

**КУРС  
СФЕРИЧЕСКОЙ  
АСТРОНОМИИ**

**К. А. КУЛИКОВ**





К. А. КУЛИКОВ

# КУРС СФЕРИЧЕСКОЙ АСТРОНОМИИ

---

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ,  
ПЕРЕРАБОТАННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

*Допущено Министерством  
высшего и среднего специального образования СССР  
в качестве учебника для государственных университетов*



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»  
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
МОСКВА, 1969

**Курс сферической астрономии**, изд. 2-е, перераб. и доп., Куликов К. А., Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1969, 216 стр.

Сжато изложенный курс, рассчитанный на студентов-астрономов физических, физико-математических и механико-математических факультетов университетов. Учебник написан в полном соответствии с программой курса, утвержденной Министерством высшего и среднего специального образования СССР. Может быть использован студентами физиками, математиками и географами, для которых читаются курсы астрономии, а также студентами физико-математических факультетов педагогических институтов и аспирантами.

Учебник содержит все основные сведения по сферической астрономии (небесная сфера, время и редукции) и некоторые дополнительные разделы, например, движение полюсов Земли, неравномерность вращения Земли и астрономические постоянные.

Рисунков 44, таблиц 13, библиографических ссылок 7.

*Константин Алексеевич Куликов*

Курс сферической астрономии

М., 1969 г., 216 стр. с илл.

Редактор *Д. Н. Пономарев*

Техн. редактор *В. С. Никифорова*

Корректор *Н. Б. Румянцева*

Сдано в набор 4/II-1969 г. Подписано к печати 25/XI 1969 г.

Бумага 84×108/32, Физ. печ. л. 6,75.

Условн. печ. л. 11,34. Уч.-изд. л. 12,41.

Тираж 8000 экз. Т -15954. Цена книги 43 коп.

Заказ № 2315

Издательство «Наука»

Главная редакция физико-математической литературы  
Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

2-я тип. изд-ва «Наука». Москва, Шубинский пер., 10

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	6
<b>Глава первая. Системы координат на поверхности Земли и на небесной сфере . . . . .</b>	<b>9</b>
§ 1. Форма и размеры Земли . . . . .	9
§ 2. Координаты точки на земной поверхности . . . . .	10
§ 3. Изменяемость широт и долгот . . . . .	13
§ 4. Основные круги и точки на небесной сфере . . . . .	16
§ 5. Горизонтальная система координат . . . . .	21
§ 6. Экваториальные системы координат . . . . .	22
§ 7. Эклиптическая и галактическая системы координат. . . . .	24
Примеры к главе первой . . . . .	26
<b>Глава вторая. Элементы сферической тригонометрии . . . . .</b>	<b>28</b>
§ 8. Сферические треугольники . . . . .	28
§ 9. Основные формулы сферической тригонометрии . . . . .	30
§ 10. Прямоугольные и узкие сферические треугольники . . . . .	33
§ 11. Дифференциальные формулы сферической тригонометрии . . . . .	35
§ 12. Параллактический треугольник. Перевод систем координат . . . . .	37
§ 13. Вычисление поправок широты и долготы места наблюдения за движение полюсов Земли . . . . .	38
Примеры к главе второй . . . . .	41
<b>Глава третья. Измерение времени . . . . .</b>	<b>44</b>
§ 14. Звездное время . . . . .	44
§ 15. Истинное солнечное время . . . . .	46
§ 16. Среднее солнечное время. Уравнение времени . . . . .	47
§ 17. Выражение единиц среднего времени в единицах звездного времени. . . . .	49
§ 18. Связь среднего солнечного времени со звездным временем . . . . .	51
§ 19. Поясное и декретное время. Линия изменения даты . . . . .	53
§ 20. Летосчисление . . . . .	56
§ 21. Неравномерность вращения Земли . . . . .	60
§ 22. Эфемеридное время . . . . .	62
Примеры к главе третьей . . . . .	66



<b>Глава четвертая. Явления суточного вращения небесной сферы</b>	<b>69</b>
§ 23. Суточное вращение небесной сферы на разных широтах	69
§ 24. Зенитное расстояние светила в меридиане . . . . .	71
§ 25. Момент прохождения светила через меридиан . . . . .	73
§ 26. Зенитное расстояние светила в первом вертикале. Момент прохождения светила через первый вертикал . . . . .	74
§ 27. Элонгация околополярных звезд . . . . .	75
§ 28. Восход и заход светил . . . . .	77
§ 29. Принцип определения прямых восхождений и склонений светил . . . . .	79
Примеры к главе четвертой . . . . .	83
<b>Глава пятая. Учет факторов, искажающих положения небесных светил (рефракция, абберация, параллакс) . . . . .</b>	<b>85</b>
§ 30. Рефракция . . . . .	85
§ 31. Приближенная формула рефракции . . . . .	86
§ 32. Влияние рефракции на зенитное расстояние светила	89
§ 33. Влияние рефракции на прямое восхождение и склонение светила . . . . .	94
§ 34. Абберация . . . . .	95
§ 35. Влияние абберации на координаты светил . . . . .	98
§ 36. Суточная абберация и ее влияние на координаты светил . . . . .	99
§ 37. Годичная абберация и ее влияние на экваториальные координаты . . . . .	102
§ 38. Параллактическое смещение. Параллакс светил . . . . .	105
§ 39. Влияние параллактического смещения на координаты светила в произвольной системе координат . . . . .	107
§ 40. Суточный параллакс светила . . . . .	108
§ 41. Влияние суточного параллакса на горизонтальные и экваториальные координаты светил . . . . .	109
§ 42. Годичный параллакс и его влияние на координаты светил . . . . .	112
§ 43. Собственные движения звезд . . . . .	114
Примеры к главе пятой . . . . .	115
<b>Глава шестая. Учет факторов, смещающих систему небесных координат относительно звезд . . . . .</b>	<b>122</b>
§ 44. Прецессия и нутация . . . . .	122
§ 45. Средний и истинный полюсы мира . . . . .	125
§ 46. Следствия движения экватора и эклиптики . . . . .	127
§ 47. Нутация . . . . .	130
§ 48. Скорость изменения экваториальных координат из-за прецессии . . . . .	134
§ 49. Изменение экваториальных координат из-за прецессии	136
§ 50. Формулы приведения на видимое место . . . . .	138
§ 51. Схема редукции наблюдаемых координат . . . . .	143
Примеры к главе шестой . . . . .	144

<i>Глава седьмая. Основные астрономические постоянные.</i> . . . .	148
§ 52. Астрономические Ежегодники и астрономические постоянные . . . . .	148
§ 53. Математические зависимости между астрономическими постоянными . . . . .	150
§ 54. Постоянные, характеризующие фигуру и размеры Земли . . . . .	152
§ 55. Наклон экватора к эклиптике . . . . .	155
§ 56. Определение параллакса Солнца из наблюдений . . . . .	157
§ 57. Постоянная годичной аберрации . . . . .	161
§ 58. Постоянная прецессии . . . . .	164
§ 59. Постоянная нутации . . . . .	167
§ 60. Система астрономических постоянных . . . . .	169
Литература . . . . .	172
Приложение I. Таблицы рефракции Пулковской обсерватории . . . . .	173
Приложение II. Перевод дуги, выраженной в часовой мере, в градусную меру и обратно . . . . .	193
Приложение III. Перевод промежутков звездного времени в среднее время . . . . .	194
Приложение IV. Перевод промежутков среднего времени в звездное время . . . . .	195
Приложение V. Превращение десятичных долей суток в часы, минуты и секунды, и обратно. . . . .	196
Приложение VI. Перевод экваториальных координат ( $\alpha$ , $\delta$ ) в галактические ( $l^{II}$ , $b^{II}$ ) . . . . .	197
Приложение VII. Резолюция № 4 о системе астрономических постоянных, принятая XII Генеральной ассамблеей МАС, Гамбург, 1964. . . . .	203
Предметный указатель . . . . .	207



## ПРЕДИСЛОВИЕ

В утвержденных Министерством высшего и среднего специального образования СССР учебных планах университетов на сферическую астрономию отведено в течение одного семестра 70 часов, из расчета 3 часа лекций и 1 час упражнений в неделю.

При таком ограниченном количестве часов существующие учебники становятся мало пригодными. Например, прекрасная книга С. Н. Блажко «Курс сферической астрономии» является, по существу, справочником по сферической астрономии для специалистов; студентам же 1-го или 2-го курсов, для которых читается этот предмет, трудно из него извлечь то, что необходимо для дальнейшей практической работы и для прохождения других астрономических курсов. То же можно сказать и об учебниках С. А. Казакова, М. К. Вентцеля и др.

Настоящий учебник составлен применительно к программе курса сферической астрономии, рассчитанного на 50—54 лекционных часа.

Первой особенностью этой книги является ее малый объем. Исходя из числа отведенных часов, в ней изложен только тот материал, который совершенно необходим специалисту любой отрасли астрономии и без которого нельзя проходить другие астрономические предметы учебного плана. Сокращенно изложены первые главы, материал которых частично изучался студентами при прохождении курса общей астрономии.

Вторая особенность учебника заключается в порядке изложения материала, а именно: учет всех редукиций дается в такой последовательности, в какой они в действительности вводятся в наблюдения. После исправления данных наблюдений за инструментальные ошибки, о чем рассказывается в практической астрономии, наблюдения освобождаются в первую очередь от влияния рефракции и суточной аберрации. Тем самым результаты наблюдений оказываются такими, как если бы они были получены с Земли, лишенной атмосферы и не вращающейся вокруг своей оси. Затем производят учет годичной аберрации, прецессии и нутации.

В настоящем учебнике более подробно, чем в других, рассказано об астрономических постоянных. Знакомство с астрономическими постоянными также необходимо, так как от них зависит точность учета всех редукиций, решение задач небесной механики, геодезии и гравиметрии, определение же их численных значений представляет собой важнейшую задачу фундаментальной астрометрии. Кстати сказать, подробно раздел «астрономические постоянные» излагается только в одном из общих курсов учебного плана, — в общей астрометрии.

Первые четыре главы учебника посвящены элементам геометрии на сфере, измерению времени и суточному вращению небесной сферы. Некоторой особенностью изложения этих глав является то, что, в отличие от существующих учебников, в данном курсе приводится, например, краткий вывод четырех дифференциальных формул сферической тригонометрии, упрощающих выводы некоторых редукиций, изложен вопрос о неравномерности вращения Земли и движении полюсов Земли и др.

При рассмотрении редукиций, в отличие от первого издания, введен параграф о рефракции для горизонтальных слоев атмосферы. По-иному изложены параграфы об аберрации и параллаксе экваториальных координат. Влияние



абберрации и параллакса на координаты сначала получено в произвольных осях (как, например, в курсах сферической астрономии С. А. Казакова и Д. В. Пясковского), затем — как частный случай в горизонтальных и экваториальных координатах. Это нагляднее и проще, чем в первом издании нашей книги.

В конце большинства глав приведены упрощенные примеры, которые частично заимствованы из задач по сферической астрономии М. К. Вентцеля, К. А. Цветкова и М. Н. Смирнова, из Астрономического ежегодника СССР на 1960 г. и некоторых других пособий. В конце книги в виде приложения приводится ряд таблиц, которые необходимы для решения разнообразных астрономических задач. В несколько сокращенном виде даны таблицы рефракции Пулковской обсерватории, которые приведены для зенитного расстояния от 0 до  $80^\circ$ , а не от 0 до  $90^\circ$ , как в оригинале. В отличие от первого издания, добавлены таблицы перевода экваториальных координат в галактические.

Приношу глубокую благодарность доценту МГУ В. В. Подобеду за внимательный просмотр первого издания книги и за исправления и улучшения текста.

## СИСТЕМЫ КООРДИНАТ НА ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ И НА НЕБЕСНОЙ СФЕРЕ

### § 1. Форма и размеры Земли

Поверхности океанов и материков образуют истинную физическую фигуру Земли. Действительная поверхность Земли, непосредственно представляющаяся нашему взору во всем своем многообразии, настолько сложна, что описать ее с помощью математических формул невозможно. Поэтому, говоря о форме Земли, рассматривают некоторую более простую поверхность, которая в той или иной мере близка к действительной поверхности Земли и отражает ее основные черты.

В первом приближении Землю можно считать *шаром*. Ближе к истинной фигуре Земли будет *эллипсоид вращения*, полученный вращением эллипса около его малой оси. Величина отклонения фигуры эллипсоида вращения от шара характеризуется *сжатием* — отношением разности наибольшей и наименьшей осей эллипсоида к его наибольшей оси. Если обозначить через  $a$  и  $b$  наибольшую и наименьшую полуоси эллипсоида, то сжатие  $f$  выразится формулой

$$f = \frac{a - b}{a}.$$

Принято характеризовать фигуру Земли следующими параметрами эллипсоида вращения:

$$a = 6\,378\,295 \text{ м}, \quad f = \frac{1}{298,4}.$$

Еще более соответствует форме Земли *трехосный эллипсоид*, характеризующийся тремя полуосями,  $a$ ,  $b$  и  $c$ .



В настоящее время наиболее достоверными считаются следующие параметры трехосного эллипсоида:

$$a = 6\,378\,245 \text{ м}, \quad b = 6\,356\,863 \text{ м}, \quad f = \frac{1}{298,3}, \quad \varepsilon = \frac{1}{30000},$$

где  $\varepsilon$  — экваториальное сжатие, вводимое аналогично величине  $f$ . Эти значения характеризуют трехосный эллипсоид Красовского, полученный советскими геодезистами под его руководством. При выводе элементов этого эллипсоида были использованы геодезические градусные измерения, проведенные в СССР, странах Западной Европы и Северной Америки. В случаях трехосного эллипсоида экватор Земли представляет собой не круг, а эллипс с малым сжатием. У эллипсоида Красовского большая ось экватора расположена на  $15^\circ$  к западу от меридиана Гринвича.

В действительности Земля по своей форме значительно сложнее даже трехосного эллипсоида. Более близка к ней фигура, называемая *геоидом*. Эта поверхность обладает тем свойством, что в каждой ее точке сила тяжести направлена по нормали к поверхности. Она совпадает со средним уровнем воды мирового океана, а на материках — с уровнем воды в воображаемых узких каналах, сообщающихся с океаном. Поверхность геоида отклоняется от поверхности трехосного эллипсоида в ту или другую сторону на величину, не превышающую 100 м.

Для решения большинства астрономических задач достаточно считать Землю эллипсоидом вращения.

## § 2. Координаты точки на земной поверхности

Положение какого-либо пункта на поверхности Земли, которую будем считать эллипсоидом вращения, определяется двумя координатами: *широтой*  $\varphi$  и *долготой*  $\lambda$ . При установлении этой системы координат основным направлением является направление оси вращения Земли, которую можно считать совпадающей с наименьшей осью эллипсоида.

Ось вращения Земли пересекается с ее поверхностью в двух точках: северном  $N$  и южном  $S$  полюсах (рис. 1). Для

наблюдателя, смотрящего на северный полюс, вращение Земли происходит против часовой стрелки.

Плоскость, проходящая через центр Земли перпендикулярно к оси вращения, называется *экваториальной плоскостью*. Линия  $QQ$ , образованная пересечением поверхности Земли экваториальной плоскостью, называется *земным экватором*, который делит поверхность Земли на два полушария: северное (с северным полюсом  $N$ ) и южное (с южным полюсом  $S$ ). Малые круги, параллельные земному экватору, называются *географическими параллелями*.

Географические параллели, отстоящие к северу и к югу от экватора на  $23^\circ 27'$ , что определяется годичным движением Солнца, называются *тропиками*. В северном полушарии Земли расположен северный тропик или тропик Рака (на рисунке —  $BB$ ), в южном — южный тропик или тропик Козерога ( $CC$ ). Тропики ограничивают жаркий климатический пояс Земли. Географические параллели, отстоящие от экватора на  $66^\circ 33'$ , считаются границами холодных и умеренных климатических поясов и называются северным ( $AA$ ) и южным ( $DD$ ) *полярными кругами*.

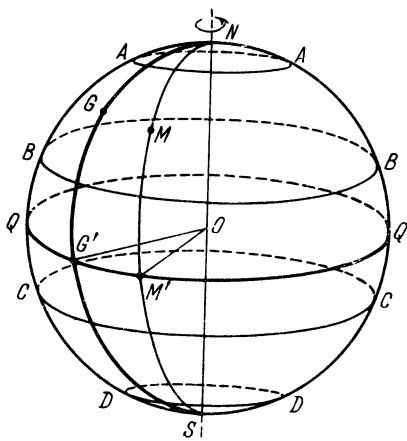


Рис. 1.

Плоскость, проходящая через полюсы  $N$  и  $S$  и данную точку  $M$ , образует на поверхности Земли линию  $NMS$ , называемую *географическим меридианом* точки  $M$ . Для эллипсоидальной Земли географический меридиан имеет форму эллипса. Меридиан ( $NGS$ ), проходящий через Гринвичскую обсерваторию  $G$ , принимается за нулевой или начальный меридиан.

Положение точки на земном эллипсоиде задается геодезическими координатами. *Геодезическая широта* места  $\varphi_1$  есть угол между нормалью  $M_n$  к поверхности эллипсоида

и плоскостью экватора (рис. 2). *Геодезическая долгота*  $\lambda_1$  есть двугранный угол между меридианом места и гринвичским меридианом (см. рис. 1). Геодезические координаты применяются в геодезии и картографии. Они выводятся на основании геодезических, астрономических и гравиметрических измерений.

В астрономии применяются астрономические координаты места, получаемые из астрономических наблюдений.

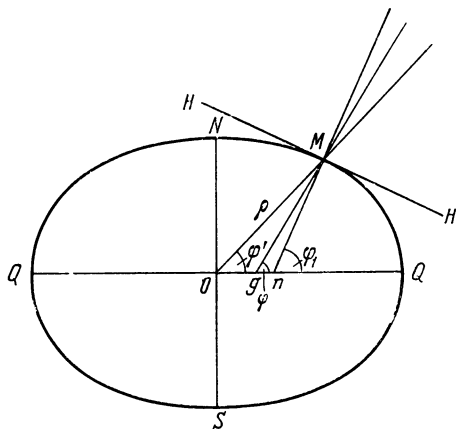


Рис. 2.

*Астрономическая широта*  $\varphi$  данной точки есть угол между отвесной линией и плоскостью земного экватора. Она отсчитывается от экватора к северному полюсу от 0 до  $+90^\circ$  и к южному полюсу от 0 до  $-90^\circ$ .

*Астрономическая долгота*  $\lambda$  есть двугранный угол между плоскостью астрономического меридиана места, задаваемого отвесной линией и плоскостью гринвичского (астрономического) меридиана. Измеряется долгота двугранным углом между плоскостями этих меридианов, и отсчитывается от гринвичского меридиана к востоку (восточная долгота) и к западу (западная долгота) от 0 до  $180^\circ$  или, в часовой мере, от 0 до 12 часов ( $12^h$ ). Общепринятой системы счета долгот нет. Иногда долготу считают в одну сторону от 0 до  $360^\circ$ . В международной практике восточная долгота иногда считается отрицательной, а западная — положи-

тельной. В СССР положительной считается восточная долгота, поэтому в данной книге везде будем считать долготу  $\lambda$  от 0 до  $360^\circ$  или от 0 до  $24^h$  к востоку от Гринвича.

Астрономические координаты отсчитываются аналогично геодезическим и незначительно отличаются от последних за счет несовпадения в данной точке земной поверхности направления отвесной линии и направления нормали к земному эллипсоиду. Уклонение отвеса вследствие неравномерного распределения масс в теле Земли, как правило, не превосходит  $3''$ . Если бы Земля действительно была эллипсоидом и массы распределялись внутри нее или однородно или концентрическими слоями одинаковой плотности, то лишь в этом случае астрономические и геодезические координаты совпадали бы.

В дальнейшем при изложении материала мы будем всегда считать, что долгота  $\lambda$  положительна к востоку от Гринвича, а широта  $\varphi$  есть астрономическая широта. Исключение составляет раздел о суточном параллаксе, где используется геоцентрическая широта  $\varphi'$ .

*Геоцентрической широтой*  $\varphi'$  называется угол между радиусом-вектором  $OM$  точки на поверхности Земли и плоскостью земного экватора  $QQ$  (см. рис. 2). При этом радиус вектор точки на поверхности Земли  $\rho$  есть отрезок, соединяющий центр земного эллипсоида с данной точкой.

Для перехода от геодезической широты точки к ее геоцентрической широте служит формула

$$(\varphi_1 - \varphi')'' = \frac{1}{2} 206264,8(2f \cdot f^2)\sin 2\varphi.$$

Максимальное расхождение между широтами геодезической и геоцентрической достигает  $11',5$  для параллели  $45^\circ$ .

### § 3. Изменяемость широт и долгот

Координаты точек на поверхности Земли — широта  $\varphi$  и долгота  $\lambda$  не остаются постоянными, а изменяются со временем. Изменения широт и долгот происходят от того, что ось вращения непрерывно изменяет свое положение в теле Земли.

Вследствие этого северный и южный полюсы Земли все время меняют свои мгновенные положения, описывая кривые по ее поверхности. Северный полюс движется вокруг своего среднего положения против часовой стрелки, описывая сложную спиралеобразную кривую, которая то закручивается, то раскручивается, не выходя из квадрата со сторонами 26 м.

На рис. 3 и 4 приведены кривые движения северного полюса Земли за два периода. Как видно, из этих рисунков в 1934,0—1940,0 гг. изменения положения полюса были невелики, а в 1946,0—1952,0 гг. амплитуда их имела гораздо больший размах.

Движение полюсов Земли вызывает смещение на ее поверхности координатной сетки — параллелей и меридианов, что и приводит к изменению широт и долгот мест. В целом ряде высокоточных астрометрических и геодезических исследований (определение склонений звезд и астрономических постоянных, долготные работы) влияние этих изменений нужно учитывать и вводить в получаемые результаты соответствующие поправки.

В движении полюсов Земли можно выделить два вида изменений — медленное (вековое) и периодическое. Периодическое движение полюса является результирующим от сложения по крайней мере двух колебаний с периодами в 14 и 12 месяцев. Для учета поправок за движение полюса вводится понятие *среднего полюса Земли*. За него принимается некоторая точка вблизи центра квадрата (со сторонами 26 м), в котором движется северный полюс (его движение определено из наблюдений с высокой степенью точности).

Можно дать следующее определение: *средним полюсом Земли называется такое положение полюса, каким оно было бы, если бы не было его периодического движения*. В соответствии с этим вводится понятие средней широты и средней долготы. Вековое движение среднего полюса очень мало и им можно пренебречь. Следовательно, можно считать средний полюс Земли неподвижным.

Вывод формул для вычисления поправок широты и долготы места наблюдения за движения полюсов Земли дается в конце главы второй после необходимых сведений из сферической тригонометрии.



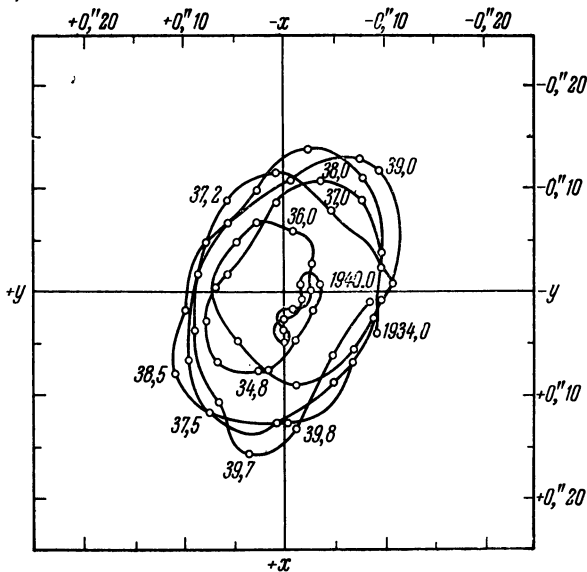


Рис. 3.

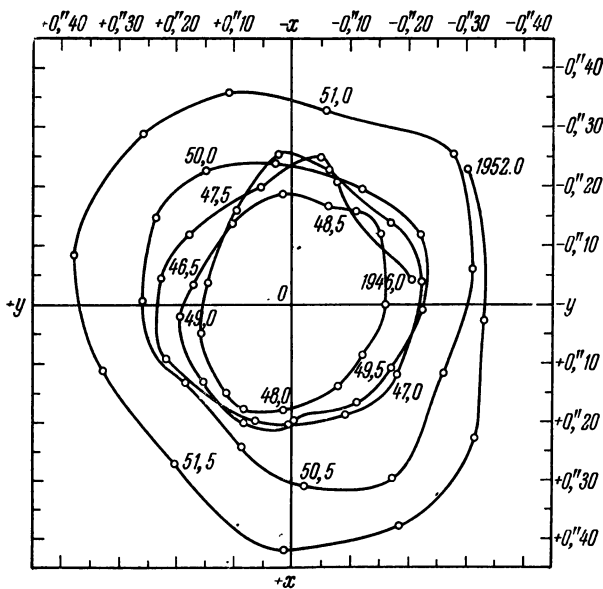


Рис. 4.

## § 4. Основные круги и точки на небесной сфере

Расстояния от Земли до небесных светил могут быть самыми различными. Большинство из этих расстояний нам неизвестно. Однако при решении целого ряда астрономических задач они и не нужны, а требуется знать только направление на светило, которое задается двумя углами относительно двух основных взаимно перпендикулярных плоскостей. Поэтому методически удобнее считать все небесные светила находящимися на одном и том же расстоянии от наблюдателя, т. е. как бы расположенными на сфере. Иначе говоря, вместо того, чтобы рассматривать светила  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  и  $E$  в пространстве, рассматривают их проекции  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  и  $e$  на сферу (рис. 5). Такая вспомогательная сфера

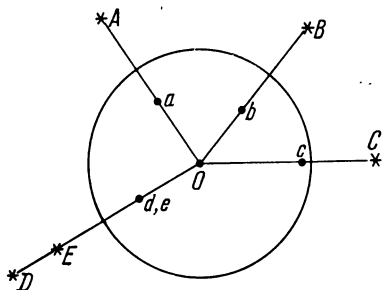


Рис. 5.

произвольного радиуса с центром, который может быть помещен в любой точке пространства, называется *небесной сферой*. Смотря по поставленной задаче, центр небесной сферы можно совместить с местом наблюдения, с центром Земли или Солнца.

Задача определения направлений на светила

сводится к измерению длин дуг на небесной сфере.

Для измерения дуг и соответствующих им центральных углов на небесной сфере применяются три единицы:

1) *радиан* — центральный угол, соответствующий дуге длиной в один радиус; в радиане содержится  $57^{\circ},3$  или  $3437',7$  или  $206264'',8$ ;

2) *градус* ( $^{\circ}$ ) — центральный угол, соответствующий дуге в  $1/360$  часть окружности; градус делится на 60 минут ( $'$ ), минута делится на 60 секунд ( $''$ );

3) *час* ( $^h$ ) — центральный угол, соответствующий дуге в  $1/24$  часть окружности; час делится на 60 минут ( $^m$ ), минута — на 60 секунд ( $^s$ ); минута в часовой мере равна 15 дуговым минутам ( $1^m = 15''$ ), а  $1^s = 15''$ ;

Отметим, что сечение сферы плоскостью есть круг. Круг, плоскость которого проходит через центр сферы, называется *большим кругом*. Все остальные круги на сфере называются *малыми кругами*.

Пусть центр небесной сферы будет совмещен с наблюдателем. Основными направлениями являются направление отвесной линии и направление оси вращения Земли.

Отвесная линия, мысленно продолженная вверх, пересекает небесную сферу в точке *зенита*  $Z$ , а будучи продолженной вниз — в диаметрально противоположной ей точке *надир*  $Na$  (рис. 6). Большой круг небесной сферы ( $SWNE$ ), плоскость которого перпендикулярна к отвесной линии, называется *математическим горизонтом* или просто *горизонтом*. Математический горизонт не совпадает с видимым горизонтом. Проекция видимого горизонта на небесную сферу представляет собой кривую линию, а в случае наблюдения на море — малый круг.

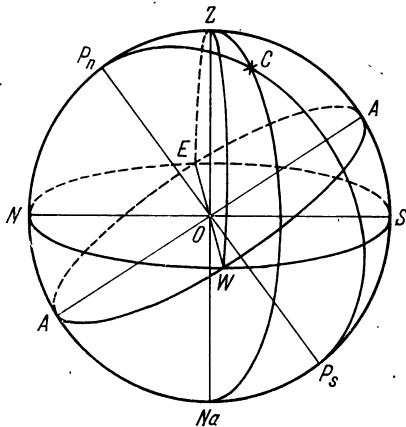


Рис. 6.

Большие круги, проходящие через зенит и надир, называются *кругами высоты* или *вертикальными кругами*. Вертикальный круг, проходящий через какое-либо светило, называется *вертикалом* светила. Например, для звезды  $C$  (см. рис. 6) это дуга  $ZCNa$ . Вертикальный круг ( $ZWNaE$ ), проходящий через точки востока и запада, называется *первым вертикалом*. Малый круг небесной сферы, параллельный горизонту, называется *альмукантаратом*.

Прямая, параллельная оси вращения Земли, проведенная через центр небесной сферы, называется *осью мира*. Точки пересечения оси мира с небесной сферой  $P_n$  и  $P_s$  называются *полюсами мира*. Вращение Земли вокруг своей оси вызывает кажущееся вращение небесного свода и соот-

ветствующее вращение небесной сферы вокруг оси мира. Тот полюс, относительно которого вращение небесной сферы происходит против часовой стрелки (для наблюдателя, находящегося в центре небесной сферы), называется *северным полюсом мира*, противоположный — *южным полюсом мира*.

Пусть на рис. 7 эллипсом изображен меридиан земного эллипсоида,  $NS$  — ось вращения Земли,  $Q_1Q_2$  — ее экватор.

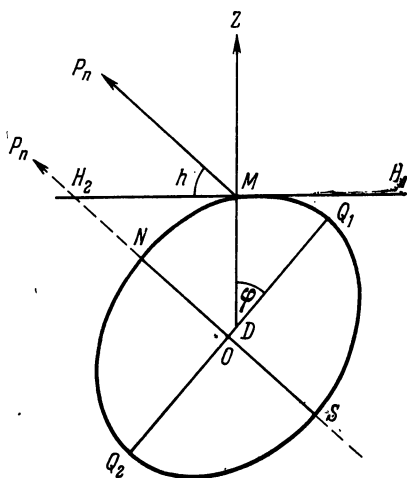


Рис. 7.

Построим в точке наблюдения  $M$  касательную плоскость к эллипсоиду  $H_1H_2$ . Направления  $ON$  и  $MP_n$  на полюс мира из места наблюдения и из центра Земли  $O$  параллельны вследствие того, что размеры Земли ничтожны по сравнению с расстояниями до звезд. Углы  $\angle Q_1DM = \varphi$  и  $\angle H_2MP_n = h$  равны между собой, как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. Но угол  $\varphi$  — широта места наблюдения, а угол  $h$  — высота полюса мира над горизонтом.

Следовательно, астрономическая широта места в любом пункте Земли равна высоте полюса мира над горизонтом.

Большие круги, проходящие через оба полюса мира (см. рис. 6), называются *кругами склонений* или *часовыми кругами*. Так, для звезды  $C$  кругом склонения является линия  $P_nCP_s$ . Круг склонений  $P_nZP_sNa$ , проходящий через полюсы мира и зенит наблюдателя, называется *небесным меридианом* или просто *меридианом*.

Точка горизонта  $N$  (рис. 7), ближайшая к северному полюсу мира, называется *точкой севера*; противоположная ей точка  $S$ , ближайшая к южному полюсу мира, — *точкой юга*. Точки горизонта  $E$  и  $W$ , отстоящие от точек севера и юга на  $90^\circ$ , называются *точками востока и запада*. Если в северном

полушарии Земли встать лицом к югу, то налево будет точка востока, направо — точка запада. Точки юга, запада, севера и востока являются *главными точками горизонта*. Прямая  $SN$ , проходящая через точки севера и юга, являющаяся пересечением плоскостей небесного меридиана и горизонта, есть *полуденная линия*.

Большой круг небесной сферы ( $Q_1WQ_2E$ ), плоскость которого перпендикулярна к оси мира, называется *небесным экватором* или просто *экватором*. Небесный экватор делит небесную сферу на две полусферы: северную и южную; он пересекается с горизонтом в точках востока и запада.

Кроме того, одним из основных кругов на небесной сфере является *эклиптика*; в первом приближении эклиптику можно определить как видимый годичный путь Солнца по небесной сфере. Но это определение неточное. Строгое определение плоскости эклиптики, связанное с движением центра масс системы Земля + Луна вокруг Солнца, может быть дано следующим образом.

Рассмотрим плоскость, проходящую через центр Солнца, центр масс системы Земля + Луна и вектор скорости движения последнего. Вследствие возмущений, оказываемых планетами на движение центра масс системы Земля + Луна, эта плоскость не занимает неизменного положения в пространстве. Она совершает весьма сложное движение, которое складывается из долгопериодических (или вековых) изменений, происходящих с почти постоянной скоростью, и короткое периодических колебаний с переменной скоростью.

Плоскость, проходящая через центр масс системы Земля + Луна, вектор скорости его движения и центр Солнца и совершающая только вековые движения, называется *гелиоцентрической плоскостью эклиптики*, а параллельная ей и проходящая через центр Земли — *геоцентрической плоскостью эклиптики*. Большой круг на небесной сфере  $E_1 \cap E_2 \cup$  (рис. 8), образованный пересечением плоскости, параллельной любой из этих плоскостей, с небесной сферой, называется *эклиптикой*.

Угол наклона экватора к эклиптике  $E_1 \cup A_1 = \varepsilon$  не остается постоянным. Так, в момент 1900,0 наклон эклиптики к небесному экватору был  $\varepsilon = 23^\circ 27' 08", 26$ , а в момент 1960,0  $\varepsilon = 23^\circ 26' 40", 15$ .



Две диаметрально противоположные точки небесной сферы, отстоящие на  $90^\circ$  от всех точек эклиптики, являются *полюсами эклиптики*. Северный полюс эклиптики  $\Pi_n$  находится в северном полушарии в созвездии Дракона, южный полюс эклиптики  $\Pi_s$  находится в южном полушарии небесной сферы в созвездии Золотой Рыбы. Большие круги,

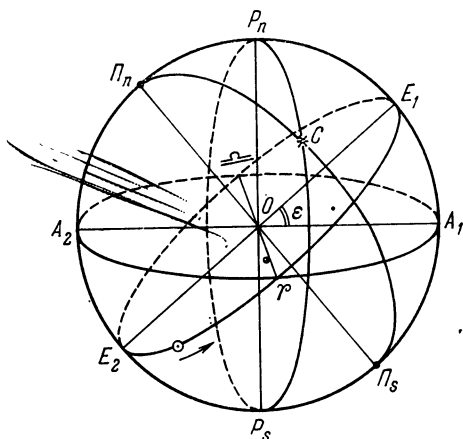


Рис. 8.

проходящие через полюсы эклиптики, называются *кругами широты*.

Солнце (обозначаемое обычно знаком  $\odot$ ) совершает свой годичный путь по небесной сфере примерно по эклиптике. Эклиптика пересекается с экватором в двух диаметрально противоположных точках. Точка пересечения эклиптики и экватора, которую Солнце проходит, двигаясь из южного полушария небесной сферы в северное, называется *точкой весеннего равноденствия*, или просто *точкой весны*; она обозначается знаком  $\Upsilon$ . Диаметрально противоположная ей точка — *точка осеннего равноденствия*, или *точка осени*, обозначается знаком  $\cap$ . Точка весеннего равноденствия находится в созвездии Рыб, точка осеннего равноденствия — в созвездии Девы. Точки эклиптики, удаленные от точек весны и осени на  $90^\circ$ , называются точками солнцестояний; *точка летнего солнцестояния* находится в северном полушарии

небесной сферы, а *точка зимнего солнцестояния* — в южном. Эти две точки эклиптики на рис. 8 соответственно обозначены буквами  $E_1$  и  $E_2$ . Круг склонения ( $P_n \vee P_s \curvearrowright$ ), проходящий через точки весны и осени, называется *колюром равноденствий*. Круг склонений, проходящий через точки лета и зимы, называется *колюром солнцестояний*.

Положение точки на поверхности Земли определяется двумя координатами: широтой и долготой. Точно так же и положение точки на небесной сфере определяется двумя координатами.

Существует несколько систем небесных координат. Наиболее часто используются азимутальная и экваториальные системы. Каждая система небесных координат фиксируется на небесной сфере основным кругом и нуль-пунктом на этом круге.

## § 5. Горизонтальная система координат

Основным кругом для горизонтальной системы небесных координат является горизонт, а нуль-пунктом — точка юга. Координатами точки на небесной сфере в этой системе являются *азимут  $A$*  и *высота  $h$* .

Азимутом светила называется дуга горизонта  $SD$  (рис. 9) от точки юга  $S$  до пересечения горизонта с вертикалом светила в точке  $D$ . Астрономический азимут отсчитывается от точки юга на запад от  $0$  до  $360^\circ$ . Высотой светила называется дуга вертикала от горизонта до светила. Отсчитывается высота в пределах от  $0$  до  $+90^\circ$  к зениту и от  $0$  до  $-90^\circ$  к надиру. Можно вместо высоты пользоваться *зенитным расстоянием* светила  $z$ . Зенитное расстояние есть дуга вертикала от зенита до светила  $C$ . Отсчитывается зенитное расстояние от зенита и измеряется в пределах от  $0$  до  $180^\circ$ . Высота светила и его зенитное расстояние связаны соотношением

$$z + h = 90^\circ.$$

Горизонтальные координаты в принципе могут определяться с помощью инструментов на так называемой азимутальной установке, имеющих вертикальную и горизонтальную оси вращения. Такими инструментами являются универсальный инструмент, вертикальный круг, теодолит

и ряд других. Подобные инструменты снабжаются, как правило, двумя точно разделенными кругами, связанными с горизонтальной и вертикальной осями, и расположенными в горизонтальной и вертикальной плоскостях. По первому кругу ведется отсчет азимутов, по второму — отсчет высот или зенитных расстояний. Эти инструменты употребляются преимущественно в полевых, экспедиционных работах.

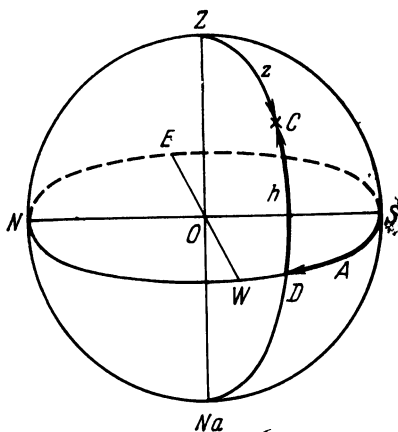


Рис. 9.

счет высот или зенитных расстояний. Эти инструменты употребляются преимущественно в полевых, экспедиционных работах.

В горизонтальной системе обе координаты светила вследствие вращения небесной сферы непрерывно изменяются — являются функциями времени. Следовательно, полученные из наблюдений координаты светила относятся только к данному моменту времени, а в другой момент они будут другими. Поэтому всякое измерение этих координат,

т. е. азимута и высоты, нужно производить с часами или хронометром, определяя точное время наблюдения, к которому и следует относить значения координат светила, выведенные по данным наблюдениям.

## § 6. Экваториальные системы координат

Основным кругом для экваториальных систем небесных координат является экватор, нуль-пунктом для первой экваториальной системы — южная точка экватора, а для второй — точка весеннего равноденствия.

В первой экваториальной системе положение светила определяется *часовым углом*  $t$  и *склонением*  $\delta$ . Часовым углом называется двугранный угол между плоскостью небесного меридиана и плоскостью круга склонения светила  $C$  (рис. 10). Измеряется часовой угол дугой экватора  $A_2D$  от южной точки экватора до точки пересечения экватора

с кругом склонения светила. Отсчитывается часовой угол от южной точки экватора к западу от 0 до 24 часов или от 0 до  $360^\circ$ . Иногда при наблюдениях светила по разные стороны от меридиана считают часовой угол к западу положительным, а к востоку — отрицательным.

Склонением светила называется дуга круга склонения от экватора до светила. Отсчитывается склонение в пределах от 0 до  $\pm 90^\circ$ . От экватора к северному полюсу мира склонение считается положительным, к южному — отрицательным. Иногда вместо склонения пользуются

*полярным расстоянием* светила  $p$ . Полярным расстоянием называется дуга круга склонения  $P_n C$  от полюса до светила. Отсчитывается полярное расстояние от северного полюса до светила и изменяется от 0 до  $180^\circ$ . Полярное расстояние и склонение светила связаны соотношением

$$p + \delta = 90^\circ.$$

В соответствии с этой системой координат применяются телескопы на параллактических установках, одна из осей вращения которых (полярная ось) параллельна оси мира, а другая (ось склонений) перпендикулярна к первой оси. Инструменты на параллактических установках снабжаются двумя кругами, один из которых расположен параллельно плоскости небесного экватора, а другой — в плоскости круга склонения светила. Точность деления кругов невелика, и они служат для того, чтобы навести инструмент на ту область неба, где находится наблюдаемое светило. Поэтому такие круги называются кругами-искателями. Трубу инструмента на параллактической установке можно уподобить часовой стрелке, делающей один оборот в сутки: движение трубы задается часовым механизмом, который ведет ее за

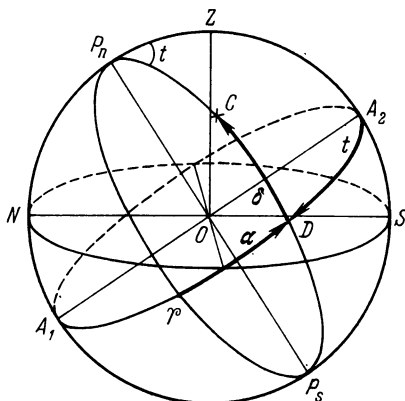


Рис. 10.

звездой со скоростью, соответствующей суточному вращению небесной сферы. Вследствие этого труба, направленная на светило, может следовать за ним в течение всего времени наблюдения.

В первой экваториальной системе координат склонения светил остаются почти постоянными (если не учитывать прецессию, нутацию, собственные движения и т. п.), а часовые углы будут изменяться пропорционально времени.

Во второй системе экваториальных координат одной координатой светила является *прямое восхождение*  $\alpha$  (рис. 10). Прямым восхождением светила называется дуга экватора  $\Upsilon D$  от точки весеннего равноденствия до точки пересечения экватора с кругом склонения светила. Отсчитывается прямое восхождение от точки весеннего равноденствия против часовой стрелки, если смотреть на экватор с северного полюса мира, от 0 до 24 часов или, реже, от 0 до  $360^\circ$ . Другой координатой, как и в первой экваториальной системе координат, является склонение  $\delta$ . Во второй экваториальной системе координат обе координаты, как прямое восхождение, так и склонение, — от суточного вращения небесной сферы не зависят. Заметим, что если какое-либо светило, имеющее собственное движение, смещается по небесной сфере (например, планета), то эти его координаты изменяются.

## § 7. Эклиптическая и галактическая системы координат

Основным кругом в эклиптической системе небесных координат является эклиптика, а нуль-пунктом — точка весеннего равноденствия. Первой координатой в этой системе является *долгота* светила  $l$  (рис. 11). Долготой светила называется дуга эклиптики  $\Upsilon D$  от точки весеннего равноденствия до точки пересечения эклиптики с кругом широты светила. Долгота отсчитывается от точки весеннего равноденствия от 0 до  $360^\circ$ , против часовой стрелки, если смотреть с северного полюса эклиптики (т. е. в направлении возрастания прямых восхождений).

Второй координатой является *широта* светила  $\beta$ . Широтой светила называется дуга круга широты от эклиптики до светила. Отсчитывается широта в пределах от 0 до  $\pm 90^\circ$ , причем широта от эклиптики к ее северному полюсу считается положительной, а к южному — отрицательной.



В настоящее время инструменты, сделанные в соответствии с эклиптической системой координат, не применяются. В средние века и ранее такие инструменты были; сохранились, например, армиллярные сферы Тихо Браге, при наблюдениях с которыми производились отсчеты долгот и широт светил.

При рассмотрении ряда вопросов звездной астрономии пользуются галактической системой координат. Ее можно задать следующим образом. Большой круг небесной сферы, северный полюс которого  $\Gamma_n$  (рис. 12) имеет экваториальные координаты  $A = 12^h 49^m$  и  $D = 27^\circ, 4$ , принят за *галактический экватор*. Он наклонен под углом  $62^\circ, 6$  к небесному экватору. Галактический экватор проходит примерно посередине Млечного Пути. Диаметрально противоположная северному галактическому полюсу точка небесной сферы  $\Gamma_s$  называется южным полюсом Галактики. Большие круги небесной сферы, проходящие через галактические полюсы, называются кругами галактической широты.

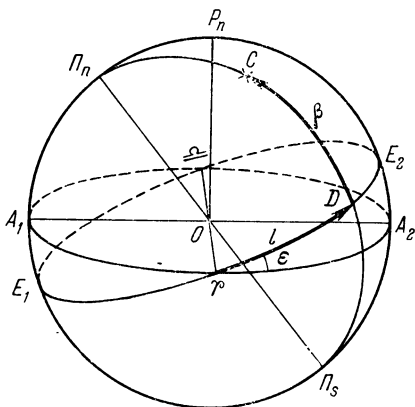


Рис. 11.

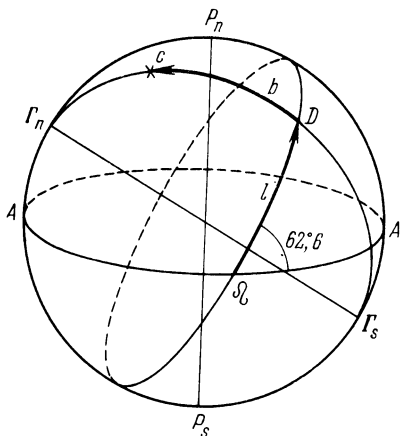


Рис. 12.

Он наклонен под углом  $62^\circ, 6$  к небесному экватору. Галактический экватор проходит примерно посередине Млечного Пути. Диаметрально противоположная северному галактическому полюсу точка небесной сферы  $\Gamma_s$  называется южным полюсом Галактики. Большие круги небесной сферы, проходящие через галактические полюсы, называются кругами галактической широты.

*Галактической долготой*, которая подобно эклиптической долготе обозначается буквой  $l$ , называется дуга галактического экватора  $\Omega D$  от восходящего узла

до точки пересечения его с кругом галактической широты светила  $C$ .

Началом отсчета галактических долгот служит точка пересечения галактического экватора с небесным экватором, имеющая прямое восхождение  $18^{\text{h}} 49^{\text{m}}$ . Она называется восходящим узлом галактического экватора и обозначается значком  $\Omega$ . Долгота отсчитывается от восходящего узла по галактическому экватору в направлении возрастающих прямых восхождений от  $0$  до  $360^{\circ}$ .

*Галактической широтой*  $b$  называется дуга круга галактической широты  $DC$  от галактического экватора до светила, отсчитываемая к северному и южному галактическим полюсам в пределах от  $0$  до  $\pm 90^{\circ}$ . Положительные широты отсчитываются к северному, отрицательные — к южному полюсу Галактики.

Галактическая система координат используется при решении статистических задач звездной астрономии и поэтому галактические координаты обычно вычисляются с небольшой точностью — не точнее чем  $\pm 0^{\circ}, 1$ . Для перевода прямых восхождений и склонений в галактические долготу и широту существуют специальные таблицы и номограммы (см. приложение).

## Примеры к главе первой

**Пример 1.** Определить дальность видимого горизонта с высоты глаза человека (например,  $h = 1,8$  м), принимая радиус Земли как шара  $R = 6370$  км.

**Решение.** Для дальности горизонта можно вывести элементарную формулу  $d = \sqrt{2Rh}$ . Подставляя в нее числовые значения, будем иметь

$$d = \sqrt{2 \cdot 6370000 \cdot 1,8} = 4789 \text{ м.}$$

**Пример 2.** С какого расстояния мореплаватель увидит огонь маяка, находящегося на высоте  $40$  м над уровнем моря ( $R = 6370$  км)?

**Решение.** Применяем формулу первой задачи:

$$d = \sqrt{2Rh} = \sqrt{2 \cdot 6370000 \cdot 40} = 22574 \text{ м.}$$

**Пример 3.** Из города  $A$ , отстоящего на  $50$  км от города  $B$ , замечен на горизонте поднявшийся над  $B$  воздушный шар; какова высота шара в этот момент ( $R = 6370$  км)?

**Решение.** Применяем ту же формулу, что и в первых задачах, разрешенную относительно  $h$ ;

$$h = \frac{d^2}{2R} = \frac{50^2}{2 \cdot 6370} = \frac{2500}{12740} = 196 \text{ м.}$$

**Пример 4.** Тобольск и Ташкент лежат почти на одном меридиане. Расстояние между ними по дуге меридиана  $l = 1877 \text{ км}$ . Широта Тобольска  $\varphi_1 = 58^\circ 12'$ , Ташкента —  $\varphi_2 = 41^\circ 19'$ . Определить радиус Земли, считая Землю шаром.

**Решение.** Длина дуги в один градус равна  $\frac{l}{\varphi_1 - \varphi_2} \text{ км}$ . Длина окружности  $\frac{l}{\varphi_1 - \varphi_2} 360^\circ \text{ км}$ . Но она же равна  $2\pi R$ . Следовательно,  $2\pi R = \frac{l}{\varphi_1 - \varphi_2} \cdot 360^\circ$  или  $R = \frac{360^\circ}{2\pi} \frac{l}{\varphi_1 - \varphi_2}$ . Подставляя в формулу числовые значения, получим

$$R = \frac{360^\circ \cdot 1877}{2 \cdot 3,142 \cdot 16^\circ,883} = 6371 \text{ км.}$$

**Пример 5.** Ленинград и Киев лежат почти на одном меридиане; широта Ленинграда  $\varphi_1 = 59^\circ 56'$ , Киева  $\varphi_2 = 50^\circ 27'$ . Принимая радиус Земли как шара  $R = 6370 \text{ км}$ , определить расстояние по меридиану между Ленинградом и Киевом.

**Решение.** Определяем расстояние  $l$  по формуле предыдущей задачи:

$$l = \frac{2\pi R (\varphi_1 - \varphi_2)}{360^\circ}.$$

Подставляя данные числовые значения, получим

$$l = \frac{2 \cdot 3,142 \cdot 6370 \cdot 9^\circ,483}{360^\circ} = 1054 \text{ км.}$$

## § 8. Сферические треугольники

Любое сечение сферы плоскостью есть окружность. Если секущая плоскость проходит через центр сферы, то сечение называется большим кругом. Все остальные сечения есть малые круги. Пересечение двух плоскостей, проходящих через центр сферы, совпадает с диаметром этой сферы. Следовательно, два больших круга сферы пересекаются в двух диаметрально противоположных точках. Через любые две точки на сфере, не лежащие на одном диаметре, можно провести только один большой круг. Дуга большого круга является кратчайшим расстоянием на сфере между двумя точками. Точка на сфере, равноудаленная от всех точек большого круга, называется полюсом этого круга.

Фигура на поверхности сферы, образованная тремя дугами больших кругов, соединяющими попарно три какие-либо точки на сфере, называется *сферическим треугольником*. Принято обозначать углы сферического треугольника большими буквами  $A$ ,  $B$  и  $C$ , а противоположные им стороны соответствующими малыми буквами  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Поэтому, если ниже будет написано, например,  $\cos A$ , это значит, что речь идет о косинусе угла, а если написано  $\sin b$ , это синус стороны сферического треугольника. Угол сферического треугольника измеряется углом между касательными к сторонам треугольника, проведенными в вершине этого угла. Обычно рассматриваются такие сферические треугольники, у которых каждая из сторон меньше  $180^\circ$ . В этом случае сумма углов сферического треугольника будет удовлетворять неравенству

$$180^\circ < A + B + C < 540^\circ.$$

Введем понятие так называемых взаимно полярных сферических треугольников. Построим сферический треугольник  $ABC$  (рис. 13). Пусть полюсом дуги  $AB$  является точка  $C'$ , полюсом дуги  $AC$  — точка  $B'$  и полюсом дуги  $BC$  — точка  $A'$ . Если  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  соединить дугами больших кругов на сфере, то получим сферический треугольник  $A'B'C'$ , который называется *взаимно полярным* с треугольником  $ABC$ . Вершины треугольника  $ABC$ , т. е. точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ , в свою очередь будут полюсами сторон  $B'C'$ ,  $A'C'$  и  $A'B'$ .

Установим связь между сторонами и углами взаимно полярных сферических треугольников. Для этого продолжим  $CA$  и  $CB$  до пересечения со стороной  $A'B'$  в точках  $K$  и  $M$ . Так как  $A'$  и  $B'$  есть полюсы сторон  $CB$  и  $CA$ , то  $A'M = B'K = 90^\circ$ . Но точка  $C$  является полюсом  $A'B'$ , и следовательно,  $KM$  численно равно

углу  $C$  треугольника  $ABC$ . Поэтому, так как

$$A'K + KM = 90^\circ,$$

то

$$A'K = 90^\circ - C,$$

$$c' = A'B' = A'K + KB' = 90^\circ - C + 90^\circ.$$

Отсюда имеем

$$c' + C = 180^\circ.$$

По аналогии с этим выражением можно написать соотношения между остальными элементами двух взаимно полярных сферических треугольников:

$$a' + A = 180^\circ, \quad a + A' = 180^\circ,$$

$$b' + B = 180^\circ, \quad b + B' = 180^\circ,$$

$$c' + C = 180^\circ, \quad c + C' = 180^\circ.$$

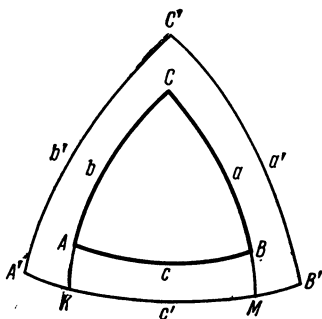


Рис. 13.



### § 9. Основные формулы сферической тригонометрии

Выведем зависимости между сторонами и углами сферического треугольника. На сфере с центром в  $O$  возьмем сферический треугольник  $ABC$  (рис. 14) со сторонами  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Соединим вершины сферического треугольника  $A$ ,  $B$  и  $C$  с центром сферы  $O$  радиусами  $OA = OB = OC = R$ .

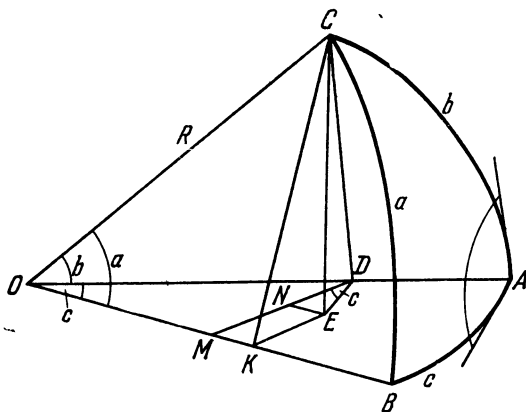


Рис. 14.

Опустим из вершины сферического треугольника  $C$  на плоскость  $AOB$  перпендикуляр  $CE$ . Из точки  $E$ , лежащей в плоскости  $AOB$ , опустим перпендикуляры  $ED$  и  $EK$  на радиусы сферы  $OA$  и  $OB$ . Проведем отрезки  $CK$  и  $CD$ . Построим отрезок  $DM$ , параллельный отрезку  $EK$ , и отрезок  $EN$ , параллельный отрезку  $KM$ . При таком построении получается шесть прямоугольных плоских треугольников, а именно:

$$\triangle COK, \triangle COD, \triangle DOM, \triangle EDN, \triangle ECK \text{ и } \triangle ECD.$$

Центральные углы  $COK$ ,  $COD$  и  $KOD$  численно равны соответствующим им дугам  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Угол  $A$  сферического треугольника  $ABC$  равен двугранному углу  $CDE$ ; точно так же равны между собою угол  $B$  сферического треугольника  $ABC$  и плоский угол  $CKE$ . Применяя известные соотношения для плоских прямоугольных треугольников, можно получить

формулы, связывающие углы и стороны сферического треугольника.

Определим длину отрезка  $EC$  из треугольников  $ECK$  и  $ECD$ :

$$EC = CK \sin B = R \sin a \sin B,$$

$$EC = CD \sin A = R \sin b \sin A.$$

Приравнивая между собой правые части этих двух выражений, можно получить первую формулу группы (1):

$$\left. \begin{aligned} \sin a \sin B &= \sin b \sin A, \\ \sin b \sin C &= \sin c \sin B, \\ \sin c \sin A &= \sin a \sin C. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Последние две формулы написаны по аналогии: они получаются при условии, если треугольник, подобный  $EDN$ , будет построен последовательно в плоскостях  $OBC$  и  $OAC$ .

Перегруппировав члены в формулах (1), получим, что во всяком сферическом треугольнике отношения синусов сторон равны отношениям синусов противолежащих им углов. Иногда эти формулы называются *формулами синусов*.

Напишем очевидное равенство:

$$OK = OM + MK.$$

Выразим отрезки  $OK$ ,  $OM$  и  $MK$  через тригонометрические функции углов и сторон треугольников  $\triangle KOC$ ,  $\triangle MOD$ ,  $\triangle DOC$ ,  $\triangle NDE$  и  $\triangle ECD$ , а именно:

$$OK = R \cos a,$$

$$OM = OD \cos c = R \cos b \cos c,$$

$$MK = NE = ED \sin c = CD \cos A \sin c = R \sin b \sin c \cos A.$$

Подставив полученные произведения вместо  $OK$ ,  $OM$  и  $MK$ , получим первую формулу группы (2):

$$\left. \begin{aligned} \cos a &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A, \\ \cos b &= \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B, \\ \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Вторая и третья строки выводятся аналогично первой. Иначе говоря, во всяком сферическом треугольнике косинус стороны равен произведению косинусов двух других сторон плюс

произведение синусов этих же сторон, умноженное на косинус угла между ними. Иногда эти формулы называются *формулами косинусов сторон*.

Если применим группу формул (2) к треугольнику, полярному с данным, имеющему, как известно, стороны  $180^\circ - A$ ,  $180^\circ - B$  и  $180^\circ - C$  и углы  $180^\circ - a$ ,  $180^\circ - b$  и  $180^\circ - c$ , то получим формулы *косинусов углов*:

$$\left. \begin{aligned} \cos A &= -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a, \\ \cos B &= -\cos C \cos A + \sin C \sin A \cos b, \\ \cos C &= -\cos A \cos B + \sin A \sin B \cos c, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

т. е. во всяком сферическом треугольнике косинус угла равен произведению косинусов двух других углов, взятому с обратным знаком, плюс произведение синусов этих углов, умноженное на косинус стороны между ними.

Напишем еще одно очевидное равенство:

$$MN = MD - ND.$$

Так как

$$\begin{aligned} MN &= KE = KC \cos B = R \sin a \cos B, \\ MD &= OD \sin c = R \cos b \sin c, \\ ND &= ED \cos c = DC \cos A \cos c = R \sin b \cos c \cos A, \end{aligned}$$

то имеем

$$\left. \begin{aligned} \sin a \cos B &= \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A, \\ \sin b \cos C &= \cos c \sin a - \sin c \cos a \cos B, \\ \sin c \cos A &= \cos a \sin b - \sin a \cos b \cos C. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Точно так же справедливо:

$$\left. \begin{aligned} \sin a \cos C &= \cos c \sin b - \sin c \cos b \cos A, \\ \sin b \cos A &= \cos a \sin c - \sin a \cos c \cos B, \\ \sin c \cos B &= \cos b \sin a - \sin b \cos a \cos C, \end{aligned} \right\} \quad (4')$$

или, словами: во всяком сферическом треугольнике произведение синуса стороны на косинус прилежащего к ней угла равно произведению косинуса на синус двух других сторон, минус произведение синуса и косинуса этих же сторон, умноженное на косинус угла между ними.

На основании свойств взаимно полярных треугольников ( $a' = 180^\circ - A$ ), получаем группу формул:

$$\left. \begin{aligned} \sin A \cos b &= \cos B \sin C + \sin^2 B \cos C \cos a, \\ \sin A \cos c &= \cos C \sin B + \sin^2 C \cos B \cos a, \\ \sin B \cos c &= \cos C \sin A + \sin C \cos A \cos b, \\ \sin B \cos a &= \cos A \sin C + \sin A \cos C \cos b, \\ \sin C \cos a &= \cos A \sin B + \sin A \cos B \cos c, \\ \sin C \cos b &= \cos B \sin A + \sin B \cos A \cos c. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Если формулу из группы (4) разделить почленно на формулу из группы (1), содержащую в левой части такие же элементы, то получим *формулу котангенсов*, содержащую две стороны и два угла, а именно:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{ctg} a \sin b &= \cos b \cos C + \sin C \operatorname{ctg} A, \\ \operatorname{ctg} a \sin c &= \cos c \cos B + \sin B \operatorname{ctg} A, \\ \operatorname{ctg} b \sin c &= \cos c \cos A + \sin A \operatorname{ctg} B, \\ \operatorname{ctg} b \sin a &= \cos a \cos C + \sin C \operatorname{ctg} B, \\ \operatorname{ctg} c \sin a &= \cos a \cos B + \sin B \operatorname{ctg} C, \\ \operatorname{ctg} c \sin b &= \cos b \cos A + \sin A \operatorname{ctg} C. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Преобразуем полученные формулы для случая прямоугольных треугольников.

## § 10. Прямоугольные и узкие сферические треугольники

Во многих задачах астрономии приходится решать прямоугольные сферические треугольники. Если в группах формул (1) — (6) положить один из углов, например  $A$ , равным  $90^\circ$ , то формулы будут иметь такой вид:

для группы (1)

$$\left. \begin{aligned} \sin b &= \sin a \sin B, \\ \sin c &= \sin a \sin C; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

для группы (2)

$$\cos a = \cos b \cos c; \quad (8)$$

для группы (3)

$$\left. \begin{aligned} \cos a &= \operatorname{ctg} B \operatorname{ctg} C, \\ \cos B &= \cos b \sin C, \\ \cos C &= \cos c \sin B; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

для групп (4) и (4')

$$\left. \begin{aligned} \sin a \cos B &= \cos b \sin c, \\ \sin a \cos C &= \cos c \sin b, \\ \cos B &= \operatorname{ctg} a \operatorname{tg} c, \\ \cos C &= \operatorname{ctg} a \operatorname{tg} b; \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

для группы (5)

$$\left. \begin{aligned} \cos a \sin B &= \cos b \cos C, \\ \cos a \sin C &= \cos c \cos B, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

и две совпадающие с уже полученными в (9). Группа (6) новых формул не дает.

Для запоминания формул прямоугольного сферического треугольника существует правило Непера. Расположим по окружности пять величин, зависящих от элементов треугольника:  $b, c, 90^\circ - B, 90^\circ - a, 90^\circ - C$ . У каждой величины есть две соседние и две дальние. Тогда синуслюбой величины равен:

- 1) произведению тангенсов соседних величин,
- 2) произведению косинусов дальних величин.

Иногда приходится решать узкие сферические треугольники, т. е. такие, у которых одна сторона мала по сравнению с двумя другими. В этом случае вместо точных формул применяют более простые — приближенные, если точность получаемых результатов достаточна.

Рис. 15. Пусть имеем узкий сферический треугольник  $ABC$  (рис. 15). Так как в этом треугольнике угол  $A$  мал и его косинус можно заменить единицей, а синусы малых величин  $a$  и  $(c - b)$  можно заменить самими этими величинами, выраженными в радианах, то, применяя в данном случае первую формулу группы (4), получим формулу первого приближения

$$a \cos B = (c - b). \quad (12)$$

Первая формула группы (1) при этих допущениях принимает вид

$$A \sin b = a \sin B, \quad (13)$$

или

$$A \sin c = a \sin B, \quad (14)$$

так как  $b$  и  $c$  — величины, мало отличающиеся друг от друга.

На практике иногда приходится решать сферические треугольники, у которых все три стороны настолько малы, что допустима замена синуса или тангенса дуги самой дугой, выраженной в радианах без существенного искажения требуемого результата. Такие треугольники считаются *малыми*, и для их решения применяют формулы плоской тригонометрии, например,

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{\sin A} &= \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}, \\ a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

### § 11. Дифференциальные формулы сферической тригонометрии

Можно привести дифференциальные формулы сферической тригонометрии, которыми иногда пользуются в некоторых разделах сферической астрономии. Дифференцируя первую формулу группы (1), получаем

$$\cos a \sin B da + \sin a \cos B dB = \sin A \cos b db + \sin b \cos A dA.$$

Разделив полученное выражение на первую формулу группы (1), будем иметь

$$\operatorname{ctg} a da + \operatorname{ctg} B dB = \operatorname{ctg} b db + \operatorname{ctg} A dA.$$

Дифференцируя первую формулу группы (2), получим

$$-\sin a da = (-\sin b \cos c + \cos b \sin c \cos A) db + \\ + (-\cos b \sin c + \sin b \cos c \cos A) dc - \sin b \sin c \sin A dA.$$

В силу первой формулы группы (4) коэффициенты при  $db$  и  $dc$  равны соответственно  $-\sin a \cos C$  и  $-\sin a \cos B$ ; следовательно, можно написать

$$-\sin a da = (-\sin a \cos C) db + \\ + (-\sin a \cos B) dc - \sin b \sin c \sin A dA.$$

Заменив в последнем члене  $\sin c \sin A$  равным ему выражением  $\sin a \sin C$  и сократив все члены на  $\sin a$ , получим

$$da = \cos C db + \cos B dc + \sin b \sin C dA.$$

Взяв взаимно полярный треугольник к треугольнику  $ABC$

и заменив в полученной формуле стороны  $a$ ,  $b$  и  $c$  дополнениями противоположащих углов до  $180^\circ$ , а углы  $A$ ,  $B$  и  $C$  — дополнениями противоположащих сторон до  $180^\circ$ , получим

$$dA = -\cos c dB - \cos b dC + \sin B \sin c da.$$

Продифференцировав третью формулу группы (5), будем иметь

$$-\operatorname{cosec}^2 B \sin A dB + (\cos A \operatorname{ctg} B - \sin A \cos c) dA + + \operatorname{cosec}^2 b \sin c db - (\operatorname{ctg} b \cos c + \sin c \cos A) dc = 0. \quad (16)$$

Из формул синусов (1) можно получить:

$$\sin A \operatorname{cosec}^2 B = \frac{\sin a}{\sin b \sin B}, \quad \sin c \operatorname{cosec}^2 b = \frac{\sin C}{\sin b \sin B}.$$

Формулы косинуса стороны (2) и косинуса угла (3) можно переписать так:

$$\operatorname{ctg} b \cos c + \sin c \cos A = \frac{\cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A}{\sin b} = \frac{\cos a}{\sin b},$$

$$\operatorname{ctg} B \cos A - \cos c \sin A = \frac{\cos A \cos B - \sin A \sin B \cos c}{\sin B} = -\frac{\cos C}{\sin B}.$$

Сделав соответствующие подстановки в (16) и умножив все члены на  $\sin b \sin B$ , получим

$$\sin a dB = \sin C db - \cos a \sin B dc - \sin b \cos C dA.$$

Соединив все выведенные формулы вместе, получим следующую группу дифференциальных формул:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{ctg} a da + \operatorname{ctg} B dB &= \operatorname{ctg} b db + \operatorname{ctg} A dA, \quad (a) \\ da &= \cos C db + \cos B dc + \sin b \sin C dA, \quad (b) \\ dA &= -\cos c dB - \cos b dC + \sin B \sin c da, \quad (c) \\ \sin a dB &= \sin C db - \cos a \sin B dc - \sin b \cos C dA. \quad (d) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Для прямоугольного треугольника будут справедливы следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tga} da &= \operatorname{tg} b db + \operatorname{tg} c dc, \\ \operatorname{tg} B dB &= \operatorname{tg} b db - \operatorname{ctg} C dC, \\ \operatorname{ctg} b db &= \operatorname{ctg} a da + \operatorname{ctg} B dB, \\ da &= \cos C db + \cos B dc. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

## § 12. Параллактический треугольник.

### Перевод систем координат

Сферический треугольник, у которого вершинами являются: зенит места наблюдения, полюс мира и светило, называется *параллактическим треугольником* (рис. 16). В параллактическом треугольнике одна сторона — дуга небесного меридиана между полюсом  $P_n$  и зенитом  $Z$  — равна  $90^\circ - \varphi$ , где  $\varphi$  — широта места наблюдения. Другая сторона — полярное расстояние светила  $C$  равна  $90^\circ - \delta$ , и третья равна зенитному расстоянию светила  $z$ . Если светило находится к западу от небесного меридиана, то угол при полюсе есть часовой угол светила  $t$ , угол при зените  $180^\circ - A$ . Если светило находится к востоку от небесного меридиана, то угол при полюсе будет  $360^\circ - t$ , а угол при зените  $A - 180^\circ$ . Угол  $q$  при светиле называется *параллактическим углом*. Возьмем из трех основных групп формул сферической тригонометрии (1), (2) и (4) по одной.

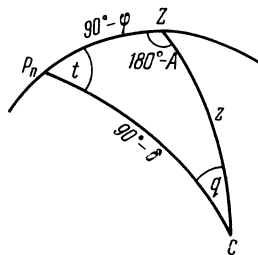


Рис. 16.

Применив их к параллактическому треугольнику, найдем.

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } \sin z \sin A = \cos \delta \sin t, \\ \text{b) } \cos z = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t, \\ \text{c) } \sin z \cos A = -\sin \delta \cos \varphi + \cos \delta \sin \varphi \cos t. \end{array} \right\} (19)$$

Эти формулы связывают горизонтальную систему координат с первой экваториальной. Таким образом, при известной широте места наблюдения  $\varphi$ , зная часовой угол и склонение светила, можно вычислить его зенитное расстояние и азимут. Точно так же по известному зенитному расстоянию и азимуту светила можно вычислить его часовой угол и склонение; формулы (19) для этого случая будут иметь другой вид, а именно:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } \cos \delta \sin t = \sin z \sin A, \\ \text{b) } \cos \delta \cos t = \cos z \cos \varphi + \sin z \sin \varphi \cos A, \\ \text{c) } \sin \delta = \sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos A. \end{array} \right\} (20)$$



В § 14 будет показано, что часовой угол светила равен звездному времени минус прямое восхождение этого светила, т. е.

$$t = s - \alpha.$$

Поэтому формулы (19) можно написать в таком виде:

$$\left. \begin{aligned} \text{a) } \cos h \sin A &= \cos \delta \sin (s - \alpha), \\ \text{b) } \sin h &= \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos (s - \alpha), \\ \text{c) } \cos h \cos A &= -\sin \delta \cos \varphi + \cos \delta \sin \varphi \cos (s - \alpha), \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

где  $s$  — звездное время в момент наблюдения. Эти формулы связывают горизонтальную систему координат со второй экваториальной и дают возможность по известным  $\varphi$ ,  $s$ ,  $\alpha$  и  $\delta$  вычислить  $h$  и  $A$ .

Точно так же можно получить формулы, связывающие вторую экваториальную систему с эклиптической; они имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \text{a) } \cos \beta \cos l &= \cos \delta \cos \alpha, \\ \text{b) } \sin \beta &= \cos \varepsilon \sin \delta - \sin \varepsilon \cos \delta \sin \alpha, \\ \text{c) } \cos \beta \sin l &= \sin \varepsilon \sin \delta + \cos \varepsilon \cos \delta \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Из наблюдений получают координаты светила в какой-нибудь одной системе, а затем, если необходимо, вычисляют координаты этого светила в любой другой системе. В дальнейшем, преследуя цель дать необходимый минимум сведений по сферической астрономии, который был бы вполне достаточным как для проработки всех других астрономических предметов, так и для практической деятельности, мы будем рассматривать вопросы применительно ко второй экваториальной системе координат, так как переход к другим системам не имеет принципиальных трудностей.

### § 13. Вычисление поправок широты и долготы места наблюдения за движение полюсов Земли

Обозначим через  $P_m$  средний полюс, а через  $P$  — мгновенный полюс Земли. Возьмем на поверхности Земли точку  $M$ . Построим прямоугольную систему координат  $x$ ,  $y$  с нача-

лом в точке  $P_m$ . Направим ось  $x$  по меридиану, проходящему через Гринвичскую обсерваторию  $G$ , а ось  $y$  к западу от него (рис. 17); расстояние между мгновенным полюсом  $P$  и средним  $P_m$  обозначим через  $r$  и угол между направлениями  $x$  и  $r$  через  $\omega$ . Тогда из узкого сферического треугольника  $P_mMP$ , применяя формулу (12), будем иметь

$$(90^\circ - \varphi_m) - (90^\circ - \varphi) = r \cos [\omega - (360^\circ - \lambda_m)],$$

или

$$\varphi - \varphi_m = r \cos (\omega + \lambda_m).$$

Если принять  $x = r \cos \omega$  и  $y = r \sin \omega$ , то получим

$$\varphi - \varphi_m = x \cos \lambda_m - y \sin \lambda_m. \quad (23)$$

Здесь  $\lambda_m$  — долгота места наблюдения, считаемая к востоку от Гринвича,  $x, y$  — координаты мгновенного полюса (т. е.

положения полюса в момент наблюдения) относительно среднего полюса. Эта формула называется формулой С. К. Костинского. Если координаты полюса  $x$  и  $y$  известны, то для данной долготы поправка к широте  $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_m$  вычисляется непосредственно по приведенной выше формуле.

Координаты мгновенного полюса  $x$  и  $y$  определяются из специально поставленных наблюдений изменяемости широты во многих точках на поверхности Земли.

Для наблюдений, производимых на ряде обсерваторий, расположенных на разных долготах, будем иметь ряд уравнений:

$$\begin{aligned} x \cos \lambda_1 - y \sin \lambda_1 &= (\varphi - \varphi_m)_1 = \Delta\varphi_1, \\ x \cos \lambda_2 - y \sin \lambda_2 &= (\varphi - \varphi_m)_2 = \Delta\varphi_2, \\ &\dots \dots \dots \\ x \cos \lambda_n - y \sin \lambda_n &= (\varphi - \varphi_m)_n = \Delta\varphi_n, \end{aligned}$$

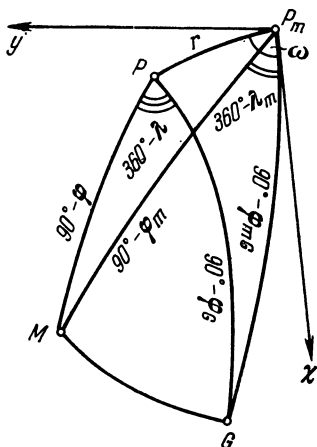


Рис. 17.

где  $n$  равно числу пунктов, а величина  $\Delta\varphi$  представляет собой разность между мгновенной широтой  $\varphi$  и средней широтой  $\varphi_m$ , полученной из наблюдений.

Установим теперь зависимость между долготой места наблюдения и положением полюса. Рассмотрим сферические треугольники,  $PMG$  и  $P_mMG$ , имеющие общую сторону  $MG$ . Стороны и углы этих треугольников имеют, как видно из рис. 17, следующие значения:

$$P_mM = 90^\circ - \varphi_m; \quad PM = 90^\circ - \varphi; \quad \angle MPG = 360^\circ - \lambda;$$

$$P_mG = 90^\circ - \varphi_{mG}; \quad PG = 90^\circ - \varphi_G; \quad \angle MP_mG = 360^\circ - \lambda_m.$$

Выразим по теореме косинусов дугу  $MG$  из обоих треугольников и приравняем их:

$$\sin \varphi \sin \varphi_G + \cos \varphi \cos \varphi_G \cos (360^\circ - \lambda) =$$

$$= \sin \varphi_m \sin \varphi_{mG} + \cos \varphi_m \cos \varphi_{mG} \cos (360^\circ - \lambda_m).$$

Обозначим малые изменения координат вследствие перемещения полюса знаком  $\Delta$ , т. е. положим

$$\varphi - \varphi_m = \Delta\varphi; \quad \varphi_G - \varphi_{mG} = \Delta\varphi_G; \quad \lambda - \lambda_m = \Delta\lambda'.$$

Заменяя в предыдущей формуле мгновенные широты и долготы через их средние значения и малые приращения и разлагая затем синусы и косинусы в ряд Тейлора, получим, если ограничиться малыми величинами первого порядка,

$$(\sin \varphi_m + \Delta\varphi \cos \varphi_m)(\sin \varphi_{mG} + \Delta\varphi_G \cos \varphi_{mG}) +$$

$$+ (\cos \varphi_m - \Delta\varphi \sin \varphi_m)(\cos \varphi_{mG} - \Delta\varphi_G \sin \varphi_{mG})(\cos \lambda_m -$$

$$- \Delta\lambda' \sin \lambda_m) = \sin \varphi_m \sin \varphi_{mG} + \cos \varphi_m \cos \varphi_{mG} \cos \lambda_m.$$

Раскрывая скобки и сохраняя только члены первого порядка малости, получим

$$\Delta\varphi (\cos \varphi_m \sin \varphi_{mG} - \sin \varphi_m \cos \varphi_{mG} \cos \lambda_m) +$$

$$+ \Delta\varphi_G (\sin \varphi_m \cos \varphi_{mG} - \cos \varphi_m \sin \varphi_{mG} \cos \lambda_m) =$$

$$= \Delta\lambda' \cos \varphi_m \cos \varphi_{mG} \sin \lambda_m.$$

Отсюда

$$\Delta\lambda' \sin \lambda_m = \Delta\varphi (\operatorname{tg} \varphi_{mG} - \operatorname{tg} \varphi_m \cos \lambda_m) +$$

$$+ \Delta\varphi_G (\operatorname{tg} \varphi_m - \operatorname{tg} \varphi_{mG} \cos \lambda_m)$$

На основании формулы (23) имеем

$$\Delta\varphi = x \cos \lambda_n - y \sin \lambda_m, \quad \Delta\varphi_G = x \cos \lambda_{mG} - y \sin \lambda_{mG}.$$

Подставляя значения  $\Delta\varphi$  и  $\Delta\varphi_G$  в предыдущие уравнения, после элементарных преобразований получим

$$\Delta\lambda' = \lambda - \lambda_m = (x \sin \lambda_m + y \cos \lambda_m) \operatorname{tg} \varphi_m + y \operatorname{tg} \varphi_{mG}.$$

Член  $y \operatorname{tg} \varphi_{mG}$  отражает изменение долготы самого Гринвича вследствие той же причины. Поскольку долгота отсчитывается не от мгновенного Гринвичского меридиана, а от среднего, то для получения реального изменения долготы точки  $M$  ( $\Delta\lambda$ ) мы должны из  $\Delta\lambda'$  вычесть  $y \operatorname{tg} \varphi_{mG}$ , т. е.

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda' - y \operatorname{tg} \varphi_{mG} = - (x \sin \lambda_m + y \cos \lambda_m) \operatorname{tg} \varphi_m.$$

Если разность долгот  $\Delta\lambda$  выражать в часовой мере, то

$$\Delta\lambda = \frac{1}{15} (x \sin \lambda_n + y \cos \lambda_m) \operatorname{tg} \varphi_m.$$

Таким образом, изменение долготы зависит от широты точки наблюдения  $\varphi_m$ . На экваторе оно стремится к нулю, а на полюсе достигает очень больших величин.

Разности координат, т. е. величины  $\varphi - \varphi_m$  и  $\lambda - \lambda_m$  по сравнению с точностью современных наблюдений представляют собой достаточно заметные величины, имеющие систематический характер. Поэтому при обработке первоклассных астрономических наблюдений их нужно учитывать, т. е. результаты наблюдений необходимо приводить к среднему полюсу и из полученных при наблюдении мгновенных значений широт и долгот определять их среднее значение.

Координаты светил, исправленные за движение полюсов Земли, все отнесены к «среднему полюсу» Земли. Этим самым мы закрепляем ось Земли в теле Земли и считаем ее неподвижной.

## Примеры к главе второй

**Пример 6.** Вывести формулу для равнобедренного сферического треугольника, с углом при основании, равным  $A$ .

**Решение.** Воспользуемся формулами, выведенными для общего случая:

$$\begin{aligned} \sin c \cos A &= \cos a \sin b - \sin a \cos b \cos C, \\ \sin c \sin A &= \sin a \sin C. \end{aligned}$$

Применим их к случаю  $a = b$  и разделим почленно первую на вторую,

$$\frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\cos a}{\sin C} - \frac{\cos a \cos C}{\sin C} = \cos a \left( \frac{1 - \cos C}{\sin C} \right)$$

или

$$\operatorname{tg} A = \sec a \frac{\sin C'}{1 - \cos C}.$$

Но

$$\frac{\sin C}{1 - \cos C} = \frac{2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2}}{1 - \left( \cos^2 \frac{C}{2} - \sin^2 \frac{C}{2} \right)} = \frac{2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2}}{2 \sin^2 \frac{C}{2}} = \operatorname{ctg} \frac{C}{2},$$

так как

$$1 = \sin^2 \frac{C}{2} + \cos^2 \frac{C}{2}.$$

Следовательно,

$$\operatorname{tg} A = \operatorname{ctg} \frac{C}{2} \sec a.$$

**Пример 7.** Определить кратчайшее расстояние между двумя точками на сфере как функцию экваториальных координат  $(\alpha, \delta)$ , когда одна из точек лежит на экваторе.

**Решение.** Обозначим координаты точек  $A(\alpha_1, \delta_1)$  и  $B(\alpha_2, 0)$ . Применим к сферическому треугольнику  $AP_n B$ , имеющему стороны  $l$ ,  $90^\circ - \delta_1$  и  $90^\circ$ , формулу группы (2); будем иметь

$$\cos l = \cos(90^\circ - \delta_1) \cos 90^\circ + \sin(90^\circ - \delta_1) \sin 90^\circ \cos(\alpha_2 - \alpha_1),$$

или

$$\cos l = \cos \delta_1 \cos(\alpha_2 - \alpha_1).$$

**Пример 8.** Решить прямоугольный сферический треугольник, если гипотенуза  $a = 83^\circ 4'25''$  и катет  $b = 142^\circ 17'10''$ .

Решение производим по формулам:

$$\cos C = \operatorname{ctg} a \operatorname{tg} b, \quad \sin b = \sin a \cos B,$$

$$\cos a = \cos b \cos c, \quad \cos c = \sin B \cos c.$$

Вычисление угла $C$		Вычисление угла $B$	
$\lg \operatorname{ctg} a$	9,03451	$\lg \sin b$	9,73655
$\lg \operatorname{tg} b$	9,88334 $n$	$\lg \operatorname{cosec} a$	0,00318
<hr/>		<hr/>	
$\operatorname{tg} \cos C$	8,97235 $n$	$\lg \sin B$	9,78973
$C$	$95^\circ 23' 25''$	$B$	$141^\circ 57' 38''$
Вычисление катета $c$		Контрольные вычисления	
$\lg \cos a$	9,03133	$\lg \sin B$	9,78973
$\lg \sec b$	0,10178 $n$	$\lg \cos c$	9,18311 $n$
<hr/>		<hr/>	
$\lg \cos c$	9,18311 $n$	Сумма	8,97284 $n$
$c$	$93^\circ 46' 07''$	$\lg \cos c$	8,97235 $n$

Расхождение в единицу последнего знака в контрольных вычислениях объясняется неизбежными ошибками округлений.

**Пример 9.** Решить косоугольный сферический треугольник, если его стороны имеют значения:

$$a = 43^{\circ}4'30''; \quad b = 68^{\circ}17'20''; \quad c = 75^{\circ}48'10''.$$

Найти углы треугольника  $A$  и  $B$ .

Решение производим по формулам

$$\begin{aligned} \cos A &= \cos a \operatorname{cosec} b \operatorname{cosec} c - \operatorname{ctg} b \operatorname{ctg} c, \\ \cos B &= \cos b \operatorname{cosec} c \operatorname{cosec} a - \operatorname{ctg} c \operatorname{ctg} a, \end{aligned}$$

полученным преобразованием двух первых формул группы (2). Для контроля воспользуемся формулой  $\sin a \sin B = \sin b \sin A$ .

Р е ш е н и е

Вычисление угла  $A$

$\cos A$	0,73 0460
$\operatorname{cosec} b$	1,07 6356
$\operatorname{cosec} c$	1,03 1505
$\cos a \operatorname{cosec} b \operatorname{cosec} c$	0,81 1006
$\operatorname{ctg} b \operatorname{ctg} c$	0,10 0733
$\cos A$	1,71 0273
$A$	$44^{\circ}44'34'',4$

Вспомогательная схема

$\operatorname{ctg} a$	1,06 9558
$\operatorname{ctg} b$	0,39 8173
$\operatorname{ctg} c$	0,25 2987

Вычисление угла  $B$

$\cos b$	0,36 9927
$\operatorname{cosec} c$	1,03 1505
$\operatorname{cosec} a$	1,46 4225
$\cos b \operatorname{cosec} c \operatorname{cosec} a$	0,55 8721
$\operatorname{ctg} c \operatorname{ctg} a$	0,27 0534
$\cos B$	0,28 8137
$B$	$73^{\circ}15'12'',8$

Контроль

$\sin a$	0,63 2955
$\sin B$	0,95 7539
$\sin a \sin B$	0,65 6990
$\sin b$	0,92 9061
$\sin A$	0,70 3927
$\sin b \sin A$	0,65 6992

## ИЗМЕРЕНИЕ ВРЕМЕНИ

## § 14. Звездное время

Суточное вращение небесной сферы — периодический процесс, являющийся отражением вращения Земли вокруг своей оси — исторически лег в основу измерения времени.

Периоды вращения Земли вокруг своей оси относительно звезд и Солнца различны: один полный оборот относительно звезд Земля совершает за меньший промежуток времени, чем относительно Солнца, так как Солнце движется по эклиптике в том же направлении, в каком происходит вращение Земли. Поэтому различают звездное время и солнечное время. Измерение как звездного времени, так и солнечного сводится к измерению углов; для этого нужно взять на небесной сфере точку и измерить угол между плоскостью, проходящей через круг склонения этой точки, и плоскостью небесного меридиана. Естественно, что этот угол зависит от того, где на Земле находится наблюдатель. Прохождение светила через меридиан при суточном вращении небесной сферы называется *кульминацией* светила. Различают *верхнюю* и *нижнюю кульминации*, когда светило кульминирует к югу или к северу от северного полюса мира соответственно.

Все звезды обладают собственными движениями, и неподвижной звезды найти невозможно; поэтому измерение звездного времени условились производить по положению точки весеннего равноденствия  $\Upsilon$ . Она тоже, как это мы увидим в дальнейшем, не занимает неизменного положения на небе, но движение ее хорошо изучено и всегда может быть учтено.

Промежуток времени между двумя последовательными верхними (или нижними) кульминациями точки весеннего равноденствия на одном и том же меридиане называется

*звездными сутками.* Звездные сутки делятся на 24 звездных часа, звездный час делится на 60 звездных минут и звездная минута делится на 60 звездных секунд. В звездных сутках содержится 86 400 звездных секунд, следовательно, Земля вращается с угловой скоростью  $\omega = 2\pi/86400$  радиана в звездную секунду. За начало звездных суток на данном меридиане принимается момент верхней кульминации точки весеннего равноденствия. Время, протекшее от момента верхней кульминации точки весеннего равноденствия до любого другого момента, характеризуемого другим ее положением, выраженное в долях звездных суток, называется *звездным временем*, и обозначается буквой  $s$ . Звездное время  $s$  на данном меридиане в любой момент численно равно часовому углу точки весеннего равноденствия  $t\Upsilon$ , выраженному в часовой мере, т. е.

$$s = t\Upsilon.$$

Точка весеннего равноденствия  $\Upsilon$  служит началом отсчета прямых восхождений, поэтому можно установить зависимость между звездным временем  $s$ , прямым восхождением  $\alpha$  и часовым углом светила  $t$ . Пусть на рис. 18 изображена проекция небесной сферы на экваториальную плоскость. Тогда  $A_1D\Upsilon A_2$  представляет собой небесный экватор,  $A_1ZA_2$  — проекция небесного меридиана,  $A_1$  и  $A_2$  — соответственно южная и северная точки пересечения экватора с небесным меридианом,  $P_nCD$  — проекция круга склонений светила  $C$ , а  $P_n\Upsilon$  — проекция круга склонений точки весеннего равноденствия.

Из рис. 18 видно, что

$$s = \alpha + t, \quad (24)$$

т. е. *звездное время  $s$  равно сумме прямого восхождения светила  $\alpha$  и его часового угла  $t$  для любого светила на небесной сфере.* Когда светило находится в верхней кульминации, его часовой угол равен нулю и звездное время будет равно прямому восхождению этого

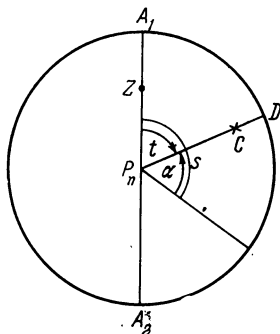


Рис. 18.



светила, т. е. если  $t = 0$ , то

$$s = \alpha.$$

Если светило находится в нижней кульминации, его часовой угол равен  $12^h$  и

$$s = \alpha + 12^h.$$

## § 15. Истинное солнечное время

Измерение солнечного времени основано на видимом суточном движении Солнца; при этом за точку, определяющую своим движением течение истинного солнечного времени, принимается центр диска Солнца. Но так как вследствие того, что центр диска Солнца с поверхности Земли и из ее центра виден по разным направлениям, то в определение солнечного времени входит не топоцентрический, а геоцентрический часовой угол центра диска Солнца.

Моменты верхней и нижней кульминаций центра диска Солнца соответственно называются *истинным полднем* и *истинной полночью*. Промежуток времени между двумя последовательными одноименными кульминациями центра диска Солнца называется *истинными солнечными сутками*. За начало истинных солнечных суток на данном меридиане принимается момент нижней кульминации центра диска Солнца, т. е. истинная полночь. *Истинное солнечное время*  $m_{\odot}$  на данном меридиане в любой момент численно равно часовому углу истинного Солнца  $t_{\odot}$ , выраженному в часовой мере и увеличенному на  $12^h$ , т. е.

$$m_{\odot} = t_{\odot} + 12^h.$$

Истинное солнечное время непригодно для практических целей. Причиной этого является неравномерность видимого движения Солнца по эклиптике, вызванная как неравномерностью движения Земли по орбите, так и наклоном эклиптики к экватору. Вследствие неравномерности движения Солнца по эклиптике его часовые углы изменяются также неравномерно. Из-за наклона эклиптики к экватору проекции одинаковых отрезков дуг эклиптики на экватор не равны между собой. Около точек весеннего и осеннего равноденствий проекции меньше самих дуг эклиптики, около точек

летнего и зимнего солнцестояний проекции больше дуг эклиптики. В силу этих причин часовые углы Солнца, отсчитываемые по экватору, будут изменяться также не пропорционально времени. Следовательно, истинное солнечное время неравномерно. Поэтому очень сложно сделать такие часы, которые шли бы в соответствии с движением Солнца, да в этом и нет необходимости, так как для практической деятельности человека нужен равномерный счет времени.

## § 16. Среднее солнечное время.

### Уравнение времени

За точку, определяющую течение среднего времени, принимается среднее экваториальное Солнце. Среднее экваториальное Солнце есть фиктивная точка, движущаяся равномерно по экватору в ту же сторону, в какую движется Солнце по эклиптике. Полный оборот по экватору среднее Солнце делает за тот же период, за который совершает истинное Солнце полный оборот по эклиптике, причем среднее Солнце проходит точку весеннего равноденствия одновременно с истинным. Момент верхней кульминации среднего Солнца называется *средним полднем*; момент нижней кульминации — *средней полночью*. Промежуток времени между двумя последовательными нижними кульминациями среднего экваториального Солнца на одном и том же меридиане есть *средние солнечные сутки*. За начало средних солнечных суток принимается момент нижней кульминации среднего экваториального Солнца (средняя полночь). Доли средних солнечных суток измеряются в средних солнечных часах, минутах и секундах.

Время, протекшее от момента нижней кульминации среднего экваториального Солнца до момента, когда оно находится в каком-либо другом положении, выраженное в долях средних солнечных суток (в средних солнечных часах, минутах и секундах), называется *средним солнечным временем*. Среднее солнечное время  $m$  на данном меридиане в любой момент численно равно часовому углу среднего экваториального Солнца  $t$ , выраженному в часовой мере, плюс  $12^h$ , т. е.

$$m = t + 12^h.$$

Найдем связь между средним и истинным солнечным временем. Пусть  $s$  — местное звездное время,  $t$  и  $\alpha$  — соответственно часовой угол и прямое восхождение среднего экваториального Солнца,  $t_{\odot}$  и  $\alpha_{\odot}$  — соответственно часовой угол и прямое восхождение истинного Солнца.

По формуле (24) напишем:

$$s = \alpha + t,$$

$$s = \alpha_{\odot} + t_{\odot}.$$

Разность часовых углов истинного Солнца и среднего экваториального Солнца  $t_{\odot} - t = \alpha - \alpha_{\odot}$  называется *уравнением времени* и обозначается буквой  $\eta$ . Прямые восхождения истинного Солнца и среднего Солнца бывают равны между собой (уравнение времени равно нулю) 15 апреля, 14 июня, 1 сентября и 24 декабря (рис. 19). Уравнение времени, увеличенное на 12 часов, т. е. часовой угол истинного Солнца в гринвичскую полночь ( $E = \eta + 12^h$ ), дается в Астрономическом Ежегоднике СССР в эфемеридах Солнца на каждый день года. Ход величины уравнения времени представлен на рис. 19.

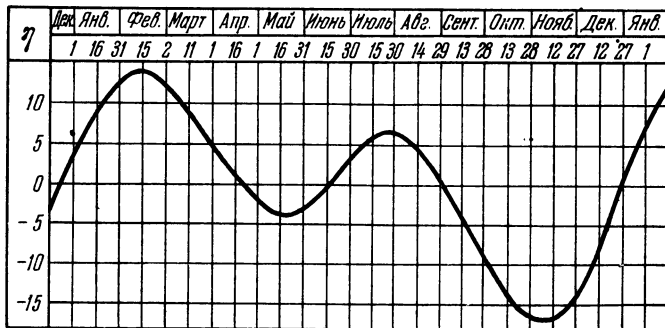


Рис. 19.

Зная уравнение времени, нетрудно перейти от истинного солнечного времени к среднему солнечному времени и наоборот. Если на каком-нибудь меридиане истинное солнечное время равно  $t_{\odot}$ , то среднее солнечное время  $t$

на этом же меридиане, получается по формуле

$$m = m_{\odot} - \eta.$$

И наоборот, истинное солнечное время

$$m_{\odot} = m + \eta.$$

### § 17. Выражение единиц среднего времени в единицах звездного времени

Солнце в своем движении по эклиптике смещается относительно точки весеннего равноденствия, поэтому начало звездных суток приходится на разные моменты солнечных суток. Например, 21 марта Солнце проходит через точку весеннего равноденствия. В этот день звездные сутки начнутся примерно в истинный полдень. Через три месяца, 22 июня, Солнце переместится в точку летнего солнцестояния, т. е. пройдет по эклиптике дугу, равную  $90^{\circ}$ . 22 июня, в момент верхней кульминации точки весеннего равноденствия (начало звездных суток), Солнце будет находиться на северо-востоке, примерно на горизонте, т. е. будет утро, и т. д. Видимое смещение Солнца по эклиптике создает неудобства при измерении времени звездными сутками в повседневной практической жизни, так как весь распорядок последней согласуется с видимым положением Солнца, а не точки весеннего равноденствия над горизонтом. Поэтому звездным временем пользуются главным образом для научных целей.

Из многочисленных наблюдений установлено, что промежуток времени между двумя последовательными прохождениями Солнца через точку весеннего равноденствия, называемый *тропическим годом*, составляет 365,24220 средних солнечных суток. За время между двумя последовательными прохождениями через точку весеннего равноденствия среднего Солнца принимается такой же промежуток времени. Значит, прямое восхождение среднего Солнца ежесуточно увеличивается на

$$\frac{360^{\circ}}{365,24220} = \frac{24^{\text{h}}}{365,24220} = 3^{\text{m}}56^{\text{s}},555.$$

Если, например, 21 марта среднее Солнце и точка весеннего равноденствия кульминировали на каком-либо меридиане одновременно, то за средние сутки Солнце сместится среди звезд навстречу суточному вращению небесной сферы, т. е. к востоку, и будет кульминировать позднее точки весеннего равноденствия. Чтобы произошла кульминация среднего Солнца, Земле нужно совершить некоторый дополнительный поворот. Этот «доворот» совершается за  $3^m 56^s, 555$  в звездном времени; иначе говоря, средние солнечные сутки, выраженные в звездном времени, на  $3^m 56^s, 555$  длиннее звездных. Поэтому точка весеннего равноденствия будет иметь в тропическом году на одну кульминацию больше, чем среднее Солнце, и, следовательно, в году будет  $366,2422$  звездных суток. Отсюда

$$\begin{aligned} \text{средние сутки} &= \frac{366,2422}{365,2422} = \left(1 + \frac{1}{365,2422}\right) = \\ &= 1,002738 \text{ зв. сут.} = (24^h + 3^m 56^s, 555) \text{ зв. вр.}, \\ &1^h \text{ ср. вр.} = (1^h + 9^s, 856) \text{ зв. вр.}, \\ &1^m \text{ ср. вр.} = (1^m + 0^s, 164) \text{ зв. вр.}; \end{aligned}$$

аналогично,

$$\begin{aligned} \text{звездные сутки} &= \frac{365,2422}{366,2422} = \left(1 - \frac{1}{366,2422}\right) = \\ &= 0,997270 \text{ ср. сут.} = (24^h - 3^m 55^s, 91) \text{ ср. вр.}, \\ &1^h \text{ зв. вр.} = (1^h - 9^s, 830) \text{ ср. вр.}, \\ &1^m \text{ зв. вр.} = (1^m - 0^s, 164) \text{ ср. вр.} \end{aligned}$$

Коэффициент  $k = \frac{366,24220}{365,24220} = 1,002738$  служит для перевода промежутков среднего солнечного времени в часы, минуты и секунды звездного времени, а коэффициент  $k' = \frac{365,24220}{366,24220} = 0,997270$  — для перевода промежутков звездного времени в часы, минуты и секунды среднего солнечного времени. Таким образом, если промежуток времени в средних солнечных единицах есть  $m$ , а в звездных  $s$ , то

$$\begin{aligned} s &= km, \\ m &= k's. \end{aligned}$$

На основании этих последних соотношений составляются подробные таблицы, по которым любой промежуток времени, выраженный в одних единицах, можно легко выразить в других единицах (см., например, приложения III, IV).

### § 18. Связь среднего солнечного времени со звездным временем

Как уже говорилось, время на разных меридианах земного шара различается между собой. Звездное время  $s$ , истинное солнечное  $m_{\odot}$  и среднее солнечное время  $t$  на данном меридиане называются *местным звездным, местным истинным солнечным и местным средним солнечным временем* этого меридиана. Точки, лежащие на одном географическом меридиане, в один и тот же момент имеют одинаковое местное время.

Разность местных звездных, истинных солнечных или средних солнечных времен двух меридианов в один и тот же момент численно равна разности долгот этих меридианов, т. е.

$$\left. \begin{array}{l} s_1 - s_2 \\ m_{\odot 1} - m_{\odot 2} \\ t_1 - t_2 \end{array} \right\} = \lambda_1 - \lambda_2.$$

Местное среднее солнечное время гринвичского меридиана называется *всемирным* или *мировым временем*  $T_0$ . Местное среднее солнечное время какого-либо пункта будет равно

$$t = T_0 + \lambda,$$

где  $\lambda$  — географическая долгота пункта, положительная к востоку от Гринвича.

Пусть для меридиана точки  $M$  требуется определить местное звездное время  $s$ , соответствующее моменту  $t$  среднего местного времени. Для этого берем из Астрономического Ежегодника звездное время  $S_0$  в гринвичскую полночь для начала данных суток. Из-за движения Солнца  $S_0$  равномерно возрастает на  $3^m 56^s, 555$  за средние сутки. Предположим, что долгота точки  $M$  известна и равна  $\lambda$ . Это значит, что полночь в точке  $M$  наступит на  $\lambda$  часов раньше и величину  $S_0$  надо уменьшить на  $3^m 56^s, 555 \cdot \lambda / 24$ . Поэтому звездное

время в местную полночь будет равно

$$s_0 = S_0 - \frac{\lambda}{24} \cdot 3^m 56^s, 555.$$

К этой величине нужно прибавить время  $m$ , выраженное в звездных единицах, и тогда получим звездное время  $s$ , соответствующее моменту  $m$ :

$$s = S_0 - \frac{\lambda}{24} \cdot 3^m 56^s, 555 + km. \quad (25)$$

Для нахождения среднего времени  $m$  по известному местному звездному  $s$  аналогичным рассуждением или определяя  $m$  из предыдущего соотношения, получим формулу

$$m = \left[ s - \left( S_0 - \frac{\lambda}{24^h} \cdot 3^m 56^s, 555 \right) \right] k'. \quad (25')$$

Для приближенных вычислений среднего местного времени по данному местному звездному времени или, наоборот, звездного — по данному среднему может служить следующая таблица:

Звездное время в среднюю полночь:

22 сентября — 0 <sup>h</sup>	23 марта — 12 <sup>h</sup>
22 октября — 2	23 апреля — 14
22 ноября — 4	23 мая — 16
22 декабря — 6	22 июня — 18
21 января — 8	23 июля — 20
21 февраля — 10	22 августа — 22

Эта приближенная таблица дает возможность переводить среднее время в звездное, или обратно, с ошибкой, не превышающей 5 минут.

Пусть, например, требуется найти звездное время 10 июня в 12 часов среднего времени. Как видно из таблицы, 22 июня в среднюю полночь звездное время равно 18 часам от 10 до 22 июня. За каждые сутки звездное время уходит вперед на 4 минуты, что за 12 суток составит 48 минут. Следовательно, звездное время 10 июня в полночь будет:  $s_0 = 18^h - 4^m \cdot 12 = 18^h - 48^m = 17^h 12^m$ . От полуночи прошло 12<sup>h</sup> среднего или 12<sup>h</sup>2<sup>m</sup> звездного времени. Тогда искомое звездное время будет:  $s = 17^h 12^m + 12^h 2^m = 5^h 14^m$ .

Другой пример. Пусть требуется найти среднее время 1 мая в 21<sup>h</sup> звездного времени. Звездное время в среднюю полночь 23 апреля равно 14<sup>h</sup>. От 23 апреля до 1 мая прошло 8 суток; следовательно, звездное время в среднюю полночь 1 мая будет:

$$s_0 = 14^h + 4^m \cdot 8 = 14^h + 32^m = 14^h 32^m.$$

После средней полуночи прошло  $21^h 0^m - 14^h 32^m = 6^h 28^m$  звездного времени, что составляет примерно  $6^h 27^m$  среднего времени.

## § 19. Поясное и декретное время.

### Линия изменения даты

Различие средних времен на разных меридианах создает неудобство в практическом пользовании средним временем. При непрерывном движении на восток или на запад необходимо непрерывно переводить стрелки часов вперед или назад, чтобы они показывали местное время того меридиана, на котором в данный момент мы находимся. Это особенно неудобно в настоящее время, когда человек пользуется весьма совершенными и быстрыми средствами транспорта. Для устранения этого неудобства в конце XIX в. во многих странах была принята поясная система счета. В этой системе счет времени ведется только для 24 основных меридианов, отстоящих друг от друга на 15° по долготе. Приблизительно на 7°,5 к востоку и к западу от каждого из этих 24 меридианов условно проведены границы, но не строго по меридианам, а согласуясь с государственными административными границами и с географическими условиями (по большим рекам, водоразделам и т. п.). Таким образом, поверхность всего земного шара условно разделена на 24 часовых пояса.

Время основного меридиана принимается одинаковым для всех точек данного часового пояса. Местное среднее солнечное время основного меридиана того часового пояса, в котором находится данный пункт, и называется *поясным временем* этого пункта.

Часовые пояса имеют номера от 0 до 23. Основной меридиан начального, нулевого пояса проходит через Гринвич-



скую обсерваторию. В нулевой пояс входят западные страны Европы: Англия, Франция, Испания и др. Основной меридиан 1-го пояса проходит на  $15^\circ$  восточнее гринвичского. Поясное время 1-го пояса отличается от поясного времени нулевого пояса ровно на 1 час. Иногда его называют средневропейским временем. В первый пояс входят: ФРГ, ГДР, Италия, Швеция, Норвегия и др. Второй пояс охватывает европейскую часть Советского Союза, Польшу и некоторые балканские государства. Далее к востоку идут часовые пояса № 3, № 4, № 5 и т. д. Такая система счета времени устраняет неудобства местного счета времени. Действительно, передвижение на восток или на запад в пределах одного часового пояса не вызывает необходимости непрерывного перевода стрелок часов, идущих по времени этого пояса. Перевод стрелок часов вперед или назад ровно на 1 час производится при пересечении границы двух часовых поясов.

Разность поясных времен двух пунктов всегда есть целое число часов, равное разности номеров их часовых поясов, т. е.

$$T_{n_2} - T_{n_1} = N_2 - N_1,$$

где  $N_1$  и  $N_2$  — номера поясов. Отсюда поясное время какого-либо пункта с восточной долготой  $\lambda$  будет

$$T_n = T_0 + N = m - \lambda + N.$$

Поясное время введено в нашей стране в 1919 г. Декретом Советского правительства от 16 июня 1930 г. на всей территории СССР часовые стрелки всех часов, шедших по поясному времени, были переведены ровно на 1 час вперед. Такое время, т. е. поясное время данного пункта, увеличенное на 1 час, получило название *декретного времени*  $T_d$ .

Декретное время второго часового пояса в СССР называется *московским временем*. Декретное время связано с поясным временем:

$$T_d = T_n + 1^h;$$

с мировым временем:

$$T_d = T_0 + N + 1^h;$$

со средним солнечным временем:

$$T_{\text{д}} = m - \lambda + N + 1^{\text{h}};$$

с истинным солнечным временем:

$$T_{\text{д}} = m_{\odot} - \eta - \lambda + N + 1^{\text{h}}.$$

В некоторых странах Западной Европы и в США стрелки часов переводятся на 1 час вперед против поясного времени только на время летних месяцев. Такое время получило название летнего времени. Начало и конец летнего времени устанавливается каждый год особым распоряжением правительства соответствующей страны.

От Гринвича на восток от пояса к поясу время увеличивается на один час, а от Гринвича на запад от пояса к поясу время уменьшается на один час. Последний пояс на восток от Гринвича, который включает в себя часть территории СССР, это 12-й, чукотский, где время идет впереди времени Гринвича на 12 часов. В противоположном направлении, на запад от Гринвича, на Аляске (т. е. также у Берингова пролива) часы показывают на 12 часов меньше гринвичских.

Таким образом, в Беринговом проливе для американца только еще начинается день, тогда как для советского гражданина с противоположного берега этот день уже кончился и начинается следующий. Здесь проходит *линия изменения даты*. Начинаясь у северного полюса, она идет сначала точно по меридиану  $180^{\circ}$ , затем огибает с востока оконечности Азии, проходит через Берингов пролив, резко отклоняется к западу, оставляя Алеутские острова в западном полушарии, затем проходит по меридиану  $180^{\circ}$  до экватора, огибает с востока Фиджи, Новую Зеландию и острова Чатам и далее почти везде идет по меридиану  $180^{\circ}$  до самого южного полюса Земли.

Для правильного счета дат, путешественник, пересекающий линию изменения даты, плывя с востока на запад, должен прибавить один день в своем календаре, а плывя с запада на восток — вычесть один день, т. е. считать одну дату дважды. Так, если корабль пересекает линию изменения даты, идя с запада на восток, например, 2 мая, то, перейдя эту линию, следующий день снова считают 2 мая. Если же корабль пересекает линию даты 1 мая, идя с востока

на запад, то после перехода через нее на корабле следующий день считают уже 3 мая.

К западу от этой линии, т. е. на восточной границе Советского Союза, начинается каждый новый день и, в частности, первый день нового года раньше всего начинается в нашей стране.

## § 20. Летосчисление

Система счета длительных промежутков времени называется *календарем*. Все системы календарей можно разделить на три главных типа: *лунные*, *лунно-солнечные* и *солнечные*. В основе лунного календаря лежит продолжительность лунного синодического месяца, в основе солнечного — продолжительность солнечного тропического года, а в лунно-солнечном календаре стремятся скомбинировать периоды лунного месяца и тропического года. Употребление того или иного типа календаря зависело от способа производства. Так, народы, у которых основным занятием было скотоводство, особенно кочевые народы, применяли лунный календарь. Он сохранился до сих пор у некоторых арабских народов. Земледельческие народы, способ производства у которых был связан со сменой времен года, создавали солнечные календари. Один из первых солнечных календарей был создан в стране древнего земледелия — Египте.

Примером лунного календаря был календарь древних греков и римлян. В этом календаре при счете месяцев по лунным фазам продолжительность месяцев принималась попеременно в 29 и 30 суток. Но получающийся средний период в  $29\frac{1}{2}$  суток короче синодического месяца приблизительно на  $\frac{3}{4}$  часа. Следовательно, в три года ошибка в счете составляла целые сутки. С другой стороны, при счете на лунные месяцы год, состоящий из 12 таких месяцев, содержал 354 дня, т. е. был короче солнечного на 11 дней. Древние римляне прибавляли для исправления ошибки к каждому второму году попеременно 22 или 23 дня, вставляя один лишний месяц между 23 и 24 февраля.

Примером лунно-солнечного календаря может служить еврейский календарь, отличающийся значительной сложностью. В этом календаре есть годы шести типов, из которых три длинных и три коротких. Короткие годы, состоящие

из 12 лунных месяцев, равны 353, 354 и 355 суткам, длинные же состоят из 13 лунных месяцев и равны 383, 384 и 385 суткам. В этом календаре новолуние почти строго приходится на первое число месяца — разница не превышает двух дней.

При составлении солнечного календаря за единицу времени принимается тропический год. Если бы в тропическом году было целое число средних суток, то составление календаря не представляло бы никаких трудностей. Но в действительности этого нет. Тропический год содержит в себе, как уже указывалось, 365,2422 средних суток (365 дней 5 часов 48 минут 46 секунд). Если принять продолжительность календарного года такой же, то начало каждого нового года будет сдвигаться от года к году на 5 часов 48 минут и 46 секунд и новый год будет наступать в разные моменты суток, что крайне неудобно. Чтобы избежать этого, календарные годы должны содержать целое, но по необходимости разное число дней: 365 и 366. Чередование более коротких и более длинных лет должно быть таким, чтобы в течение некоторого периода средняя продолжительность календарного года была как можно ближе к продолжительности тропического года. Тогда наступление весны (прохождение Солнца через точку весеннего равноденствия) будет приходиться примерно на один и тот же день с начала года.

У древних греков и римлян сколько-нибудь удовлетворительного календаря не было. В 46 г. до н. э. римским диктатором Юлием Цезарем был введен календарь, который впоследствии стал называться *юлианским (старый стиль)*. В юлианском календаре продолжительность года принята равной 365 средним солнечным суткам, за исключением тех годов, номера которых без остатка делятся на 4; продолжительность последних принята равной 366 средним суткам. Годы, содержащие по 366 средних суток, называются *високосными* годами. В високосном году февраль содержит 29 суток. Таким образом, продолжительность года в юлианском календаре в среднем за 4 года равна 365,25 средних солнечных суток, т. е. календарный год длиннее тропического на 0,0078 средних суток. Счет времени юлианскими годами за 128 лет дает расхождение со счетом времени тропическими годами приблизительно в одни сутки, за 400 лет — приблизительно в трое суток.

В 1582 г. римский папа Григорий XIII произвел реформу юлианского календаря. В том году весеннее равноденствие приходилось на 21 марта. Но, как было сказано, по юлианскому календарю начало календарного года уходило вперед против начала тропического года за 128 лет на одни сутки. К 1582 году это расхождение составило почти 10 суток. Реформа заключалась в следующем: после 4 октября 1582 г. было приказано считать не 5, а 15 октября. Кроме того, високосными годами не стали считать годы с целым столетием, у которых число сотен не делится без остатка на 4 (1700, 1800, 1900, 2100 и т. д.). Этим правилом продолжительность календарного года в среднем за 400 лет устанавливалась равной 365,2425 средних солнечных суток, т. е. календарный год стал длиннее тропического года всего лишь на 0,0003 средних солнечных суток. При этом счете разница в целые сутки накопится только за 3300 лет.

Эта система счета получила название *григорианского календаря (новый стиль)*. Григорианский календарь был введен в западных странах в XVI—XVII столетиях. В России новый стиль введен только при Советской власти, в 1918 г., при этом вместо 1 февраля было предписано считать 14 февраля, так как расхождение юлианского календаря со счетом тропическими годами достигло к 1918 г. уже 13 суток.

Что касается установления эры, т. е. начала счета годов, то у разных народов правила счета были различные. Например, римляне сначала считали годы от основания Рима, но впоследствии начало счета было изменено: римский монах Дионисий предложил 753 год от основания Рима считать 532 годом от мифического «рождества Христова». Как и откуда получилось число 532 — неизвестно. По-видимому, оно оказалось удобным для календарных пересчетов, так как делится без остатка на 4, 7 и 19. Из них 4 — период чередования високосных годов, 7 — число дней недели, 19 — число лет, через которое фазы Луны приходятся на те же календарные даты.

В России до 1700 г. за начало счета лет принималось «сотворение мира», которое, по подсчетам церковников, произошло за 5808 лет до нашей эры. Еврейские историки относили дату «сотворения мира» к 4163 г. до нашей эры. Вообще различных дат «сотворения мира» было много, все они

были придуманы в разные времена без всякого реального основания.

За последние годы выдвинуто несколько проектов реформы календаря. Они направлены не на улучшение согласования календарного года с тропическим, которое вполне удовлетворительно, а на более равномерное деление года. Экономические и хозяйственные задачи делают желательным сведение числа дней в месяцах и кварталах к одинаковым величинам.

Для согласования различных систем хронологического счета удобно применять непрерывный счет дней. Для этого введены так называемые *юлианские дни*, которые непрерывно считаются через годы, столетия и тысячелетия, начиная с полудня 1 января 4713 г. до нашей эры. При этом началом каждого юлианского дня считается средний гринвичский полдень. В Астрономических ежегодниках даются таблицы, в которых указывается, сколько юлианских дней прошло к моменту гринвичского полудня каждого дня. С помощью таблицы юлианских дней задача о числе суток, протекших между двумя заданными датами, решается достаточно просто. Например, нужно найти, сколько пройдет суток между 1 июля 1662 г. и 10 августа 1970 г. Для этих двух дат за соответствующие годы в Ежегоднике находим:

Дата	Юлианский день (в гринвичский полдень)
1 июля 1662 г.	2 328 275
10 августа 1970 г.	2 440 809
	<hr/>
	Разность 112 534 суток.

При счете юлианских дней следует учитывать, что приводимые в таблицах Астрономического ежегодника круглые даты, например, 1960, январь 0, относятся к полудню 31 декабря 1959 г. и дата январь 0 фактически является 31 декабря. Юлианский счет дней ничего общего не имеет с юлианским календарем. Юлианский счет предложен ученым Скалигером из г. Лейдена в XVI в. и назван им в честь своего отца Юлия.

В астрономической практике для сравнения наблюдений, полученных в различные моменты времени, принят так называемый *бесселев год*. В его основу положены следующие соображения.

Расстояние от Солнца до Земли свет проходит за 499,012 средних секунд. За этот промежуток времени Солнце смещается по эклиптике к востоку на  $20'',496$ . Значит, центр солнечного диска наблюдается нами всегда смещенным по эклиптике к западу от истинного его положения на величину  $20'',496$ . Бессель предложил принять для вычислений год, по продолжительности всегда равный среднему тропическому году, и за начало этого года принимать строго один и тот же момент, когда средняя долгота Солнца, уменьшенная на величину  $20'',496$ , в точности равна  $280^\circ$ . Определяемый таким начальным моментом год постоянной продолжительности и носит название бесселева года. Положение системы координат, какое она занимала в момент начала какого-нибудь бесселева года, является тем положением, к которому относят все наблюдения данного года. Обозначается начало бесселева года номером года с нулем после запятой, например, 1900,0. Начало бесселева года по времени очень близко к началу календарного года, но различно для разных лет. Даты в бесселевом году определяются не числами месяцев, а количеством дней или долями года. Начало бесселева года и доли бесселева года для каждой даты приводятся в Астрономическом ежегоднике.

## § 21. Неравномерность вращения Земли

Полученное из астрономических наблюдений время, основанное на периоде вращения Земли вокруг своей оси, называется астрономическим временем. Однако Земля вращается вокруг своей оси неравномерно и поэтому и астрономическое время не строго равномерно. Этот факт может быть обнаружен путем сравнения астрономического времени с любым другим, более равномерным временем, определяемым по независимым от вращения Земли часам. Таким временем может быть время, лежащее в основе гравитационной теории движения тел Солнечной системы, либо время, определяемое ходом кварцевых часов, молекулярными и атомными стандартами частоты.

Сопоставление моментов затмений, наблюдавшихся в древности, с их моментами, вычисленными на основании гравитационной теории, привело Галлея в 1693 г. к заклю-

чению, что «прежде Луна двигалась медленнее, чем в настоящее время». Это ускорение Луны могло быть либо реальным, происходящим из-за увеличения скорости обращения ее вокруг Земли, либо кажущимся, из-за уменьшения скорости вращения Земли вокруг своей оси. В XIX столетии были обнаружены отклонения от теории также и в движениях Солнца, Меркурия, Венеры, Марса и спутников Юпитера. Поскольку величины этих отклонений у всех светил были пропорциональны их средним движениям, то ясно, что эти изменения в движениях светил являются кажущимися и происходят вследствие реальных изменений скорости вращения Земли вокруг своей оси. Сопоставление астрономического времени с равномерным временем, положенным в основу гравитационной теории, позволяет выявить лишь значительные изменения скорости вращения Земли за большой промежуток времени.

В тридцатых годах нашего столетия были созданы кварцевые часы, применение которых позволило обнаружить годовые изменения скорости вращения Земли. Введение в действие первого атомного стандарта частоты в 1955 г. позволило создать практически равномерное атомное время, использование которого открывает принципиальную возможность выявить все детали изменения скорости вращения Земли. Однако точность определения астрономического времени не позволяет использовать все преимущества атомного времени.

В настоящее время принято рассматривать три типа неравномерностей вращения Земли: *вековое замедление*, *сезонные колебания* и *нерегулярные изменения* угловой скорости вращения Земли.

В результате векового замедления длительность суток непрерывно возрастает примерно на  $0^s,001$ — $0^s,002$  в столетие. Главной причиной этого замедления является приливное трение.

Сезонные колебания скорости вращения Земли могут быть представлены двумя волнами с годичным и полугодовым периодами. Так, по данным за 1956—1965 гг. отклонение продолжительности суток от средней за год представляется равенством

$$\delta T = 0^s,00049 \sin 2\pi(t + 0,22) - 0^s,00030 \sin 4\pi(t + 0,05),$$



где  $t$  — время, отсчитанное в долях года от 1 января. Первый член этой формулы представляет годовую, а второй — полугодовую волну. Годовая волна показывает, что самые длинные сутки наблюдаются в январе, а самые короткие в июле. Разность между ними равна примерно 1 мсек. Полугодовая волна дает максимальную длительность суток в конце апреля и конце октября, а минимальную — в конце января и июля. Полная разность составляет 0,6 мсек. Сезонные колебания скорости вращения частично вызываются приливными деформациями твердого тела Земли, но главную роль в их возникновении играет атмосферная циркуляция. Зимой атмосфера тормозит вращение Земли, а летом ускоряет его. Наблюдения показывают, что амплитуды и фазы сезонных колебаний не остаются постоянными от года к году.

В результате нерегулярных изменений продолжительность суток увеличивается или уменьшается на несколько тысячных долей секунды. Резкие изменения в скорости происходят через разные промежутки времени и сравнительно быстро. Причины нерегулярных изменений не вполне ясны.

## § 22. Эфемеридное время

Сейчас существуют два понятия времени: неравномерное — астрономическое, определяемое действительным вращением Земли, и равномерное, служащее аргументом при различных вычислениях. Последнее называется в астрономии *ньютоневским* или *эфемеридным временем*, так как служит для вычисления астрономических эфемерид. Понятие эфемеридного времени было введено на Парижской Международной конференции по фундаментальным постоянным в 1950 г. именно для того, чтобы отличить равномерно текущее время, которое участвует в законах динамики, от всемирного времени, определяемого вращением Земли. Теоретические, заранее вычисленные положения небесных тел Солнечной системы, в любой системе координат (будь то прямоугольные экваториальные или любые другие координаты) являются функциями равномерного эфемеридного времени. Полученные из наблюдений положения этих тел являются функциями неравномерного времени. Ввиду этого

наблюденные положения Солнца и планет отличаются от их положений, выведенных из теории.

Весьма важной задачей современной астрономии является нахождение разности  $\Delta t^s$  между эфемеридным и всемирным временем. Прибавлением величины  $\Delta t^s$  к всемирному времени, получаемому из наблюдений, имеется возможность получать эфемеридное время, по которому в Астрономическом Ежегоднике СССР, начиная с 1960 г. даются все эфемериды (Солнца, Луны, планет и т. д.), за исключением таких разделов Ежегодника, как покрытия и затмения, где предвычисления делаются по всемирному времени. Поправка  $\Delta t^s$  получается из следующих соображений.

По законам небесной механики можно определить положения (например, прямые восхождения или долготы) Солнца, Луны и планет на некоторое время (несколько десятилетий) вперед. Такая работа была проделана в свое время Ньюкомбом, который вычислил координаты Солнца и планет и представил их в виде таблиц. Однако впоследствии было обнаружено, что координаты перечисленных светил, напечатанные в таблицах Ньюкомба, не сходятся с координатами этих же светил, получаемыми из наблюдений. Так, например, Спенсер Джонс обнаружил, что средняя долгота Солнца, приведенная на определенный момент в таблицах Ньюкомба, не сходится с наблюдаемой долготой в этот же момент. Чтобы согласовать между собой эти две долготы, нужно, как это нашел Спенсер Джонс, прибавить к средней долготе Солнца, взятой из таблиц Ньюкомба, поправку, имеющую вид

$$\Delta L_{\odot} = 1'',00 + 2'',97T + 1'',23 T^2 + 0'',0748 B,$$

где  $T$  — время, отсчитываемое (в тропических столетиях) от начальной эпохи 1900, январь 0, средний гринвичский полдень, а  $B$  — флуктуации в долготе Луны, происходящие вследствие нерегулярных изменений скорости вращения Земли.

Солнце за тропический год, т. е. за 31 556 926 средних секунд, проходит по эклиптике дугу в  $359^{\circ}59'10''$ , а не в  $360^{\circ}$ , так как точка весеннего равноденствия за это время переместится навстречу движению Солнца на  $50''$ . Дугу в  $1''$  Солнце проходит за 24,349 средних секунды. Это значит, что если средняя долгота Солнца изменится на  $1'',00$ , то

поправка среднего времени  $\Delta t$  изменится на 24,349 секунды. Следовательно,  $\Delta l_{\odot}$  связано с  $\Delta t$  соотношением

$$\frac{\Delta l_{\odot}}{1,00} = \frac{\Delta t}{24,349},$$

из которого получаем

$$\Delta t = \frac{24,349 \cdot \Delta l_{\odot}}{1,00} = 24^s,349 \cdot \Delta l_{\odot}.$$

Подставляя значение  $\Delta l_{\odot}$ , полученное Спенсером Джонсом, будем иметь

$$\Delta t = + 24^s,349 + 72^s,3165 T + 29^s,949T^2 + 1^s,821 B.$$

Первый член правой части обеспечивает совпадение начала эфемеридных суток с началом средних солнечных суток для эпохи 1900,0. Второй член выбран так, чтобы длительность эфемеридных суток была равна средней длительности средних солнечных суток. Третий член учитывает вековое замедление вращения Земли, а последний, четвертый член — нерегулярные изменения скорости вращения Земли. На практике для определения поправок  $\Delta t$  используются наблюдения Луны, так как она имеет самое большое видимое движение среди звезд. Поскольку ошибка определений  $\Delta t$  составляет  $\pm 0^s,3$  —  $\pm 0^s,5$ , поправки  $\Delta t$  обычно определяют как средние за год. Они публикуются за прошедшие годы в *Астрономических ежегодниках*.

Введение эфемеридного времени привело к замене определения единицы времени. Прежнее определение секунды как 1/86400 части средних солнечных суток решением Международного астрономического союза в 1955 г. было заменено: секунда есть 1/31556925,9747 доля тропического года для эпохи 1900,0. Определяемая таким образом секунда получила название *эфемеридной секунды*.

В пятидесятых годах были созданы атомные стандарты частоты. Использование их позволило создать принципиально новые «часы», которые не зависят от вращения Земли. Время, получаемое с помощью таких часов, называется *атомным временем*. За предварительную единицу атомного времени принята атомная секунда, которая определена как продолжительность 9 192 631 770 электромагнитных колебаний, соответствующих переходу атома цезия 133 из одного

энергетического состояния в другое. Равномерность атомного времени значительно выше, чем времени, получаемого из астрономических наблюдений.

В связи с введением новых понятий в международной практике принята следующая система обозначений.

Среднее солнечное время на гринвичском меридиане, которое, как было сказано в § 14, называется всемирным временем, обозначается через  $TU_0$ . Из-за движения полюса время  $TU_0$ , определенное в различных точках Земли, будет искажаться из-за изменения долготы и в него необходимо ввести поправку  $\Delta\lambda$  за движение полюса. Полученное таким образом всемирное время обозначается  $TU_1$ :

$$TU_1 = TU_0 + \Delta\lambda.$$

Значения поправок  $\Delta\lambda$  вычисляются срочной службой широты (ССШ), организованной при Международном бюро времени в 1955 г., и регулярно публикуются в бюллетенях Международного Бюро времени.

Вследствие неравномерности вращения Земли всемирное время  $TU_1$  является неравномерным. Чтобы как-то выравнять время  $TU_1$ , его исправляют поправкой  $\Delta T_s$  за сезонные колебания скорости вращения Земли. Время, полученное таким образом, называется *квазиравномерным* всемирным временем и обозначается  $TU_2$ :

$$TU_2 = TU_1 + \Delta T_s = TU_0 + \Delta\lambda + \Delta T_s.$$

Поправки  $\Delta T_s$  экстраполируются Международным Бюро времени и публикуются в его бюллетенях. Время  $TU_2$  все же не является равномерным. Чтобы получить более равномерную шкалу времени, используют наблюдения тел Солнечной системы и, в частности, Луны.

Наблюденные положения этих тел являются функциями неравномерного всемирного времени,  $TU_2$ , в то время как вычисленные — функциями равномерного эфемеридного времени  $TE$ . Сопоставление наблюдаемого и вычисленного положения рассматриваемого тела позволяет определить поправку  $\Delta t$ , которую необходимо прибавить к времени  $TU_2$ , чтобы получить эфемеридное время

$$TE = TU_2 + \Delta t.$$

Поправки для перевода всемирного времени в эфемеридное публикуются во всех Астрономических ежегодниках.

### Примеры к главе третьей

**Пример 10.** Всемирное время  $T_0 = 7^h 48^m 30^s, 5$ . Найти соответствующее ему поясное время в Москве.

**Решение.** Москва лежит во 2-м поясе, поэтому  $N = 2^h$ . Применяем формулы:

$$T_{\text{п}} = T_0 + N;$$

$$T_{\text{п}} = 7^h 48^m 30^s, 5 + 2^h = 9^h 48^m 30^s, 5.$$

**Пример 11.** Всемирное время  $T_0 = 22^h 10^m 30^s, 5$ . Найти соответствующее ему декретное время в Москве.

**Решение.** Применяем формулы:

$$T_0 = T_{\text{п}} - N = T_{\text{д}} - N - 1^h,$$

$$T_{\text{д}} = T_0 + N + 1^h = 22^h 10^m 30^s, 5 + 2^h + 1^h = 1^h 10^m 30^s, 5.$$

**Пример 12.** В некоторый момент часы, установленные по декретному времени, показывают в Ташкенте  $T_{\text{д}} = 15^h 7^m 44^s, 8$ . Найти соответствующее этому моменту всемирное время.

**Решение.** Ташкент лежит в 5-м поясе;  $N = 5^h$ . Применяем формулы:

$$T_0 = T_{\text{д}} - N - 1^h,$$

$$T_0 = 15^h 7^m 44^s, 8 - 5^h - 1^h = 9^h 7^m 44^s, 8.$$

**Пример 13.** В некотором пункте ( $\lambda = 3^h 30^m 10^s, 8$ ) декретное время  $T_{\text{д}} = 11^h 24^m 36^s, 7$ . Найти соответствующее этому моменту местное среднее время.

**Решение.** Применяем формулы:

$$T_{\text{д}} = m + N - \lambda^h + 1^h;$$

$$m = 11^h 24^m 36^s, 7 - 4^h + 3^h 30^m 10^s, 8 - 1^h = 9^h 54^m 47^s, 5.$$

**Пример 14.** Местное среднее время пункта наблюдения, лежащего в 4-м поясе,  $m = 6^h 10^m 50^s, 0$ ; найти поясное и декретное время, если долгота этого пункта  $\lambda = 3^h 42^m 1^s, 4$ .

**Решение.** Применяем формулы:

$$T_{\text{п}} = m + N - \lambda, \quad T_{\text{д}} = m + N - \lambda - 1^h;$$

$$T_{\text{п}} = 6^h 10^m 50^s, 0 + 4^h - 3^h 42^m 1^s, 4 = 6^h 28^m 48^s, 6.$$

Так как декретное время впереди поясного на  $1^h$ , то будем иметь

$$T_{\text{д}} = T_{\text{п}} + 1^h = 6^h 28^m 48^s, 6 + 1^h = 7^h 28^m 48^s, 6.$$

**Пример 15.** Найти звездное время, соответствующее  $22^{\text{h}} 45^{\text{m}} 48^{\text{s}}$ ,  $30$  среднего московского времени, в пункте А с восточной долготой  $\lambda = 3^{\text{h}} 00^{\text{m}} 20^{\text{s}}$ ,  $00$  31 октября 1960 года.

**Решение.** Для решения задачи пользуемся *Астрономическим ежегодником* на 1960 год. Звездное время в среднюю гринвичскую полночь  $S_0 = 2^{\text{h}} 37^{\text{m}} 10^{\text{s}}, 75$ . В пункте А полночь наступит на  $3^{\text{h}} 0^{\text{m}} 20^{\text{s}}, 00 = 3^{\text{h}}, 006$  раньше, чем в Гринвиче. Поэтому звездное время, которое растет на  $9^{\text{s}}, 856$  в час, в пункте А в московскую полночь будет на  $9^{\text{s}}, 856 \cdot 3,006 = 29^{\text{s}}, 63$  меньше, чем в Гринвиче. Значит, звездное время в среднюю московскую полночь в пункте А будет

$$s_0 = 2^{\text{h}} 37^{\text{m}} 10^{\text{s}}, 75 - 29^{\text{s}}, 63 = 2^{\text{h}} 36^{\text{m}} 41^{\text{s}}, 12.$$

Интервал среднего времени, прошедший от полуночи, равен  $22^{\text{h}} 45^{\text{m}} 48^{\text{s}}, 30$ ; переводя его в звездные единицы, получим  $22^{\text{h}} 49^{\text{m}} 32^{\text{s}}, 66$ . Следовательно, искомое звездное время будет:

$$s = 2^{\text{h}} 36^{\text{m}} 41^{\text{s}}, 12 + 22^{\text{h}} 49^{\text{m}} 32^{\text{s}}, 66 = 1^{\text{h}} 26^{\text{m}} 13^{\text{s}}, 78.$$

**Пример 16.** 24 октября 1957 г. в некотором пункте ( $\lambda = 4^{\text{h}} 00^{\text{m}} 10^{\text{s}}, 8$ ) истинное солнечное время было  $m_{\odot} = 8^{\text{h}} 12^{\text{m}} 25^{\text{s}}$ . Найти для этого момента среднее время  $m$ .

**Решение.** Прежде всего находим истинное солнечное время в Гринвиче:

$$m_{\odot_{\text{Гр}}} = m_{\odot} - \lambda = 8^{\text{h}} 12^{\text{m}} 25^{\text{s}} - 4^{\text{h}} 00^{\text{m}} 10^{\text{s}}, 8 = 4^{\text{h}} 12^{\text{m}} 14^{\text{s}}, 2.$$

По моментам верхней кульминации Солнца на меридиане Гринвича из *Астрономического ежегодника* на 1957 год находим уравнение времени  $\eta$  для истинных гринвичских полудней 24 и 25 октября:

$$24. X \quad \eta = 11^{\text{h}} 44^{\text{m}} 16^{\text{s}} - 12^{\text{h}} = -15^{\text{m}} 44^{\text{s}},$$

$$25. X \quad \eta = 11^{\text{h}} 44^{\text{m}} 08^{\text{s}} - 12^{\text{h}} = -15^{\text{m}} 52^{\text{s}}.$$

Интерполируем уравнение времени на момент  $4^{\text{h}} 12^{\text{m}} 14^{\text{s}}, 2$  истинного солнечного времени в Гринвиче 24.X 1957 года и получаем  $E = -15^{\text{m}} 46^{\text{s}}$ . Это будет уравнение времени и для момента  $8^{\text{h}} 12^{\text{m}} 25^{\text{s}}$  истинного солнечного времени в данном пункте.

Среднее солнечное время будет:

$$m = 8^{\text{h}} 12^{\text{m}} 25^{\text{s}} - 15^{\text{m}} 46^{\text{s}} = 7^{\text{h}} 57^{\text{m}} 39^{\text{s}}.$$

**Пример 17.** 1 марта 1957 г. в одном из населенных пунктов местное звездное время  $s = 8^{\text{h}} 12^{\text{m}} 30^{\text{s}}, 0$ . Найти местное среднее солнечное время  $m$  в пункте в этот же момент, если долгота пункта  $\lambda = 2^{\text{h}} 15^{\text{m}} 00^{\text{s}}$ .

**Решение.** Находим в *Астрономическом ежегоднике* на 1 марта 1957 г. звездное время в среднюю гринвичскую полночь  $S_0$  и

по формуле

$$s_0 = S_0 - \frac{\lambda}{24^h} \cdot 3^m 56^s, 555$$

находим звездное время  $s_0$  в среднюю местную полночь 1 марта 1957 г.:

$$s_0 = 10^h 34^m 07^s, 9 - \frac{2, 250}{24^h} \cdot 3^m 56^s, 555 = 10^h 33^m 45^s, 7.$$

Находим промежуток звездного времени от средней местной полночи до момента  $s = 8^h 12^m 30^s, 0$ , т. е.

$$s - s_0 = 8^h 12^m 30^s, 0 - 10^h 33^m 45^s, 7 = 21^h 38^m 44^s, 3.$$

Переводя промежуток этого звездного времени в промежуток среднего солнечного, получим местное среднее солнечное время в нашем пункте 1 марта 1957 г. в момент местного звездного времени  $s = 8^h 12^m 30^s, 0$ , а именно:

$$m = (s - s_0) k' = 21^h 38^m 44^s, 3 \cdot 0, 0997270 = 21^h 35^m 11^s, 6.$$

**Пример 18.** В пункте А ( $\lambda = 2^h 24^m 54^s$ ) местное среднее солнечное время  $m = 3^h 02^m 17^s$ . Найти местное среднее солнечное время в этот момент в пункте В ( $\lambda = 2^h 01^m 01^s$ ).

**Решение.** Разность любых времен в двух пунктах равна разности географических долгот этих пунктов. Поэтому

$$\begin{aligned} m_B &= m_A + (\lambda_B - \lambda_A) = \\ &= 3^h 02^m 17^s + 2^h 01^m 01^s - 2^h 24^m 54^s = 2^h 38^m 24^s. \end{aligned}$$

ЯВЛЕНИЯ СУТОЧНОГО ВРАЩЕНИЯ  
НЕБЕСНОЙ СФЕРЫ

§ 23. Суточное вращение небесной сферы  
на разных широтах

Для наблюдателя, находящегося на северном полюсе Земли, небесный экватор  $AA$  совпадает с горизонтом  $HH$ , а полюс мира  $P_n$  совпадает с зенитом  $Z$  (рис. 20). Поэтому на полюсе наблюдения доступна одна половина

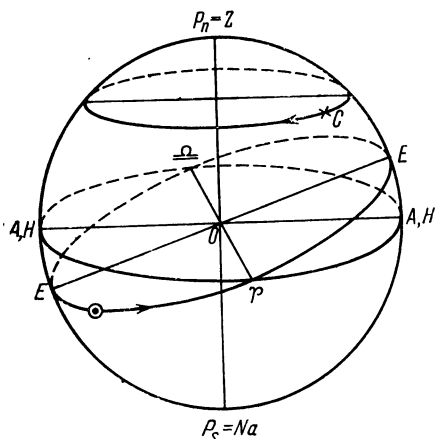


Рис. 20.

небесной сферы, другая же всегда находится под горизонтом. В суточном движении звезды описывают на небесной сфере круги, параллельные горизонту. Половина эклиптики  $EE$  всегда находится над горизонтом, другая — под горизонтом. Вследствие этого Солнце с 21 марта, т. е.



после того как оно пройдет точку весеннего равноденствия, в течение полугода находится над горизонтом; на полюсе стоит полугодовой полярный день. 23 сентября Солнце на полгода уходит под горизонт, наступает полугодовая полярная ночь. Максимальная высота Солнца над горизонтом без учета рефракции равна наклону эклиптики к экватору, т. е.  $23^{\circ}27'$ . Поэтому лучи Солнца падают всегда наклонно под

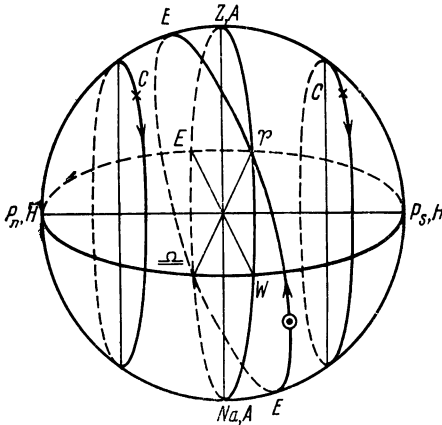


Рис. 21.

большим углом к вертикали. Луна на северном полюсе Земли около 13,5 суток бывает видна над горизонтом, поднимаясь на высоту около  $28^{\circ},5$  и такое же время она не восходит, находясь под горизонтом. Для наблюдателя на полюсе понятие небесного меридиана становится неопределенным, так как полюс мира и зенит находятся в одной точке. Нет также и основных точек горизонта: любое направление будет южным.

Для наблюдателя, находящегося на экваторе Земли, небесный экватор  $AA$  совпадает с первым вертикалом ( $ZEN_nW$ ) (рис. 21). Здесь все светила  $C$  восходят и заходят и все в течение года доступны наблюдению. Солнце дважды в году в дни весеннего и осеннего равноденствий (21 марта и 23 сентября) бывает в зените; 22 июня оно отклоняется от зенита на  $23^{\circ}27'$  к северу, а 22 декабря на такую

же величину к югу. Луна примерно через каждые 13 суток проходит через зенит.

В средних широтах картина суточного движения небесных светил хорошо нам известна. Она одинакова для обоих полушарий Земли, только в южном полушарии круги суточного движения светил наклонены к северу, а не к югу, как это имеет место в северном полушарии. Если мы смотрим на северный полюс мира, то все звезды движутся против часовой стрелки, тогда

как для жителей южного полушария относительно южного полюса движение звезд происходит по часовой стрелке. В северном полушарии Земли Солнце после восхода движется южнее зенита, в южном полушарии оно проходит севернее зенита. Для наблюдателя, находящегося между полюсом и экватором Земли, все звезды можно разделить на три группы. Есть звезды *незаходящие*, *восходящие* и *заходящие* и *невосходящие*. Из рис. 22 видно, что в северном полушарии Земли для незаходящих звезд ( $C_1$ ) должно выполняться соотношение

$$\delta > 90^\circ - \varphi,$$

а для звезд восходящих и заходящих ( $C_2$ )

$$-(90^\circ - \varphi) < \delta < +(90^\circ - \varphi).$$

Для группы звезд вообще не восходящих ( $C_3$ ) будет иметь место соотношение

$$\delta < -(90^\circ - \varphi).$$

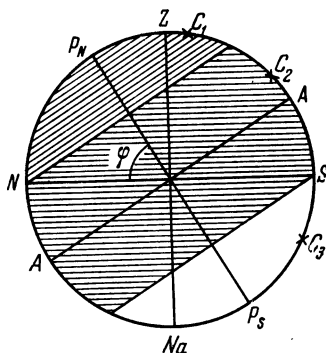


Рис. 22.

## § 24. Зенитное расстояние светила в меридиане

Рассмотрим параллактический треугольник полюс — зенит — звезда. Воспользуемся второй формулой из группы (19), выражающей косинус зенитного расстояния через

широту места наблюдения и координаты  $\delta$  и  $t$  светила:

$$\cos z = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t.$$

Зенитное расстояние светила будет наименьшим при  $t = 0$  и наибольшим при  $t = 12^h$ . Оба эти положения соответствуют прохождению светила через меридиан. Подставив в рассматриваемое уравнение последовательно  $t = 0$  и  $t = 12^h$ , получим меридианное зенитное расстояние для верхней кульминации ( $z_B$ ) и нижней ( $z_H$ ).

Для верхней кульминации находим

$$\begin{aligned} \cos z_B &= \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi = \cos (\varphi - \delta) = \\ &= \cos (\delta - \varphi). \end{aligned}$$

Следовательно,

$$z_B = \varphi - \delta \text{ либо } z_B = \delta - \varphi.$$

Так как зенитное расстояние всегда положительно, то в первом случае  $\varphi > \delta$ , а во втором  $\delta > \varphi$ . Склонение зенита равно широте места. Поэтому при  $\delta < \varphi$  светило пересечет меридиан к югу от зенита, а при  $\delta > \varphi$  между полюсом и зенитом.

Для нижней кульминации будем иметь

$$\begin{aligned} \cos z_H &= \sin \delta \sin \varphi - \cos \delta \cos \varphi = -\cos (\delta + \varphi) = \\ &= \cos [180^\circ - (\delta + \varphi)]. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$z_H = 180^\circ - (\delta + \varphi).$$

Таким образом, зенитное расстояние будет выражаться формулами:

$$\begin{aligned} z_B &= \varphi - \delta \text{ для верхней кульминации к югу от зенита,} \\ z_B &= \delta - \varphi \text{ для верхней кульминации к северу от зенита,} \\ z_H &= 180^\circ - \delta - \varphi \text{ для нижней кульминации.} \end{aligned}$$

Если меридианное зенитное расстояние звезды, склонение которой известно, измерено при помощи какого-либо астрономического инструмента, то приведенные формулы дают возможность получить широту места. Когда имеется возможность получить зенитные расстояния звезды в верхней и нижней кульминациях, то для вывода значения широты не требуется знать склонение звезды. В этом случае

широта определяется из двух последних уравнений по формуле

$$\varphi = 90^\circ - \frac{(z_B + z_H)}{2}. \quad (26)$$

В свою очередь склонение звезды можно получить по разности зенитных расстояний в верхней и нижней кульминациях по формуле

$$\delta = 90^\circ + \frac{(z_B - z_H)}{2}, \quad (27)$$

не зная широту места.

### § 25. Момент прохождения светила через меридиан

При наблюдениях Луны и планет часто требуется знать момент кульминации по среднему времени. В данном параграфе будет показано, как получить момент прохождения светила через меридиан, если его прямое восхождение быстро изменяется. В Астрономическом ежегоднике приводится прямое восхождение для гринвичской полуночи и его изменение.

Преобразуем формулу (25) следующим образом:

$$s = S_0 - \frac{\lambda}{24} (24^h 3^m 56^s,56 - 24^h) + km$$

или

$$s = S_0 - \frac{\lambda}{24} \cdot 24^h 3^m 56^s,56 + \lambda + \frac{m}{24} \cdot 24^h 3^m 56^s,56.$$

Окончательно

$$s = S_0 + \lambda + \frac{(m - \lambda)}{24} \cdot 24^h 3^m 56^s,56.$$

Это есть звездное время, соответствующее моменту среднего времени  $m$ .

Для конкретного светила, имеющего суточное движение по небесной сфере, примем:  $\alpha_0$  — прямое восхождение в момент  $S_0$ , т. е. в гринвичскую полночь заданного дня;  $\Delta\alpha$  — изменение прямого восхождения за средние сутки. Тогда, если прямое восхождение светила изменяется линейно, для некоторого момента  $m$  оно будет

$$\alpha = \alpha_0 + n \Delta\alpha,$$

где  $n = (m - \lambda)/24$ , причем  $m - \lambda = T_0$  есть всемирное время. Так как в момент верхней кульминации светила звездное время равно прямому восхождению этого светила, т. е.  $s = \alpha$ , то можно написать

$$S_0 + \lambda + n \cdot 24^{\text{h}} 3^{\text{m}} 56^{\text{s}}, 56 = \alpha_0 + n \Delta \alpha.$$

Из этого уравнения определяем неизвестное  $n$ :

$$n = \frac{\alpha_0 - S_0 - \lambda}{24^{\text{h}} 3^{\text{m}} 56^{\text{s}}, 56 - \Delta \alpha}.$$

Зная  $n$ , из соотношения  $m - \lambda = 24 n$  находим момент  $m$  прохождения светила через меридиан в среднем солнечном времени.

## § 26. Зенитное расстояние светила в первом вертикале. Момент прохождения светила через первый вертикал

Нетрудно сообразить, что для данного места наблюдения не все звезды проходят через первый вертикал: звезды, кульминирующие между полюсом и зенитом, не доходят до него. Звезды, кульминирующие между экватором и зенитом, пересекают первый вертикал над горизонтом, а звезды, кульминирующие ниже экватора — под горизонтом. Таким образом, через первый вертикал в северном полушарии проходят только те звезды, у которых  $0 \leq \delta \leq \varphi$ .

Звезды, для которых  $\delta = 0$ , пересекают первый вертикал в точках востока и запада, а при  $\delta = \varphi$  они только касаются первого вертикала в точке зенита. Момент прохождения звезды через первый вертикал имеет важное значение: зенитное расстояние звезды в этом случае изменяется быстрее всего и ошибка в его измерении имеет наименьшее влияние на часовой угол.

Когда звезда пересекает первый вертикал, то параллактический треугольник  $P_n Z C$  становится прямоугольным (рис. 23), с прямым углом при зените, так как азимут звезды в этот момент равен  $90^\circ$  или  $270^\circ$ .

Момент прохождения звезды через первый вертикал получается из прямоугольного параллактического треугольника. Используя третью формулу группы (10), можно написать:

$$\operatorname{tg} (90^\circ - \varphi) = \operatorname{tg} (90^\circ - \delta) \cos t,$$

или

$$\cos t = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi}.$$

Из этой формулы для  $t$  получаются два значения: первое  $t_E$ , соответствующее времени прохождения светила через вертикал, на востоке, другое,  $t_W$  — на западе. Поэтому соответствующие моменты местного звездного времени будут:

$$s_E = \alpha + t_E,$$

$$s_W = \alpha + t_W.$$

Для получения зенитного расстояния применим формулу (7)

$$\begin{aligned} \sin z &= \cos \delta \sin t_W = \\ &= \cos \delta \sin (360^\circ - t_E). \end{aligned}$$

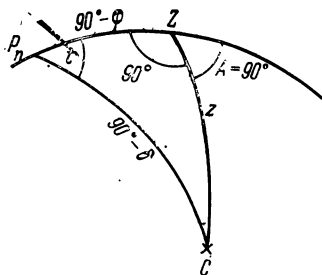


Рис. 23.

Если известна широта места наблюдения  $\varphi$ , то зенитное расстояние светила в первом вертикале можно получить, применяя к этому же треугольнику формулу (8):

$$\cos z = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}.$$

## § 27. Элонгация околополярных звезд

Все звезды в своем суточном движении описывают на небесной сфере круги около полюса  $P_n$  и чем звезда ближе к полюсу, тем круг меньше. Если из точки зенита  $Z$  провести дугу вертикала, касательную к суточной параллели, описываемой околополярной звездой, кульминирующей между полюсом и зенитом, а через точку касания провести круг склонения  $P_n C$  (рис. 24), то получим параллактический треугольник  $P_n Z C$  с острыми углами в зените и в полюсе мира и прямым углом в точке  $C$ . Как видно из рисунка, азимут  $A$  такой звезды колеблется в некоторых пределах около  $180^\circ$ . Когда отличие азимута от  $180^\circ$  становится наибольшим (т. е. когда звезда находится в точке  $C$ ), то говорят, что она находится в *наибольшей элонгации*. Различают

восточную и западную элонгации. Вблизи прямого угла  $P_n CZ$  путь звезды в течение некоторого промежутка времени будет весьма близок к касательной  $ZC$ , и в первом приближении его можно принять за дугу большого круга, совпадающую с этой касательной. При этом изменение зенитного расстояния звезды будет пропорционально времени,

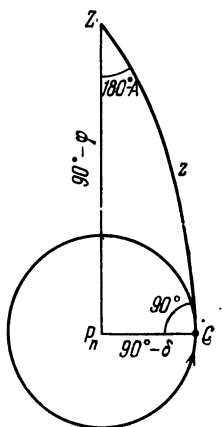


Рис. 24.

а азимут, имеющий в этом случае наименьшую или наибольшую величину, в течение некоторого промежутка времени почти не будет изменяться.

В наибольшей элонгации могут находиться только звезды, кульминирующие между полюсом и зенитом, т. е. околополярные звезды.

Из третьей формулы группы (10)

$$\operatorname{tg} (90^\circ - \delta) = \cos t \operatorname{tg} (90^\circ - \varphi)$$

получаем часовой угол звезды в момент элонгации

$$\cos t = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \delta}.$$

Из этой формулы для часового угла  $t$  получаются два значения. Часовой угол  $t_W$  соответствует западной элонгации светила, а часовой угол  $t_E$  — восточной. Звездное же

время для элонгаций будет соответственно равно

$$s_W = \alpha + t_W \quad \text{и} \quad s_E = \alpha + t_E.$$

Из формулы (8)

$$\cos (90^\circ - \varphi) = \cos (90^\circ - \delta) \cos z$$

получаем зенитное расстояние, при котором имеет место элонгация

$$\cos z = \frac{\sin \varphi}{\sin \delta}.$$

Из формулы (7)

$$\sin (90^\circ - \delta) = \sin (90^\circ - \varphi) \sin (180^\circ - A)$$

определяем азимут, при котором имеет место

элонгация:

$$\sin A = \pm \frac{\cos \delta}{\cos \varphi}.$$

Здесь знак «плюс» соответствует западной элонгации светила, знак «минус» — восточной.

## § 28. Восход и заход светил

Определим время восхода и захода светил. В момент восхода или захода светила  $z = 90^\circ$ . Тогда по формуле группы (2) будем иметь

$$\cos t = - \frac{\sin \delta \sin \varphi}{\cos \delta \cos \varphi} = - \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi.$$

Это уравнение имеет два решения: одно  $t_E$  между  $180^\circ$  и  $360^\circ$  для восхода светила и другое —  $t_W$  между  $0$  и  $180^\circ$  для захода. Звездное время восхода светила равно  $\alpha + t_E$ , время захода  $\alpha + t_W$ . Время, в течение которого светило находится над горизонтом, равно  $2t$ . Так как  $|\cos t| \leq 1$ , то если абсолютная величина правой части уравнения больше единицы (значения  $\varphi$  и  $\delta$  не удовлетворяют данному уравнению), это означает, что восход и заход светила невозможны.

До сих пор при выводе момента восхода и захода светил не учитывалось влияние рефракции, которая в горизонте составляет в среднем  $35'$ . Рефракция повышает положение светила, поэтому при кажущемся восходе или заходе светила его  $z = 90^\circ 35'$ . Таким образом, формула для вычисления моментов восхода и захода светил, полученная на основе формулы (2), обращается в следующую:

$$\cos t := \frac{\cos 90^\circ 35' - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta} = \frac{-0,0102 - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta}.$$

При вычислении моментов восходов и заходов Солнца нужно учесть еще радиус этого светила, так как  $\delta_\odot$  относится к центру Солнца. Когда на горизонте находится верхний край диска Солнца, то центр светила находится под горизонтом. Точное значение видимого радиуса Солнца приводится в Астрономическом ежегоднике. Для приближенных вычислений можно принять значение радиуса Солнца  $R_\odot = 16'$ . Тогда формула для определения восходов



и заходов верхнего края Солнца будет иметь такой вид:

$$\cos t = \frac{\cos 90^\circ 51' - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta} = \frac{-0,0148 - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta}.$$

Так как координаты Луны даются в Астрономическом ежегоднике для центра Земли, то для вычисления моментов восходов и заходов Луны требуется учесть также ее горизонтальный параллакс. Вследствие параллакса геоцентрическое зенитное расстояние центра Луны при восходе и заходе меньше на величину горизонтального параллакса, который с достаточной точностью можно принять равным  $57'$ . Для учета параллакса Луны в формулу нужно поставить не  $90^\circ$ , а  $90^\circ - 57' = 89^\circ 03'$ . Формула для Луны с учетом рефракции  $\rho = 35'$ , радиуса  $R_\zeta = 15'$  и параллакса  $p = 57'$  примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \cos t &= \frac{\cos(90^\circ + 35' + 15' - 57') - \sin \varphi \sin \delta_\zeta}{\cos \varphi \cos \delta_\zeta} = \\ &= \frac{\cos 89^\circ 53' - \sin \varphi \sin \delta_\zeta}{\cos \varphi \cos \delta_\zeta}. \end{aligned}$$

Определим азимуты восхода и захода светил (не учитывая рефракции, радиуса и параллакса). Для этого воспользуемся формулой (2):

$$\sin \delta = \sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos A.$$

Для восхода и захода  $z = 90^\circ$ . Следовательно,

$$\sin \delta = -\cos \varphi \cos A$$

или

$$\cos A = -\frac{\sin \delta}{\cos \varphi}.$$

В зависимости от склонения азимут может получиться в любой четверти. Когда он оказывается лежащим в интервале  $180^\circ < A < 360^\circ$ , то это будет азимут восхода светила; если же он находится в интервале  $0^\circ < A < 180^\circ$ , то это будет азимут захода светила. Для полюсов, где  $\varphi = \pm 90^\circ$ , выведенные формулы для вычисления часового угла и азимута неприменимы. Напомним, что звезды на полюсах не восходят и не заходят. Для вычисления моментов и азимутов восхода и захода Солнца, Луны и планет могут быть выведены специальные формулы.

Для учета рефракции, радиуса и параллакса применим к параллактическому треугольнику для моментов восхода или захода формулу группы (1)

$$\sin (180^\circ - A) \sin z = \sin (90^\circ - \delta) \sin t,$$

откуда

$$\sin A = \frac{\cos \delta \sin t}{\sin z}.$$

Подставляя значение  $z$ , будем иметь

$$\sin A = \frac{\cos \delta \sin t}{\sin (90^\circ + \rho + R - p)},$$

причем  $t$  должно вычисляться по формуле, также содержащей  $\rho$ ,  $R$  и  $p$ :

$$\cos t = \frac{\cos (90^\circ + \rho + R - p) - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta}.$$

## § 29. Принцип определения прямых восхождений и склонений светил

Для решения основных задач астрометрии необходимо определять координаты светил. Эти определения производят, основываясь на явлениях суточного вращения небесной сферы. Поскольку в дальнейшем мы будем рассматривать последовательно учет поправок в наблюдаемые координаты, изложим вкратце принципы определения экваториальных координат светил.

Прямые восхождения и склонения светил определяют либо абсолютным методом, когда не пользуются никакими заранее известными данными, либо относительным, когда прямые восхождения и склонения нескольких сотен звезд, называемых опорными, должны быть известны. Ниже схематично излагается абсолютный метод определения экваториальных координат.

Чтобы определить склонения светил, нужно измерить их зенитные расстояния в меридиане и знать широту места наблюдения. Широта места может быть вычислена по измеренным с помощью меридианного или вертикального кругов зенитным расстояниям близполюсных звезд

в верхней и нижней кульминациях по формуле

$$\varphi = 90^\circ - \frac{1}{2}(z_{\text{в}} + z_{\text{н}}).$$

Эти же измеренные зенитные расстояния дают возможность получить для звезд, которые наблюдаются в двух кульминациях, их склонения по формуле (27). Однако применять для всех светил формулу (27) невозможно, во-первых, потому, что светила с большими полярными расстояниями в нижней кульминации находятся или низко над горизонтом, или под горизонтом, и, во-вторых, наблюдения светил в двух кульминациях очень сложны, так как моменты наблюдений разделены двенадцатичасовым интервалом времени. Поэтому поступают следующим образом.

Несколько раз наблюдают в верхней и нижней кульминациях Полярную звезду или другие близкие к полюсу звезды. По наблюдениям звезды в двух кульминациях по формуле (24) вычисляют широту места  $\varphi_i$ . Из ряда наблюдаемых значений  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  выводят уже более точное значение широты,

$$\varphi = \frac{1}{n}(\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n),$$

которое и используется при определениях склонений светил. Когда широта  $\varphi$  известна, то склонения светил определяют по измеренным меридианным зенитным расстояниям этих светил только в одной кульминации и вычисляют по формулам § 24, а именно:  $\delta_{\text{в}} = \varphi - z_{\text{в}}$ , если звезды кульминируют к югу от зенита;  $\delta_{\text{в}} = \varphi + z_{\text{в}}$ , если звезда кульминирует между полюсом и зенитом;  $\delta_{\text{н}} = 180^\circ - \varphi - z_{\text{н}}$ , если звезда находится в нижней кульминации.

Прямые восхождения светил отсчитываются от точки весеннего равноденствия. Если бы эта точка была на небе чем-то отмечена, то измерение прямых восхождений светил сводилось бы к определению разности моментов прохождений через меридиан данного светила и точки весеннего равноденствия, которая соответствует разности прямых восхождений. Но точка весеннего равноденствия на небе ничем не отмечена. Поэтому для определения ее положения привлекают наблюдения тел Солнечной системы.

Для этого, например, на меридианном круге, наблюдают меридианные зенитные расстояния Солнца и, учтя все фак-

торы, искажающие наблюдения, определяют его склонение. Склонение Солнца непрерывно изменяется. Оно увеличивается со дня весеннего равноденствия, затем очень медленно изменяется около летнего солнцестояния и уменьшается к осеннему равноденствию, затем становится отрицательным. Максимальное по абсолютной величине значение склонения Солнца  $|\delta_{\odot}|_{\max}$ , достигаемое им в момент летнего и зимнего солнцестояний, можно приравнять наклону эклиптики к экватору.

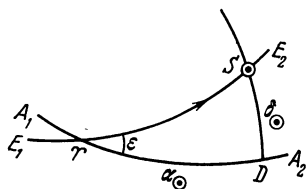


Рис. 25.

Применяя формулу Непера к прямоугольному треугольнику  $\sphericalangle D_{\odot}$  (рис. 25), в котором  $A_1A_2$  — небесный экватор,  $E_1E_2$  — эклиптика, а  $D_{\odot}$  — круг склонения Солнца для какого-либо момента времени, получим

$$\operatorname{tg} \delta_{\odot} = \operatorname{tg} \varepsilon \sin \alpha_{\odot}$$

или

$$\sin \alpha_{\odot} = \frac{\operatorname{tg} \delta_{\odot}}{\operatorname{tg} \varepsilon} = \frac{\operatorname{tg} (\varphi - z_{\odot})}{\operatorname{tg} \varepsilon},$$

где  $z_{\odot}$  — зенитное расстояние Солнца в меридиане. Правая часть в этой формуле известна, так как склонение Солнца получается из наблюдаемых зенитных расстояний Солнца; известен также и наклон эклиптики к экватору, ибо  $\varepsilon = |\delta_{\odot}|_{\max}$ . Таким образом, для любого момента времени, для которого произведено измерение меридианного зенитного расстояния Солнца, можно определить его прямое восхождение  $\alpha_{\odot}$ .

Для определения прямых восхождений звезд наблюдаются моменты прохождения их через меридиан. По звездным часам с помощью соответствующей аппаратуры отмечаются моменты прохождения светил через меридиан  $t_1, t_2, \dots, t_n$ . На другой день наблюдаются такие же прохождения и получаются моменты  $t'_1, t'_2, \dots, t'_n$ . Так как в действительности часы имеют ход, т. е. отстают или уходят вперед, то моменты прохождения наблюдаемых в меридиане звезд по нашим часам не будут равны их прямым восхождениям,

а будут иметь место соотношения

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= t_1 + u_1, & \alpha_1 &= t'_1 + u'_1, \\ \alpha_2 &= t_2 + u_2, & \alpha_2 &= t'_2 + u'_2, \\ & \dots \dots \dots & & \dots \dots \dots \\ \alpha_n &= t_n + u_n, & \alpha_n &= t'_n + u'_n, \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

в которых  $u_i, u'_i$  — поправки часов в соответствующие моменты  $t_i$  и  $t'_i$ . Разность  $u'_i - u_i = t_i - t'_i = \omega$  есть изменение поправки часов за одни сутки, т. е. суточный ход часов. Допуская, что ход часов постоянен, можно выразить любую поправку часов через первую, а именно:

$$\begin{aligned} u_2 &= u_1 + \frac{\omega}{24}(t_2 - t_1), \\ u_3 &= u_1 + \frac{\omega}{24}(t_3 - t_1), \\ & \dots \dots \dots \\ u_i &= u_1 + \frac{\omega}{24}(t_i - t_1). \end{aligned}$$

Тогда уравнения (26) примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= t_1 + u_1, \\ \alpha_2 &= t_2 + u_1 + \frac{\omega}{24}(t_2 - t_1), \\ \alpha_3 &= t_3 + u_1 + \frac{\omega}{24}(t_3 - t_1), \\ & \dots \dots \dots \\ \alpha_n &= t_n + u_1 + \frac{\omega}{24}(t_n - t_1). \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

В правых частях этих уравнений поправка часов  $u_1$  неизвестна и, следовательно, число неизвестных превышает число уравнений. Но можно написать дополнительное уравнение,

$$\alpha_{\odot} = T + u_1,$$

в котором  $\alpha_{\odot}$  определяется способом, описанным выше, но при этом необходимо также фиксировать момент  $T$  прохождения Солнца через меридиан. Это дает возможность определять поправку часов  $u_1$  и, следовательно, прямые восхождения звезд  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  из уравнений (29).

Наблюдения Солнца сложны с технической стороны и недостаточно точны, поэтому, кроме наблюдений Солнца, привлекаются наблюдения других тел Солнечной системы, в частности, малых планет.

Прямое восхождение и склонение светил, полученные непосредственно из наблюдений, включают в себя ряд искажающих положение светила факторов, зависящих от места наблюдения, времени наблюдения и целого ряда других причин. Поэтому, чтобы можно было сравнивать координаты одного и того же светила, полученные в одном и том же месте Земли, но в разное время, и чтобы можно было сравнивать координаты одного и того же светила, полученные из разных мест Земли, нужно освободить их от всех искажающих факторов. Об этом будет сказано в следующей главе.

### Примеры к главе четвертой

**Пример 19.** Даны звезды:  $\alpha$  Кассиопеи,  $\alpha$  Андромеды,  $\delta$  Ориона и  $\delta$  Центавра. Указать, какие из них будут незаходящими, невосходящими, какие будут иметь восход и заход в некотором пункте с широтой  $\varphi = 55^\circ 42'$ .

**Решение.** Выпишем из Астрономического ежегодника СССР склонения этих звезд с точностью до одной минуты дуги:

$$\alpha \text{ Кассиопеи } \delta = + 56^\circ 19',$$

$$\alpha \text{ Андромеды } \delta = + 28^\circ 52',$$

$$\delta \text{ Ориона } \delta = - 0^\circ 20',$$

$$\delta \text{ Центавра } \delta = - 50^\circ 30'.$$

Для незаходящих звезд  $\delta > 34^\circ 18'$  (см. § 22); следовательно, звезда  $\alpha$  Кассиопеи будет незаходящей. Для восходящих и заходящих звезд  $-34^\circ 18' < \delta < + 34^\circ 18'$ ; поэтому восходить и заходить будут  $\alpha$  Андромеды и  $\delta$  Ориона;  $\delta$  Центавра будет невосходящей, так как ее склонение меньше  $- 34^\circ 18'$ .

**Пример 20.** Найти звездное время, азимут и зенитное расстояние звезды  $\alpha$  Дракона в моменты ее кульминаций в пункте с широтой  $\varphi = 60^\circ 48'$ .

**Решение.** По Астрономическому ежегоднику СССР на 1960 год находим экваториальные координаты с округлением до  $0^m, 1$  и  $0', 1$  соответственно:

$$\alpha \text{ Дракона } \alpha = 14^h 3^m, 3, \quad \delta = 64^\circ 34', 0.$$

Время верхней кульминации  $s = 14^h 3^m, 3$ ; азимут звезды и ее зенитное расстояние соответственно будут:

$$A = 180^\circ, z = 3^\circ 46'.$$

Время нижней кульминации  $s = 2^{\text{h}}3^{\text{m}},3$ ; азимут и зенитное расстояние будут:  $A = 180^\circ$ ,  $z = 54^\circ 38'$ .

**Пример 21.** Вычислить моменты прохождения звезды  $\beta$  Близнецов ( $\alpha = 7^{\text{h}}42^{\text{m}}27^{\text{s}}$ ;  $\delta = +28^\circ 8' ,5$ ) через первый вертикал в западной и восточной его частях для некоторого пункта с широтой  $\varphi = 50^\circ 27' ,2$ .

**Решение.** Применяем формулу  $\cos t = \operatorname{tg} \delta \operatorname{ctg} \varphi$ . Вычисления производим с таблицами логарифмов:  $\lg \operatorname{tg} \delta = 9,7283$ ;  $\lg \operatorname{ctg} \varphi = 9,9168$ ;  $\lg \cos t = 9,7283 + 9,9168 = 9,6451$ , откуда  $t = 63^\circ 47' ,4 = 4^{\text{h}}15^{\text{m}}10^{\text{s}}$ .

Для западной части первого вертикала  $s_{\text{зап}} = 11^{\text{h}}57^{\text{m}}37^{\text{s}}$ .

Для восточной части первого вертикала  $s_{\text{вост}} = 3^{\text{h}}27^{\text{m}}17^{\text{s}}$ .

**Пример 22.** Вычислить зенитное расстояние звезды  $\delta$  Кассиопеи ( $\delta = +59^\circ 59' ,5$ ) в элонгации для пункта с широтой  $\varphi = 50^\circ 27' ,2$ .

**Решение.** Применяем формулу  $\cos z = \sin \varphi / \sin \delta$ . Вычисление производим с таблицами логарифмов:

$$\lg \sin \varphi = 9,8871; \lg \sin \delta = 9,9375;$$

$$\lg \cos z = 9,8871 - 9,9375 = 9,9496.$$

Отсюда  $z = 27^\circ 4'3$ .

**Пример 23.** Вычислить для звезды  $\tau$  Волопаса ( $\alpha = 13^{\text{h}}45^{\text{m}}2^{\text{s}}$ ;  $\delta = +17^\circ 41' ,6$ ) моменты восхода и захода для пункта с широтой  $\varphi = 55^\circ 42'0$ .

**Решение.** Применяем формулу  $\cos t = -\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi$ . Вычисления производим с таблицами логарифмов:

$$\lg \operatorname{tg} \delta = 9,5038, \quad \lg \operatorname{tg} \varphi = 0,1661;$$

$$\lg \cos t = 9,5038 + 0,1661 = 9,6699.$$

Следовательно,

$$t = 117^\circ 53' ,0 = 7^{\text{h}}51^{\text{m}}32^{\text{s}},$$

$$s_{\text{зах}} = \alpha + t = 21^{\text{h}}36^{\text{m}}24^{\text{s}},$$

$$s_{\text{восх}} = \alpha - t = 5^{\text{h}}53^{\text{m}}30^{\text{s}}.$$

**УЧЕТ ФАКТОРОВ,  
ИСКАЖАЮЩИХ ПОЛОЖЕНИЕ НЕБЕСНЫХ СВЕТИЛ  
(РЕФРАКЦИЯ, АБЕРРАЦИЯ, ПАРАЛЛАКС)**

**§ 30. Рефракция**

Лучи света распространяются прямолинейно только в пустоте или в однородной среде. Явление преломления лучей на границе двух материальных сред, зависящее от их плотности, называется *рефракцией*; преломление лучей света земной атмосферой называется *атмосферной рефракцией* или просто *рефракцией*. Атмосферная рефракция подразделяется на приземную и астрономическую. Под приземной рефракцией понимают явление преломления лучей света, идущих от удаленных земных предметов. Под астрономической рефракцией понимают явление преломления лучей света, идущих от небесных светил. Во все астрономические наблюдения положений светил приходится вводить поправку за отклонение луча в земной атмосфере. Пусть  $z$  — зенитное расстояние светила, не искаженное рефракцией, а  $\zeta$  — наблюдаемое зенитное расстояние. Тогда астрономическая рефракция  $\rho$  будет равна

$$\rho = z - \zeta.$$

Плотность атмосферы Земли уменьшается с высотой, однако закон изменения плотности с высотой зависит от ряда переменных факторов, учет которых весьма сложен. Вследствие этого, строго говоря, рефракция точному учету не поддается. Рефракция особенно может сказаться на наблюдениях в обсерваториях, расположенных в городах, где состояние нижних слоев атмосферы неустойчиво вследствие искусственного теплового излучения (фабричный дым, тепловое излучение нагретых зданий и др.). Поэтому несомненно, что обсерватории, расположенные вне городов, в этом отношении обладают значительным преимуществом.



Для того чтобы вывести формулы влияния рефракции на положение светила, нужно напомнить некоторые сведения из физики. Известно, что показателем преломления среды называется отношение синуса угла падения луча света, идущего из вакуума в данную среду, к синусу угла преломления

$$\mu = \frac{\sin i}{\sin r}.$$

Показатель преломления атмосферы Земли зависит от ее плотности и может быть представлен выражением

$$\mu - 1 = c \cdot \sigma, \quad (30)$$

где  $c$  — постоянное число, а  $\sigma$  — плотность воздуха, определяемая по законам Бойля — Мариотта и Гей-Люссака формулой

$$\sigma = D \frac{b}{760} \cdot \frac{273^\circ}{273^\circ + t^\circ}. \quad (31)$$

В этой формуле  $b$  — высота ртутного столба в барометре,  $D = 0,0012928$  — нормальная плотность воздуха, полученная из физических опытов и соответствующая давлению 760 мм рт. ст. и  $0^\circ$  температуры,  $t^\circ$  — температура воздуха в градусах Цельсия. Известно, что при переходе светового луча из одной материальной среды в другую отношение синусов угла падения и угла преломления равно отношению показателя преломления второй среды к показателю преломления первой (правило Декарта—Снеллиуса), т. е.

$$\frac{\sin i_n}{\sin r_n} = \frac{\mu_{n-1}}{\mu_n}.$$

### § 31. Приближенная формула рефракции

Предположим, что атмосфера Земли состоит из как угодно тонких слоев, параллельных плоскости горизонта, что можно принять для  $z < 70^\circ$ . Пусть над атмосферой показатель преломления  $\mu_n$  ( $= 1$ ), в первом слое  $\mu_{n-1}$ , во втором  $\mu_{n-2}$  и т. д. и около поверхности Земли  $\mu_0$  (рис. 26). Угол падения луча на первый слой (верхний) равен истинному

зенитному расстоянию  $i_n = z$  светила. Применяя к слоям с показателями преломления  $\mu_n$  и  $\mu_{n-1}$ ,  $\mu_{n-1}$  и  $\mu_{n-2}$  и т. д. правило Декарта — Снеллиуса, можно написать:

$$\frac{\sin i_n}{\sin r_n} = \frac{\mu_{n-1}}{\mu_n}, \quad \frac{\sin i_{n-1}}{\sin r_{n-1}} = \frac{\mu_{n-2}}{\mu_{n-1}},$$

или

$$\left. \begin{aligned} & \dots \dots \dots \\ \mu_n \sin i_n &= \mu_{n-1} \sin r_n = \mu_{n-1} \sin i_{n-1}, \\ \mu_{n-1} \sin i_{n-1} &= \mu_{n-1} \sin r_{n-1} = \mu_{n-2} \sin i_{n-2}, \\ & \dots \dots \dots \\ \mu_1 \sin i_1 &= \mu_0 \sin r_1 = \mu_0 \sin i_0, \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

так как угол преломления первого слоя равен углу

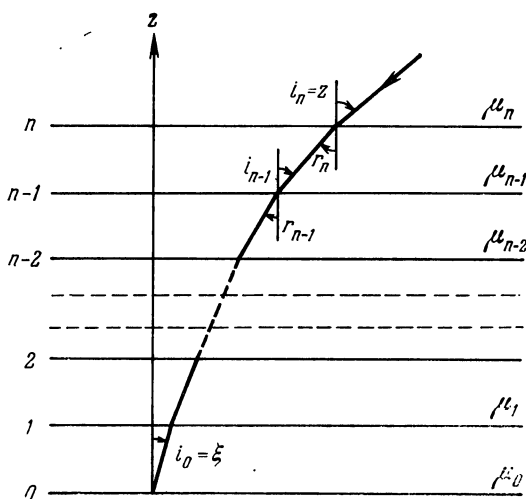


Рис. 26.

падения луча во втором и т. д., т. е.  $r_n = i_{n-1}$ ,  $r_{n-1} = i_{n-2}, \dots$ ,  $r_1 = i_0$ .

Перемножив все левые части выражений (32) и все их правые части, после сокращения получим:

$$\mu_n \sin i_n = \mu_0 \sin i_0, \quad (33)$$

где  $i_0 = r_1 = \zeta$  — наблюдаемое зенитное расстояние светила, а  $i_n = z$ . Тогда, помня, что  $\rho = z - \zeta$ , а  $\mu_n = 1$  (вакуум), выражение (33) можно написать в виде

$$\mu_0 \sin \zeta = \sin (\zeta + \rho)$$

или

$$\mu_0 \sin \zeta = \sin \zeta \cos \rho + \cos \zeta \sin \rho.$$

Угол  $\rho$  мал, его косинус можно приравнять единице, а синус приравнять  $\rho$ , выраженному в радианах. После преобразования будем иметь

$$\rho = (\mu_0 - 1) \operatorname{tg} \zeta. \quad (34)$$

Как видно из этой формулы, *атмосферная рефракция зависит только от показателя преломления приземного слоя и не зависит от закона изменения показателя преломления с высотой*. Это положение справедливо для приведенного выше допущения о параллельности слоев атмосферы горизонту.

Используя соотношения (30) и (31), формулу (34) можно представить в более удобном виде:

$$\rho = c \cdot \sigma \operatorname{tg} z = cD \frac{b}{760} \cdot \frac{273^\circ}{273^\circ + t^\circ} \operatorname{tg} \zeta.$$

Коэффициент с  $D = 60'',30$  может быть получен из физических опытов, но предпочтительнее определить его значение из астрономических наблюдений, наблюдая, например, звезду в верхней и нижней кульминациях.

Следовательно, величина астрономической рефракции в первом приближении равна

$$\rho = 60'',30 \frac{b}{760} \cdot \frac{273^\circ}{273^\circ + t^\circ} \operatorname{tg} \zeta, \quad (35)$$

где  $b$  — давление воздуха в мм у инструмента,  $t^\circ$  — температура в градусах Цельсия, а  $\zeta$  — наблюдаемое зенитное расстояние светила.

Из формулы (35) видно, что рефракция является функцией зенитного расстояния светила: *рефракцией светило смещается по небесной сфере к зениту*. Поскольку луч света от светила преломляется в атмосфере, не выходя из вертикальной плоскости, то ясно, что азимут рефракцией не искажается.

## § 32. Влияние рефракции на зенитное расстояние светила

Условимся, что земная атмосфера состоит не из плоских горизонтальных слоев, а из сферических, причем каждый слой имеет одинаковую плотность, уменьшающуюся с высотой от слоя к слою. Центр границ этих сферических слоев лежит на вертикальной прямой, проходящей через место наблюдения, и совпадает с центром Земли.

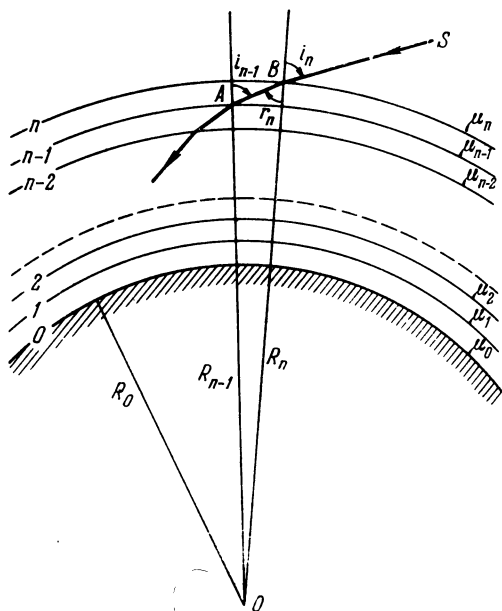


Рис. 27.

Рассмотрим разрез земной атмосферы по вертикали (рис. 27). Пронумеруем границы, разделяющие слои, начиная от поверхности Земли, от 0 до  $n$  (за нулевую границу принимается поверхность Земли). Обозначим средний радиус кривизны Земли в месте наблюдения  $R_0$ , а радиусы границ слоев атмосферы —  $R_1, R_2, \dots, R_n$ . Обозначения углов, принятые такими, как и ранее, видны на рисунке. Пусть показатели преломления соответствующих слоев

равны

$$\mu_0, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n.$$

На границе  $n$  угол, на который отклонится луч от прямолинейного направления внутри слоя, будет равен разности углов падения и преломления. Обозначим этот угол через  $\Delta\rho$ . Тогда

$$\Delta\rho = i_n - r_n.$$

Это и будет рефракция на границе слоев с показателем преломления  $\mu_n$  и  $\mu_{n-1}$ . Но на границе любых двух слоев явление протекает совершенно одинаково, и полное отклонение луча в месте наблюдения получится суммированием отклонений на отдельных границах.

Учитывая, что на границе сферических слоев нормаль к слою перпендикулярна к касательной, и применяя к слоям с показателями преломления  $\mu_n$  и  $\mu_{n-1}$  правило Декарта — Снеллиуса, можно написать

$$\frac{\sin i_n}{\sin r_n} = \frac{\mu_{n-1}}{\mu_n}$$

или

$$\mu_n \sin i_n = \mu_{n-1} \sin r_n. \quad (36)$$

Если обозначить разность показателей преломления для двух слоев через  $\Delta\mu_n$ , т. е.  $\Delta\mu_n = \mu_n - \mu_{n-1}$ , то это уравнение можно переписать так:

$$\mu_n \sin i_n = (\mu_n - \Delta\mu_n) \sin (i_n - \Delta\rho).$$

Так как  $\Delta\rho$  — величина малая, то можно в первом приближении считать, что  $\sin \Delta\rho = \Delta\rho$ , а  $\cos \Delta\rho = 1$ . Раскрывая синус разности в правой части и применяя эти упрощения, получим

$$\begin{aligned} \mu_n \sin i_n &= (\mu_n - \Delta\mu_n) (\sin i_n - \Delta\rho \cos i_n) = \\ &= \mu_n \sin i_n - \Delta\mu_n \sin i_n - \Delta\rho \mu_n \cos i_n + \Delta\mu_n \Delta\rho \cos i_n. \end{aligned}$$

Отсюда находим:

$$\Delta\rho \mu_n \cos i_n = -\Delta\mu_n \sin i_n + \Delta\mu_n \Delta\rho \cos i_n$$

и

$$\Delta\rho = -\frac{\Delta\mu_n}{\mu_n} \operatorname{tg} i_n + \frac{\Delta\mu_n \Delta\rho}{\mu_n}.$$

Вторым членом в правой части из-за его малости пренебрегаем. Тогда среднее значение полной рефракции выразится суммой

$$\sum_0^n \Delta\rho = \rho_m = - \sum_0^n \frac{\Delta\mu_n}{\mu_n} \operatorname{tg} i_n.$$

Увеличивая число слоев и уменьшая тем самым толщину каждого слоя, мы можем перейти к предельному значению, когда число слоев стремится к бесконечности, а толщина каждого слоя стремится к нулю. Таким образом, будем иметь бесконечно большое число бесконечно малых слагаемых, т. е. определенный интеграл

$$z - \zeta = \int_{\zeta}^z d\rho = \rho = - \int_{\mu_0}^{\mu_n} \operatorname{tg} i_n \frac{d\mu}{\mu}.$$

В этом уравнении показатель преломления  $\mu$  изменяется вдоль луча непрерывно, а  $i$  есть угол между касательной к пути света и нормалью к поверхности одинакового  $\mu$ . Интегрирование происходит от поверхности Земли, где  $\mu = \mu_0$ , до верхнего предела атмосферы, где  $\mu = 1$ . При этом  $\mu$  убывает от нижнего предела интеграла к верхнему. Переставив пределы интегрирования, получим

$$\rho = z - \zeta = \int_1^{\mu_0} \operatorname{tg} i \frac{d\mu}{\mu}.$$

Подвергнем эту формулу еще одному преобразованию. Рассмотрев треугольник  $OAB$  (см. рис. 27), можно написать

$$\frac{R_n}{R_{n-1}} = \frac{\sin(180^\circ - i_{n-1})}{\sin r_n}$$

или

$$\sin r_n = \frac{R_{n-1}}{R_n} \sin(180^\circ - i_{n-1}).$$

Из соотношения (36) находим

$$\sin r_n = \frac{\mu_n}{\mu_{n-1}} \sin i_n.$$

Следовательно,

$$\frac{\mu_n}{\mu_{n-1}} \sin i_n = \frac{R_{n-1}}{R_n} \sin (180^\circ - i_{n-1}),$$

и можно написать

$$\mu_n R_n \sin i_n = \mu_{n-1} R_{n-1} \sin i_{n-1} = \dots = \mu R \sin i = \dots \\ \dots = \mu_0 R_0 \sin i_0 = \text{const.}$$

Здесь  $i_0$  — наблюдаемое зенитное расстояние светила  $\zeta$ ,  $R$  — радиус слоя с показателем преломления  $\mu$ . Из последнего равенства находим  $\sin i$ :

$$\sin i = \frac{\mu_0 R_0}{\mu R} \sin \zeta.$$

Зная  $\sin i$ , найдем выражение для  $\text{tg } i$ :

$$\text{tg } i = \frac{\frac{\mu_0 R_0}{\mu R} \sin \zeta}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mu_0 R_0}{\mu R} \sin \zeta\right)^2}}.$$

Теперь подставим это значение  $\text{tg } i$  в интеграл рефракции

$$\rho = \int_1^{\mu_0} \text{tg } i \frac{d\mu}{\mu}.$$

Он примет вид

$$\rho = \int_1^{\mu_0} \frac{\frac{\mu_0 R_0}{\mu R} \sin \zeta}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mu_0 R_0}{\mu R} \sin \zeta\right)^2}} \frac{d\mu}{\mu} = \int_1^{\mu_0} \frac{\sin \zeta}{\sqrt{\left(\frac{\mu R}{\mu_0 R_0}\right)^2 - \sin^2 \zeta}} \frac{d\mu}{\mu}.$$

В интеграле рефракции  $\mu$  зависит от  $R$ , что очень усложняет задачу. Интегрирование производится в пределах от границы атмосферы до поверхности Земли. Для вычисления этого интеграла нужно знать  $\mu$  в функции  $R$  или в функции  $h$  — высоты над уровнем моря. Решается интеграл с помощью

разложения в ряд стоящего в подынтегральном выражении радикала. Если принять во внимание три первых члена ряда, то решение интеграла рефракции выразится формулой

$$\rho = cD \frac{b}{760} \cdot \frac{273^\circ}{273^\circ + t^\circ} (1 - 0,0001462) \operatorname{tg} \zeta \times \\ \times \left( 1 - \frac{273^\circ + t^\circ}{273^\circ} \cdot 0,00125294 \operatorname{sec}^2 \zeta + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} cD \frac{b}{760} \cdot \frac{273^\circ}{273^\circ + t^\circ} \operatorname{sec}^2 \zeta \right),$$

в которой  $b$  — высота ртутного столба в барометре, исправленная за температуру шкалы барометра, за напряжение силы тяжести в данном месте, за высоту над уровнем моря и за влажность воздуха;  $D$  — нормальная плотность воздуха, соответствующая давлению 760 мм рт. ст. и температуре  $0^\circ \text{C}$ ;  $c$  — постоянная, зависящая от показателя преломления воздуха.

На практике астрономы при вычислении рефракции всегда пользуются специальными таблицами (см. Приложение I). Таблицы рефракции обычно составляются по формуле

$$\lg \rho = v + \lg \operatorname{tg} \zeta,$$

где  $\zeta$  — видимое зенитное расстояние светила в меридиане, а  $v$  есть логарифм коэффициента перед  $\operatorname{tg} \zeta$ . Логарифм рефракции по этой формуле вычисляется для определенных исходных условий (температуры, давления атмосферы и т. п.). Если условия наблюдений отличаются от исходных, то для введения поправок к логарифму рефракции вычисляются дополнительные таблицы.

Если положить  $v = \lg r$ , то получим

$$\rho = r \operatorname{tg} \zeta.$$

Если посмотреть таблицы рефракции, то можно заметить, что величина  $r$  при фиксированных  $b$  и  $t^\circ$  представляет собой слабо меняющуюся функцию зенитного расстояния. Значение величины  $r$  для  $z = 45^\circ$ ,  $b = 760$  мм рт. ст. и  $t^\circ = 0^\circ \text{C}$  называется *постоянной рефракции*. Величина ее, равная  $60'',30$ , может несколько изменяться в зависимости от принятой теории.



Вычислив по таблицам значение поправки за рефракцию, зенитное расстояние светила получаем по формуле  $z = \zeta + \rho$ . Формулы влияния рефракции на прямое восхождение и склонение светила выводятся в следующем параграфе.

### § 33. Влияние рефракции на прямое восхождение и склонение светила

Определим влияние рефракции на прямое восхождение и склонение светила. При решении этой задачи будем ограничиваться величинами первого порядка малости, что при зенитных расстояниях до  $70^\circ$  дает достаточную точность.

Пусть  $C$  — истинное положение светила,  $C'$  — положение светила, измененное рефракцией,  $CA$  и  $CB$  — проекции рефракционного смещения  $CC' = \rho = dz$  на параллель и круг склонений (рис. 28). Опустим перпендикуляры из точки  $C'$  на  $P_n C$  и  $CA$ . Тогда, рассматривая сферические треугольники

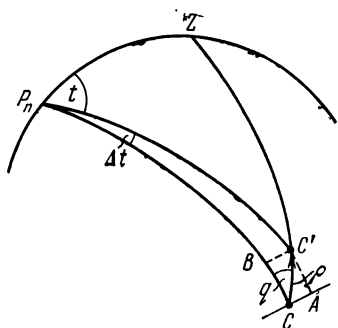


Рис. 28.

треугольники  $CBC'$  и  $CAC'$  как малые, можно написать

$$CB = d\delta = dz \cos \varphi,$$

$$CA = da \cos \delta = dz \sin \varphi.$$

Определяя параллактический угол  $q$  из формул параллактического треугольника

$$\sin z \sin q = \cos \varphi \sin t,$$

$$\cos z = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t,$$

$$\sin z \cos q = \cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos t,$$

и принимая для нашего случая рефракцию равной

$$dz = r \operatorname{tg} z,$$

получим выражения

$$d\delta = dz \cos q = r \operatorname{tg} z \cos q = \\ = r \frac{\sin z}{\cos z} \cdot \frac{\cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos t}{\sin z},$$

$$\cos \delta \cdot d\alpha = dz \sin q = r \operatorname{tg} z \sin q = r \cdot \operatorname{tg} z \cdot \frac{\cos \varphi \sin t}{\sin z}.$$

Сокращая на  $\sin z$  и заменяя  $\cos z$  его значением по второй формуле параллактического треугольника, находим

$$d\delta = r \frac{\cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos t}{\sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t}, \\ \cos \delta d\alpha = r \frac{\cos \varphi \sin t}{\sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t}.$$

Если наблюдения производятся в меридиане, то  $d\alpha = 0$ , так как  $\sin t = 0$ , а

$$d\delta = r \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos(\varphi - \delta)} = r \operatorname{tg}(\varphi - \delta) = r \operatorname{tg} z.$$

Поэтому при меридианных наблюдениях рефракция учитывается только при определении склонений.

## § 34. Аберрация

Астрономические наблюдения производятся с движущейся Земли, которая вращается вокруг своей оси, обращается вокруг Солнца и вместе с Солнцем движется среди звезд. Во время наблюдений луч света, идущий от светила к наблюдателю, проходит расстояние  $O_1T_1$  (рис. 29) от объектива до креста нитей, расположенного в фокальной плоскости объектива, в течение малого промежутка времени  $\tau$ . Если наблюдатель вместе с инструментом движется по направлению к точке  $A$ , то за это же время он пройдет путь, обозначенный  $T_1T_2$ . Поэтому изображение светила в фокальной плоскости объектива и окуляра не будет лежать на кресте нитей, и наблюдатель будет видеть светило смещенным со своего истинного места по большому кругу в той точке небесной сферы, в которую направлен в данный момент вектор скорости наблюдателя. Угол между наблюдаемым,  $k$  а ж у щ и м с я направлением от движущегося наблюда-

теля к светилу и истинным, какое было бы в тот же момент у наблюдателя, находящегося в покое, называется *абберацией*. Чтобы изображение светила попало на крест

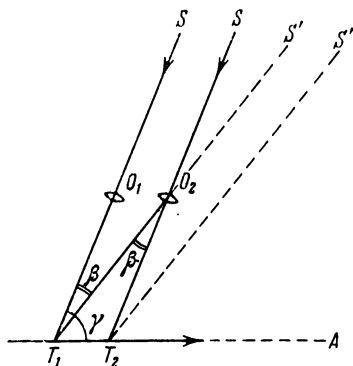


Рис. 29.

нитей, нужно повернуть всю трубу в сторону движения наблюдателя на угол  $O_1T_1O_2$ . Величина абберации  $\beta = \angle O_1T_1O_2$  получается из решения треугольника  $T_1O_2T_2$ .

По теореме синусов (1) имеем

$$\sin \beta = \frac{T_1T_2}{T_2O_2} \sin (\gamma - \beta)$$

или

$$\begin{aligned} \sin \beta &= \frac{v}{c} \sin (\gamma - \beta) = \\ &= \mu \sin (\gamma - \beta) = \\ &= \mu \sin \gamma \cos \beta - \mu \cos \gamma \sin \beta. \end{aligned}$$

Разделив полученное уравнение на  $\cos \beta$ , после несложных преобразований найдем

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\mu \sin \gamma}{1 + \mu \cos \gamma}, \quad (37)$$

где  $\mu = v/c$ .

Ввиду малости  $\mu$  знаменатель выражения (37) можно разложить в ряд по степеням  $\mu$ , а именно:

$$\begin{aligned} \mu \sin \gamma (1 + \mu \cos \gamma)^{-1} &= \\ &= \mu \sin \gamma (1 - \mu \cos \gamma - \mu^2 \cos^2 \gamma - \mu^3 \cos^3 \gamma - \dots) = \\ &= \mu \sin \gamma - \frac{\mu^2}{2} \sin 2\gamma - \dots \end{aligned}$$

Сохраняя члены первого порядка, можем написать

$$\beta = \mu \sin \gamma$$

или

$$\beta'' = 206264'',8 \frac{v}{c} \sin \gamma. \quad (38)$$

Здесь  $206264'',8$  — число секунд в радиане,  $v$  — скорость

движения наблюдателя,  $c$  — скорость света,  $\gamma$  — угол между направлением трубы  $T_1O_1$  и направлением  $v$  — скорости движения наблюдателя, т. е. угол  $O_1T_1A$ . Точка  $A$  называется *апексом* движения наблюдателя.

Аберрационное смещение светила на небесной сфере подчинено трем основным положениям:

1. Аберрационное смещение пропорционально синусу углового расстояния между направлениями на светило и апекс движения наблюдателя.

2. Аберрационное смещение светила на небесной сфере происходит по большому кругу, проведенному через апекс движения наблюдателя и светило.

3. Аберрационным смещением светило приближается к апексу движения наблюдателя.

В соответствии с тремя видами движения Земли различают три вида аберрации: *суточную аберрацию*, *годовую аберрацию* и *вековую аберрацию*.

Вековая аберрация возникает вследствие движения всей Солнечной системы в пространстве. Это движение происходит со скоростью  $v = 19,5$  км/сек. Поэтому отношение этой скорости к скорости света, умноженное на  $206264''$ , 8, будет

$$\mu'' = \frac{206264'' \cdot 8v}{c} \approx 13''.$$

Величина вековой аберрации выразится формулой

$$\zeta_0'' = 13'' \sin \psi,$$

где  $\psi$  — угловое расстояние светила от апекса движения Солнечной системы, для экваториальных координат последнего — прямого восхождения  $A$  и склонения  $D$  — приняты значения

$$A = 270^\circ, D = 34^\circ.$$

Скорость движения Солнечной системы и ее направление в течение очень длительного времени остаются постоянными. Поэтому изменение, которое это движение вносит в координаты звезд, не меняется по величине и его можно не учитывать. Вековую аберрацию, поскольку она не меняется для каждого светила, обнаружить непосредственно из наблюдений нельзя.



Найдем выражения для произведений  $\sin \gamma \sin p$  и  $\sin \gamma \cos p$  в этих уравнениях. Применяв к сферическому треугольнику  $AS\Pi$  формулу группы (1) и формулу группы (4), найдем:

$$\sin \gamma \sin p = \cos d \sin (a - \xi),$$

$$\sin \gamma \cos p = \sin d \cos \eta - \cos d \sin \eta \cos (a - \xi).$$

Подставляя эти выражения в уравнения (39), получим

$$\left. \begin{aligned} \xi' - \xi &= k \sec \eta \cos d \sin (a - \xi), \\ \eta' - \eta &= k [\sin d \cos \eta - \cos d \sin \eta \cos (a - \xi)]. \end{aligned} \right\} (40)$$

Это и есть формулы редукции за аберрацию в произвольной системе координат. Для применения их к конкретным системам координат нужно в каждом отдельном случае выразить координаты апекса  $a$  и  $d$  в соответствующей системе координат, а также заменить координаты  $\xi$  и  $\eta$  на принятые в данной системе. Формулы (40) обеспечивают необходимую точность для светил, достаточно удаленных от полюса, для светил же, находящихся вблизи полюса соответствующей координатной системы, нужно пользоваться точными формулами редукций с учетом членов второго порядка малости.

### § 36. Суточная аберрация и ее влияние на координаты светил

Суточная аберрация является следствием вращения Земли вокруг своей оси. Скорость вращения Земли на геоцентрической широте  $\varphi'$  выражается формулой

$$v_0 = \frac{2\pi R \cos \varphi' \text{ км}}{86164 \text{ сек}},$$

где 86 164 — число секунд среднего времени в одном периоде вращения Земли, т. е. в звездных сутках, а  $R$  — расстояние от центра Земли до наблюдателя. Если взять среднее значение  $R = 6368 \text{ км}$ , то

$$v_0 = 0,464 \cos \varphi' \text{ км/сек.}$$

Если подставить численные значения  $v_0$  и  $c$  в формулу (37), то получим

$$\beta'' = 0'',319 \cos \varphi' \sin \gamma,$$

где  $\gamma$  — угол между направлениями на светило и точку востока, в которую направлена скорость движения наблюдателя вследствие вращения Земли. Так как геоцентрическая широта мало отличается от астрономической, то  $\cos \varphi'$  можно приравнять к  $\cos \varphi$  и написать так:

$$\beta'' = k_0 \cos \varphi \sin \gamma,$$

где  $k_0 = 0'',319$  называется *коэффициентом суточной аберрации*.

Чтобы найти влияние суточной аберрации на азимут и высоту светила, применим формулы (40). Для суточной аберрации апексом движения наблюдателя будет точка востока. Следовательно, горизонтальные координаты апекса равны

$$a = 270^\circ, \quad d = 0^\circ.$$

Обозначим буквами  $A, h$  и  $z$  — истинные азимут, высоту и зенитное расстояние светила, а буквами  $A', h'$  и  $z'$  — видимые значения этих величин, искаженные суточной аберрацией. Тогда формулы (40), примененные к случаю суточной аберрации, будут иметь такой вид:

$$\begin{aligned} A' - A &= k \sec h \sin (270^\circ - A), \\ h' - h &= k [-\sin h \cos (270^\circ - A)]. \end{aligned}$$

Заменяя высоту светила  $h$  через зенитное расстояние  $z$  и помня, что для суточной аберрации  $k = k_0 \cos \varphi$ , получим

$$\begin{aligned} A &= A' + k_0 \cos \varphi \operatorname{cosec} z \cos A, \\ z &= z' + k_0 \cos \varphi \cos z \sin A. \end{aligned}$$

Это и есть формулы влияния суточной аберрации на азимут и зенитное расстояние светила. Они дают возможность перейти от видимых координат  $z', A'$  к истинным  $z, A$ . В этих формулах входящие в правую часть выражений истинные координаты  $z, A$  можно с той же степенью точности заменить видимыми  $z', A'$ , так как они находятся под знаками тригонометрических функций. Как видно из формул, на зенитное расстояние в меридиане суточная аберрация не влияет.

Для определения влияния суточной aberrации на экваториальные координаты снова используем формулу (40). Апокс движения наблюдателя — точка востока — лежит на небесном экваторе на  $90^\circ$  к востоку от небесного меридиана. Следовательно, экваториальные координаты апекса будут иметь значения:  $a = 6^h + s$ ,  $d = 0^\circ$ , где  $s$  — звездное время на данном меридиане Земли в данный момент.

Подставляя в уравнения (40) координаты светила и координаты апекса в экваториальной системе координат, находим

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= k \sec \delta \sin [90^\circ + (s - \alpha)], \\ \delta' - \delta &= -k \sin \delta \cos [90^\circ + (s - \alpha)], \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha' - k_0 \cos \varphi \sec \delta \cos t, \\ \delta &= \delta' - k_0 \cos \varphi \sin \delta \sin t, \end{aligned}$$

где  $t$  — часовой угол светила,  $\alpha$  и  $\delta$  — истинные координаты светила, а  $\alpha'$  и  $\delta'$  — видимые координаты, искаженные aberrацией. Изменение часового угла вследствие суточной aberrации по абсолютной величине равно изменению  $\alpha$ , но противоположно по знаку, так что

$$t = t' + k_0 \cos \varphi \sec \delta \cos t.$$

Влияние суточной aberrации на координаты светила  $\alpha$  и  $\delta$  в момент его верхней кульминации выразится формулами

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= k_0 \cos \varphi \sec \delta, \\ \delta' - \delta &= 0. \end{aligned}$$

Следовательно,  $\alpha' - \alpha > 0$ ; поэтому наблюдателю кажется, что светило кульминирует несколько позднее, чем оно кульминировало бы при отсутствии aberrации.

Вследствие того, что коэффициент суточной aberrации  $k_0$  мал, влияние суточной aberrации на координаты звезд невелико. Как общее правило, ее влияние учитывается только для звезд, склонения которых больше  $80^\circ$ . Следует заметить, что в геоцентрические прямые восхождения и склонения звезд, данные в Астрономическом ежегоднике и календарях, влияние суточной aberrации не введено.



### § 37. Годичная аберрация и ее влияние на экваториальные координаты

Исключив из наблюдаемых топоцентрических координат  $\alpha_\tau$  и  $\delta_\tau$  влияние рефракции и суточной аберрации, будем иметь такие координаты светила, которые как бы получены с невращающейся вокруг оси Земли, лишенной атмосферы.

Наблюдаемое (исправленное за инструментальные погрешности) положение светила, освобожденное от влияния рефракции, а иногда и от суточной аберрации, называется *видимым местом* светила, а координаты называются *видимыми координатами*. Видимые координаты светила получаются с движущейся вокруг Солнца Земли. Нужно учесть влияние этого движения, или, иначе говоря, нужно учесть годичную аберрацию. Полученное после учета годичной аберрации место называется *истинным*, а координаты — *истинными*. Годичная аберрация выражается формулой

$$\beta'' = 206264'' \cdot 8 \frac{v}{c} \sin \gamma,$$

в которой  $v$  — средняя скорость движения Земли по орбите,  $\gamma$  — угол между направлением, по которому наблюдатель видит светило, и направлением вектора скорости движения Земли.

Обозначим постоянную величину  $206264'' \cdot 8 \cdot \frac{v}{c}$  буквой  $\kappa$ . Она называется *коэффициентом годичной аберрации* и для нее принято значение  $20'' \cdot 496$ . При вычислении годичной аберрации принимается, что Земля движется вокруг Солнца по эллипсу и вектор ее скорости  $v$  лежит в плоскости эклиптики. Широта апекса равна  $0^\circ$ , а долгота  $L_A$  меньше долготы Солнца  $L_\odot$  примерно на  $90^\circ$ .

Смещение светил, вызванное годичной аберрацией, всегда направлено в сторону движения Земли, поэтому в течение года видимое место (искаженное годичной аберрацией) описывает на небесной сфере около истинного места эллипс, большая полуось которого равна  $\kappa$  и расположена параллельно эклиптике, а малая полуось равна  $\kappa \sin \gamma$ . Если звезда находится в полюсе эклиптики, то для нее эллипс превращается в круг с радиусом  $\kappa$ ; если же звезда находится на эклиптике, то для нее эллипс превращается

в дугу эклиптики длиной  $2\kappa$ . Рассмотрим теперь влияние годичной aberrации на экваториальные координаты.

Вначале будем считать орбиту Земли круговой, а затем покажем, как изменятся формулы, выведенные для круговой орбиты, при переходе к эллиптической орбите.

Пусть на рис. 31  $A$  — апекс движения Земли, находящийся на эклиптике,  $L_A$ ,  $\alpha_A$ ,  $\delta_A$  — соответственно долгота апекса и его экваториальные координаты.

Применяя к прямоугольному треугольнику  $\sphericalangle DA$  формулы (7), (8) и первую из формул (10), получим

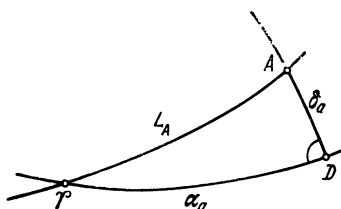


Рис. 31.;

формулы (7), (8) и первую из формул (10), получим

$$\begin{aligned}\sin L_A \sin \varepsilon &= \sin \delta_A, \\ \cos L_A &= \cos \delta_A \cos \alpha_A, \\ \sin L_A \cos \varepsilon &= \sin \alpha_A \cos \delta_A,\end{aligned}$$

где  $\varepsilon$  — наклон эклиптики к экватору,  $L_A$  — долгота апекса. Так как  $L_A = L_\odot + 270^\circ$ , где  $L_\odot$  — долгота Солнца, то эти формулы примут такой вид:

$$\left. \begin{aligned}-\cos L_\odot \sin \varepsilon &= \sin \delta_A, \\ \sin L_\odot &= \cos \delta_A \cos \alpha_A, \\ -\cos L_\odot \cos \varepsilon &= \sin \alpha_A \cos \delta_A.\end{aligned} \right\} \quad (41)$$

Применив формулы влияния aberrации на координаты в произвольных осях (40) к данному случаю и заменив в них произвольные координаты светила экваториальными, а координаты апекса координатами апекса движения Земли, будем иметь:

$$\left. \begin{aligned}\alpha' - \alpha &= \kappa \sec \delta \cos \delta_A \sin(\alpha_A - \alpha) = \\ &= \kappa \sec \delta \cos \delta_A \sin \alpha_A \cos \alpha - \kappa \sec \delta \cos \delta_A \cos \alpha_A \sin \alpha, \\ \delta' - \delta &= \kappa [\sin \delta_A \cos \delta - \cos \delta_A \sin \delta \cos(\alpha_A - \alpha)] = \\ &= \kappa \sin \delta_A \cos \delta - \kappa \cos \delta_A \sin \delta \cos \alpha_A \cos \alpha - \\ &\quad - \kappa \cos \delta_A \sin \delta \sin \alpha_A \sin \alpha.\end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Используя уравнения (41), исключим из уравнений (42) координаты и долготу апекса Земли. Тогда получим:

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= -\kappa \sec \delta \sin \alpha \sin L_{\odot} - \kappa \sec \delta \cos \alpha \cos \varepsilon \cos L_{\odot}, \\ \delta' - \delta &= \kappa (-\cos \alpha \sin \delta \sin L_{\odot} - \cos \delta \sin \varepsilon \cos L_{\odot} + \\ &+ \sin \alpha \sin \delta \cos \varepsilon \cos L_{\odot}) = -\kappa (\cos \delta \sin \varepsilon - \\ &- \sin \alpha \sin \delta \cos \alpha) \cos L_{\odot} - \cos \alpha \sin \delta \sin L_{\odot}. \end{aligned}$$

Из теоретической астрономии известно, что для случая эллиптического движения Земли

$$k = \kappa (1 + e \cos v); L_{\odot} = 180^{\circ} + v + L_p.$$

В этих формулах  $\kappa$  — постоянная годичной абберации, принятое значение которой  $20''{,}496$ ,  $L_p$  — долгота перигелия,  $e$  — эксцентриситет орбиты Земли, а  $v$  — истинная аномалия, т. е. угол между направлениями на перигелий и центр Земли. Если пренебречь членами с  $e^2$ , то, произведя некоторые преобразования, получим

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= -\kappa (\sin \alpha \sin L_{\odot} + \cos \alpha \cos L_{\odot} \cos \varepsilon) \sec \delta + \\ &+ \kappa e (\sin \alpha \sin L_p + \cos \alpha \cos L_p \cos \varepsilon) \sec \delta; \\ \delta' - \delta &= -\kappa \sin L_{\odot} \cos \alpha \sin \delta - \kappa \cos L_{\odot} \cos \varepsilon \times \\ &\times (\operatorname{tg} \varepsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta) + \kappa e [\sin L_p \cos \alpha \sin \delta + \\ &+ \cos L_p \cos (\operatorname{tg} \varepsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta)]. \end{aligned}$$

Это окончательные формулы для учета влияния годичной абберации на экваториальные координаты светила.

С помощью этих формул мы получаем координаты  $\alpha$  и  $\delta$ , свободные от влияния годичной абберации, по известным видимым координатам светила  $\alpha'$  и  $\delta'$ , которые ранее были получены из наблюдений и освобождены от влияния рефракции, а иногда и суточной абберации. В большинстве случаев бывает достаточно ограничиться вычислением первых членов этих формул.

Перепишем их в несколько ином виде:

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= -\kappa \sec \delta \cos \alpha \cos L_{\odot} \cos \varepsilon - \\ &- \kappa \sin \alpha \sin L_{\odot} \sec \delta; \\ \delta' - \delta &= -\kappa \cos L_{\odot} (\sin \varepsilon \cos \delta - \cos \varepsilon \sin \alpha \sin \delta) - \\ &- \kappa \sin L_{\odot} \cos \alpha \sin \delta \end{aligned}$$

Введем в эти формулы обозначения согласно равенствам

$$\begin{aligned} C &= -\kappa \cos \varepsilon \cos L_{\odot}, & D &= -\kappa \sin L_{\odot}, \\ c &= \cos \alpha \sec \delta, & c' &= \operatorname{tg} \varepsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta, \\ d &= \sin \alpha \sec \delta, & d' &= \cos \alpha \sin \delta. \end{aligned}$$

Формулы редукций после этих подстановок принимают очень простой вид:

$$\left. \begin{aligned} \alpha' - \alpha &= Cc + Dd, \\ \delta' - \delta &= Cc' + Dd'. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Коэффициенты  $C$  и  $D$  приводятся в Астрономическом ежегоднике на каждую дату.

### § 38. Параллактическое смещение. Параллакс светил

*Параллактическим смещением* называется изменение направления на светило, обусловленное перемещением наблюдателя. Наблюдатель, находящийся в точке  $O$  (рис. 32), видит светило в направлении  $OS$ . Переместившись в точку  $B$ , наблюдатель увидит светило в направлении  $BS$ . Проведя через точку  $B$  прямую  $BS'$ , параллельную  $OS$ , имеем угол  $SBS'$ ; величина этого угла равна параллактическому смещению светила при перемещении наблюдателя из точки  $O$  в точку  $B$ . Расстояние  $OB = b$  называется *базисом*. *Параллаксом светила* в общем случае называется малый угол при светиле, лежащий против базиса, при условии, что базис перпендикулярен к направлению от наблюдателя к светилу. Точка  $A$  на небесной сфере, в которую направлено перемещение наблюдателя, называется *апексом движения наблюдателя*.

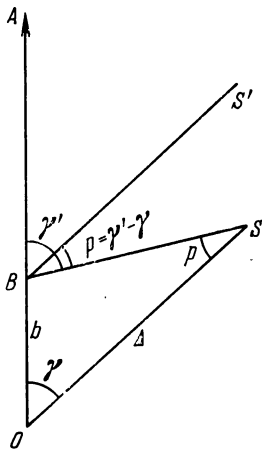


Рис. 32.

Параллактическое смещение светил, возникающее вследствие перемещения наблюдателя, подчинено трем основным положениям:

1. Параллактическое смещение светил на небесной сфере происходит по большому кругу, проведенному через апекс движения наблюдателя  $A$  и начальное положение светила  $S$ .

2. Параллактическим смещением светило удаляется от апекса перемещения наблюдателя.

3. Синус параллактического смещения светила пропорционален синусу углового расстояния светила от апекса перемещения наблюдателя.

Последнее положение можно выразить формулой

$$\sin p = \frac{b}{\Delta} \sin \gamma' = \frac{b}{\Delta} \sin \gamma, \quad (44)$$

получающейся из треугольника  $OBS$  (см. рис. 31). Так как перемещение наблюдателя (базис  $b$ ) мало по сравнению с расстоянием до светила, то можно считать, что

$$\sin \gamma' = \sin \gamma.$$

В этой формуле  $p$  — параллактическое смещение,  $\Delta$  — расстояние от наблюдателя до светила,  $b$  — базис и  $\gamma$  — угол между направлениями на светило и апекс движения наблюдателя. Если угол  $\gamma = 90^\circ$ , то отношение

$$b/\Delta = \sin p_0;$$

в этом случае величина  $p_0$  является параллаксом светила. Из этого соотношения видно, что для того, чтобы определить расстояние до светила, нужно знать его параллакс. Поэтому в астрономии задача определения расстояния до светил есть задача определения параллаксов этих светил. Параллактическое смещение связано с параллаксом следующей формулой:

$$\sin p = \sin p_0 \sin \gamma.$$

У всех светил, кроме Луны, параллаксы меньше  $60''$ . Поэтому в формуле синусы можно заменить соответствующими углами, выраженными в радианах, и написать:

$$p = p_0 \sin \gamma. \quad (45)$$

### § 39. Влияние параллактического смещения на координаты светила в произвольной системе координат

Выведем формулы влияния параллактического смещения на координаты в произвольной системе координат с точностью до величин первого порядка малости. Пусть  $A$  (рис. 33) будет апекс перемещения наблюдателя, координаты которого обозначим через  $a$  и  $d$ ;  $S$  — начальное положение светила,  $S'$  — смещенное вследствие параллакса. Обозначим соответственно координаты светила через  $\xi$ ,  $\eta$  и  $\xi'$ ,  $\eta'$ . Отсчет координат  $\eta$ ,  $\eta'$  и  $d$  будем производить от основного круга  $BOC$

по направлению к полюсу  $\Pi$ , а координат  $\xi$ ,  $\xi'$  и  $a$  от точки  $O$  на основном круге против часовой стрелки, если смотреть с полюса  $\Pi$ . Опустим перпендикуляр  $SK$  на дугу  $\Pi\xi$ . Рассматривая треугольник  $SS'K$  как малый и применяя к нему теорему синусов плоской тригонометрии, находим

$$(\xi - \xi') \cos \eta' = p \sin P,$$

$$\eta - \eta' = p \cos P.$$

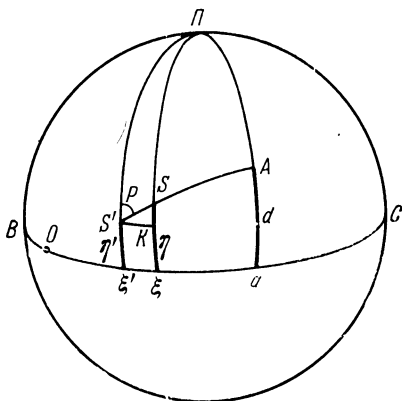


Рис. 33.

Вследствие малости параллактического смещения в формуле (44)  $\sin p$  можно заменить углом  $p$ , выразив его в радианах. Подставив тогда полученное значение  $p$  в наши формулы, будем иметь

$$(\xi - \xi') \cos \eta = \frac{b}{\Delta} \sin \gamma \sin P,$$

$$\eta - \eta' = \frac{b}{\Delta} \sin \gamma \cos P.$$

В этих уравнениях произведения  $\sin \gamma \sin P$  и  $\sin \gamma \cos P$  можно преобразовать, применив к сферическому треуголь-

нику  $PS'A$  формулы группы (1) и (4), откуда найдем

$$\sin \gamma \sin P = \cos d \sin (a - \xi),$$

$$\sin \gamma \cos P = \sin d \cos \eta - \cos d \sin \eta \cos (a - \xi).$$

Из этих и предыдущих формул получаем

$$\left. \begin{aligned} \xi - \xi' &= \frac{b}{\Delta} \sec \eta \cos d \sin (a - \xi), \\ \eta - \eta' &= \frac{b}{\Delta} [\sin d \cos \eta - \cos d \sin \eta \cos (a - \xi)]. \end{aligned} \right\} (46)$$

Это и есть формулы влияния параллакса на координаты в произвольной системе координат. Формулы (46) дают достаточную точность для всех светил, расположенных не слишком близко к полюсу основного круга, кроме Луны, имеющей большой параллакс и для которой применяют более точные формулы.

#### § 40. Суточный параллакс светила

Напомним, что координаты светила  $\alpha_\tau$ ,  $\delta_\tau$ , отнесенные к поверхности Земли, называются *топоцентрическими*; координаты  $\alpha'$ ,  $\delta'$ , приведенные к центру Земли, называются *геоцентрическими*. Видимое изменение положения светила на небесной сфере при воображаемом перемещении наблюдателя из центра Земли в какую-нибудь точку на ее поверхности, соответствующее переходу от топоцентрических координат  $\alpha_\tau$ ,  $\delta_\tau$  к геоцентрическим  $\alpha'$  и  $\delta'$ , называется *учетом суточного параллакса*. Если светило находится вблизи зенита, то при мысленном перемещении наблюдателя из центра Земли по радиусу направление на светило меняется мало; наибольшее смещение будет у светила, находящегося в горизонте. В этом случае луч, идущий от светила к наблюдателю, направлен по касательной к поверхности Земли в месте наблюдения и угол между направлениями на светило и на центр Земли будет прямым углом. *Суточный горизонтальный параллакс светила есть малый угол в прямоугольном треугольнике в котором гипотенуза есть расстояние от центра светила до центра Земли, а малый катет есть радиус-вектор места наблюдения.*

Горизонтальный параллакс светила будет наибольшим для наблюдателя, находящегося на экваторе Земли. В этом случае он называется *горизонтальным экваториальным параллаксом* светила. Как показывает опыт, только для весьма небольшого числа светил, у которых суточный параллакс особенно велик, да и то только при самых точных определениях их положений, следует принимать во внимание сжатие Земли.

Из самого определения горизонтального параллакса следует, что

$$\Delta = \frac{R}{\sin p_0} \text{ или } \sin p_0 = \frac{R}{\Delta}, \quad (47)$$

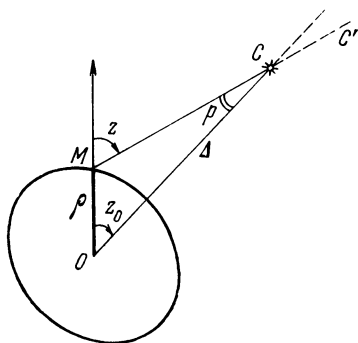


Рис. 34.

где  $p_0$  — суточный горизонтальный параллакс светила.

Формула (45) параллактического смещения для суточного параллакса примет вид

$$\rho = p_0 \sin z_0,$$

где  $z_0$  — геоцентрическое зенитное расстояние светила (рис. 34), измеряемое от точки пересечения радиуса-вектора места наблюдения с небесной сферой.

### § 41. Влияние суточного параллакса на горизонтальные и экваториальные координаты светил

Для вывода формул влияния суточного параллакса на горизонтальные координаты применим формулы редукции (46), полученные для произвольной системы координат. Апексом движения при учете суточного параллакса является геоцентрический зенит места наблюдения. (Строго говоря, это не совсем так, однако так принимают при учете суточного параллакса.) Зенитное расстояние геоцентрического зенита будет  $z = \varphi - \varphi'$ , а его высота над горизонтом  $h = 90^\circ - (\varphi - \varphi')$ . Поэтому при воображаемом



перемещении наблюдателя из центра Земли по радиусу в точку на ее поверхности координатами апекса будет

$$a = 0^\circ, d = 90^\circ - (\varphi - \varphi').$$

Заметим, что при выводе формул влияния параллакса на координаты в произвольной системе координата  $\xi$  отсчитывалась против часовой стрелки, если смотреть с полюса системы П. В горизонтальной системе азимут отсчитывается от точки юга на запад, т. е. по часовой стрелке. Поэтому нужно положить:

$$\xi = -A, \xi' = -A', \eta = 90^\circ - z, \eta' = 90^\circ - z'.$$

Подставляя эти значения, а также координаты апекса в формулы (46), будем иметь

$$\left. \begin{aligned} A' - A &= \frac{R}{\Delta} \operatorname{cosec} z \sin A \sin(\varphi - \varphi'), \\ z' - z &= \frac{R}{\Delta} [\cos(\varphi - \varphi') \sin z - \sin(\varphi - \varphi') \cos z \cos A]. \end{aligned} \right\} (48)$$

Но  $\frac{R}{\Delta} = \frac{R}{a_e} \frac{a_e}{\Delta}$ , где  $a_e$  — экваториальный радиус Земли, а отношение  $a_e/\Delta$  — синус горизонтального экваториального параллакса светила  $p_0$ . Вследствие малости  $p_0$  можно заменить  $\sin p_0$  самим параллаксом, выразив его в секундах. Тогда формулы (48) можно написать в таком виде:

$$\begin{aligned} (A' - A)'' &= p_0'' \frac{R}{a_e} \sin(\varphi - \varphi') \operatorname{cosec} z \sin A, \\ (z' - z)'' &= p_0'' \frac{R}{a_e} [\cos(\varphi - \varphi') \sin z - \sin(\varphi - \varphi') \cos z \cos A]. \end{aligned}$$

Это и есть формулы редуций за суточный параллакс горизонтальных координат. Для шарообразной Земли  $\varphi = \varphi'$ ; для этого случая будем иметь

$$\begin{aligned} A' - A &= 0, \\ z' - z &= p_0 \sin z. \end{aligned}$$

Выведем теперь формулы, которые дают возможность перейти от экваториальных топоцентрических к экваториальным геоцентрическим координатам. Для этого опять

воспользуемся формулами (46), имея в виду, что апексом перемещения наблюдателя будет геоцентрический зенит. Поскольку геоцентрический зенит всегда находится в верхней кульминации, его прямое восхождение всегда равно звездному времени в данный момент, а склонение равно геоцентрической широте места, т. е.

$$a = s; \quad d = \varphi'.$$

После подстановки координат апекса и соответствующих экваториальных координат в формулы (46) будем иметь

$$\alpha' - \alpha_\tau = \frac{R}{\Delta} \sec \delta \cos \varphi' \sin (s - \alpha),$$

$$\delta' - \delta_\tau = \frac{R}{\Delta} [\sin \varphi' \cos \delta - \cos \varphi' \sin \delta' \cos (s - \alpha')].$$

Подставляя  $\frac{R}{\Delta} = p_0 \frac{R}{a_e}$  и  $s - \alpha' = t$ , напомним:

$$\alpha' - \alpha_\tau = p_0 \frac{R}{a_e} \sec \delta \cos \varphi' \sin t,$$

$$\delta' - \delta_\tau = p_0 \frac{R}{a_e} (\sin \varphi' \cos \delta - \cos \varphi' \sin \delta \cos t).$$

Вместо  $p_0$  можно поставить  $\pi_\odot / \Delta$ , где  $\pi_\odot$  — параллакс Солнца, а  $\Delta$  — расстояние от центра Земли до светила, выраженное в астрономических единицах. Тогда формулы примут такой вид:

$$(\alpha' - \alpha_\tau)'' = + \frac{\pi_\odot}{15} \frac{R}{a_e} \cos \varphi' \frac{\sec \delta \sin t}{\Delta},$$

$$(\delta' - \delta_\tau)'' = \pi_\odot \frac{R}{a_e} \sin \varphi' \frac{\cos \delta}{\Delta} - \pi_\odot'' \frac{R}{a_e} \cos \varphi' \frac{\sin \delta \cos t}{\Delta}.$$

Это формулы перехода от топоцентрических координат  $\alpha_\tau$ ,  $\delta_\tau$  к геоцентрическим  $\alpha'$  и  $\delta'$ . Величины

$$\frac{\pi_\odot}{15} \frac{R}{a_e} \cos \varphi'; \quad \pi_\odot \frac{R}{a_e} \sin \varphi'; \quad \pi_\odot \frac{R}{a_e} \cos \varphi'$$

постоянны для данной широты  $\varphi'$  и вычисляются однажды на все случаи.

## § 42. Годичный параллакс и его влияние на координаты светил

Суточный параллакс имеет заметную величину только у близких к Земле небесных тел (Луны, Солнца, планет, комет и т. д.). При наблюдениях звезд влияние суточного параллакса совершенно не ощутимо, и поэтому координаты звезд, освобожденные от рефракции и суточной аберрации, можно рассматривать как геоцентрические. Чтобы сделать сравнимыми направления на звезды, полученные из наблюдений в различных точках земной орбиты, нужно привести их к одному началу координат. В качестве такового удобно принять центр Солнца и отнести, таким образом, совокупность звездных положений, т. е. звездный каталог, к Солнцу. Перенесение начала координат в центр Солнца достигается учетом *годового параллакса*. Координаты, соответствующие направлению на звезду из центра Солнца, называются *гелиоцентрическими*.

*Годичный параллакс светила есть малый угол в прямоугольном треугольнике, в котором гипотенузой служит среднее расстояние от Солнца до светила, а малым катетом — расстояние между Землей и Солнцем.*

Из этого определения следует, что

$$D = \frac{A}{\sin \pi} \quad \text{или} \quad \sin \pi = \frac{A}{D},$$

где  $D$  — расстояние от Солнца до светила,  $A$  — среднее расстояние между Землей и Солнцем,  $\pi$  — годичный параллакс светила. Следовательно, чтобы получить расстояние до звезды, требуется определить годичный параллакс этой звезды. Можно показать, что вследствие параллактического смещения геоцентрическое положение звезды описывает вокруг гелиоцентрического эллипс с большой полуосью  $\pi$  и малой  $\pi \sin \beta$ .

При выводе формул влияния годового параллакса на прямое восхождение и склонение светила воспользуемся формулами (46). В этом случае апексом перемещения наблюдателя (от Земли к Солнцу) является центр Солнца. Координатами апекса будут экваториальные координаты Солнца, т. е.

$$a = \alpha_{\odot}, \quad d = \delta_{\odot}.$$

Подставляя координаты апекса, а также соответствующие экваториальные координаты в формулы (46), будем иметь

$$\left. \begin{aligned} \alpha' - \alpha &= \frac{A}{D} \sec \delta \cos \delta_{\odot} \sin (\alpha_{\odot} - \alpha), \\ \delta' - \delta &= \frac{A}{D} [\sin \delta_{\odot} \cos \delta - \cos \delta_{\odot} \sin \delta \cos (\alpha_{\odot} - \alpha)]. \end{aligned} \right\} (49)$$

В этих формулах  $A$  — расстояние между Землей и Солнцем,  $D$  — расстояние от Солнца до светила,  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\alpha'$ ,  $\delta'$  — соответственно гелиоцентрические и геоцентрические координаты светила. Так как

$$\frac{A}{D} = \frac{A}{A_0} \cdot \frac{A_0}{D} = \frac{A}{A_0} \pi,$$

где  $A_0$  — половина большой оси орбиты Земли, а  $\pi$  — годичный параллакс светила, то выражение (49) можно переписать так:

$$\left. \begin{aligned} \alpha' - \alpha &= \frac{A}{A_0} \pi \sec \delta \cos \delta_{\odot} \sin (\alpha_{\odot} - \alpha), \\ \delta' - \delta &= \frac{A}{A_0} \pi [\sin \delta_{\odot} \cos \delta - \cos \delta_{\odot} \sin \delta \cos (\alpha_{\odot} - \alpha)]. \end{aligned} \right\}$$

Входящие в правые части этих формул гелиоцентрические координаты  $\alpha$  и  $\delta$  могут быть без потери точности заменены наблюдаемыми геоцентрическими  $\alpha'$  и  $\delta'$ , так как различие между ними невелико, и они входят под знаки тригонометрических функций. По этим формулам можно определить гелиоцентрические координаты  $\alpha$  и  $\delta$  по геоцентрическим  $\alpha'$  и  $\delta'$ . Влияние годичного параллакса учитывается только для небольшого числа звезд, имеющих значительные параллаксы. В большинстве случаев эта редукция отпадает, так что различие между геоцентрическими и гелиоцентрическими координатами звезд практически отсутствует.

Координатами апекса в эклиптической системе координат будут геоцентрические координаты Солнца,

$$a = L_{\odot}, \quad d = 0^{\circ}.$$

Поэтому

$$\left. \begin{aligned} l' - l &= \frac{A}{A_0} \pi \sec \beta \sin (L_{\odot} - l), \\ \beta' - \beta &= - \frac{A}{A_0} \pi \sin \beta \cos (L_{\odot} - l). \end{aligned} \right\}$$

В правые части полученных формул входят гелиоцентрические широты и долготы  $\beta$  и  $l$ , которые по причинам, изложенным выше, могут быть заменены геоцентрическими  $\beta'$  и  $l'$ . По этим формулам вычисляются гелиоцентрические координаты по наблюдаемым геоцентрическим. Иногда по известным гелиоцентрическим координатам и параллаксам нужно предвычислить геоцентрические места звезд с учетом их параллаксов. Тогда величины  $l$ ,  $\beta$ ,  $\pi$ ,  $A/A_0$  и  $L_\odot$  берутся из таблиц движения Земли, а проще — из Астрономического ежегодника для рассматриваемого момента времени. Если пренебречь эксцентриситетом земной орбиты, то  $A = A_0$ .

### § 43. Собственные движения звезд

Истинное движение какой-либо звезды в пространстве разлагается на две составляющие: одна из них направляется по лучу зрения, другая — в плоскости, перпендикулярной к лучу зрения. Нас интересует только эта вторая составляющая, называемая тангенциальной составляющей движения звезды, вследствие которой звезда смещается по небесной сфере. Наблюдаемые движения звезд по небесной

сфере включают в себя, помимо тангенциальной составляющей, обращение звезд вокруг центра Галактики и смещение, происходящее от перемещения Солнца среди звезд (параллактическое движение).

Годичное смещение звезды по небесной сфере, происходящее от всех этих причин, называется *собственным движением звезды* и обозначается буквой  $\mu$ .

Пусть дуга  $SS'$  большого круга (рис. 35) есть годичное

собственное движение  $\mu$  звезды  $S$ . Разложим его на составляющие  $SF$  и  $SF'$ , причем  $SF'$  является перпендикуляром к кругу склонения  $P_nS$ . Составляющая по кругу склонения  $SF$  называется *собственным движением по склонению*  $\mu_\delta$ . Составляющую по суточной параллели  $SF'$  обозначим

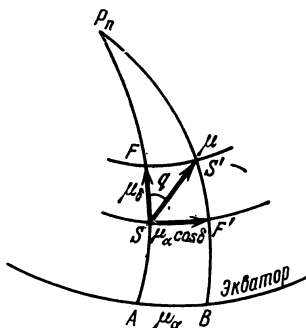


Рис. 35.

$\mu_\alpha \cos \delta$ , где  $\mu_\alpha$  называется *собственным движением по прямому восхождению*. Рассматривая треугольник  $SS'F'$  как малый, имеем

$$SF' = \mu_x \cos \delta = \mu \sin q,$$

$$SF = \mu_\delta = \mu \cos q,$$

где  $q$  — позиционный угол отрезка  $SS'$ . Эти выражения могут быть представлены в виде

$$\mu_x = \mu \sin q \sec \delta,$$

$$\mu_\delta = \mu \cos q.$$

Отсюда находим

$$\mu = \sqrt{\mu_\alpha^2 \cos^2 \delta + \mu_\delta^2}, \quad \operatorname{tg} N = \frac{\mu_\alpha \cos \delta}{\mu_\delta},$$

т. е. получим  $\mu$  и  $N$  по данным  $\mu_x$ ,  $\mu_\delta$  и  $\delta$ . Величины  $\mu_\alpha$ ,  $\mu_\delta$  и  $N$  являются переменными, зависящими от склонения звезды, которое само в свою очередь изменяется вследствие собственного движения  $\mu$ . Дифференцируя уравнения для  $\mu_\alpha$  и  $\mu_\delta$ , после некоторых преобразований получим

$$\frac{d\mu_\alpha}{dt} = 2\mu_\alpha \mu_\delta \operatorname{tg} \delta,$$

$$\frac{d\mu_\delta}{dt} = -\mu_\alpha^2 \sin \delta \cos \delta.$$

Как видно, производные по времени от  $\mu_\alpha$  и  $\mu_\delta$  являются величинами второго порядка и, когда мы имеем дело с небольшими интервалами времени, их можно не учитывать. Поэтому в большинстве случаев учет собственного движения при переводе координат с одной эпохи на другую можно производить при помощи простых линейных уравнений

$$\alpha_t = \alpha_0 + \mu_x (t - t_0),$$

$$\delta_t = \delta_0 + \mu_\delta (t - t_0).$$

В этих уравнениях  $\alpha_0$ ,  $\delta_0$  соответствуют моменту  $t_0$ ;  $\alpha_t$ ,  $\delta_t$  соответствуют моменту  $t$ .

### Примеры к главе пятой

**Пример 24.** Вычислить с точностью до  $1''$  рефракцию видимого зенитного расстояния звезды  $\nu$  Ориона по следующим данным: давление воздуха  $b = 755,33$  мм, температура по Цельсию  $t = -11^\circ,5$ , видимое зенитное расстояние  $\zeta = 40^\circ 57',8$ .

Р е ш е н и е. Применяем формулу

$$\rho = 60'',30 \cdot \frac{b}{760} \cdot \frac{273^\circ}{273^\circ + t} \operatorname{tg} \zeta,$$

которая при наших данных принимает такой вид:

$$\rho = 60'',30 \frac{755,33}{760,00} \cdot \frac{273^\circ}{273^\circ - 11^\circ,5} \operatorname{tg} 40^\circ 57',8.$$

Так как при вычислении требуется точность лишь до  $1''$ , то работа может быть проведена с логарифмической линейкой. Находим

$$\rho = 60'',30 \cdot 0,994 \cdot 1,044 \cdot 0,868 = 54'',3.$$

С точностью до одной секунды дуги  $\rho = 54''$ .

**Пример 25.** Вычислить величину суточной аберрации звезды, находящейся в зените на широте  $55^\circ 42'$ , 0.

Р е ш е н и е. Применяем формулу

$$\beta'' = k_0 \cos \varphi \sin \gamma,$$

$k_0 = 0'',319$ ;  $\cos 55^\circ 42' 00'' = 0,564$ . Так как звезда находится в зените, то угол между направлениями в зенит и точку востока равен  $90^\circ$ . Следовательно,

$$\beta'' = 0'',319 \cdot 0,564 = 0'',18.$$

**Пример 26.** Координаты Полярной звезды ( $\alpha$  UMi), искаженные влиянием суточной аберрации для момента местного звездного времени  $s = 11^{\text{h}} 43^{\text{m}},9$  в некоторый день в пункте, широта которого  $\varphi = 55^\circ 42'$ , 0, были равны

$$\alpha' = 1^{\text{h}} 39^{\text{m}} 18^{\text{s}},16; \quad \delta' = 88^\circ 57' 43'', 01.$$

Учесть влияние суточной аберрации и вычислить видимые координаты.

Р е ш е н и е. Задача решается по формулам

$$\alpha = \alpha' - k_0 \cos \varphi \cos t \sec \delta,$$

$$\delta = \delta' - k_0 \cos \varphi \sin t \sin \delta,$$

$k_0 = 0'',319 = 0^{\text{s}},021$ ;  $\cos \varphi = 0,564$ ;  $\sec \delta = 55,215$ ;  $\sin \delta = 1,000$ . Звездное время равно прямому восхождению светила плюс его часовой угол. Следовательно,

$$t = s - \alpha = 11^{\text{h}} 43^{\text{m}},9 - 1^{\text{h}} 39^{\text{m}},3 = 10^{\text{h}} 4^{\text{m}},6 = 151^\circ 9', 0.$$

Поэтому

$$\cos t = -0,876, \quad \sin t = 0,482.$$

Поправки к прямому восхождению и склонению будут равны

$$\Delta \alpha = -0^{\text{s}},021 \cdot 0,564 \cdot 55,215 \cdot (-0,876) = +0^{\text{s}},580;$$

$$\Delta \delta = -0'',319 \cdot 0,564 \cdot 1,000 \cdot 0,482 = 0'',087.$$

Таким образом,

$$\alpha = 1^{\text{h}}39^{\text{m}}18^{\text{s}},16 + 0^{\text{s}},580 = 1^{\text{h}}39^{\text{m}}18^{\text{s}},74;$$

$$\delta = 88^{\circ}57'43'',01 - 0'',087 = 88^{\circ}57'42'',92.$$

**Пример 27.** Звезда имеет астрономическую широту  $\beta = 0$ . Указать, в каких точках своей орбиты находится Земля, когда абберационное смещение этой звезды равно нулю.

**Решение.** Вследствие абберационного смещения звезда перемещается по небесной сфере по большому кругу к апексу движения наблюдателя. Так как вектор скорости движения Земли лежит в плоскости эклиптики, то апекс движения Земли лежит всегда на эклиптике. Поскольку звезда также находится на эклиптике, то два раза в году направление вектора скорости Земли будет проходить через эту звезду. Значит, абберационное смещение звезды равно нулю тогда, когда Земля движется прямо к звезде или прямо от нее.

**Пример 28.** Звезда наблюдается в меридиане к югу от зенита в полночь. В каком направлении (юг, запад, север, восток) она будет смещена вследствие годичной абберации?

**Решение.** В полночь Солнце находится в нижней кульминации, и его вектор скорости по эклиптике направлен к точке запада, но это означает, что вектор скорости Земли по орбите направлен к точке востока. Значит, в этот момент звезда абберационным смещением будет сдвинута к точке востока. Абберация не будет влиять на склонение звезды, но зато увеличит ее прямое восхождение.

**Пример 29.** Даны видимые координаты звезды:

$$\alpha' = 0^{\text{h}}46^{\text{m}}45^{\text{s}},75; \quad \delta' = 57^{\circ}36'24'',3.$$

Найти ее истинные координаты  $\alpha$  и  $\delta$ , если  $L_{\odot} = 177^{\circ}59'55'',5$ ,  $k = 20'',47$  и  $\epsilon 1960 = 23^{\circ}26'40'',15$ .

**Решение.** Вычисление производим по формулам:

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= Cc + Dd, \\ \delta' - \delta &= Cc' + Dd'. \end{aligned}$$

Находим величины отдельных значений:

$$\begin{aligned} \cos \epsilon &= 0,91745, & \sin \delta' &= 0,84439, \\ \cos L_{\odot} &= -0,99939, & \cos \delta' &= 0,53573, \\ \sin L_{\odot} &= 0,03492, & \sec \delta' &= 1,86661, \\ \sin \alpha' &= 0,20263, & \operatorname{tg} \epsilon &= 0,43366, \\ \cos \alpha' &= 0,97925. \end{aligned}$$

$$C = -k \cos \epsilon \cos L_{\odot} = -20'',47 \cos 23^{\circ}26'40'' \cdot \cos 177^{\circ}59'56'' = +18'',77,$$

$$D = -k \sin L_{\odot} = -20'',47 \sin 177^{\circ}59'56'' = -0'',71,$$

$$c = \cos \alpha' \sec \delta' = \cos 0^{\text{h}}46^{\text{m}}46^{\text{s}} \sec 57^{\circ}36'24'' = +1,83,$$

$$d = \sin \alpha' \sec \delta' = \sin 0^{\text{h}}46^{\text{m}}46^{\text{s}} \cdot \sec 57^{\circ}36'24'' = +0,38,$$

$$c' = \operatorname{tg} \epsilon \cos \delta' - \sin \delta' \sin \alpha' =$$

$$= \operatorname{tg} 23^{\circ}26'40'' \cdot \cos 57^{\circ}36'24'' - \sin 0^{\text{h}}46^{\text{m}}46^{\text{s}} \sin 57^{\circ}36'24'' = +0,06,$$

$$d' = \cos \alpha' \sin \delta' = \cos 0^{\text{h}}46^{\text{m}}46^{\text{s}} \cdot \sin 57^{\circ}36'24'' = +0,83.$$



$$\begin{aligned}
 Cc &= + 34'',35, & Dd &= - 0'',27, \\
 \Delta\alpha &= (\alpha' - \alpha) = + 34'',08 = + 2^s,27, \\
 Cc' &= + 1'',13, & Dd' &= - 0'',59, \\
 \Delta\delta &= (\delta' - \delta) = + 0'',54, \\
 \alpha &= 0^h46^m45^s,75 - 2^s,27 = 0^h46^m43^s,48, \\
 \delta &= 57^\circ36'24'',3 - 0'',5 = 57^\circ36'23'',8.
 \end{aligned}$$

**Пример 30.** Чему равен суточный горизонтальный параллакс Марса, когда эта планета в противостоянии находится на самом ближайшем расстоянии от Земли (0,378 а. е.). Горизонтальный параллакс Солнца принять равным  $8'',80$ .

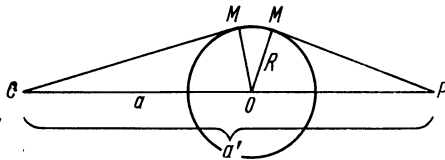


Рис. 36.

**Решение.** Когда имеет место противостояние планеты, т. е. центры Солнца, Земли и планеты лежат в одной плоскости, перпендикулярной к плоскости эклиптики, то из прямоугольных треугольников  $OMC$  и  $OMP$  (рис. 36), допуская, что  $COP$  близка к прямой, можно написать соотношения

$$\begin{aligned}
 R &= a \sin p_{\odot}, \\
 R &= (a' - a) \sin p,
 \end{aligned}$$

где  $R$  — радиус Земли,  $a$  и  $a'$  — соответственно расстояния Земли и планеты от Солнца,  $p_{\odot}$  и  $p$  — суточные параллаксы Солнца и планеты. Так как  $p_{\odot}$  и  $p$  малы, то можно синусы этих углов заменить дугами, выраженными в радианах, и написать соотношение

$$ap_{\odot} = (a' - a) p.$$

Из этой формулы находим параллакс Марса. Пусть  $a = 1$ . Тогда

$$p_{\odot} = (a' - 1) p$$

или

$$p = \frac{p_{\odot}}{a' - 1} = \frac{8'',80}{1,378 - 1} = 23'',28.$$

**Пример 31.** В пункте с широтой  $\varphi = 55^\circ42'0''$ , имеющем высоту над уровнем моря 150 м, в момент  $s = 14^h4^m11^s$  получены топоцентрические координаты светила  $\alpha_{\tau} = 14^h42^m20^s$ ;  $\delta_{\tau} = 10^\circ37'10''$  и  $\Delta_{\tau} = 3$  а. е.

Принимая  $p_{\odot} = 8'',80$ , определить геоцентрические координаты  $\alpha$  и  $\delta$  этого светила.

Решение. Применяем формулы:

$$\alpha - \alpha_{\tau} = \frac{p_{\odot} R \cos \varphi'}{\Delta_{\tau} \cos \delta_{\tau}} \sin (s - \alpha_{\tau}),$$

$$\delta - \delta_{\tau} = \frac{p_{\odot} R \sin \varphi'}{\Delta_{\tau}} \frac{\sin (\gamma - \delta_{\tau})}{\sin \gamma},$$

причем

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\sin \varphi' \cos \frac{1}{2} (\alpha_{\tau} - \alpha)}{\cos \varphi' \cos \left[ s - \frac{1}{2} (\alpha_{\tau} + \alpha) \right]}.$$

Геоцентрическая широта  $\varphi'$  вычисляется по формуле

$$(\varphi - \varphi')'' = \frac{1}{2} \cdot 206264'' \cdot 8e^2 \sin 2\varphi.$$

Она будет равна  $(55^{\circ}42'00'' - \varphi') = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{150} \times 206264'' \cdot 8 \sin 2 \cdot 55^{\circ}42'00'' = 640'',2 = 10'40'',2$ . Следовательно,  
 $\varphi' = 55^{\circ}31'19'',8$ .

В выражении для  $\operatorname{tg} \gamma$ , в числителе, косинус полуразности прямых восхождений вследствие ее малости можно заменить 1, а в знаменателе полусумму прямых восхождений приравнять к топоцентрическому  $\alpha_{\tau}$ . Для вычисления геоцентрической широты  $\varphi'$  и геоцентрического расстояния  $R$  точки, имеющей астрономическую широту  $\varphi$  и находящейся на высоте  $h$  м над уровнем моря, служат формулы

$$R \sin \varphi' = (S + 10^{-6} \cdot 0,1568 h) \sin \varphi,$$

$$R \cos \varphi' = (C + 10^{-6} \cdot 0,1568 h) \cos \varphi.$$

Эти формулы приводятся в Астрономическом ежегоднике, где в таблицах по аргументу  $\varphi$  даются и величины  $S$  и  $C$ . Так, для  $\varphi = 55^{\circ}42'00''$  имеем:  $S = 0,995585$ ;  $C = 1,002291$ . Значит,

$$R \sin \varphi' = (0,995585 + 10^{-6} \cdot 0,1568 \cdot 150) \sin 55^{\circ}42'00'' = 0,8225,$$

$$R \cos \varphi' = (1,002291 + 10^{-6} \cdot 0,1568 \cdot 150) \cos 55^{\circ}42'00'' = 0,5648,$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\sin \varphi'}{\cos \varphi' \cos (s - \alpha_{\tau})} = \frac{\sin 55^{\circ}31'20''}{\cos 55^{\circ}31'20'' \cdot \cos 23^{\text{h}}21^{\text{m}}51^{\text{s}}} =$$

$$= +1,47660, \quad \gamma = 55^{\circ}53'34''.$$

Следовательно,

$$\alpha = 14^{\text{h}}42^{\text{m}}20^{\text{s}} + \frac{8''80 \cdot 0,5648}{3 \cdot \cos 10^{\circ}37'} \cdot \sin 23^{\text{h}}21^{\text{m}}51^{\text{s}} = 14^{\text{h}}42^{\text{m}}02^{\text{s}}$$

и

$$\delta = 10^{\circ}37'10'' + \frac{8'',80 \cdot 0,8225}{3} \cdot \frac{\sin 40^{\circ}16'24''}{\sin 55^{\circ}53'34''} = 10^{\circ}37'12'',1.$$

**Пример 32.** Вычислить поправки за годичный параллакс  $\pi$  в координаты  $\alpha$  и  $\delta$  звезды  $\alpha$  Орла 20 февраля 1960 г. Для  $\alpha$  Орла  $\pi = 0'',204$ .

**Решение.** Принимаем орбиту Земли за круг и пользуемся формулами в таком виде:

$$\alpha' - \alpha = \frac{1}{15} \pi \cos \delta_{\odot} \sin (\alpha_{\odot} - \alpha) \sec \delta,$$

$$\delta' - \delta = -\pi \sin \delta \cos \delta_{\odot} \cos (\alpha_{\odot} - \alpha) + \pi \cos \delta \sin \delta_{\odot} = A + B.$$

Здесь  $\alpha$  и  $\delta$  — гелиоцентрические координаты звезды, а  $\alpha'$  и  $\delta'$  — геоцентрические.

Из Астрономического ежегодника на 1960 год, где приводятся гелиоцентрические координаты звезд, берем:

$$\alpha \text{ Орла... } \alpha = 19^{\text{h}}49^{\text{m}}; \quad \delta = +8^{\circ}46'.$$

Из таблиц Солнца на 20 февраля:

$$\alpha_{\odot} = 22^{\text{h}}10^{\text{m}}; \quad \delta_{\odot} = -11^{\circ}21'; \quad \pi = 0'',204.$$

Вычисления:

$\alpha_{\odot}$	$22^{\text{h}}10^{\text{m}}$	$\lg \left( \frac{1}{15} \right)$	8,824	$\lg \pi$	9,310
$\alpha$	$19^{\text{h}}49^{\text{m}}$	$\lg \pi$	9,310	$\lg \sin \delta$	9,183
<hr/>	<hr/>	$\lg \cos \delta_{\odot}$	9,991	$\lg \cos \delta_{\odot}$	9,991
$\alpha_{\odot} - \alpha$	$2^{\text{h}}21^{\text{m}}$	$\lg \sin (\alpha_{\odot} - \alpha)$	9,761	$\lg \cos (\alpha_{\odot} - \alpha)$	9,909
$\alpha_{\odot} - \alpha$	$35^{\circ}15'$	$\lg \sec \delta$	0,005	<hr/>	<hr/>
		$\lg (x' - \alpha)$	7,891	$\lg A$	8,396 <i>n</i>
		$\alpha' - \alpha$	$+0^{\text{s}},003$	$\lg \pi$	9,310
				$\lg \cos \delta$	9,995
				$\lg \sin \delta_{\odot}$	9,294 <i>n</i>
				<hr/>	<hr/>
				$\lg B$	8,599 <i>n</i>
				$A$	$-0'',025$
				$B$	$-0'',010$
				<hr/>	<hr/>

$$A + B = \delta' - \delta = -0'',06$$

**Пример 33.** Вычислить годичный параллакс по прямому восхождению и склонению для  $\alpha$  Б. Пса (Сириус) в среднюю гринвичскую полночь 1 января 1960 г., зная прямое восхождение, склонение и годичный

параллакс этой звезды:

$$\alpha = 6^{\text{h}}42^{\text{m}},7; \quad \delta = -16^{\circ}37'; \quad \pi = 0'',37.$$

Р е ш е н и е. Из Астрономического ежегодника находим

$$\alpha_{\odot} = 18^{\text{h}}41^{\text{m}},7; \quad \delta_{\odot} = -23^{\circ}06'; \quad \frac{A}{A_0} = 0,9332365; \quad A_0 = 1.$$

Годичный параллакс по прямому восхождению и годичный параллакс по склонению определяем по формулам

$$\alpha' - \alpha = \pi \frac{A}{A_0} \frac{\cos \delta_{\odot}}{\cos \delta} \sin (\alpha_{\odot} - \alpha),$$

$$\delta' - \delta = \pi \frac{A}{A_0} [\cos \delta \sin \delta_{\odot} - \sin \delta \cos \delta_{\odot} \cos (\alpha_{\odot} - \alpha)].$$

В ы ч и с л е н и я:

$$\begin{aligned} \alpha_{\odot} &= 18^{\text{h}}41^{\text{m}},7 & \cos \delta_{\odot} &= 0,9198 \\ \alpha &= 6 \ 42,7 & \cos \delta &= 0,9582 \\ \alpha_{\odot} - \alpha &= 11 \ 59,0 & \sin \delta_{\odot} &= -0,3923 \\ \cos (\alpha_{\odot} - \alpha) &= -1,0000 & \sin \delta &= -0,2860 \\ \sin (\alpha_{\odot} - \alpha) &= 0,0041 \end{aligned}$$

$$\alpha' - \alpha = 0'',37 \cdot 0,9832865 \cdot \frac{\cos (-23^{\circ}6')}{\cos (-16^{\circ}37')} \sin 11^{\text{h}}59^{\text{m}},0 = 0'',000,$$

$$\delta' - \delta = 0'',37 \cdot 0,9832865 [\cos (-16^{\circ}37') \sin (-23^{\circ}6') - \sin (-16^{\circ}37') \times \\ \times \cos (-23^{\circ}6') \cos 11^{\text{h}}59^{\text{m}},0] = -0'',23.$$

УЧЕТ ФАКТОРОВ, СМЕЩАЮЩИХ СИСТЕМУ  
НЕБЕСНЫХ КООРДИНАТ ОТНОСИТЕЛЬНО ЗВЕЗД

## § 44. Прецессия и нутация

Вековое смещение земной оси, вызванное возмущающим действием притяжения Луны и Солнца на избыток вещества в экваториальной области земного эллипсоида, называется *прецессией* или, строго говоря, *лунно-солнечной прецессией*.

Допустим, что Земля однородна или что плотность ее вещества зависит только от расстояния до центра. Если бы Земля имела форму шара, то равнодействующая  $F$  сил, с которыми Луна и Солнце притягивают ее частицы, проходила бы через центр Земли и прецессии не было бы. Но, как известно, Земля имеет форму эллипсоида, т. е. является телом с утолщением на экваторе. Силы притяжения Луны и Солнца действует на более близкую к Луне и Солнцу часть экваториального утолщения сильнее, чем на более далекую (обратно пропорционально квадрату расстояния), что является одной из причин изменения направления оси вращения Земли.

Рассмотрим действие силы притяжения Солнца на Землю в момент летнего солнцестояния, когда Солнце находится в плоскости, включающей ось вращения Земли и прямую, проходящую через полюсы эклиптики. Вследствие того, что сила, действующая со стороны Солнца на более близкую к нему часть экваториального утолщения Земли, больше, чем сила, действующая на более далекую часть, их равнодействующая  $F_1$  проходит не через центр Земли, а через более близкую к Солнцу точку  $A$  (рис. 37).

Если приложить к центру Земли две равные силы  $F$  и  $F_2$ , направленные одна к Солнцу, другая от Солнца, то сила  $F$  будет только удерживать Землю на ее орбите, а силы  $F_1$  и  $F_2$  образуют пару, которая поворачивает плоскость

экватора около прямой, образованной пересечением плоскостей экватора и эклиптики, стремясь совместить плоскость экватора с плоскостью эклиптики и полюс мира с полюсом эклиптики. Гораздо ближе к Земле находится Луна, которая производит на Землю более сильное влияние, чем Солнце, и создает пару сил, стремящуюся повернуть Землю так, чтобы плоскость экватора совпала с плоскостью орбиты Луны.

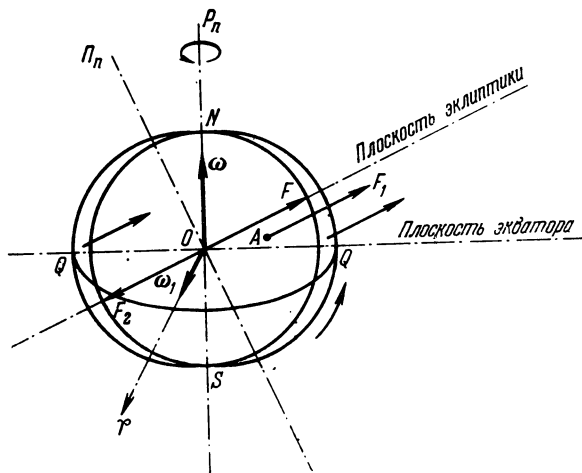


Рис. 37.

Вследствие действия Луны и Солнца плоскость экватора стремится занять положение, более близкое к плоскости эклиптики, но этому препятствует вращение Земли вокруг своей оси.

Из механики известно, что при одновременном существовании двух вращательных движений около пересекающихся под углом осей в результате получается вращение около оси, лежащей в плоскости этих осей и не совпадающей ни с одной из них. Чтобы найти ее положение, нужно на положительных направлениях этих осей отложить угловые скорости вращения, соответствующие каждой оси.

Если на этих угловых скоростях, как на сторонах, построить параллелограмм (в данном случае прямоугольник, потому что скорость вращения Земли направлена по оси

вращения, а скорость, вызванная притяжением Луны и Солнца, по оси, — направленной в точку весеннего равноденствия), то его диагональ будет результирующей угловой скоростью и по ней будет направлена новая ось вращения. Следует заметить, что вектор угловой скорости  $\omega_1$  (рис. 37), вызванный притяжением Луны и Солнца, не остается постоянным, а меняет свое направление и величину в зависимости от положения Луны и Солнца. Его можно представить в виде геометрической суммы векторов, главное слагаемое которой направлено в точку весеннего равноденствия.

Если мы на оси вращения  $ON$  отложим отрезок, длина которого пропорциональна скорости суточного вращения Земли, а на линии  $OY$  — отрезок, пропорциональный скорости вращения под влиянием пары, то нетрудно убедиться, что новая ось вращения выйдет из плоскости чертежа и будет иметь направление  $ON'$ , где  $N'$  будет лежать над  $N$  в плоскости, перпендикулярной к плоскости чертежа и проходящей через  $NY$ . Отсюда следует, что экватор у точки  $Y$  опустится (повернувшись около линии  $QQ$ ), линия равнодействия передвинется влево, а следовательно, точка летнего солнцестояния выйдет из плоскости чертежа. В результате ось вращения Земли будет описывать поверхность конуса около перпендикуляра, восставленного из  $O$  к плоскости эклиптики. При этом движении оси северный полюс мира будет двигаться с переменной скоростью и в переменном направлении, но всегда к той половине небесного экватора, в середине которой находится восходящий узел лунной орбиты.

Плоскость лунной орбиты, составляющая с плоскостью эклиптики угол около  $5^{\circ}9'$ , не сохраняет неизменное положение, причем прямая пересечения плоскости орбиты Луны и плоскости эклиптики (*линия узлов*) смещается в плоскости эклиптики навстречу годовому движению Солнца, делая полный оборот за 18,6 года. Вследствие этого возмущающее действие Луны на Землю производит колебания такого же периода в движении земной оси. Эти колебания называются *нутацией*. Они заставляют полюс мира описывать в течение 18,6 года около среднего своего положения эллипс с осями  $18''$ , 4 и  $13''$ , 7. Вследствие сложения движений от прецессии и от нутации полюс мира будет описывать на небесной сфере волнистую кривую.

Кроме Луны и Солнца, на Землю влияют планеты, но их влияние на экваториальное утолщение Земли вследствие малых масс планет (по сравнению с массой Солнца) и сравнительно больших расстояний между ними ничтожно мало. Однако планеты оказывают влияние на положение центра тяжести системы Земля + Луна, отчего изменяется положение плоскости земной орбиты. Это вызывает перемещение на небесной сфере эклиптики и ее полюсов, что в свою очередь вызывает (помимо лунно-солнечной прецессии) дополнительное смещение точек равноденствия, называемое *прецессией от планет*.

#### § 45. Средний и истинный полюсы мира

Явление прецессии было открыто Гиппархом во II в. до н. э. Он обнаружил что астрономические долготы всех звезд со временем непрерывно увеличиваются, тогда как широта их не меняется. Гиппарх сделал заключение, что это явление происходит вследствие передвижения начала отсчета долгот, т. е. точки весеннего равноденствия, и оценил величину этого перемещения. Нутация была открыта в 1747 г. Брадлеем. Вследствие прецессии и нутации полюс мира перемещается относительно полюса эклиптики по сложной незамкнутой кривой.

Небесный экватор, на положение которого влияет только лунно-солнечная прецессия, т. е. обладающий только вековым движением, называется *средним экватором* для данного момента. Точно так же точка весеннего равноденствия, соответствующая положению среднего экватора, называется *средней точкой весеннего равноденствия* для данного момента. Полюс, соответствующий среднему экватору, называется *средним полюсом мира*.

Небесный экватор и точка весеннего равноденствия, обладающие не только вековым прецессионным движением, но и периодическим, нутационным движением, называются *истинным экватором* и *истинной точкой весеннего равноденствия* для данного момента. Полюс, соответствующий истинному экватору, называется *истинным полюсом мира*. В нутационном относительном движении истинный полюс мира движется около среднего по кривой, близкой



к эллипсу, направление большой оси которого проходит через полюс эклиптики (рис. 38, вид изнутри).

Движение средней точки весеннего равноденствия происходит почти равномерно. Годичная скорость прецессионного движения средней точки весеннего равноденствия

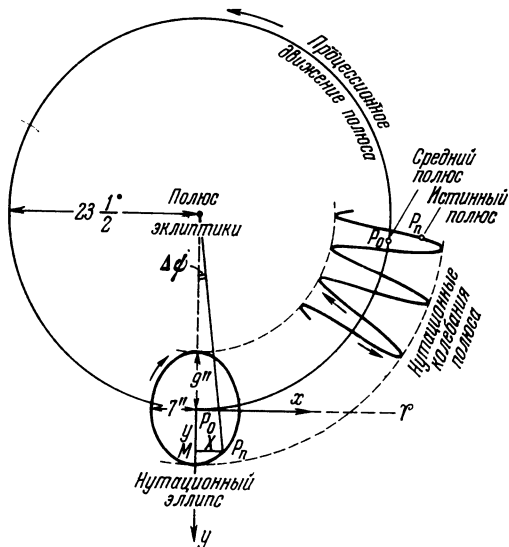


Рис. 38.

изменяется на величину, не превосходящую  $0^s,002$  в столетие. Истинная точка весеннего равноденствия колеблется около средней вследствие нутации.

Все величины, определение которых связано с точкой весеннего равноденствия, приобретают двоякий смысл. Так, например, звездное время, определяемое часовым углом средней точки весеннего равноденствия, будет *средним звездным временем*. Звездное время, определяемое часовым углом истинной точки весеннего равноденствия, будет *истинным звездным временем*.

Разность истинного звездного времени и среднего звездного времени равна нутации точки весеннего равноденствия по прямому восхождению.

Все координаты небесных светил, полученные из наблюдений в разные моменты времени, отнесены к истинной точке весеннего равноденствия и к истинному экватору моментов наблюдения. Если исправить их за движение истинного полюса мира относительно среднего (т. е. за нутацию), то координаты будут отнесены к средней точке весеннего равноденствия и среднему экватору заданного момента.

## § 46. Следствия движения экватора и эклиптики

Если небесную сферу рассматривать изнутри, то, как уже ранее говорилось, полюс экватора вследствие лунно-солнечной прецессии будет двигаться вокруг полюса эклиптики, причем вектор скорости движения полюса экватора вокруг полюса эклиптики в каждый момент будет направлен по колюру равноденствий, т. е., иначе говоря, в точку весеннего равноденствия.

Полюс эклиптики вследствие прецессии от планет движется почти по дуге большого круга под углом  $7^\circ$  к линии, соединяющей полюсы, со скоростью около  $0'',47$  в год. Движение полюса эклиптики по отношению к полюсу экватора происходит так, что полюс эклиптики то приближается к полюсу экватора, то удаляется от него. В результате этого угол наклона эклиптики к экватору непрерывно изменяется — он то увеличивается, то уменьшается. Периоды изменения наклонности исчисляются тысячелетиями. Так, например, происходящее в настоящее время уменьшение угла наклона будет продолжаться примерно в течение 15 000 лет, затем наклон будет увеличиваться. На рис. 39 изображено движение северного полюса мира и северного полюса эклиптики (в центре рисунка) среди звезд за время 8000 лет до и 18 000 лет после начала нашего летосчисления.

Возьмем положение среднего экватора  $A(t)$  и эклиптики  $E(t)$  в какой-то момент времени  $t$ . За время  $dt$  плоскости переместятся и в момент  $(t + dt)$  займут положения: средний экватор  $A(t + dt)$  и эклиптика  $E(t + dt)$ . За этот малый промежуток времени смещение среднего экватора произошло вследствие лунно-солнечной прецессии, а смещение эклиптики — вследствие прецессии от планет. Плоскость

эклиптики поворачивается вокруг прямой, проходящей через точку  $N$ . Как смещение экватора, так и смещение эклиптики вызывают изменение положения точки весеннего

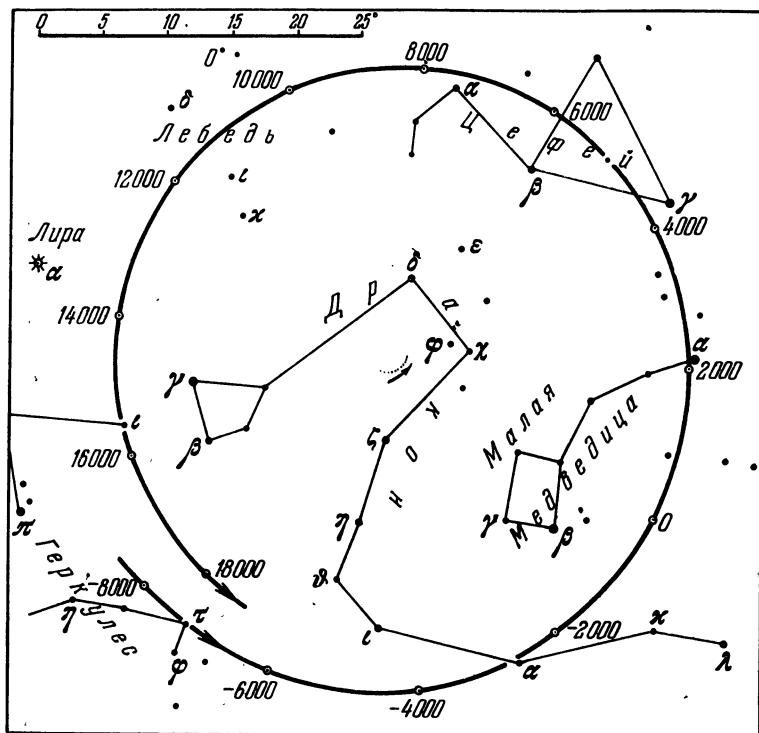


Рис. 39.

равноденствия. Это движение можно разложить на составляющие по экватору и по эклиптике.

На рис. 40, изображающем небесную сферу снаружи, даны  $A_0A_0$  и  $E_0E_0$  — экватор и эклиптика для начальной эпохи, а  $AA$  и  $EE$  соответственно для их мгновенного положения. Принято обозначать смещение точки весеннего равноденствия следующим образом:

$$p = P \cos \varepsilon,$$

где  $P$  называется *постоянной лунно-солнечной прецессии Ньюкомба*. Она зависит от размеров и внутреннего строения Земли, а также от элементов орбиты Луны вокруг Земли и орбиты системы Земля + Луна вокруг Солнца. По определению Ньюкомба  $P = 54'',9066$  за тропический год;

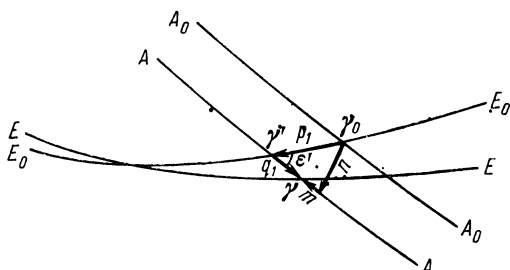


Рис. 40.

$p_1 = p + q_1 \cos \varepsilon$  — годовая лунно-солнечная прецессия, где  $q_1$  — годовая прецессия от планет;  $m = p_1 \cos \varepsilon - q$  — годовая лунно-солнечная прецессия по прямому восхождению;  $n = p_1 \sin \varepsilon$  — годовая лунно-солнечная прецессия по склонению:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\kappa \cos N,$$

где  $\kappa$  — столетняя скорость вращения эклиптики около мгновенной оси, лежащей в ее плоскости, причем ближайший к точке весеннего равноденствия конец оси в момент  $t$  находится от точки весны на расстоянии  $N = 6^\circ 30',32 - 54',770 T$ , где  $T$  — промежуток времени в тропических столетиях от 1850,0. Обычно интервал  $dt$  принимается за единицу, тогда путь и скорость численно бывают равны и прецессионные величины пишутся без множителя  $dt$ .

Величина прецессии от планет  $q_1 = \Upsilon M/dt$  получается из решения узкого сферического треугольника  $MN\Upsilon$ ; применяя формулу (8), будем иметь

$$\kappa dt \cdot \sin NM = \Upsilon M \sin (180^\circ - \varepsilon)$$

или

$$\kappa dt \cdot \sin NM = \Upsilon M \cdot \sin \varepsilon.$$

В пределе дуга  $NM$  обратится в расстояние от конца мгновенной оси вращения эклиптики до точки весеннего равноденствия, т. е. просто в дугу  $N\Upsilon = N$ . Поэтому, заменяя  $\Upsilon M$  на  $q_1 dt$  и  $\sin NM$  на  $\sin N$ , можно написать

$$q_1 dt \sin \varepsilon = \kappa dt \sin N,$$

откуда

$$q_1 = \kappa \sin N \operatorname{cosec} \varepsilon.$$

Таким образом, скорости изменения прямых восхождений и склонений будут иметь вид

$$\begin{aligned} m &= p_1 \cos \varepsilon - q_1 = P \cos^2 \varepsilon - \kappa \sin N \operatorname{cosec} \varepsilon, \\ n &= p_1 \sin \varepsilon = P \cos \varepsilon \sin \varepsilon. \end{aligned}$$

Величины  $m$  и  $n$  зависят от величины  $P$ , которую можно рассматривать как постоянную, и от величин  $\varepsilon$ ,  $\kappa$  и  $N$ , которые медленно изменяются со временем, вызывая изменения  $m$  и  $n$ .

По принятым в настоящее время данным Андуайе  $m$  и  $n$  имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} m &= 46'',08506 + 0'',027945 T + 0'',00012 T^2, \\ n &= 20'',04685 - 0'',008533 T - 0'',00037 T^2, \end{aligned}$$

где  $T$  — число тропических столетий после 1900,0.

## § 47. Нутация

Рассмотрим теперь влияние нутаций на прямое восхождение и склонение светил.

Пусть  $P_0$  — положение среднего,  $P_n$  — положение истинного полюса мира (рис. 41). Обозначим координаты светила  $S$  относительно среднего полюса через  $\alpha_0$ ,  $\delta_0$  и относительно истинного — через  $\alpha$  и  $\delta$ . Ввиду того, что расстояние между  $P_n$  и  $P_0$  мало, их взаимное положение можно рассматривать в плоской прямоугольной системе координат. Возьмем начало прямоугольных координат в среднем полюсе мира и проведем ось  $x$  в направлении на точку весеннего равноденствия, а ось  $y$  — под прямым углом к оси  $x$  в направлении возрастания прямых восхождений. Обозначим координаты истинного полюса относительно среднего через  $X$  и  $Y$ . Опустим из точки  $P_n$  перпендикуляр  $P_n K$  на

круг склонений  $P_0C$ . За малостью треугольника  $P_nKP_0$  положим, что

$$P_0K = P_0C - P_nC = (90^\circ - \delta_0) - (90^\circ - \delta) = \delta - \delta_0.$$

Произведем следующее построение: из истинного полюса  $P_n$  опустим перпендикуляр  $P_nD$  на ось  $y$ . Из точки  $D$  восставим перпендикуляр  $DN$  к кругу склонений  $P_0C$ . Теперь можно написать

$$\begin{aligned} P_0K &= KN + NP_0 = \\ &= P_nD \cos \alpha_0 + P_0D \sin \alpha_0, \end{aligned}$$

откуда

$$\delta - \delta_0 = X \cos \alpha_0 + Y \sin \alpha_0.$$

Движение истинного полюса относительно среднего (нутаия) происходит по часовой стрелке, если рассматривать его снаружи небесной сферы (см. рис. 36). Оно разлагается на две составляющие:

1. Смещение истинного полюса по дуге большого круга, проходящего через средний полюс экватора и среднюю точку весеннего равноденствия (по оси  $x$ ).

2. Смещение истинного полюса по дуге большого круга, проходящего через полюс эклиптики и средний полюс экватора (по оси  $y$ ).

Первое движение, т. е. смещение истинного полюса вдоль оси  $x$ , вызывает смещение истинной точки весны относительно средней. Это движение называется *нутаией в долготе* и обозначается через  $\Delta\psi$ . Второе, т. е. смещение истинного полюса вдоль оси  $y$ , вызывает изменение наклона эклиптики к экватору. Это движение называется *нутаией в наклоне* и обозначается через  $\Delta\epsilon$ .

Нетрудно видеть, что  $X = \Delta\psi \sin \epsilon$ , где  $\Delta\psi$  — разность долгот истинного и среднего полюсов или нутаия в долготе, а  $Y = \Delta\epsilon$ , где  $\Delta\epsilon$  — изменение наклона экватора к эклиптике вследствие нутаии, или нутаия в наклоне.

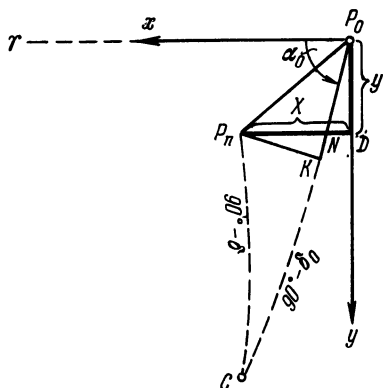


Рис. 41.

Как первое, так и второе движения очень сложные и представляются целым рядом периодических членов с различными периодами и амплитудами. Члены, периоды изменения которых меньше одного месяца, называются *короткопериодическими*, с большими периодами — *долгопериодическими*. Главным из долгопериодических является член с периодом 18,6 года.

Теория вращательного движения Земли вокруг своей оси под действием возмущающего влияния Луны и Солнца позволяет выразить координаты истинного полюса относительно среднего формулами:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\psi \sin \varepsilon &= (-6'',857 - 0'',007T) \sin \Omega + \\ &+ 0'',083 \sin 2\Omega - 0'',506 \sin 2L_{\odot} - 0'',081 \sin 2L_{\zeta} + \dots, \\ \Delta\varepsilon &= (+9'',210 - 0'',001T) \cos \Omega - 0'',090 \cos 2\Omega + \\ &+ 0'',551 \cos 2L_{\odot} + 0'',088 \cos 2L_{\zeta} + \dots, \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

где  $T$  — время от 1900,0, измеряемое в тропических столетиях,  $\Omega$  — средняя долгота восходящего узла лунной орбиты,  $L_{\odot}$  — средняя долгота Солнца и  $L_{\zeta}$  — средняя долгота Луны.

Часто, когда не требуется высокая точность, применяют приближенные формулы:

$$\begin{aligned} \Delta\psi \sin \varepsilon &= -6'',857 \sin \Omega, \\ \Delta\varepsilon &= +9'',210 \cos \Omega. \end{aligned}$$

Коэффициент при  $\cos \Omega$  в разложении  $\Delta\varepsilon$ , соответствующий большой полуоси нутационного эллипса, называется *постоянной нутации* и обозначается буквой  $N$ .

Для вывода формулы разности  $(\alpha - \alpha_0)$  построим сферический треугольник, вершинами которого будут полюс мира  $P_n$ , полюс эклиптики  $\Pi_n$  и светило  $S$ . Элементы треугольника обозначены на рис. 40. Нужно заметить, что в этом треугольнике дуга  $СП_n$  от движения среднего и истинного полюсов (рис. 42) не изменяется; все остальные элементы переменные. Применяя к этому треугольнику формулу (d) группы (17), будем иметь

$$\begin{aligned} \sin(90^\circ - \delta) \cdot d\alpha &= \sin \angle P_n \Pi_n d\beta - \\ &- \cos(90^\circ - \delta) \sin(90^\circ + \alpha) d\varepsilon + \sin(90^\circ - \beta) \cos \sigma d\lambda; \end{aligned}$$

так как  $СП_n = \text{const}$ , то  $d\beta = 0$  и

$$\cos \delta da = -\sin \delta \cos \alpha d\epsilon + \cos \beta \cos \sigma d\lambda,$$

или

$$d\alpha = \frac{\cos \beta \cos \alpha}{\cos \delta} d\lambda - \text{tg } \delta \cos \alpha d\epsilon.$$

Но из этого же треугольника, применяя вторую формулу группы (4), получим

$$\cos \beta \cos \sigma = \cos \epsilon \cos \delta + \sin \epsilon \sin \delta \sin \alpha.$$

Подставляя найденное выражение в формулу для  $da$ , будем иметь

$$d\alpha = (\cos \epsilon + \sin \epsilon \sin \alpha \text{tg } \delta) d\lambda - \text{tg } \delta \cos \alpha d\epsilon.$$

Изменение долготы светила  $d\lambda$  вследствие нутации равно нутации в долготе  $\Delta\psi$ , а величина  $d\beta$  есть  $\Delta\epsilon$ .

Следовательно, заменяя  $d\lambda$  и  $d\beta$  на  $\Delta\psi$  и  $\Delta\epsilon$ , а также заменяя в формуле влияния нутации на склонение  $X$  и  $Y$  на  $\Delta\psi \sin \epsilon$  и  $\Delta\epsilon$ , можно окончательно написать

$$\alpha - \alpha_0 = \Delta\psi (\cos \epsilon + \sin \epsilon \sin \alpha_0 \text{tg } \delta_0) - \Delta\epsilon \cos \alpha_0 \text{tg } \delta_0,$$

$$\delta - \delta_0 = \Delta\psi \sin \epsilon \cos \alpha_0 + \Delta\epsilon \sin \alpha_0.$$

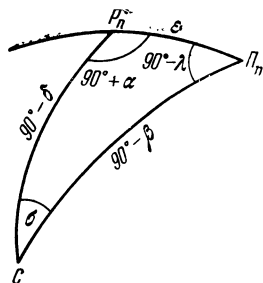


Рис. 42.

Это и есть формулы влияния на экваториальные координаты нутационного смещения полюса. Они применимы для любых звезд, кроме близполюсных, когда необходимо использовать более строгие формулы.

После учета влияния нутации система координат оказывается связанной со средним полюсом мира. Средний полюс мира, как уже об этом говорилось выше, медленно перемещается среди звезд. Вследствие этого координаты одного и того же светила, полученные в два разных момента, все еще нельзя сравнивать между собой. Для сведения наблюдений к одному моменту нужно взять систему координат для вполне определенного момента и, зная законы векового смещения полюса и точки весеннего равноденствия, привести



все наблюдения к этой системе. Положение такой системы принято относить к началу так называемого *бесселева года*, о котором говорилось в § 20.

### § 48. Скорость изменения экваториальных координат из-за прецессии

Рассмотрим предварительно скорость изменения экваториальных координат, обусловленную смещением полюса. Пусть в некоторый момент времени  $t$  средний полюс мира занимает на небе положение  $P_n$ , а в момент  $t + \Delta t$  — положение  $P'_n$ , переместившись

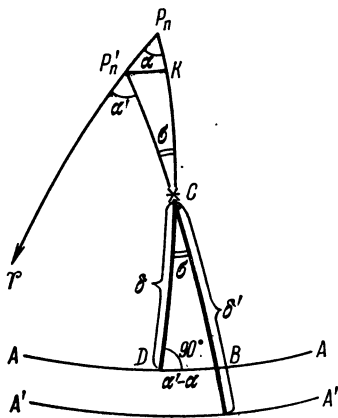


Рис. 43.

в направлении точки весеннего равноденствия (рис. 43). Полюсу  $P_n$  соответствует экватор  $AA$ , а полюсу  $P'_n$  — экватор  $A'A'$ . Обозначим экваториальные координаты светила  $C$  относительно полюса  $P_n$  через  $\alpha$ ,  $\delta$ , а относительно полюса  $P'_n$  — через  $\alpha'$ ,  $\delta'$ . Дугу  $DB$  примем за разность  $(\alpha' - \alpha)$ .

Из узкого сферического треугольника  $DCB$ , пользуясь формулой (12), получим

$$\sigma \sin CB = (\alpha' - \alpha) \sin 90^\circ.$$

Величина  $CB$  может быть заменена на  $\delta$ . Тогда получим

$$\alpha' - \alpha = \sigma \sin \delta.$$

Точно так же, применяя эту же формулу к узкому сферическому треугольнику  $P'_n C P_n$  и учитывая, что  $P'_n C = 90^\circ - \delta'$ , находим

$$\sigma \cos \delta' = PP' \sin \alpha.$$

Так как смещение полюса происходит по кругу склонений в направлении точки весны, то  $P_n P'_n = n \Delta t$ , где  $n = p_1 \sin \epsilon$  есть прецессия по склонению.

Значит,

$$\sigma = \frac{P'_n P_n \sin \alpha}{\cos \delta'} = \frac{n \sin \alpha \Delta t}{\cos \delta'}.$$

Поэтому разность прямых восхождений  $\alpha'$  —  $\alpha$  будет равна:

$$\alpha' - \alpha = \frac{n \sin \alpha \sin \delta}{\cos \delta'} \Delta t$$

или

$$\frac{\alpha' - \alpha}{\Delta t} = \frac{n \sin \alpha \sin \delta}{\cos \delta'}.$$

Это есть скорость перемещения точки  $D$  по экватору, обусловленная изменением положения на небесной сфере круга склонения вследствие движения среднего полюса к точке весны. Сложив эту скорость со скоростью точки весны по прямому восхождению, т. е. с величиной  $m = p_1 \cos \varepsilon - q_1$ , получим, переходя к пределу,

$$\frac{d\alpha}{dt} = m + n \sin \alpha \operatorname{tg} \delta.$$

Заметим, что в этом выражении учтена также и прецессия от планет.

Проведем большой круг так, чтобы его дуга  $P'_n K$  была перпендикулярна к дуге  $P_n C$ . Рассматривая малый треугольник  $P_n K P'_n$  (см. рис. 43) как плоский, можно написать

$$P_n K = P_n P'_n \cos \alpha;$$

так как

$$P_n P'_n = n \Delta t,$$

то

$$P_n K = n \cos \alpha \Delta t.$$

С другой стороны,

$$P_n K = P_n C - P_n C = (90^\circ - \delta) - (90^\circ - \delta') = \delta' - \delta.$$

Следовательно,

$$n \cos \alpha \cdot \Delta t = \delta' - \delta.$$

Значит,

$$\frac{\delta' - \delta}{\Delta t} = n \cos \alpha,$$

или, переходя к пределу,

$$\frac{d\delta}{dt} = n \cos \alpha.$$

### § 49. Изменение экваториальных координат из-за прецессии

Формулы для  $da/dt$  и  $d\delta/dt$  дают скорость изменения координат от прецессии. Определим теперь влияние прецессии на значения прямого восхождения и склонения. Пусть даны средние экваториальные координаты  $\alpha_0$  и  $\delta_0$  для момента  $t_0$ . Нужно определить координаты  $\alpha$  и  $\delta$ , соответствующие моменту  $t$  (интервал между моментами обозначим  $\Delta t$ ). Иначе говоря, задача ставится так, чтобы, привлекая дифференциальные уравнения

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= m + n \sin \alpha \operatorname{tg} \delta, \\ \frac{d\delta}{dt} &= n \cos \alpha, \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

определить величины  $\alpha - \alpha_0 = \Delta\alpha$  и  $\delta - \delta_0 = \Delta\delta$ .

Строгого решения этой задачи не найдено, поэтому допускается, что эти малые разности могут быть разложены в бесконечные ряды по степеням  $(t - t_0)$  и представлены рядами Тейлора:

$$\alpha = \alpha_0 + (t - t_0) \left( \frac{d\alpha}{dt} \right)_0 + \frac{1}{2} (t - t_0)^2 \left( \frac{d^2\alpha}{dt^2} \right)_0 + \frac{1}{6} (t - t_0)^3 \left( \frac{d^3\alpha}{dt^3} \right)_0 + \dots,$$

$$\delta = \delta_0 + (t - t_0) \left( \frac{d\delta}{dt} \right)_0 + \frac{1}{2} (t - t_0)^2 \left( \frac{d^2\delta}{dt^2} \right)_0 + \frac{1}{6} (t - t_0)^3 \left( \frac{d^3\delta}{dt^3} \right)_0 + \dots$$

В этих формулах  $(t - t_0)$  берется в тропических годах.

Но звезды имеют собственные движения, и поэтому за интервал  $\Delta t$  каждая звезда сместится на величину

ну  $\mu(t - t_0)$ , где  $\mu$  — годовое собственное движение звезды. Поэтому эти формулы должны включать поправку за собственное движение:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 + \mu_\alpha(t - t_0) + (t - t_0) \left( \frac{d\alpha}{dt} \right)_0 + \frac{1}{2} (t - t_0)^2 \left( \frac{d^2\alpha}{dt^2} \right)_0 + \\ &\quad + \frac{1}{6} (t - t_0)^3 \left( \frac{d^3\alpha}{dt^3} \right)_0 + \dots, \\ \delta &= \delta_0 + \mu_\delta(t - t_0) + (t - t_0) \left( \frac{d\delta}{dt} \right)_0 + \frac{1}{2} (t - t_0)^2 \left( \frac{d^2\delta}{dt^2} \right)_0 + \\ &\quad + \frac{1}{6} (t - t_0)^3 \left( \frac{d^3\delta}{dt^3} \right)_0 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

Эти формулы служат для того, чтобы, зная координаты звезд, отнесенные к положению среднего экватора и эклиптики (сокращенно говорится — *к равноденствию*) в момент  $t_0$ , вычислить координаты этих звезд, отнесенные к положению среднего экватора и эклиптики (к равноденствию) в момент  $t$ , с учетом собственного движения.

Для облегчения вычисления по этим формулам во всех каталогах звездных положений и для нескольких сотен ярких звезд в Астрономическом ежегоднике приводятся не только  $\alpha_0$  и  $\delta_0$ , но и  $da/dt$  и  $d\delta/dt$  (*годовая прецессия*) для момента  $t_0$ . За момент  $t_0$  принимают начало какого-либо бесселева года, например 1950,0. Кроме этого, в особых столбцах дается собственное движение  $\mu_\alpha$  и  $\mu_\delta$ . Часто годовая прецессия  $da/dt$  и  $d\delta/dt$  и собственное движение  $\mu_\alpha$  и  $\mu_\delta$  даются вместе в виде суммы  $\left( \frac{d\alpha}{dt} + \mu_\alpha \right)$  и  $\left( \frac{d\delta}{dt} + \mu_\delta \right)$ . Эти суммы называются *годовым изменением* — *variatio annua*. В некоторых каталогах в особых столбцах даются *вековые изменения* годового изменения, т. е. величины

$$\left( 100 \frac{d^2\alpha}{dt^2} + 100 \frac{d\mu_\alpha}{dt} \right) \text{ и } \left( 100 \frac{d^2\delta}{dt^2} + 100 \frac{d\mu_\delta}{dt} \right),$$

называемые *variatio saecularis*.

Поэтому формулы (52) могут быть преобразованы так:

$$\alpha = \alpha_0 + (t - t_0) \text{ var. an.} + \frac{(t - t_0)^2}{200} \text{ var. saec.} + \\ + \frac{1}{6} \left( \frac{t - t_0}{100} \right)^3 \quad (\text{III}\alpha),$$

$$\delta = \delta_0 + (t - t_0) \text{ var. an.} + \frac{(t - t_0)^2}{200} \text{ var. saec.} + \\ + \frac{1}{6} \left( \frac{t - t_0}{100} \right)^3 \quad (\text{III}\delta),$$

где так называемый «третий член» обычно представляется формулами

$$\text{III}\alpha = 100^3 \frac{d^3\alpha}{dt^3} \quad \text{и} \quad \text{III}\delta = 100^3 \frac{d^3\delta}{dt^3}.$$

В последнее время перевод средних экваториальных координат с одной эпохи равноденствия на другую принято записывать в следующем виде:

$$\alpha = \alpha_0 + \text{I}\alpha (T - T_0) + \text{II}\alpha (T - T_0)^2 + \text{III}\alpha (T - T_0)^3, \\ \delta = \delta_0 + \text{I}\delta (T - T_0) + \text{II}\delta (T - T_0)^2 + \text{III}\delta (T - T_0)^3,$$

где  $T - T_0$  выражено в тропических столетиях,  $\text{I}\alpha$  и  $\text{I}\delta$  есть  $100 \text{ var. an.}$ ,  $\text{II}\alpha$  и  $\text{II}\delta$  есть  $\frac{1}{2} \text{ var. saec.}$ , а величины  $\text{III}\alpha$  и  $\text{III}\delta$  приведены выше.

## § 50. Формулы приведения на видимое место

В Астрономическом ежегоднике даются для начала бесселева года среднее прямое восхождение  $\alpha_0$  и среднее склонение  $\delta_0$  (отнесенные к среднему экватору и равноденствию). При обработке наблюдений приходится вычислять видимые координаты  $\alpha_{\text{вид}}$  и  $\delta_{\text{вид}}$  для момента наблюдения. Сначала вычисляется влияние прецессии на координаты  $\alpha_0$  и  $\delta_0$  от начала года до момента наблюдения. Для этого к координатам  $\alpha_0$  и  $\delta_0$  прибавляется влияние прецессии за промежуток времени  $t - t_0 = \tau$ , где  $t_0$  — момент начала бесселева года,  $t$  — момент наблюдения. Этот промежуток выражается в долях года. Заметим, что так как собственное

движение пропорционально времени, то оно должно учитываться с этим же коэффициентом  $\tau$ .

Для учета прецессии и собственного движения воспользуемся первыми членами формулы (52) за малостью  $\tau$ , подставив в них выражения для  $da/dt$  и  $d\delta/dt$  из (51):

$$\begin{aligned}\alpha'_0 &= \alpha_0 + (m + n \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0) \tau + \mu_\alpha \tau, \\ \delta'_0 &= \delta_0 + n \cos \alpha_0 \tau + \mu_\delta \tau.\end{aligned}$$

Далее нужно учесть влияние нутации, которое выражается формулами

$$\begin{aligned}\alpha''_0 - \alpha'_0 &= \Delta \psi (\cos \varepsilon + \sin \varepsilon \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0) - \Delta \varepsilon \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0, \\ \delta''_0 - \delta'_0 &= \Delta \psi \sin \varepsilon \cos \alpha_0 + \Delta \varepsilon \sin \alpha_0.\end{aligned}$$

Совместное влияние прецессии, нутации и собственного движения приводит к формулам

$$\left. \begin{aligned}\alpha''_0 &= \alpha_0 + (m + n \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0) \tau + \\ &+ \Delta \psi (\sin \varepsilon \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0 + \cos \varepsilon) - \Delta \varepsilon \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0 + \mu_\alpha \tau, \\ \delta''_0 &= \delta_0 + n \tau \cos \alpha_0 + \Delta \psi \sin \varepsilon \cos \alpha_0 + \Delta \varepsilon \sin \alpha_0 + \mu_\delta \tau.\end{aligned} \right\} (53)$$

В этих формулах нутацию в долготе  $\Delta \psi$  и нутацию в наклоне  $\Delta \varepsilon$  разделяют на две части: долгопериодическую и короткопериодическую. Сохраняя за суммами долгопериодических членов обозначения  $\Delta \psi$  и  $\Delta \varepsilon$  и обозначая суммы короткопериодических членов через  $d\psi$  и  $d\varepsilon$ , эти формулы можно написать в таком виде:

$$\begin{aligned}\alpha''_0 &= \alpha_0 + (m + n \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0) \tau + (\Delta \psi + d\psi) \times \\ &\times (\sin \varepsilon \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0 + \cos \varepsilon) - (\Delta \varepsilon + d\varepsilon) \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0 + \mu_\alpha \tau, \\ \delta''_0 &= \delta_0 + n \tau \cos \alpha_0 + (\Delta \psi + d\psi) \sin \varepsilon \cos \alpha_0 + \\ &+ (\Delta \varepsilon + d\varepsilon) \sin \alpha_0 + \mu_\delta \tau\end{aligned}$$

Если теперь члены с  $(\Delta \psi + d\psi)$  умножить и разделить на  $n$ , а к первой строке выражения прибавить и вычесть член

$(\Delta\psi + d\psi)\frac{m}{n} \sin \varepsilon$ , то получим:

$$\alpha_0'' = \alpha_0 + \left( \tau + \frac{\Delta\psi + d\psi}{n} \sin \varepsilon \right) (m + n \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0) - (\Delta\varepsilon + d\varepsilon) \times \\ \times \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0 + (\Delta\psi + d\psi) \cos \varepsilon + \mu_\alpha \tau - (\Delta\psi + d\psi) \frac{m}{n} \sin \varepsilon, \\ \delta_0'' = \delta_0 + \left( \tau + \frac{\Delta\psi + d\psi}{n} \sin \varepsilon \right) n \cos \alpha_0 + (\Delta\varepsilon + d\varepsilon) \sin \alpha_0 + \mu_\delta \tau.$$

Как было упомянуто в § 49,

$$m = p_1 \cos \varepsilon - q_1, \quad n = p_1 \sin \varepsilon,$$

значит,

$$\cos \varepsilon = \frac{m + q_1}{p_1}, \quad \sin \varepsilon = \frac{n}{p_1},$$

поэтому члены  $(\Delta\psi + d\psi)$  примут такой вид:

$$(\Delta\psi + d\psi) \cos \varepsilon - (\Delta\psi + d\psi) \cdot \frac{m}{n} \sin \varepsilon = \\ = (\Delta\psi + d\psi) \left( \frac{m}{p_1} + \frac{q_1}{p_1} - \frac{m}{n} \cdot \frac{n}{p_1} \right) = (\Delta\psi + d\psi) \frac{q_1}{p_1},$$

и мы можем написать

$$\alpha_0'' = \alpha_0 + \left( \tau + \frac{\Delta\psi + d\psi}{p_1} \right) (m + n \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0) - \\ - (\Delta\varepsilon + d\varepsilon) \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0 + (\Delta\psi + d\psi) \frac{q_1}{p_1} + \mu_\alpha \tau, \\ \delta_0'' = \delta_0 + \left( \tau + \frac{\Delta\psi + d\psi}{p_1} \right) n \cos \alpha_0 + \Delta\varepsilon \sin \alpha_0 + d\varepsilon \sin \alpha_0 + \mu_\delta \tau.$$

Если ввести обозначения

$$A = n\tau + \Delta\psi \sin \varepsilon, \quad A' = d\psi \sin \varepsilon, \quad B = -\Delta\varepsilon, \quad B' = -d\varepsilon, \\ E = \frac{q_1}{p_1} (\Delta\psi + d\psi),$$

$$a = \frac{m}{n} + \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0, \quad a' = \cos \alpha_0, \quad b = \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0, \quad b' = -\sin \alpha_0$$

и произвести соответствующие подстановки, то формулы учета прецессии, нутации и собственного движения примут следующий вид:

$$\alpha_0'' = \alpha_0 + Aa + Bb + E + A'a + B'b + \mu_\alpha \tau, \\ \delta_0'' = \delta_0 + Aa' + Bb' + A'a' + B'b' + \mu_\delta \tau.$$

Если прибавить к этим формулам влияние годичной абберации [см. формулы (43)], то получим видимые координаты светила:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{вид}} &= \alpha_0 + (A + A')a + (B + B')b + E + Cc + Dd + \mu_{\alpha}\tau, \\ \delta_{\text{вид}} &= \delta_0 + (A + A')a' + (B + B')b' + Cc' + Dd' + \mu_{\delta}\tau. \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

Это и есть формулы приведения на видимое место (алгебраическая система). Такой вид этим формулам придал Бессель, поэтому они и называются формулами Бесселя; числа же  $A, B, C, D, E, a, b, c, d, a', b', c', d'$  называются большими и малыми бесселевыми буквами. Следует отметить, что большие бесселевы буквы не зависят от координат звезд, изменяясь в течение года. Малые бесселевы буквы, в свою очередь зависящие только от координат звезд, можно считать постоянными внутри года. Поэтому в *Астрономическом ежегоднике* малые буквы приводятся для каждой звезды, а большие буквы приведены для каждого дня на момент суток, соответствующий  $0^{\text{h}}$  эфемеридного времени, а также  $0^{\text{h}}$  звездного времени.

Следует обратить внимание на то, что с 1960 г. прецессия учитывается от начала ближайшего бесселева года, т. е. для первой половины года прецессию нужно учитывать от начала данного года до заданного момента, а для второй половины года — от начала следующего года. Поэтому редуцированные величины, приводимые в *Астрономическом ежегоднике*,  $A + A'$ ,  $B + B'$  и  $E$ , служащие для учета нутации и прецессии за дробную часть года, вычисляются для первой половины года ( $\tau \leq \frac{1}{2}$ ) по формулам  $A + A' = n\tau + (\Delta\psi + d\psi) \sin \epsilon$ ,  $B + B' = -(\Delta\epsilon + d\epsilon)$  и  $E = \frac{\lambda'}{p} (\Delta\psi + d\psi)$ , а для второй половины года ( $\tau \geq \frac{1}{2}$ ) по формулам  $A + A' = n(\tau - 1) + (\Delta\psi + d\psi) \sin \epsilon$ ,  $B + B' = -(\Delta\epsilon + d\epsilon)$  и  $E = \frac{\lambda'}{p} (\Delta\psi + d\psi)$ .

В *Астрономическом ежегоднике СССР* для учета короткопериодических членов приводятся также отдельно величины  $A'$  и  $B'$ .



Иногда формулам приведения на видимое место придают другой вид. Перепишем формулы (53) в таком виде:

$$\begin{aligned}\alpha_0'' &= \alpha_0 + m\tau + \Delta\psi \cos \varepsilon + \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0 (n\tau + \Delta\psi \sin \varepsilon) - \\ &\quad - \Delta\varepsilon \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0 + \mu_\alpha \tau, \\ \delta_0'' &= \delta_0 + \cos \alpha_0 \cdot (n\tau + \Delta\psi \sin \varepsilon) + \Delta\varepsilon \sin \alpha_0 + \mu_\delta \tau.\end{aligned}$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}f &= m\tau + \Delta\psi \cos \varepsilon, \\ g \sin G &= -\Delta\varepsilon, \\ g \cos G &= n\tau + \Delta\psi \sin \varepsilon.\end{aligned}$$

При этих обозначениях формулы приведения принимают следующий вид:

$$\begin{aligned}\alpha_0'' &= \alpha_0 + f + g \sin (G + \alpha_0) \operatorname{tg} \delta_0 + \mu_\alpha \tau, \\ \delta_0'' &= \delta_0 + g \cos (G + \alpha_0) + \mu_\delta \tau.\end{aligned}$$

Если в формулы влияния годичной аберрации на экваториальные координаты светила (43) ввести величины  $i$ ,  $h$  и  $H$ , определяемые равенствами

$$h \sin H = C, \quad h \cos H = D, \quad i = C \operatorname{tg} \varepsilon,$$

то они примут вид:

$$\begin{aligned}\alpha' &= \alpha + h \sin (H + \alpha) \operatorname{sec} \delta, \\ \delta' &= \delta + h \cos (H + \alpha) \sin \delta + i \cos \delta.\end{aligned}$$

Окончательно формулы приведения на видимое место можно записать так:

$$\left. \begin{aligned}\alpha_{\text{вид}} &= \alpha_0 + f + g \sin (G + \alpha_0) \operatorname{tg} \delta_0 + \\ &\quad + h \sin (H + \alpha_0) \operatorname{sec} \delta_0 + \mu_\alpha \tau, \\ \delta_{\text{вид}} &= \delta_0 + g \cos (G + \alpha_0) + h \cos (H + \alpha_0) \sin \delta_0 + \\ &\quad + i \cos \delta_0 + \mu_\delta \tau.\end{aligned} \right\} (55)$$

Такая форма называется тригонометрической системой приведения на видимое место. Величины  $f$ ,  $g$ ,  $G$ ,  $h$ ,  $H$  и  $i$  даются в Астрономическом ежегоднике для  $0^{\text{h}}$  эфемеридного времени каждого дня года.

## § 51. Схема редукции наблюдаемых координат

Изложим, подытоживая все сказанное в гл. V и VI, схему редукции наблюдаемых координат.

1. Освобождая наблюдаемые координаты от влияния рефракции, находим топоцентрические координаты светил, полученные в месте наблюдения на поверхности Земли, как бы лишенной атмосферы.

2. Учитывая суточную аберрацию, мы будем иметь координаты светила, отнесенные к невращающейся Земле.

3. Освобождая наблюдения в случае необходимости от влияния суточного параллакса, мы мысленно переносим наблюдателя в центр Земли. Получаем геоцентрические координаты светила.

*Исправляя наблюдаемое положение светила за инструментальные ошибки, рефракцию и суточную аберрацию, мы приводим светило на видимое место.*

4. Учитывая влияние годичной аберрации, мы как бы «останавливаем» движение Земли вокруг Солнца и производим наблюдения с Земли, неподвижной относительно Солнца.

5. Исправив координаты звезд за годичный параллакс, мы относим эти координаты к центру Солнца, иначе говоря, как будто наблюдаем небесные светила из центра Солнца. Получаем гелиоцентрические координаты.

Этими операциями учтены все факторы, искажающие положение светила на небесной сфере.

6. Вводя в полученные координаты светила поправки за нутацию, будем иметь координаты, отнесенные к среднему полюсу мира и к средней точке весеннего равноденствия.

7. Учтя затем прецессию и собственное движение, получаем координаты светила для такого положения среднего экватора и эклиптики, какое они занимали среди звезд в момент начала бесселева года.

*Исправляя видимое место за годичную аберрацию, нутацию, собственное движение и прецессию до начала бесселева года, мы приводим светило на среднее место.*

Полученные в конечном результате средние координаты для начала года наблюдений могут быть переведены на начало любого другого года учетом только прецессии и собственного движения за целое число лет. На этом

классическая обработка наблюдений заканчивается. Обработанные таким образом наблюдения ряда звезд, приведенные на средние места для равноденствия начала определенного года, образуют звездный каталог, выведенный из данного ряда наблюдений.

### Примеры к главе шестой

**Пример 34.** Координаты звезды  $\beta$  Персея, отнесенные к среднему полюсу:

$$\alpha_0 = 3^{\text{h}}05^{\text{m}}33^{\text{s}},443 \quad \text{и} \quad \delta_0 = 40^\circ48'10'',95.$$

Найти для этого же момента  $\alpha$  и  $\delta$ , отнесенные к истинному полюсу, если  $\varepsilon = 23^\circ26'41'',42$ ,  $\Delta\varepsilon = 9'',210 \cos \varrho$ ,

$$\Delta\psi = 17'',234 \sin \varrho \quad \text{и} \quad \varrho = 259^\circ7'53''.$$

**Решение.** Находим  $\Delta\varepsilon$  и  $\Delta\psi$  по приближенным формулам:

$$\Delta\varepsilon = 9'',210 \cos \varrho; \quad \Delta\psi = -17'',234 \sin \varrho.$$

Затем определяем  $\alpha$  и  $\delta$  по формулам:

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta\psi (\cos \varepsilon + \sin \varepsilon \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0) - \Delta\varepsilon \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0,$$

$$\delta = \delta_0 + \Delta\psi \sin \varepsilon \cos \alpha_0 + \Delta\varepsilon \sin \alpha_0;$$

$$\Delta\varepsilon = 9'',210 \cos 259^\circ7'53'' \cong -9'',210 \sin 10^\circ52' = -1'',736,$$

$$\Delta\psi = -17'',234 \sin 259^\circ7'53'' \cong 17'',234 \cos 10^\circ52' = 16'',926.$$

**В ы ч и с л е н и я:**

$$\sin \varepsilon = 0,398$$

$$\cos \varepsilon = 0,917$$

$$\sin \alpha_0 = 0,724$$

$$\cos \alpha_0 = 0,690$$

$$\operatorname{tg} \delta_0 = 0,863$$

$$\alpha = 3^{\text{h}}05^{\text{m}}33^{\text{s}},443 + 16'',926(0,917 + 0,2 \cdot 9) + 9'',210 \cdot 0,11230 =$$

$$= 3^{\text{h}}05^{\text{m}}33^{\text{s}},443 + 1^{\text{s}},316 + 0^{\text{s}},069 = 3^{\text{h}}05^{\text{m}}34^{\text{s}},828,$$

$$\delta = 40^\circ48'10'',95 + 4'',65 - 1'',24 = 40^\circ48'14'',34.$$

**Пример 35.** Даны координаты звезды  $\lambda$  Б. Медведицы, отнесенные к истинному полюсу мира:

$$\alpha = 10^{\text{h}}14^{\text{m}}42^{\text{s}},025, \quad \delta = 43^\circ06'36'',71.$$

Найти для этого же момента средние координаты  $\alpha_0$  и  $\delta_0$ , если  $\Delta\varepsilon = -1'',74$  и  $\Delta\psi = +16'',92$ .

**Решение.** Находим  $\alpha_0$  и  $\delta_0$  по формулам:

$$\alpha_0 = \alpha - \Delta\psi (\cos \varepsilon + \sin \varepsilon \sin \alpha \operatorname{tg} \delta) + \Delta\varepsilon \cos \alpha \operatorname{tg} \delta,$$

$$\delta_0 = \delta - \Delta\psi \sin \varepsilon \cos \alpha - \Delta\varepsilon \sin \alpha.$$

В ы ч и с л е н и я:

$$\begin{aligned}\sin \varepsilon &= 0,3979 \\ \cos \varepsilon &= 0,9174 \\ \sin \alpha &= 0,4435 \\ \cos \alpha &= -0,8963 \\ \operatorname{tg} \delta &= 0,9361\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= 10^{\text{h}}42^{\text{m}}42^{\text{s}}.025 - 16'',92 \cdot (0,9174 + 0,3979 \cdot 0,4435 \cdot 0,9361) + \\ &\quad + (-1'',74) \cdot (-0,8963) \cdot 0,9361 = 10^{\text{h}}14^{\text{m}}40^{\text{s}}.902, \\ \delta_0 &= 43^{\circ}06'36'',71 - 16'',92 \cdot 0,3979 \cdot (-0,8963) - (-1'',74) \cdot 0,4435 = \\ &= 43^{\circ}06'43'',51.\end{aligned}$$

**Пример 36.** Дано среднее место  $\alpha$  Б. Пса для начала 1960 г.:

$$\alpha_0 = 6^{\text{h}}43^{\text{m}}23^{\text{s}},161; \quad \delta_0 = -16^{\circ}39'36'',02.$$

Требуется определить среднее место, исправленное за прецессию и собственное движение этой звезды для 2-го июня этого же года.

**Решение.** Так как интервал времени сравнительно мал, то пользуемся только годовыми изменениями, умножая их на промежуток времени, выраженный в тропических годах, от эпохи 1960,0 до данного момента. В нашем случае  $\tau = (t - t_0) = 0,5001$ . В списке средних мест Астрономического ежегодника даны годовые изменения координат (variatio annua), т. е. сумма прецессии и собственного движения.

Применяем следующие формулы:

$$\begin{aligned}\alpha &= \alpha_0 + (t - t_0) \left( \frac{d\alpha_0}{dt} + \mu_\alpha \right), \\ \delta &= \delta_0 + (t - t_0) \left( \frac{d\delta_0}{dt} + \mu_\delta \right).\end{aligned}$$

**В ы ч и с л е н и я.** Из Астрономического ежегодника на 1960 год находим:

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= 6^{\text{h}}43^{\text{m}}23^{\text{s}},161; & \text{var. an.} &= 2^{\text{s}},643; \\ \delta_0 &= -16^{\circ}39'36'',02; & \text{var. an.} &= -4'',98.\end{aligned}$$

Вычисляем прямое восхождение:

$$\alpha = 6^{\text{h}}43^{\text{m}},161 + 0,5 \cdot 2^{\text{s}},643 = 6^{\text{h}}43^{\text{m}}24^{\text{s}},483.$$

Вычисляем склонение:

$$\delta = -16^{\circ}39'36'',02 + 0,5 (-4'',98) = -16^{\circ}39'38'',51.$$

**Пример 37.** Даны координаты звезды Пиацци 60 под № 562 в каталоге PGC, эпоха которого 1900,0. Нужно перевычислить эти координаты на эпоху 1960,0:

1900,0	var. an.	var. saec.	3-й чл.	$\mu$
$\alpha$ 2 <sup>h</sup> 23 <sup>m</sup> 2 <sup>s</sup> ,873	+ 8 <sup>s</sup> ,1296	+ 0 <sup>s</sup> ,6767	+ 1 <sup>s</sup> ,248	+ 0 <sup>s</sup> ,0110
$\delta$ 81°12'6",30	+ 16",265	- 0",699	+ 1",90	- 0",002

Р е ш е н и е. Вычисления производим по полным формулам:

$$\alpha = \alpha_0 + (t - t_0) \text{ var. an.} + \frac{(t - t_0)^2}{200} \text{ var. saec.} + 3\text{-й член,}$$

$$\delta = \delta_0 + (t - t_0) \text{ var. an.} + \frac{(t - t_0)^2}{100} \text{ var. saec.} + 3\text{-й член.}$$

В ы ч и с л е н и я. Вычисляем прямое восхождение:

$\alpha$	$\alpha_{1960,0}$
$(t - t_0) \text{ var. an.} = 60.8^s, 1296$	$2^h 23^m 2^s, 873$
$\frac{(t - t_0)^2}{200} \text{ var. saec.} = 18.0^s, 6767$	$+ 8 \quad 7,776$
	$+ 12,181$
	$+ \quad 0,270$
$\left(\frac{t - t_0}{100}\right)^3 \left(\frac{100^3}{6} \frac{d^3\alpha}{dt^3}\right) = 0,216.4^s, 248$	<hr style="border: none; border-top: 1px solid black; width: 100%;"/>
	$\alpha_0 = 2^h 31^m 23^s, 100$

Вычисляем склонение:

$\delta$	$\delta_{1960,0}$
$(t - t_0) \text{ var. an.} = 60.16'', 265$	$81^\circ 12' 6'', 30$
$\frac{(t - t_0)^2}{200} \text{ var. saec.} = 18.(-0'', 699)$	$+ 1615,90$
	$- \quad 12,58$
	$- \quad 0,41$
$\left(\frac{t - t_0}{100}\right)^3 \left(\frac{100^3}{6} \frac{d^3\delta}{dt^3}\right) = 0,216.(-1'', 90)$	<hr style="border: none; border-top: 1px solid black; width: 100%;"/>
	$\delta_0 = 81^\circ 28' 9'', 21$

**Пример 38.** Вычислить видимые координаты звезды  $\eta$  Кассиопеи для 29 февраля 1960 г., в момент верхней кульминации на меридиане Гринвича.

Р е ш е н и е. Так как дата 29 февраля принадлежит к первой половине года, то средние координаты и редуцированные постоянные вычисляем для ближайшего начала года, т. е. для 1960,0.

Имеем

$$\begin{array}{ll} \alpha_{1960,0} = 0^h 46^m 39^s, 737; & \delta_{1960,0} = + 57^\circ 36' 14'', 26 \\ \mu_\alpha = + 0,1370 & \mu_\delta = - 0,524 \\ a = + 0,1746 & a' = + 0,979 \\ b = + 0,1029 & b' = - 0,202 \\ c = + 0,1218 & c' = + 0,062 \\ d = + 0,0252 & d' = + 0,827 \end{array}$$

Собственные движения звезды  $\mu_\alpha$  и  $\mu_\delta$  взяты из средних мест Астрономического ежегодника, а коэффициенты  $a, b, c, d, a', b', c'$  и  $d'$ ,

зависящие только от координат звезд, вычислены по формулам:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{15} (m + n \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0), & a' &= n \cos \alpha_0, \\ b &= \frac{1}{15} \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0, & b' &= -\sin \alpha_0, \\ c &= \frac{1}{15} \cos \alpha_0 \sec \delta_0, & c' &= \operatorname{tg} \varepsilon \cos \delta_0 - \sin \alpha_0 \sin \delta_0, \\ d &= \frac{1}{15} \sin \alpha_0 \sec \delta_0, & d' &= \sin \delta_0 \cos \alpha_0. \end{aligned}$$

Коэффициент  $1/15$  вводится для перевода угловых единиц в часовые. Входящие в эти формулы значения  $m$ ,  $n$  и  $\operatorname{tg} \varepsilon$  приведены в Астрономическом ежегоднике на 1960 г. на стр. 5.

Редукционные величины первого рода (алгебраическая система) берем из ежегодника для  $0^{\text{h}}$  звездного времени (стр. 228). Интерполируем Редукционные величины от даты февр. 29 с аргументом  $\alpha_0 = 0^{\text{h}},8 = 0^{\text{d}},033$ , получим

$$\begin{aligned} \tau &= 0,1622; & A + A' &= + 3'',076; & B + B' &= + 8'',783; \\ C &= - 17'',657; & D &= + 7'',005; & E &= 0^{\text{s}},0000. \end{aligned}$$

Поправка за собственное движение (дрюль года 0,1622) будет:

$$\tau\mu_{\alpha} = + 0^{\text{s}},0222, \quad \tau\mu_{\delta} = - 0'',085.$$

Соответствующие умножения и сложения выполняем по формулам (54):

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{вид}} &= \alpha_0 + (A + A') a + (B + B') b + Cc + Dd + E + \tau\mu_{\alpha}, \\ \delta_{\text{вид}} &= \delta_0 + (A + A') a' + (B + B') b' + Cc' + Dd' + \tau\mu_{\delta}, \\ \alpha_{\text{вид}} &= 0^{\text{h}}46^{\text{m}}39^{\text{s}},226, \\ \delta_{\text{вид}} &= 57^{\circ}36'20'',11. \end{aligned}$$

## ОСНОВНЫЕ АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

**§ 52. Астрономические ежегодники  
и астрономические постоянные**

В отличие от звездных каталогов, представляющих собой списки звезд с известными координатами, составленные для одного определенного равноденствия, Астрономические ежегодники содержат со всей достижимой в настоящее время точностью эфемериды видимых мест достаточно большого числа звезд, вычисленные по данным того или иного фундаментального каталога. Видимые места звезд даются на текущий год через 10 звездных суток для моментов их верхних кульминаций на меридиане Гринвича. В ежегодниках приводятся и средние координаты, переведенные с равноденствия фундаментального каталога на начало того года, для которого составлен ежегодник. В Астрономическом ежегоднике СССР, начиная с 1966 г., положения и собственные движения звезд даются в системе каталога FK4. Таким образом, использование звезд из Астрономического ежегодника в практике астрономических наблюдений избавляет от необходимости производить приведения на видимое место.

Кроме координат звезд, в ежегодниках публикуются эфемериды Солнца, Луны и планет. Для Солнца публикуются экваториальные, эклиптические и прямоугольные координаты на каждую дату года, для Луны же прямое восхождение и склонение даются через каждый час, а эфемериды планет содержат как экваториальные координаты, так и гелиоцентрические прямоугольные координаты.

Кроме того, в Астрономическом ежегоднике даются элементы затмений и описание планетных конфигураций, сведения о движении и вращении Луны, данные о восходах и заходах Солнца, Луны и планет и целый ряд других сведений, необходимых для теоретических исследований и работ прикладного характера.

В Советском Союзе, начиная с 1922 г., издается *Астрономический ежегодник СССР*, являющийся основным источником всех астрономических сведений для астрономических обсерваторий и астрономо-геодезических полевых работ. В США и Англии издается объединенный *Астрономический ежегодник The American Ephemeris and Nautical Almanac*; печатаются ежегодники и в других зарубежных государствах.

Все числовые данные в *Астрономических ежегодниках* вычисляются на основе законов теоретической астрономии. Используемые соотношения включают в себя некоторое число констант, называемых *астрономическими постоянными*. Точность приводимых в *Астрономических ежегодниках* данных в значительной степени зависит от точности принятых значений астрономических постоянных.

Среди большого класса астрономических постоянных, характеризующих размеры, массы, положения и движения небесных тел, имеются такие, которые или всегда остаются постоянными или медленно, как говорят, вековым образом, изменяются. Примером неизменяющейся астрономической постоянной может служить скорость света  $c$ , которая в настоящее время определена с очень высокой степенью точности и вполне удовлетворяет требованиям науки, в частности, астрономии. Примером медленно изменяющейся величины является угол наклона экватора к эклиптике  $\epsilon$ . Так, для 1900,0 года этот угол имел значение  $\epsilon = 23^\circ 27' 8''$ , а для 1970,0 года будет  $\epsilon = 23^\circ 26' 35''$ , 47.

С помощью астрономических постоянных производится вычисление всех эфемерид и других таблиц *Астрономических ежегодников*, осуществляется переход от топоцентрических координат светил к геоцентрическим и гелиоцентрическим, приведение на видимое место, вычисление различного рода специальных эфемерид и решается целый ряд задач как астрономии, так и в области геодезии, картографии и космонавтики.

В основном астрономические постоянные выводятся из наблюдений, поэтому их точность зависит от времени и количества наблюдений, инструментов, с помощью которых они получаются, и применяемых методов.

Например, среднее расстояние от Земли до Солнца (астрономическая единица) сначала было определено очень



грубо, позднее, с применением более точных инструментов и более совершенных методов исследования, оно уточнялось, и в настоящее время с помощью радиолокационных методов получено с еще более высокой точностью. То же можно сказать и о других постоянных. Вследствие этого принятые на определенной стадии развития науки астрономические постоянные через несколько десятков лет устаревают и требуют обновления.

### § 53. Математические зависимости между астрономическими постоянными

Многие астрономические постоянные связаны между собой строгими математическими зависимостями, полученными на основании соотношений теоретической астрономии. Приведем основные зависимости для некоторых постоянных.

1. Произведение постоянной аберрации и суточного параллакса Солнца есть величина постоянная:

$$\kappa \pi_{\odot} = C_1.$$

Постоянная  $C_1$  выражается формулой

$$C_1 = \frac{2\pi a (206264,8)^2}{c T_s \sqrt{1 - e^2}},$$

где  $a$  — экваториальный радиус Земли,  $c$  — скорость света,  $e$  — эксцентриситет земной орбиты и  $T_s$  — звездный год. По последним данным величина  $C_1$  равняется 180,245. Таким образом,

$$\kappa \pi_{\odot} = 180,245,$$

где  $\kappa$  и  $\pi_{\odot}$  выражены в секундах дуги.

2. Из предыдущего соотношения можно вывести формулу, связывающую среднюю орбитальную скорость Земли  $v_0$  и параллакс Солнца  $\pi_{\odot}$ . По определению, имеем

$$\kappa = \frac{v_0}{c} \cdot 206264",8$$

и, подставляя выражение для  $\kappa$ , находим

$$v_0 \pi_{\odot} = 261,98.$$

Здесь  $v_0$  выражена в километрах в секунду, а  $\pi_{\odot}$  в секундах дуги.

3. Произведение параллакса Солнца на корень кубический из обратной величины массы системы Земля + Луна, выраженной в долях массы Солнца, есть величина постоянная:

$$\pi_{\odot} \sqrt[3]{\frac{1}{m}} = C_2,$$

где

$$m = \frac{M_{\oplus} + M_{\zeta}}{M_{\odot}}$$

и

$$C_2 = \left( \frac{n_{\oplus} \sin 1''}{86400} \right)^{2/3} \cdot \left( \frac{a}{g_0} \frac{\tau}{1 + \mu} \right)^{1/3}.$$

Величина  $C_2$  зависит от массы Луны  $\mu$  (выраженной в долях массы Земли), среднего суточного движения Земли  $n_{\oplus}$ , ее экваториального радиуса  $a$ , ускорения силы тяжести на экваторе  $g_0$ , а  $\tau$  есть функция некоторых параметров, характеризующих размеры, форму и механические свойства Земли. Используя числовые значения астрономических постоянных, входящих в  $C_2$ , можно найти:

$$\pi_{\odot} \sqrt[3]{\frac{1}{m}} = 607'',052.$$

4. Из соотношений пунктов 1 и 3 можно получить выражение, связывающее величину массы системы Земля + Луна, выраженную в долях массы Солнца, и постоянную аберрации  $\kappa$ , а именно:

$$\frac{1}{m} = \left( \frac{C_2}{C_1} \right)^3 \kappa^3$$

или

$$\frac{1}{m} = 38,20\kappa^3.$$

5. Существует зависимость между постоянной прецессии, постоянной нутации, массой Луны и механическим сжатием Земли. Эта зависимость выражается следующими

уравнениями:

$$\rho_1 = H \cos \varepsilon \left( P + \frac{\mu}{1 + \mu} Q \right),$$

$$N = HR \cos \varepsilon \frac{\mu}{1 + \mu},$$

где  $P$ ,  $Q$  и  $R$  — известные функции элементов лунной и солнечной орбит, а  $\mu$  — масса Луны, выраженная в долях массы Земли. Задавая любые два из неизвестных  $\rho_1$ ,  $N$ ,  $\mu$ ,  $H$ , в этих уравнениях мы однозначно получаем два других. Обычно из наблюдений получаются постоянная прецессии и постоянная нутации, а из уравнений определяется масса Луны и механическое сжатие Земли. Под механическим сжатием Земли понимается величина

$$H = \frac{C - A}{C},$$

где  $A$  и  $C$  — главные моменты инерции Земли.

Приведенные выше и аналогичные им зависимости служат для согласования полученных из наблюдений значений астрономических постоянных при образовании так называемой *системы фундаментальных астрономических постоянных*.

Рассмотрим принципы определения некоторых астрономических постоянных, используемых для редуccionных вычислений, описанных в данной книге.

#### § 54. Постоянные, характеризующие фигуру и размеры Земли

Допустим, что Земля является эллипсоидом вращения. Для определения экваториального радиуса и наименьшей полуоси земного эллипсоида нужно в разных частях меридиана, например, в одном случае ближе к экватору Земли, в другом — ближе к полюсу, измерить по крайней мере две дуги и определить широты в их конечных точках.

Обозначим дугу меридиана между точками  $A'$  и  $B'$  через  $S_1$ . Длина элементарного отрезка дуги равна длине радиуса этой дуги, умноженного на элементарный угол  $ds = \rho d\varphi$ . Радиус  $\rho$  меридиана сфероида Земли как функция

геодезической широты  $\varphi_1$  имеет выражение

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_1)^{3/2}}.$$

Тогда длина дуги между точками  $A'$  (с широтой  $\varphi_1$ ) и  $B'$  (с широтой  $\varphi'_1$ ) будет равна

$$S_1 = \int_{\varphi_1}^{\varphi'_1} \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} d\varphi,$$

где  $a$  — экваториальный радиус Земли, а  $e$  — ее эксцентриситет.

Интегрируя это выражение, получим  $S_1$  как функцию от  $\varphi_1$ ,  $\varphi'_1$ ,  $a$  и  $e$ . Можно таким же путем определить дугу между точками  $A''$  и  $B''$  и т. д., и в общем случае для данного меридиана написать такую систему уравнений:

$$\begin{aligned} S_1 &= f_1(\varphi_1, \varphi'_1, a, e), \\ S_2 &= f_2(\varphi_2, \varphi'_2, a, e), \\ &\dots \dots \dots \\ S_n &= f_n(\varphi_n, \varphi'_n, a, e). \end{aligned}$$

В этих уравнениях широты  $\varphi_1, \varphi'_1, \varphi_2, \varphi'_2, \dots, \varphi_n, \varphi'_n$  в точках  $A, B, C, D$  и т. д. определяются астрономическим способом; дуги  $S_1, S_2, \dots, S_n$  определяются с помощью триангуляции.

Чтобы определить неизвестные величины  $a$  и  $e$ , вообще говоря, достаточно произвести измерения двух дуг; тогда система будет состоять из двух уравнений. Но для получения более точных результатов пользуются значительно бóльшим числом измеренных дуг и определяют  $a$  и  $e$  по способу наименьших квадратов. Затем определяется полярная полуось

$$b = a \sqrt{1 - e^2},$$

а также отношение

$$f = \frac{a - b}{a}$$

характеризующее сжатие Земли.

Этот способ определения формы и размеров земного эллипсоида называется *геодезическим* или *геометрическим*. Советские геодезисты, используя градусные измерения на территории СССР, Западной Европы и США, вывели геодезическим способом элементы двухосного и даже трехосного эллипсоида Земли, который лучше совпадает с поверхностью геоида.

Получены следующие элементы двухосного эллипсоида:

$$a = 6\,378\,295 \pm 16 \text{ м},$$

$$f = \frac{1}{298,4 \pm 0,4}.$$

Для трехосного эллипсоида:

$$a = 6\,378\,245 \pm 15 \text{ м},$$

$$f = \frac{1}{298,3 \pm 0,4},$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{30\,000 \pm 2300},$$

$$\lambda_0 = +15^\circ \pm 2',4.$$

Здесь  $a$  — средний радиус экватора,  $f$  — среднее полярное сжатие,  $\varepsilon_0$  — сжатие земного экватора и  $\lambda_0$  — долгота наибольшего меридиана к востоку от Гринвича. Трехосный эллипсоид с приведенными выше параметрами носит название *эллипсоида Красовского* и используется для всех геодезических работ в СССР (см. § 1).

Кроме астрономо-геодезического способа определения формы и размеров Земли, существует гравиметрический способ, который позволяет определить форму Земли, но не дает возможности вывести ее размеры. Для определения формы Земли гравиметрическим методом нужно знать распределение силы тяжести на поверхности Земли. Гравиметрические наблюдения производятся как на материках, так и на океанах. Так как поверхность Земли на 71% покрыта водой, то гравиметрический метод определения фигуры Земли имеет несомненное преимущество перед геодезическим методом, который можно применять только на материках.

Обработка современных гравиметрических материалов, выполненная советскими гравиметристами, привела к следующим значениям элементов земного эллипсоида:

среднее полярное сжатие

$$f = \frac{1}{297,5 \pm 0,5},$$

сжатие земного экватора

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{23120 \pm 2560},$$

долгота наибольшего меридиана

$$\lambda_0 = + 4^\circ,5 \pm 4^\circ,1.$$

Эти результаты довольно близки к результатам, полученным из градусных измерений.

## § 55. Наклон экватора к эклиптике

Допустим, что центр Солнца движется точно по эклиптике; в этом случае широта Солнца равна нулю. Обозначим координаты центра Солнца через  $\alpha_\odot$  и  $\delta_\odot$ , а наклон экватора к эклиптике через  $\varepsilon$  (см. рис. 25). В § 27 была получена формула

$$\operatorname{tg} \delta_\odot = \operatorname{tg} \varepsilon \sin \alpha_\odot, \quad (56)$$

из которой, по известным из наблюдений прямому восхождению и склонению Солнца, можно определить величину наклона  $\varepsilon$ .

С помощью меридианного круга и часов, поправка которых известна, получают склонение центра Солнца  $\delta_\odot$  и момент его кульминации  $T$ ; в другое время года можно получить  $\delta'_\odot$  и  $T'$ .

Тогда для первого и второго наблюдений можно написать

$$\operatorname{tg} \delta_\odot = \sin \alpha_\odot \operatorname{tg} \varepsilon,$$

$$\operatorname{tg} \delta'_\odot = \sin \alpha'_\odot \operatorname{tg} \varepsilon$$

и, кроме того,

$$\alpha'_\odot - \alpha_\odot = T' - T.$$

Из этих трех уравнений можно определить три неизвестные  $\alpha_{\odot}$ ,  $\alpha'_{\odot}$  и  $\varepsilon$ . На практике величина  $\varepsilon$  определяется из большого числа наблюдений. Допустим, что имеется ряд наблюдений Солнца в его кульминации. Центр Солнца не находится на эклиптике. Обозначим через  $x$  разность склонения центра Солнца и точки эклиптики, лежащей на круге склонения центра Солнца. Тогда уравнение (56) можно написать в следующей форме:

$$\operatorname{tg}(\delta_{\odot} - x) = \sin(\alpha_{\odot} + \Delta A) \operatorname{tg} \varepsilon, \quad (57)$$

где  $\alpha_{\odot}$  и  $\delta_{\odot}$  — прямое восхождение и склонение Солнца, полученные из наблюдений,  $\Delta A$  — поправка к величине  $\alpha_{\odot}$  и  $\varepsilon$  — наклон экватора к эклиптике.

Из Астрономического ежегодника для любого момента времени можно получить координаты Солнца  $\alpha_0$ ,  $\delta_0$ , вычисленные с каким-то принятым значением наклона  $\varepsilon_0$ . Для этих значений также можно написать

$$\operatorname{tg}(\delta_0 - x) = \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \varepsilon_0. \quad (58)$$

Вычитая уравнение (57) из уравнения (58) и преобразуя разность, принимая  $\delta_{\odot} - \delta_0$ ,  $\alpha_{\odot} - \alpha_0$  и  $\varepsilon - \varepsilon_0$  за малые величины первого порядка и пренебрегая их высшими степенями, получим

$$\frac{\delta_{\odot} - \delta_0}{\cos^2 \delta_0} = (\alpha_{\odot} + \Delta A - \alpha_0) \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \varepsilon_0 + \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\cos^2 \varepsilon_0} \sin \alpha_{\odot}.$$

Обозначая  $\varepsilon - \varepsilon_0$  через  $\Delta \varepsilon$  и несколько преобразуя это уравнение, будем иметь

$$\begin{aligned} \Delta A \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \varepsilon_0 + \Delta \varepsilon \sin \alpha_0 \sec^2 \varepsilon_0 = \\ = (\delta_{\odot} - \delta_0) \sec^2 \delta_0 - (\alpha_{\odot} - \alpha_0) \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \varepsilon_0. \end{aligned}$$

В правой части этого уравнения все величины известны: они определяются из наблюдений либо берутся из ежегодника; в левой части неизвестными являются  $\Delta \varepsilon$  — поправка к наклонности  $\varepsilon_0$  и  $\Delta A$  — поправка начала отсчета прямых восхождений. Она называется поправкой к равноденствию каталога.

Такие уравнения составляют для каждого наблюдения Солнца в его кульминации, а затем, решая их по

способу наименьших квадратов, вычисляют поправки  $\Delta \varepsilon$  и  $\Delta A$ .

С. Ньюкомб в 1901 г. после глубокого теоретического исследования и анализа большого числа наблюдений предложил для вычисления  $\varepsilon$  следующее выражение:

$$\varepsilon = 23^{\circ}27'08'',26 - 46'',845 T - 0'',0059T^2 + 0'',00181T^3,$$

где  $T$  — время в столетиях от 1900,0. Этой формулой и пользуются в настоящее время.

Наблюдения Солнца из-за его большой яркости и нерезкого изображения края диска отягощены большими ошибками. Поэтому в последнее время для определения  $\varepsilon$  используют наблюдения малых планет фотографическим способом, получая их координаты по координатам звезд фона.

## § 56. Определение параллакса Солнца из наблюдений

Параллакс Солнца может быть получен из наблюдений различными способами. Его можно определить, наблюдая планету из одного или двух мест земной поверхности, из наблюдений малых планет, по наблюдениям прохождений Венеры по диску Солнца, по лучевым скоростям звезд, по параллактическому неравенству в движении Луны, из радиолокационных наблюдений планет и т. д.

Особенное внимание с конца XIX столетия приобрел способ определения параллакса Солнца по наблюдениям малых планет. Некоторые малые планеты в противостоянии близко подходят к Земле. Главным преимуществом является то, что малые планеты наблюдаются как точки и их топцентрические координаты определяются с той же точностью, что и координаты звезд, и точнее, чем координаты больших планет. Идея метода определения параллакса состоит в следующем.

Заранее на интервал времени два-три месяца, на середину которого приходится противостояние планеты, по известной орбите этой планеты вычисляют ее эфемериду, т. е. геоцентрические прямые восхождения и склонения  $A$  и  $D$  на каждый день для гринвичской полуночи. При этом допускается, что поправки к этим координатам  $dA$  и  $dB$  в течение суток меняются так мало, что изменением их можно



пренебречь. За некоторое время до противостояния начинают наблюдать планету на различных обсерваториях либо визуально, как это делали раньше, либо фотографически. Наблюдения продолжаются примерно такое же время и после противостояния и производятся как в меридиане, так и при значительных часовых углах к востоку и к западу от меридиана.

Считается, что приближенное значение солнечного параллакса известно, и ищется поправка к нему, т. е. величина  $d\pi_{\odot}$ . С приближенным значением солнечного параллакса  $\pi_{\odot}$  по полученным положениям планеты находят ее геоцентрические координаты. Для вычисления значения  $d\pi_{\odot}$  используют в различных вариантах формулы суточного параллакса.

Во-первых, можно по фотографиям данной обсерватории, полученным в течение одной ночи, вычислить прямое восхождение и склонение планеты в отдельности для в е ч е р н и х и у т р е н н и х наблюдений. Для этого случая формулы суточного параллакса можно записать в таком виде:

$$\alpha_v = A_v + dA - \frac{d\pi_{\odot}}{\Delta} \rho \cos \varphi' \sec D_v \sin t_v,$$

$$\alpha_y = A_y + dA - \frac{d\pi_{\odot}}{\Delta} \rho \cos \varphi' \sec D_y \sin t_y,$$

где  $A_v, A_y, D_v, D_y$  — геоцентрические координаты планеты по эфемериде,  $\rho$  — радиус Земли в месте наблюдения (в долях экваториального радиуса Земли),  $\Delta$  — расстояние светила от центра Земли,  $\varphi'$  — геоцентрическая широта места наблюдения,  $t$  — часовой угол светила,  $dA$  — поправка к эфемеридным прямым восхождениям, одинаковая как для утренних, так и для вечерних наблюдений. При вычитании одного уравнения из другого  $dA$  исключается, а коэффициент при  $d\pi_{\odot}$  увеличивается, так как  $\sin t_v > 0$  и  $\sin t_y < 0$ .

Во-вторых, можно получить поправку  $d\pi_{\odot}$  из сопоставления почти одновременных наблюдений в двух пунктах, значительно отличающихся друг от друга по долготе. В восточном месте наблюдения будут послемеридианные — утренние, в западном — домеридианные — вечерние. В этом

случае наши уравнения будут:

$$\alpha_E = A_E + dA - \frac{d\pi_{\odot}}{\Delta} \rho_E \cos \varphi'_E \sec D_E \sin t_E,$$

$$\alpha_W = A_W + dA - \frac{d\pi_{\odot}}{\Delta} \rho_W \cos \varphi'_W \sec D_W \sin t_W,$$

где  $A_E$ ,  $A_W$ ,  $D_E$ ,  $D_W$  — координаты по эфемериде, а  $\varphi'_E$  и  $\varphi'_W$  — широты восточной и западной обсерваторий. Вычитая нижнее уравнение из верхнего, исключаем  $dA$ . При этом коэффициент при  $d\pi_{\odot}$  увеличивается, так как  $\sin t_E$  и  $\sin t_W$  имеют разные знаки.

Величины  $d\pi_{\odot}$  из наблюдений склонений получают, комбинируя близмеридианные наблюдения планеты в северном и южном полушариях. В этом случае формулы суточного параллакса по склонению будут иметь вид

$$\delta_n = D_n + dD - \frac{d\pi_{\odot}}{\Delta} \rho_n (\sin \varphi'_n \cos D_n - \cos \varphi'_n \sin D_n \cos t_n),$$

$$\delta_s = D_s + dD - \frac{d\pi_{\odot}}{\Delta} \rho_s (\sin \varphi'_s \cos D_s - \cos \varphi'_s \sin D_s \cos t_s),$$

где  $D_n$  и  $D_s$  — эфемеридные склонения,  $dD$  — поправка к эфемеридному склонению, одинаковая для обеих обсерваторий,  $\varphi'_n$  и  $\varphi'_s$  — широты северной и южной обсерваторий, а  $t_n$  и  $t_s$  — часовые углы, в которых наблюдалась малая планета на этих обсерваториях. В этих уравнениях величины  $D_n$  и  $D_s$  мало отличаются друг от друга, потому что наблюдения почти одновременны;  $t_n$  и  $t_s$  малы, так как наблюдения производятся около меридиана, но широты  $\varphi'_n$  и  $\varphi'_s$  значительно отличаются друг от друга. При вычитании одного уравнения из другого  $dD$  исключается и коэффициент при  $d\pi_{\odot}$  увеличивается от того, что  $\sin \varphi'_n$  и  $\sin \varphi'_s$  имеют разные знаки.

Подобными приемами из наблюдений планеты можно получить три значения поправки  $d\pi_{\odot}$  к принятому значению параллакса Солнца  $\pi_{\odot}$ , которое было использовано при обработке наблюдений. Когда  $d\pi_{\odot}$  найдено, искомым параллакс получается как сумма  $\pi_{\odot} + d\pi_{\odot}$ .

Конференция 1896 г. в Париже утвердила значение параллакса Солнца  $\pi_{\odot} = 8",800$ . Среднее значение параллакса Солнца из всех определений, проведенных

в конце XIX в. и в XX в. (14 определений), равно  $\pi_{\odot} = 8'',7978 \pm 0'',0003$ . Это число всего на  $0'',002$  отличается от значения, принятого конференцией.

Начиная примерно со второй половины нашего столетия, в астрономию стал входить новый способ определения расстояний до Луны и планет — радиолокационный. Идея этого способа определения расстояний между Землей и Луной, Землей и планетами (Меркурием, Венерой, Марсом и Юпитером), когда последние близки к соединениям или противостояниям, очень проста и заключается в следующем: с помощью специальной аппаратуры определяется время запаздывания радиосигнала  $\tau_0$ , т. е. промежуток времени между моментами передачи и приема сигнала. За это время радиоволна достигает планеты и, отразившись от ее поверхности, возвращается на Землю.

Кроме этого, промежуток времени, в течение которого сигнал проходит двойное расстояние до планеты,  $\tau_c$ , находится по формуле  $\tau_c = 2Ac^{-1}r$ , в которой  $A$  — астрономическая единица,  $c$  — скорость света,  $r$  — расстояние в долях астрономической единицы между местом наблюдения на поверхности Земли и ближайшей к нему точкой поверхности планеты, равное  $r = R - R_p$ , где  $R$  — расстояние от места наблюдения до центра планеты,  $R_p$  — радиус планеты. При вычислении  $\tau_c$  для величин  $A$  и  $c$  принимаются известные приближенные значения и ищется поправка к ним. Отклонения  $\tau_0$  от  $\tau_c$  могут возникать из-за неточного знания не только числа километров в астрономической единице, но и скорости света, радиуса планеты и т. д.

Дифференцируя выражение для  $\tau_c$ , будем иметь

$$\frac{d\tau}{2} = \frac{rdA}{c} - \frac{A}{c^2} r dc + \frac{A}{c} dr.$$

Разделив левую и правую часть этого выражения на  $\tau$  и умножив на 2, получим

$$\frac{d\tau}{\tau} = \frac{dA}{A} - \frac{dc}{c} + \frac{dr}{r}.$$

Комбинация в этом уравнении  $\frac{dA}{A} - \frac{dc}{c}$  есть не что иное, как относительная поправка  $d\tau_A = A/c$  — числа секунд, за ко-

торые свет проходит астрономическую единицу. Поэтому

$$\frac{d\tau}{\tau} = \frac{d\tau_A}{\tau_A} + \frac{dr}{r} = \frac{d\tau_A}{\tau_A} - \frac{dR_p}{r} + \frac{dR}{r},$$

так как  $r = R - R_p$ .

Решая систему уравнений такого вида способом наименьших квадратов, определяют все входящие в нее неизвестные величины и в их числе величину  $\tau_A$ , а следовательно, и астрономическую единицу  $A = c\tau_A$  в километрах. Астрономическая единица связана с большой полуосью орбиты Земли соотношением

$$A_0 = 1,00000023 A,$$

большая же полуось орбиты  $A_0$  связана с параллаксом Солнца выражением

$$A_0 = \frac{\rho}{\pi_{\odot}} 206264'' ,8,$$

где  $\rho$  — радиус Земли в месте наблюдения. Используя эти зависимости, можно получить параллакс Солнца  $\pi_{\odot}$ .

К 1968 г. было проведено более десяти измерений в СССР, Европе и Америке. Измерялось расстояние главным образом до Луны и Венеры. Все вычисленные по полученным данным средние расстояния до Солнца лежат в интервале

$$149596 \cdot 10^3 - 149601 \cdot 10^3 \text{ км.}$$

В новой системе астрономических постоянных принято  $A = 149\,600\,000 \text{ км}$ , чему соответствует  $\pi_{\odot} = 8'',794$ .

## § 57. Постоянная годичной аберрации

Постоянная аберрации определяется из наблюдений видимых координат звезд, проводимых в течение по крайней мере одного года. Для вычисления постоянной аберрации применяют такие формулы:

$$\alpha_{\text{наб}} - \alpha_{\text{ист}} = -\kappa (\sin \alpha \sin L_{\odot} + \cos \alpha \cos L_{\odot} \cos \varepsilon) \sec \delta + \\ + \kappa \varepsilon (\sin \alpha \sin L_p + \cos \alpha \cos \omega \cos \varepsilon) \sec \delta;$$

$$\delta_{\text{наб}} - \delta_{\text{ист}} = -\kappa \sin L_{\odot} \cos \alpha \sin \delta - \kappa \cos L_{\odot} \cos \varepsilon \times \\ \times (\operatorname{tg} \varepsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta) + \kappa \varepsilon [\sin L_p \cos \alpha \sin \delta + \\ + \cos L_p \cos \varepsilon (\operatorname{tg} \varepsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta)],$$

где  $\varepsilon$  — наклон экватора к эклиптике,  $L_{\odot}$  — долгота Солнца,  $L_p$  — долгота перигелия.

Эти формулы кратко можно записать так:

$$\begin{aligned}\alpha_{\text{наб}} &= \alpha_{\text{ист}} + \kappa A, \\ \delta_{\text{наб}} &= \delta_{\text{ист}} + \kappa D,\end{aligned}$$

где  $A$  и  $D$  — функции координат звезды и Солнца. В этих формулах не учтено влияние годичного параллакса, так как оно очень мало. Дело осложняется, однако, тем обстоятельством, что для вычисления гелиоцентрических координат  $\alpha_{\text{ист}}$  и  $\delta_{\text{ист}}$  звезды по их средним экваториальным координатам, взятым из звездного каталога, необходимо учесть прецессию, нутацию и собственное движение звезды. Влияние ошибок учета всех этих факторов можно ослабить, если наблюдения ведутся длительное время, включающее несколько периодов абберационного смещения.

Постоянную аберрацию можно определить и из широтных наблюдений. Приведем один из примеров того, как постоянная аберрация определяется из наблюдения двух групп звезд: одной до полудня и другой после полудня.

Пусть две звезды наблюдаются в меридиане, например, к югу от зенита, симметрично относительно полудня, причем из наблюдений определяется их зенитное расстояние. Обозначая буквами «в» — вечерние и «у» — утренние наблюдения, будем иметь

$$\begin{aligned}\varphi_v &= \delta_1 + z_1 + (\text{приведение на видимое место}), \\ \varphi_y &= \delta_2 + z_2 + (\text{приведение на видимое место}).\end{aligned}$$

Если допустить, что широта в течение суток не меняется, а рефракция и инструментальные ошибки учтены правильно, то различие между наблюдаемыми широтами  $\varphi_v$  и  $\varphi_y$  будет вызвано только ошибками в принятых значениях склонений  $d\delta_1$  и  $d\delta_2$  и влиянием ошибок постоянной аберрации, что можно выразить уравнениями

$$\left. \begin{aligned}\varphi &= \varphi_v + d\delta_1 + m_1 d\kappa, \\ \varphi &= \varphi_y + d\delta_2 + m_2 d\kappa,\end{aligned} \right\} \quad (59)$$

в которых  $d\kappa$  — поправка к принятому значению постоян-

ной aberrации  $\kappa$ , а

$$m = - [(\sin \varepsilon \cos \delta - \cos \varepsilon \sin \delta) \cos L_{\odot} + \sin L_p \cos \alpha \sin \delta].$$

Вычитая второе уравнение (59) из первого, получим

$$(m_1 - m_2) d\kappa = (\varphi_y - \varphi_b) + (d\delta_2 - d\delta_1). \quad (60)$$

Чтобы исключить влияние ошибок склонений, выгодно подобрать несколько групп звезд (например, двенадцать) по 8—10 звезд в каждой так, чтобы они были равномерно расположены по прямому восхождению. Так как в каждую ночь наблюдаются две группы, то сумма разностей ошибок склонений в целом за год будет равна нулю, т. е.

$$(d\delta_1 - d\delta_2) + (d\delta_2 - d\delta_3) + \dots + (d\delta_n - d\delta_1) = 0.$$

Сумма же разностей широт

$$R = (\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) + \dots + (\varphi_n - \varphi_1)$$

всегда получается отличной от нуля, образуя так называемую *ошибку замыкания*  $R$ . Таким образом, из годового цикла наблюдений, просуммировав почленно уравнения (60), получим поправку к принятому значению постоянной aberrации:

$$d\kappa = \frac{-R}{\sum (m_i - m_{i+1})},$$

а улучшенное значение постоянной aberrации будет равно сумме  $\kappa + d\kappa$ .

Все современные определения постоянной aberrации приводят к большему значению, чем принятое в 1896 г. Наиболее точное ее значение, полученное по большому материалу,

$$\kappa = 20'' ,490 \pm 0'' ,001.$$

Как уже говорилось в § 53, постоянная aberrации  $\kappa$  и параллакс Солнца  $\pi_{\odot}$  связаны соотношением  $\kappa \pi_{\odot} = C_1$ , которое ранее обычно использовалось для контроля полученных из наблюдений значений постоянных. Теперь же, когда параллакс Солнца определяется по крайней мере на порядок точнее, уместно использовать параллакс Солнца для определения постоянной aberrации. Среднее значение

параллакса Солнца, полученное из многих определений с помощью радиолокации планет и Луны, равно  $\pi_{\odot} = 8'' ,794$ . Если подставить это значение параллакса в соотношение  $\mu_{\odot} = 180,25$ , получаем значение постоянной аберрации:

$$\kappa = 20'', 496,$$

которое и принято в настоящее время в качестве стандартного.

### § 58. Постоянная прецессии

Величину лунно-солнечной прецессии в эклиптике за один тропический год называют *постоянной прецессии*. Ее обозначают буквой  $p_1$ .

Чтобы определить постоянную прецессии, нужно производить наблюдения многих звезд в течение длительного промежутка времени, порядка 40—50 лет. Так как все звезды обладают собственными движениями, то каждая звезда за период наблюдений сместится не только вследствие прецессии, но и вследствие собственного движения, на заметную величину. Поэтому приходится прибегать к той или иной гипотезе относительно собственных движений звезд.

Как уже говорилось выше, наблюдаемые собственные движения звезд складываются из трех независимых составляющих, а именно:  $\mu$  — собственного движения, присущего самим звездам (так называемого пекулярного движения),  $\mu'$  — видимого перемещения звезд, происходящего от движения Солнца в Галактике (параллактического движения),  $\mu''$  — собственного движения, происходящего от вращения Галактики. Если каким-либо способом исключить из наблюдаемых собственных движений смещения, вызываемые перемещением Солнца, а также исключить движения, вызываемые вращением Галактики, то останутся только собственные, пекулярные смещения звезд. Относительно этих движений допускается, что они имеют самые различные скорости и всевозможные направления. Их можно рассматривать как случайные величины. Поэтому, если взять большое число звезд, можно допустить, что на любой небольшой площади сферы суммы пекулярных собственных движений по прямому восхождению  $\mu_{\alpha} \cos \delta$  и по склонению  $\mu_{\delta}$  равны нулю.

Система уравнений для определения поправки к постоянной прецессии в галактических координатах  $l$  и  $b$  в самом общем случае, когда учитываются все перечисленные составляющие собственного движения, будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \mu_l \cos b &= \pi X \sin l - \pi Y \cos l + C \cos 2l \cos b + S \sin 2l \cos b + \\ &+ Q \cos b + dp [\cos \varepsilon_1 \cos b + \sin \varepsilon_1 \sin b \sin (l - l_1)] - \\ &- dE [\cos \varepsilon_2 \cos b + \sin \varepsilon_2 \sin b \sin (l - l_2)], \\ \mu_b &= \pi X \sin b \cos l + \pi Y \sin b \sin l - \pi Z \cos b - \\ &- \frac{1}{2} C \sin 2l \sin 2b + \frac{1}{2} S \cos 2l \sin 2b + \\ &+ dp \sin \varepsilon_1 \cos (l - l_1) - dE \sin \varepsilon_2 \cos (l - l_2), \end{aligned}$$

где  $\mu_l \cos b$  и  $\mu_b$  — компоненты собственного движения по галактической долготе и широте,  $l_1$  и  $\varepsilon_1$  — долгота восходящего узла и наклон эклиптики к галактической плоскости,  $l_2$  и  $\varepsilon_2$  — долгота восходящего узла и наклон плоскости эклиптики к экваториальной плоскости,  $l$  и  $b$  — галактические координаты звезды,  $dp$  — поправка к принятому значению  $p$ ,  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  — проекции скорости движения Солнца среди звезд  $v_{\odot}$  на прямоугольные оси, связанные с галактическими координатами,  $C$ ,  $S$ ,  $Q$  — величины, зависящие от так называемых постоянных галактического вращения  $A$  и  $B$  и долготы центра Галактики  $l_0$ . Последние три величины стали учитываться при определении  $p_1$  только после того, как было обнаружено вращение Галактики.

В эти уравнения введена величина  $dE = de + dq$ , в которой  $dq$  — поправка к вычисленному значению  $q_1$  ( $q_1$  — прецессия от планет по прямому восхождению); что касается величины  $de$ , то она введена в уравнения искусственно для того, чтобы согласовать поправки, получаемые по разным компонентам. Если не вводить в уравнения величину  $de$ , то нужно допустить, что в значении  $100 q_1$  имеется ошибка около  $1''$ ; но такая ошибка невероятна. Действительно, вычисление  $q_1$  требует точного знания масс планет, особенно Венеры. Однако отсутствие точного значения масс планет может дать ошибку в определении  $q_1$ , не превосходящую  $0'', 1$ . Поэтому неизвестная величина  $de$ , несмотря на все старания астрометристов, до сих пор не получила удовлетворительного объяснения.



Из этих уравнений определяются неизвестные величины  $dp$ ,  $dE$ ,  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $C$ ,  $S$  и  $Q$ .

Последние шесть величин выражаются такими формулами:

$$\begin{aligned} X &= v_{\odot} \cos b_{\odot} \cos l_{\odot}, & C &= \frac{A}{4,74} \cos 2l_0, \\ Y &= v_{\odot} \cos b_{\odot} \sin l_{\odot}, & S &= \frac{A}{4,74} \sin 2l_0, \\ Z &= v_{\odot} \sin b_{\odot}, & Q &= \frac{B}{4,74}. \end{aligned}$$

Величины  $l_{\odot}$  и  $b_{\odot}$  обозначают галактическую долготу и широту апекса движения Солнца, а  $l_0$  — долготу центра вращения Галактики.

Прецессионное движение точки весеннего равноденствия по эклиптике было открыто во II в. до н. э. Гиппархом. Постоянная прецессии, по определению Гиппарха, оказалась равной  $36''$  в год. После Гиппарха был целый ряд определений постоянной прецессии, но точность этих определений оставалась невысокой до середины XVIII столетия.

Прецессионные величины, применяемые при всех астрономических вычислениях в настоящее время, были получены на основании сравнения всех определений Ньюкомбом в конце XIX в. В системе Ньюкомба эти величины имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} 100 P &= 5496'' ,64 - 0'' ,00364 (T - T_0), \\ 100 p_1 &= 5037'' ,08 + 0'' ,50 (T - T_0), \\ 100 p &= 5024'' ,64 + 0'' ,22 (T - T_0), \\ 100 m &= 4608'' ,50 + 2'' ,79 (T - T_0), \\ 100 n &= 2004'' ,68 - 0'' ,85 (T - T_0), \end{aligned}$$

где  $(T - T_0)$  выражено в столетиях от  $T_0 = 1900,0$ . К настоящему времени получены поправки к прецессионным величинам, выведенным Ньюкомбом. Так, средние значения величин  $dp_1$  и  $dE$ , полученные из всех современных определений, следующие:

$$\begin{aligned} 100 dp_1 &= 1'' ,00, \\ 100 dE &= 1'' ,13. \end{aligned}$$

Следует отметить, что для редуционных вычислений ошибки принятых значений прецессионных величин не имеют принципиального значения.

### § 59. Постоянная нутации

Нутационное движение истинного полюса  $P_n$  происходит по кривой, близкой к эллипсу, в центре которой находится средний полюс  $P_0$  (рис. 44, вид снаружи). Большая

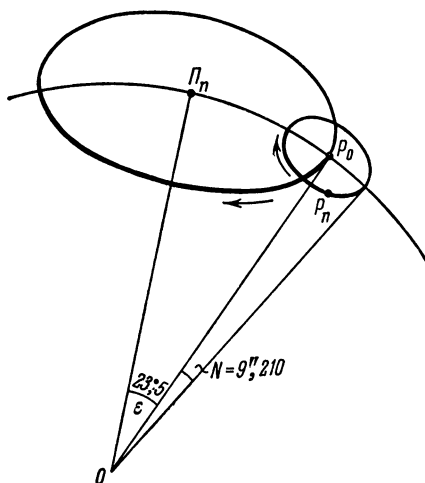


Рис. 44.

полуось этой кривой направлена вдоль большого круга сферы, проходящего через полюс эклиптики и средний полюс экватора; эта полуось, выраженная в секундах дуги, называется *постоянной нутации*. Она, как указывалось, обозначается буквой  $N$ .

Постоянную нутации можно определить из наблюдаемых прямых восхождений звезд. Пусть  $\alpha_0$  — принятое среднее место звезды для некоторого равноденствия. Предположим, что известны точные значения постоянной прецессии и годичной аберрации. Тогда с этими величинами и требующим уточнения коэффициентом нутации  $N$  можно

вычислить  $\alpha_{\text{вид}}$  — видимое место звезды. Обозначим через  $\alpha_{\text{наб}}$  наблюдаемое видимое место этой же звезды и через  $dN$  и  $d\alpha_0$  поправки к  $N$  и  $\alpha_0$ . Тогда, принимая во внимание собственное движение звезды по прямому восхождению  $\mu_\alpha$ , можно составить условное уравнение вида

$$d\alpha_0 + \mu_\alpha t + n_\alpha dN = \alpha_{\text{наб}} - \alpha_{\text{вид}},$$

в котором  $n_\alpha$  — нутационный коэффициент по прямому восхождению, определяемый по формуле

$$n_\alpha = -(1,717 + 0,745 \sin \alpha \operatorname{tg} \delta) \sin \Omega - \operatorname{tg} \delta \cos \Omega.$$

Система подобных условных уравнений, составленная для ряда звезд, дает после решения поправку  $dN$  к принятой приближенной величине постоянной нутации.

Постоянную нутации можно определить и по склонениям звезд. Как известно, наблюдаемое зенитное расстояние звезды в меридиане зависит от широты места наблюдения и склонения звезды. Широта места наблюдения меняется, и отклонение широты от ее среднего значения  $\varphi_0$  может достигать  $\pm 0''$ ,5. Значение склонения звезды имеет ошибку вследствие того, что вычисленное видимое место звезды ошибочно.

Допустим, что ход изменения широты места наблюдения на данном интервале времени известен и его можно исключить. Тогда широта места может быть представлена формулой

$$\varphi = z + \delta_0 + d\delta_0 + n_\delta dN + \mu_\delta t + B, \quad (61)$$

где  $B$  — приведение на видимое место, а  $n_\delta$  выражается формулой

$$n_\delta = -0,745 \cos \alpha \sin \Omega + 1,000 \sin \alpha \cos \Omega.$$

Решение системы подобных уравнений, составленных для звезд с разными склонениями для определения неизвестных  $dN$  и  $d\delta_0$ , можно провести по-разному, в зависимости от продолжительности ряда наблюдений.

Если ряд наблюдений имеет продолжительность около нутационного периода, то система (61) решается обычным способом. Если же наблюдения велись, например, в тече-

ние двух нутационных периодов, то выгоднее поступить по-другому. Можно составить подобную систему уравнений на ряд лет по одному уравнению для каждого года и образовать разности уравнений через интервал с промежутком 9 лет. В этом случае в условных уравнениях останутся только неизвестные  $dN$  и  $d\mu_s$  (ошибку собственного движения  $d\mu_s$  необходимо вводить при длинных рядах наблюдений; ошибка склонения  $d\delta_0$ , как нетрудно видеть, в разности исключится). Кроме того, коэффициенты при  $dN$  увеличатся примерно вдвое и результат будет точнее.

Можно также получить поправку постоянной нутации, если наблюдать широту места по одной звезде в вечерние часы,  $\varphi_B$ , и по другой звезде в утренние часы,  $\varphi_Y$ . Тогда разность этих широт  $\varphi_Y - \varphi_B$  может быть представлена выражением

$$\varphi_Y - \varphi_B = \beta + d\mu t + (n_Y - n_B)dN.$$

Здесь  $\beta$  — поправка разности средних мест звезд,  $d\mu$  — суммарная поправка за собственное движение обеих звезд и  $(n_Y - n_B)$  — разность нутационных множителей. Решая систему подобных уравнений, составленных для разных дат, можно также найти  $dN$ .

Нутация была открыта Брадлеем и по его определению величина постоянной нутации равна  $9''$ . После Брадлея было сделано около 40 определений постоянной нутации. Принятое ее значение на конференции в Париже в 1896 г. равно  $9'',210$ . Современные определения дают несколько большее значение, но мало отличающееся от принятого. В новой системе астрономических постоянных значение постоянной нутации не изменено.

## § 60. Система астрономических постоянных

Системой астрономических постоянных называется совокупность величин астрономических постоянных, числовые значения которых, выводимые из большого числа наблюдений, удовлетворяют строгим математическим соотношениям между этими величинами, полученным согласно закону Ньютона. Так как абсолютной согласованности в наблюдаемых и принятых значениях получить нельзя, то при выработке системы ставят условие, чтобы разница

между принятыми и наблюдаемыми величинами для каждой постоянной была мала.

Существовавшая до настоящего времени система астрономических постоянных была принята на Международной конференции директоров национальных Ежегодников в Париже в 1896 г. Многие из постоянных в этой системе были вычислены и предложены конференции американским астрономом С. Ньюкомбом.

С точки зрения согласия с наблюдениями система оказалась в целом вполне удовлетворительной. Однако эту систему нельзя считать совершенной, ибо с момента ее утверждения прошло более семидесяти лет. За этот промежуток времени наука и, в частности, астрономия, по целому ряду разделов далеко шагнула вперед. Достаточно напомнить, что за последние десятилетия установлены неполярные изменения широт мест на земной поверхности и тонкие эффекты в движении полюса, открыто вращение Галактики и «красное смещение» в спектрах галактик, разработан новый метод определения расстояний до тел Солнечной системы — радиолокация, начались и успешно осуществляются полеты космических кораблей и т. д. Все эти открытия потребовали уточнения некоторых постоянных, пересмотра и расширения всей системы астрономических постоянных.

Первое подготовительное Международное совещание по этому вопросу было созвано в Париже в 1950 г. На этом совещании были намечены подготовительные мероприятия, осуществление которых дало бы возможность вплотную поставить вопрос о пересмотре системы астрономических постоянных. Благодаря успешному выполнению этих мероприятий в 1963 г. в Париже было созвано второе Международное совещание, которое выработало принципы построения и переход на новую систему. В августе 1964 г. новая система астрономических постоянных была утверждена XII съездом Международного астрономического союза, происходившим в Гамбурге.

Астрономические постоянные в новой системе подразделены на пять групп. К первой группе относятся так называемые *определяющие постоянные*: число эфемеридных секунд в тропическом году  $s$  и гауссова гравитационная постоянная  $k$ . Значения определяющих постоянных вполне удовлетворяют современному состоянию науки.

Вторую группу составляют *основные постоянные*, значения которых выведены на основании наблюдений. К этой группе относятся такие постоянные, как величина астрономической постоянной, скорость света, экваториальный радиус Земли, общая прецессия по долготе, наклон эклиптики к экватору, постоянная нутации и некоторые другие.

К третьей группе отнесены принятые *вспомогательные коэффициенты*, например, число секунд дуги в радиане  $206264''{,}806$ , а также некоторые коэффициенты астрономического характера.

На основании данных этих трех групп получены значения для *выводимых постоянных*, составляющих четвертую группу.

К четвертой группе астрономических постоянных относятся: солнечный параллакс, постоянная аберрации, сжатие Земли, отношение масс Солнца и Земли и некоторые постоянные, связанные с Луной.

В пятой группе дана система масс больших планет в единицах массы Солнца.

Новые значения некоторых астрономических постоянных уже приводились нами ранее при описании методов их получения из наблюдений. Более полно с новой системой астрономических постоянных можно познакомиться по резолюции XII съезда Международного астрономического союза. Значения принятых астрономических постоянных приведены в Приложении VII.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Н. Блажко, Курс сферической астрономии, Гостехиздат, 1954.
2. С. А. Казаков, Курс сферической астрономии, Гостехиздат, 1949.
3. М. К. Вентцель, Сферическая астрономия, Геодиздат, 1952.
4. К. А. Куликов, Фундаментальные постоянные астрономии, Гостехиздат, 1956.
5. Д. В. Пясковский, Курс сферической астрономии, Издательство Киевского университета, 1964.
6. Ф. Н. Красовский, Руководство по высшей геодезии, Геодиздат, 1942.
7. К. А. Куликов, Новая система астрономических постоянных, «Наука», 1969.

## ПРИЛОЖЕНИЕ I

### ТАБЛИЦЫ РЕФРАКЦИИ ПУЛКОВСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ

Таблицы рефракции Пулковской обсерватории были впервые напечатаны в 1870 г. Их составил А. И. Громадзкий на основании теории рефракции Г. Н. Гюльдена. Вплоть до настоящего времени эти таблицы являются самыми точными. Они применяются во всех случаях, когда бывает нужна наивысшая точность. Новое издание таблиц, вышедшее в 1956 г., печаталось под руководством и наблюдением Б. А. Орлова, которым написано и приводимое ниже описание таблиц.

Основная таблица (табл. II) содержит значения логарифма рефракции  $r_0$ :

$$\lg r_0 = v + \lg \operatorname{tg} \zeta,$$

для видимого зенитного расстояния  $z$  при следующих исходных условиях: температура воздуха  $t_0 = 9^{\circ},31$ , давление атмосферы в Пулкове  $b_0 = 751,51$  мм при температуре  $\tau_0 = 0^{\circ},00$  С, давление водяных паров  $p_0 = 5,50$  мм, длина световой волны  $\lambda_0 = 5753$  Å. Значения  $\mu$  приведены отдельно в табл. I.

Таблицы III—VII служат для введения поправок к логарифму рефракции в случаях, когда условия наблюдений отличаются от исходных. Все поправки даются в единицах пятого знака. Поправки за температуру воздуха вводятся по формуле

$$\lambda\gamma = \lambda \lg \frac{1 + mt_0}{1 + mt};$$

величины  $\lambda$  приведены в табл. I, а величины  $\gamma = \lg \frac{1 + mt_0}{1 + mt}$  по аргументу  $t^{\circ}$  С — в табл. III. Для коэффициента расширения воздуха принято значение 0,003670.

Поправки логарифма рефракции на атмосферное давление и температуру барометра вводятся по формуле

$$A(B + T).$$

Значения  $A$  приводятся в табл. I. Таблицы IV и IVa содержат величины

$$B = \lg \frac{b}{b_0}$$

по аргументу  $b$  — показанию барометра. Таблицей IV следует пользоваться, если давление выражено в миллиметрах ртутного столба, а



табл. IVa,— если оно выражено в миллибарах. Здесь принято  $b_0 = 751,51 \text{ мм} = 1001,93 \text{ мб}$  ( $1 \text{ мм} = 1,33322 \text{ мб}$ ).

Величина  $T$  вычисляется по формуле

$$T = \lg \frac{1 + \beta_1 \tau}{1 + \beta \tau},$$

где  $\beta$  — коэффициент объемного расширения ртути,  $\beta_1$  — коэффициент линейного расширения латуни,  $\tau$  — показание термометра при барометре.

Таблица V дает значения  $T$  по аргументу  $\tau$ . При вычислении этой таблицы принято  $\beta = 0,0001818$ ,  $\beta_1 = 0,0000184$ .

Если атмосферное давление измерено при помощи анероида, поправку  $T$  вводить не надо, но следует ввести поправку, свойственную данному прибору.

Поправки логарифма рефракции на влажность воздуха вводятся по формуле

$$C = -0,0000905 (\pi - \pi_0) \text{ мм} = -0,0000679 (\pi - \pi_0) \text{ мб},$$

где  $\pi$  — измеренное давление водяных паров, а  $\pi_0 = 5,50 \text{ мм} = 7,33 \text{ мб}$ .

Таблицы VI и VIa дают значения  $C$  по аргументу  $\pi$ . Первой из этих таблиц следует пользоваться, если абсолютная влажность выражена в миллиметрах, а второй,— если влажность выражена в миллибарах.

Таблица VII содержит поправки  $D$  логарифма рефракции в зависимости от спектрального класса звезды. При составлении этой таблицы было принято, что Пулковские таблицы рефракции относятся к длине волны  $5753 \text{ \AA}$ . Это вытекает из анализа данных, послуживших Гюльдену для установления окончательного значения постоянной рефракции. Эффективные длины волн для звезд различных спектральных классов приняты в соответствии с определениями, выполненными Г. М. Джефферсом при помощи 36-дюймового рефрактора обсерватории на горе Гамильтон. Для вычисления соответствующих коэффициентов преломления послужила дисперсионная формула, выведенная Баррелом.

Значения рефракции, вычисленные по настоящим таблицам, соответствуют широте Пулкова и высоте над уровнем моря, равной  $75 \text{ м}$ . Если наблюдения произведены в какой-нибудь другой точке, то табличные значения рефракции следует еще исправить за изменение силы тяжести. Для этого к логарифму рефракции надо прибавить поправку  $E$ , вычисленную по формуле

$$E = -0,00056 - 0,00115 \cos 2\varphi - 0,00000087 h, \quad (62)$$

где  $\varphi$  — широта места наблюдения, а  $h$  — его высота над уровнем моря, выраженная в метрах. Поправка эта практически постоянна для каждой точки земной поверхности, и для ее нахождения здесь не дается особой таблицы. Если давление измерено при помощи анероида, поправки  $E$  вводить не надо.

### Пользование таблицами

Вычисление логарифма рефракции производится по формуле

$$\lg r = v + \lg \operatorname{tg} \zeta + \lambda \gamma + A(B + T) + C + D + E.$$

Для  $\varphi < 45^\circ$  формула имеет более простой вид:

$$\lg r = v + \lg \operatorname{tg} \zeta + \gamma + B + T + C + D + E.$$

**Пример.** Наблюдения производились в пункте с известными широтой и высотой над уровнем моря ( $\varphi = 55^\circ 46'$ ,  $h = 146$  м). Измерено зенитное расстояние  $\alpha$  М. Медведицы (спектр F8) в нижней кульминации,  $\zeta = 35^\circ 12' 23''$ ,  $15$ ,  $t = + 8^\circ, 4$  С,  $b = 1015,1$  мб,  $\tau = + 17^\circ, 2$  С,  $\pi = 19,1$  мб. По формуле (62)  $E = - 0,00015$ .

Табл. II:  $v + \lg \operatorname{tg} \zeta = 1,6086$

Табл. III:  $+ 140$

« IVa:  $+ 567$

« V:  $- 122$

« VIa:  $- 80$

« VII:  $- 1$

E:  $- 15$

$\Sigma + 49$

---

$\lg r 1,6135$

---

$\Sigma + 489$

$r = + 41,07$

Таблица I

$\zeta$	$\nu$	$\lambda$	$\zeta$	$\nu$	$\lambda$	$\zeta$	$\nu$	$\lambda$	A
0°	1,76032		62° 10'	1,75850	1,0052	71° 10'	1,75606	1,0118	
5	1,76032		20	1,75848	1,0052	20	1,75598	1,0120	
10	1,76030		30	1,75845	1,0053	30	1,75590	1,0123	
15	1,76028		40	1,75842	1,0054	40	1,75582	1,0125	
20	1,76025		50	1,75840	1,0055	50	1,75573	1,0128	
25	1,76021		63 0	1,75837	1,0055	72 0	1,75564	1,0130	
30	1,76015		10	1,75834	1,0056	10	1,75555	1,0133	
31	1,76014		20	1,75832	1,0056	20	1,75546	1,0136	
32	1,76012		30	1,75829	1,0057	30	1,75536	1,0138	
33	1,76010		40	1,75826	1,0058	40	1,75526	1,0141	
34	1,76008		50	1,75823	1,0059	50	1,75516	1,0144	
35	1,76006		64 0	1,75820	1,0059	73 0	1,75506	1,0147	
36	1,76004		10	1,75817	1,0060	10	1,75496	1,0150	
37	1,76002		20	1,75814	1,0061	20	1,75485	1,0153	
38	1,76000		30	1,75811	1,0061	30	1,75474	1,0157	
39	1,75998		40	1,75808	1,0062	40	1,75462	1,0160	
40	1,75995		50	1,75804	1,0063	50	1,75450	1,0163	
41	1,75993		65 0	1,75801	1,0064	74 0	1,75438	1,0166	
42	1,75990		10	1,75798	1,0065	10	1,75425	1,0170	
43	1,75987		20	1,75794	1,0066	20	1,75412	1,0173	
44	1,75983		30	1,75791	1,0067	30	1,75398	1,0177	
45	1,75980	1,0018	40	1,75787	1,0068	40	1,75384	1,0181	
46	1,75976	1,0019	50	1,75784	1,0069	50	1,75369	1,0185	
47	1,75972	1,0019	66 0	1,75780	1,0070	75 0	1,75354	1,0188	
48	1,75968	1,0020	10	1,75776	1,0071	10	1,75338	1,0191	
49	1,75964	1,0021	20	1,75772	1,0072	20	1,75322	1,0195	
50	1,75960	1,0022	30	1,75768	1,0074	30	1,75306	1,0200	
51	1,75955	1,0024	40	1,75764	1,0075	40	1,75289	1,0205	
52	1,75949	1,0025	50	1,75759	1,0076	50	1,75271	1,0211	
53	1,75943	1,0026	67 0	1,75755	1,0077	76 0	1,75253	1,0216	
54	1,75936	1,0027	10	1,75751	1,0078	10	1,75235	1,0223	
55	1,75928	1,0029	20	1,75746	1,0080	20	1,75216	1,0229	
56	1,75920	1,0032	30	1,75741	1,0081	30	1,75196	1,0235	
57	1,75912	1,0035	40	1,75737	1,0082	40	1,75175	1,0241	
58	1,75902	1,0038	50	1,75732	1,0084	50	1,75153	1,0246	
59 0'	1,75892	1,0041	68 0	1,75727	1,0085	77 0	1,75131	1,0253	1,0029
10	1,75890	1,0042	10	1,75722	1,0086	10	1,75107	1,0259	1,0029
20	1,75889	1,0042	20	1,75716	1,0088	20	1,75083	1,0264	1,0030
30	1,75887	1,0043	30	1,75711	1,0089	30	1,75058	1,0271	1,0030
40	1,75885	1,0043	40	1,75705	1,0090	40	1,75032	1,0278	1,0031
50	1,75883	1,0044	50	1,75700	1,0092	50	1,75005	1,0285	1,0032
60 0	1,75881	1,0044	69 0	1,75694	1,0093	78 0	1,74976	1,0293	1,0033
10	1,75879	1,0045	10	1,75688	1,0095	10	1,74947	1,0300	1,0033
20	1,75877	1,0045	20	1,75682	1,0096	20	1,74917	1,0309	1,0034
30	1,75875	1,0046	30	1,75676	1,0098	30	1,74886	1,0318	1,0035
40	1,75873	1,0046	40	1,75670	1,0100	40	1,74853	1,0327	1,0036
50	1,75870	1,0047	50	1,75663	1,0102	50	1,74819	1,0335	1,0037
61 0	1,75868	1,0047	70 0	1,75657	1,0103	79 0	1,74783	1,0344	1,0038
10	1,75866	1,0048	10	1,75650	1,0105	10	1,74746	1,0354	1,0039
20	1,75863	1,0048	20	1,75643	1,0107	20	1,74707	1,0364	1,0040
30	1,75861	1,0049	30	1,75636	1,0109	30	1,74665	1,0374	1,0041
40	1,75858	1,0050	40	1,75629	1,0111	40	1,74623	1,0385	1,0042
50	1,75856	1,0051	50	1,75622	1,0113	50	1,74579	1,0397	1,0043
62 0	1,75853	1,0051	71 0	1,75614	1,0115	80 0	1,74533	1,0409	1,0044

Таблица II.  $v + \lg t g \zeta$ 

$\zeta$	0	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	$\zeta$
0'	—∞	0,0022	0,3034	0,4797	0,6050	0,7023	0,7819	0,8495'	0'
1	8,224	0,0094	0,3070	0,4821	0,6168	0,7037	0,7832	0,8505	1
2	8,525	0,0165	0,3106	0,4845	0,6086	0,7052	0,7844	0,8516	2
3	8,701	0,0234	0,3141	0,4869	0,6104	0,7066	0,7856	0,8526	3
4	8,826	0,0303	0,3177	0,4893	0,6122	0,7081	0,7868	0,8536	4
5	8,923	0,0370	0,3211	0,4916	0,6140	0,7095	0,7880	0,8547	5
6	9,002	0,0436	0,3246	0,4940	0,6157	0,7109	0,7892	0,8557	6
7	9,069	0,0502	0,3281	0,4963	0,6175	0,7123	0,7904	0,8567	7
8	9,127	0,0566	0,3315	0,4986	0,6192	0,7138	0,7916	0,8577	8
9	9,178	0,0630	0,3348	0,5009	0,6210	0,7152	0,7927	0,8588	9
10	9,224	0,0692	0,3382	0,5032	0,6227	0,7166	0,7939	0,8598	10
11	9,265	0,0754	0,3415	0,5055	0,6245	0,7180	0,7951	0,8608	11
12	9,303	0,0814	0,3448	0,5078	0,6262	0,7194	0,7963	0,8618	12
13	9,338	0,0874	0,3481	0,5101	0,6280	0,7208	0,7975	0,8628	13
14	9,370	0,0933	0,3514	0,5123	0,6297	0,7222	0,7986	0,8639	14
15	9,400	0,0992	0,3546	0,5146	0,6314	0,7236	0,7998	0,8649	15
16	9,428	0,1049	0,3578	0,5168	0,6331	0,7250	0,8010	0,8659	16
17	9,454	0,1106	0,3610	0,5190	0,6348	0,7263	0,8021	0,8669	17
18	9,479	0,1162	0,3642	0,5212	0,6365	0,7277	0,8033	0,8679	18
19	9,503	0,1218	0,3673	0,5234	0,6382	0,7291	0,8045	0,8689	19
20	9,525	0,1272	0,3704	0,5256	0,6399	0,7305	0,8056	0,8699	20
21	9,546	0,1326	0,3735	0,5277	0,6415	0,7318	0,8068	0,8709	21
22	9,566	0,1379	0,3766	0,5299	0,6432	0,7332	0,8079	0,8719	22
23	9,586	0,1432	0,3796	0,5321	0,6449	0,7345	0,8091	0,8729	23
24	9,604	0,1484	0,3827	0,5342	0,6465	0,7359	0,8102	0,8739	24
25	9,622	0,1535	0,3857	0,5363	0,6482	0,7372	0,8113	0,8748	25
26	9,639	0,1586	0,3887	0,5384	0,6498	0,7386	0,8125	0,8758	26
27	9,655	0,1637	0,3916	0,5405	0,6514	0,7399	0,8136	0,8768	27
28	9,671	0,1686	0,3946	0,5426	0,6531	0,7412	0,8147	0,8778	28
29	9,686	0,1735	0,3975	0,5447	0,6547	0,7426	0,8159	0,8788	29
30	9,701	0,1784	0,4004	0,5468	0,6563	0,7439	0,8170	0,8797	30
31	9,715	0,1832	0,4033	0,5489	0,6579	0,7452	0,8181	0,8807	31
32	9,729	0,1879	0,4062	0,5509	0,6595	0,7465	0,8192	0,8817	32
33	9,743	0,1926	0,4090	0,5530	0,6611	0,7478	0,8203	0,8827	33
34	9,756	0,1973	0,4119	0,5550	0,6627	0,7492	0,8215	0,8836	34
35	9,768	0,2019	0,4147	0,5571	0,6643	0,7505	0,8226	0,8846	35
36	9,780	0,2064	0,4175	0,5591	0,6659	0,7518	0,8237	0,8856	36
37	9,792	0,2109	0,4203	0,5611	0,6675	0,7531	0,8248	0,8865	37
38	9,804	0,2154	0,4230	0,5631	0,6690	0,7544	0,8259	0,8875	38
39	9,815	0,2198	0,4257	0,5651	0,6706	0,7557	0,8270	0,8884	39
40	9,826	0,2242	0,4285	0,5671	0,6722	0,7569	0,8281	0,8894	40
41	9,837	0,2285	0,4312	0,5690	0,6737	0,7582	0,8292	0,8903	41
42	9,847	0,2328	0,4339	0,5710	0,6753	0,7595	0,8303	0,8913	42
43	9,858	0,2370	0,4366	0,5730	0,6768	0,7608	0,8314	0,8922	43
44	9,868	0,2412	0,4392	0,5749	0,6784	0,7621	0,8324	0,8932	44
45	9,877	0,2454	0,4419	0,5769	0,6799	0,7633	0,8335	0,8941	45
46	9,887	0,2495	0,4445	0,5788	0,6814	0,7646	0,8346	0,8951	46
47	9,896	0,2536	0,4471	0,5807	0,6829	0,7658	0,8357	0,8960	47
48	9,905	0,2576	0,4497	0,5826	0,6845	0,7671	0,8367	0,8970	48
49	9,914	0,2616	0,4523	0,5845	0,6860	0,7684	0,8378	0,8979	49
50	9,923	0,2656	0,4548	0,5864	0,6875	0,7696	0,8389	0,8989	50
51	9,932	0,2695	0,4574	0,5883	0,6890	0,7709	0,8400	0,8998	51
52	9,940	0,2734	0,4599	0,5902	0,6905	0,7721	0,8410	0,9007	52
53	9,948	0,2773	0,4625	0,5921	0,6920	0,7734	0,8421	0,9017	53
54	9,956	0,2811	0,4650	0,5939	0,6934	0,7746	0,8431	0,9026	54
55	9,964	0,2849	0,4675	0,5958	0,6949	0,7758	0,8442	0,9035	55
56	9,972	0,2887	0,4699	0,5976	0,6964	0,7771	0,8453	0,9044	56
57	9,980	0,2924	0,4724	0,5995	0,6979	0,7783	0,8463	0,9053	57
58	9,988	0,2961	0,4749	0,6013	0,6993	0,7795	0,8474	0,9063	58
59	9,995	0,2998	0,4773	0,6031	0,7008	0,7807	0,8484	0,9072	59
60	0,0022	0,3034	0,4797	0,6050	0,7023	0,7819	0,8495	0,9081	60

Т а б л и ц а II (продолжение)

ζ	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	ζ
0'	0,9081	0,9600	1,0066	1,0489	1,0878	1,1237	1,1571	1,1883	0'
1	0,9090	0,9608	1,0074	1,0496	1,0884	1,1242	1,1576	1,1888	1
2	0,9099	0,9616	1,0081	1,0503	1,0890	1,1248	1,1581	1,1894	2
3	0,9108	0,9625	1,0088	1,0510	1,0896	1,1254	1,1587	1,1899	3
4	0,9118	0,9633	1,0096	1,0516	1,0902	1,1260	1,1592	1,1904	4
5	0,9127	0,9641	1,0103	1,0523	1,0909	1,1265	1,1597	1,1909	5
6	0,9136	0,9649	1,0110	1,0530	1,0915	1,1271	1,1603	1,1914	6
7	0,9145	0,9657	1,0118	1,0536	1,0921	1,1277	1,1608	1,1919	7
8	0,9154	0,9665	1,0125	1,0543	1,0927	1,1282	1,1613	1,1924	8
9	0,9163	0,9673	1,0132	1,0550	1,0933	1,1288	1,1619	1,1929	9
10	0,9172	0,9681	1,0140	1,0556	1,0939	1,1294	1,1624	1,1934	10
11	0,9181	0,9689	1,0147	1,0563	1,0945	1,1300	1,1629	1,1939	11
12	0,9190	0,9697	1,0154	1,0570	1,0952	1,1305	1,1635	1,1944	12
13	0,9199	0,9705	1,0161	1,0576	1,0958	1,1311	1,1640	1,1949	13
14	0,9208	0,9713	1,0169	1,0583	1,0964	1,1317	1,1645	1,1954	14
15	0,9217	0,9721	1,0176	1,0590	1,0970	1,1322	1,1651	1,1959	15
16	0,9225	0,9729	1,0183	1,0596	1,0976	1,1328	1,1656	1,1964	16
17	0,9234	0,9737	1,0190	1,0603	1,0982	1,1334	1,1661	1,1969	17
18	0,9243	0,9745	1,0197	1,0609	1,0988	1,1339	1,1667	1,1974	18
19	0,9252	0,9753	1,0205	1,0616	1,0994	1,1345	1,1672	1,1979	19
20	0,9261	0,9761	1,0212	1,0623	1,1000	1,1351	1,1677	1,1984	20
21	0,9270	0,9769	1,0219	1,0629	1,1006	1,1356	1,1682	1,1988	21
22	0,9278	0,9777	1,0226	1,0636	1,1012	1,1362	1,1688	1,1993	22
23	0,9287	0,9784	1,0233	1,0642	1,1018	1,1367	1,1693	1,1998	23
24	0,9296	0,9792	1,0240	1,0649	1,1024	1,1373	1,1698	1,2003	24
25	0,9305	0,9800	1,0247	1,0655	1,1030	1,1379	1,1703	1,2008	25
26	0,9313	0,9808	1,0254	1,0662	1,1037	1,1384	1,1709	1,2013	26
27	0,9322	0,9816	1,0261	1,0668	1,1043	1,1390	1,1714	1,2018	27
28	0,9331	0,9824	1,0268	1,0675	1,1049	1,1395	1,1719	1,2023	28
29	0,9339	0,9831	1,0276	1,0681	1,1055	1,1401	1,1724	1,2028	29
30	0,9348	0,9839	1,0283	1,0688	1,1060	1,1406	1,1729	1,2033	30
31	0,9357	0,9847	1,0290	1,0694	1,1066	1,1412	1,1735	1,2038	31
32	0,9365	0,9855	1,0297	1,0701	1,1072	1,1418	1,1740	1,2043	32
33	0,9374	0,9862	1,0304	1,0707	1,1078	1,1423	1,1745	1,2047	33
34	0,9383	0,9870	1,0311	1,0713	1,1084	1,1429	1,1750	1,2052	34
35	0,9391	0,9878	1,0318	1,0720	1,1090	1,1434	1,1756	1,2057	35
36	0,9400	0,9885	1,0325	1,0726	1,1096	1,1440	1,1761	1,2062	36
37	0,9408	0,9893	1,0332	1,0733	1,1102	1,1445	1,1766	1,2067	37
38	0,9417	0,9901	1,0339	1,0739	1,1108	1,1451	1,1771	1,2072	38
39	0,9425	0,9909	1,0346	1,0745	1,1114	1,1456	1,1776	1,2077	39
40	0,9434	0,9916	1,0353	1,0752	1,1120	1,1462	1,1781	1,2082	40
41	0,9442	0,9924	1,0360	1,0758	1,1126	1,1467	1,1786	1,2086	41
42	0,9451	0,9931	1,0367	1,0765	1,1132	1,1473	1,1792	1,2091	42
43	0,9459	0,9939	1,0373	1,0771	1,1138	1,1478	1,1797	1,2096	43
44	0,9467	0,9947	1,0380	1,0777	1,1143	1,1484	1,1802	1,2101	44
45	0,9476	0,9954	1,0387	1,0784	1,1149	1,1489	1,1807	1,2106	45
46	0,9484	0,9962	1,0394	1,0790	1,1155	1,1495	1,1812	1,2111	46
47	0,9493	0,9969	1,0401	1,0796	1,1161	1,1500	1,1817	1,2115	47
48	0,9501	0,9977	1,0408	1,0803	1,1167	1,1506	1,1822	1,2120	48
49	0,9509	0,9984	1,0415	1,0809	1,1173	1,1511	1,1827	1,2125	49
50	0,9518	0,9992	1,0422	1,0815	1,1179	1,1517	1,1832	1,2130	50
51	0,9526	0,9999	1,0428	1,0821	1,1184	1,1522	1,1838	1,2135	51
52	0,9534	1,0007	1,0435	1,0828	1,1190	1,1527	1,1843	1,2140	52
53	0,9542	1,0014	1,0442	1,0834	1,1196	1,1533	1,1848	1,2144	53
54	0,9551	1,0022	1,0449	1,0840	1,1202	1,1538	1,1853	1,2149	54
55	0,9559	1,0029	1,0456	1,0847	1,1208	1,1544	1,1858	1,2154	55
56	0,9567	1,0037	1,0463	1,0853	1,1213	1,1549	1,1863	1,2159	56
57	0,9576	1,0044	1,0469	1,0859	1,1219	1,1554	1,1868	1,2163	57
58	0,9584	1,0052	1,0476	1,0865	1,1225	1,1560	1,1873	1,2168	58
59	0,9592	1,0059	1,0483	1,0871	1,1231	1,1565	1,1878	1,2173	59
60	0,9600	1,0066	1,0489	1,0878	1,1237	1,1571	1,1883	1,2178	60

Т а б л и ц а II (продолжение)

$\zeta$	16°	17°	18°	19°	20°	21°	22°	23°	$\zeta$
0'	1,2178	1,2456	1,2721	1,2972	1,3213	1,3441	1,3666	1,3881	0'
1	1,2182	1,2461	1,2725	1,2976	1,3217	1,3448	1,3670	1,3884	1
2	1,2187	1,2465	1,2729	1,2981	1,3221	1,3452	1,3674	1,3888	2
3	1,2192	1,2470	1,2733	1,2985	1,3225	1,3455	1,3677	1,3891	3
4	1,2197	1,2474	1,2738	1,2989	1,3229	1,3459	1,3681	1,3895	4
5	1,2201	1,2479	1,2742	1,2993	1,3233	1,3463	1,3685	1,3898	5
6	1,2206	1,2483	1,2746	1,2997	1,3237	1,3467	1,3688	1,3902	6
7	1,2211	1,2488	1,2751	1,3001	1,3241	1,3471	1,3692	1,3905	7
8	1,2216	1,2492	1,2755	1,3005	1,3245	1,3474	1,3695	1,3909	8
9	1,2221	1,2497	1,2759	1,3009	1,3248	1,3178	1,3699	1,3912	9
10	1,2225	1,2501	1,2763	1,3013	1,3252	1,3482	1,3703	1,3916	10
11	1,2230	1,2506	1,2768	1,3017	1,3256	1,3486	1,3706	1,3919	11
12	1,2235	1,2510	1,2772	1,3021	1,3260	1,3489	1,3710	1,3923	12
13	1,2239	1,2515	1,2776	1,3025	1,3264	1,3493	1,3714	1,3926	13
14	1,2244	1,2519	1,2780	1,3030	1,3268	1,3497	1,3717	1,3930	14
15	1,2249	1,2523	1,2785	1,3034	1,3272	1,3500	1,3721	1,3933	15
16	1,2254	1,2528	1,2789	1,3038	1,3276	1,3504	1,3724	1,3937	16
17	1,2258	1,2532	1,2793	1,3042	1,3280	1,3508	1,3728	1,3940	17
18	1,2263	1,2537	1,2797	1,3046	1,3284	1,3512	1,3731	1,3944	18
19	1,2268	1,2541	1,2802	1,3050	1,3287	1,3515	1,3735	1,3947	19
20	1,2272	1,2546	1,2806	1,3054	1,3291	1,3519	1,3739	1,3951	20
21	1,2277	1,2550	1,2810	1,3058	1,3295	1,3523	1,3742	1,3954	21
22	1,2282	1,2555	1,2814	1,3062	1,3299	1,3527	1,3746	1,3958	22
23	1,2286	1,2559	1,2818	1,3066	1,3303	1,3530	1,3750	1,3961	23
24	1,2291	1,2563	1,2823	1,3070	1,3307	1,3534	1,3753	1,3965	24
25	1,2296	1,2568	1,2827	1,3074	1,3311	1,3538	1,3757	1,3968	25
26	1,2300	1,2572	1,2831	1,3078	1,3315	1,3542	1,3760	1,3972	26
27	1,2305	1,2577	1,2835	1,3082	1,3318	1,3545	1,3764	1,3975	27
28	1,2310	1,2581	1,2840	1,3086	1,3322	1,3549	1,3767	1,3978	28
29	1,2314	1,2586	1,2844	1,3090	1,3326	1,3553	1,3771	1,3982	29
30	1,2319	1,2590	1,2848	1,3094	1,3330	1,3556	1,3774	1,3985	30
31	1,2324	1,2594	1,2852	1,3098	1,3334	1,3560	1,3778	1,3989	31
32	1,2328	1,2599	1,2856	1,3102	1,3338	1,3564	1,3782	1,3992	32
33	1,2333	1,2603	1,2861	1,3106	1,3341	1,3567	1,3785	1,3995	33
34	1,2337	1,2608	1,2865	1,3110	1,3345	1,3571	1,3789	1,3999	34
35	1,2342	1,2612	1,2869	1,3114	1,3349	1,3575	1,3792	1,4003	35
36	1,2347	1,2616	1,2873	1,3118	1,3353	1,3579	1,3796	1,4006	36
37	1,2351	1,2621	1,2877	1,3122	1,3357	1,3582	1,3800	1,4009	37
38	1,2356	1,2625	1,2881	1,3126	1,3361	1,3586	1,3803	1,4013	38
39	1,2360	1,2629	1,2886	1,3130	1,3364	1,3590	1,3807	1,4016	39
40	1,2365	1,2634	1,2890	1,3134	1,3368	1,3593	1,3810	1,4020	40
41	1,2370	1,2638	1,2894	1,3138	1,3372	1,3597	1,3814	1,4023	41
42	1,2374	1,2643	1,2898	1,3142	1,3376	1,3601	1,3817	1,4027	42
43	1,2379	1,2647	1,2902	1,3146	1,3380	1,3604	1,3821	1,4030	43
44	1,2383	1,2651	1,2906	1,3150	1,3383	1,3608	1,3824	1,4033	44
45	1,2388	1,2656	1,2910	1,3154	1,3387	1,3612	1,3828	1,4037	45
46	1,2392	1,2660	1,2915	1,3158	1,3391	1,3615	1,3832	1,4040	46
47	1,2397	1,2664	1,2919	1,3162	1,3395	1,3619	1,3835	1,4044	47
48	1,2402	1,2669	1,2923	1,3166	1,3399	1,3623	1,3839	1,4047	48
49	1,2406	1,2673	1,2927	1,3170	1,3403	1,3626	1,3842	1,4051	49
50	1,2411	1,2677	1,2931	1,3174	1,3406	1,3630	1,3846	1,4054	50
51	1,2415	1,2682	1,2935	1,3178	1,3410	1,3634	1,3849	1,4057	51
52	1,2420	1,2686	1,2939	1,3182	1,3414	1,3637	1,3853	1,4061	52
53	1,2424	1,2690	1,2944	1,3186	1,3418	1,3641	1,3856	1,4064	53
54	1,2429	1,2695	1,2948	1,3189	1,3422	1,3645	1,3860	1,4068	54
55	1,2433	1,2699	1,2952	1,3193	1,3425	1,3648	1,3863	1,4071	55
56	1,2438	1,2703	1,2956	1,3197	1,3429	1,3652	1,3867	1,4074	56
57	1,2442	1,2707	1,2960	1,3201	1,3433	1,3656	1,3870	1,4078	57
58	1,2447	1,2712	1,2964	1,3205	1,3437	1,3659	1,3874	1,4081	58
59	1,2452	1,2716	1,2968	1,3209	1,3441	1,3663	1,3877	1,4085	59
60	1,2456	1,2721	1,2972	1,3213	1,3444	1,3666	1,3881	1,4088	60

Т а б л и ц а II (продолжение)

ζ	24°	25°	26°	27°	28°	29°	30°	31°	ζ
0'	1,4088	1,4289	1,4484	1,4674	1,4859	1,5039	1,5216	1,5389	0°
1	1,4091	1,4292	1,4487	1,4677	1,4862	1,5042	1,5219	1,5392	1
2	1,4095	1,4295	1,4490	1,4680	1,4865	1,5045	1,5222	1,5395	2
3	1,4098	1,4299	1,4493	1,4683	1,4868	1,5048	1,5225	1,5398	3
4	1,4102	1,4302	1,4497	1,4686	1,4871	1,5051	1,5228	1,5401	4
5	1,4105	1,4305	1,4500	1,4689	1,4874	1,5054	1,5231	1,5403	5
6	1,4108	1,4309	1,4503	1,4692	1,4877	1,5057	1,5233	1,5406	6
7	1,4112	1,4312	1,4506	1,4695	1,4880	1,5060	1,5236	1,5409	7
8	1,4115	1,4315	1,4509	1,4699	1,4883	1,5063	1,5239	1,5412	8
9	1,4119	1,4318	1,4513	1,4702	1,4886	1,5066	1,5242	1,5415	9
10	1,4122	1,4322	1,4516	1,4705	1,4889	1,5069	1,5245	1,5418	10
11	1,4125	1,4325	1,4519	1,4708	1,4892	1,5072	1,5248	1,5421	11
12	1,4129	1,4328	1,4522	1,4711	1,4895	1,5075	1,5251	1,5423	12
13	1,4132	1,4332	1,4525	1,4714	1,4898	1,5078	1,5254	1,5426	13
14	1,4136	1,4335	1,4529	1,4717	1,4901	1,5081	1,5257	1,5429	14
15	1,4139	1,4338	1,4532	1,4720	1,4904	1,5084	1,5260	1,5432	15
16	1,4142	1,4341	1,4535	1,4723	1,4907	1,5087	1,5262	1,5435	16
17	1,4146	1,4345	1,4538	1,4727	1,4910	1,5090	1,5265	1,5438	17
18	1,4149	1,4348	1,4541	1,4730	1,4913	1,5093	1,5268	1,5441	18
19	1,4152	1,4351	1,4545	1,4733	1,4916	1,5096	1,5271	1,5443	19
20	1,4156	1,4355	1,4548	1,4736	1,4919	1,5098	1,5274	1,5446	20
21	1,4159	1,4358	1,4551	1,4739	1,4922	1,5101	1,5277	1,5449	21
22	1,4162	1,4361	1,4554	1,4742	1,4925	1,5104	1,5280	1,5452	22
23	1,4166	1,4364	1,4557	1,4745	1,4928	1,5107	1,5283	1,5455	23
24	1,4169	1,4368	1,4560	1,4748	1,4931	1,5110	1,5286	1,5458	24
25	1,4173	1,4371	1,4563	1,4751	1,4934	1,5113	1,5289	1,5460	25
26	1,4176	1,4374	1,4567	1,4754	1,4937	1,5116	1,5291	1,5463	26
27	1,4179	1,4377	1,4570	1,4757	1,4940	1,5119	1,5294	1,5466	27
28	1,4183	1,4381	1,4573	1,4761	1,4943	1,5122	1,5297	1,5469	28
29	1,4186	1,4384	1,4576	1,4764	1,4946	1,5125	1,5300	1,5472	29
30	1,4189	1,4387	1,4579	1,4767	1,4949	1,5128	1,5303	1,5475	30
31	1,4193	1,4390	1,4583	1,4770	1,4952	1,5131	1,5306	1,5477	31
32	1,4196	1,4394	1,4586	1,4773	1,4955	1,5134	1,5309	1,5480	32
33	1,4199	1,4397	1,4589	1,4776	1,4958	1,5137	1,5312	1,5483	33
34	1,4203	1,4400	1,4592	1,4779	1,4961	1,5140	1,5315	1,5486	34
35	1,4206	1,4403	1,4595	1,4782	1,4964	1,5143	1,5317	1,5489	35
36	1,4209	1,4407	1,4598	1,4785	1,4967	1,5146	1,5320	1,5492	36
37	1,4213	1,4410	1,4602	1,4788	1,4970	1,5149	1,5323	1,5494	37
38	1,4216	1,4413	1,4605	1,4791	1,4973	1,5152	1,5326	1,5497	38
39	1,4219	1,4416	1,4608	1,4794	1,4976	1,5155	1,5329	1,5500	39
40	1,4223	1,4420	1,4611	1,4797	1,4979	1,5157	1,5332	1,5503	40
41	1,4226	1,4423	1,4614	1,4801	1,4982	1,5160	1,5335	1,5506	41
42	1,4229	1,4426	1,4617	1,4804	1,4985	1,5163	1,5338	1,5509	42
43	1,4233	1,4429	1,4620	1,4807	1,4988	1,5166	1,5340	1,5511	43
44	1,4236	1,4432	1,4624	1,4810	1,4991	1,5169	1,5343	1,5514	44
45	1,4239	1,4436	1,4627	1,4813	1,4994	1,5172	1,5346	1,5517	45
46	1,4243	1,4439	1,4630	1,4816	1,4997	1,5175	1,5349	1,5520	46
47	1,4246	1,4442	1,4633	1,4819	1,5000	1,5178	1,5352	1,5523	47
48	1,4249	1,4445	1,4636	1,4822	1,5003	1,5181	1,5355	1,5525	48
49	1,4252	1,4449	1,4639	1,4825	1,5006	1,5184	1,5358	1,5528	49
50	1,4256	1,4452	1,4642	1,4828	1,5009	1,5187	1,5361	1,5531	50
51	1,4259	1,4455	1,4646	1,4831	1,5012	1,5190	1,5363	1,5534	51
52	1,4262	1,4458	1,4649	1,4834	1,5015	1,5193	1,5366	1,5537	52
53	1,4266	1,4461	1,4652	1,4837	1,5018	1,5196	1,5369	1,5539	53
54	1,4269	1,4465	1,4655	1,4840	1,5021	1,5198	1,5372	1,5542	54
55	1,4272	1,4468	1,4658	1,4843	1,5024	1,5201	1,5375	1,5545	55
56	1,4276	1,4471	1,4661	1,4846	1,5027	1,5204	1,5378	1,5548	56
57	1,4279	1,4474	1,4664	1,4849	1,5030	1,5207	1,5381	1,5551	57
58	1,4282	1,4478	1,4667	1,4853	1,5033	1,5210	1,5383	1,5554	58
59	1,4286	1,4481	1,4671	1,4856	1,5036	1,5213	1,5386	1,5556	59
60	1,4289	1,4484	1,4674	1,4859	1,5039	1,5216	1,5389	1,5559	60

Т а б л и ц а II (продолжение)

$\zeta$	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	$\zeta$
0'	1,5559	1,5726	1,5891	1,6053	1,6213	1,6371	1,6528	1,6684	0'
1	1,5562	1,5729	1,5893	1,6056	1,6216	1,6374	1,6531	1,6686	1
2	1,5565	1,5732	1,5896	1,6058	1,6218	1,6377	1,6533	1,6689	2
3	1,5568	1,5735	1,5899	1,6061	1,6221	1,6379	1,6536	1,6691	3
4	1,5570	1,5737	1,5902	1,6064	1,6224	1,6382	1,6539	1,6694	4
5	1,5573	1,5740	1,5904	1,6066	1,6226	1,6385	1,6541	1,6696	5
6	1,5576	1,5743	1,5907	1,6069	1,6229	1,6387	1,6544	1,6699	6
7	1,5579	1,5746	1,5910	1,6072	1,6232	1,6390	1,6546	1,6702	7
8	1,5582	1,5748	1,5912	1,6074	1,6234	1,6392	1,6549	1,6704	8
9	1,5584	1,5751	1,5915	1,6077	1,6237	1,6395	1,6552	1,6707	9
10	1,5587	1,5754	1,5918	1,6080	1,6240	1,6398	1,6554	1,6709	10
11	1,5590	1,5757	1,5921	1,6082	1,6242	1,6400	1,6557	1,6712	11
12	1,5593	1,5759	1,5923	1,6085	1,6245	1,6403	1,6559	1,6714	12
13	1,5596	1,5762	1,5926	1,6088	1,6248	1,6406	1,6562	1,6717	13
14	1,5598	1,5765	1,5929	1,6091	1,6250	1,6408	1,6565	1,6720	14
15	1,5601	1,5768	1,5932	1,6093	1,6253	1,6411	1,6567	1,6722	15
16	1,5604	1,5770	1,5934	1,6096	1,6255	1,6413	1,6570	1,6725	16
17	1,5607	1,5773	1,5937	1,6098	1,6258	1,6416	1,6572	1,6727	17
18	1,5610	1,5776	1,5940	1,6101	1,6261	1,6419	1,6575	1,6730	18
19	1,5612	1,5779	1,5942	1,6104	1,6264	1,6421	1,6577	1,6732	19
20	1,5615	1,5781	1,5945	1,6106	1,6266	1,6424	1,6580	1,6735	20
21	1,5618	1,5784	1,5948	1,6109	1,6269	1,6426	1,6583	1,6738	21
22	1,5621	1,5787	1,5950	1,6112	1,6271	1,6429	1,6585	1,6740	22
23	1,5623	1,5790	1,5953	1,6115	1,6274	1,6432	1,6588	1,6743	23
24	1,5626	1,5792	1,5955	1,6117	1,6277	1,6434	1,6590	1,6745	24
25	1,5629	1,5795	1,5958	1,6120	1,6279	1,6437	1,6593	1,6748	25
26	1,5632	1,5798	1,5961	1,6123	1,6282	1,6440	1,6596	1,6750	26
27	1,5635	1,5801	1,5964	1,6125	1,6285	1,6442	1,6598	1,6753	27
28	1,5637	1,5803	1,5967	1,6128	1,6287	1,6445	1,6601	1,6756	28
28	1,5640	1,5806	1,5969	1,6131	1,6290	1,6447	1,6603	1,6758	28
30	1,5643	1,5809	1,5972	1,6133	1,6292	1,6450	1,6606	1,6761	30
31	1,5646	1,5812	1,5975	1,6136	1,6295	1,6453	1,6609	1,6763	31
32	1,5648	1,5814	1,5977	1,6139	1,6298	1,6455	1,6611	1,6766	32
33	1,5651	1,5817	1,5980	1,6141	1,6300	1,6458	1,6614	1,6768	33
34	1,5654	1,5820	1,5983	1,6144	1,6303	1,6460	1,6616	1,6771	34
35	1,5657	1,5822	1,5986	1,6147	1,6306	1,6463	1,6619	1,6774	35
36	1,5660	1,5825	1,5988	1,6149	1,6308	1,6466	1,6622	1,6776	36
37	1,5663	1,5828	1,5991	1,6152	1,6311	1,6468	1,6624	1,6779	37
38	1,5665	1,5831	1,5994	1,6155	1,6314	1,6471	1,6627	1,6781	38
39	1,5668	1,5833	1,5996	1,6157	1,6316	1,6473	1,6629	1,6784	39
40	1,5671	1,5836	1,5999	1,6160	1,6319	1,6476	1,6632	1,6786	40
41	1,5674	1,5839	1,6002	1,6163	1,6321	1,6479	1,6635	1,6789	41
42	1,5676	1,5842	1,6005	1,6165	1,6324	1,6481	1,6637	1,6792	42
43	1,5679	1,5844	1,6007	1,6168	1,6327	1,6484	1,6640	1,6794	43
44	1,5682	1,5847	1,6010	1,6170	1,6329	1,6487	1,6642	1,6797	44
45	1,5685	1,5850	1,6013	1,6173	1,6332	1,6489	1,6645	1,6799	45
46	1,5687	1,5853	1,6015	1,6176	1,6335	1,6492	1,6647	1,6802	46
47	1,5690	1,5855	1,6018	1,6178	1,6337	1,6494	1,6650	1,6804	47
48	1,5693	1,5858	1,6021	1,6181	1,6340	1,6497	1,6653	1,6807	48
49	1,5696	1,5861	1,6023	1,6184	1,6342	1,6499	1,6655	1,6810	49
50	1,5699	1,5863	1,6026	1,6186	1,6345	1,6502	1,6658	1,6812	50
51	1,5701	1,5866	1,6029	1,6189	1,6348	1,6505	1,6660	1,6815	51
52	1,5704	1,5869	1,6031	1,6192	1,6350	1,6508	1,6663	1,6817	52
53	1,5707	1,5872	1,6034	1,6194	1,6353	1,6510	1,6665	1,6820	53
54	1,5710	1,5874	1,6037	1,6197	1,6356	1,6513	1,6668	1,6822	54
55	1,5712	1,5877	1,6039	1,6200	1,6358	1,6515	1,6671	1,6825	55
56	1,5715	1,5880	1,6042	1,6202	1,6361	1,6518	1,6673	1,6827	56
57	1,5718	1,5883	1,6045	1,6205	1,6364	1,6520	1,6676	1,6830	57
58	1,5721	1,5885	1,6048	1,6208	1,6366	1,6523	1,6678	1,6833	58
59	1,5723	1,5888	1,6050	1,6210	1,6369	1,6526	1,6681	1,6835	59
60	1,5726	1,5891	1,6053	1,6213	1,6371	1,6528	1,6684	1,6838	60



Т а б л и ц а II (продолжение)

ζ	40°	41°	42°	43°	44°	45°	46°	47°	ζ
0'	1,6838	1,6991	1,7143	1,7295	1,7447	1,7598	1,7749	1,7901	0'
1	1,6840	1,6994	1,7146	1,7298	1,7449	1,7601	1,7752	1,7903	1
2	1,6843	1,6996	1,7149	1,7300	1,7452	1,7603	1,7754	1,7906	2
3	1,6845	1,6999	1,7151	1,7303	1,7454	1,7606	1,7757	1,7908	3
4	1,6848	1,7001	1,7154	1,7305	1,7457	1,7608	1,7759	1,7911	4
5	1,6851	1,7004	1,7156	1,7308	1,7459	1,7611	1,7762	1,7913	5
6	1,6853	1,7006	1,7159	1,7310	1,7462	1,7613	1,7764	1,7916	6
7	1,6856	1,7009	1,7161	1,7313	1,7464	1,7616	1,7767	1,7918	7
8	1,6858	1,7011	1,7164	1,7315	1,7467	1,7618	1,7769	1,7921	8
9	1,6861	1,7014	1,7166	1,7318	1,7469	1,7621	1,7772	1,7923	9
10	1,6863	1,7016	1,7169	1,7321	1,7472	1,7623	1,7774	1,7926	10
11	1,6866	1,7019	1,7171	1,7323	1,7474	1,7626	1,7777	1,7928	11
12	1,6868	1,7021	1,7174	1,7326	1,7477	1,7628	1,7780	1,7931	12
13	1,6871	1,7024	1,7176	1,7328	1,7479	1,7631	1,7782	1,7934	13
14	1,6873	1,7027	1,7179	1,7331	1,7482	1,7633	1,7785	1,7936	14
15	1,6876	1,7029	1,7181	1,7333	1,7485	1,7636	1,7787	1,7939	15
16	1,6879	1,7032	1,7184	1,7336	1,7487	1,7638	1,7790	1,7941	16
17	1,6881	1,7034	1,7186	1,7338	1,7490	1,7641	1,7792	1,7944	17
18	1,6884	1,7037	1,7189	1,7341	1,7492	1,7643	1,7795	1,7946	18
19	1,6886	1,7039	1,7192	1,7343	1,7495	1,7646	1,7797	1,7949	19
20	1,6889	1,7042	1,7194	1,7346	1,7497	1,7648	1,7800	1,7951	20
21	1,6891	1,7044	1,7197	1,7348	1,7500	1,7651	1,7802	1,7954	21
22	1,6894	1,7047	1,7199	1,7351	1,7502	1,7654	1,7805	1,7956	22
23	1,6897	1,7050	1,7202	1,7353	1,7505	1,7656	1,7807	1,7959	23
24	1,6899	1,7052	1,7204	1,7356	1,7507	1,7659	1,7810	1,7961	24
25	1,6902	1,7055	1,7207	1,7358	1,7510	1,7661	1,7812	1,7964	25
26	1,6904	1,7057	1,7209	1,7361	1,7512	1,7664	1,7815	1,7966	26
27	1,6907	1,7060	1,7212	1,7363	1,7515	1,7666	1,7817	1,7969	27
28	1,6909	1,7062	1,7214	1,7366	1,7517	1,7669	1,7820	1,7971	28
29	1,6912	1,7065	1,7217	1,7369	1,7520	1,7671	1,7822	1,7974	29
30	1,6914	1,7067	1,7219	1,7371	1,7522	1,7674	1,7825	1,7977	30
31	1,6917	1,7070	1,7222	1,7374	1,7525	1,7676	1,7827	1,7979	31
32	1,6919	1,7072	1,7224	1,7376	1,7527	1,7679	1,7830	1,7982	32
33	1,6922	1,7075	1,7227	1,7379	1,7530	1,7681	1,7833	1,7984	33
34	1,6925	1,7077	1,7230	1,7381	1,7532	1,7684	1,7835	1,7987	34
35	1,6927	1,7080	1,7232	1,7384	1,7535	1,7686	1,7838	1,7989	35
36	1,6930	1,7083	1,7235	1,7386	1,7538	1,7689	1,7840	1,7992	36
37	1,6932	1,7085	1,7237	1,7389	1,7540	1,7691	1,7843	1,7994	37
38	1,6935	1,7088	1,7240	1,7391	1,7543	1,7694	1,7845	1,7997	38
39	1,6937	1,7090	1,7242	1,7394	1,7545	1,7696	1,7848	1,7999	39
40	1,6940	1,7093	1,7245	1,7396	1,7548	1,7699	1,7850	1,8002	40
41	1,6942	1,7095	1,7247	1,7399	1,7550	1,7701	1,7853	1,8004	41
42	1,6945	1,7098	1,7250	1,7401	1,7553	1,7704	1,7855	1,8007	42
43	1,6948	1,7100	1,7252	1,7404	1,7555	1,7706	1,7858	1,8009	43
44	1,6950	1,7103	1,7255	1,7406	1,7558	1,7709	1,7860	1,8012	44
45	1,6953	1,7105	1,7257	1,7409	1,7560	1,7711	1,7863	1,8014	45
46	1,6955	1,7108	1,7260	1,7411	1,7563	1,7714	1,7865	1,8017	46
47	1,6958	1,7110	1,7262	1,7414	1,7565	1,7716	1,7868	1,8020	47
48	1,6960	1,7113	1,7265	1,7416	1,7568	1,7719	1,7870	1,8022	48
49	1,6963	1,7116	1,7268	1,7419	1,7570	1,7722	1,7873	1,8025	49
50	1,6965	1,7118	1,7270	1,7422	1,7573	1,7724	1,7875	1,8027	50
51	1,6968	1,7121	1,7273	1,7424	1,7575	1,7727	1,7878	1,8030	51
52	1,6971	1,7123	1,7275	1,7427	1,7578	1,7728	1,7880	1,8032	52
53	1,6973	1,7126	1,7278	1,7429	1,7580	1,7732	1,7883	1,8035	53
54	1,6976	1,7128	1,7280	1,7432	1,7583	1,7734	1,7885	1,8037	54
55	1,6978	1,7131	1,7283	1,7434	1,7585	1,7737	1,7888	1,8040	55
56	1,6981	1,7133	1,7285	1,7437	1,7588	1,7739	1,7891	1,8042	56
57	1,6983	1,7136	1,7288	1,7439	1,7590	1,7742	1,7893	1,8045	57
58	1,6986	1,7138	1,7290	1,7442	1,7593	1,7744	1,7896	1,8047	58
59	1,6988	1,7141	1,7293	1,7444	1,7595	1,7747	1,7898	1,8050	59
60	1,6991	1,7143	1,7295	1,7447	1,7598	1,7749	1,7901	1,8052	60

Т а б л и ц а II (продолжение)

$\zeta$	48°	49°	50°	51°	52°	53°	54°	55°	$\zeta$
0'	1,8052	1,8205	1,8358	1,8512	1,8667	1,8823	1,8981	1,9141	0'
1	1,8055	1,8207	1,8360	1,8514	1,8669	1,8826	1,8984	1,9143	1
2	1,8058	1,8210	1,8363	1,8517	1,8672	1,8828	1,8986	1,9146	2
3	1,8060	1,8212	1,8366	1,8520	1,8675	1,8831	1,8989	1,9149	3
4	1,8063	1,8215	1,8368	1,8522	1,8677	1,8834	1,8992	1,9151	4
5	1,8065	1,8218	1,8371	1,8525	1,8680	1,8836	1,8994	1,9154	5
6	1,8068	1,8220	1,8373	1,8527	1,8682	1,8839	1,8997	1,9157	6
7	1,8070	1,8223	1,8376	1,8530	1,8685	1,8842	1,9000	1,9159	7
8	1,8073	1,8225	1,8378	1,8532	1,8688	1,8844	1,9002	1,9162	8
9	1,8075	1,8228	1,8381	1,8535	1,8690	1,8847	1,9005	1,9165	9
10	1,8078	1,8230	1,8583	1,8538	1,8693	1,8849	1,9008	1,9167	10
11	1,8080	1,8233	1,8386	1,8540	1,8695	1,8852	1,9010	1,9170	11
12	1,8083	1,8235	1,8389	1,8543	1,8698	1,8855	1,9013	1,9173	12
13	1,8085	1,8238	1,8391	1,8545	1,8701	1,8857	1,9015	1,9175	13
14	1,8088	1,8240	1,8394	1,8548	1,8703	1,8860	1,9018	1,9178	14
15	1,8091	1,8243	1,8396	1,8551	1,8706	1,8863	1,9021	1,9181	15
16	1,8093	1,8246	1,8399	1,8553	1,8708	1,8865	1,9023	1,9183	16
17	1,8095	1,8248	1,8401	1,8556	1,8711	1,8868	1,9026	1,9186	17
18	1,8098	1,8251	1,8404	1,8558	1,8714	1,8870	1,9029	1,9189	18
19	1,8101	1,8253	1,8407	1,8561	1,8716	1,8873	1,9031	1,9192	19
20	1,8103	1,8256	1,8409	1,8563	1,8719	1,8876	1,9034	1,9194	20
21	1,8106	1,8258	1,8412	1,8566	1,8721	1,8878	1,9037	1,9197	21
22	1,8108	1,8261	1,8414	1,8569	1,8724	1,8881	1,9039	1,9200	22
23	1,8111	1,8263	1,8417	1,8571	1,8727	1,8883	1,9042	1,9202	23
24	1,8113	1,8266	1,8419	1,8574	1,8729	1,8886	1,9045	1,9205	24
25	1,8116	1,8269	1,8422	1,8576	1,8732	1,8889	1,9047	1,9208	25
26	1,8118	1,8271	1,8425	1,8579	1,8734	1,8891	1,9050	1,9210	26
27	1,8121	1,8274	1,8427	1,8581	1,8737	1,8894	1,9053	1,9213	27
28	1,8123	1,8276	1,8430	1,8584	1,8740	1,8897	1,9055	1,9216	28
29	1,8126	1,8279	1,8432	1,8587	1,8742	1,8899	1,9058	1,9218	29
30	1,8129	1,8281	1,8435	1,8589	1,8745	1,8902	1,9061	1,9221	30
31	1,8131	1,8284	1,8437	1,8592	1,8747	1,8905	1,9063	1,9224	31
32	1,8134	1,8286	1,8440	1,8594	1,8750	1,8907	1,9066	1,9227	32
33	1,8136	1,8289	1,8442	1,8597	1,8753	1,8910	1,9069	1,9229	33
34	1,8139	1,8291	1,8445	1,8600	1,8755	1,8912	1,9071	1,9232	34
35	1,8141	1,8294	1,8448	1,8602	1,8758	1,8915	1,9074	1,9235	35
36	1,8144	1,8297	1,8450	1,8605	1,8761	1,8918	1,9077	1,9237	36
37	1,8146	1,8299	1,8453	1,8607	1,8763	1,8920	1,9079	1,9240	37
38	1,8149	1,8302	1,8455	1,8610	1,8766	1,8923	1,9082	1,9243	38
39	1,8151	1,8304	1,8458	1,8613	1,8768	1,8926	1,9085	1,9245	39
40	1,8154	1,8307	1,8460	1,8615	1,8771	1,8928	1,9087	1,9248	40
41	1,8156	1,8309	1,8463	1,8618	1,8774	1,8931	1,9090	1,9251	41
42	1,8159	1,8312	1,8466	1,8620	1,8776	1,8934	1,9092	1,9254	42
43	1,8162	1,8314	1,8468	1,8623	1,8779	1,8936	1,9095	1,9256	43
44	1,8164	1,8317	1,8471	1,8625	1,8781	1,8939	1,9098	1,9259	44
45	1,8167	1,8320	1,8473	1,8628	1,8784	1,8941	1,9101	1,9262	45
46	1,8169	1,8322	1,8476	1,8631	1,8787	1,8944	1,9103	1,9264	46
47	1,8172	1,8325	1,8479	1,8633	1,8789	1,8947	1,9106	1,9267	47
48	1,8174	1,8327	1,8481	1,8636	1,8792	1,8949	1,9108	1,9270	48
49	1,8177	1,8330	1,8484	1,8638	1,8794	1,8952	1,9111	1,9272	49
50	1,8179	1,8332	1,8486	1,8641	1,8797	1,8955	1,9114	1,9275	50
51	1,8182	1,8335	1,8489	1,8644	1,8800	1,8957	1,9117	1,9278	51
52	1,8185	1,8337	1,8491	1,8646	1,8802	1,8960	1,9119	1,9280	52
53	1,8187	1,8340	1,8494	1,8649	1,8805	1,8963	1,9122	1,9283	53
54	1,8190	1,8343	1,8496	1,8651	1,8808	1,8965	1,9125	1,9286	54
55	1,8192	1,8345	1,8499	1,8654	1,8810	1,8968	1,9127	1,9289	55
56	1,8195	1,8348	1,8502	1,8656	1,8813	1,8970	1,9130	1,9291	56
57	1,8197	1,8350	1,8504	1,8659	1,8816	1,8973	1,9133	1,9294	57
58	1,8200	1,8353	1,8507	1,8662	1,8818	1,8976	1,9135	1,9297	58
59	1,8202	1,8355	1,8509	1,8664	1,8821	1,8978	1,9138	1,9299	59
60	1,8205	1,8358	1,8512	1,8667	1,8823	1,8981	1,9141	1,9302	60

Т а б л и ц а II (продолжение)

ζ	56°	57°	58°	59°	60°	61°	62°	63°	ζ
0'	1,93021	1,94660	1,96324	1,98015	1,99738	2,01493	2,03286	2,05121	0'
1	1,93049	1,94688	1,96352	1,98043	1,99767	2,01523	2,03316	2,05152	1
2	1,93076	1,94716	1,96380	1,98072	1,99796	2,01552	2,03347	2,05183	2
3	1,93103	1,94743	1,96408	1,98100	1,99825	2,01582	2,03377	2,05214	3
4	1,93130	1,94771	1,96436	1,98129	1,99854	2,01612	2,03407	2,05245	4
5	1,93158	1,94798	1,96464	1,98157	1,99883	2,01641	2,03437	2,05276	5
6	1,93185	1,94826	1,96492	1,98185	1,99912	2,01671	2,03468	2,05307	6
7	1,93212	1,94854	1,96520	1,98214	1,99941	2,01701	2,03498	2,05338	7
8	1,93229	1,94881	1,96548	1,98243	1,99970	2,01730	2,03528	2,05369	8
9	1,93266	1,94908	1,96576	1,98271	1,99999	2,01760	2,03558	2,05400	9
10	1,93293	1,94936	1,96604	1,98300	2,00028	2,01790	2,03589	2,05431	10
11	1,93320	1,94963	1,96632	1,98328	2,00057	2,01819	2,03619	2,05462	11
12	1,93348	1,94991	1,96660	1,98357	2,00086	2,01849	2,03649	2,05493	12
13	1,93375	1,95018	1,96688	1,98385	2,00115	2,01879	2,03680	2,05525	13
14	1,93402	1,95046	1,96716	1,98414	2,00144	2,01908	2,03710	2,05556	14
15	1,93429	1,95074	1,96744	1,98443	2,00173	2,01938	2,03740	2,05587	15
16	1,93456	1,95102	1,96772	1,98471	2,00202	2,01968	2,03771	2,05618	16
17	1,93484	1,95129	1,96800	1,98500	2,00231	2,01997	2,03801	2,05649	17
18	1,93511	1,95157	1,96828	1,98528	2,00260	2,02027	2,03832	2,05681	18
19	1,93538	1,95184	1,96856	1,98557	2,00289	2,02057	2,03862	2,05712	19
20	1,93566	1,95212	1,96884	1,98586	2,00319	2,02086	2,03893	2,05743	20
21	1,93593	1,95240	1,96912	1,98615	2,00348	2,02116	2,03923	2,05774	21
22	1,93620	1,95267	1,96940	1,98643	2,00377	2,02146	2,03954	2,05806	22
23	1,93647	1,95295	1,96968	1,98672	2,00407	2,02176	2,03984	2,05837	23
24	1,93674	1,95322	1,96996	1,98701	2,00436	2,02206	2,04014	2,05868	24
25	1,93702	1,95350	1,97024	1,98729	2,00465	2,02236	2,04045	2,05899	25
26	1,93729	1,95378	1,97053	1,98758	2,00494	2,02265	2,04075	2,05931	26
27	1,93756	1,95406	1,97081	1,98787	2,00523	2,02295	2,04106	2,05962	27
28	1,93784	1,95434	1,97109	1,98815	2,00553	2,02325	2,04137	2,05993	28
29	1,93811	1,95461	1,97137	1,98844	2,00582	2,02355	2,04167	2,06024	29
30	1,93838	1,95489	1,97165	1,98872	2,00611	2,02385	2,04197	2,06055	30
31	1,93865	1,95516	1,97193	1,98901	2,00640	2,02415	2,04228	2,06087	31
32	1,93893	1,95544	1,97222	1,98930	2,00670	2,02444	2,04259	2,06118	32
33	1,93920	1,95572	1,97250	1,98959	2,00699	2,02474	2,04290	2,06149	33
34	1,93948	1,95600	1,97278	1,98988	2,00728	2,02504	2,04320	2,06181	34
35	1,93975	1,95628	1,97306	1,99016	2,00757	2,02534	2,04351	2,06212	35
36	1,94003	1,95656	1,97334	1,99045	2,00787	2,02564	2,04381	2,06244	36
37	1,94030	1,95683	1,97363	1,99074	2,00816	2,02593	2,04412	2,06275	37
38	1,94057	1,95711	1,97391	1,99102	2,00846	2,02623	2,04442	2,06307	38
39	1,94084	1,95738	1,97420	1,99131	2,00875	2,02653	2,04473	2,06338	39
40	1,94112	1,95766	1,97448	1,99160	2,00904	2,02683	2,04503	2,06369	40
41	1,94139	1,95794	1,97476	1,99188	2,00934	2,02714	2,04534	2,06401	41
42	1,94167	1,95821	1,97504	1,99217	2,00963	2,02744	2,04565	2,06433	42
43	1,94194	1,95849	1,97532	1,99246	2,00992	2,02774	2,04596	2,06464	43
44	1,94221	1,95877	1,97561	1,99275	2,01021	2,02804	2,04627	2,06496	44
45	1,94248	1,95905	1,97589	1,99304	2,01051	2,02835	2,04657	2,06527	45
46	1,94276	1,95933	1,97618	1,99333	2,01080	2,02865	2,04688	2,06559	46
47	1,94303	1,95961	1,97646	1,99362	2,01109	2,02895	2,04719	2,06590	47
48	1,94331	1,95988	1,97674	1,99390	2,01139	2,02925	2,04750	2,06622	48
49	1,94358	1,96016	1,97702	1,99419	2,01168	2,02955	2,04781	2,06653	49
50	1,94386	1,96044	1,97731	1,99448	2,01198	2,02985	2,04812	2,06685	50
51	1,94413	1,96072	1,97759	1,99477	2,01227	2,03015	2,04843	2,06717	51
52	1,94441	1,96100	1,97788	1,99506	2,01257	2,03045	2,04874	2,06749	52
53	1,94468	1,96128	1,97816	1,99535	2,01286	2,03075	2,04904	2,06781	53
54	1,94495	1,96156	1,97844	1,99564	2,01316	2,03105	2,04935	2,06812	54
55	1,94523	1,96184	1,97873	1,99593	2,01345	2,03135	2,04966	2,06844	55
56	1,94551	1,96212	1,97901	1,99622	2,01375	2,03166	2,04997	2,06876	56
57	1,94578	1,96240	1,97930	1,99651	2,01404	2,03196	2,05028	2,06907	57
58	1,94606	1,96268	1,97958	1,99680	2,01434	2,03226	2,05059	2,06939	58
59	1,94633	1,96296	1,97987	1,99709	2,01464	2,03256	2,05090	2,06971	59
60	1,94660	1,96324	1,98015	1,99738	2,01493	2,03286	2,05121	2,07002	60

Т а б л и ц а II (продолжение)

$\zeta$	64°	65°	66°	67°	68°	69°	70°	71°	$\zeta$
0'	2,07002	2,08934	2,10922	2,12970	2,15086	2,17277	2,19550	2,21917	0'
1	2,07034	2,08967	2,10956	2,13005	2,15122	2,17314	2,19589	2,21957	1
2	2,07066	2,09000	2,10990	2,13039	2,15158	2,17351	2,19628	2,21998	2
3	2,07097	2,09032	2,11023	2,13074	2,15194	2,17388	2,19666	2,22038	3
4	2,07129	2,09065	2,11057	2,13109	2,15230	2,17425	2,19705	2,22078	4
5	2,07161	2,09098	2,11091	2,13144	2,15266	2,17462	2,19744	2,22118	5
6	2,07193	2,09130	2,11124	2,13179	2,15302	2,17499	2,19783	2,22159	6
7	2,07225	2,09163	2,11158	2,13213	2,15338	2,17537	2,19822	2,22199	7
8	2,07257	2,09196	2,11192	2,13248	2,15374	2,17574	2,19861	2,22240	8
9	2,07289	2,09229	2,11225	2,13283	2,15410	2,17612	2,19899	2,22280	9
10	2,07320	2,09262	2,11259	2,13318	2,15446	2,17649	2,19938	2,22321	10
11	2,07352	2,09295	2,11293	2,13352	2,15482	2,17687	2,19977	2,22361	11
12	2,07384	2,09327	2,11326	2,13387	2,15518	2,17724	2,20016	2,22402	12
13	2,07416	2,09360	2,11360	2,13422	2,15554	2,17761	2,20055	2,22443	13
14	2,07448	2,09393	2,11394	2,13457	2,15590	2,17799	2,20094	2,22483	14
15	2,07480	2,09426	2,11428	2,13492	2,15626	2,17836	2,20133	2,22524	15
16	2,07512	2,09459	2,11462	2,13527	2,15663	2,17874	2,20172	2,22565	16
17	2,07544	2,09492	2,11496	2,13562	2,15699	2,17912	2,20211	2,22606	17
18	2,07576	2,09525	2,11530	2,13597	2,15735	2,17949	2,20250	2,22647	18
19	2,07608	2,09558	2,11564	2,13632	2,15771	2,17987	2,20289	2,22687	19
20	2,07640	2,09591	2,11598	2,13667	2,15807	2,18024	2,20328	2,22728	20
21	2,07672	2,09624	2,11632	2,13703	2,15844	2,18062	2,20368	2,22769	21
22	2,07704	2,09657	2,11666	2,13738	2,15880	2,18100	2,20407	2,22810	22
23	2,07736	2,09690	2,11700	2,13773	2,15916	2,18137	2,20446	2,22851	23
24	2,07769	2,09723	2,11734	2,13808	2,15953	2,18175	2,20486	2,22892	24
25	2,07801	2,09756	2,11768	2,13843	2,15989	2,18213	2,20525	2,22933	25
26	2,07833	2,09789	2,11802	2,13878	2,16026	2,18250	2,20564	2,22974	26
27	2,07865	2,09822	2,11836	2,13913	2,16062	2,18288	2,20603	2,23015	27
28	2,07897	2,09855	2,11870	2,13948	2,16099	2,18326	2,20643	2,23056	28
29	2,07929	2,09888	2,11904	2,13984	2,16135	2,18364	2,20682	2,23097	29
30	2,07961	2,09921	2,11938	2,14019	2,16171	2,18402	2,20721	2,23138	30
31	2,07994	2,09954	2,11972	2,14054	2,16208	2,18440	2,20761	2,23179	31
32	2,08026	2,09987	2,12007	2,14089	2,16245	2,18478	2,20800	2,23221	32
33	2,08058	2,10020	2,12041	2,14125	2,16281	2,18516	2,20840	2,23262	33
34	2,08091	2,10053	2,12075	2,14160	2,16318	2,18554	2,20879	2,23303	34
35	2,08123	2,10086	2,12109	2,14195	2,16355	2,18592	2,20919	2,23345	35
36	2,08155	2,10119	2,12143	2,14231	2,16391	2,18630	2,20959	2,23386	36
37	2,08187	2,10152	2,12177	2,14266	2,16428	2,18668	2,20998	2,23428	37
38	2,08220	2,10186	2,12212	2,14302	2,16464	2,18706	2,21038	2,23469	38
39	2,08252	2,10219	2,12246	2,14338	2,16501	2,18745	2,21078	2,23510	39
40	2,08284	2,10252	2,12280	2,14373	2,16537	2,18783	2,21118	2,23551	40
41	2,08317	2,10286	2,12315	2,14409	2,16574	2,18821	2,21158	2,23593	41
42	2,08349	2,10319	2,12349	2,14444	2,16611	2,18859	2,21197	2,23634	42
43	2,08381	2,10352	2,12384	2,14480	2,16648	2,18897	2,21237	2,23676	43
44	2,08414	2,10386	2,12418	2,14515	2,16685	2,18936	2,21277	2,23717	44
45	2,08446	2,10419	2,12452	2,14551	2,16722	2,18974	2,21317	2,23759	45
46	2,08479	2,10452	2,12487	2,14586	2,16759	2,19012	2,21356	2,23801	46
47	2,08511	2,10486	2,12521	2,14622	2,16795	2,19051	2,21396	2,23842	47
48	2,08543	2,10519	2,12556	2,14657	2,16832	2,19089	2,21436	2,23884	48
49	2,08576	2,10553	2,12590	2,14693	2,16869	2,19127	2,21476	2,23926	49
50	2,08608	2,10587	2,12624	2,14728	2,16906	2,19165	2,21516	2,23967	50
51	2,08641	2,10620	2,12659	2,14764	2,16943	2,19204	2,21556	2,24009	51
52	2,08673	2,10654	2,12694	2,14800	2,16980	2,19242	2,21596	2,24051	52
53	2,08706	2,10687	2,12728	2,14835	2,17017	2,19280	2,21636	2,24093	53
54	2,08738	2,10721	2,12763	2,14871	2,17054	2,19319	2,21676	2,24135	54
55	2,08771	2,10754	2,12797	2,14907	2,17091	2,19357	2,21716	2,24177	55
56	2,08803	2,10788	2,12832	2,14942	2,17128	2,19396	2,21757	2,24219	56
57	2,08836	2,10822	2,12866	2,14978	2,17165	2,19435	2,21797	2,24261	57
58	2,08869	2,10855	2,12901	2,15014	2,17203	2,19473	2,21837	2,24302	58
59	2,08902	2,10889	2,12936	2,15050	2,17240	2,19512	2,21877	2,24344	59
60	2,08934	2,10922	2,12970	2,15086	2,17277	2,19550	2,21917	2,24386	60

Таблица II (продолжение)

ξ	72°	73°	74°	75°	76°	77°	78°	79°	ζ
0'	2,21386	2,26972	2,29688	2,32549	2,35576	2,38795	2,42229	2,45918	0'
1	2,21428	2,27016	2,29735	2,32597	2,35628	2,38850	2,42288	2,45982	1
2	2,21470	2,27061	2,29781	2,32646	2,35680	2,38905	2,42347	2,46046	2
3	2,21513	2,27105	2,29828	2,32695	2,35732	2,38961	2,42406	2,46110	3
4	2,21555	2,27149	2,29874	2,32744	2,35785	2,39016	2,42466	2,46174	4
5	2,21597	2,27194	2,29921	2,32793	2,35837	2,39072	2,42525	2,46238	5
6	2,21640	2,27238	2,29967	2,32843	2,35889	2,39127	2,42585	2,46302	6
7	2,21682	2,27282	2,30014	2,32892	2,35941	2,39183	2,42645	2,46367	7
8	2,21724	2,27327	2,30061	2,32941	2,35994	2,39239	2,42705	2,46431	8
9	2,21767	2,27371	2,30107	2,32991	2,36046	2,39294	2,42765	2,46495	9
10	2,21809	2,27416	2,30154	2,33041	2,36099	2,39350	2,42825	2,46560	10
11	2,21851	2,27460	2,30201	2,33090	2,36151	2,39406	2,42885	2,46625	11
12	2,21894	2,27505	2,30248	2,33140	2,36204	2,39462	2,42946	2,46689	12
13	2,21936	2,27549	2,30295	2,33189	2,36256	2,39518	2,43006	2,46754	13
14	2,21979	2,27594	2,30342	2,33239	2,36309	2,39575	2,43066	2,46819	14
15	2,25022	2,27638	2,30389	2,33289	2,36362	2,39631	2,43126	2,46884	15
16	2,25065	2,27683	2,30436	2,33339	2,36414	2,39687	2,43187	2,46949	16
17	2,25107	2,27728	2,30483	2,33388	2,36467	2,39743	2,43247	2,47014	17
18	2,25150	2,27773	2,30531	2,33438	2,36520	2,39800	2,43307	2,47079	18
19	2,25192	2,27818	2,30578	2,33488	2,36573	2,39856	2,43368	2,47145	19
20	2,25235	2,27863	2,30625	2,33538	2,36627	2,39913	2,43428	2,47211	20
21	2,25278	2,27908	2,30672	2,33588	2,36680	2,39969	2,43489	2,47276	21
22	2,25321	2,27953	2,30720	2,33638	2,36733	2,40026	2,43550	2,47341	22
23	2,25363	2,27998	2,30767	2,33688	2,36787	2,40083	2,43611	2,47407	23
24	2,25406	2,28043	2,30814	2,33738	2,36840	2,40140	2,43672	2,47473	24
25	2,25449	2,28088	2,30861	2,33788	2,36893	2,40197	2,43733	2,47538	25
26	2,25492	2,28133	2,30909	2,33839	2,36947	2,40254	2,43795	2,47604	26
27	2,25535	2,28178	2,30956	2,33889	2,37000	2,40311	2,43856	2,47670	27
28	2,25578	2,28223	2,31003	2,33939	2,37053	2,40368	2,43917	2,47736	28
29	2,25621	2,28268	2,31051	2,33990	2,37107	2,40425	2,43978	2,47802	29
30	2,25664	2,28314	2,31099	2,34040	2,37161	2,40482	2,44040	2,47868	30
31	2,25707	2,28359	2,31146	2,34090	2,37214	2,40539	2,44101	2,47934	31
32	2,25750	2,28404	2,31194	2,34141	2,37268	2,40596	2,44163	2,48000	32
33	2,25793	2,28450	2,31242	2,34192	2,37322	2,40654	2,44225	2,48067	33
34	2,25836	2,28495	2,31290	2,34242	2,37375	2,40711	2,44286	2,48134	34
35	2,25879	2,28541	2,31338	2,34293	2,37429	2,40769	2,44348	2,48201	35
36	2,25923	2,28586	2,31386	2,34344	2,37483	2,40826	2,44410	2,48268	36
37	2,25966	2,28631	2,31434	2,34394	2,37537	2,40884	2,44472	2,48335	37
38	2,26009	2,28677	2,31482	2,34445	2,37591	2,40942	2,44534	2,48402	38
39	2,26053	2,28722	2,31530	2,34496	2,37645	2,41000	2,44596	2,48469	39
40	2,26096	2,28768	2,31578	2,34547	2,37699	2,41058	2,44658	2,48537	40
41	2,26140	2,28813	2,31626	2,34598	2,37754	2,41115	2,44721	2,48604	41
42	2,26183	2,28859	2,31674	2,34649	2,37808	2,41173	2,44783	2,48672	42
43	2,26227	2,28904	2,31722	2,34700	2,37862	2,41231	2,44846	2,48739	43
44	2,26270	2,28950	2,31771	2,34751	2,37916	2,41289	2,44908	2,48807	44
45	2,26314	2,28996	2,31819	2,34803	2,37971	2,41348	2,44971	2,48874	45
46	2,26357	2,29042	2,31867	2,34854	2,38025	2,41406	2,45034	2,48942	46
47	2,26401	2,29088	2,31916	2,34905	2,38080	2,41464	2,45096	2,49010	47
48	2,26445	2,29134	2,31964	2,34956	2,38135	2,41523	2,45159	2,49078	48
49	2,26488	2,29180	2,32013	2,35008	2,38190	2,41582	2,45222	2,49146	49
50	2,26532	2,29226	2,32061	2,35059	2,38244	2,41640	2,45284	2,49214	50
51	2,26576	2,29272	2,32110	2,35110	2,38299	2,41699	2,45347	2,49283	51
52	2,26620	2,29318	2,32159	2,35162	2,38353	2,41758	2,45410	2,49351	52
53	2,26664	2,29365	2,32207	2,35213	2,38408	2,41816	2,45474	2,49419	53
54	2,26708	2,29411	2,32256	2,35265	2,38463	2,41875	2,45537	2,49488	54
55	2,26752	2,29457	2,32305	2,35317	2,38518	2,41934	2,45600	2,49557	55
56	2,26796	2,29503	2,32354	2,35369	2,38573	2,41993	2,45664	2,49625	56
57	2,26840	2,29549	2,32402	2,35420	2,38629	2,42051	2,45727	2,49694	57
58	2,26884	2,29595	2,32451	2,35472	2,38684	2,42110	2,45791	2,49763	58
59	2,26928	2,29642	2,32500	2,35524	2,38739	2,42169	2,45854	2,49832	59
60	2,26972	2,29688	2,32549	2,35576	2,38795	2,42229	2,45918	2,49901	60

Таблица III. γ. Температура в °С

t	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
-29°	+6346	+6363	+6381	+6399	+6417	+6435	+6453	+6471	+6489	+6506
-28	+6168	+6185	+6203	+6221	+6239	+6257	+6274	+6292	+6310	+6328
-27	+5990	+6008	+6026	+6043	+6061	+6079	+6097	+6114	+6132	+6150
-26	+5814	+5831	+5849	+5867	+5884	+5902	+5920	+5937	+5955	+5973
-25	+5638	+5656	+5673	+5691	+5708	+5726	+5743	+5761	+5779	+5796
-24	+5463	+5480	+5498	+5515	+5533	+5550	+5568	+5585	+5603	+5620
-23	+5288	+5306	+5223	+5341	+5358	+5376	+5393	+5410	+5428	+5445
-22	+5115	+5132	+5149	+5167	+5184	+5201	+5219	+5236	+5254	+5271
-21	+4942	+4959	+4976	+4993	+5011	+5028	+5045	+5063	+5080	+5097
-20	+4769	+4786	+4804	+4821	+4838	+4855	+4873	+4890	+4907	+4924
-19	+4598	+4615	+4632	+4649	+4666	+4683	+4700	+4718	+4735	+4752
-18	+4427	+4444	+4461	+4478	+4495	+4512	+4529	+4546	+4563	+4580
-17	+4256	+4273	+4290	+4307	+4324	+4341	+4358	+4375	+4392	+4410
-16	+4087	+4104	+4120	+4137	+4154	+4171	+4188	+4205	+4222	+4239
-15	+3918	+3934	+3951	+3968	+3985	+4002	+4019	+4036	+4053	+4070
-14	+3749	+3766	+3783	+3800	+3817	+3833	+3850	+3867	+3884	+3901
-13	+3582	+3598	+3615	+3632	+3649	+3665	+3682	+3699	+3716	+3732
-12	+3414	+3431	+3448	+3465	+3481	+3498	+3515	+3531	+3548	+3565
-11	+3248	+3265	+3281	+3298	+3315	+3331	+3348	+3365	+3381	+3398
-10	+3082	+3099	+3115	+3132	+3149	+3165	+3182	+3198	+3215	+3232
-9	+2917	+2934	+2950	+2967	+2983	+3000	+3016	+3033	+3049	+3066
-8	+2753	+2769	+2786	+2802	+2818	+2835	+2851	+2868	+2884	+2901
-7	+2589	+2605	+2621	+2638	+2654	+2671	+2687	+2703	+2720	+2736
-6	+2425	+2442	+2458	+2474	+2491	+2507	+2523	+2540	+2556	+2572
-5	+2263	+2279	+2295	+2312	+2328	+2344	+2360	+2377	+2393	+2409
-4	+2101	+2117	+2133	+2149	+2166	+2182	+2198	+2214	+2230	+2247
-3	+1939	+1955	+1972	+1988	+2004	+2020	+2036	+2052	+2068	+2085
-2	+1778	+1794	+1811	+1827	+1843	+1859	+1875	+1891	+1907	+1923
-1	+1618	+1634	+1650	+1666	+1682	+1698	+1714	+1730	+1746	+1762
0	+1458	+1474	+1490	+1506	+1522	+1538	+1554	+1570	+1586	+1602
+0	+1458	+1443	+1427	+1411	+1395	+1379	+1363	+1347	+1331	+1315
+1	+1299	+1283	+1268	+1252	+1236	+1220	+1204	+1188	+1173	+1157
+2	+1141	+1125	+1109	+1093	+1078	+1062	+1046	+1030	+1015	+999
+3	+983	+967	+951	+936	+920	+904	+888	+873	+857	+841
+4	+826	+810	+794	+779	+763	+747	+731	+716	+700	+684
+5	+669	+653	+637	+622	+606	+591	+575	+559	+544	+528
+6	+513	+497	+481	+466	+450	+435	+419	+404	+388	+372
+7	+357	+341	+326	+310	+295	+279	+264	+248	+233	+217
+8	+202	+186	+171	+155	+140	+124	+109	+93	+78	+63
+9	+47	+32	+17	+1	-14	-30	-45	-61	-76	-91
+10	-107	-122	-138	-153	-168	-184	-199	-214	-230	-245
+11	-260	-276	-291	-306	-322	-337	-352	-367	-383	-398
+12	-413	-429	-444	-459	-474	-489	-505	-520	-535	-550
+13	-566	-581	-596	-611	-626	-642	-657	-672	-687	-702
+14	-717	-733	-748	-763	-778	-793	-808	-823	-839	-854
+15	-869	-884	-899	-914	-929	-944	-959	-974	-990	-1005
+16	-1020	-1035	-1050	-1065	-1080	-1095	-1110	-1125	-1140	-1155
+17	-1170	-1185	-1200	-1215	-1230	-1245	-1260	-1275	-1290	-1305
+18	-1320	-1335	-1350	-1365	-1379	-1394	-1409	-1424	-1439	-1454
+19	-1469	-1484	-1499	-1514	-1529	-1543	-1558	-1573	-1588	-1603
+20	-1618	-1632	-1647	-1662	-1677	-1692	-1707	-1721	-1736	-1751
+21	-1766	-1781	-1795	-1810	-1825	-1840	-1855	-1869	-1884	-1899
+22	-1914	-1928	-1943	-1958	-1973	-1987	-2002	-2017	-2031	-2046
+23	-2061	-2076	-2090	-2105	-2120	-2134	-2149	-2164	-2178	-2193
+24	-2208	-2222	-2237	-2252	-2266	-2281	-2295	-2310	-2325	-2339
+25	-2354	-2368	-2383	-2398	-2412	-2427	-2441	-2456	-2470	-2485
+26	-2500	-2514	-2529	-2543	-2558	-2572	-2587	-2601	-2616	-2630
+27	-2645	-2659	-2674	-2688	-2703	-2717	-2732	-2746	-2761	-2775
+28	-2790	-2804	-2818	-2833	-2847	-2862	-2876	-2891	-2905	-2919
+29	-2934	-2948	-2963	-2977	-2992	-3006	-3020	-3035	-3049	-3063

Таблица IV В. Миллиметры

b	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
665-мм	—5311	—5305	—5298	—5292	—5285	—5279	—5272	—5266	—5259	—5253
666	—5246	—5240	—5233	—5226	—5220	—5214	—5207	—5200	—5194	—5187
667	—5181	—5174	—5168	—5161	—5155	—5148	—5142	—5135	—5129	—5122
668	—5116	—5109	—5103	—5096	—5090	—5083	—5077	—5070	—5064	—5057
669	—5051	—5044	—5038	—5031	—5025	—5018	—5012	—5005	—4999	—4992
670	—4986	—4980	—4973	—4967	—4960	—4954	—4947	—4941	—4934	—4928
671	—4921	—4915	—4908	—4902	—4895	—4889	—4882	—4876	—4870	—4863
672	—4857	—4850	—4844	—4837	—4831	—4824	—4818	—4811	—4805	—4798
673	—4792	—4785	—4779	—4773	—4766	—4760	—4753	—4747	—4740	—4734
674	—4728	—4721	—4715	—4708	—4702	—4695	—4689	—4682	—4676	—4670
675	—4663	—4657	—4650	—4644	—4637	—4631	—4624	—4618	—4612	—4605
676	—4599	—4592	—4586	—4580	—4573	—4567	—4560	—4554	—4548	—4541
677	—4535	—4528	—4522	—4515	—4509	—4503	—4496	—4490	—4483	—4477
678	—4470	—4464	—4458	—4451	—4445	—4438	—4432	—4426	—4419	—4413
679	—4406	—4400	—4394	—4387	—4381	—4375	—4368	—4362	—4355	—4349
680	—4343	—4336	—4330	—4324	—4317	—4311	—4304	—4298	—4292	—4285
681	—4279	—4272	—4266	—4260	—4253	—4247	—4240	—4234	—4228	—4221
682	—4215	—4209	—4202	—4196	—4190	—4183	—4177	—4170	—4164	—4158
683	—4151	—4145	—4139	—4132	—4126	—4120	—4113	—4107	—4101	—4094
684	—4088	—4081	—4075	—4069	—4062	—4056	—4050	—4044	—4037	—4031
685	—4024	—4018	—4012	—4005	—3999	—3993	—3986	—3980	—3974	—3967
686	—3961	—3955	—3948	—3942	—3936	—3929	—3923	—3917	—3910	—3904
687	—3898	—3892	—3885	—3879	—3872	—3866	—3860	—3854	—3847	—3841
688	—3835	—3828	—3822	—3816	—3809	—3803	—3797	—3790	—3784	—3778
689	—3772	—3765	—3759	—3753	—3746	—3740	—3734	—3728	—3721	—3715
690	—3709	—3702	—3696	—3690	—3683	—3677	—3671	—3665	—3658	—3652
691	—3646	—3639	—3633	—3627	—3621	—3614	—3608	—3602	—3595	—3589
692	—3583	—3577	—3570	—3564	—3558	—3552	—3545	—3539	—3533	—3526
693	—3520	—3514	—3508	—3501	—3495	—3489	—3483	—3476	—3470	—3464
694	—3458	—3451	—3445	—3439	—3432	—3426	—3420	—3414	—3408	—3401
695	—3395	—3389	—3382	—3376	—3370	—3364	—3358	—3351	—3345	—3339
696	—3333	—3326	—3320	—3314	—3308	—3301	—3295	—3289	—3283	—3276
697	—3270	—3264	—3258	—3252	—3245	—3239	—3233	—3227	—3220	—3214
698	—3208	—3202	—3196	—3189	—3183	—3177	—3171	—3164	—3158	—3152
699	—3146	—3140	—3133	—3127	—3121	—3115	—3108	—3102	—3096	—3090
700	—3084	—3078	—3071	—3065	—3059	—3053	—3046	—3040	—3034	—3028
701	—3022	—3016	—3009	—3003	—2997	—2991	—2984	—2978	—2972	—2966
702	—2960	—2954	—2947	—2941	—2935	—2929	—2923	—2916	—2910	—2904
703	—2898	—2892	—2886	—2879	—2873	—2867	—2861	—2855	—2849	—2842
704	—2836	—2830	—2824	—2818	—2812	—2805	—2799	—2793	—2787	—2781
705	—2775	—2768	—2762	—2756	—2750	—2744	—2738	—2732	—2725	—2719
706	—2713	—2707	—2701	—2695	—2688	—2682	—2676	—2670	—2664	—2658
707	—2652	—2645	—2639	—2633	—2627	—2621	—2615	—2609	—2602	—2596
708	—2590	—2584	—2578	—2572	—2566	—2560	—2553	—2547	—2541	—2535
709	—2529	—2523	—2517	—2510	—2504	—2498	—2492	—2486	—2480	—2474
710	—2468	—2462	—2455	—2449	—2443	—2437	—2431	—2425	—2419	—2413
711	—2406	—2400	—2394	—2388	—2382	—2376	—2370	—2364	—2358	—2352
712	—2346	—2339	—2333	—2327	—2321	—2315	—2309	—2303	—2297	—2291
713	—2284	—2278	—2272	—2266	—2260	—2254	—2248	—2242	—2236	—2230
714	—2224	—2218	—2212	—2205	—2199	—2193	—2187	—2181	—2175	—2169
715	—2163	—2157	—2151	—2145	—2139	—2132	—2126	—2120	—2114	—2108
716	—2102	—2096	—2090	—2084	—2078	—2072	—2066	—2060	—2054	—2048
717	—2042	—2036	—2030	—2023	—2017	—2011	—2005	—1999	—1993	—1987
718	—1981	—1975	—1969	—1963	—1957	—1951	—1945	—1939	—1933	—1927
719	—1921	—1915	—1908	—1902	—1896	—1890	—1884	—1878	—1872	—1866
720	—1860	—1854	—1848	—1842	—1836	—1830	—1824	—1818	—1812	—1806
721	—1800	—1794	—1788	—1782	—1776	—1770	—1764	—1758	—1752	—1746
722	—1740	—1734	—1728	—1722	—1716	—1710	—1704	—1698	—1692	—1686
723	—1680	—1674	—1668	—1662	—1656	—1650	—1644	—1638	—1632	—1626
724	—1620	—1614	—1608	—1602	—1596	—1590	—1584	—1578	—1572	—1566

Т а б л и ц а IV (продолжение)

<i>b</i>	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
725 <sup>мм</sup>	-1560	-1554	-1548	-1542	-1536	-1530	-1524	-1518	-1512	-1506
726	-1500	-1494	-1488	-1482	-1476	-1470	-1464	-1458	-1452	-1446
727	-1440	-1434	-1428	-1422	-1416	-1410	-1404	-1398	-1392	-1386
728	-1380	-1374	-1368	-1362	-1356	-1350	-1345	-1339	-1333	-1327
729	-1321	-1315	-1309	-1303	-1297	-1291	-1285	-1279	-1273	-1267
730	-1261	-1255	-1249	-1243	-1237	-1231	-1226	-1220	-1214	-1208
731	-1202	-1196	-1190	-1184	-1178	-1172	-1166	-1160	-1154	-1148
732	-1142	-1136	-1130	-1124	-1118	-1112	-1107	-1101	-1095	-1089
733	-1083	-1077	-1071	-1065	-1059	-1053	-1048	-1042	-1036	-1030
734	-1024	-1018	-1012	-1006	-1000	-994	-989	-983	-977	-971
735	-965	-959	-953	-947	-941	-935	-930	-924	-918	-912
736	-906	-900	-894	-888	-882	-876	-871	-865	-859	-853
737	-847	-841	-835	-829	-823	-817	-812	-806	-800	-794
738	-788	-782	-776	-770	-764	-758	-753	-747	-741	-735
739	-729	-723	-717	-711	-705	-699	-694	-688	-682	-676
740	-670	-664	-658	-653	-647	-641	-635	-629	-624	-618
741	-612	-606	-600	-594	-588	-582	-577	-571	-565	-559
742	-553	-547	-541	-535	-529	-523	-518	-512	-506	-500
743	-494	-488	-482	-477	-471	-465	-459	-453	-448	-442
744	-436	-430	-424	-419	-413	-407	-401	-395	-390	-384
745	-378	-372	-366	-360	-354	-348	-343	-337	-331	-325
746	-319	-313	-307	-302	-296	-290	-284	-278	-273	-267
747	-261	-255	-249	-244	-238	-232	-226	-220	-215	-209
748	-203	-197	-191	-186	-180	-174	-168	-162	-157	-151
749	-145	-139	-133	-128	-122	-116	-110	-104	-99	-93
750	-87	-81	-75	-70	-64	-58	-52	-46	-41	-35
751	-29	-23	-18	-12	-6	0	+ 5	+ 11	+ 17	+ 22
752	+ 28	+ 34	+ 40	+ 45	+ 51	+ 57	+ 63	+ 69	+ 74	+ 80
753	+ 86	+ 92	+ 98	+ 103	+ 109	+ 115	+ 121	+ 127	+ 132	+ 138
754	+ 144	+ 150	+ 155	+ 161	+ 167	+ 173	+ 178	+ 184	+ 190	+ 195
755	+ 201	+ 207	+ 213	+ 218	+ 224	+ 230	+ 236	+ 242	+ 247	+ 253
756	+ 259	+ 265	+ 270	+ 276	+ 282	+ 288	+ 293	+ 299	+ 305	+ 310
757	+ 316	+ 322	+ 328	+ 333	+ 339	+ 345	+ 351	+ 357	+ 362	+ 368
758	+ 374	+ 380	+ 385	+ 391	+ 397	+ 403	+ 408	+ 414	+ 420	+ 425
759	+ 431	+ 437	+ 442	+ 448	+ 454	+ 460	+ 465	+ 471	+ 477	+ 482
760	+ 488	+ 494	+ 499	+ 505	+ 511	+ 517	+ 522	+ 528	+ 534	+ 539
761	+ 545	+ 551	+ 556	+ 562	+ 568	+ 574	+ 579	+ 585	+ 591	+ 596
762	+ 602	+ 608	+ 613	+ 619	+ 625	+ 631	+ 636	+ 642	+ 648	+ 653
763	+ 659	+ 665	+ 670	+ 676	+ 682	+ 688	+ 693	+ 699	+ 705	+ 710
764	+ 716	+ 722	+ 727	+ 733	+ 739	+ 745	+ 750	+ 756	+ 762	+ 767
765	+ 773	+ 779	+ 784	+ 790	+ 796	+ 802	+ 807	+ 813	+ 819	+ 824
766	+ 830	+ 836	+ 841	+ 847	+ 852	+ 858	+ 864	+ 869	+ 875	+ 880
767	+ 886	+ 892	+ 897	+ 903	+ 909	+ 915	+ 920	+ 926	+ 932	+ 937
768	+ 943	+ 949	+ 954	+ 960	+ 965	+ 971	+ 977	+ 982	+ 988	+ 993
769	+ 999	+ 1005	+ 1010	+ 1016	+ 1022	+ 1028	+ 1033	+ 1039	+ 1045	+ 1050
770	+ 1056	+ 1062	+ 1067	+ 1073	+ 1078	+ 1084	+ 1090	+ 1095	+ 1101	+ 1106
771	+ 1112	+ 1118	+ 1123	+ 1129	+ 1134	+ 1140	+ 1146	+ 1151	+ 1157	+ 1162
772	+ 1168	+ 1174	+ 1179	+ 1185	+ 1191	+ 1197	+ 1202	+ 1208	+ 1214	+ 1219
773	+ 1225	+ 1231	+ 1236	+ 1242	+ 1247	+ 1253	+ 1259	+ 1264	+ 1270	+ 1275
774	+ 1281	+ 1287	+ 1292	+ 1298	+ 1303	+ 1309	+ 1315	+ 1320	+ 1326	+ 1331
775	+ 1337	+ 1343	+ 1348	+ 1354	+ 1359	+ 1365	+ 1371	+ 1376	+ 1382	+ 1387
776	+ 1393	+ 1399	+ 1404	+ 1410	+ 1415	+ 1421	+ 1427	+ 1462	+ 1438	+ 1443
777	+ 1449	+ 1455	+ 1460	+ 1466	+ 1471	+ 1477	+ 1483	+ 1488	+ 1494	+ 1499
778	+ 1505	+ 1511	+ 1516	+ 1522	+ 1527	+ 1533	+ 1538	+ 1544	+ 1549	+ 1555
779	+ 1560	+ 1566	+ 1571	+ 1577	+ 1582	+ 1588	+ 1594	+ 1599	+ 1605	+ 1610
780	+ 1616	+ 1622	+ 1627	+ 1633	+ 1638	+ 1644	+ 1650	+ 1655	+ 1661	+ 1666
781	+ 1672	+ 1678	+ 1683	+ 1689	+ 1694	+ 1700	+ 1705	+ 1711	+ 1716	+ 1722
782	+ 1727	+ 1733	+ 1738	+ 1744	+ 1749	+ 1755	+ 1761	+ 1766	+ 1772	+ 1777
783	+ 1783	+ 1789	+ 1794	+ 1800	+ 1805	+ 1811	+ 1816	+ 1822	+ 1827	+ 1833
784	+ 1838	+ 1844	+ 1849	+ 1855	+ 1860	+ 1866	+ 1872	+ 1877	+ 1883	+ 1888



Таблица IVa, В. Миллибары

б	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9
925 нб	-3470	-3465	-3460	-3455	-3451	-3446	-3441	-3437	-3432	-3427
926	-3423	-3418	-3413	-3408	-3404	-3399	-3394	-3390	-3385	-3380
927	-3376	-3371	-3366	-3362	-3357	-3352	-3348	-3343	-3338	-3334
928	-3329	-3324	-3320	-3315	-3310	-3306	-3301	-3296	-3292	-3287
929	-3282	-3278	-3273	-3268	-3263	-3259	-3254	-3249	-3245	-3240
930	-3235	-3231	-3226	-3221	-3217	-3212	-3207	-3203	-3198	-3193
931	-3189	-3184	-3179	-3175	-3170	-3165	-3161	-3156	-3151	-3147
932	-3142	-3137	-3133	-3128	-3124	-3119	-3114	-3110	-3105	-3100
933	-3096	-3091	-3086	-3082	-3077	-3072	-3068	-3063	-3058	-3054
934	-3049	-3044	-3040	-3035	-3030	-3026	-3021	-3016	-3012	-3007
935	-3002	-2998	-2993	-2989	-2984	-2979	-2975	-2970	-2965	-2961
936	-2956	-2952	-2947	-2942	-2938	-2933	-2928	-2924	-2919	-2914
937	-2910	-2905	-2900	-2896	-2891	-2887	-2882	-2877	-2873	-2868
938	-2863	-2859	-2854	-2850	-2845	-2840	-2836	-2831	-2826	-2822
939	-2817	-2812	-2808	-2803	-2799	-2794	-2789	-2785	-2780	-2776
940	-2771	-2766	-2762	-2757	-2752	-2748	-2743	-2739	-2734	-2729
941	-2725	-2720	-2716	-2711	-2706	-2702	-2697	-2692	-2688	-2683
942	-2679	-2674	-2669	-2665	-2660	-2656	-2651	-2646	-2642	-2637
943	-2632	-2628	-2623	-2619	-2614	-2610	-2605	-2600	-2596	-2591
944	-2586	-2582	-2577	-2573	-2568	-2564	-2559	-2554	-2550	-2545
945	-2540	-2536	-2531	-2527	-2522	-2518	-2513	-2508	-2504	-2499
946	-2495	-2490	-2485	-2481	-2476	-2472	-2467	-2462	-2458	-2453
947	-2449	-2444	-2440	-2435	-2430	-2426	-2421	-2417	-2412	-2407
948	-2403	-2398	-2394	-2389	-2384	-2380	-2375	-2371	-2366	-2362
949	-2357	-2352	-2348	-2343	-2339	-2334	-2330	-2325	-2320	-2316
950	-2311	-2307	-2302	-2298	-2293	-2288	-2284	-2279	-2275	-2270
951	-2266	-2261	-2256	-2252	-2247	-2243	-2238	-2234	-2229	-2225
952	-2220	-2215	-2211	-2206	-2202	-2197	-2193	-2188	-2184	-2179
953	-2174	-2170	-2165	-2161	-2156	-2152	-2147	-2142	-2138	-2133
954	-2129	-2124	-2120	-2115	-2111	-2106	-2102	-2097	-2092	-2088
955	-2083	-2079	-2074	-2070	-2065	-2061	-2056	-2052	-2047	-2042
956	-2038	-2033	-2029	-2024	-2020	-2015	-2011	-2006	-2002	-1997
957	-1992	-1988	-1983	-1979	-1974	-1970	-1965	-1961	-1956	-1952
958	-1947	-1943	-1938	-1934	-1929	-1924	-1920	-1915	-1911	-1906
959	-1902	-1897	-1893	-1888	-1884	-1879	-1875	-1870	-1866	-1861
960	-1857	-1852	-1848	-1843	-1838	-1834	-1829	-1825	-1820	-1816
961	-1811	-1807	-1802	-1798	-1793	-1789	-1784	-1780	-1775	-1771
962	-1766	-1762	-1757	-1753	-1748	-1744	-1739	-1735	-1730	-1726
963	-1721	-1717	-1712	-1708	-1703	-1698	-1694	-1690	-1685	-1680
964	-1676	-1672	-1667	-1662	-1658	-1654	-1649	-1644	-1640	-1636
965	-1631	-1626	-1622	-1618	-1613	-1608	-1604	-1600	-1595	-1590
966	-1586	-1582	-1577	-1572	-1568	-1564	-1559	-1554	-1550	-1546
967	-1541	-1537	-1532	-1528	-1523	-1519	-1514	-1510	-1505	-1501
968	-1496	-1492	-1487	-1483	-1478	-1474	-1469	-1465	-1460	-1456
969	-1451	-1447	-1442	-1438	-1433	-1429	-1424	-1420	-1416	-1411
970	-1406	-1402	-1398	-1393	-1389	-1384	-1380	-1375	-1371	-1366
971	-1362	-1357	-1353	-1348	-1344	-1339	-1335	-1330	-1326	-1322
972	-1317	-1313	-1308	-1304	-1299	-1295	-1290	-1286	-1281	-1277
973	-1272	-1268	-1264	-1259	-1255	-1250	-1246	-1241	-1237	-1232
974	-1228	-1223	-1219	-1214	-1210	-1206	-1201	-1197	-1192	-1188
975	-1183	-1179	-1174	-1170	-1165	-1161	-1156	-1152	-1148	-1143
976	-1139	-1134	-1130	-1125	-1121	-1116	-1112	-1108	-1103	-1099
977	-1094	-1089	-1085	-1081	-1076	-1072	-1068	-1063	-1059	-1054
978	-1049	-1045	-1041	-1036	-1032	-1028	-1023	-1019	-1014	-1010
979	-1005	-1001	-997	-992	-988	-983	-979	-974	-970	-966
980	-961	-957	-952	-948	-943	-939	-934	-930	-926	-921
981	-917	-912	-908	-904	-899	-895	-890	-886	-881	-877
982	-873	-868	-864	-859	-855	-850	-846	-842	-837	-833
983	-828	-824	-820	-815	-811	-806	-802	-797	-793	-789
984	-784	-780	-775	-771	-766	-762	-758	-753	-749	-744

Таблица IVa. (продолжение)

<i>b</i>	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
985-мб	- 740	- 736	- 731	- 727	- 722	- 718	714	- 709	- 705	- 700
986	- 696	- 692	- 687	- 683	- 678	- 674	- 670	- 665	- 661	- 656
987	- 652	- 648	- 643	- 639	- 634	- 630	- 626	- 621	- 617	- 612
988	- 608	- 604	- 599	- 595	- 590	- 586	- 582	- 577	- 573	- 568
989	- 564	- 560	- 555	- 551	- 546	- 542	- 538	- 533	- 529	- 525
990	- 520	- 516	- 511	- 507	- 503	- 498	- 494	- 490	- 485	- 481
991	- 476	- 472	- 468	- 463	- 459	- 454	- 450	- 446	- 441	- 437
992	- 432	- 428	- 424	- 419	- 415	- 411	- 406	- 402	- 398	- 393
993	- 389	- 384	- 380	- 376	- 371	- 367	- 362	- 358	- 354	- 349
994	- 345	- 341	- 336	- 332	- 328	- 323	- 319	- 314	- 310	- 306
995	- 301	- 297	- 293	- 288	- 284	- 280	- 275	- 271	- 266	- 262
996	- 258	- 253	- 249	- 245	- 240	- 236	- 232	- 227	- 223	- 218
997	- 214	- 210	- 206	- 201	- 197	- 192	- 188	- 184	- 179	- 175
998	- 171	- 166	- 162	- 158	- 153	- 149	- 144	- 140	- 136	- 132
999	- 127	- 123	- 118	- 114	- 110	- 105	- 101	- 97	- 92	- 88
1000	- 84	- 79	- 75	- 71	- 66	- 62	- 58	- 54	- 49	- 45
1001	+ 40	+ 36	+ 32	+ 27	+ 23	+ 19	+ 14	+ 10	+ 6	+ 1
1002	+ 3	+ 7	+ 12	+ 16	+ 20	+ 25	+ 29	+ 33	+ 38	+ 42
1003	+ 46	+ 51	+ 55	+ 59	+ 64	+ 68	+ 72	+ 77	+ 81	+ 85
1004	+ 90	+ 94	+ 98	+ 103	+ 107	+ 111	+ 116	+ 120	+ 124	+ 129
1005	+ 133	+ 137	+ 142	+ 146	+ 150	+ 154	+ 159	+ 163	+ 168	+ 172
1006	+ 176	+ 180	+ 185	+ 189	+ 193	+ 198	+ 202	+ 206	+ 211	+ 215
1007	+ 219	+ 224	+ 228	+ 232	+ 236	+ 241	+ 245	+ 249	+ 254	+ 258
1008	+ 262	+ 267	+ 271	+ 275	+ 280	+ 284	+ 288	+ 292	+ 297	+ 301
1009	+ 305	+ 310	+ 314	+ 318	+ 323	+ 327	+ 331	+ 336	+ 340	+ 344
1010	+ 348	+ 353	+ 357	+ 361	+ 366	+ 370	+ 374	+ 378	+ 383	+ 387
1011	+ 391	+ 396	+ 400	+ 404	+ 409	+ 413	+ 417	+ 422	+ 426	+ 430
1012	+ 434	+ 439	+ 443	+ 447	+ 452	+ 456	+ 460	+ 464	+ 469	+ 473
1013	+ 477	+ 482	+ 486	+ 490	+ 494	+ 499	+ 503	+ 507	+ 512	+ 516
1014	+ 520	+ 524	+ 529	+ 533	+ 537	+ 542	+ 546	+ 550	+ 554	+ 559
1015	+ 563	+ 567	+ 572	+ 576	+ 580	+ 584	+ 589	+ 593	+ 597	+ 601
1016	+ 606	+ 610	+ 614	+ 618	+ 623	+ 627	+ 631	+ 636	+ 640	+ 644
1017	+ 648	+ 653	+ 657	+ 661	+ 666	+ 670	+ 674	+ 678	+ 682	+ 687
1018	+ 691	+ 695	+ 700	+ 704	+ 708	+ 712	+ 717	+ 721	+ 725	+ 730
1019	+ 734	+ 738	+ 742	+ 746	+ 751	+ 755	+ 759	+ 764	+ 768	+ 772
1020	+ 776	+ 781	+ 785	+ 789	+ 793	+ 798	+ 802	+ 806	+ 810	+ 815
1021	+ 819	+ 823	+ 827	+ 832	+ 836	+ 840	+ 844	+ 849	+ 853	+ 857
1022	+ 861	+ 866	+ 870	+ 874	+ 878	+ 883	+ 887	+ 891	+ 895	+ 900
1023	+ 904	+ 908	+ 912	+ 917	+ 921	+ 925	+ 929	+ 936	+ 938	+ 942
1024	+ 946	+ 950	+ 955	+ 959	+ 963	+ 968	+ 972	+ 976	+ 980	+ 984
1025	+ 989	+ 993	+ 997	+ 1001	+ 1006	+ 1010	+ 1014	+ 1018	+ 1023	+ 1027
1026	+ 1031	+ 1035	+ 1040	+ 1044	+ 1048	+ 1052	+ 1056	+ 1061	+ 1065	+ 1069
1027	+ 1073	+ 1077	+ 1082	+ 1086	+ 1090	+ 1094	+ 1099	+ 1103	+ 1107	+ 1111
1028	+ 1116	+ 1120	+ 1124	+ 1128	+ 1132	+ 1137	+ 1141	+ 1145	+ 1149	+ 1154
1029	+ 1158	+ 1162	+ 1166	+ 1170	+ 1175	+ 1179	+ 1183	+ 1187	+ 1192	+ 1196
1030	+ 1200	+ 1204	+ 1208	+ 1213	+ 1217	+ 1221	+ 1225	+ 1230	+ 1234	+ 1238
1031	+ 1242	+ 1246	+ 1251	+ 1255	+ 1259	+ 1263	+ 1267	+ 1272	+ 1276	+ 1280
1032	+ 1284	+ 1288	+ 1293	+ 1297	+ 1301	+ 1305	+ 1310	+ 1314	+ 1318	+ 1322
1033	+ 1326	+ 1330	+ 1335	+ 1339	+ 1343	+ 1347	+ 1352	+ 1356	+ 1360	+ 1364
1034	+ 1368	+ 1373	+ 1377	+ 1381	+ 1385	+ 1389	+ 1394	+ 1398	+ 1402	+ 1406
1035	+ 1410	+ 1414	+ 1419	+ 1423	+ 1427	+ 1431	+ 1436	+ 1440	+ 1444	+ 1448
1036	+ 1452	+ 1456	+ 1461	+ 1465	+ 1469	+ 1473	+ 1477	+ 1482	+ 1486	+ 1490
1037	+ 1494	+ 1498	+ 1503	+ 1507	+ 1511	+ 1515	+ 1519	+ 1524	+ 1528	+ 1532
1038	+ 1536	+ 1540	+ 1544	+ 1549	+ 1553	+ 1557	+ 1561	+ 1565	+ 1570	+ 1574
1039	+ 1578	+ 1582	+ 1586	+ 1590	+ 1595	+ 1599	+ 1603	+ 1607	+ 1611	+ 1616
1040	+ 1620	+ 1624	+ 1628	+ 1632	+ 1636	+ 1640	+ 1645	+ 1649	+ 1653	+ 1657
1041	+ 1661	+ 1666	+ 1670	+ 1674	+ 1678	+ 1682	+ 1686	+ 1691	+ 1695	+ 1699
1042	+ 1703	+ 1707	+ 1711	+ 1716	+ 1720	+ 1724	+ 1728	+ 1732	+ 1736	+ 1741
1043	+ 1745	+ 1749	+ 1753	+ 1757	+ 1761	+ 1766	+ 1770	+ 1774	+ 1778	+ 1782
1044	+ 1786	+ 1790	+ 1795	+ 1799	+ 1803	+ 1807	+ 1811	+ 1816	+ 1820	+ 1824

Таблица V. T  
Температура в °C

$\tau$	T	$\tau$	T
-30	+213	0°	0
-29	+206	+1	-7
-28	+199	+2	-14
-27	+192	+3	-21
-26	+185	+4	-28
-25	+178	+5	-36
-24	+171	+6	-43
-23	+164	+7	-50
-22	+157	+8	-57
-21	+149	+9	-64
-20	+142	+10	-71
-19	+135	+11	-78
-18	+128	+12	-85
-17	+121	+13	-92
-16	+114	+14	-99
-15	+107	+15	-106
-14	+99	+16	-113
-13	+92	+17	-120
-12	+85	+18	-127
-11	+78	+19	-134
-10	+71	+20	-142
-9	+64	+21	-149
-8	+57	+22	-156
-7	+50	+23	-163
-6	+43	+24	-170
-5	+35	+25	-177
-4	+28	+26	-184
-3	+21	+27	-191
-2	+14	+28	-198
-1	+7	+29	-205
0	0	+30	-212

Таблица VI. C  
Миллиметры

$\pi$	C
0мм	+50
1	+41
2	+32
3	+23
4	+14
5	+5
6	-5
7	-14
8	-23
9	-32
10	-41
11	-50
12	-59
13	-68
14	-77
15	-86
16	-95
17	-104
18	-113
19	-122
20	-131

Таблица VIa. C  
Миллибары

$\pi$	C
0ммб	+50
1	+43
2	+36
3	+29
4	+23
5	+16
6	+9
7	+2
8	-5
9	-11
10	-18
11	-25
12	-32
13	-38
14	-45
15	-52
16	-59
17	-66
18	-72
19	-79
20	-86
21	-93
22	-100
23	-106
24	-113
25	-120
26	-127
27	-134
28	-140
29	-147
30	-154

Таблица VII. D

Спектр	D
B0	+8
B5	+7
A0	+6
A5	+5
F0	+3
F5	+1
G0	-2
G5	-7
K0	-12
K5	-17
M0	-24
M5	-27

ПРИЛОЖЕНИЕ II

ПЕРЕВОД ДУГИ, ВЫРАЖЕННОЙ В ЧАСОВОЙ МЕРЕ  
В ГРАДУСНУЮ МЕРУ И ОБРАТНО

1 h	15°	1 <sup>m</sup>	00°15'	31 <sup>m</sup>	07°45'	1 <sup>s</sup>	00°15"	31 <sup>s</sup>	07°45"	0 <sup>s</sup> ,1	1",5	0 <sup>s</sup> ,01	0",15
2	30	2	00 30	32	08 00	2	00 30	32	08 00	0,2	3,0	0,02	0,30
3	45	3	00 45	33	08 15	3	00 45	33	08 15	0,3	4,5	0,03	0,45
4	60	4	01 00	34	08 30	4	01 00	34	08 30	0,4	6,0	0,04	0,60
5	75	5	01 15	35	08 45	5	01 15	35	08 45	0,5	7,5	0,05	0,75
6	90	6	01 30	36	09 00	6	01 30	36	09 00	0,6	9,0	0,06	0,90
7	105	7	01 45	37	09 15	7	01 45	37	09 15	0,7	10,5	0,07	1,05
8	120	8	02 00	38	09 30	8	02 00	38	09 30	0,8	12,0	0,08	1,20
9	135	9	02 15	39	09 45	9	02 15	39	09 45	0,9	13,5	0,09	1,35
10	150	10	02 30	40	10 00	10	02 30	40	10 00	1,0	15,0	0,10	1,50
11	165	11	02 45	41	10 15	11	02 45	41	10 15				
12	180	12	03 00	42	10 30	12	03 00	42	10 30				
13	195	13	03 15	43	10 45	13	03 15	43	10 45				
14	210	14	03 30	44	11 00	14	03 30	44	11 00				
15	225	15	03 45	45	11 15	15	03 45	45	11 15				
16	240	16	04 00	46	11 30	16	04 00	46	11 30				
17	255	17	04 15	47	11 45	17	04 15	47	11 45				
18	270	18	04 30	48	12 00	18	04 30	48	12 00				
19	285	19	04 45	49	12 15	19	04 45	49	12 15				
20	300	20	05 00	50	12 30	20	05 00	50	12 30				
21	315	21	05 15	51	12 45	21	05 15	51	12 45				
22	330	22	05 30	52	13 00	22	05 30	52	13 00				
23	345	23	05 45	53	13 15	23	05 45	53	13 15				
24	360	24	06 00	54	13 30	24	06 00	54	13 30				
		25	06 15	55	13 45	25	06 15	55	13 45				
		26	06 30	56	14 00	26	06 30	56	14 00				
		27	06 45	57	14 15	27	06 45	57	14 15				
		28	07 00	58	14 30	28	07 00	58	14 30				
		29	07 15	59	14 45	29	07 15	59	14 45				
		30	07 30	60	15 00	30	07 30	60	15 00				

## ПРИЛОЖЕНИЕ III

ПЕРЕВОД ПРОМЕЖУТКОВ ЗВЕЗДНОГО ВРЕМЕНИ  
В СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ

Зв. вр.	Попр.	Зв. вр.	Попр.	Зв. вр.	Попр.	Зв. вр.	Попр.	Зв. вр.	Попр.
01 <sup>h</sup>	00 <sup>m</sup> 09 <sup>s</sup> ,830	01 <sup>m</sup>	00 <sup>s</sup> ,164	31 <sup>m</sup>	05 <sup>s</sup> ,079	01 <sup>s</sup>	0 <sup>s</sup> ,003	31 <sup>s</sup>	0 <sup>s</sup> ,085
02	00 19,659	02	00,323	32	05,242	02	005	32	087
03	00 29,489	03	00,491	33	05,406	03	008	33	090
04	00 39,318	04	00,655	34	05,570	04	011	34	093
05	00 49,148	05	00,819	35	05,734	05	014	35	096
06	00 58,977	06	00,933	36	05,893	06	016	36	098
07	01 08,807	07	01,147	37	06,062	07	019	37	101
08	01 18,636	08	01,311	38	06,225	08	022	38	104
09	01 28,466	09	01,474	39	06,389	09	025	39	107
10	01 38,296	10	01,638	40	06,553	10	027	40	109
11	01 48,125	11	01,802	41	06,717	11	030	41	112
12	01 57,955	12	01,936	42	06,881	12	033	42	115
13	02 07,784	13	02,130	43	07,045	13	036	43	117
14	02 17,614	14	02,294	44	07,208	14	038	44	120
15	02 27,443	15	02,457	45	07,372	15	041	45	123
16	02 37,273	16	02,621	46	07,536	16	044	46	126
17	02 47,102	17	02,785	47	07,700	17	046	47	128
18	02 56,932	18	02,949	48	07,864	18	049	48	131
19	03 06,762	19	03,113	49	08,027	19	052	49	134
20	03 16,591	20	03,277	50	08,191	20	055	50	137
21	03 26,421	21	03,440	51	08,355	21	057	51	139
22	03 36,250	22	03,604	52	08,519	22	060	52	142
23	03 46,080	23	03,768	53	08,683	23	064	53	145
24	03 55,910	24	03,932	54	08,847	24	066	54	147
		25	04,093	55	09,010	25	068	55	150
		26	04,259	56	09,174	26	071	56	153
		27	04,423	57	09,338	27	074	57	156
		28	04,587	58	09,502	28	076	58	158
		29	04,751	59	09,666	29	079	59	161
		30	04,915	60	09,830	30	082	60	164

Доли секунды зв. вр.	Поправка
0 <sup>s</sup> ,000	0 <sup>s</sup> ,001
0,183	001
0,549	002
0,915	003
1,000	

В критических случаях брать верхнее число.

Примечание. Поправка для перехода от звездного промежутка к среднему *всегда* отрицательна.

ПРИЛОЖЕНИЕ IV

ПЕРЕВОД ПРОМЕЖУТКОВ СРЕДНЕГО ВРЕМЕНИ  
В ЗВЕЗДНОЕ ВРЕМЯ

Ср. вр.	Попр.	Ср. вр.	Попр.	Ср. вр.	Попр.	Ср. вр.	Попр.	Ср. вр.	Попр.
01 <sup>h</sup>	00 <sup>m</sup> 09 <sup>s</sup> ,856	01 <sup>m</sup>	00 <sup>s</sup> ,164	31 <sup>m</sup>	05 <sup>s</sup> ,093	01 <sup>s</sup>	0 <sup>s</sup> ,003	31 <sup>s</sup>	0 <sup>s</sup> ,085
02	00 19,713	02	00,329	32	05,257	02	005	32	088
03	00 29,569	03	00,493	33	05,421	03	008	33	090
04	00 39,426	04	00,657	34	05,585	04	011	34	093
05	00 49,282	05	00,821	35	05,750	05	014	35	096
06	00 59,139	06	00,986	36	05,914	06	016	36	099
07	01 08,995	07	01,150	37	06,078	07	019	37	101
08	01 18,852	08	01,314	38	06,242	08	022	38	104
09	01 28,708	09	01,478	39	06,407	09	025	39	107
10	01 38,565	10	01,643	40	06,571	10	027	40	110
11	01 48,421	11	01,807	41	06,735	11	030	41	112
12	01 58,278	12	01,971	42	06,900	12	033	42	115
13	02 08,134	13	02,136	43	07,064	13	036	43	118
14	02 17,991	14	02,300	44	07,228	14	038	44	120
15	02 27,847	15	02,464	45	07,392	15	041	45	123
16	02 37,704	16	02,628	46	07,557	16	044	46	126
17	02 47,560	17	02,793	47	07,721	17	047	47	129
18	02 57,417	18	02,957	48	07,885	18	049	48	131
19	03 06,273	19	03,121	49	08,049	19	052	49	134
20	03 17,129	20	03,285	50	08,214	20	055	50	137
21	03 26,986	21	03,450	51	08,378	21	057	51	140
22	03 36,842	22	03,614	52	08,542	22	060	52	142
23	03 46,699	23	03,778	53	08,707	23	063	53	145
24	03 56,555	24	03,943	54	08,871	24	066	54	148
		25	04,107	55	09,035	25	068	55	151
		26	04,271	56	09,199	26	071	56	153
		27	04,435	57	09,364	27	074	57	156
		28	04,600	58	09,528	28	077	58	159
		29	04,764	59	09,692	29	079	59	162
		30	04,928	60	09,856	30	082	60	164

Доли секунды ср. вр.	Поправка
0 <sup>s</sup> ,000	0 <sup>s</sup> ,000
0,182	001
0,547	002
0,913	003
1,000	

В критических случаях брать верхнее число.

Примечание. Поправка для перехода от среднего промежутка к звездному *всегда* положительна.

**ПРИЛОЖЕНИЕ V**  
**ПРЕВРАЩЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДОЛЕЙ СУТОК**  
**В ЧАСЫ, МИНУТЫ И СЕКУНДЫ И ОБРАТНО**

0 <sup>d</sup> ,00	00 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	0 <sup>h</sup> ,50	12 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	0 <sup>d</sup> ,0000	00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup> ,00	0 <sup>d</sup> ,0050	07 <sup>m</sup> 12 <sup>s</sup> ,00
01	00 14 24	51	12 14 24	01	00 08,64	51	07 20,64
02	00 28 48	52	12 23 48	02	00 17,28	52	07 29,28
03	00 43 12	53	12 43 12	03	00 25,92	53	07 37,92
04	00 57 36	54	12 57 36	04	00 34,56	54	07 46,56
0,05	01 12 00	0,55	13 12 00	0,0005	00 43,20	0,0050	07 55,20
06	01 26 24	56	13 26 24	06	00 51,84	56	08 3,84
07	01 40 48	57	13 40 48	07	01 0,48	57	08 12,48
08	01 55 12	58	13 55 12	08	01 09,12	58	08 21,12
09	02 09 36	59	14 09 36	09	01 17,76	59	08 29,76
0,10	02 24 00	0,60	14 24 00	0,0010	01 26,40	0,0060	08 38,40
11	02 38 24	61	14 38 24	11	01 35,04	61	08 47,04
12	02 52 48	62	14 52 48	12	01 43,68	62	08 55,68
13	03 07 12	63	15 07 12	13	01 52,32	63	09 4,32
14	03 21 36	64	15 21 36	14	02 0,96	64	09 12,96
0,15	03 36 00	0,65	15 36 00	0,0015	02 9,60	0,0065	09 21,60
16	03 50 24	66	15 50 24	16	02 18,24	66	09 30,24
17	04 4 48	67	16 4 48	17	02 26,88	67	09 38,88
18	04 19 12	68	16 19 12	18	02 35,52	68	09 47,52
19	04 33 36	69	16 33 36	19	02 44,16	69	09 56,16
0,20	04 48 00	0,70	16 48 00	0,0020	02 52,80	0,0070	10 4,80
21	05 2 24	71	17 2 24	21	03 1,44	71	10 13,44
22	05 16 48	72	17 16 48	22	03 10,08	72	10 22,08
23	05 31 12	73	17 31 12	23	03 18,72	73	10 30,72
24	05 45 36	74	17 45 36	24	03 27,36	74	10 39,36
0,25	06 00 00	0,75	18 00 00	0,0025	03 36,00	0,0075	10 48,00
26	06 14 24	76	18 14 24	26	03 44,64	76	10 56,64
27	06 28 48	77	18 28 48	27	03 53,28	77	11 5,28
28	06 43 12	78	18 43 12	28	04 1,92	78	11 13,92
29	06 57 36	79	18 57 36	29	04 10,56	79	11 22,56
0,30	07 12 00	0,80	19 12 00	0,0030	04 19,20	0,0080	11 31,20
31	07 26 24	81	19 26 24	31	04 27,84	81	11 39,84
32	07 40 48	82	19 40 48	32	04 36,48	82	11 48,48
33	07 55 12	83	19 55 12	33	04 45,12	83	11 57,12
34	08 09 36	84	20 09 36	34	04 53,76	84	12 5,76
0,35	08 24 00	0,85	20 24 00	0,0035	05 2,40	0,0085	12 14,40
36	08 38 24	86	20 38 24	36	05 11,04	86	12 23,04
37	08 52 48	87	20 52 48	37	05 19,68	87	12 31,68
38	09 7 12	88	21 7 12	38	05 28,32	88	12 40,32
39	09 21 36	89	21 21 36	39	05 36,96	89	12 48,96
0,40	09 36 00	0,90	21 36 00	0,0040	05 45,60	0,0090	12 57,60
41	09 50 24	91	21 50 24	41	05 54,24	91	13 6,24
42	10 4 48	92	22 4 48	42	06 2,88	92	13 14,88
43	10 19 12	93	22 19 12	43	06 11,52	93	13 23,52
44	10 33 36	94	22 33 36	44	06 20,16	94	13 32,16
0,45	10 48 00	0,95	22 48 00	0,0045	05 28,80	0,0095	13 40,80
46	11 2 24	95	23 2 24	46	06 37,44	96	13 49,44
47	11 16 48	97	23 16 48	47	06 46,08	97	13 58,08
48	11 31 12	98	23 31 12	48	06 54,72	98	14 6,72
49	11 45 36	99	23 45 36	49	07 3,36	99	14 15,36

ПРИЛОЖЕНИЕ VI  
 ПЕРЕВОД ЭКВАТОРИАЛЬНЫХ КООРДИНАТ ( $\alpha$ ,  $\delta$ ) В ГАЛАКТИЧЕСКИЕ ( $l$  II,  $b$  II)

Сверное полушарие

$\delta$	$+90^\circ$ $l$ $b$	$+80^\circ$ $l$ $b$	$+70^\circ$ $l$ $b$	$+60^\circ$ $l$ $b$	$+50^\circ$ $l$ $b$	$+40^\circ$ $l$ $b$	$+30^\circ$ $l$ $b$	$+20^\circ$ $l$ $b$	$+10^\circ$ $l$ $b$	$0^\circ$ $l$ $b$
0h 0m	123°+27°	121°+18°	119°+8°	117°-2°	115°-12°	113°-22°	111°-31°	108°-41°	104°-51°	98°-60°
20	123+27	122+17	120+8	119-2	118-12	117-22	116-32	113-42	111-52	108-62
40	123+27	123+17	122+7	122-3	122-13	121-23	121-33	120-43	119-53	118-63
1 0	123+27	124+17	124+7	124-3	125-13	125-23	126-33	127-43	127-53	129-62
20	123+27	124+17	126+8	127-2	128-12	129-22	130-32	133-42	135-52	139-62
40	123+27	125+18	127+8	129-2	131-12	133-22	136-31	139-41	143-51	149-60
2 0	123+27	126+18	129+8	132-1	135-11	137-21	141-30	145-40	150-49	158-58
40	123+27	127+18	131+9	134-1	138-10	141-19	145-29	150-38	157-47	165-55
3 0	123+27	128+18	132+9	136-0	141-9	145-18	150-27	156-36	163-44	172-52
20	123+27	129+19	134+10	139+3	144-7	149-16	154-25	160-33	168-41	177-48
40	123+27	129+19	135+11	141+3	146-6	152-14	158-22	165-30	173-38	182-45
40	123+27	130+20	137+12	143+4	149-4	155-12	162-20	169-27	177-34	187-41
4 0	123+27	131+20	138+13	145+6	151-2	158-9	165-17	172-24	181-31	190-37
20	123+27	132+21	139+14	147+7	154-0	161-7	168-14	176-20	184-27	191-33
40	123+27	132+21	139+14	148+9	156+3	163-4	171-11	179-17	188-23	197-28
5 0	123+27	133+22	140+16	150+11	158+5	166-1	174-7	182-13	191-19	200-24
20	123+27	133+22	142+17	151+13	160+8	168+2	176-4	185-9	193-15	202-20
40	123+27	133+23	142+19	151+15	162+11	170+5	179-0	187-5	196-10	205-15
6 0	123+27	134+24	143+20	153+18	163+13	172+9	181+4	190-1	198-6	207-11
20	123+27	134+25	144+22	154+20	165+16	174+12	183+8	192+3	201-2	210-6
40	123+27	134+26	145+23	155+22	166+19	176+16	185+12	196+7	203+3	212-2
7 0	123+27	134+27	145+25	156+25	167+25	177+19	187+15	198+11	205+7	214+2
20	123+27	134+28	146+27	157+27	168+22	178+22	189+20	198+16	208+11	217+7
40	123+27	134+29	146+30	157+30	169+29	180+26	190+24	200+20	210+16	219+11



ПРИЛОЖЕНИЕ VI (продолжение)

$\delta$	$+90^\circ$ $l$ $b$	$+80^\circ$ $l$ $b$	$+70^\circ$ $l$ $b$	$+60^\circ$ $l$ $b$	$+50^\circ$ $l$ $b$	$+40^\circ$ $l$ $b$	$+30^\circ$ $l$ $b$	$+20^\circ$ $l$ $b$	$+10^\circ$ $l$ $b$	$+0^\circ$ $l$ $b$
8 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>	123 +27	134 +30	146 +33	157 +35	169 +37	181 +38	193 +38	202 +39	212 +40	221 +40
20	123 +27	134 +31	145 +33	157 +35	169 +38	181 +39	193 +39	204 +39	214 +39	224 +39
40	123 +27	133 +32	145 +35	157 +37	169 +38	182 +38	194 +36	206 +33	217 +29	225 +24
9 0	123 +27	133 +32	144 +37	156 +40	169 +41	182 +42	195 +40	208 +38	219 +34	229 +29
20	123 +27	132 +33	143 +38	155 +42	169 +45	183 +45	197 +44	210 +42	222 +38	233 +33
40	123 +27	132 +34	142 +40	154 +44	168 +48	182 +49	198 +49	212 +46	225 +42	236 +37
10 0	123 +27	131 +35	141 +41	152 +47	166 +51	182 +53	199 +53	214 +51	228 +47	240 +41
20	123 +27	130 +35	139 +42	150 +49	164 +54	181 +57	199 +57	217 +55	232 +51	244 +45
40	123 +27	130 +36	138 +44	148 +51	162 +57	179 +61	200 +62	220 +60	237 +55	249 +49
11 0	123 +27	129 +36	136 +45	145 +52	158 +59	177 +64	200 +66	224 +64	242 +59	255 +52
20	123 +27	128 +37	134 +46	142 +54	154 +62	173 +68	200 +70	223 +68	248 +63	261 +55
40	123 +27	127 +37	131 +46	138 +55	149 +64	167 +71	199 +75	234 +73	257 +66	280 +58
12 0	123 +27	126 +37	129 +47	134 +56	142 +66	159 +74	196 +79	244 +77	267 +69	278 +60
20	123 +27	125 +37	127 +47	130 +57	135 +67	147 +76	189 +83	260 +80	280 +71	288 +62
40	123 +27	123 +37	124 +47	125 +57	127 +67	131 +77	160 +87	287 +82	296 +72	298 +63
13 0	123 +27	122 +37	122 +47	120 +57	118 +67	113 +77	81 +86	322 +82	312 +72	309 +62
20	123 +27	121 +37	119 +47	116 +57	110 +67	98 +76	56 +83	348 +80	327 +71	319 +60
40	123 +27	120 +37	117 +47	112 +56	103 +65	86 +74	49 +79	376 +76	340 +69	329 +60
14 0	123 +27	119 +37	114 +46	108 +55	97 +64	78 +74	47 +74	42 +72	350 +66	338 +68
20	123 +27	118 +37	112 +45	104 +54	92 +62	73 +67	46 +70	18 +68	358 +62	345 +55
40	123 +27	117 +36	110 +45	101 +52	87 +59	69 +64	46 +66	23 +64	365 +52	352 +52
15 0	123 +27	116 +36	108 +44	98 +51	84 +56	66 +60	46 +61	26 +59	370 +50	357 +48
20	123 +27	116 +35	107 +42	95 +49	82 +53	65 +56	47 +57	29 +55	375 +46	362 +45
40	123 +27	115 +34	105 +41	94 +40	80 +50	64 +53	47 +53	32 +50	378 +44	364 +41

ПРИЛОЖЕНИЕ VI (продолжение)

$\delta$ α	+90° l b	+80° l b	+70° l b	+60° l b	+50° l b	+40° l b	+30° l b	+20° l b	+10° l b	+0° l b
16h 0m	123° +27°	114° +34°	104° +40°	92° +44°	78° +47°	63° +49°	48° +68°	34° +68°	21° +62°	10° +37°
20	123 +27	114 +33	103 +38	91 +42	77 +44	63 +45	49 +44	36 +42	24 +38	14 +33
40	123 +27	113 +32	102 +36	90 +39	77 +41	64 +41	51 +40	38 +37	27 +33	17 +28
17 0	123 +27	113 +32	101 +35	89 +37	77 +33	64 +37	52 +36	40 +33	30 +29	20 +24
20	123 +27	112 +31	101 +33	89 +35	77 +35	65 +34	53 +31	42 +28	32 +24	22 +20
40	123 +27	112 +30	100 +32	89 +32	77 +31	66 +30	54 +27	44 +24	34 +20	25 +15
18 0	123 +27	112 +29	100 +30	89 +31	78 +28	67 +26	56 +23	46 +20	36 +15	27 +11
20	123 +27	112 +28	100 +28	89 +27	78 +25	68 +22	58 +19	48 +15	39 +11	30 +6
40	123 +27	112 +27	101 +26	90 +25	79 +22	69 +19	59 +15	50 +11	41 +7	32 +2
19 0	123 +27	112 +26	101 +25	90 +22	80 +19	71 +15	61 +11	52 +7	43 +2	34 -2
20	123 +27	112 +26	101 +23	91 +20	82 +16	72 +12	63 +7	54 +3	45 -2	37 -7
40	123 +27	112 +25	102 +21	92 +17	83 +13	74 +8	65 +3	57 -2	48 -6	39 -11
20 0	123 +27	113 +24	103 +20	93 +15	85 +10	76 +5	67 0	59 -6	50 -11	41 -16
20	123 +27	113 +23	104 +18	95 +13	86 +8	78 +2	70 -4	62 -10	53 -15	44 -20
40	123 +27	113 +22	105 +17	95 +11	88 +5	81 -1	72 -7	61 -13	56 -19	47 -24
21 0	123 +27	114 +22	106 +16	95 +9	90 +3	83 -4	75 -11	67 -17	59 -23	49 -29
20	123 +27	113 +21	107 +14	100 +7	92 0	85 -7	78 -14	70 -21	62 -27	53 -33
40	123 +27	115 +20	108 +13	101 +6	95 -2	88 -10	81 -17	71 -24	66 -31	56 -37
22 0	123 +27	116 +20	109 +12	103 +4	97 -4	91 -12	85 -20	78 -27	69 -35	60 -41
20	123 +27	117 +19	111 +11	105 +5	100 -6	94 -14	88 -22	82 -30	74 -38	64 -45
40	123 +27	117 +19	112 +10	108 +1	103 -7	93 -16	92 -25	86 -33	79 -41	69 -49
23 0	123 +27	118 +18	114 +9	110 0	106 -9	101 -18	97 -27	91 -36	84 -44	75 -52
20	123 +27	119 +18	115 +9	112 -1	109 -10	105 -19	101 -29	96 -38	90 -47	81 -55
40	123 +27	120 +18	117 +8	114 -1	112 -11	109 -21	106 -30	102 -40	97 -49	89 -57
0 0	123 +27	121 +18	119 +8	117 -2	115 -12	113 -22	111 -31	108 -41	104 -51	98 -60

$\delta$	$-90^\circ$		$-80^\circ$		$-70^\circ$		$-60^\circ$		$-50^\circ$		$-40^\circ$		$-30^\circ$		$-20^\circ$		$-10^\circ$		$-0^\circ$	
	$l$	$b$	$l$	$b$	$l$	$b$	$l$	$b$	$l$	$b$	$l$	$b$	$l$	$b$	$l$	$b$	$l$	$b$	$l$	$b$
0h 0m	303	-27	306	-37	309	-47	311	-56	322	-66	339	-74	16	-79	64	-77	87	-9	98	-60
20	303	-27	305	-37	307	-47	310	-57	315	-67	327	-76	9	-83	80	-80	100	-71	118	-62
40	303	-27	303	-37	304	-47	305	-57	307	-67	311	-77	310	-87	107	-82	116	-72	118	-63
1 0	303	-27	302	-37	302	-47	300	-57	293	-67	293	-77	261	-83	142	-82	132	-72	129	-62
20	303	-27	301	-37	299	-47	296	-57	290	-67	278	-76	236	-83	168	-80	147	-71	119	-62
40	303	-27	300	-37	297	-47	292	-56	283	-65	266	-74	229	-79	183	-76	160	-69	149	-60
2 0	303	-27	299	-37	294	-46	288	-55	277	-63	258	-71	227	-74	192	-72	170	-66	158	-58
20	303	-27	298	-37	292	-45	284	-54	272	-62	253	-67	226	-70	198	-68	178	-62	165	-55
40	303	-27	297	-36	290	-45	281	-52	267	-59	249	-64	226	-66	203	-64	185	-59	172	-52
3 0	303	-27	295	-35	288	-43	278	-51	264	-56	246	-60	226	-64	206	-59	190	-55	177	-48
20	303	-27	296	-35	287	-42	275	-49	262	-53	245	-56	227	-57	209	-55	194	-51	182	-45
40	303	-27	295	-34	285	-41	274	-46	260	-50	244	-53	227	-53	212	-50	198	-46	187	-41
4 0	303	-27	294	-34	284	-40	272	-44	258	-47	243	-49	228	-48	214	-46	204	-42	190	-37
20	303	-27	294	-33	283	-38	271	-42	257	-44	243	-45	229	-44	216	-44	204	-38	194	-33
40	303	-27	293	-32	282	-36	270	-39	257	-41	244	-41	231	-40	218	-37	207	-33	197	-28
5 0	303	-27	293	-32	281	-35	269	-37	257	-38	244	-37	232	-36	220	-33	210	-29	200	-24
20	303	-27	292	-31	281	-33	269	-35	257	-35	245	-34	233	-31	222	-28	212	-24	202	-20
40	303	-27	292	-30	280	-32	269	-32	257	-31	246	-30	234	-27	224	-24	214	-20	205	-15
6 0	303	-27	292	-29	280	-30	269	-30	258	-28	247	-26	236	-23	226	-20	216	-15	207	-11
20	303	-27	292	-28	280	-28	269	-27	258	-25	248	-22	238	-19	228	-15	219	-11	210	-6
40	303	-27	292	-27	281	-26	270	-25	259	-22	249	-19	239	-15	230	-11	221	-7	212	-2
7 0	303	-27	292	-26	281	-25	270	-22	260	-19	251	-15	241	-11	232	-7	223	-2	214	+2
20	303	-27	292	-26	281	-23	271	-20	262	-16	252	-12	243	-7	234	-3	225	+2	217	+7
40	303	-27	292	-25	282	-21	272	-17	263	-13	254	-8	245	-3	237	+2	228	+6	219	+11

ПРИЛОЖЕНИЕ VI (продолжение)

Южное полушарие

δ α	-90°		-80°		-70°		-60°		-50°		-40°		-30°		-20°		-10°		-0°	
	l	b	l	b	l	b	l	b	l	b	l	b	l	b	l	b	l	b	l	b
8h 0m	303°	-27°	293°	-24°	283°	-20°	273°	-15°	265°	-10°	256°	-5°	247°	0°	239°	+6°	230°	+11°	221°	+16°
20	303	-27	293	-23	281	-18	275	-13	266	-8	258	-2	250	+4	242	+10	233	+15	224	+20
40	303	-27	293	-22	285	-17	276	-11	268	-5	260	+1	252	+7	244	+13	236	+19	227	+24
9 0	303	-27	294	-22	286	-16	278	-9	270	-3	263	+4	255	+11	247	+17	239	+23	229	+29
20	303	-27	295	-21	287	-14	280	-7	272	0	265	+7	258	+14	250	+21	242	+27	233	+33
40	303	-27	295	-20	288	-13	281	-6	275	+2	268	+10	261	+17	254	+24	246	+31	236	+37
10 0	303	-27	296	-20	289	-12	283	-4	277	+4	271	+12	265	+20	258	+27	249	+35	240	+41
20	303	-27	297	-19	291	-11	285	-3	280	+6	274	+14	268	+22	262	+30	254	+38	244	+45
40	303	-27	297	-19	282	-10	288	-1	283	+7	278	+16	272	+25	266	+33	259	+41	249	+49
11 0	303	-27	298	-18	284	-9	290	0	286	+9	281	+18	277	+27	271	+36	264	+44	255	+52
20	303	-27	299	-18	285	-9	292	+1	289	+10	285	+19	281	+29	276	+38	270	+47	261	+55
40	303	-27	300	-18	287	-8	294	+1	292	+11	289	+21	286	+30	282	+40	277	+49	269	+58
12 0	303	-27	301	-18	289	-8	297	+2	295	+12	293	+22	291	+31	288	+41	284	+51	278	+60
20	303	-27	302	-17	300	-8	299	+2	298	+12	297	+22	296	+32	294	+42	291	+52	288	+62
40	303	-27	303	-17	302	-7	302	+3	302	+13	301	+23	301	+33	300	+43	299	+53	298	+63
13 0	303	-27	304	-17	304	-7	304	+3	305	+13	305	+23	306	+33	307	+43	307	+53	309	+62
20	303	-27	304	-17	307	-8	307	+2	308	+12	309	+22	311	+32	313	+42	315	+52	319	+62
40	303	-27	305	-18	307	-8	309	+2	311	+12	313	+22	316	+32	319	+41	323	+51	329	+60
14 0	303	-27	306	-18	309	-8	312	+1	315	+11	317	+21	321	+30	325	+40	330	+49	336	+58
20	303	-27	307	-18	311	-9	314	+1	318	+10	321	+19	325	+29	330	+38	337	+47	345	+55
40	303	-27	308	-18	312	-9	316	0	321	+9	325	+18	330	+27	336	+36	343	+44	352	+52
15 0	303	-27	309	-19	314	-10	319	-1	324	+7	329	+16	334	+25	340	+33	348	+41	357	+48
20	303	-27	309	-19	315	-11	321	-3	326	+6	332	+14	338	+22	345	+30	353	+38	362	+45
40	303	-27	310	-20	317	-12	323	-4	329	+4	335	+12	342	+20	349	+27	357	+34	367	+51

## ПРИЛОЖЕНИЕ VI (продолжение)

## Южное полушарие

$\delta$ $\alpha$	$-90^\circ$		$-80^\circ$		$-70^\circ$		$-60^\circ$		$-50^\circ$		$-40^\circ$		$-30^\circ$		$-20^\circ$		$-10^\circ$		$0^\circ$	
	<i>l</i>	<i>b</i>	<i>l</i>	<i>b</i>	<i>l</i>	<i>b</i>	<i>l</i>	<i>b</i>	<i>l</i>	<i>b</i>	<i>l</i>	<i>b</i>	<i>l</i>	<i>b</i>	<i>l</i>	<i>b</i>	<i>l</i>	<i>b</i>	<i>l</i>	<i>b</i>
16h 0m	303	-27	311	-20	318	-13	325	-6	331	+2	338	+9	345	+17	352	+24	1	+31	10	+37
20	303	-27	312	-21	319	-14	327	-7	334	+7	341	+7	348	+14	356	+20	4	+27	14	+33
40	303	-27	312	-22	320	-16	328	-9	336	-3	343	+4	351	+10	359	+17	8	+23	17	+28
17 0	303	-27	313	-22	322	-17	330	-11	338	-5	346	+1	354	+7	2	+13	11	+19	20	-24
20	303	-27	313	-23	322	-19	331	-13	340	-8	348	-2	356	+4	5	+9	13	+15	20	+20
40	303	-27	313	-24	323	-20	333	-15	342	-11	350	-5	359	0	7	+5	16	+10	25	+15
18 0	303	-27	314	-25	324	-22	334	-18	343	-13	352	-8	1	-4	10	+1	18	+6	27	+11
20	303	-27	314	-26	325	-23	335	-20	345	-16	354	-12	3	-8	12	+3	21	+2	30	+6
40	303	-27	314	-27	325	-25	336	-22	346	-19	356	-16	5	-12	14	-7	23	-3	32	+2
19 0	303	-27	314	-27	325	-27	336	-25	347	-22	357	-19	7	-15	16	-11	25	-7	34	-2
20	303	-27	314	-28	326	-28	337	-27	348	-25	358	-23	9	-20	18	-16	28	-11	37	-7
40	303	-27	314	-29	326	-30	337	-30	349	-29	0	-26	10	-24	20	-20	30	-16	39	-11
20 0	303	-27	314	-30	326	-32	337	-32	349	-32	1	-30	12	-28	22	-24	32	-20	41	-16
20	303	-27	314	-31	325	-33	337	-35	349	-35	1	-34	13	-32	24	-29	34	-25	44	-20
40	303	-27	313	-32	325	-35	337	-37	349	-38	2	-38	14	-36	25	-33	37	-29	47	-24
21 0	303	-27	313	-32	324	-37	336	-40	349	-41	2	-42	16	-40	28	-38	39	-33	49	-29
20	303	-27	312	-33	323	-38	335	-42	348	-45	3	-45	17	-44	30	-42	42	-38	53	-33
40	303	-27	312	-34	322	-40	334	-44	348	-48	2	-49	18	-49	32	-46	45	-42	56	-37
22 0	303	-27	311	-35	321	-41	332	-47	346	-51	2	-53	19	-53	34	-51	48	-47	60	-41
20	303	-27	310	-35	319	-42	330	-49	344	-54	1	-57	19	-57	37	-55	52	-51	64	-45
40	303	-27	310	-36	318	-44	328	-51	342	-57	359	-61	20	-62	40	-60	57	-55	69	-49
23 0	303	-27	309	-36	316	-45	325	-52	338	-59	357	-64	20	-66	44	-64	62	-59	75	-52
20	303	-27	308	-37	314	-46	322	-54	334	-62	353	-68	20	-70	48	-68	68	-63	81	-55
40	303	-27	307	-37	311	-46	318	-55	329	-64	347	-71	19	-75	54	-73	77	-66	89	-58
0 0	303	-27	306	-37	309	-47	314	-56	332	-66	339	-74	16	-79	64	-77	87	-69	98	-60

ПРИЛОЖЕНИЕ VII

**РЕЗОЛЮЦИЯ № 4  
О СИСТЕМЕ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ,  
ПРИНЯТАЯ XII ГЕНЕРАЛЬНОЙ АССАМБЛЕЕЙ МАС,  
ГАМБУРГ, 1964.**

Международный астрономический союз одобряет окончательный список постоянных, подготовленный рабочей группой по системе астрономических постоянных, и рекомендует этот список к скорейшему применению в международных и национальных астрономических ежегодниках.

**Список рекомендуемых постоянных**

*Определяющие постоянные*

- |   |                         |
|---|-------------------------|
| 1. Число эфемеридных секунд в тропическом году (1900)                               | $s = 31\,556\,925,9747$ |
| 2. Гауссова гравитационная постоянная, определяющая астрономическую единицу (а. е.) | $k = 0,01720209895$     |

*Основные постоянные*

- |   |   |
|---|---|
| 3. Величина астрономической единицы, <i>м</i>                                 | $A = 149600 \cdot 10^6$                   |
| 4. Скорость света, <i>м/сек</i>   | $c = 299792,5 \cdot 10^3$                 |
| 5. Экваториальный радиус Земли, <i>м</i>                                      | $a_e = 6378160$                           |
| 6. Динамический коэффициент, характеризующий сжатие Земли                     | $J_2 \doteq 0,0010827$                    |
| 7. Геоцентрическая постоянная тяготения, <i>м<sup>3</sup>/сек<sup>2</sup></i> | $GE = 398603 \cdot 10^9$                  |
| 8. Отношение масс Луны и Земли  | $\mu = \frac{1}{81,30}$                   |
| 9. Сидерическое среднее движение Луны, <i>рад/сек</i> (1900)                  | $n_{\zeta}^* = 2,661699489 \cdot 10^{-6}$ |
| 10. Общая прецессия по долготе за тропическое столетие (1900)                 | $p = 5025'',64$                           |
| 11. Наклон эклиптики к экватору (1900)  | $\varepsilon = 23^{\circ}27'08'',26$      |
| 12. Постоянная нутации (1900)   | $N = 9'',210$                             |

*Вспомогательные постоянные и коэффициенты*

Если за единицу времени принимается секунда, то постоянная  $k' = \frac{k}{86400} = 1,990983675 \cdot 10^{-7}$

Число секунд дуги в радиане  $F_0 = 206264,806$

Коэффициент для постоянной аберрации  $F_1 = 1,000142$

Коэффициент для среднего расстояния Луны  $F_2 = 0,999093142$

Коэффициент для параллактического неравенства  $F_3 = 49853'',2$

*Выводимые постоянные*

13. Солнечный параллакс  $\arcsin\left(\frac{a_e}{A}\right) = \pi_{\odot} = 8'',79405 (8'',794)$
14. Время прохождения светом астрономической единицы  $A/c = \tau_A = 499^s,012 = 1^s/0,00200396$
15. Постоянная аберрации  $\kappa = F_1 k' \tau_A = 20'',4958 (20'',496)$
16. Сжатие Земли  $f = 0,0033529 = 1/298,25$
17. Гелиоцентрическая постоянная тяготения,  $m^3/сек^2$   $GS = A^3 k'^2 = 132718 \cdot 10^{15}$
18. Отношение масс Солнца и Земли  $\frac{GS}{GE} = \frac{S}{E} = 332958$
19. Отношение массы Солнца к массе системы Земля + Луна  $\frac{S}{E} (1 + \mu)^{-1} = 328912$
20. Возмущенное среднее расстояние Луны,  $m$   $F_2 \left( GF \frac{1 + \mu}{n_{\zeta}^2} \right)^{\frac{1}{3}} = a_{\zeta} = 384400 \cdot 10^3$
21. Постоянная синуса параллакса Луны \*)  $\frac{a_e}{a_{\zeta}} = \sin \pi_{\zeta} = 3422'',451$

\*) Значение параллакса Луны  $\pi_{\zeta}$ , соответствующее величине этого синуса  $\left( \frac{3422'',451}{206264'',8} \right)$ , равно  $3422'',608$ .

22. Постоянная лунного неравенства  $F_0 \frac{\mu}{1 + \mu} \frac{a_{\zeta}}{A} = L =$   
 $= 6'',43987 (6'',440)$

23. Постоянная параллактического неравенства  $F_8 \frac{1 - \mu}{1 + \mu} \frac{a_{\zeta}}{A} = P_{\zeta} =$   
 $= 124'',986$

*Система масс планет*

*Числа, обратные массе*

24. Меркурий	6000000
Венера	408000
Земля и Луна	329390*)
Марс	3093500
Юпитер	1047,355
Сатурн	3501,6
Уран	22869
Нептун	19314
Плутон	360000

Предполагается, что истинные значения основных постоянных лежат в следующих пределах:

$A$  (149597 — 149601) · 10<sup>6</sup> м,  
 $c$  (299792—299793) · 10<sup>3</sup> м/сек,  
 $a_0$  6378080—6378240 м,  
 $I_2$  0,0010824—0,0010829,  
 $GE$  (398600—398606) · 10<sup>9</sup> м<sup>3</sup>/сек<sup>2</sup>,  
 $\frac{1}{\mu}$  81,29 — 81,31,  
 $n_{\zeta}^*$  точно до приведенного числа знаков  
 $p$  5026'',40—5026'',90\*\*),  
 $\varepsilon$  ̄23°27'08'',16—23°27'08'',36,  
 $N$  9'',200—9'',210.

\*) Величина обратной массы для Земли отличается от значения, принятого в новой системе, ибо система масс не была подвергнута ревизии. Эта система масс используется в настоящее время и будет согласована в дальнейшем с утвержденной системой астрономических постоянных.

\*\*) Принятое значение прецессии по Ньюкомбу лежит вне пределов, устанавливаемых на основе анализа наблюдений.



В соответствии с этим пределы выводимых постоянных оказываются следующими:

$\pi_{\odot}$	8",79388—8",79434,
$\tau_A$	499 <sup>s</sup> ,001—499 <sup>s</sup> ,016,
$\kappa$	20",4954—20",4960
$GS$	(132710—132721) · 10 <sup>15</sup> м <sup>3</sup> /сек <sup>2</sup>
$S/E$	332935—332968
$(S/E)(1 + \mu)$	328890—328922
$f^{-1}$	298,33—298,20
$a_{\zeta}$	(384399—384401) · 10 <sup>3</sup> ,
$\sin \pi_{\zeta}$	3422",397—3422",502,
$L$	6",4390—6",4408,
$P_{\zeta}$	124",984—124",989

# ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Аберрационное смещение 97  
Аберрация 95, 96  
— вековая 97  
—, влияние на координаты светил 98  
— годовая 102, 141, 143  
— —, апекс 102  
— —, влияние на координаты светил 102, 141, 143  
— —, коэффициент 102  
— —, постоянная 102, 150, 151, 161—164, 204  
— суточная 99  
— —, влияние на координаты светил 100, 101, 143  
— —, коэффициент 100, 101  
Азимут светила 21  
— —, астрономический 21  
— —, в момент восхода 78  
— —, — — захода 78  
— —, — — элонгации 76  
Азимутальная система координат 21  
— установка 21  
Альмукантарат 17  
Апекс 97, 105  
— движения Земли 102  
— — наблюдателя 97, 100, 105, 112, 113  
— — для аберрационного смещения 97  
— — для годового параллакса 112, 113  
— — для годичной аберрации 102  
— — для параллактического смещения 105  
— — для суточной аберрации 100, 101  
Армилярная сфера 25  
Астрономическая долгота 12, 125  
— единица 149, 161, 203  
— рефракция 85, 88  
— широта 12, 18, 125  
Астрономические координаты 12, 13  
— наблюдения, 12, 41, 95  
— постоянные 149—152, 169—171  
— — выводимые 171  
— — определяющие 170, 203  
— — основные 171, 203  
— —, принципы определения 152—164  
— —, система 152, 169—171, 203—206  
— эфемериды 62  
Астрономический азимут 21  
— ежегодник СССР, 48, 51, 59, 60, 63—65, 73, 77, 78, 101, 105, 114, 137, 138, 141, 142, 148, 149, 156  
— меридиан 12  
Астрономическое время 60—62  
Атмосфера Земли 86, 89  
— —, показатель преломления 86—88  
— —, — — приземного слоя 88  
Атмосферная рефракция 85, 88  
Атомная секунда 64  
Атомное время 61, 64  
Атомные стандарты частоты 60, 64  
Базис 105  
Бесселев год 59, 60, 134  
Бесселевы буквы большие 141  
— — малые 141  
Бесселя формулы 141

- Большой круг 17, 28  
 — — небесной сферы 17—20, 25, 26  
 Вековое движение полюса 14  
 — замедление вращения Земли 61  
 — изменение (*variatio saecularis*) 137  
 Вертикал 17  
 — первый 17, 74  
 Вертикальный круг (инструмент) 21, 79  
 Вертикальный круг (на небесной сфере) 17  
 Верхняя кульминация 44, 72, 74  
 — — точки весеннего равноденствия 45  
 Весеннего равноденствия точка 20, 22, 24, 44, 45, 49, 57, 80, 125  
 — — —, кульминация верхняя 45  
 Взаимно полярные сферические треугольники 29  
 Видимое место светил 102, 141, 143, 148  
 — — —, эфемериды 148  
 Видимые координаты светил 102, 138, 141  
 Високосный год 57, 58  
 Востока точка 18, 19  
 Восточная долгота 12, 13  
 — элонгация 76  
 Восход светил 70, 77, 78, 148  
 Вращение Земли 17, 44, 60, 61, 99, 123  
 — —, неравномерность 60, 61, 65  
 — —, —, вековое замедление 61  
 — —, —, —, годовая волна 62  
 — —, —, —, нерегулярные изменения 61, 62  
 — —, —, —, сезонные колебания 61, 62  
 — небесной сферы 18, 44  
 — —, —, —, суточное 44  
 Время астрономическое 60—62  
 — атомное 61, 64  
 — всемирное 51, 65  
 — — TU0 65  
 — — TU1 65  
 — — квазиравномерное TU2 65  
 — декретное 54  
 — звездное 44, 45, 49—53, 74  
 Время астрономическое, измерение 44  
 — летнее 55  
 — местное 51  
 — мировое 51  
 — московское 54  
 — ньютонское 62  
 — поясное 53  
 — равномерное 60—62  
 — солнечное 44—51  
 — — истинное 46, 48, 55  
 — — среднее 47, 48, 50—55, 65  
 — средневропейское 54  
 — эфемеридное 62, 63, 65  
 — — TE 65  
 Высота 21, 22  
 — полюса мира 18  
 Географические меридианы 11  
 — параллели 11  
 Геодезический способ определения формы земного эллипсоида 154  
 Геоид 10, 153  
 Геометрический способ определения формы земного эллипсоида 153, 154  
 Геоцентрическая плоскость эклиптики 19  
 — широта 13, 99, 100  
 Геоцентрические координаты 108, 113, 143  
 Геоцентрический зенит 109  
 Геоцентрическое зенитное расстояние 109  
 — прямое восхождение 101  
 — склонение 101  
 Главные точки горизонта 19  
 Год бесселев 59, 60, 134  
 — високосный 57, 58  
 — календарный 57  
 — тропический 49, 56, 57, 63, 64  
 Годичная абберация 102, 143  
 — —, апекс 102  
 — —, влияние на координаты светил 102, 141, 143  
 — —, коэффициент 102  
 — —, прецессия 137  
 — — лунно-солнечная 129  
 — — от планет 129  
 Годичное изменение (*variatio annua*) 137

- Годичный параллакс 112, 113, 143  
 — —, апекс 112, 113  
 — —, влияние на координаты светил 112, 143  
 Горизонт 17, 21, 69  
 — видимый 17  
 —, главные точки 19  
 — математический (истинный) 17  
 Горизонтальная система координат 21, 38, 110  
 Гравиметрический способ определения формы Земли 154  
 Градус 16  
 Григорианский календарь (новый стиль) 58  
 Гринвич 13, 41, 55  
 Гринвичская обсерватория 11, 39, **53**  
 — полночь 73  
 Гринвичский меридиан 11, 12, 53  
  
 Движение полюса Земли 14, 40  
     **41, 65**  
 — — — вековое 14  
 — — — периодическое 14  
 Двуосный эллипсоид (Земли) 154  
 Декарта — Снеллиуса правило, 86, 87, 90  
 Декретное время 54  
 Дни юлианские 59  
 Долгота астрономическая 12, 125  
 — галактическая 25, 26  
 — места наблюдения 10, 13, 39, 40  
 — — — геодезическая 12  
 — наибольшего меридиана 154, 155  
 — средняя 14  
 — эклиптическая 24  
 Долготы изменяемость 13, 14, 41  
  
 Единица астрономическая 149, 161, 203  
 Ежегодник астрономический 48, 51, 59, 60, 63—65, 73, 77, 78, 101, 105, 114, 137, 138, 141, 142, 148, 149, 156  
  
 Заход светил 70, 77, 78, 148  
 Звездная минута 45, 50  
 — секунда 45, 50  
  
 Звездное время 44, 45, 49—53, 74  
 — —, в местную полночь 52  
 — —, в момент восхода 77  
 — —, — — захода 77  
 — — истинное 126  
 — — местное 51  
 Звездные сутки 45, 50  
 Звездный каталог 112, 144, 148  
 Звезды близполюсные 79  
 —, видимые места 143, 148  
 — восходящие и заходящие 71  
 — невосходящие 71  
 — незаходящие 71  
 — опорные 79  
 —, средние места 143, 148  
 —, суточное движение 69—71  
 —, — — среднее 126  
 Земля 9—11, 13, 16, 122  
 —, атмосфера 85, 86, 89  
 —, вращение 17, 44, 60, 61, 99, 123  
 —, неравномерность вращения 60, 61, 65  
 —, ось вращения 17, 18, 124  
 —, сжатие 9, 151, 154, 155, 204  
 —, фигура 9, 10, 153—155  
 —, экватор 11, 18  
 —, экваториальное утолщение 122  
 —, экваториальный радиус 203  
 Земной эллипсоид 13, 18, 153  
 — —, геодезический способ определения 153, 154  
 — —, геометрический способ определения 153, 154  
 — —, гравиметрический способ определения 154  
 Зенит 17, 37, 69  
 — геоцентрический 109  
 — места наблюдения 37  
 Зенитное расстояние 21, 22, 71, 72, 85, 93  
 — — близполюсных звезд 79  
 — — в меридиане 71, 72  
 — — в элонгации 76  
 — — геоцентрическое 109  
  
 Изменение вековое (variatio saecularis) 137  
 Изменение годичное (variatio annua) 137  
 — долгот и широт 13, 14, 39—41

- Изменение угла наклона эклиптики к экватору 19, 127, 131, 149, 157
- Истинная полночь 46
- точка весеннего равноденствия 125, 126
- Истинное звездное время 126
- место светила 102
- солнечное время 46, 47
- Солнце 46, 47
- Истинные координаты светила 102
- сутки 46
- Истинный полдень 46
- полюс (мира) 125, 130, 131, 132
- экватор 125
- Календарный год 57
- Календарь 56
- григорианский (новый стиль) 58
- лунно-солнечный 56
- лунный 56
- , реформа 58, 59
- солнечный 56
- юлианский (старый стиль) 57
- Каталог звездный 112, 144, 148
- , поправка к равноденствию 156
- FK4 148
- фундаментальный 148
- Квазиравномерное время 65
- Кварцевые часы 60
- Колюр равноденствий 21
- солнцестояний 21
- Координаты апекса вековой aberrации 97
- — годичной aberrации 102
- — для годичного параллакса 113
- — суточной aberrации 100
- астрономические 12, 13
- галактические 25, 26
- гелиоцентрические 113, 143
- горизонтальные 21
- мгновенного полюса Земли 39
- на поверхности Земли 10—13
- — — геодезические 11
- — — геоцентрические 108, 113, 143
- — — топоцентрические 108, 143
- Координаты светила, абсолютный метод определения 79—81
- — видимые 102, 138, 141
- —, влияние aberrации 98—99
- —, — вековой aberrации 98
- —, — годичной aberrации 102, 104, 143
- —, — нутации 132—133
- —, — параллактического смещения 107, 108
- —, — прецессии 136—138
- —, — рефракции 94, 143
- — истинные 102, 143
- — наблюдаемые 143
- — относительный метод определения 79
- — средние 127, 143
- экваториальные 22—24
- эклиптические 24, 25
- Коэффициент годичной aberrации 102
- рефракции 88, 93
- суточной aberrации 100, 101
- Круг большой 17, 18, 28
- вертикальный 17
- высоты 17
- галактический широты 25
- малый 11, 17, 28
- полярный северный 11
- — южный 11
- склонения 18
- часовой 18
- широты 20
- Кульминация 44
- верхняя 44, 72, 74
- , момент 73, 74
- нижняя 44, 72, 74
- центра диска Солнца 46
- Летнее время 55
- Летосчисление 56
- Линия изменения даты 55
- отвесная 12, 13, 17
- полуденная 19
- узлов 124
- Лунно-солнечный календарь 56
- Лунный календарь 56
- Малый круг 11, 17, 28
- сферический треугольник 35

- Мгновенный полюс Земли 38, 39  
 Международное бюро времени 65  
 Международный астрономический союз 64, 170, 203  
 Меридиан 11, 12, 18  
 — астрономический 12  
 — географический 11  
 — Гринвича 11, 12, 39, 53  
 — небесный 18  
 — основной часового пояса 53, 54  
 Меридианное зенитное расстояние 72  
 — — — Солнца 80  
 Меридианный круг 79, 80, 155  
 Местное время 51  
 — — звездное 51  
 — — истинное солнечное 51  
 — — среднее солнечное 51, 53  
 Место светила видимое 102, 141, 143, 148  
 — — истинное 102  
 — — среднее 143, 148  
 Минута (времени) 16  
 — звездная 45, 50  
 — средняя солнечная 47, 50  
 Минута (дуги) 16  
 Мировое (всемирное) время 51, 65  
 Молекулярные стандарты частоты 60  
 Момент восхода светила 77, 78  
 — захода светила 77, 78  
 — кульминации 73, 74  
 — прохождение светила через первый вертикал 74, 75  
 — элонгации 76  
 Московское время 54
- Наблюдения астрономические 12, 41, 95  
 — гравиметрические 154, 155  
 — изменяемости широты 39  
 — малых планет 83, 157—159  
 — Солнца 80, 83, 157  
 Наблюденные координаты 143  
 Надир 17  
 Наклон экватора к эклиптике 19, 81, 127, 149, 155—157  
 Небесная сфера 16, 21, 127  
 — —, большой круг 17—19  
 — —, малый круг 17
- Небесная сфера, суточное вращение 18, 44, 69—71  
 — —, центр 16, 17  
 Небесный меридиан 18  
 — экватор 19, 22—24, 125  
 Непера правило (формула) 34, 81  
 Неравномерность вращения Земли 60—62, 65  
 — — —, вековое замедление 61  
 — — —, нерегулярные изменения 61  
 — — —, сезонные колебания 61, 65  
 — — —, — —, периоды 61, 62  
 Нижняя кульминация 44, 72, 74  
 Новый стиль (григорианский календарь) 58  
 Нутация 124, 125, 130—133, 139, 143, 167, 169  
 — в долготе 131, 139  
 —, влияние на экваториальные координаты 130—133, 139, 140  
 — в наклоне 131, 139  
 — долгопериодическая 139  
 — короткопериодическая 139  
 —, учет 139, 140, 143  
 Ньюкомба таблицы 63  
 Ньютоновское время 62
- Опорные звезды 79  
 Определение прямых восхождений 80—83  
 — склонений 79, 80  
 Ось вращения Земли 10, 17, 18, 41, 44, 124  
 — мира 17  
 — полярная 23  
 — склонений 23  
 Отвесная линия 12, 13, 17
- Параллакс 105—108  
 —, влияние на координаты светил 107, 108  
 — годичный 112, 113, 143  
 — —, апекс 112, 113  
 — —, влияние на координаты светил 112—114, 143  
 — суточный 108, 109, 143  
 — —, влияние на координаты светил 109—111

- Паралакс суточный горизонтальный 78, 108, 109  
 — — — экваториальный 109  
 — — Солнца 150, 151, 157—159, 204  
 — — —, определение 157—159  
 Параллактическая установка телескопа 23  
 Параллактический треугольник 37, 71  
 — угол 37  
 Параллактическое движение 114, 164  
 — смещение 105—108  
 — —, влияние на координаты светил 107—109  
 Параллели географические 11  
 Первая экваториальная система координат 22, 24  
 Первый вертикал 17, 74  
 — —, зенитное расстояние 75  
 — —, момент прохождения 74, 75  
 Периодическое движение полюса 14  
 Показатель преломления 86, 89, 91  
 — — атмосферного слоя 87, 89  
 — — атмосферы Земли 86  
 — — приземного слоя 88  
 Полуденная линия 19  
 Полушарие Земли северное 11, 71  
 — — южное 11, 71  
 — небесной сферы северное 19  
 — — — южное 19  
 Полюс Галактики северный 25  
 — Земли, движение 14, 38, 40, 41, 65  
 — — мгновенный 38, 39  
 — — северный 14, 69  
 — — средний 14, 38, 39, 41  
 — — южный 10, 14  
 — мира истинный 125, 130—133  
 — —, высота 18  
 — — северный 17, 18, 23, 124, 125, 127  
 — — средний 125, 130—133, 143  
 — — южный 18, 23  
 — экватора 127  
 — — средний 125, 127, 131, 143  
 — эклиптики северный 20, 25, 125—127  
 Полюс эклиптики южный 20, 24, 25, 126, 127  
 Полярная звезда 80  
 — ночь 70  
 Полярное расстояние 23, 37  
 Полярный день 70  
 — круг северный 11  
 — — южный 11  
 Поправка долготы 14, 38—41  
 — к равноденствию каталога 156  
 — часов 82  
 — широты 14, 38—41  
 Постоянная (годовой) аберрации 102, 150, 151, 161—164, 204  
 — нутации 132, 151, 167—169, 203  
 — прецессии (Ньюкомба) 129, 151, 164—167  
 — рефракции 88, 93  
 — силы тяжести 153  
 — суточной аберрации 100, 101  
 Постоянные астрономические 149—152  
 — —, система 152, 169—171, 203—206  
 — — фундаментальные 152  
 Пояса часовые 53—55  
 Поясное время 53  
 Правило Декарта — Снеллиуса 86, 87, 90  
 — Непера 34, 81  
 Прецессия 122, 125, 137, 141, 143  
 —, вековое изменение 137  
 —, влияние на координаты светил 136—138  
 — годовая 137  
 —, годовое изменение 137  
 — луно-солнечная 122, 129, 127, 164  
 — — годовая 129, 166  
 — — — по прямому восхождению 129, 130, 166  
 — — — по склонению 129, 130, 166  
 — — постоянная (Ньюкомба) 129, 151, 164—167  
 — от планет 125, 127, 129  
 — — — годовая 129  
 — —, третий член 138  
 —, учет 139—142, 143  
 Приведение на видимое место 138—142, 143

- Приведение на видимое место, алгебраическая система 141  
 — — —, тригонометрическая система 142  
 Приземная рефракция 85  
 Приливное трение 61  
 Прохождение светила через меридиан 44, 73, 74  
 — — через первый вертикал 74, 75  
 Прямое восхождение 24, 45, 79—81  
 — —, влияние годичного параллакса 102—105  
 — —, — годичной прецессии 112, 113  
 — —, — нутации 130—133  
 — —, — прецессии 136—138  
 — —, — рефракции 94, 95  
 — —, — суточного параллакса 111  
 — —, — суточной аберрации 101  
 — —, геоцентрическое 101  
 — —, принцип определения 79—81  
 — — среднее 138
- Равноденствие 137  
 —, поправка 156  
 Равномерное время 60—62  
 Радиан 16  
 Редукционные величины 141  
 Реформа календаря 58, 59  
 Рефракция 77, 85, 86—93, 143  
 — астрономическая 85, 88  
 — атмосферная 85, 88  
 —, влияние на зенитное расстояние 89—93  
 —, — на прямое восхождение и склонение 94, 95, 143  
 —, коэффициент (постоянная) 88, 93  
 — приземная 85  
 —, таблицы 93
- Северный полюс Галактики 25, 26  
 — — Земли 10, 11, 13, 14, 69  
 — — —, движение 14, 40, 41  
 — — мира 17, 18, 23, 124, 125, 127  
 — — эклиптики 20, 24, 25, 125—127
- Секунда (времени) 16, 64  
 — атомная 64  
 — звездная 45, 50  
 — средняя солнечная 47, 50  
 — эфемеридная 64  
 Секунда (дуги) 16  
 Сжатие Земли 9, 151, 154, 155, 204  
 — земного экватора 10, 154, 155  
 Система Земли + Луна 19, 125, 151, 204  
 — небесных координат азимутальная 21  
 — — — галактическая 24—26  
 — — — горизонтальная 21, 22, 38, 110  
 — — —, связь 37, 38  
 — — — экваториальная 21—24  
 — — — — вторая 24, 38  
 — — — — первая 22, 24  
 — — — эклиптическая 24  
 — фундаментальных астрономических постоянных 152, 203—205
- Склонение 22—24, 73, 79, 80  
 —, влияние годичного параллакса 112, 113  
 —, — годичной аберрации 102—105  
 —, — нутации 130—133  
 —, — прецессии 136—138  
 —, — рефракции 94, 95  
 —, — суточного параллакса 111  
 —, — суточной аберрации 101  
 —, геоцентрическое 101  
 —, принцип определения 79, 80  
 — среднее 138
- Скорость света 149  
 Собственное движение 114, 115, 139, 143, 164  
 — — параллактическое 114, 164  
 — — пекулярное 164  
 — — по прямому восхождению 114  
 — — по склонению 114  
 — —, тангенциальная составляющая 114  
 — —, учет 139—142, 143
- Солнечное время 44—51  
 — — истинное 46, 48, 55  
 — — среднее 47, 48, 50—55, 65



- Солнечные сутки истинные 46  
 — — средние 47, 50  
 Солнечный календарь 56  
 Солнце 44, 49, 57, 63, 60, 112, 122—  
 124, 148, 155  
 —, видимый радиус 77  
 —, восход и заход 77, 148  
 —, годичный путь 19  
 —, движение по эклипике 19, 44,  
 49, 60, 63  
 —, зенитные расстояния 80, 81  
 — истинное 46, 47  
 —, наблюдения 80, 83, 157  
 —, параллакс 112, 150, 151, 157—  
 161, 204  
 —, прохождение через точку ве-  
 сеннего равноденствия 49, 57  
 —, прямое восхождение 81, 155  
 —, склонение 80, 81, 155  
 — среднее экваториальное 47,  
 50  
 —, эфемериды 63, 148  
 Среднеевропейское время 54  
 Среднее звездное время 126  
 — место светила 143, 148  
 — полярное сжатие 154, 155  
 — прямое восхождение 138  
 — склонение 138  
 — солнечное время 47, 48, 50—55,  
 65  
 Средний полюс Земли 14, 38, 39,  
 41  
 — — мира 125, 131—133, 143  
 — радиус экватора Земли 154  
 — экватор 125, 127, 131, 143  
 Средняя долгота 14  
 — орбитальная скорость Земли  
 150  
 — точка весеннего равноденствия  
 125—127, 131, 143  
 — широта 14  
 — эклиптика 127, 143  
 Срочная служба широты (ССШ)  
 65  
 Старый стиль (юлианский кален-  
 дарь) 57  
 Сутки звездные 45, 50  
 — солнечные истинные 46  
 — — средние 47, 50, 64  
 — эфемеридные 64  
 Суточная аберрация 99  
 Суточная аберрация, влияние на  
 координаты светил 100, 101, 143  
 — —, коэффициент 100, 101  
 Суточное вращение небесной сфе-  
 ры 18, 44, 69—71  
 Суточный параллакс 108, 109, 143  
 — —, влияние на координаты  
 светил 109—111  
 — — горизонтальный 108, 109  
 — — — экваториальный 109  
 Сфера небесная 16, 21, 44, 127  
 Сферическая тригонометрия 28—  
 41  
 — —, дифференциальные форму-  
 лы 35, 36  
 — —, основные формулы 30—33  
 Сферический треугольник 28—35,  
 37, 40  
 — — малый 35  
 — — параллактический 37, 38,  
 71  
 — — прямоугольный 33, 34  
 — — узкий 34  
 Таблицы Ньюкомба 63  
 Тангенциальная составляющая  
 собственного движения 114  
 Теодолит 21  
 Топоцентрические координаты 108,  
 143  
 Точка весеннего равноденствия  
 20, 22, 24, 44, 45, 49, 57, 80,  
 125  
 — — —, верхняя кульминация  
 45  
 — — —, изменение положения  
 128  
 — — — истинная 125, 126  
 — — —, прецессионное движение  
 166  
 — — —, прохождение Солнца 49,  
 57  
 — — — средняя 125—127, 131,  
 143  
 — весны 20  
 — востока 18, 19  
 — запада 18  
 — зимнего солнцестояния 21  
 — летнего солнцестояния 20  
 — осени 20  
 — осеннего равноденствия 20

- Точка севера 18, 19  
 — юга 18, 19, 21  
 Точки горизонта главные 19  
 Треугольник параллактический  
 37, 38, 71  
 — сферический 28—35, 37, 40  
 — — взаимно полярный 29  
 — —, зависимости между углами  
 и сторонами 30—33  
 — — малый 35  
 — — прямоугольный 33, 34  
 — — узкий 34  
 Тропик северный (тропик Рака)  
 11  
 — южный (тропик Козерога) 11  
 Тропический год 49, 56, 57, 63,  
 64  
 Угол наклона эклиптики к эква-  
 тору 19, 49, 81, 127, 155—157  
 — параллактический 37  
 — часовой 22, 37, 45  
 — — истинного солнца 46  
 — — среднего экваториального  
 солнца 47  
 — — точки весеннего равноден-  
 ствия 45  
 Узкие сферические треугольники  
 34  
 Уклонение отвеса 13  
 Универсальный инструмент 21  
 Уравнение времени 47, 48  
 Уровенная поверхность 153  
 Ускорение движения Луны 61  
 Установка телескопа азимуталь-  
 ная 21  
 — — параллактическая 23  
 Фигура Земли 9, 10, 153—155  
 — —, геодезический способ оп-  
 ределения 154  
 — —, геометрический способ оп-  
 ределения 154  
 — —, гравиметрический способ  
 определения 154  
 Формула Костинского 39  
 — котангенсов 33  
 — приведения на видимое место  
 (формула Бесселя) 141, 142  
 — рефракции 93  
 — — приближенная 88  
 Формула синусов 31  
 Формулы косинусов сторон 32, 36,  
 40  
 — — углов 32, 36  
 Фундаментальные астрономиче-  
 ские постоянные 152  
 Фундаментальный каталог 148  
 — — FK4 148  
 Ход часов 81, 82  
 Хронометр 22  
 Час 16  
 — звездный 45, 50  
 — средний солнечный 47, 50  
 Часовой пояс 53—55  
 — угол 22, 37, 45  
 — — в момент элонгации 76  
 — — истинного Солнца 46, 48  
 — — среднего экваториального  
 солнца 47  
 — — точки весеннего равноден-  
 ствия 45  
 Часы 22, 81, 155  
 — атомные (стандартные частоты)  
 60, 61  
 — кварцевые 60, 61  
 —, поправка 82  
 —, ход 81, 82  
 Широта астрономическая 12, 18,  
 37, 80, 125  
 — галактическая 26  
 — географическая 10, 13  
 — геодезическая 11, 13  
 — геоцентрическая 13, 99, 100  
 — мгновенная 10  
 — места наблюдения 37, 75, 79,  
 80  
 — средняя 14, 40  
 — эклиптическая 24  
 Широты изменяемость 13, 14, 39—  
 41  
 — срочная служба (ССШ) 65  
 Экватор 19, 20, 22—24, 46, 70, 127  
 — галактический 25, 26  
 — Земли 10—12, 70, 154, 155  
 — —, сжатие 10, 153, 155  
 — —, средний радиус 154  
 — — средний 125, 127, 131, 143

- Экваториальные координаты светила 22—24  
 — — —, принцип определения 77—81  
 Эклиптика 19, 20, 24, 25, 125, 127  
 —, гелиоцентрическая плоскость 19  
 —, геоцентрическая плоскость 19  
 —, полюс 125, 127  
 —, — северный 20, 25, 125—127  
 —, — южный 20, 25  
 — средняя 127, 143  
 Эклиптическая долгота 24  
 — система координат 24, 25  
 — широта 25  
 Эллипсоид (Земли) 13, 18, 153  
 — вращения 9, 10  
 — —, параметры 9  
 —, геодезический способ определения 154  
 —, геометрический способ определения 154
- Эллипсоид, гравиметрический способ определения 154, 155  
 — двухосный 154  
 — Красовского 10, 154  
 — трехосный 9, 154  
 — —, элементы 10, 154  
 Элонгация 75—77  
 — восточная 76  
 — западная 76  
 — наибольшая 75  
 Эра 58  
 Эфемеридная секунда 64  
 Эфемеридное время 62—65  
 Эфемеридные сутки 64  
 Эфемериды 62, 148, 149  
 — видимых мест 148  
 — Луны 63, 148  
 — Солнца 63, 148
- Юлианские дни 59  
 Юлианский календарь (старый стиль) 57, 58