсь здесь на один год, но может оказаться, что я останусь и дольше. Тем менее смогу я содержать г. доктора Леви в качестве ассистента в институте кайзера Вильгельма в Германии.

Он вместе со мной, а затем самостоятельно работал над аномальной дисперсией, абсорбцией и распределением интенсивностей в спектральных линиях электрически возбужденного газа, наконец, над дисперсией, полосатым спектром; две работы опубликованы в Zs. Phys., которые Вы, возможно, видели. В ближайшее время будут закончены третья и четвертая статьи. Прежде, у Траубенберга, он провел успешные исследования по поляризации и другим оптическим явлениям канадового излучения. Г. Траубенберг, так же как и я, был им очень дово-

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 27, л. 3 с об. Ориг. на нем. яз. Публ. впервые.

лен, и мы оба поддерживаем его как очень достойного, критически и самостоятельно работающего физика, умелого экспериментатора.

Я хотел бы спросить, не сможете ли Вы устроить его в Ваш институт. Я убежден, что Вы останетесь им довольны.

Мне здесь очень нравится, но я еще не знаю, останусь ли я здесь дольше, чем до осени 1932 г.

Надеюсь, что у Вас и у Вашей уважаемой супруги все обстоит хорошо.

С наилучшими пожеланиями
Всегда Вам преданный
Р. Ладенбург.

Работы, проведенные Леви в моем институте, опубликованы в Zs. Phys., **65**, 189, 1931; **72**, 578, 1931. Короткие записки о дисперсии Li_2 посланы в печать в Phys. Rev.

В случае положительного ответа я был бы Вам очень признателен, если бы Вы написали об этом г. доктору З. Леви по адресу: «Берлин—Далем, ул. Фарадея, 4/6, институт кайзера Вильгельма физической химии и электрохимии», так как путь через США слишком долог.

Принстон (Нью-Йорк).
Физическая лаборатория
Принстонского университета.
26 дек. 1931.

Ладенбург — Рождественскому[1]

Многоуважаемый коллега Рождественский,

я хотел бы сегодня сердечно поблагодарить Вас за Ваше любезное письмо от 10.2 [1932 г.] и Ваши хлопоты за г. Леви. Правда, он написал мне, что получил предложение от проф. Ландсберга из Москвы с обещанием предоставить ему жилплощадь, что там особенно затруднительно. Я не знаю, принял ли он уже это предложение. Леви непременно напишет Вам или г. Прокофьеву и даст точный ответ.

Здесь я устроился очень хорошо и останусь еще по меньшей мере на два года. Научная обстановка здесь пока еще достаточно хороша, но уже начинает замечаться депрессия.

Я еще раз сердечно благодарю Вас за Ваш любезный ответ и Ваши пожелания.

Передайте также наилучшие пожелания Вашей уважаемой супруге.

Преданный Вам
Р. Ладенбург.

Вуд — Рождественскому[2]

Дорогой проф. Рождественский,

сейчас же по получении Вашего письма (от начала марта. — *Д. Р.*[3]) я телеграфировал Вам через Вестерн Юнион, что мисс Вуд и я можем приехать в Ленинград этим летом, причем я предлагал привезти с собой решетки и принять участие в Вашей комиссии в отношении предлагаемой работы, которая мне представляется очень важной.

---

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 3, ед. хр. 27, л. 4. Ориг. на нем. яз. Публ впервые.

[2] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 2, ед. хр. 4, л. 1. Ориг. на англ. яз. Публ. впервые.

[3] Замечания сделаны Д. С. Рождественским к русскому переводу письма, см. л. 3.

Не получив от Вас ответа и спецификаций трех дифракционных решеток, которые Вам нужны (от Торгового Представительства. — *Д. Р.*), я теряюсь в догадках, какие же могли возникнуть затруднения.

Теперь мы отказались от намерения ехать в Ленинград нынешним летом и собираемся вместо этого поехать в Мексику. Я рискую послать Вам мою фотографию (для перевода его книги. — *Д. Р.*), которая была Вам срочно нужна. Я с удовольствием узнал, что Вы собираетесь переводить мою книгу по физической оптике.

Преданный Вам
Р. В. Вуд.

Университет Дж. Гопкинса.
Физическая лаборатория.
Балтимор, Мэриленд, США.
4 июня 1936.

Рождественский — Вуду[1]

Только что из Вашего письма от 4 июня 1936 г. я узнал, что мисс Вуд и Вы собирались этим летом посетить Ленинград и что Вы хотели бы принять личное участие в работе комиссии по редким землям.

Ваша телеграмма не дошла до меня. Не могу представить себе, как это случилось. Мы все очень сожалеем, что не увидим Вас у себя этим летом из-за этого недоразумения. Можно ли надеяться, что Вы не передумаете посетить Россию и приедете к нам этой осенью или зимой? Осенний или зимний визит имеет значительные преимущества как в смысле климатических условий (лето в Ленинграде обычно бывает очень жаркое и душное), а также и потому, что многих наших научных сотрудников, которые были бы крайне рады лично встретиться с Вами, ввиду их двухмесячного отпуска летом не бывает.

Что касается спектрального анализа редких земель, то теперь уже ясно, в чем будут состоять главные трудности. Большая часть линий очень часто расположена так, что невозможно отобрать среди них линии с постоянными разностями частот (которые становятся случайными).

Существуют три направления, позволяющие избежать эти затруднения:

1) работать со спектрами поглощения, что уменьшит число линий;
2) повысить точность измерений;
3) использовать явления Зеемана по всему спектру с помощью скрещенных спектрографов. Очевидно, что повышение разрешающей силы и увеличения окажется решающим для всей работы. В силу этого мы обращаемся к Вам с просьбой предоставить нам решетки.

Излишне говорить, сколь ценными будут для нас Ваши советы в этих вопросах.

Нужно будет преодолеть большие трудности. К сожалению, наше Торгпредство слишком медлит с заказом решеток и все еще не послало Вам их спецификации. Поэтому я посылаю Вам их на отдельном листе.

Профессор Вавилов просил меня передать Вам привет.

Сердечно благодарен Вам за Вашу любезность и желание помочь нам.

Остаюсь сердечно Ваш
Д. Рождественский

21 июня 1936.

---

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 2, ед. хр. 4, лл. 4—7. Ориг. на англ. яз. Публ. впервые.

Рождественский — Вуду[1]

Позвольте мне сообщить Вам, что сотрудники Государственного оптического института в Ленинграде с живейшей радостью восприняли выход в свет нового издания Вашего курса физической оптики. Уже 30 лет наши молодые экспериментаторы воспитываются на Вашем курсе, и появление нового издания является в некотором роде юбилеем для тех, кто любит оптику, и в особенности для Оптического института, где сосредоточено несколько сотен людей, посвятивших оптике труд всей своей жизни.

Мы считаем, что Ваша оптика есть главным образом изложение Ваших классических работ по резонансному излучению, Вами открытому, по аномальной дисперсии и спектроскопии, явлению Рамана и другим вопросам. Поэтому в Оптическом институте решено было перевести и издать Вашу книгу не только возможно лучше, но и так, чтобы читатель почувствовал высокое экспериментальное искусство автора и быстроту, с какой он работает.

Руководящие сотрудники Оптического института, являющиеся специалистами по отдельным главам, были приглашены к переводам, а мне, как старейшему, была оказана честь быть общим редактором перевода.

Для того чтобы облегчить читателю переход к изучению отдельных циклов Ваших работ и познакомить его со всем ходом Вашей деятельности, мы помещаем в конце книги подробный список всех Ваших трудов, а в начале каждой главы делаем замечания по поводу соответствующих научных направлений, развиваемых в Ваших работах.

Нам очень хотелось бы поместить в начале книги Ваш портрет и получить от Вас несколько вступительных слов к нашему изданию перевода. К сожалению, у нас нет Вашего портрета, не согласитесь ли Вы прислать нам его для нашего издания.

Буду с нетерпением ждать Вашего ответа на нашу просьбу.

Далее, позволю себе обратиться к Вам со следующим делом.

По предложению трех членов Академии наук — С. И. Вавилова, И. В. Гребенщикова и меня — академия решила провести в память великого русского академика Д. И. Менделеева совместно с Государственным оптическим институтом исследование спектроскопических регулярностей в спектрах 13 элементов редких земель. Так как Вы являетесь почетным членом, то академия уполномочила меня как председателя комиссии по этому вопросу просить Вашего разрешения включить Вас в члены этой комиссии.

Целью исследования является рассмотрение вопроса о проникновении $4f$-электронов во внутренние части атомов от Ce до Lu, как нейтральных, так и ионизованных. Спектры всех 13 элементов, включающие помимо трех нейтральных также ионизованные атомы, должны быть детально изучены вплоть до определения их потенциалов ионизации. Предполагается начать исследование с изучения спектров поглощения этих элементов в печи Кинга по всей области спектра от шумановской до лаймановской, а также с изучения искровых спектров в капиллярных трубках для ионизованных атомов.

Предполагается параллельно начать работу по изучению эффекта Зеемана с помощью скрещенных решетки и эшелона в вакуумной области. Имеется всего 8 разных исследований в первоочередном списке.

Ясно, что эта работа, которую должны проводить несколько сотрудников по единому согласованному плану, даст возможность в дополне-

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 2, ед. хр. 4, лл. 18—19 с об. Ориг. на англ. яз. Публ. впервые.

ние к тому, что уже сделано, в особенности в Америке, быстрее приблизиться к завершению задачи заполнения пробелов в спектральных исследованиях элементов таблицы Менделеева, что давно уже занимает спектроскопистов и химиков.

Несомненно, что в этих исследованиях по редким землям придется поднять также ряд вопросов, непосредственно не связанных со спектроскопией, например проблему флуоресценции.

Нам очень хотелось бы воспользоваться Вашим ценным участием и советом в этом важном предприятии. Конечно, мы понимаем, что дальность расстояния, разделяющего нас, помешает восприятию того, что мы надеялись бы извлечь из Вашего огромного опыта и экспериментального мастерства, но тем не менее мы будем очень благодарны Вам за все Ваши предложения и советы.

Через Советское торгпредство Физический институт АН СССР направляет в Вашу лабораторию просьбу изготовить для нас три дифракционные решетки. Мы были бы очень благодарны Вам, если бы Вы устроили изготовление этих решеток в возможно более короткий срок, ибо они как раз предназначаются для исследования редких земель.

Хотелось бы обратить Ваше внимание на то, что в СССР на Памире обнаружен прекрасный плавиковый шпат, и мы могли бы с большим удовольствием подарить Вам изделия из него, которые пригодятся Вам в Ваших исследованиях.

Уважающий Вас

Д. Рождественский.

Рождественский — Вуду[1]

Дорогой профессор Вуд,

для меня большое удовольствие послать Вам русский перевод Вашей книги. Как видите, ее внешний вид хуже оригинала. Это, конечно, жаль. Но публикация доступных дешевых изданий является политикой нашего Государственного издательства. Поступая таким образом, мы можем увеличивать число издаваемых книг. За последние два года в СССР было издано книг больше, чем в Германии и Англии, вместе взятых.

Однако все это мало утешает меня, и мне хотелось бы видеть репродукции Ваших прекрасных спектрограмм выполненными лучшим образом. Уверяю Вас, что перевод Вашей книги выполнен хорошо.

Прошлым летом в письме, которое, я надеюсь, дошло до Вас, я уже благодарил Вас за присылку Вашего портрета (фотографии). Мне хочется еще раз поблагодарить Вас за это украшение русского издания.

Сердечно Ваш
Д. Рождественский.

Недоразумение с исчезновением Вашей телеграммы выяснилось только два месяца спустя, и, к нашему огорчению, мы установили, что телеграмма исчезла самым загадочным образом где-то внутри здания нашего института, в котором я живу.

Управляющий делами института просит передать Вам свои извинения за этот досадный инцидент.

Ленинград.
Биржевая линия, 12, кв. 13.
11 мая 1937.

[1] Архив АН СССР, ф. 341, оп. 2, ед. хр. 4, лл. 11 с об.— 12. Ориг. на англ. яз. Публ. впервые.

СОДЕРЖАНИЕ

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ПУБЛИКАЦИИ

ОПЕЧАТКИ

Строка	Напечатано	Должно быть
2 снизу	$\dot{r}_a$	i_a
7 и 11, 12 снизу	(9)	(10)
4 сверху	$= 4\pi\rho$	$= - 4\pi\rho$
6 и 18 снизу	Должак	Долейшек

Зак. 567